

Rua da Matriz, 22 - Recife  
CEP 50060-200

Telefone: 3222-4171  
Tel/Fax: 3222-4117



EXPLICADOR

DE

ARITHMETICA



Pontos de Arithmetica do programma de exames de preparatorios  
organizado pelo Conselho Director de Instrucção Primaria e Secun-  
daria em 1877, desenvolvidos na 5.<sup>a</sup> edição do Explicador de Arith-  
metica de Eduardo de Sá.

---

<i>Pontos</i>	<i>Pag. d'arith.</i>
Vago: Noções preliminares, numeracão decimal...	17 a 33
1. Quatro operações sobre numeros inteiros.....	35 a 60
2. Fracções ordinarias, sua reduccão ao mesmo deno- minador e á expressão mais simples.....	61 a 83
3. Operações sobre as fracções ordinarias.....	84 a 92
4. Operações sobre as fracções decimaes.....	93 a 106
5. Systema metrico.....	127 a 137
6. Operações sobre os numeros complexos.....	139 a 154
7. Divisibilidade dos numeros.....	68 e 259
8. Dizimas periodicas.....	107 a 116
9. Quadrado e raiz quadrada.....	155 e 262
10. Cubo e raiz cubica. ....	166 e 263
11. Equidifferenças e proporções.....	177 a 185
12. Regra de tres, simples e composta. Regra conjuncta	215 a 226
13. Regra de juros e dedescantos.....	230 a 242
14. Regra de companhia, simples e composta.....	226 a 230
15. Progressões por differença.....	187 a 191
16. Progressões por quociente.....	191 a 195
17. Logarithmos, theoria elementar e uso das taboas...	197 a 213
18. Juros compostos.....	242 a 246

---



## CURSO DE PREPARATORIOS DE LINGUAS E SCIENCIAS

composto de obras escriptas de accordo com o actual programma de exames geraes, á venda na livraria classica de NICOLAO-ALVES, rua de Gonçalves Dias ns. 46 e 48.

**Portuguez.**—Collectaneas dos autores classicos por Aureliano Coutinho, contendo os mais notaveis extractos do padre Manoel Bernardes, Rodrigues Lobo, Fr. Luiz de Souza e Camões, autores adoptados pela inspectoría de instrucção publica para os exames escriptos e oraes da lingua portugueza e de versões (prova escripta) para o latim, francez e inglez nas inspectorias do Imperio.

**Francez.**—BEAUTÉS DE CHATEAUBRIAND et du Théâtre classique françois, de Regnier, contendo os melhores extractos dos Martyres e do Genio do Christianismo, de Chateaubriand, do Theatro classico francez, [autores,] escolhidos pela Inspectoría de Instrucção Publica para se extractarem os pontos da prova oral nos exames da lingua franceza, no programma de 1877. 3ª edição augmentada com 761 notas grammaticaes.

**Inglez.**—*Grammatica pratica da lingua ingleza*, pelo Dr. Felipe da Motta, professor da lingua ingleza no Imperial collegio de Pedro II, compendio do mesmo collegio e de todos os lyceos do Brazil, organisada segundo os pontos dos exames oraes.

*Select-passages of prose and poetry*, second edition, revised and correct by M. Nevil, contendo os melhores extractos da Historia de Inglaterra de John Lingard, dos Ensaios de critica de Maccaulay e do Paraiso Perdido de Milton, autores escolhidos pela inspectoría geral de instrucção publica para os exames de prova oral da lingua ingleza, no novo programma. Estas duas obras são as adoptadas para os exames de preparatorios da lingua ingleza.

### Livros adoptados para o ensino das sciencias segundo o actual programma de preparatorios em 1877

**Geographia**—(Elementos de), por Pedro de Abreu, compendio adoptado pelo Conselho de Instrucção Publica e compendio do Imperial Collegio de Pedro II. Deste compendio forão extrahidos os 40 pontos de geographia do actual programma de 1877.

**Cosmographia.**—Apostillas de Geographia astronomica, por E. de Sá.

**Historia.**—Pontos de Historia antiga da idade média, moderna e do Brazil, escriptos segundo a ordem estabelecida no programma de exames geraes de 1877, pelos professores Pereira Leitão e Moreira Pinto. Este curso de Historia geral está organizado segundo o methodo adoptado no bacharelado francez, em 4 volumes, que se vendem separadamente.

**Philosophia.**—Compendio de Philosophia de Pellisier. Deste compendio se extractaram os novos 30 pontos. Este livro é o compendio adoptado no Imperial Collegio de Pedro II.

**Mathematicas.**—*Arithmetica*. Explicador, por Eduardo de Sá, 5ª edição muito augmentada e correcta, 1880. Deste compendio se extrahirão os 13 pontos de arithmetica para o actual programma de 1877. Está adoptado na maior parte dos lycêos e escolas scientificas do Imperio.

**Algebra**—(Elementos de por Ottoni, 4ª edição, augmentada com um Appendice, comprehendendo mais 36 paginas e notas. Este compendio com o novo Appendice é o melhor que temos e o adoptado no ensino desta parte do curso de mathematicas em todas as escolas superiores e lycêos, e está escripto de accordo com os 15 pontos do programma de 1877.

**Geometria.** Elementos, por Ottoni, 5ª edição com annotações á Trigonotria. Este compendio é o melhor que temos para o ensino da geometria. Delle são extrahidos os 16 pontos do actual programma de preparatorios de 1877, é o adoptado pelo Conselho de instrucção publica no Imperial Collegio de Pedro II, nas escolas de marinha, militar, naval, polytechnica e em todos os lycêos do Brazil.

Na Livraria Classica de Nicoláo-Alves, rua de Gonçalves Dias 46 e 48, no Rio de Janeiro, vendem-se por infimo preço os compendios adoptados nas academias do Imperio.



*gentilmente emprestado!*  
*João Chrockatt de Sá Pereira de Castro*  
**EXPLICADOR**

*7-2-93*  
DE

# ARITHMETICA

OBRA APROPRIADA AOS ALUMNOS DAS ACADEMIAS MILITAR E DE  
MARINHA, DO INSTITUTO COMMERCIAL, ASPIRANTES  
A EMPREGADOS PUBLICOS, NEGOCIANTES, ARTISTAS, ETC.

POR

**EDUARDO DE SA' PEREIRA DE CASTRO**

BACHAREL EM MATHEMATICAS E SCIENCIAS PHYSICAS E NATURAES

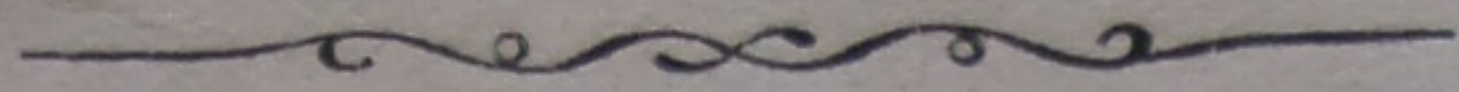
**QUINTA EDIÇÃO**

CORRECTA E AUGMENTADA

POR

**João Chrockatt de Sá Pereira de Castro**

BACHAREL EM MATHEMATICAS E SCIENCIAS PHYSICAS E NATURAES



**RIO DE JANEIRO**

À VENDA NA LIVRARIA CLASSICA DO EDITOR

**NICOLAO-ALVES**

48 RUA DE GONÇALVES DIAS 48

—  
1880



---

**RIO DE JANEIRO**

*Typographia do — Apostolo — Rua Nova do Ouvidor ns. 14 e 16*

---



# SIGNIFICAÇÃO

DOS

SIGNAES CONVENCIONADOS E USADOS NO DECURSO  
DESTA OBRA.

- + Que quer dizer—mais—exprime addição.
- Que quer dizer—menos—exprime subtracção.
- × Que quer dizer—multiplicado por—e exprime multiplicação.
- ÷ Que quer dizer—dividido por—e exprime divisão.
- > Que quer dizer—maior que.
- < Que quer dizer—menor que.
- = Que quer dizer—igual.
- :
- :: Que quer dizer—assim como, ou igual a.
- √ Que quer dizer—raiz quadrada.
- <sup>3</sup>√ Que quer dizer—raiz cubica.
- ∴ Que quer dizer—logo.



## Senhor.

Quando resolvi dar á luz da publicidade este meu mesquinho trabalho, considerei, e pesei bem todas as difficuldades com que tinha de lutar, não só para apresentar um escripto util e digno da attenção publica, mas tambem para faze-lo aceitar como tal, baldo, como sou, de um nome que possa servir de titulo a um livro.

Medindo pelas minhas forças as difficuldades da empreza, a consciencia me fez desanimar; recebi, porém, de Vossa Magestade a coragem que me faltava; as palavras benevolentes de Vossa Magestade me garantirão a utilidade do meu trabalho, assim como lhe augura a prospera carreira a graça especial que Vossa Magestade me concede de o dedicar á Vossa Magestade.

Vigorado por tão alta protecção, publico o meu livro, possuido das mais lisongeiras esperanças; e, penetrado da mais profuuda gratidão, o deposito aos pés do Magnanimo Monarcha que o collocou á sombra do Seu Manto, e Cujas Mãos reverente beijo.

De Vossa Magestade Imperial

respeitoso e obediente subdito

EDUARDO DE SÁ PEREIRA DE CASTRO.



## NOÇÃO HISTÓRICA

---

Fracos e obscuros forão os primeiros passos do espirito humano, e por isso pouca attenção excitárão áquelles que forão delles testemunhas; remota é a época em que esses passos forão dados, e eis a razão porque a origem das sciencias ou se perde inteiramente na noite dos tempos, ou se acha envolvida nas trevas da incerteza. Em taes circumstancias, bem difficil se torna a tarefa do historiador que tem de apreciar os testemunhos e discernir o da credulidade ou da ignorancia, daquelle que se estabelece em fundamentos solidos.

Segundo Strabon, os Phenicios forão os primeiros arithmeticos; e esta opinião é fundada no facto de terem elles sido os primeiros e os mais habéis commerciantes, e a arithmetica em parte alguma ser mais util e necessaria do que no commercio: e Cedreno diz que Phenix, filho de Agenor, foi o primeiro que escreveu uma arithmetica em lingua phenicia.

De outro lado o Egypto se vangloriava de ter sido o berço desta sciencia; mas ainda assim um povo se apresenta merecendo as honras de, pelo menos, lhe ser associado; são os Chaldeos. Este povo nos offerece os primeiros traços dos conhecimentos astronomicos, e para isso era preciso que elle tivesse uma arithmetica, e muito adiantada.



E' evidente que a arithmetica, este ramo dos conhecimentos humanos, deve ter precedido a todos os outros ; por isso que, desde que se possui alguma cousa, se é obrigado a fazer uso dos numeros: assim pois, as primeiras sociedades não poderião passar sem uma arithmetica, natural sim, e de pequena extensão; mas, á medida que as sociedades crescerão em riqueza ou em commercio, forão estendendo os limites dessa arithmetica natural, inventando signaes ou processos abreviados para ajudar o espirito nos calculos mais complicados. Donde se conclue, ser muito razoavel a opinião de Strabon. considerando os phenicios os primeiros arithmeticos, por serem levados pela necessidade do seu commercio a dar extensão á sciencia dos numeros. Mas isto não quer dizer que os Phenicios forão os inventores da arithmetica; não, por isso que ha razões que nos fazem crer que todos os povos forão naturalmente levados pela necessidade a este conhecimento; e é como se explica o accordo de quasi todos os povos escolherem o mesmo systema de numeração, sendo de mais este systema o de progressão decupla, que nos indica que os homens na infancia de sua razão começárão a contar pelos dedos. Tres unicas nações erão originaes no seu systema de contar: os antigos Chinezes, uma nação de Thracios, de que falla Aristóteles, e os Jalofs, povo de pretos vizinho ao *Senegal*. Os primeiros se servirão da progressão vigecupla, e com ella formárão a sua arithmetica chamada binaria ; os segundos não contavão senão até 4, isto é, por periodos de 4, o que faz crer que este povo, vivendo em uma grande simplicidade, tinha necessidade de poucas cousas; os terceiros contavão por periodos de 5, e exprimião um, dous, tres, etc., por *ben, niard, niet, guyanet, guyron*, e depois 6, 7, 8, etc, por *guyron-ben, guyron-niard*, etc., e 10 por *fouque*, depois *fouque-ben*, etc.

Quanto á maneira de representar os numeros por signaes escriptos, quasi todas as nações antigas empregavão os caracteres de seu alphabeto. Os orientaes forão os primeiros que estabelecerão este uso, e os Gregos os imitárão ; porém aos Arabes é que devemos a invenção dos algarismos, e é da sua arithmetica que usamos, e a Gerbert, devemos o conhecimento della, pois, só pelo amor da sciencia que tanto o exaltava, se deu ao trabalho de ir entre elles conhecê-la.

A importancia das mathematicas, e por conseguinte da arithmetica, é reconhecida desde remota idade, pois que na escola de Pithagoras a classe dos mathematicos precedia á



dos physicos; e a tal ponto chegava nessas épocas o reconhecimento da necessidade dellas, que Platão excluía de suas lições physicas e methaphysicas os que não sabião mathematicas, e querendo alguém receber as lições de Xenocrato, como ignorasse a arithmetica e geometria, recebeu do philosopho esta dura resposta: *retirai-vos, ansas philosophiæ non habes*. Platão as considerava como muito proprias a fortificar as faculdades do espirito; e não seguia a opinião de Socrates, que entregando-se unicamente á moral, persuadio-se que o unico estudo que deve occupar o homem, é o que póde servir para tornal-o melhor. Hippocrates aconselhava a seu filho Thessalos o estudo da arithmetica e da geometria; porque dizia elle: *não só tornará vossa vida gloriosa e util nas cousas humanas, como fará vosso espirito muito intelligente, e mesmo mais proprio para objectos dependentes da medicina*.

Com effeito, não se póde negar que um estudo que torna o entendimento mais proprio para conceber e mais capaz de exercitar suas faculdades, deve formar uma parte consideravel da nossa educação; isto não quer dizer que todos os homens sejam mathematicos, porém quando por este estudo elles tem adquirido o bom methodo do raciocínio, podem emprega-lo em todas as outras partes de nossos conhecimentos; porque, como muito bem diz Lock: *as mathematicas são muito uteis para costumar o espirito a raciocinar com justeza e com ordem*; e Malebranche crê, não se poder dar melhor exemplo da maneira de proceder na indagação da verdade, do que o methodo dos geometras.

---



## NOÇÃO PHILOSOPHICA

---

Dous objectos distinctos se apresentam na causalidade não intelligente do mundo physico: um, que é a forma ou a maneira de ser, e o outro que é o conteúdo ou a essencia da acção physica. A origem transcendental desta dualidade consiste na dualidade das leis do nosso saber; e na diversidade que resulta da applicação destas leis aos phenomenos dados *á posteriori*, é que consiste a dualidade do aspecto debaixo do qual se apresenta a natureza; dualidade esta que é classificada debaixo das concepções de *fórma* e de *conteúdo do mundo physico*. Ora, a fórma é que faz o objecto geral das mathematicas, e o conteúdo, o objecto geral da physica; a fórma, resultante da applicação das leis transcendentaes da sensibilidade aos phenomenos dados *á posteriori* é o tempo para todos os objectos physicos em geral, e o espaço para os objectos physicos exteriores; logo, são as leis do tempo e do espaço (consideradas estas ultimas objectivamente), que fazem o verdadeiro objecto das mathematicas.

A philosophia das mathematicas, pois, que trata da terminação ulterior deste objecto, tem por fim a applicação das leis puras transcendentaes e logicas do saber, ao objecto geral das mathematicas. Por um meio subjectivo, ella deduz as leis primarias das mathematicas, ou seus principios philosophicos: e é destes principios, que as



mathematicas deduzem, por um meio puramente objectivo, as proporções cuja reunião constitue o objecto destas sciencias.

Nesta philosophia ha dous pontos de vista a considerar; um subjectivo, que é o saber, e outro objectivo, que é a sciencia. No primeiro trata-se das leis que segue o saber applicado ao objecto geral das mathematicas; no segundo trata-se das leis que segue este objecto geral na applicação do saber; isto é, as leis subjectivas são aquellas que recebe a nossa cognição pelo objecto das mathematicas, e as leis objectivas são as que recebe o objecto das mathematicas pela nossa cognição.

As leis subjectivas comprehendem o conteúdo e a fórma de nosso saber mathematico; o conteúdo cognitivo apresenta as differentes partes essenciaes de nossos conhecimentos mathematicos e os differentes objectos particulares distinctos e necessarios nestas sciencias, e constitue a sua architectonica; a fórma cognitiva apresenta as differentes maneiras de encarar estes objectos particulares, os differentes modos intellectuaes de seu conhecimento, e constitue a methodologia das mathematicas; as leis objectivas, que são as leis do objecto das mathematicas, constituem a metaphysica destas sciencias.

A architectonica das mathematicas é uma parte essencial, porque principalmente estabelece a technia destas sciencias; e a methodologia tem por fim determinar os differentes methodos que se devem seguir e que se seguem nos differentes ramos dellas: esta parte é puramente logica. Entre os differentes methodos, ha dous que importa muito conhecer, pois são de uso frequente aos mathematicos: é o methodo analytico e o synthetico. Methodo analytico é aquelle pelo qual se vai do simples para o composto, do particular para o geral, e se separão todos os elementos de uma idéa, ou de uma cousa, e se toma delles conhecimento. Methodo synthetico é aquelle pelo qual se reúnem os elementos separados pela analyse. Estes methodos são inseparaveis, e é interessante o conhecimento delles em mathematicas: porque sem analyse não se póde conhecer o particular, e sem a synthese, não se póde generalisar. Demais, estes dous methodos comprehendem o methodo experimental e o methodo deductivo; porqué o experimental é todo fundado na analyse, e o methodo deductivo na synthese; e é por isso que o primeiro é considerado o methodo de invenção e de investigação e o



segundo o methodo de ensino ou tradição. Os geometras chamão analyse a todos os ramos das sciencias mathematicas que dependem de calculos geraes, embora muitos mereção por excellencia o nome de synthese.

A metaphysica das mathematicas, finalmente é a parte principal da phylosophia destas sciencias ; pois ella é ajudada da architectonica, que se encarrega da determinação ulterior do objecto das mathematicas, e das leis fundamentaes que explicão estas sciencias.

As leis do tempo e do espaço que, segundo a determinação phylosophica geral, fazem o objecto das mathematicas, podem ser consideradas in abstracto ou in concreto. No 1º caso, fazem o objecto das mathematicas puras, e no 2º das mathematicas applicadas.

Tratando das mathematicas puras, applicando ao tempo considerado objectivamente, as leis transcendentaes do saber e especialmente a primeira das leis do entendimento, a quantidade, tomada em toda a sua generalidade, resulta a concepção da successão dos instantes e, na maior abstracção, a concepção ou antes o schêma do numero. Applicando a mesma lei transcendental á intuição do espaço considerado objectivamente resulta a concepção da conjuncção dos pontos, e na maior abstracção o schêma da extensão. Destas duas terminações particulâres do objecto geral das mathematicas, nascem dous ramos das mathematicas puras : a que tem por objecto a extensão, é a geometria, e a que tem por objecto os numeros, é a algorithmia. (\*)

Os numeros, como todos os objectos intellectuaes, podem ser considerados em geral e em particular; isto é, podem-se considerar separadamente as leis dos numeros, e os factos dos numeros. As leis dos numeros, fazem objecto de um ramo de algorithmia que se chama Algebra ; e os factos dos numeros, o de um outro ramo que é a Arithmetica.

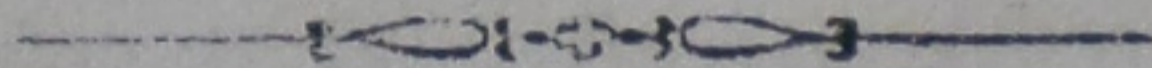
Subjectivamente cõsiderando, uma quantidade póde ser encarada debaixo de dous pontos de vista: sob um, se descobre a natureza dessa quantidade, e sob outro, se descobre a sua medida. O primeiro é fundado na especulação ; e o segundo em uma especie de acção ; isto é, no primeiro domina o entendimento, que é a faculdade da especulação,

(\*) Algorithmia é uma palavra arabica que quer dizer sciencia dos numeros.



e no segundo domina a vontade, que é a faculdade da acção. Assim pois, a natureza e medida das quantidades, são dous objectos distinctos das mathematicas em geral, e especialmente da algorithmia e da geometria.

Chamão-se theoremas as proposições que tem por objecto a natureza das quantidades mathematicas ; e methodos as proposições que tratão da medida destas mesmas quantidades. O systema dos theoremas, fórma em geral a theoria mathematica, e especialmente, a theoria algorithmica e a theoria geometrica. O systema dos methodos, fórma em geral a technia mathematica e, especialmente, a technia algorithmica e a technia geometrica.





# NOÇÕES GERAES



A *sciencia*, definida succinta e elementarmente, é o conjuncto dos conhecimentos claros e evidentes adquiridos pelo uso da razão.

A *sciencia theorisa* e deduz regras, preceitos e *systemas*: a isto denomina se *arte*.

Chama-se *materia* a substancia que constitue o Universo, ou, tudo aquillo que affecta os nossos sentidos de um modo qualquer.

O Universo é a reunião de todos os seres creados.

As *mathematicas*, segundo Montferrier, consideradas em seu todo ou como formando uma unica *sciencia*, póde ser definida a *sciencia das quantidades*.

Entende-se por *quantidade* tudo quanto póde variar augmentando-se ou diminuindo-se. Assim, um objecto material, v. gr., um pedaço de giz, apresenta-se, abstracção feita de sua natureza *physica*, como um aggregado de partes, isto é, como uma *quantidade* susceptivel de ser augmentada, addicionando-se novas partes, ou de ser diminuida tirando-se algumas das partes componentes.

Chama-se *espaço absoluto* á esta immensa amplidão, que se estende indefinidamente em torno de nós, cujos limites não



se concebe, e onde girão todos os corpos celestes em seus movimentos eternos.

As porções d'este espaço absoluto occupadas pelos objectos materiaes, denomina-se um *logar*: logo estes logares são em si mesmo *quantidades*, pois que podem augmentar ou diminuir segundo augmente ou diminua o objecto material que o occupa.

E como isto é o mesmo para todos os objectos do mundo physico, segue-se que, quaesquer que sejam suas naturezas e propriedades características, os concebemos universal e necessariamente como *quantidades*; portanto a *sciencia das quantidades* abrange todos os phenomenos do universo, e as leis das quantidades são ao mesmo tempo as leis das determinações l'estes phenomenos.

Assim, apresenta-nos a natureza a quantidade sob estes dous aspectos:

1.º *Reunião de partes constituindo um objecto material*;

2.º *O lugar occupado por este objecto, que se denomina extensão d'este objecto.*

Se concebermos a quantidade sob o primeiro modo, a denominaremos *numerica*; se d' segundo, *geometrica*.

Formão, portanto, o *numero* e a *extensão* o objecto geral das *Mathematicas*, que muito naturalmente se divide em dous ramos fundamentaes, em duas sciencias distinctas: a *sciencia dos numeros*, e a *sciencia da extensão*.

Os *numeros* e a *extensão* podem ser considerados de dous modos differentes: 1.º, em si mesmos, isto é, individual ou collectivamente com abstracção da natureza do objecto physico; 2.º, em relação á especie do objecto a que se applicação. A consideração abstracta constitue o objecto das *mathematicas puras*; a consideração applicada ou concreta, o das *mathematicas applicadas*.

Os *numeros*, bem como todos os objectos dos conhecimentos humanos, podem ser considerados em *geral* e em *particular*. Por consideração geral entende-se tudo quanto é relativo ás propriedades communs a todos os numeros, ou que se refere ás *leis* que regem as quantidades numericas; e por consideração particular o que é relativo ás individualidades ou aos *factos* dos numeros.



Os numeros considerados em geral, ou as *leis geraes dos numeros*, constituem um dos ramos em que se divide a *sciencia dos numeros*, e que se denomina *Algebra*.

Os numeros considerados em particular, ou os *factos dos numeros*, fazem o objecto do segundo ramo que se denomina *Arithmetica*.

A Arithmetica e a Algebra constituem, pois, dous ramos differentes da sciencia geral dos numeros, e, como os factos são evidentemente subordinados ás leis, o modo mais racional de expôr esta sciencia seria comecar pelas leis geraes, pela Algebra; entretanto é uso, principiar pela Arithmetica.

