

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS**

RENATO FERREIRA SIMÃO

**REPRESENTAÇÃO EM BOND GRAPHS DE MOTORES
BRUSHLESS DC E INVERSORES DE FREQUÊNCIA.**

Dissertação Submetida ao programa de Pós-graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas
Orientador: Prof. Nestor Roqueiro, Dr.
Coorientador: Prof. Hector Bessa Silveira, Dr.

Florianópolis
2013

Simão, Renato Ferreira

REPRESENTAÇÃO EM BOND GRAPHS DE MOTORES BRUSHLESS DC E INVERSORES DE FREQUÊNCIA. / Renato Ferreira Simão ; orientador, Nestor Roqueiro ; co-orientador, Hector Bessa Silveira. - Florianópolis, SC, 2013.

191 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Inclui referências

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Bond Graphs. 3. Modelagem. 4. Motor Brushless. 5. Inversor de Frequência. I. Roqueiro, Nestor. II. Silveira, Hector Bessa. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. IV. Título.

REPRESENTAÇÃO EM BOND GRAPHS DE MOTORES BRUSHLESS DC E INVERSORES DE FREQUÊNCIA.

Renato Ferreira Simão

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos Requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas

Florianópolis, 27 de Novembro de 2013

Prof. Nestor Roqueiro, Dr.
Orientador

Prof. Hector Bessa Silveira, Dr.
Co-Orientador

Prof. Jomi Fred Hübner, Dr.
Coordenador do Programa de Pós Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas

Banca Examinadora:

Prof. Cristian Hernan de Angelo, Dr. – GEA/UNRC

Prof. Marcelo Lobo Heldwein, Dr. – INEP/UFSC

Prof. Rodolfo César Costa Flesch, Dr. – DAS/UFSC

Este trabalho é dedicado aos
meus colegas de classe e meus
queridos pais

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, José Simão Filho e Leila Ferreira Simão, e à minha irmã, Natália Ferreira Simão, pelo carinho, apoio e suporte dado em todos os momentos desta dissertação desde a candidatura até o momento da defesa.

Ao meu orientador, Dr. Nestor Roqueiro, por ter me fornecido a oportunidade e por confiar em minha capacidade para desenvolver este trabalho. Assim como ao meu Coorientador, Hector Silveira, pelas contribuições durante o trabalho.

Aos meus colegas de Mestrado que me acompanharam, nos vários fins de semana dentro do LTIC estudando para as provas, enquanto lá fora estava um sol de rachar nos convidando para ir à praia. Colegas que compartilharam não só as dificuldades, mas também os momentos de festas, distrações e que mantiveram, sempre que possível, a tradição do café das três. Colegas que aqui represento simbolicamente nos nomes de Rômulo Milhomem, Camila Brito, Scheila Costa, Helena Martins e Tiago Schmitz.

Aos meus colegas do LCA Fernando, Martin, Patrick, Rodrigo, Vinicius, dentre outros que tiveram passagem rápida pelo laboratório. Amigos que estiveram comigo diariamente nos últimos anos, compartilhando, além do espaço físico, muitas risadas, jogos viciantes que atentavam contra a produtividade, piadas nerds e bons momentos entre as horas estressantes de trabalho.

Aos amigos de fora do programa do mestrado que, mesmo não compartilhando as dificuldades, me deram apoio quando estive envolvido com as atividades acadêmicas, mas que também compartilharam dos momentos de descontração e relaxamento. Amigos que represento pelos nomes de Camila Sehnem, João Martins, Débora Oliveira, Eva Mansour, Marina Cavilha, Levi Azevedo, Davi Campos Rafaela Sotuyo e Kauana Palma.

Aos meus amigos de Río Cuarto que recepcionaram muito bem durante o tempo que estive nessa ótima cidade e que me proporcionaram uma grande experiência acadêmica e pessoal. Agradeço aos amigos Cristian de Angelo, Silvia, Luis Silva, Facundo, Diego, Guillermo (todos os quatro), Pablo, Andres, Laureano, Frederico e outros que estiveram presentes nestes dois meses.

De forma geral, gostaria de demonstrar meus agradecimentos a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização deste trabalho.

Agradeço também aos órgãos de fomento CAPES, CNPQ e MinCyT, que me proporcionaram a oportunidade de fazer este mestrado e trocar experiências com colegas de outras universidades.

“A mente que se abre a uma nova ideia
jamais voltará ao seu tamanho original.”

Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho apresenta a construção de um modelo computacional para estudo do comportamento energético de um Motor *Brushless* e do inversor de frequência utilizado para acioná-lo. Para a construção desses modelos foi utilizada a técnica de representação em Bond Graphs. Essa técnica cria uma representação totalmente gráfica para o modelo, no qual, as equações dinâmicas estão intrínsecas aos elementos. Isso permite uma melhor compreensão de como interagem os componentes de um sistema dinâmico. A técnica de Bond Graphs permite ao usuário uma análise do modelo ainda durante a fase de modelagem, o que evita trabalhos de remodelagem. A representação criada para o motor *brushless* foi baseada no modelo dinâmico vetorial decomposto no eixo de referência d-q desse motor. Para o inversor de frequência foram estudadas duas propostas de modelagem. A primeira foi construída baseada no circuito equivalente resistivo para este conversor. A segunda proposta utiliza a aplicação de um novo elemento do Bond Graphs para facilitar a representação do inversor. Os dois modelos foram reproduzidos, analisados e melhorados neste trabalho. Por fim, os modelos obtidos foram simulados e analisados para verificar se apresentavam o comportamento teórico esperado. Os modelos também foram submetidos a uma análise energética, provando serem boas ferramentas para fins de estudo do consumo de energia.

Palavras-chave: Modelagem, Bond Graphs, Motor *Brushless*, Inversor de Frequência, Análise Energética.

ABSTRACT

This work presents the development of a computational model for study of the energetic behavior of a brushless motor and a frequency inverter used to drive it. For the construction of these models, the technique of representation by Bond Graphs was used. This technique creates a fully graphical representation for the model, where the dynamic equations are intrinsic to the elements. This allows a better understanding of how the components of the system interact with each other. The Bond Graphs allow the user to run an analysis of the model during the modeling phase, which prevents remodeling work. The representation created for the brushless motor is based on vector dynamic model decomposed in d-q reference frame of this motor. Were studied two proposals for modeling the Inverter. The first one was built based on the resistive equivalent circuit for this converter. The second proposal uses the application of a new element of Bond Graphs to facilitate the representation of the inverter. These two models were reproduced, analyzed and improved in this work. Finally, the developed models were simulated and analyzed to verify that they presented the expected theoretical behavior for these equipment. The models were also submitted to an energy analysis, proving that they are good tools for studying the energy consumption.

Key Words: Modeling, Bond Graphs, Brushless Motor, frequency Inverter, energy analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Esquemático de conexões do trem de força.....	32
Figura 2.1 – Esquemático do Motor <i>Brushless</i>	39
Figura 2.2 – Coordenadas ABC sobre Coordenadas $\alpha\beta$	42
Figura 2.3 – Representação gráfica da transformada de Park.	44
Figura 2.4 – Representação via Bond Graphs das equações de: a) vd ; b) vq	47
Figura 2.5 – Representação via Bond Graphs da equação do Torque ...	48
Figura 2.6 – Representação completa do modelo do BLDC em Bond Graphs.	49
Figura 2.7 – Motor <i>Brushless</i> que será utilizado no protótipo	50
Figura 2.8 – Ligação do instrumento para medição de resistência.....	51
Figura 2.9 – Circuito para medição da indutância.....	52
Figura 3.1 – Circuito de um inversor monofásico em meia ponte.....	61
Figura 3.2 – Formas de onda da tensão do VSI Monofásico em meia ponte.....	62
Figura 3.3 – Forma de onda da corrente na carga no VSI monofásico em meia ponte.	63
Figura 3.4 – Diagrama do circuito de um inversor trifásico em ponte..	64
Figura 3.5 – Formas de onda da comutação por 120°	65
Figura 3.6 – Formas de onda da Comutação por 180°	67
Figura 3.7 – Circuito resistivo equivalente à chave de potência	68
Figura 3.8 – Circuito Resistivo Equivalente do Inversor de Frequência68	
Figura 3.9 – Representação em Bond Graphs da chave de potência: a) modelo completo; b) Modelo Simplificado.....	70
Figura 3.10 – Representação de uma perna do inversor: a) Equivalente Resistivo; b) Bond Graphs	71
Figura 3.11 – Representação em Bond Graphs do modelo completo do inversor.....	72
Figura 3.12 - Definição da causalidade do inversor: a)causalidade de saída para o motor; b) conflito de causalidades; c) aplicação da junção-0s	73
Figura 3.13 – Representação do Inversor de frequência proposta por Junco (2007).....	74
Figura 3.14 – a)Modelo simplificado do MOSFET e seu b) equivalente resistivo.	76
Figura 3.15 – Representação das Chaves a)superiores e b)inferiores ...	77
Figura 3.16 – Representação completa do Inversor de Frequência.....	78

Figura 4.1 – Representação da transformada de Clarke em Bond Graphs	83
Figura 4.2 – Representação da transformada de Park em Bond Graphs	84
Figura 4.3 – Representação da transformada de Park estendida em Bond Graphs	85
Figura 4.4 – Bloco de mudança dos eixos de referência.	85
Figura 4.5 – Conexão interna do bloco de transformação de eixos.	86
Figura 4.6 – Representação da Carga Mecânica	86
Figura 4.7 – Ligações de potência entre os modelos.....	87
Figura 4.8 – Malhas de controle de velocidade do motor <i>Brushless</i>	88
Figura 4.9 – Controle de Torque Vetorial.....	90
Figura 4.10 – Aplicação do controle vetorial ao modelo	91
Figura 4.11 – Diagrama de blocos do controle vetorial	92
Figura 4.12 – Diagrama de Blocos proposto por Rashid para geração do Sinal PWM.....	93
Figura 4.13 – Geração do Sinal PWM	94
Figura 4.14 – Sinais de entrada do Bloco PWM.....	95
Figura 4.15 – Sinais PWM gerados para cada fase.....	96
Figura 4.16 – Circuito completo de controle do motor <i>Brushless</i>	96
Figura 5.1 – Circuito utilizado para simulações do inversor de frequência.....	100
Figura 5.2 – Tensões Monofásicas em detalhe – Equivalente Resistivo	101
Figura 5.3 – Tensões Trifásicas V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} – Equivalente Resistivo	102
Figura 5.4 – Correntes monofásicas A, B e C – Equivalente Resistivo	103
Figura 5.5 – Corrente no Barramento DC – Equivalente Resistivo	104
Figura 5.6 – Tensões Monofásicas em detalhe – Switched Power Junctions	105
Figura 5.7 - Tensões Trifásicas V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} – Switched Power Junctions	106
Figura 5.8 – Correntes monofásicas a, b e c – <i>Switched Power Junction</i>	107
Figura 5.9 – Corrente no Barramento DC – Switched Power Junctions	108
Figura 5.10 – Acionamento do Motor em Malha Aberta.....	109
Figura 5.11 – Tensões monofásicas V_a , V_b , V_c	110
Figura 5.12 – Tensões entre Fase V_{ab} , V_{bc} e V_{ca}	110
Figura 5.13 – Correntes das fases a, b e c	111
Figura 5.14 – Vista detalhada da corrente na fase A.....	112

Figura 5.15 – Corrente no Barramento DC	112
Figura 5.16 – Curvas de Velocidade e Torque do Motor	113
Figura 5.17 – Curvas de Torque e Velocidade do Motor Controlado – Inversor EQR	115
Figura 5.18 – Correntes I_d e I_q – Inversor EQR.....	116
Figura 5.19 – Energia consumida pelo motor – Inversor EQR	117
Figura 5.20 – Energia Consumida no Barramento DC – Inversor EQR	118
Figura 5.21 - Curvas de Torque e Velocidade do Motor Controlado – Inversor SPJ	119
Figura 5.22 - Correntes I_d e I_q – Inversor SPJ	120
Figura 5.23 - Energia consumida pelo motor – Inversor SPJ	121
Figura 5.24 - Energia Consumida no Barramento DC – Inversor SPJ	121
Figura A.1– Simbologia para representação da <i>Power Bond</i>	134
Figura A. 2 – Representação do Armazenador de Fluxo.....	137
Figura A. 3 - Representação do Armazenador de Fluxo	138
Figura A. 4 – Representação dos elementos dissipadores de energia..	140
Figura A. 5 – Tetraedro de Estados.....	141
Figura A. 6 – Simbologia do elemento Transformador (TF)	142
Figura A. 7 – Simbologia do elemento Girador (GY).....	143
Figura A. 8 – Exemplos de conexão da junção-0.....	144
Figura A. 9 – Exemplos de conexão da junção-1	145
Figura A. 10 – Representação em <i>Bond Graphs</i> de uma fonte de tensão e uma resistência elétrica.....	146
Figura A. 11 – Causalidade das Fontes de a)esforço b)fluxo.....	147
Figura A. 12 – Causalidade dos Transformadores: a) imposição de fluxo e b) imposição de esforço.....	148
Figura A. 13 - Causalidade dos Giradores: a) imposição de esforço e b) imposição de fluxo.	148
Figura A. 14 – Causalidade integral para o elemento C.....	149
Figura A. 15 – Causalidade integral para o elemento I.....	149
Figura A. 16 – Representação em <i>Bond Graphs</i> do capacitor e fonte de tensão	151
Figura A. 17 – Causalidade de elementos dissipadores de energia.	151
Figura A.18 – Causalidade das junções a)0 b)1	152
Figura A. 19 – Exemplos de conexão das <i>Switched Power Junctions</i> a)0s b)1s.....	156
Figura A. 20 – Junção-0s.....	157
Figura A. 21 – Junção-1s.....	158

Figura B.1- Bancada Experimental 159

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Valores obtidos no ensaio da tensão induzida no motor... 55	55
Tabela 2.2 – Valores medidos e calculados para obtenção da indutância por fase..... 57	57
Tabela 5.1 – Parâmetros utilizados nas simulações do inversor de frequência..... 100	100
Tabela 5.2 – Parâmetros utilizados para simulação do Motor..... 109	109
Tabela 5.3 – Parâmetros do controlador..... 114	114
Tabela A. 1– Exemplos de variáveis de potência e energia. 136	136

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

$I_{DS\ off}$	– Corrente remanescente do MOSFET;
$T_{e\ ref}$	– Torque eletromagnético de referência;
Φ'_a	– Fluxo magnético induzido na fase A;
Φ'_{abc}	– Fluxo magnético induzido pelos imãs permanentes no eixo de referência abc ;
Φ'_b	– Fluxo magnético induzido na fase B;
Φ'_c	– Fluxo magnético induzido na fase C;
D_n	– Diodo número “n”;
I_{rms}	– Corrente RMS;
K_e	– Constante Elétrica do Motor <i>Brushless</i> ;
K_x	– Constante elástica da mola;
L_L	– Indutância da carga de teste do Inversor;
Q_e	– Carga elétrica;
R_L	– Resistência da carga de teste do Inversor;
R_{off}	– Resistência equivalente ao MOSFET desligado;
R_{on}	– Resistência equivalente ao MOSFET ligado;
S_e	– <i>Souce of Effort</i> – Fonte de esforço em Bond Graphs;
S_f	– <i>Source of Flow</i> – Fonte de Fluxo em Bond Graphs;
S_n	– Chave do inversor número “n”;
T_e	– Torque eletromagnético;
T_i	– Constante de tempo do Controle Integrador;
V_{DC}	– Tensão no Barramento DC;
V_a	– Tensão da fase A;
V_{ab}	– Tensão entre as fases A e B;
V_b	– Tensão da fase B;
V_{bc}	– Tensão entre as fases B e C;
V_c	– Tensão da fase C;
V_{ca}	– Tensão entre as fases C e A;
V_{rms}	– Tensão RMS;
$V_{\alpha\beta}$	– Vetor de tensões no eixo de referência $\alpha\beta$;
X_L	– Reatância indutiva;
f_{PWM}	– Frequência do sinal PWM;
i_0	– Corrente elétrica de sequência zero;
i_a	– Corrente elétrica na fase A;
i_b	– Corrente elétrica na fase B;
i_c	– Corrente elétrica na fase C;
i_d	– Corrente elétrica no eixo direto;

i_q	– Corrente elétrica no eixo em quadratura;
i_α	– Corrente elétrica no eixo alfa;
i_β	– Corrente elétrica no eixo beta;
r_s	– Resistência do enrolamento do motor;
v_0	– Tensão de sequência zero;
v_d	– Tensão no eixo direto;
v_q	– Tensão no eixo em quadratura;
x_0	– Variável genérica de transformação de sequência zero;
x_a	– Variável genérica de transformação no eixo a;
x_b	– Variável genérica de transformação no eixo b;
x_c	– Variável genérica de transformação no eixo c;
x_d	– Variável genérica de transformação no eixo direto;
x_q	– Variável genérica de transformação no eixo em quadratura;
x_α	– Variável genérica de transformação no eixo α ;
x_β	– Variável genérica de transformação no eixo β ;
E_{abc}	– Tensões induzidas pelos ímãs permanentes do rotor;
I_{abc}	– Vetor de corrente elétrica trifásica no eixo de referência abc ;
L_s	– Vetor de indutâncias dos enrolamentos;
R_s	– Vetor de resistência dos enrolamentos;
V_{abc}	– Vetor de tensão trifásica no eixo de referência abc ;
V_{dq}	– Vetor de tensões no eixo de referência dq ;
V_{dqx}	– Vetor de tensões no eixo de referência dq_x ;
$e_{V_{\alpha\beta}}$	– Esforço em Bond Graphs no eixo de referência $\alpha\beta$;
$e_{V_{abc}}$	– Esforço em Bond Graphs no eixo de referência abc ;
$e_{V_{dq}}$	– Esforço em Bond Graphs no eixo de referência dq ;
$f_{V_{abc}}$	– Fluxo em Bond Graphs no eixo de referência abc ;
$f_{V_{dq}}$	– Fluxo em Bond Graphs no eixo de referência dq ;
$f_{V_{\alpha\beta}}$	– Fluxo em Bond Graphs no eixo de referência $\alpha\beta$;
i_{abc}	– Vetor de corrente elétrica no eixo de referência abc ;
i_{dq}	– Vetor de corrente elétrica no eixo de referência dq ;
$v_{\alpha\beta}$	– Vetor de tensões no eixo de referência $\alpha\beta$;
θ_e	– Posição angular elétrica do eixo do motor;
θ_m	– Posição angular mecânica do eixo do motor;
μ_e	– Ângulo da transformada de park estendida;
ω_e	– Velocidade angular elétrica;
ω_m	– Velocidade angular mecânica;

ϕ'_0	– Fluxo magnético induzido de sequência zero;
ϕ'_{rd}	– Fluxo magnético induzido no eixo direto;
ϕ'_{rq}	– Fluxo magnético induzido no eixo em quadratura;
$\phi'_{r\alpha}$	– Fluxo magnético induzido no eixo α ;
$\phi'_{r\beta}$	– Fluxo magnético induzido no eixo β ;
ϕ'_{abc}	– Vetor de Fluxos magnéticos induzido no eixo de referência abc ;
$\phi'_{\alpha\beta}$	– fluxo magnético induzido no eixo alfa e beta;
AC	– <i>Alternated Current</i> ;
BEMF	– <i>Back Electromotive Force</i>
BG	– Bond Graphs
BLDC	– <i>Brushless DC motor</i>
C	– Elemento armazenador de fluxo em Bond Graphs
DC	– <i>Direct Current</i>
EQR	– Equivalente Resistivo
GY	– Elemento Girador em Bond Graphs
I	– Elemento acumulador de esforço em Bond Graphs
IGBT	– <i>Insulated Bipolar Transistor</i>
M	– Relação de transformação dos elementos Giradores em Bond Graphs
MOSFET	– <i>Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor</i>
N	– relação de transformação dos elementos transformadores em Bond Graphs
P	– numero de pares de polos do rotor;
PWM	– <i>Pulse Width Modulation</i> ;
R	– Elemento dissipador de energia em Bond Graphs;
SPJ	– <i>Switched Power Junctions</i> ;
TF	– Elemento transformador em Bond Graphs;
TJB	– Transistor de Junção Bipolar;
U	– Sinal de controle das SPJ;
VSI	– <i>Voltage Source Inverter</i> ;
Z	– Impedância;
J	– Coeficiente do momento de Inércia do motor;
K	– Ganho proporcional do controlador PI
e	– Variável de esforço em Bond Graphs
f	– Variável de fluxo em Bond Graphs
p	– Variável de momento em Bond Graphs
q	– Variável de deslocamento em Bond Graphs

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	29
1.1	DESCRIÇÃO DO TREM DE FORÇA	30
1.2	FERRAMENTAS PARA O ESTUDO DE VEÍCULOS HÍBRIDOS	32
1.3	OBJETIVOS.....	33
1.3.1	<i>Objetivo Geral.....</i>	34
1.3.2	<i>Objetivos Específicos.....</i>	34
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	35
2.	MODELAGEM DO MOTOR <i>BRUSHLESS</i> DE CORRENTE CONTÍNUA	37
2.1	INTRODUÇÃO	37
2.2	REVISÃO DA LITERATURA	37
2.3	FUNCIONAMENTO DO MOTOR <i>BRUSHLESS</i>	38
2.3.1	<i>Construção física do BLDC.....</i>	38
2.3.2	<i>Comutação eletrônica</i>	39
2.3.3	<i>Brushless Senoidais e Não Senoidais.....</i>	40
2.4	MODELAGEM MATEMÁTICA DO MOTOR <i>BRUSHLESS</i>	41
2.4.1	<i>Equacionamento na referência da máquina.....</i>	41
2.4.2	<i>Transformada de Clarke.....</i>	42
2.4.3	<i>Transformada de Park.....</i>	43
2.4.4	<i>Considerações e Simplificações para motores senoidais.....</i>	45
2.4.5	<i>Transformada de Park Estendida.....</i>	45
2.5	REPRESENTAÇÃO DO MODELO UTILIZANDO O BOND GRAPHS	47
2.6	IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MOTOR	49
2.6.1	<i>Momento de Inércia.....</i>	50
2.6.2	<i>Resistência Elétrica</i>	51
2.6.3	<i>Indutância.....</i>	52
2.6.4	<i>Tensão induzida pelos Imãs permanentes</i>	54
2.7	VISÃO GERAL DO CAPÍTULO.....	55
3.	MODELAGEM DO INVERSOR DE FREQUÊNCIA	59
3.1	INTRODUÇÃO	59
3.2	REVISÃO DA LITERATURA	59
3.3	FUNCIONAMENTO DO INVERSOR DE FREQUÊNCIA.....	60
3.3.1	<i>Inversor Monofásico em Meia Ponte.....</i>	61
3.3.2	<i>Inversor VSI Trifásico</i>	62
3.4	CIRCUITO RESISTIVO EQUIVALENTE DO INVERSOR DE FREQUÊNCIA.....	66

3.5	REPRESENTAÇÃO DO INVERSOR DE FREQUENCIA UTILIZANDO BOND GRAPHS.....	69
3.5.1	<i>Representação via Bond Graphs utilizando o Circuito Equivalente Resistivo</i>	69
3.5.2	<i>Representação via Bond Graphs utilizando Switched Power Junctions</i>	72
3.6	CONSIDERAÇÕES GERAIS DO CAPÍTULO	78
4.	INTEGRAÇÃO DO MOTOR <i>BRUSHLESS</i> COM O INVERSOR81	
4.1	INTRODUÇÃO	81
4.2	REPRESENTAÇÃO EM BOND GRAPHS DAS TRANSFORMADAS DE CLARKE E PARK.....	81
4.2.1	<i>Transformada de Clark.....</i>	82
4.2.2	<i>Transformada de Park</i>	83
4.2.3	<i>Transformada de Park estendida</i>	84
4.2.4	<i>Integração das transformadas</i>	84
4.3	REPRESENTAÇÃO DA CARGA MECÂNICA.....	85
4.4	CONEXÕES DE POTÊNCIA	86
4.5	CONTROLE DE VELOCIDADE DO MOTOR <i>BRUSHLESS</i>	87
4.5.1	<i>Controle através de comutação por sensores Hall</i>	88
4.5.2	<i>Controle Vetorial</i>	88
4.6	ACIONAMENTO DO INVERSOR UTILIZANDO PWM.....	92
4.7	CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O CAPÍTULO	96
5.	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	99
5.1	INVERSOR DE FREQUÊNCIA.....	99
5.1.1	<i>Equivalente Resistivo</i>	101
5.1.2	<i>Switched Power Junctions.....</i>	104
5.2	MOTOR <i>BRUSHLESS</i>.....	108
5.2.1	<i>Motor acionado sem controle de velocidade.....</i>	109
5.3	CONTROLE VETORIAL	114
5.3.1	<i>Inversor Equivalente Resistivo + Motor Brushless.....</i>	114
5.3.2	<i>Inversor (SPJ) + Motor Brushless</i>	119
5.4	CONSIDERAÇÕES GERAIS DO CAPÍTULO	122
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	123
6.1	APLICABILIDADE DO BOND GRAPHS.....	124
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	125
6.3	PUBLICAÇÕES.....	126

APÊNDICE A - CONCEITOS BÁSICOS DE BOND GRAPHS..	133
A.1 INTRODUÇÃO	133
A.2 FUNDAMENTOS DA REPRESENTAÇÃO POR BOND GRAPHS....	134
A.2.1 <i>Variáveis de potência</i>	134
A.2.2 <i>Variáveis de Energia</i>	135
A.3 ELEMENTOS BÁSICOS DE BOND GRAPHS (1-PORT).....	136
A.3.1 <i>Elementos Armazenadores de Energia.....</i>	136
A.3.2 <i>Elementos Dissipadores de Energia.....</i>	139
A.3.3 <i>Fontes de Esforço e fluxo</i>	140
A.3.4 <i>Tetraedro de Estados.....</i>	140
A.4 ELEMENTOS 2-PORT	141
A.4.1 <i>Transformadores (TF).....</i>	141
A.4.2 <i>Giradores (GY).....</i>	142
A.5 JUNÇÕES DE POTÊNCIA	143
A.5.1 <i>Junção-0 (0-Junction)</i>	143
A.5.2 <i>Junção-1 (1-Junction)</i>	144
A.6 CAUSALIDADE	145
A.6.1 <i>Fontes</i>	146
A.6.2 <i>Transformadores e Giradores</i>	147
A.6.3 <i>Armazenadores de Energia</i>	148
A.6.4 <i>Dissipadores de Energia</i>	151
A.6.5 <i>Junções</i>	151
A.6.6 <i>Algoritmo para definir as causalidades</i>	152
A.6.7 <i>Laços Algébricos</i>	153
A.7 ELEMENTOS MODULADOS.....	154
A.8 SWITCHED POWER JUNCTIONS	154
A.8.1 <i>Representação matemática da SPJ.....</i>	155
A.8.2 <i>Representação Gráfica da SPJ.....</i>	156
A.9 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO BOND GRAPHS.....	158
APÊNDICE B - BANCADA EXPERIMENTAL.....	159
ANEXO I – ARTIGO APRESENTADO NO CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - 2012.....	161
ANEXO II – ARTIGO APRESENTADO NO COBEP 2013	177

1. INTRODUÇÃO

Os veículos convencionais funcionam com a queima de combustíveis fósseis e geram altos níveis de gases poluentes no ar, como o dióxido de carbono, hidrocarbonetos, óxidos. Esses gases também são considerados como os principais contribuintes do aquecimento global (MOMOH e OMOIGUI, 2009).

Ciente do atual problema, muitas pesquisas, conforme apontadas a seguir, focam no desenvolvimento de veículos urbanos capazes de utilizar fontes alternativas de energia que poluam menos, ou até tenham emissão zero de gases poluentes.

Já existe a produção de alguns carros elétricos movidos somente a baterias, que são capazes de circular com emissão zero de gases. Durante vários anos esse tipo de veículo foi considerado como a grande solução para substituição dos atuais veículos de combustão interna e redução do nível de poluição emitida. Porém, a utilização de veículos elétricos fica limitada pela autonomia de energia que pode ser extraída das baterias e as utilizadas atualmente possuem autonomia média menor que de 120 km (CHELI, MAPELLI, *et al.*, 2008). Outro grande problema das baterias é o tempo requisitado para carregá-las até o estado de carga total, geralmente 8 horas, muito elevado quando comparado aos 20 minutos necessário, em média, para encher o tanque de combustível de um veículo comum (MOMOH e OMOIGUI, 2009).

A solução encontrada, que une a redução da emissão dos poluentes e a utilização de fontes alternativas de energia, é a utilização dos veículos híbridos. Esses veículos funcionam com um motor à combustão interna e com um motor elétrico alimentado por baterias. A hibridização dos veículos urbanos combina a autonomia de um motor à combustão com a redução de emissão de poluentes alcançada com uso de um motor elétrico.

Como o motor à combustão não é completamente excluído do trem de força, é necessário controlar como as fontes de energia (gerador e bateria) interagem para fornecer energia ao motor elétrico, de forma a emitir o mínimo possível de poluentes e reduzir o consumo de energia.

Para desenvolver esse controle é necessário conhecer como o conjunto do trem de força responde às diferentes requisições de torque do motor elétrico. Essas respostas podem ser conhecidas experimentalmente ou através de modelos matemáticos que representam as dinâmicas das interações de todos os componentes do trem de força.

Com um modelo confiável do trem de força é possível efetuar simulações computacionais de controladores projetados antes de testá-los nos equipamentos reais, reduzindo assim o risco de causar algum dano aos equipamentos durante os testes físicos.

1.1 DESCRIÇÃO DO TREM DE FORÇA

O trem de força de um veículo elétrico envolve todos os equipamentos necessários para fornecer e/ou gerar energia para colocar o veículo em movimento. Em um carro comum o trem de força é composto, simplificada, pelo tanque de combustível, motor à combustão e engrenagens de acoplamento com as rodas. Em um veículo puramente elétrico o trem de força é composto pelas baterias, motor elétrico e acoplamento com as rodas.

Já no caso do veículo híbrido, o trem de força é composto, além de todos os componentes do carro comum, e pelo motor elétrico, bateria conversores eletrônicos dentre outros equipamentos necessários para acionar o motor. Existem diferentes formas de interação entre os motores, que podem ser classificadas em duas categorias (MOMOH e OMOIGUI, 2009), como seguem:

1. **híbrido em série:** esta classificação se caracteriza pelo motor à combustão não ser conectado diretamente ao eixo das rodas. Esse motor fica acoplado a um gerador elétrico e funciona como fonte de energia, em conjunto com as baterias, para os motores elétricos acoplados às rodas.
2. **híbrido em paralelo:** esta classificação ainda pode ser dividida em várias categorias dependendo do grau de hibridização do veículo. Na maioria delas, o motor à combustão funciona como força motora para as rodas e o motor elétrico serve apenas como uma força auxiliar que só é utilizada em momentos onde um alto torque é requerido. Mas existem também veículos nesta configuração que podem funcionar somente com o motor elétrico ou somente com o motor à combustão.

Neste trabalho foi escolhida uma configuração híbrida em série, por ser considerada mais eficiente, principalmente em casos em que são previstas muitas paradas do veículo, como acontece em ambientes urbanos (MOMOH e OMOIGUI, 2009; XIN e WILLIAMSON, 2007).

O trem de força proposto para ser utilizado no protótipo construído na UFSC possuirá fontes mistas de energia, cada fonte com sua função específica para todo o conjunto. Todas as fontes tem o

objetivo comum de fornecer potência para o motor elétrico responsável por movimentar o veículo.

A principal fonte de energia do trem de força é um motor à combustão interna, modificado para funcionar com etanol, acoplado a um gerador elétrico formando o conjunto motogerador. Esse gerador será conectado ao barramento elétrico CC (*BUS DC*) através de um retificador controlador, responsável por transformar a tensão elétrica (corrente alternada) do gerador em níveis de tensão elétrica (corrente contínua) compatíveis com os outros componentes do circuito.

O conjunto moto gerador, por ser a maior fonte de potência, é responsável por fornecer a energia necessária para que o motor mantenha o veículo em movimento com velocidade constante. Em momentos que for necessária maior potência (acelerações, ou subidas íngremes) o motor será auxiliado por outras fontes.

Uma bateria elétrica será conectada diretamente ao barramento CC funcionando em conjunto ao gerador elétrico. A bateria possui duas funções nesse sistema: Primeiramente, é responsável por determinar o nível de tensão de operação do Barramento DC. A outra função é contribuir com o fornecimento de potência ao motor.

O retificador acoplado ao motogerador é projetado para operar como uma fonte de corrente variável, sendo necessário então que a tensão de operação seja definida externamente (nesse caso pela bateria).

Nos momentos em que o moto gerador estiver fornecendo toda sua potência e, ainda assim, o motor exigir mais energia para manter seu movimento, a bateria assume então a sua segunda função, na qual deixa de ser apenas referência de tensão e passa a atuar como mais uma fonte de energia ao motor.

As baterias, apesar de possuírem uma alta densidade de energia, possuem baixa densidade de potência e sua vida útil é muito afetada pela quantidade (e pela velocidade) das cargas e descargas que ela sofre durante a operação (WONG, IDRIS, *et al.*, 2011). Para reduzir o estresse das cargas e descargas da bateria também será acoplado ao barramento um supercapacitor através de um conversor CC-CC.

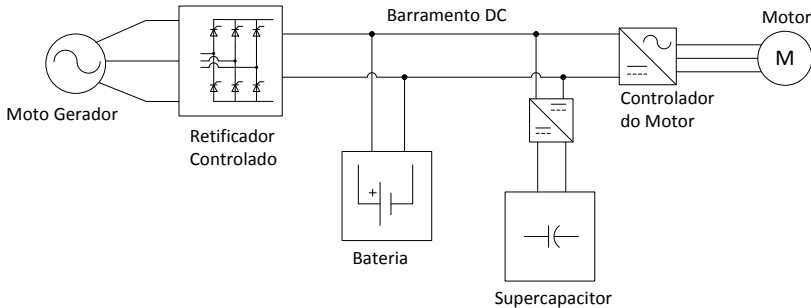
Os supercapacitores são capazes de fornecer altos níveis de potências em um curto período de tempo, é um dispositivo robusto, com baixa manutenção e uma longa vida útil (WONG, IDRIS, *et al.*, 2011). Portanto, este tipo de componente possui a função de fornecer a potência necessária para complementar a potência fornecida pelo gerador elétrico nos momentos em que o motor exigir.

Ainda conectado ao barramento DC existe um inversor de frequência controlado responsável por converter a potência fornecida a

este barramento para o motor elétrico. Esse inversor é capaz de trabalhar o fluxo de potência nos dois sentidos. Assim, é possível operar o motor elétrico como um gerador elétrico nos momentos de redução de velocidade, fazendo com que uma parcela da energia transferida ao motor seja recuperada e utilizada para recarregar o capacitor ou as baterias.

A Figura 1.1, a seguir, ilustra de forma simplificada a conexão entre todos os componentes do trem de força.

Figura 1.1 - Esquemático de conexões do trem de força



1.2 FERRAMENTAS PARA O ESTUDO DE VEÍCULOS HÍBRIDOS

Existem vários trabalhos publicados que utilizam ferramentas de análise e modelagem de veículos híbridos para estudar as diferentes categorias de hibridização, avaliando características como eficiência e perdas, e também a influência de fatores externos no rendimento dos motores.

Um estudo das duas principais classificações de veículos híbridos através de modelos e simulações desenvolvidas na ferramenta ADVISOR (XIN e WILLIAMSON, 2007) mostrou que a configuração em série, apesar de não obter o máximo rendimento do motor à combustão, possui um rendimento melhor do que a configuração em paralelo. Já Gao (2006), introduz a ferramenta GME (*Generic Model Environment*) para modelar um veículo elétrico e testar o desempenho de uma bateria utilizada como fonte de energia.

Existem também ferramentas baseadas no ambiente Matlab/Simulink® (YU-SEONG, 2009), em que o autor utiliza a

ferramenta SimDriveline™ para modelar um motor a diesel e o controle é executado utilizando o SimPowerSystems™, mostrando que com esses aplicativos é possível fazer uma análise do desempenho dinâmico do veículo.

Uma comparação entre as principais ferramentas de modelagem de veículos híbridos é apresentada por Gao, Mi e Emadi (2007), dentre as ferramentas utilizadas estão PSAT, ADVISOR e PSIM. Nesse trabalho o autor ainda faz uma breve introdução da utilização do Bond Graphs para a modelagem de um veículo híbrido.

A natureza gráfica da representação por Bond Graphs separa a estrutura de um sistema das suas equações, tornando esta ferramenta ideal para analisar a interação entre os componentes de um sistema. Mesmo antes de introduzir o modelo a algum software computacional o Bond Graphs é capaz de fornecer ao usuário informações sobre restrições, laços algébricos, causalidades e a influência (positiva ou negativa) de uma simplificação considerada durante a modelagem (GAWTHROP e BEVAN, 2007).

Um passo importante durante os processos de modelagem é a definição das relações que regem este modelo para obter as suas equações dinâmicas. Para um domínio único (mecânico, elétrico, hidráulico etc.) este processo é relativamente simples, porém, quando se trata de domínios múltiplos (por exemplo, a mecatrônica) a definição das relações pode ser mais trabalhosa e muitas vezes difícil. Porém, todos os domínios físicos apresentam características em comum e podem ser representados através de componentes que modelam o seu comportamento em relação à sua troca de energia. A representação por Bond Graphs trata todos os domínios de forma genérica, adotando variáveis genéricas. Essa metodologia torna mais fácil a definição das relações nos modelos com múltiplos domínios (DAS, 2009)

Neste trabalho é dado início ao desenvolvimento do modelo completo do trem de forças de um veículo híbrido através da representação por Bond Graphs. Esta técnica se mostra como uma boa ferramenta para análise energética.

1.3 OBJETIVOS

Este trabalho é a primeira etapa para a construção da representação em Bond Graphs de todo o trem de força utilizado no protótipo de triciclo híbrido construído na Universidade Federal de Santa Catarina.

Devido à complexidade de construir a representação completa de todos os equipamentos do trem de força, os conjuntos de equipamentos foram divididos em grupos para possibilitar o estudo de cada item. Posteriormente esses elementos serão unidos possibilitando a análise do sistema completo.

Basicamente, o trem de força foi dividido em quatro grupos definidos em função de seus domínios físicos, sendo que todos eles serão unidos pelo domínio elétrico.

- 1) moto gerador e retificador controlado (mecânico/elétrico)
- 2) bateria (químico/elétrico)
- 3) supercapacitor e conversor CC-CC (elétrico)
- 4) motor *brushless* e inversor de frequência (elétrico/mecânico).

A técnica de representação por Bond Graphs foi escolhida devido às vantagens apontadas para a construção de modelos em múltiplos domínios. Além disso, a união de todos os modelos é facilitada por apresentar a mesma simbologia e notações para todos os domínios.

1.3.1 Objetivo Geral

Baseado nos temas apontados até o momento define-se como objetivo geral deste trabalho construir o modelo para o motor *Brushless* e do inversor de frequência, utilizado para acionar este motor, utilizando, para a construção destes modelos, a representação por Bond Graphs.

A criação dos modelos para estes itens foi priorizada com o objetivo de obter um perfil de demanda de potência (do barramento DC) pelo motor elétrico. Com este perfil de demanda é possível futuramente analisar se o moto gerador, bateria e supercapacitor são capazes de fornecer a corrente elétrica necessária para alimentar o motor nas diversas condições operacionais urbanas.

1.3.2 Objetivos Específicos

A partir deste objetivo geral, destacam-se alguns pontos que podem ser tratados como básicos para o trabalho:

- 1) Estudar técnica de representação de modelos por Bond Graphs:
 - a) Ler de Livros e Artigos técnicos que abordam a teoria e aplicações desta técnica;

- b) Aperfeiçoar o conhecimento em Bond Graphs através de um intercâmbio de estudos por dois meses à Universidade Nacional de Río Cuarto (Argentina) para troca de conhecimentos sobre a representação por Bond Graphs.
- 2) Modelagem do Motor *Brushless*:
- a) Estudar o princípio de funcionamento do Motor *Brushless*;
 - b) Definir a metodologia de construção do modelo para o Motor;
 - c) Estudar as equações dinâmicas (transformações de eixos de referência);
 - d) Construir a representação em Bond Graphs baseado nas equações dinâmicas do motor.
- 3) Modelagem do Inversor de Frequência
- a) Estudar o princípio de funcionamento do Inversor de Frequência;
 - b) Levantar o estado da Arte da representação de inversores de frequência;
 - c) Reproduzir os modelos em Bond Graphs propostos por outros autores;
 - d) Analisar a capacidade de transmissão de potência de cada modelo;
 - e) Propor e executar melhoria nos modelos estudados.
- 4) Validação por simulações:
- a) Avaliar a compatibilidade entre os dois modelos construídos;
 - b) Analisar a aplicabilidade destes modelos para análise energética do trem de força;

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho que segue está dividido em quatro grandes temas divididos nos capítulos seguintes. Dentro de cada capítulo é feita uma descrição mais detalhada do que é abordado.

No capítulo 0 é descrito o processo de criação da representação por Bond Graphs do modelo do Motor elétrico *Brushless*, baseado em trabalhos anteriores onde os autores estudam estes motores através de equações diferenciais.

Em seguida no capítulo 3 é desenvolvida a criação da representação do inversor de frequência necessário para acionar o motor *Brushless*.

As duas representações desenvolvidas nos Capítulos 3 e 4 necessitam de algumas transformações de variáveis para que possam trabalhar em conjunto. Portanto no capítulo 4, estas transformações são introduzidas, apresentando a importância de cada uma delas ao funcionamento do modelo. Nesse capítulo também é descrito o funcionamento do controle vetorial utilizado no inversor de frequência para controlar a velocidade do motor.

O capítulo 5 contém uma série de simulações e resultados com o objetivo de visualizar o correto funcionamento dos modelos desenvolvidos e avaliar a concordância de seus comportamentos com o esperado pela teoria.

Por fim o capítulo 6 apresenta as considerações finais do trabalho, avaliando os resultados da aplicação da técnica de Bond Graphs ao estudo do trem de forças, assim como uma sugestão de trabalhos futuros para dar continuidade ao estudo do trem de forças.

Aos leitores que não estão ambientados à técnica de representação por Bond Graphs, sugere-se a leitura do apêndice A. APÊNDICE A - Nesse apêndice é feita uma introdução aos conceitos básicos da modelagem via Bond Graphs para facilitar ao leitor a compreensão dos termos e simbologias adotados no desenvolvimento do trabalho.

2. MODELAGEM DO MOTOR *BRUSHLESS* DE CORRENTE CONTÍNUA

2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo é dedicado à construção da representação do modelo, em Bond Graphs, do motor *Brushless* que será utilizado no trem de força do protótipo do triciclo híbrido construído na Universidade Federal de Santa Catarina.

Inicialmente é feito um estudo da construção física, princípio de funcionamento e das principais características e classificações de um Motor *Brushless*. Este estudo tem por objetivo conhecer o sistema que será modelado.

A construção da representação em Bond Graphs deste motor é baseada nas equações do motor *Brushless* decompostas no sistema de coordenadas do rotor do motor. Portanto, é feita uma revisão da modelagem matemática do *Brushless* proposta por outros autores.

A partir dessa revisão, e entendido o princípio de funcionamento do motor *Brushless*, é dado início à construção da representação em Bond Graphs desse componente do trem de força. Conforme descrito nos objetivos, esse modelo é uma das contribuições deste trabalho para o estudo de todo o trem de força do triciclo.

Ao fim deste capítulo, é descrito o processo de identificação paramétrica do motor que será utilizado no protótipo. Esses parâmetros serão utilizados para as simulações de análise do modelo na sequência do trabalho.

A seguir, na seção 2.2, é feita uma breve revisão dos principais trabalhos científicos utilizados para traçar os objetivos deste capítulo.

2.2 REVISÃO DA LITERATURA

O trabalho de Vaz (2009) desenvolve uma representação em Bond Graphs para o motor *Brushless* a partir do circuito elétrico esquemático do motor. Esta representação é feita diretamente no eixo de referência *abc* do estator, para isto autor representa o Motor *Brushless* e o inversor de frequência no mesmo modelo, o que dificulta a análise independente destes componentes.

Grande parte dos trabalhos vinculados à modelagem de motores *Brushless* trabalham sobre os modelos matemáticos do motor. Exemplos destes modelos são apresentados por Monteiro (2004) e Grenier (1993).

Ambos utilizam as transformações de referencial elétrico para simplificar as equações finais do modelo. Primeiramente é feita a transformação do referencial trifásico abc do estator para o referencial bifásico $\alpha\beta$. Posteriormente este referencial é transformado para a mesma referência direta e em quadratura do motor (eixo dq). Por fim as equações são mais uma vez trabalhadas através da transformada estendida de Park para obter as equações finais simplificadas para o motor *Brushless* não Senoidal.

No trabalho de Silva *et.al* (2011) foi aplicada uma metodologia para criar a representação em Bond Graphs de um motor de indução a partir das equações matemáticas no referencial dq . Esta mesma técnica pode ser aplicada para gerar a representação do motor *Brushless* a partir das equações matemáticas obtidas por Monteiro (2004) e Grenier (1993).

2.3 FUNCIONAMENTO DO MOTOR *BRUSHLESS*

Motores de corrente contínua convencionais (motores CC) possuem os enrolamentos de armadura nos rotores. Os ímãs, que agem como enrolamentos de campo, ficam posicionados no estator. O enrolamento de armadura é alimentado por uma fonte de corrente contínua que, ao passar por um comutador mecânico, forma um campo magnético alternado, responsável por gerar o torque eletromecânico do motor (KRAUSE, WASYNCZUK e SUDHOFF, 2002).

O motor de corrente contínua sem escovas, comumente chamado de motor *Brushless* (BLDC – *Brushless DC Motors*) pode ser interpretado como o motor DC invertido, ou seja, os enrolamentos de armadura estão posicionados no estator e os ímãs de campo estão posicionados no rotor. (VAZ, DHAMI e TRIVEDI, 2009)

O motor BLDC também é conhecido como Motor Síncrono à Ímãs Permanentes em função da sua construção física (ímãs permanentes) e princípio de funcionamento (similar à um motor síncrono). Para operar este motor síncrono é necessário um inversor de frequência que converte a tensão em corrente contínua para tensão em corrente alternada trifásica com frequência proporcional à velocidade instantânea do motor. (KRAUSE, WASYNCZUK e SUDHOFF, 2002)

2.3.1 Construção física do BLDC

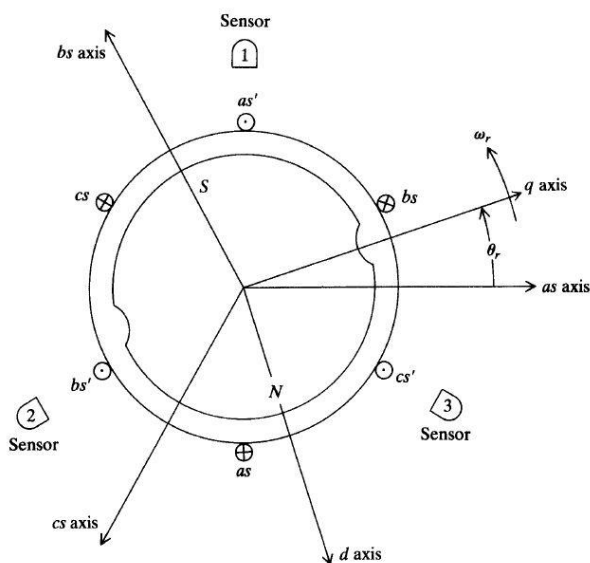
A Figura 2.1 mostra, de forma simplificada, a construção física de um BLDC. Nela é possível observar as três fases do enrolamento de

armadura (eixos abc) e os pólos do rotor do motor. Os polos do motor são referenciados aos eixos direto (eixo-d) e quadratura (eixo-q) do rotor do motor. Estes eixos estão em constante rotação em sincronia com a velocidade angular elétrica do motor.

Cada uma das fases da armadura possui um eixo que indica a direção do vetor do campo magnético gerado por ela. Ao ligar/desligar as fases, de forma sequencial, um campo magnético resultante é criado. Este campo resultante pode ser representado por um vetor girante resultante. Em estudos de máquinas elétricas este fasor é chamado de Campo Girante.

O campo magnético, gerado pelos imãs presentes no rotor, tende a se alinhar com este campo magnético girante, gerando assim o torque eletromagnético e, por consequência, o movimento rotacional do motor.

Figura 2.1 – Esquemático do Motor *Brushless*



Fonte: (KRAUSE, WASYNCZUK e SUDHOFF, 2002)

2.3.2 Comutação eletrônica

Como o enrolamento de armadura está localizado no estator, a comutação mecânica como a dos motores DC convencionais não existe. Desta forma, o BLDC necessita que a comutação da armadura ocorra

externamente através de chaves eletrônicas (VAZ, DHAMI e TRIVEDI, 2009).

A Figura 2.1 mostra também o posicionamento de três sensores de efeito hall. Estes sensores são utilizados para determinar a posição do campo magnético do rotor, e possuem uma saída analógica que indica a intensidade do campo magnético do rotor naquele ponto. Quando o polo Sul está posicionado sobre o sensor, ele possui uma saída nula, porém quando o polo Norte se aproxima do sensor, este gera um sinal analógico indicando a intensidade do campo. Estes sensores são utilizados para acionar o motor quando não existe um controle de velocidade, quando este controle está presente, os sensores Hall são utilizados apenas para determinar a posição inicial do motor.

Com o sinal dos três sensores é possível determinar qual das fases deve ser ligada ou desligada para movimentar o campo girante e manter o torque eletromagnético.

2.3.3 *Brushless* Senoidais e Não Senoidais

O movimento do campo magnético dos ímãs induz uma tensão elétrica nos terminais das três fases do motor BLDC. Esta tensão é conhecida como Força Contra Eletromotriz (BEMF – *Back Electromotive Force*). A BEMF gera um torque eletromagnético contrário ao torque gerado pelo alinhamento dos campos magnéticos explicado anteriormente. É importante, para a construção do modelo, conhecer a forma de onda da BEMF gerada pelos ímãs.

Existe uma classificação dos motores BLDC baseada no tipo de forma de onda da BEMF. Basicamente existem duas categorias de motores: os *Brushless* Senoidais e os *Brushless* Não Senoidais (VAZ, DHAMI e TRIVEDI, 2009).

A Forma de onda da BEMF é função da distribuição dos enrolamentos de armadura no estator. Ou seja, se um motor possui seus enrolamentos bem distribuídos pelas ranhuras do estator a BEMF gerada terá forma senoidal. Já os motores não senoidais podem apresentar vários tipos de distribuição. Os mais comuns são os que possuem seus enrolamentos todos concentrados em um único ponto do estator, gerando assim uma BEMF com forma trapezoidal (KRAUSE, WASYNCZUK e SUDHOFF, 2002 ; MONTEIRO, OLIVEIRAJR., *et al.*, 2011).

2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA DO MOTOR *BRUSHLESS*

Para possibilitar a análise energética, e prevendo a aplicação deste modelo no estudo de todo o trem de força, será construída a representação em Bond Graphs do motor *Brushless*. A representação é baseada nas equações dinâmicas do motor.

As equações dinâmicas descritas nesta seção foram apresentadas como uma boa ferramenta para análise da resposta dinâmica do motor *Brushless* (MONTEIRO, 2004). Porém não foi feita uma análise energética deste modelo.

O equacionamento matemático¹ a seguir é descrito com foco nos motores *Brushless* com BEMF trapezoidal. As mesmas equações podem também ser utilizadas para o tipo senoidal. Quando aplicado a este tipo de motor, surgem algumas simplificações. Portanto, considera-se que o modelo para os motores não senoidais é mais completo e, esse modelo, também pode ser aplicado aos motores senoidais.

2.4.1 Equacionamento na referência da máquina

Nos motores BLDC as correntes induzidas podem ser desconsideradas, pois o rotor é composto de material com alta resistividade. Este tipo de motor também não apresenta enrolamentos amortecedores, o que simplifica as equações resultantes.

As equações das tensões (com referência nos eixos *abc* da máquina) são descritas por:

$$\mathbf{V}_{abc} = \mathbf{R}_s \mathbf{I}_{abc} + \mathbf{L}_s \frac{d\mathbf{I}_{abc}}{dt} + \mathbf{E}_{abc} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{E}_{abc} = \omega_e \boldsymbol{\Phi}'_{abc} \quad (2.2)$$

$$\omega_e = P \omega_m \quad (2.3)$$

onde \mathbf{R}_s é uma matriz diagonal 3x3 com as resistências de cada fase dos enrolamentos do estator, \mathbf{L}_s é a matriz de indutância, composta pela auto

¹ O equacionamento matemático e as considerações feitas para tal é baseado nos trabalhos de Krause, Grenier, Monteiro e Matsui. (KRAUSE e THOMAS, 1965) (GRENIER e LOUIS, 1993) (MONTEIRO, 2004) (MONTEIRO, OLIVEIRAJR., *et al.*, 2011) (MATSUI, TAKESHITA e YASUDA, 1992)

indutância de cada enrolamento na diagonal principal e as indutâncias mútuas nos demais termos, ϕ'_{abc} é o vetor de fluxo magnético gerado pelos imãs permanentes², I_{abc} é o vetor com as correntes das três fases, E_{abc} é a tensão gerada pelos imãs permanentes do rotor, ω_e é a velocidade angular elétrica, P é a quantidade de pares de polos e ω_m é a velocidade angular mecânica.

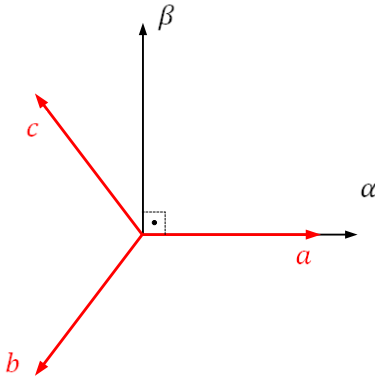
O torque eletromagnético final é definido por:

$$T_{el} = P(\phi'_a i_a + \phi'_b i_b + \phi'_c i_c) \quad (2.4)$$

2.4.2 Transformada de Clarke

A transformada de Clarke (também conhecida como transformação de concórdia) permite reduzir o sistema de coordenadas trifásicas para um sistema equivalente de duas fases (α e β) mais uma componente de sequência zero. A Figura 2.2 mostra os dois sistemas de coordenadas ABC e $\alpha\beta$, todos no mesmo plano.

Figura 2.2 – Coordenadas ABC sobre Coordenadas $\alpha\beta$



A forma genérica da transformação é determinada por:

² Este fluxo magnético é obtido através da medição das tensões geradas nos terminais das três fases quando o motor é girado sem fontes de energia externas ligadas aos enrolamentos.

$$\begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} = T_{31}x_0 + T_{32} \begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

As matrizes de transformação T_{31} e T_{32} são definidas por:

$$T_{31} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad T_{32} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde a variável x_n pode ser qualquer vetor de variáveis (tensões, corrente e fluxo)

Aplicando a transformação à eq. (2.1) obtemos as novas equações de tensão e torque eletromagnético conforme descritas nas eq. (2.7) e (2.8)

$$\begin{cases} v_0 = r_s i_0 + (L_s + 2M_s) \frac{di_0}{dt} + \omega_e \phi'_0 \\ v_{\alpha\beta} = R_s I_{\alpha\beta} + (L_s - M_s) \frac{dI_{\alpha\beta}}{dt} + \omega_e \phi'_{\alpha\beta} \end{cases} \quad (2.7)$$

$$T_{el} = P(\phi'_0 i_0 + \phi'_\alpha i_\alpha + \phi'_\beta i_\beta) \quad (2.8)$$

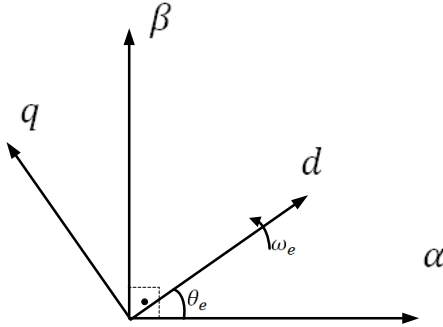
2.4.3 Transformada de Park

A transformada de Park é a transformação completa do eixo de referência abc para o eixo de referência dq . Portanto, a transformada de Clarke pode ser considerada como a primeira etapa da transformada de Park,

Com o sistema desacoplado (2.7) é possível aplicar a segunda transformação da transformada de Park. Esta transformação tem a função de passar as equações que estão no sistema de coordenadas das variáveis do estator ($\alpha\beta$) para o sistema de coordenadas do rotor (dq) como mostrado na Figura 2.3.

Como consequência desta transformação, o sistema de equações resultante está referenciado a um sistema de coordenadas rotativo, que possui a mesma velocidade angular elétrica do rotor. A principal função desta transformação é eliminar as indutâncias variáveis no tempo que surgem devido à forma construtiva dos motores.

Figura 2.3 – Representação gráfica da transformada de Park.



A transformação de Park é definida por:

$$\begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} = T_{31}x_0 + T_{32}P_A(\theta_e) \begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

A matriz de transformação $P_A(\theta_e)$ é definida como:

$$P_A(\theta_e) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_e) & -\sin(\theta_e) \\ \sin(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

$$\theta_e = P\theta_m \quad (2.11)$$

O ângulo θ_e é a posição angular elétrica do rotor.

Como pode ser observado em (2.9), a transformada de Park somente é aplicada aos eixos α e β .

O novo sistema de equações das tensões é:

$$\begin{cases} v_d = r_s i_d + (L_s - M_s) \frac{di_d}{dt} - (L_s - M_s) \omega_e i_q \\ v_q = r_s i_q + (L_s - M_s) \frac{di_q}{dt} + (L_s - M_s) \omega_e i_d + P\phi'_{rq} \omega_m \end{cases} \quad (2.12)$$

E o torque resultante é definido por:

$$T_{el} = P(\phi'_0 i_0 + \phi'_{rd} i_d + \phi'_{rq} i_q) \quad (2.13)$$

2.4.4 Considerações e Simplificações para motores senoidais

A teoria de máquinas elétricas diz que todo fluxo magnético induzido pela armadura no eixo direto (eixo-d) do rotor é responsável por gerar e manter o campo magnético dos polos. Já o fluxo magnético induzido pela armadura no eixo em quadratura (eixo-q) do rotor é responsável por gerar o torque eletromagnético responsável pelo giro do rotor.

Em motores onde os enrolamentos de campo são substituídos pelos ímãs permanentes, não é necessário induzir fluxo magnético no eixo direto (ϕ'_{rd}). As máquinas deste tipo e que possuem distribuição senoidal dos enrolamentos de armadura não apresentam fluxo magnético no eixo direto, ou seja, ϕ'_{rd} é nulo (GRENIER e LOUIS, 1993). Considerando ainda que a máquina seja simétrica, assume-se que o fluxo de sequência zero (ϕ'_0) também é nulo (quando o eixo d está corretamente alinhado ao motor). Portanto a equação (3.13) pode ser simplificada de forma a obter:

$$T_{el} = P\phi'_{rq}i_q \quad (2.14)$$

Onde o fluxo em quadratura (ϕ'_{rq}) é constante e o torque eletromagnético é controlado somente através da corrente em quadratura.

2.4.5 Transformada de Park Estendida

Para motores não senoidais que possuem as fases conectadas em estrela, pode-se também assumir que o fluxo ϕ'_0 é nulo. Porém o mesmo não é válido para a simplificação de ϕ'_{rd} .

Portanto, para obter uma equação de torque simplificada como (2.14), outra transformação de coordenadas é necessária.

Esta transformação é uma variação da transformada de Park e foi nomeada de Transformada de Park Estendida, definida por:

$$\begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} = T_{31}x_0 + T_{32}P_A(\theta_e + \mu_e) \begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

A transformada de Park estendida possui um ângulo variável (μ_e) de referência de coordenadas, somado ao ângulo de transformação anterior (θ_e). A função deste novo ângulo é forçar o fluxo ϕ'_{rd} zero.

Para obter este fluxo nulo a relação (2.16) deve ser obedecida:

$$P_A(\theta_e + \mu) \begin{pmatrix} 0 \\ \phi'_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi'_{r\alpha} \\ \phi'_{r\beta} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

ou

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_e + \mu_e) & -\sin(\theta_e + \mu_e) \\ \sin(\theta_e + \mu_e) & \cos(\theta_e + \mu_e) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \phi'_{rq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi'_{r\alpha} \\ \phi'_{r\beta} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Resolvendo o sistema acima, a expressão para μ_e e ϕ'_{rq} são:

$$\mu_e = \arctan\left(\frac{-\phi'_{r\alpha}}{\phi'_{r\beta}}\right) + \theta_e \quad (2.18)$$

$$\phi'_{rq} = \sqrt{\phi'^2_{r\alpha} + \phi'^2_{r\beta}} \quad (2.19)$$

Neste momento é importante enfatizar que os fluxos $\phi'_{r\alpha}$ e $\phi'_{r\beta}$ são cíclicos e característicos de cada motor. Estes valores devem ser calculados a partir dos fluxos ϕ'_{abc} medidos e inseridos no modelo como uma tabela de valores.

Por fim, as equações de tensões e torque eletromagnético resultantes após a transformação estendida de Park são:

$$\begin{cases} v_d = r_s i_d + (L_s - M_s) \frac{di_d}{dt} - (L_s - M_s) \left(\omega_e - \frac{d\mu}{dt}\right) i_q \\ v_q = r_s i_q + (L_s - M_s) \frac{di_q}{dt} + (L_s - M_s) \left(\omega_e - \frac{d\mu}{dt}\right) i_d + P \phi'_{rq} \omega_m \end{cases} \quad (2.20)$$

$$T_{el} = P \phi'_{rq} i_q \quad (2.21)$$

A equação do torque descrita por (2.21) é simples como a equação (2.14) anterior. Porém para motores não senoidais o fluxo ϕ'_{rq} é cíclico e variável definido por (2.19).

Vale enfatizar que as equações (2.18) a (2.21) também são válidas para motores senoidais, porém as equações (2.18) e (2.19) conduzirão a μ_e nulo e ϕ'_{rq} constante quando aplicados a este tipo de motor. Assim a equação (2.20) será simplificada para a equação (2.12). Portanto ambos os tipos de motores podem ser representados pelo mesmo modelo.

2.5 REPRESENTAÇÃO DO MODELO UTILIZANDO O BOND GRAPHS

A metodologia para obter o modelo em Bond Graphs será a mesma abordada por Silva (2011). Em seu trabalho, o autor cria a representação por Bond Graphs para um motor de indução trifásico a partir das equações no eixo de referência dq .

Neste trabalho, a Representação por Bond Graphs do BLDC é desenvolvida baseada nas equações (2.20) e (2.21). Para cada equação pode ser construído uma representação via Bond Graphs, estas representações serão posteriormente acopladas, para formar a representação do BLDC completo.

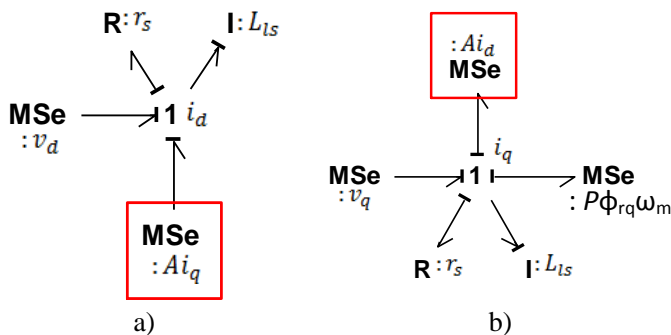
Para este modelo, além das conexões de potência do Bond Graphs, também é necessário criar uma tabela de referência das formas de onda das BEMF em função da posição angular do motor.

A Figura 2.4 apresenta a representação em Bond Graphs das tensões v_d e v_q descritas pela equação (2.20). Para simplificar a representação a variável A é definida como:

$$A = (L_s - M_s) \left(\omega_e - \frac{d\mu_e}{dt} \right) \quad (2.22)$$

Esta variável é responsável por relacionar as duas equações de tensão. Analisando a equação (2.20), percebe-se que a tensão v_d depende da corrente i_q , assim como a tensão v_q depende da corrente i_d e as duas equações são relacionadas pelo valor de A.

Figura 2.4 – Representação via Bond Graphs das equações de: a) v_d ; b) v_q



L_{ls} é definida como a diferença entre a indutância própria do enrolamento (L_s) e a indutância mútua dos enrolamentos (M_s).

A terceira equação do BLDC (2.21) que expressa a relação entre o torque eletromagnético e a corrente i_q é representada via Bond Graphs como mostrado na Figura 2.5

Figura 2.5 – Representação via Bond Graphs da equação do Torque

$$\begin{array}{c} \mathbf{MSe} \longrightarrow \mathbf{1} \longrightarrow \mathbf{MSe} \\ : P\Phi_{rq}i_q \qquad \omega_m \qquad : \tau_e \end{array}$$

Para unir os dois modelos da Figura 2.4, as duas Fontes de Esforço Moduladas (MSe) dependentes de A e das correntes i_q e i_d podem ser substituídas por um Girador Modulado (MGY). O Girador tem a função de gerar um esforço (tensão) na saída em função do fluxo (corrente) de entrada.

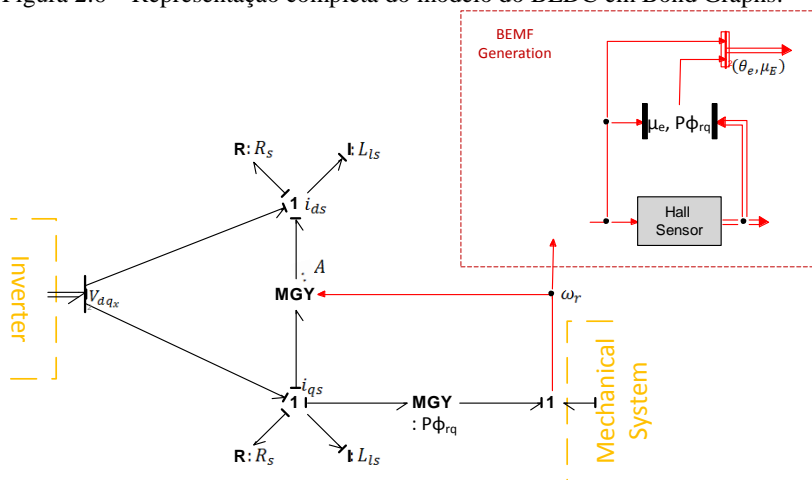
A Figura 2.6 mostra o modelo completo já com a inclusão do Girador unindo os dois modelos da Figura 2.4. O valor da variável A é calculado no bloco “A” baseado em outros parâmetros do modelo de acordo com (2.22).

No modelo da Figura 2.4.b existe outra fonte de esforço modulada. Esta fonte gera uma tensão elétrica diretamente proporcional à velocidade angular mecânica do motor. No modelo da Figura 2.5 existe uma fonte de esforço modulada dependente de i_q . As duas fontes possuem o fator comum $P\phi'_{rq}$. Portanto, os dois modelos também podem ser unidos substituindo as duas fontes de esforço moduladas por um girador modulado, cujo fator de modulação é $P\phi'_{rq}$.

Esta substituição também pode ser observada no modelo completo da Figura 2.6. Neste modelo completo também são apresentados os blocos responsáveis pela geração da BEMF induzida pelos ímãs permanentes. Esta geração é baseada nos estados dos três sensores Hall, em que cada combinação de sensores ligados e desligados gera uma condição equivalente das três BEMF.

Com as formas de onda é possível calcular os valores de μ_e e ϕ'_{rq} utilizando (2.18) e (2.19).

Figura 2.6 – Representação completa do modelo do BLDC em Bond Graphs.



2.6 IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MOTOR

O motor que será utilizado no protótipo é vendido comercialmente como um motor para eletrificação de motocicletas. Este motor é comercializado para *Enertrac Corporation*³.

O motor que será utilizado no protótipo é apresentado na Figura 2.7. Nesta figura o motor está montado na bancada de testes desenvolvida para estudar o comportamento do motor e futuramente será utilizada para validação do modelo.

O motor é montado no centro da roda (área preta central) e já é comercializado com os raios e roda para montagem do pneu.

Para utilizar o modelo descrito anteriormente para estudar este motor, é necessário identificar alguns parâmetros básicos do motor.

Estes parâmetros são: Número de pares de polos (P), Resistência do Enrolamento (R_s), Indutância por fase (L_s), Constante de tensão do motor (K_e), inercia rotacional (J).

As únicas informações fornecidas pelo fabricante sobre o motor são relativas à quantidade de polos e à forma de onda da tensão induzida pelos ímãs. O motor que será estudado possui quatro polos, ou seja, o

³ Mais informações no site: <http://www.enertrac.net/>

número de pares de polos é igual a dois ($P = 2$). A forma de onda da tensão induzida pelos imãs possui a forma trapezoidal.

Os outros parâmetros devem ser estimados a partir de alguns procedimentos, que serão descritos nas subsecções 2.6.1 a 2.6.4.

Figura 2.7 – Motor *Brushless* que será utilizado no protótipo



2.6.1 Momento de Inércia

Para estimar o momento de inércia do motor assume-se que a massa de toda a roda está concentrada na região central do motor (parte preta). Portanto podemos representar todo o conjunto como um cilindro com distribuição de massa uniforme.

O momento de inércia deste cilindro é calculado a partir de:

$$J = \frac{1}{2} MR^2 \quad (2.23)$$

A massa medida para o motor é de 32 kg e o raio do cilindro é 0,14 m. Portanto o momento de inércia aproximado deste motor é:

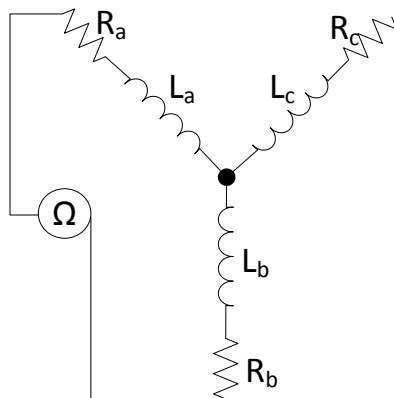
$$J = 0,3136 \text{ kgm}^2$$

2.6.2 Resistência Elétrica

A resistência elétrica dos enrolamentos é obtida utilizando um medidor de resistência elétrica. Neste caso foi utilizado um multímetro digital de bancada da marca Agilent™, modelo: 34401A.

Os motores *Brushless* possuem a ligação entre os três enrolamentos em forma de estrela sem neutro acessível, ou seja, as três fases do motor são conectadas internamente ao motor (conforme mostrado na Figura 2.8). Desta forma, para medição da resistência de cada fase é necessário medir a resistência entre duas fases (Figura 2.8) e dividir este valor por dois. Para que esta divisão seja válida, deve-se assumir que as três fases do motor são muito similares.

Figura 2.8 – Ligação do instrumento para medição de resistência



A medição é feita sempre entre duas fases. As resistências medidas entre as fases foram:

$$R_a + R_b = 0,051 \, \Omega$$

$$R_b + R_c = 0,054 \, \Omega$$

$$R_c + R_a = 0,052 \, \Omega$$

A resistência média das medidas é:

$$R_m = 0,052 \, \Omega$$

Portanto adota-se que a resistência por fase é igual à metade dos valores medidos. Desta forma tem-se:

$$R_s = 0,026 \pm 0,004 \, \Omega$$

A incerteza considerada no resultado final é em função da incerteza de medição do multímetro utilizado para medição. Para ter

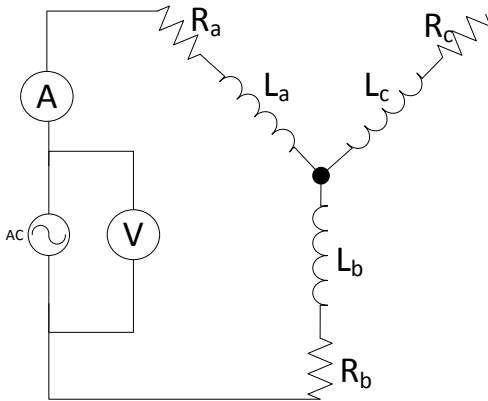
melhor confiabilidade nos resultados obtidos para a resistência, o ideal é conduzir a medição a quatro fios.

2.6.3 Indutância

A medição da indutância é feita de forma indireta, ela é calculada a partir do conceito de impedância reativa (Z). Para isto é necessário aplicar uma onda senoidal de baixa tensão e frequência conhecida e medir a tensão RMS e Corrente RMS em cada fase. Devido à conexão interna do motor, somente é possível aplicar tensão a dois enrolamentos ao mesmo tempo, portanto, a tensão RMS medida deve ser dividida por dois para obter o valor da indutância por fase.

O circuito descrito acima para medição da indutância é apresentado na Figura 2.9.

Figura 2.9 – Circuito para medição da indutância



Com estes dados é possível determinar o valor da indutância utilizando as equações à seguir:

$$Z = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} \quad 2.24$$

$$X_l = \sqrt{Z^2 - R_s^2} \quad 2.25$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} \quad 2.26$$

Em (2.23) calcula-se a impedância (Z) por fase do circuito, Em seguida pode-se decompor a impedância em resistência e reatância (eq. 2.24). A resistência do enrolamento já é conhecida, portanto calcula-se a reatância indutiva. Por fim, a partir da reatância calculada, é possível obter o valor da indutância do circuito através de (2.25) utilizando o valor da frequência do sinal aplicado.

Para aplicar a tensão senoidal foi utilizada uma fonte geradora de sinal da fabricante Unisource, modelo Fg-8102. E as tensões e correntes foram medidas através de multímetros da fabricante Minipa, modelo: ET-2076A.

Em função da limitação de potência da fonte geradora de sinal os ensaios para obtenção da indutância foram conduzidos na faixa de frequência de 5 *kHz* até 100 *kHz*. Esta faixa de frequência foi escolhida para que a impedância do circuito fosse alta suficiente para exigir menor potência da fonte.

Os ensaios foram conduzidos de forma que foram feitas medições para diferentes frequências com intervalo de aproximadamente 10 *kHz*.

A Tabela 2.2 apresenta os valores de tensão e corrente aplicados ao enrolamento do motor, assim como os resultados dos cálculos para impedância, reatância e indutância para cada uma das frequências.

A partir dos dados obtidos, calcula-se a indutância média dentre todas as frequências medidas para obter o valor de indutância (L_s) que será adotado para as simulações.

$$L_s = 5,833 \mu H$$

Este valor de indutância não é muito condizente com os valores padrões para este tipo de motor. Segundo Krause (2002), é esperado para este tipo de motor, indutância na ordem de grandeza na faixa de miliHenry (mH). Nos trabalhos utilizados como referência nesta seção, a ordem de grandeza da indutância também se mantém na faixa apontada por Krause.

Segundo Fitzgerald (2006) para os níveis de frequência utilizados durante o ensaio, a permeabilidade magnética do ferro é muito baixa, ou seja, o ferro perde a função de direcionar o fluxo magnético nos enrolamentos. Isso afeta diretamente a indutância do enrolamento, visto que, devido à permeabilidade baixa do ferro, pode-se considerar que os enrolamentos possuem núcleo de ar.

O ensaio para obter a indutância deve ser refeito aplicando tensões com frequências próximas das que o motor operará (próximo de 300 Hz). Porém, como não havia fontes com potência suficiente para

alimentar o motor nesta frequência não foi possível dar continuidade à identificação da indutância do motor.

2.6.4 Tensão induzida pelos Imãs permanentes

Em função da movimentação dos imãs no eixo do motor, existe uma tensão induzida nos enrolamentos do motor (BEMF). Como já dito nas seções anteriores, esta tensão induzida possui forma não senoidal.

Esta tensão induzida é proporcional à velocidade de giro dos imãs localizados no rotor. Portanto, é possível encontrar uma constante que relaciona a tensão induzida pelos imãs à velocidade de rotação. Esta constante é conhecida como constante elétrica do motor (K_e).

Para obter esta constante é necessário forçar a movimentação do motor através da roda e medir a tensão induzida nos terminais das três fases do motor (para isto os terminais devem estar desconectados do inversor). A constante K_e é então calculada por:

$$K_e = \frac{V_{ab}}{\omega_m} \left[\frac{V}{\frac{rad}{s}} \right] \quad (2.27)$$

Para executar este ensaio foi utilizada a bancada apresentada no APÊNDICE B - Através dessa bancada é possível colocar o conjunto motor de indução e rolo para girarem em velocidades pré definidas. O giro da roda e do motor *Brushless* é forçado por estar em contato com o rolo. Por consequência do giro da roda é possível medir a tensão gerada nos terminais elétricos do motor.

Não é possível medir a velocidade da roda, portanto a velocidade é estimada pela relação de transformação:

$$\omega_r r_r = \omega_m r_m \quad (2.28)$$

onde ω_r é a velocidade angular do rolo, r_r é o raio do rolo, ω_m é a velocidade angular do motor e r_m é o raio da roda do motor.

O raio do rolo é aproximadamente $r_r = 0,21 \text{ m}$ e o raio da roda é aproximadamente $r_m = 0,3 \text{ m}$. Portanto a relação entre as velocidades é definida por:

$$\omega_m = 0,3667 \omega_r \quad (2.29)$$

Para garantir uma boa medição da constante K_e foi medida a tensão induzida no motor para diversos patamares de velocidade (descritos na Tabela 2.1).

Tabela 2.1 – Valores obtidos no ensaio da tensão induzida no motor

Velocidade [RPM]		Velocidade do Motor [rad/s]	Tensão induzida [V]	K_e [V/(rad/s)]
Rolo	Motor			
100	36,67	3,84	4	1,042
200	73,33	7,68	7	0,912
300	110,00	11,52	11	0,955
400	146,67	15,36	15	0,977
500	183,33	19,20	19	0,990
600	220,00	23,04	23	0,998
700	256,67	26,88	26	0,967
800	293,33	30,72	30	0,977
900	330,00	34,56	34	0,984
1000	366,67	38,40	38	0,990
1100	403,33	42,24	42	0,994
1200	440,00	46,08	46	0,998
1300	476,67	49,92	49	0,982
1400	513,33	53,76	53	0,986
1500	550,00	57,60	56	0,972

Para cada patamar de velocidade foi calculado um valor para a constante K_e e o valor assumido para as simulações é igual à média destes valores. Portanto:

$$K_e = 0,984 \frac{V}{\frac{rad}{s}}$$

2.7 VISÃO GERAL DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi introduzido o princípio de funcionamento do motor *Brushless*, conceitos necessários para compreender o modelo do motor. Na sequência foi apresentada uma modelagem matemática do

motor *Brushless* e, a partir destas equações foi criada a representação em Bond Graphs do motor.

Foi conduzido também o processo de identificação dos parâmetros do motor elétrico que será utilizado no protótipo de triciclo híbrido construído na Universidade Federal de Santa Catarina.

No capítulo 5 serão conduzidas algumas simulações para este modelo, utilizando os parâmetros obtidos para verificar se a representação em Bond Graphs é capaz de emular o funcionamento do motor *Brushless*.

Para poder executar estas simulações, é necessário obter o modelo do inversor de frequência que será utilizado para acionar este motor. O capítulo 3, a seguir, descreve o processo de obtenção desse modelo.

Tabela 2.2 – Valores medidos e calculados para obtenção da indutância por fase

Frequência	Tensão Aplicada	Tensão p/ fase	Corrente	Impedância	Resistência	Reatância	Indutância
kHz	mV_{RMS}	mV_{RMS}	mA	Ω	Ω	Ω	H
5,02	51,6	25,8	120,4	0,2143	0,1	0,18952142	6,0086E-06
10,75	104	52	116,1	0,4479	0,1	0,43658359	6,4637E-06
20,56	176	88	108	0,8148	0,1	0,80865517	6,2598E-06
30,05	232	116	100	1,1600	0,1	1,15568162	6,1209E-06
40,41	275	137,5	91,7	1,4995	0,1	1,49611648	5,8925E-06
50,96	311	155,5	83,8	1,8556	0,1	1,8529121	5,7869E-06
60,05	337	168,5	79,2	2,1275	0,1	2,1251738	5,6325E-06
70,4	362	181	71,9	2,5174	0,1	2,51539829	5,6866E-06
80,69	380	190	70,6	2,6912	0,1	2,68935959	5,3046E-06
90,35	395	197,5	63,6	3,1053	0,1	3,10373537	5,4673E-06
100,78	406	203	54,6	3,7179	0,1	3,71660365	5,8694E-06

3. MODELAGEM DO INVERSOR DE FREQUÊNCIA

3.1 INTRODUÇÃO

Conforme descrito no capítulo 2 os motores *Brushless* não apresentam comutação mecânica da tensão contínua (responsável pela variação do campo magnético da armadura), portanto é necessário que a comutação ocorra externamente ao motor.

O elemento responsável pela comutação da tensão contínua é o inversor de frequência. Esse conversor comuta a tensão em corrente contínua sequencialmente nas três fases, gerando a tensão em corrente alternada necessária para movimentar o motor.

Neste capítulo estuda-se primeiramente o funcionamento do inversor de frequência, iniciando com o estudo do inversor monofásico e posteriormente o inversor trifásico. Em seguida serão estudadas duas representações em Bond Graphs para o inversor de frequência. A primeira proposta de representação baseia-se no modelo equivalente resistivo e é utilizada por diversos autores para análise de funcionamento do inversor, porém, no decorrer do trabalho, percebeu-se que esse não é um bom modelo para análise energética.

A segunda proposta de modelagem se mostra melhor para a análise do consumo e transferência de energia do inversor, porém ainda necessita melhorias. Neste trabalho é proposta uma melhoria para esse modelo, obtendo assim uma representação em Bond Graphs do inversor de frequência para executar a análise de consumo de energia do motor.

A seguir, na seção 3.2, são apresentados alguns trabalhos relacionados à modelagem de inversores. Esses trabalhos foram utilizados como base para traçar o objetivo deste capítulo.

3.2 REVISÃO DA LITERATURA

A grande maioria dos trabalhos ligados a modelagem de inversores de frequências são focados na construção de um modelo para geração das ondas senoidais, como nos trabalhos de Guedes (2006) e Vaz (2009).

Alguns autores tratam os inversores como transformadores ideais de energia e apenas utilizam uma matriz de transformação para gerar as ondas senoidais (SUDHOFF e KRAUSE, 1990).

Gonzales-Contreras (2007) utiliza a representação via Bond Graphs para fazer uma análise do comportamento do inversor de

frequência caso ocorra algum problema em seus componentes. Um trabalho semelhante é desenvolvido por Justo (2006).

Nos dois últimos trabalhos os autores utilizam um modelo baseado no modelo equivalente resistivo da chave de potência utilizada no inversor.

Junco (2007) utiliza as *switched power junctions* para simular as características de funcionamento da chave de potência e posteriormente incorpora estas chaves no modelo do inversor.

Em todos os trabalhos citados anteriormente, são feitas análises da capacidade do modelo em gerar as formas de onda de saída do inversor a partir da corrente contínua. Em nenhum deles foi feita uma análise do consumo de potência e capacidade de transmissão de potência dos modelos. Visto que a análise energética é um objetivo deste trabalho, os artigos anteriormente citados serão avaliados e adaptados para que essa análise seja possível.

3.3 FUNCIONAMENTO DO INVERSOR DE FREQUÊNCIA

O objetivo principal dos inversores de frequência é produzir uma forma de onda de tensão com corrente alternada (CA) a partir de uma fonte de tensão com corrente contínua (CC). Esta onda em corrente alternada é considerada ideal para o controle de velocidade de motores (RASHID, 2007). Isso possibilita que, através dos inversores de frequência seja possível controlar a velocidade do protótipo do triciclo híbrido.

O inversor de frequência executa a comutação da tensão CC através de chaves estáticas. Com a “abertura” e “fechamento” destas chaves a tensão CC é aplicada, alternadamente, nos terminais das três fases de saída do inversor.

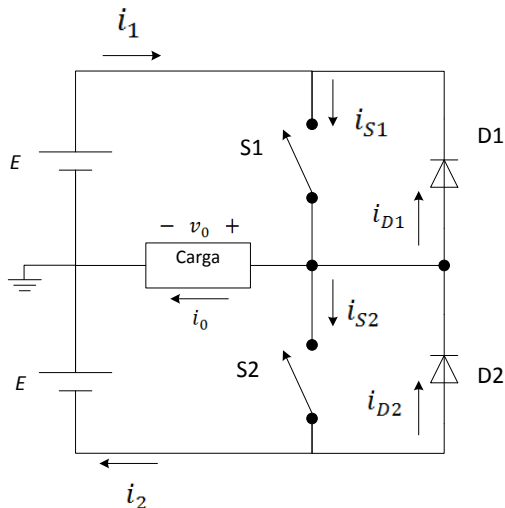
Estas chaves podem ser Transistores de Junção Bipolar (TJB), MOSFET (*Metal-Oxide Semiconductor Field-Effect Transistor* – transistor de efeito de campo metal-óxido-semicondutor), IGBT (*Insulated Gate Bipolar Transistor* – Transistor Bipolar de Porta Isolada) dentre outras chaves unidirecionais (AHMED, 2000). A escolha da chave utilizada depende da frequência de comutação que será aplicada e da potência (tensão e corrente) que a chave operará.

Para entender o princípio de funcionamento do inversor⁴, é analisado na seção a seguir o inversor monofásico para posteriormente estender o mesmo princípio para o inversor trifásico.

3.3.1 Inversor Monofásico em Meia Ponte

O circuito básico para gerar uma tensão alternada monofásica a partir de uma fonte de alimentação CC é apresentado na Figura 3.1. As chaves S_1 e S_2 ligam (ou desligam) a fonte CC à carga de modo alternado, o que produz uma tensão CA com uma forma de onda retangular. Quando a chave S_1 está ligada, a tensão CC é ligada de forma a produzir uma tensão positiva em v_0 . De forma análoga, quando a chave S_2 está ligada, a tensão CC produz uma tensão negativa em v_0 , conforme mostrado na Figura 3.2. É importante notar que as duas chaves não podem ser ligadas no mesmo instante de tempo, pois causaria um curto circuito na fonte CC.

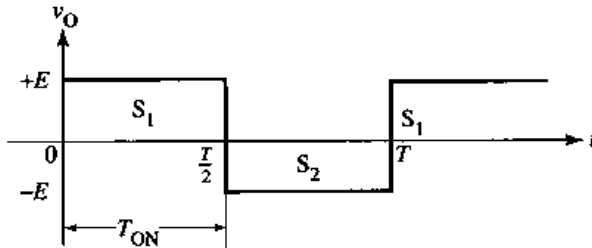
Figura 3.1 – Circuito de um inversor monofásico em meia ponte



Fonte: (AHMED, 2000)

⁴ Os inversores aqui estudados são os Inversores Fonte de Tensão (VSI – Voltage Source Inverter).

Figura 3.2 – Formas de onda da tensão do VSI Monofásico em meia ponte.



Fonte: Adaptado de (AHMED, 2000)

A carga indicada no circuito é uma carga indutiva (motor elétrico), ou seja, devido à indutância dos enrolamentos do motor, a corrente elétrica produzida não varia com a mesma velocidade da tensão aplicada. Por tal motivo, no instante em que a tensão é invertida a corrente elétrica continua fluindo no mesmo sentido durante um período de tempo (como pode ser observado na Figura 3.3, no instante $T/2$).

Como as chaves utilizadas são chaves unidirecionais (ou seja, a corrente elétrica pode fluir apenas no sentido positivo) é necessário adicionar ao circuito os diodos de retorno D_1 e D_2 para que a corrente possa fluir no sentido contrário. Estes diodos são conhecidos como Diodos de Roda Livre (AHMED, 2000).

A Figura 3.3 mostra que o diodo D_1 conduzirá corrente elétrica somente quando a tensão for positiva e a corrente negativa. Já D_2 conduzirá somente quando a tensão for negativa e a corrente positiva.

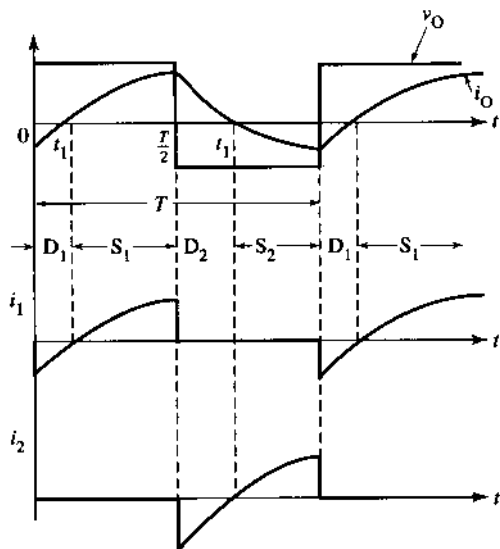
Os Diodos de Roda Livre são os elementos responsáveis por permitir que o inversor de frequência transmita potência no sentido carga-fonte, ou seja, permite que uma parcela da energia seja recuperada de volta à fonte. Essa característica é importante, pois permite que, quando oportuno, o motor deixe de consumir potência da fonte e passe a operar por alguns instantes como um gerador elétrico, fornecendo potência de volta à fonte.

3.3.2 Inversor VSI Trifásico

O inversor VSI trifásico utiliza a mesma topologia do inversor monofásico, porém cada par de chaves e diodos fornecem energia para uma fase. Dessa forma, representa-se o circuito desse inversor ampliando o circuito da Figura 3.1 para as três fases, ou seja, serão três inversores monofásicos funcionando em conjunto. A topologia

simplificada do circuito de um VSI trifásico é apresentada na Figura 3.4. Nessa figura, as chaves estáticas são representadas pelo símbolo de um TJB.

Figura 3.3 – Forma de onda da corrente na carga no VSI monofásico em meia ponte.

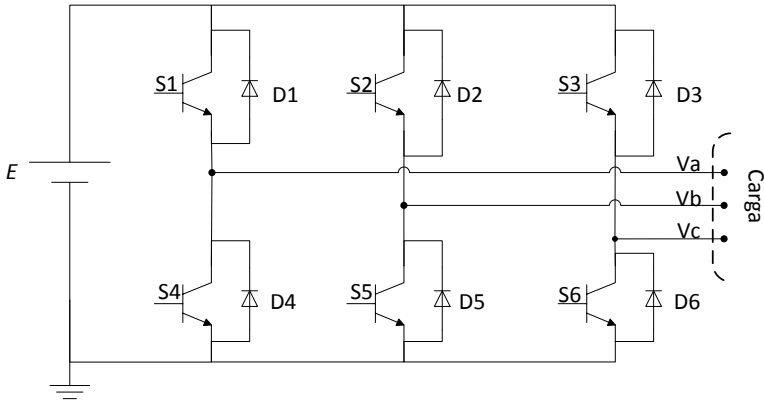


Fonte: Adaptado de (AHMED, 2000)

Uma importante diferença entre o VSI monofásico apresentado na seção 3.3.1 e o modelo descrito nesta seção, é que a tensão gerada no VSI trifásico não é referenciada diretamente a um ponto de referência com tensão nula, mas sim entre as fases. Portanto, as tensões geradas serão referenciadas de uma fase à outra.

O circuito apresentado na figura abaixo é composto por seis chaves de potência com seis diodos de retorno associados a elas. Estas chaves serão ligadas e desligadas periodicamente numa sequência correta para gerar as três tensões corretamente defasadas. Existem dois modos de chaveamento para aplicação em BLDC que podem ser utilizados para controlar as tensões de saída: a comutação por 120° e comutação por 180° . Na sequência abordam-se estes dois modos de comutação.

Figura 3.4 – Diagrama do circuito de um inversor trifásico em ponte



3.3.2.1 Comutação por 120°

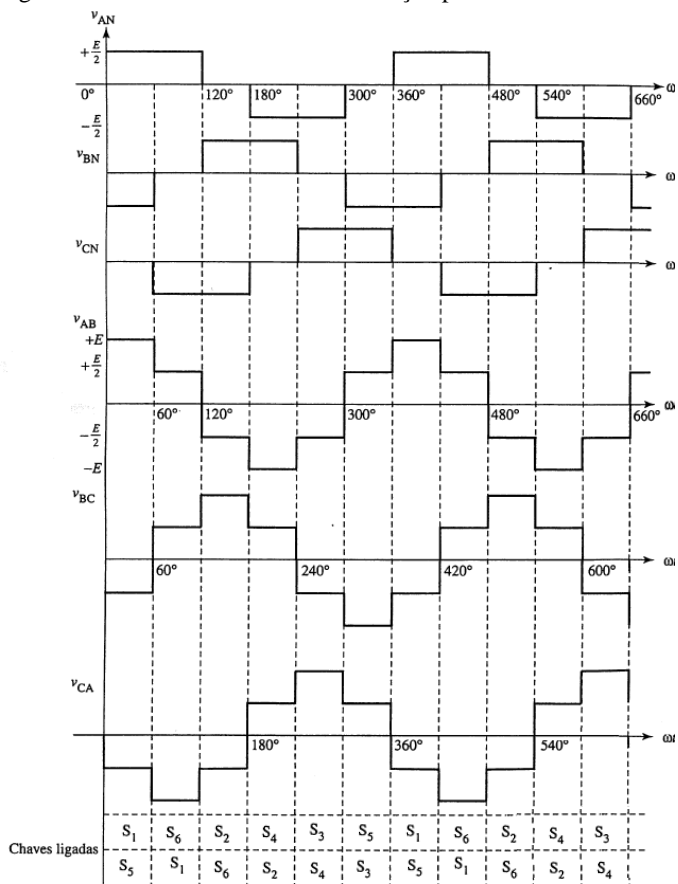
Nesta forma de comutação, as chaves são controladas para que cada uma conduza por um período de 120° elétricos. Logo, apenas duas chaves estarão conduzindo em qualquer momento (sendo uma chave do grupo superior e uma do grupo inferior). A tensão de saída gerada será sempre entre duas fases a cada comutação.

Para garantir que não ocorra um curto circuito, as duas chaves de uma mesma perna do inversor não poderão ser ligadas ao mesmo tempo. Por exemplo, se as chaves S_1 e S_4 forem ligadas no mesmo instante de tempo a corrente fluirá diretamente entre os terminais da fonte CC. Para evitar isto, na comutação por 120° é introduzido um intervalo de 60° entre o desligamento de S_1 e o ligamento de S_4 . Este mesmo princípio é aplicado às outras chaves.

Nessa forma de operação uma das fases sempre estará desconectada (sem tensão aplicada), pois a tensão será aplicada entre duas fases. Portanto, esta forma de comutação é mais bem aplicada aos motores com conexão interna em forma de triângulo (Delta). Esta forma construtiva do motor garante que toda a corrente flua por um único enrolamento do motor quando duas fases estiverem ligadas.

A Figura 3.5 apresenta as formas de onda geradas utilizando a comutação por 120° . Na figura são apresentadas as tensões da cada fase em relação a um neutro imaginário da carga (motor) e as tensões entre as fases.

Figura 3.5 – Formas de onda da comutação por 120°



3.3.2.2 Comutação por 180°

Neste tipo de comutação cada chave conduz por um período de 180° elétricos e as três pernas do inversor são ligadas ordenadamente e defasadas em 120° , ou seja, quando a chave S_1 é ligada ela conduzirá por 180° elétricos; após 120° que a chave S_1 foi ligada, a chave S_2 também é ligada e ambas conduzirão juntas por 60° até que S_1 seja desligada. Para garantir que não ocorra curto circuito na fonte DC, as chaves inferiores serão ligadas somente quando as chaves superiores forem desligadas.

A Figura 3.6 apresenta a forma de onda das tensões produzidas com a comutação por 180°. Na figura são apresentadas as tensões de cada fase em relação ao neutro da carga e as tensões entre as fases.

Este tipo de comutação é mais aplicado em motores com conexão em estrela, pois esta forma construtiva permite que duas fases sejam ligadas juntas conduzindo corrente no mesmo sentido, e a terceira fase conduz a corrente somada das outras duas (RASHID, 2007).

Conhecido o princípio básico de funcionamento dos inversores trifásicos, é possível iniciar os processos de construção dos modelos e representações que serão analisados.

Nas seções 3.4 e 3.5 serão descritas duas propostas de modelos que posteriormente serão analisadas para verificar se estão aptas para serem utilizadas em uma análise energética do trem de força.

3.4 CIRCUITO RESISTIVO EQUIVALENTE DO INVERSOR DE FREQUÊNCIA

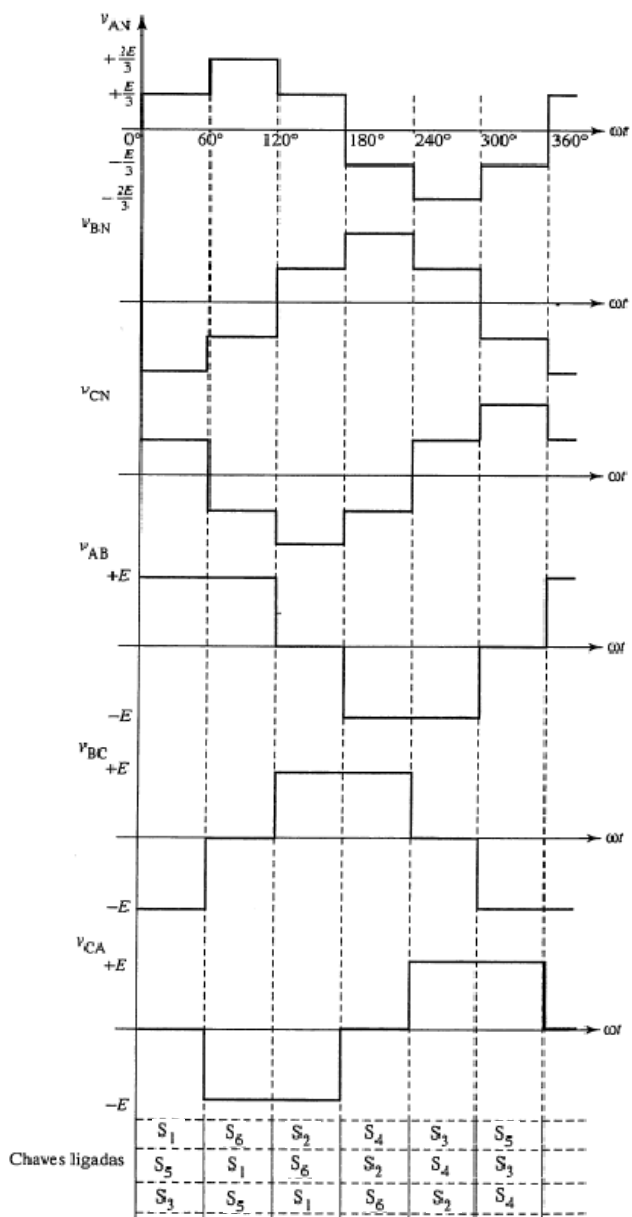
Alguns autores sugerem representar as chaves de potência do inversor de frequência por um circuito equivalente utilizando dois resistores e uma chave ideal. A chave de potência é representada por uma chave ideal e um pequeno resistor em série (R_{on}), representando sua resistência interna. Já o diodo é representado por uma resistência alta (R_{off}) conectada em paralelo ao conjunto chave e R_{on} . O circuito resistivo equivalente para uma chave é apresentado na Figura 3.7. (GONZÁLEZ-CONTRERAS, RULLÁN-LARA, *et al.*, 2007), (JUSTO, RAMÍREZ e VALDÉS, 2006).

Analisando a Figura 3.7.b, é fácil perceber que, quando a chave está aberta a corrente flui através de R_{off} . No momento em que a chave é fechada, a baixa resistência de R_{on} é conectada em paralelo à anterior. Sabendo que R_{on} é muito menor que R_{off} , considera-se a corrente flui somente pela chave e sua resistência interna.

Substituindo todas as chaves da Figura 3.4 pelo circuito equivalente resistivo da Figura 3.7.b obtém-se o circuito equivalente apresentado na Figura 3.8

Analisando somente as chaves superiores da Figura 3.8, sabe-se que sempre uma das chaves estará conduzindo, desta forma, assume-se que a potência que será fornecida para a carga flui somente pelas resistências R_{on} e que a corrente que flui por R_{off} é muito baixa. A mesma análise é válida para as chaves inferiores (GONZÁLEZ-CONTRERAS, RULLÁN-LARA, *et al.*, 2007).

Figura 3.6 – Formas de onda da Comutação por 180°



Fonte: (AHMED, 2000)

Figura 3.7 – Circuito resistivo equivalente à chave de potência

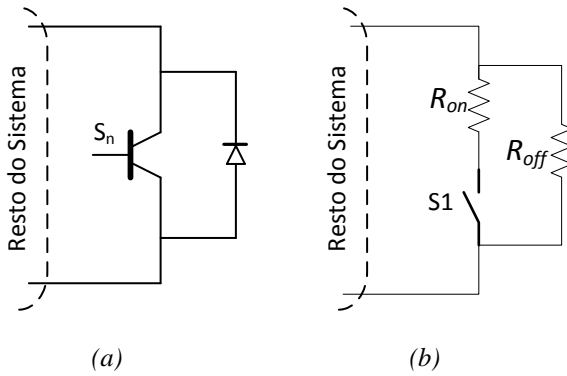
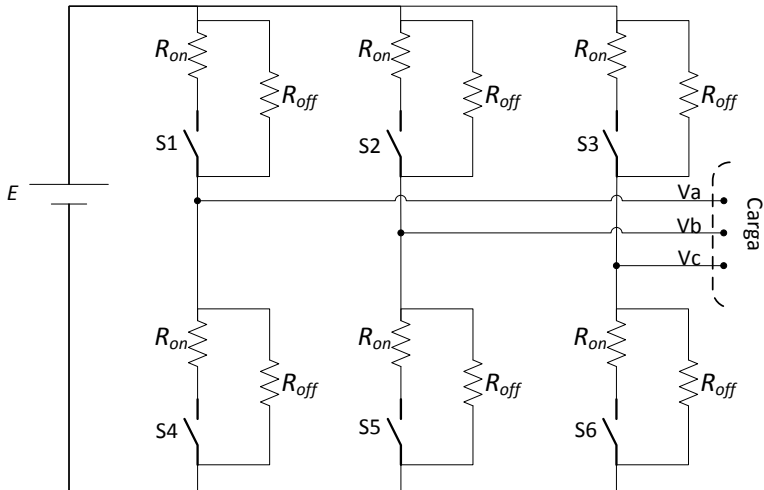


Figura 3.8 – Circuito Resistivo Equivalente do Inversor de Frequência



Esse modelo será utilizado na seção 3.5 para a construção da representação do inversor em Bond Graphs.

3.5 REPRESENTAÇÃO DO INVERSOR DE FREQUENCIA UTILIZANDO BOND GRAPHS

Para este trabalho foram adotadas duas propostas de modelos do inversor de frequência. As duas serão reproduzidas, analisadas e, se necessário, melhoradas para serem utilizadas em conjunto com o motor *Brushless*.

A primeira proposta utiliza como base o modelo que representa as chaves de potência e diodo reverso do inversor através de um circuito equivalente de resistências e chaves (seção 3.4). A segunda proposta foi criada aplicando a teoria de *Switched Power Junctions* descrita na seção A.8.

3.5.1 Representação via Bond Graphs utilizando o Circuito Equivalente Resistivo

Devido à simetria deste modelo, a construção da representação via Bond Graphs pode ser dividida em três partes. Primeiramente constrói-se a representação da chave de potência. Em seguida utiliza-se a representação da chave de potência para criar representação de uma perna⁵ do inversor. Por fim, replica-se o modelo de uma perna para as outras duas, formando o modelo completo do inversor.

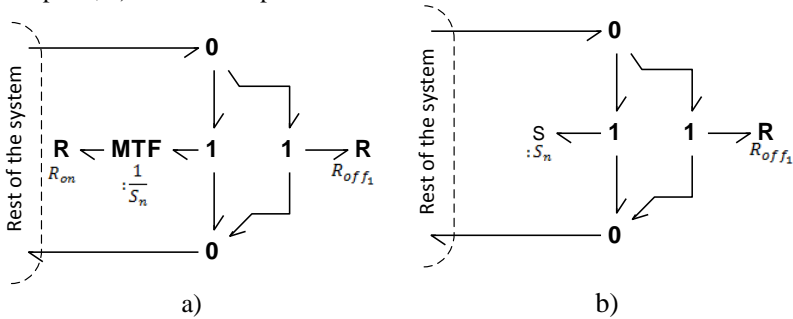
O processo de criação da representação será detalhado a seguir.

3.5.1.1 Representação da chave de potência

Como foi apresentado na Figura 3.7.b, o elemento R_{on} representa a resistência interna da chave. Esta resistência é acoplada ou desacoplada de acordo com o estado da chave. Para representar este elemento utilizando Bond Graphs, Dauphin-Tanguy (1993) sugere utilizar um transformador modulado (MTF) conectando o elemento R_{on} em paralelo à resistência R_{off} , conforme mostrado na Figura 3.9.a. Este *MTF* é modulado por um sinal booleano representando a chave ligada ($S_n = 1$) ou desligada ($S_n = 0$).

⁵ É definida como “perna” do inversor o conjunto formado pela chave de potência superior e chave inferior conectadas a uma mesma fase.

Figura 3.9 – Representação em Bond Graphs da chave de potência: a) modelo completo; b) Modelo Simplificado



Esta representação leva o sistema para um estado onde a causalidade do sistema pode assumir mais de uma combinação. Isto gera um sistema de equações com laço algébrico. Para evitar este problema, González-Contreras (2007) propôs a utilização de um elemento simplificado e com causalidade fixa⁶, para representar a chave e sua resistência interna. Este elemento é apresentado na Figura 3.9.b e possui a equação característica definida como

$$f = S \frac{1}{R_{on}} e \quad (3.1)$$

onde:

- e é o esforço imposto;
- f é o fluxo resultante;
- S é o sinal de controle e
- R_{on} é a resistência interna da chave.

3.5.1.2 Representação de uma perna do inversor

Considera-se uma perna do inversor o conjunto de chave superior e inferior responsável por comutar a tensão em uma das fases (conforme mostrado na Figura 3.10.a).

Para criar a representação em Bond Graphs desta perna, substitui-se o circuito resistivo equivalente à chave pela representação em Bond

⁶ Causalidade fixa existe quando o elemento só pode assumir uma causalidade, seja ela impondo fluxo ou impondo esforço. Este fenômeno acontece por exemplo nas fontes de esforço ou fontes de fluxo.

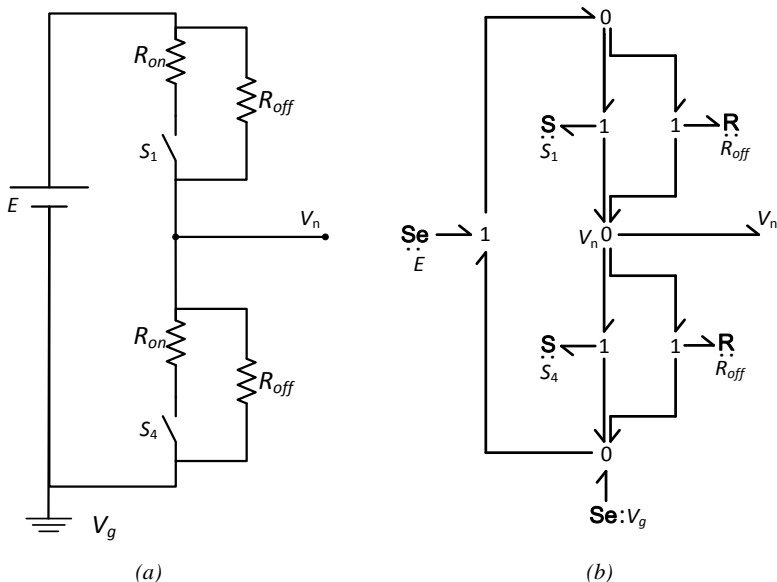
Graphs apresentada anteriormente. Adiciona-se também uma junção-0 entre a chave superior e inferior, representando o ponto de comum esforço entre as chaves, ou seja, a tensão da fase.

A Junção-0 abaixo da chave inferior representa a tensão nula do ponto de terra (através de uma fonte de esforço igual a zero). A junção-0 acima da chave superior representa o ponto de tensão positiva do barramento CC.

Para definir a diferença de potencial elétrico entre estas duas junções, utiliza-se uma fonte de esforço conectada através de uma junção-1. Essa fonte representa o ponto de entrada de potência do inversor, ou seja, o barramento CC do trem de força.

A Figura 3.10 apresenta a correspondência direta entre o circuito resistivo e a sua representação em Bond Graphs.

Figura 3.10 – Representação de uma perna do inversor: a) Equivalente Resistivo; b) Bond Graphs

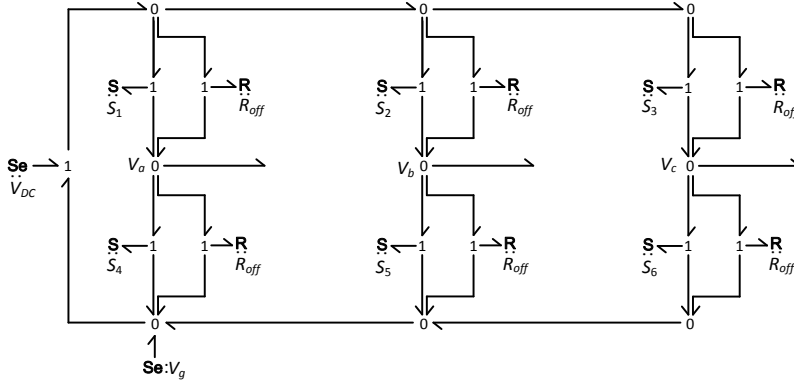


3.5.1.3 Representação completa do Inversor

A construção da representação completa do inversor é feita replicando o modelo de uma fase para as outras duas fases. Como a

fonte DC é a mesma para as três pernas do inversor, as junções-0 superiores são diretamente conectadas, fazendo assim com que o mesmo esforço seja aplicado a todas elas. O mesmo deve ser feito com as junções-0 inferiores conectando-as à tensão de terra.

Figura 3.11 – Representação em Bond Graphs do modelo completo do inversor.



A representação final da Figura 3.11 poderia ser simplificada de acordo com as regras de simplificação de Bond Graphs⁷, porém a representação mais detalhada permite executar uma melhor análise do modelo.

As três fases do inversor são conexões de potência do Bond Graphs, ou seja, elas devem ser conectadas aos outros elementos de potência para que o modelo funcione corretamente.

Nas seções de simulações e análises do capítulo 5 veremos que as resistências R_{off} , apesar de consumirem pouca corrente, são responsáveis por uma grande dissipação de energia, isso deixa o modelo impreciso em relação à análise energética.

3.5.2 Representação via Bond Graphs utilizando *Switched Power Junctions*

A construção da representação utilizando *Switched Power Junction* é feita focando na solução das dificuldades da determinação das causalidades do sistema. Para compreender a problemática da

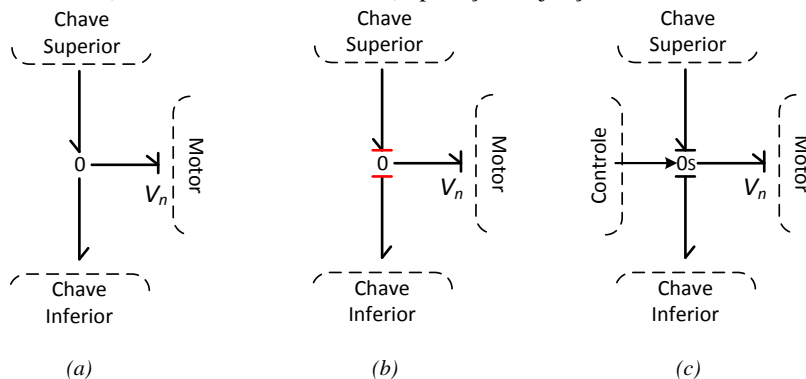
⁷ Para detalhes das regras de simplificação de Bond Graphs consultar a referência (DAS, 2009).

determinação das causalidades, a representação será desenvolvida a partir da junção-0 central de cada perna do inversor. Posteriormente a causalidade e suas alterações na representação serão estendidas para as chaves de potência.

3.5.2.1 Aplicação da SPJ à junção-0 central

Em um inversor de frequência funcionando no modo VSI, cada perna do inversor é responsável por determinar a tensão que será aplicada a cada fase de saída. Na representação por Bond Graphs, isto quer dizer que a junção-0, que representa o ponto de saída de potência do inversor, apresenta a causalidade onde a junção impõe esforço para o motor e o motor retorna um fluxo equivalente a este esforço. Esta causalidade é apresentada na Figura 3.12.a.

Figura 3.12 - Definição da causalidade do inversor: a) causalidade de saída para o motor; b) conflito de causalidades; c) aplicação da junção-0s



De acordo com as regras de definição de causalidades apresentadas na seção A.6, é necessário que apenas uma, das duas conexões restantes, defina o esforço que será imposto à junção-0. Porém, analisando o funcionamento do inversor (em que as chaves superior e inferior nunca serão ligadas ao mesmo tempo), nos momentos em que a chave superior está ligada, a chave impõe a tensão positiva existente no barramento CC à junção-0. Da mesma forma, quando a chave inferior está ligada, esta impõe a tensão nula à junção-0.

Este funcionamento gera um conflito de causalidade (Figura 3.12.b), pois duas conexões tentam impor esforço à mesma junção-0. Uma das formas de contornar este contratempo seria desenvolver

diferentes modelos para as diferentes combinações dos estados das chaves, mas isto causaria um grande esforço computacional para as simulações, visto que em cada troca do estado da chave também é alterado o modelo dinâmico que deve ser integrado.

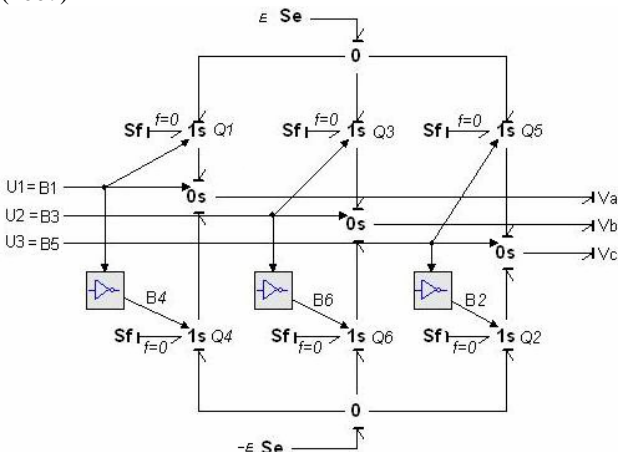
Uma forma mais simples para contornar o problema de conflito de causalidade é utilizar o conceito de SPJ (descrito na seção A.8) no qual a junção-0 é substituída por uma junção-0s (JUNCO, DIÉGUEZ e RAMÍREZ, 2007). Esta nova junção é controlada a partir do sistema de controle de disparo do inversor.

No exemplo descrito na seção A.8.2 descreve-se uma aplicação em que duas fontes de tensão poderiam determinar a tensão sobre uma carga, sendo responsabilidade da junção-0s determinar qual fonte seria conectada à carga em cada instante. Neste momento temos a mesma problemática descrita no exemplo desta seção.

Através do sinal booleano aplicado à junção-0s central de uma perna do inversor (Figura 3.12.c) é possível determinar se a chave superior ou inferior deve impor a tensão à carga.

A Figura 3.13 apresenta a utilização da SPJ para representação do inversor de frequência conforme proposto por Junco (2007).

Figura 3.13 – Representação do Inversor de frequência proposta por Junco (2007)



Fonte: (JUNCO, DIÉGUEZ e RAMÍREZ, 2007)

Na Figura 3.13 é possível ver que o autor também propõe uma nova representação para a chave de potência. Essa mudança será descrita na seção 3.5.2.2 a seguir.

3.5.2.2 Aplicação da SPJ à chave de potência

A chave de potência deve conduzir a corrente nos momentos que ela estiver acionada e a corrente nela deve ser nula (ou próximo de zero) quando estiver desligada. Para representar o funcionamento das chaves, Junco (2007) propôs representá-las utilizando uma junção-1s.

Esta junção, quando ativada, terá seu fluxo imposto pela junção-0s central que faz a conexão com o motor. Quando a chave estiver desativada a corrente da junção-1s será nula e imposta por uma fonte de fluxo (nula) ligada diretamente a ela.

Esta abordagem soluciona os conflitos de causalidade sem que seja necessário criar um modelo diferente para cada estado. Porém nesta representação não são consideradas as perdas elétricas devido à resistência interna da chave.

Para complementar o modelo proposto por Junco (2007) e incorporar as perdas térmicas da chave, neste trabalho é proposta uma nova abordagem para a representação do inversor, possibilitando representar a resistência interna da chave.

O modelo da chave foi criado baseado no modelo simplificado de um MOSFET conforme apresentado por Rashid (2007). Esse modelo (Figura 3.14.a) possui uma chave que conduz a corrente no sentido positivo (*Drain-Source Current*⁸) e um diodo responsável por conduzir a corrente reversa.

Este modelo pode ser representado por um equivalente resistivo adaptado do modelo apresentado na seção 3.4. Porém, nesta nova proposta, a chave possui duas posições de ligação. Quando a chave estiver ligada, a corrente imposta pelo motor flui através da resistência R_{on} . Quando a chave estiver desligada, a corrente flui através da resistência R_{off} . Nesta nova representação, a resistência R_{off} será nula, considerando o diodo como um diodo ideal.

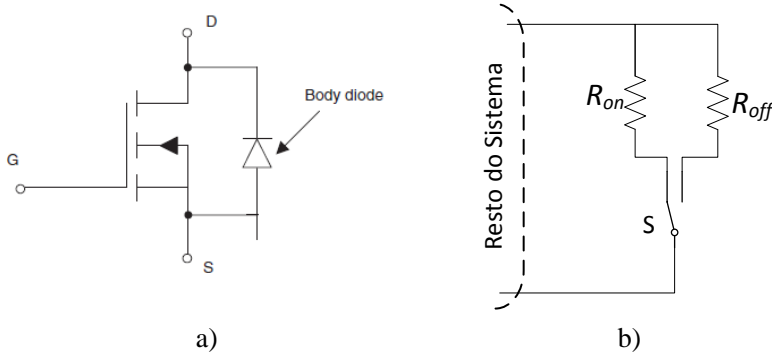
O circuito simplificado do MOSFET e o modelo proposto para a chave são apresentados na Figura 3.14.

Esta chave com dupla conexão representa a comutação do MOSFET em função da corrente aplicada em seus terminais. Desta forma, quando o MOSFET é acionado e a corrente for positiva (*Drain-Source Current*), ela flui através da chave, representada pela resistência R_{on} . Quando o MOSFET é ligado e a corrente for negativa (*Source-*

⁸ Os terminais do MOSFET são denominados: *Drain* – Dreno; *Source* – fonte; *Gate* – Porta.

Drain Current) ela flui pela resistência R_{off} . Portanto, a nova representação da chave de potência em Bond Graphs necessita monitorar o fluxo⁹ de corrente no terminal de saída do MOSFET para determinar qual resistência será acoplada ao circuito.

Figura 3.14 – a) Modelo simplificado do MOSFET e seu b) equivalente resistivo.



Em função da direção do fluxo de potência e causalidades diferenciadas para as chaves superiores e inferiores, aqui é proposta a construção de dois modelos semelhantes e que possuem a mesma forma de funcionamento, porém com estrutura diferenciada para as duas chaves. As duas representações são apresentadas na Figura 3.15.

O sinal proveniente do sistema de controle do inversor, responsável por ligar ou desligar o MOSFET, é conectado à entrada *Gate* de cada chave¹⁰. Quando o sinal for nulo, ou seja, chave desligada, a fonte de fluxo nula (S_f) determina o fluxo à junção-1s, conseqüentemente, determina o fluxo à saída da junção (semi seta apontando para fora da junção-1s).

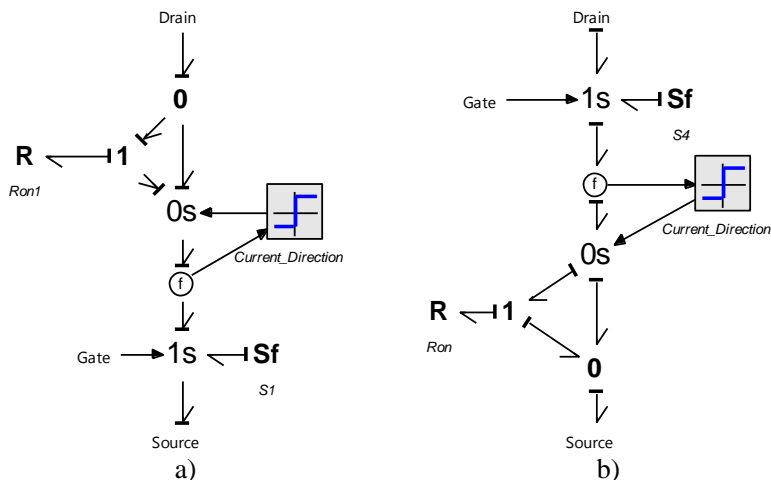
Quando o sinal de controle estiver ligado, ou seja, quando o MOSFET estiver conduzindo, a corrente será imposta pelo motor e

⁹Através de um elemento sensor de fluxo, simbolizado por uma circunferência com a letra f no centro, conforme apresentado na Figura 3.15

¹⁰Para facilitar a compreensão do que será explicado na sequência, sugere-se ao leitor acompanhar o sentido do fluxo utilizando como referência as *causal strokes* das ligações em Bond Graphs. Caso seja necessário, revisar a seção A.6.

fluirá pela chave (na chave superior a corrente do motor é imposta pela entrada *source*, na chave esta corrente é imposta pela entrada *drain*).

Figura 3.15 – Representação das Chaves a) superiores e b) inferiores



Ainda com o MOSFET conduzindo, um sensor de fluxo, em conjunto com um bloco comparador de sinal, é responsável por detectar se a corrente é positiva ou negativa e definir se a corrente deve fluir pela resistência da chave ou diretamente para os terminais do MOSFET (representando a resistência nula do diodo). Quando a corrente for positiva, a junção-0s direciona o fluxo para a resistência R_{on} e, quando a corrente for negativa, a junção direciona o fluxo para a conexão sem a resistência.

Comparando a representação proposta neste trabalho com o modelo proposto por Junco (2007), percebe-se que a nova representação da chave adicionou a resistência interna da chave. Dessa forma, é possível obter um modelo mais próximo do real para a chave de potência e portanto, obter resultados mais próximos dos reais nas análises energéticas.

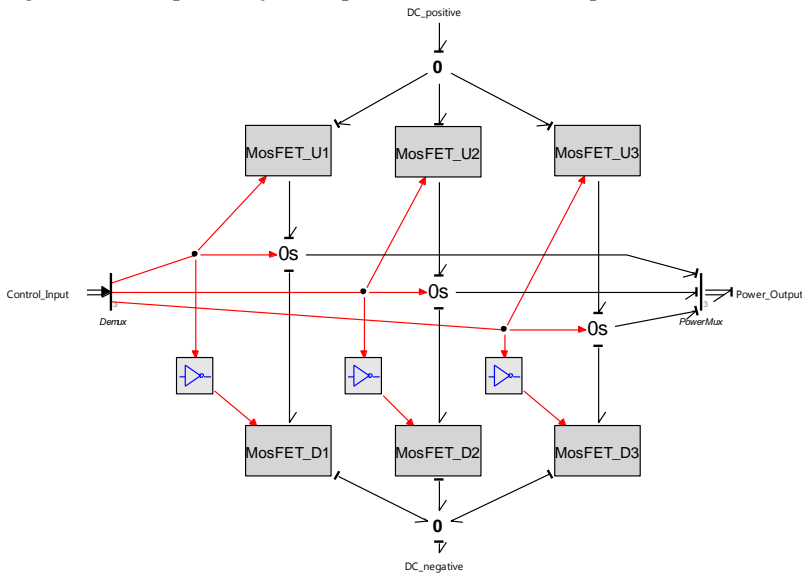
3.5.2.3 Representação completa do Inversor

O modelo final do inversor é construído substituindo-se a junção-1s do modelo proposto por Junco (2007) (Figura 3.13) pela representação proposta na seção 3.5.2.2. A Figura 3.16 apresenta o modelo final proposto para o inversor de frequência. As chaves descritas

na seção 3.5.2.2 foram inseridas através de blocos para simplificar a exibição do modelo.

As conexões de controle foram evidenciadas utilizando a cor vermelha para facilitar a diferenciação das conexões de controle e potência.

Figura 3.16 – Representação completa do Inversor de Frequência.



Nos blocos superiores foi implementado o modelo da Figura 3.15.a e nos blocos inferiores o modelo da Figura 3.15.b.

O modelo proposto acima utiliza o modo de comutação por 180°. Desta forma é necessário apenas aplicar o controle sobre as chaves superiores, pois o controle das chaves inferiores será complementar (utilizando o bloco de inversão de sinal booleano).

3.6 CONSIDERAÇÕES GERAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi proposta uma nova forma de se representar o inversor de frequência utilizando Bond Graphs. A nova representação foi desenvolvida baseada na união e adaptação de dois modelos, também descritos neste capítulo.

A representação aqui proposta será avaliada no capítulo 5 através de simulações que possibilitarão analisar a capacidade de geração das

tensões trifásicas e, também, a capacidade de transmissão de potência entre a entrada do inversor (barramento DC) e a sua saída (tensões trifásicas).

O modelo do inversor desenvolvido neste capítulo tem como objetivo acionar o modelo do motor *Brushless* descrito no capítulo 2. Porém, para que isto seja possível é necessário criar a representação por Bond Graphs das transformações entre os eixos de referências abc e dq_x descritas nas seções 2.4.2 até 2.4.5.

Estas transformações, assim como o controle aplicado para regulação de velocidade do motor, serão descritos no capítulo 4.

4. INTEGRAÇÃO DO MOTOR *BRUSHLESS* COM O INVERSOR

4.1 INTRODUÇÃO

Nos capítulos 2 e 3 foram desenvolvidas as representações, em Bond Graphs, para o motor *Brushless* e para o inversor de frequência utilizado para acioná-lo. Os dois modelos devem ser estudados como um único componente do trem de força. Para que isto seja possível é necessário integrar os modelos apresentados anteriormente.

Para a integração do modelo do motor *Brushless* desenvolvido no capítulo 2 com o modelo do inversor apresentado no capítulo 3 é necessário aplicar as transformações de Clarke e Park, transformando as conexões de potência abc da saída do inversor, para as conexões dq_x , referenciados à entrada do motor.

Em seguida à integração destes modelos, é necessário inserir um sistema de controle para acionar as chaves do inversor de frequência, para que as fases sejam ligadas e desligadas corretamente em função da posição do motor e da referência de velocidade.

Neste capítulo será proposta a de criação da representação em Bond Graphs das transformações de Clarke e Park, enunciadas no capítulo 2, descrevendo como cada transformação contribui para a integração dos modelos.

A descrição do controle vetorial também é apresentada neste capítulo, assim como a descrição de como será aplicado aos modelos em Bond Graphs. Este controle faz com que o motor seja capaz de seguir um perfil de referência de velocidade. Por fim, é descrito o funcionamento da geração do sinal de controle utilizado para acionar as chaves do inversor de frequência, conforme proposto por Rashid (2007).

4.2 REPRESENTAÇÃO EM BOND GRAPHS DAS TRANSFORMADAS DE CLARKE E PARK

Conforme enunciado anteriormente, as transformadas de Clarke e Park, introduzidas seções 2.4.2, 2.4.3 e 2.4.5, são descritas de forma que cada transformação seja feita sem perda de energia. Estas transformações estão presentes nas conexões de potência, portanto, elas são representadas através de elementos transformadores Modulados

(MTF). Para cada transformação será utilizado um elemento transformador.

Nas subseções 4.2.1 até 4.2.4 serão descritas, de forma independente, a construção da representação em Bond Graphs para cada transformação.

4.2.1 Transformada de Clark

Novamente, considerando que o motor modelado seja um motor alimentado à três fios, a componente de sequência zero x_0 da transformada de Clarke (2.5) é nula. Portanto, esta transformada tem a função de decompor o sistema de três coordenadas (abc) em um sistema de duas coordenadas ($\alpha\beta$). A relação de transformação é determinada na matriz em (2.6) (repetida em (4.1) para facilidade ao leitor).

$$T_{32} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

A equação simplificada que deve ser aplicada no elemento transformador é:

$$\begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} = T_{32} \begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Em (4.2) a variável x deve ser substituída pelo fluxo ou esforço das portas do transformador.

De forma a obedecer à causalidade do MTF, conforme apresentada na seção A.6.2, é preciso definir em qual das portas do elemento terá o fluxo imposto e qual terá o esforço imposto.

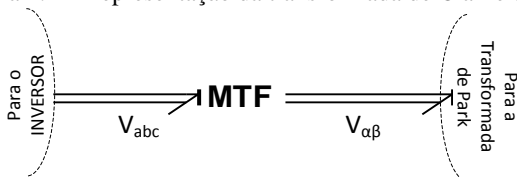
Sabe-se que o inversor de frequência é responsável por impor tensão ao motor e este, por sua vez, determina qual será a corrente resultante. Conclui-se então que o fluxo será imposto nos terminais $\alpha\beta$ e que a tensão será imposta nos terminais abc . Adota-se também que o fluxo de potência é positivo no sentido $abc \rightarrow \alpha\beta$.

Baseado nestes argumentos, a Figura 4.1 apresenta o transformador modulado representando a transformada de Clarke. As Equações de transformação deste MTF são definidas como segue:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{V_{\alpha\beta}} = T_{32} \mathbf{e}_{V_{abc}} \\ \mathbf{f}_{V_{abc}} = T_{32}^T \mathbf{f}_{V_{\alpha\beta}} \end{cases} \quad (4.3)$$

Os esforços e fluxos representados na equação (4.3) são vetores que possuem as componentes α e β , ou as componentes a , b e c , das tensões e correntes.

Figura 4.1 – Representação da transformada de Clarke em Bond Graphs



4.2.2 Transformada de Park

A transformada de Park é aplicada somente sobre as componentes nas coordenadas $\alpha\beta$, como foi apresentado na seção 2.4.3, de forma a transladar o sistema de coordenadas para o eixo direto e em quadratura do rotor do motor (coordenadas dq).

Para tal, aplica-se a transformação conforme a equação a seguir:

$$\begin{pmatrix} x_{\alpha} \\ x_{\beta} \end{pmatrix} = P_A(\theta_e) \begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Sendo a matriz $P_A(\theta_e)$ definida como:

$$P_A(\theta_e) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_e) & -\sin(\theta_e) \\ \sin(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Seguindo o mesmo raciocínio da transformada de Clarke, a variável x deve ser substituída pelas variáveis de esforço e fluxo.

Sabendo que o fluxo é imposto pelo motor, define-se que o fluxo será imposto à porta da conexão de potência do eixo de referência dq e que o esforço é imposto aos terminais $\alpha\beta$. Além disso, o sentido de fluxo positivo de potência é $\alpha\beta \rightarrow dq$.

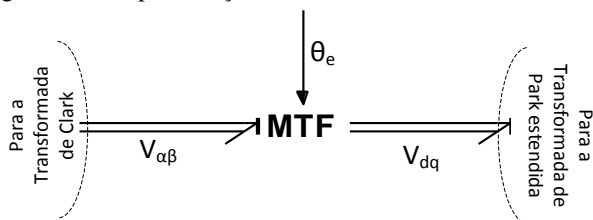
A representação desta transformada (Figura 4.2) é similar à apresentada na seção 4.2.1, porém aqui é necessário fornecer ao sistema de equações do elemento transformador, a posição angular elétrica (θ_e)

do motor. Este ângulo é obtido a partir da integração da velocidade mecânica do motor, depois de multiplicada pelo número de pares de polos (P) do motor.

O sistema de equações aplicadas ao MTF é:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{V_{dq}} = P_A^T(\theta_e) \mathbf{e}_{V_{\alpha\beta}} \\ \mathbf{f}_{V_{\alpha\beta}} = P_A(\theta_e) \mathbf{f}_{V_{dq}} \end{cases} \quad (4.6)$$

Figura 4.2 – Representação da transformada de Park em Bond Graphs



4.2.3 Transformada de Park estendida

A representação da transformada estendida de Park é muito semelhante à anterior, porém o ângulo utilizado para a mudança de eixos é o ângulo μ_e calculado segundo (2.18).

A representação gráfica é conforme apresentada na Figura 4.3. Se comparada com a transformada da seção 4.2.2, as duas transformações diferenciam-se apenas pelo ângulo utilizado para transformação.

Esta transformação translada as variáveis de esforço e fluxo do eixo dq para o eixo dq_x através da equação (4.7):

$$\begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} = P_A(\mu_e) \begin{pmatrix} x_{dx} \\ x_{qx} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

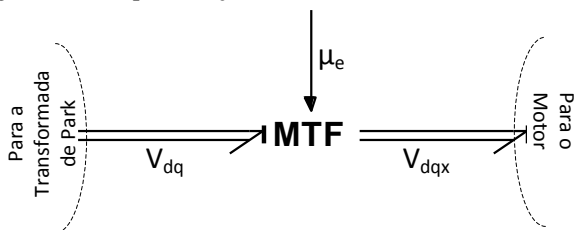
Sendo que a matriz $P_A(\mu_e)$ é definida como:

$$P_A(\mu_e) = \begin{pmatrix} \cos(\mu_e) & -\sin(\mu_e) \\ \sin(\mu_e) & \cos(\mu_e) \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

4.2.4 Integração das transformadas

Para simplificação gráfica do modelo, todas as transformações foram condensadas em um único bloco, conforme mostrado na Figura 4.4.

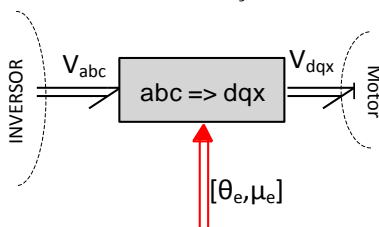
Figura 4.3 – Representação da transformada de Park estendida em Bond Graphs



O bloco de transformações possui duas ligações de potência e uma ligação de sinal. A ligação de potência entre este bloco e o inversor é representada por um vetor de potência contendo as informações de esforço e fluxo das três fases geradas pelo inversor. Já a ligação de potência entre o bloco e o motor, também representada por um vetor de potências, possui as informações de esforço e fluxo depois de transformadas para o eixo de referência dq_x .

O vetor de sinais (seta completa evidenciada em vermelho na Figura 4.4) é uma realimentação de medições do motor e possui as informações dos ângulos, θ_e e μ_E , que serão utilizados nas transformações. Esses ângulos são obtidos a partir do bloco de geração da BEMF do motor *Brushless* (conforme mostrado na Figura 2.6).

Figura 4.4 – Bloco de mudança dos eixos de referência.



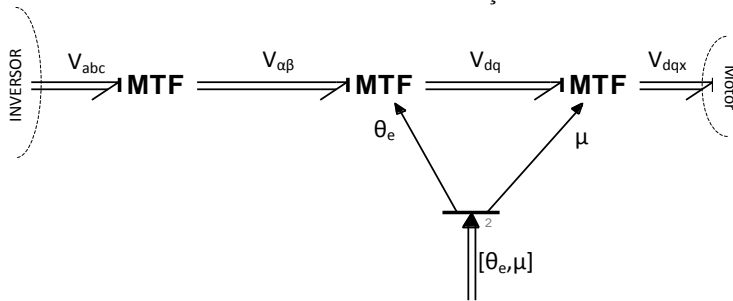
Internamente ao bloco, as transformações são conectadas conforme mostrado na Figura 4.5 a seguir.

4.3 REPRESENTAÇÃO DA CARGA MECÂNICA

Para representação da carga mecânica acoplada ao motor *Brushless* é adicionado ao modelo um bloco constituído de uma inércia mecânica (I) e de um atrito mecânico (R). O bloco da carga também contempla uma fonte de esforço modulada (MSe), o que permite a aplicação de perfis de carga variados. Esta fonte de esforço modulada

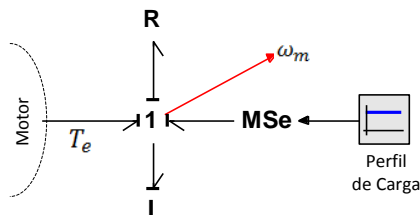
será utilizada em trabalhos futuros para simular as diferentes situações cotidianas de um veículo, onde as requisições de torque do motor podem variar.

Figura 4.5 – Conexão interna do bloco de transformação de eixos.



A configuração do bloco de carga mecânica é feita conforme a Figura 4.6 a seguir. Nesta figura é indicada também a velocidade mecânica (ω_m), medida diretamente da junção-1 deste bloco.

Figura 4.6 – Representação da Carga Mecânica

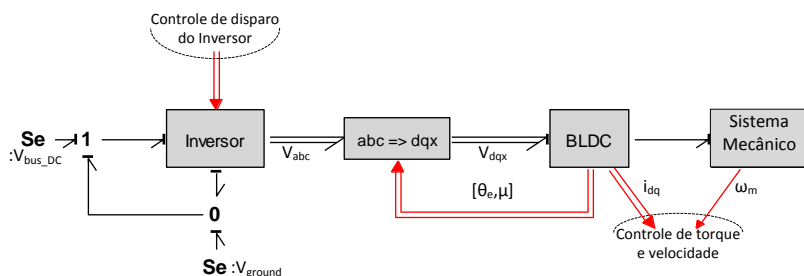


4.4 CONEXÕES DE POTÊNCIA

Com a representação em Bond Graphs das transformações de variáveis é possível montar todas as conexões de potência do modelo final que une o motor ao inversor de frequência, conforme apresentado na Figura 4.7.

Além de todos os elementos descritos nos capítulos anteriores, para completar a conexão de potência são adicionadas duas fontes de esforço (Se), uma delas representa a tensão nula ($V_g = 0 V$) e a outra fonte representa a tensão do barramento de corrente contínua ($V_{bus_DC} = 120 V$).

Figura 4.7 – Ligações de potência entre os modelos



Conforme descrito previamente no capítulo 1, o objetivo deste trabalho é obter um modelo para estudar o comportamento do motor *Brushless* para diferentes condições de carga. Portanto, o barramento de corrente contínua é considerado ideal, podendo suprir toda a potência exigida pelo motor.

Na Figura 4.7 foram apresentadas as ligações de sinais (que não transmitem potência – ligações em vermelho) que serão utilizadas no controle do motor. Conforme explicado nas seções anteriores, as transformações de eixos de referência necessitam das medições de posição angular e do cálculo do ângulo μ_e . Estes valores são fornecidos pelo modelo do motor *Brushless*, conforme descrito no Capítulo 2.

As correntes i_q e i_d (obtidas do modelo do inversor), assim como a velocidade mecânica (ω_m , obtida do bloco da carga mecânica), serão utilizadas nos controladores PI responsáveis pelo controle de velocidade do motor. Os dois controles mencionados serão explicados na seção 4.5.

4.5 CONTROLE DE VELOCIDADE DO MOTOR *BRUSHLESS*

O controle de velocidade do modelo do motor atua sobre o controle de disparo das chaves de potência do inversor de frequência, com o objetivo de produzir as tensões necessárias para alimentar o motor. Foi explicado no capítulo 2 que as chaves do inversor devem ser ligadas em uma sequência correta formando o campo magnético girante. O campo magnético dos ímãs do rotor do motor tende a se alinhar com esse campo magnético girante, resultando no movimento do motor.

Para que isto seja possível é necessário sempre conhecer a posição do rotor do motor. Uma forma de controlar a comutação das chaves do inversor de frequência é através dos sinais dos sensores hall, como descrito a seguir na seção 4.5.1.

4.5.1 Controle através de comutação por sensores Hall

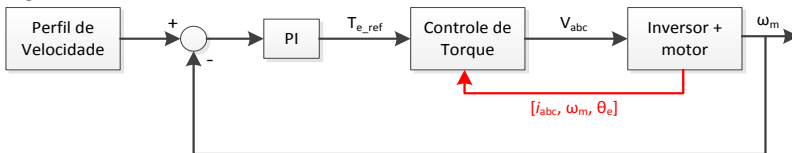
No 3 foi apresentado o método de acionamento do inversor de frequência em função dos sinais dos sensores Hall (comutação por 120° e 180°). Esta forma de comutação liga cada uma das fases na sua máxima tensão em função da posição do rotor.

Nesta forma de operação, o inversor sempre aplica a máxima corrente aos enrolamentos do motor na tentativa de alinhar o campo magnético do rotor ao campo gerado pela bobina ligada. Com a movimentação do motor, as bobinas ligadas se alteram e o rotor tende a se realinhar ao novo campo magnético gerado.

Este tipo de acionamento não permite controlar o torque aplicado ao motor e, conseqüentemente, não permite o controle de velocidade, pois, quanto maior a carga mecânica acoplada ao seu eixo, mais lento será o alinhamento do rotor com o campo magnético gerado.

Para poder controlar a velocidade do motor é necessário efetuar um controle do torque que será aplicado ao motor. A referência para este controle de torque é fornecida por um controlador PI, cuja função é regular a diferença entre a referência de velocidade e a velocidade real do motor (Figura 4.8).

Figura 4.8 – Malhas de controle de velocidade do motor *Brushless*



Para regular o torque aplicado ao motor é necessário aplicar um controle vetorial conforme apresentado por Grenier (1993) e também aplicado por Monteiro (2011). Este controle vetorial utiliza a realimentação de algumas informações do motor para determinar qual deve ser a intensidade da tensão de cada fase do inversor. O controle vetorial é explicado de forma mais detalhada na seção 4.5.2.

4.5.2 Controle Vetorial

Para melhor compreender a diferença entre o controle por sensores Hall e o controle vetorial pode-se utilizar a seguinte analogia: o

controle por sensores Hall faz a comutação entre as fases de forma discreta (ligada e deligada), isto faz com que o campo magnético resultante das fases varie sua posição angular de forma brusca e apenas para posições pré-determinadas¹¹, o que causa um impacto mecânico na rotação do eixo do motor.

Já o controle vetorial altera a tensão em cada fase de forma contínua, portanto não desliga (nem liga) as fases de forma abrupta, mas diminui (ou aumenta) sua influência na soma vetorial de todas as três fases. Desta forma é possível posicionar o vetor do campo magnético resultante das três fases em qualquer ponto no espaço formado pelas três fases, eliminando assim a comutação brusca entre as fases. Também é possível alterar o torque aplicado alterando a intensidade do campo magnético resultante, variando a intensidade das tensões aplicadas.

O controle vetorial é mais eficaz para controle de máquinas elétricas, pois permite controlar o torque do motor, assim como o fluxo magnético induzido pela armadura. Isto permite que o motor trabalhe nos quatro quadrantes de velocidade e torque (podendo trabalhar tanto como motor quanto como gerador) (LIDOZZI, SOLERO, *et al.*, 2008). A capacidade de operar como gerador permite que o motor recupere uma parcela da energia cinética acumulada no veículo e recarregue as baterias.

Conforme explicado no Capítulo 2 (modelagem do motor), sabe-se que a corrente no eixo direto (i_d) é responsável por gerar o campo magnético no rotor e que a corrente no eixo em quadratura (i_q) é responsável por gerar o torque eletromagnético. O controle vetorial é capaz de tratar estas duas correntes de forma independente e, posteriormente, acoplá-las para o sistema de referência *abc*.

Conforme proposto por Grenier (1993), um controlador PI é utilizado para regular a corrente i_d em zero, visto que os responsáveis por gerar o campo magnético do rotor em um motor *Brushless* são os ímãs permanentes e a máquina apresenta torque de relutância permanente. Um segundo controlador PI é utilizado para regular a corrente i_q em função das requisições externas de torque (referência do regulador de velocidade).

¹¹ As posições do campo girante são definidas pela soma vetorial das fases, ou seja, não é possível posicionar este campo magnético resultante fora destas posições.

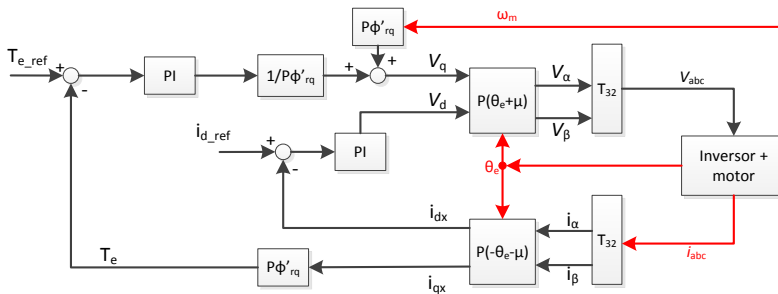
Com este controle desacoplado das correntes é possível controlar o torque aplicado pelo motor com objetivo de regular a velocidade e reduzir o torque pulsante característico que um motor *Brushless* apresenta quando controlado através da comutação por sensores hall (GRENIER e LOUIS, 1993).

Para efetuar o controle vetorial é necessário obter a medição da corrente elétrica aplicada ao motor e transformá-la para os eixos direto e em quadratura utilizando a posição angular elétrica real do rotor (θ_e). Em seguida, estas correntes devem ser transformadas para o eixo de referência dq_x e serem tratadas separadamente.

As variáveis manipuladas de saída dos controladores PI são as tensões v_d e v_q que serão transformadas novamente para o eixo abc e serão aplicadas ao motor, através do inversor (com auxílio de um acionamento por PWM). O controle vetorial altera os valores das correntes aplicadas ao motor, de forma a criar um campo resultante girante. Já o campo magnético formado pelos ímãs tende-se a se alinhar com este campo girante gerado pelo controle vetorial, criando assim o movimento do rotor.

O controle vetorial aplicado neste trabalho é construído, segundo a proposta de Grenier (1993) e é apresentado na Figura 4.9.

Figura 4.9 – Controle de Torque Vetorial



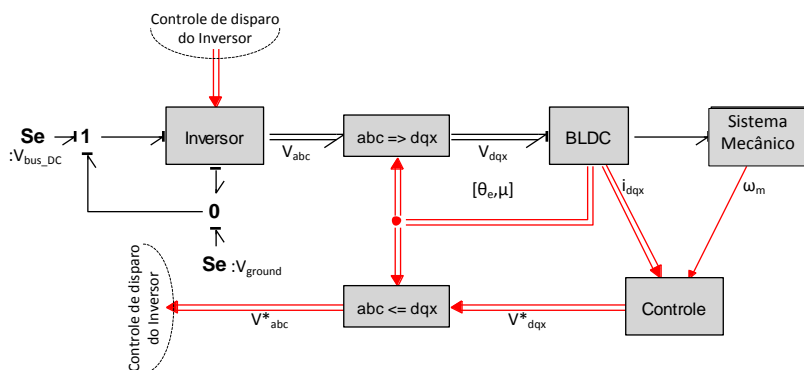
Fonte: Adaptado de (GRENIER e LOUIS, 1993)

O motor *Brushless* modelado no capítulo 2 já está vetorialmente representado, ou seja, já está com as correntes e tensões no eixo de referência dq_x . Portanto, não é necessário fazer a transformação da corrente i_{abc} para i_{dqx} . Porém a transformação no sentido contrário é necessária para obter as tensões V_{abc} de referência que devem aplicadas pelo inversor ao motor.

O controle proposto por Grenier (1993) possui uma compensação das tensões induzidas pelos imãs do rotor, portanto a tensão gerada pelos imãs não perturba a ação de controle gerada. Na Figura 4.9 esta compensação é representada pela realimentação da velocidade mecânica (ω_m).

Para aplicar o controle vetorial ao modelo criado no 20-Sim¹², foram utilizados dois blocos: um para o controle e outro para a transformação entre os eixos de referência dq_x e abc , conforme a Figura 4.10 a seguir.

Figura 4.10 – Aplicação do controle vetorial ao modelo



O bloco de controle foi configurado utilizando o bloco de controladores PI disponível no 20-Sim, conforme a Figura 4.11. Como o objetivo do controle não é o torque diretamente e sim a velocidade, não é necessário transformar a corrente i_{qx} para torque eletromagnético como feito no controle proposto por Grenier (1993) (Figura 4.9). Nesta aplicação a malha de controle de velocidade fornece uma referência direta ao controlador da corrente i_{qx} .

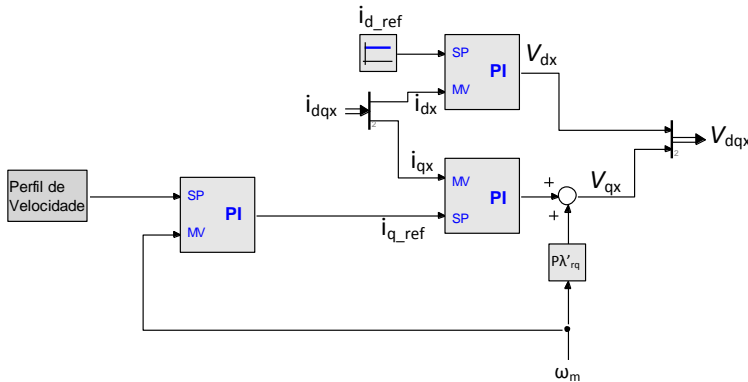
No bloco de transformação do eixo dqx para abc foram aplicadas as equações da transformação de Clarke, Park e Park estendida.

O controle vetorial descrito nesta seção gera as tensões de referência que devem ser aplicadas ao motor para regular a velocidade.

¹² 20-Sim é um software dedicado a simulações de modelos em Bond Graphs. Todos os modelos obtidos neste trabalho foram implementados e simulados neste software.

Porém, como pode ser visto na Figura 4.10, é necessário converter estas tensões de referência nos pulsos que acionam as chaves do inversor. Isto é feito através do controle de disparo do inversor utilizando a técnica PWM conforme descrito na sequência.

Figura 4.11 – Diagrama de blocos do controle vetorial



4.6 ACIONAMENTO DO INVERSOR UTILIZANDO PWM

O PWM (*Pulse Width Modulation* – Modulação por largura de pulso) é uma onda retangular cíclica de período constante, porém com o *duty cycle*¹³ variável.

O controle de disparo que deve ser aplicado ao inversor determina apenas com que frequências as chaves estarão ligadas ou desligadas. Este controle é baseado em um sinal PWM, cujo *duty cycle* é determinado pelas referências de tensão fornecidas pelo controle de velocidade do motor.

O *duty cycle* determina a parcela de tempo que o sinal do PWM fica ligado durante um período de onda. Geralmente, esta variável está compreendida entre 0 e 1 e representa 0 a 100% do tempo que o pulso fica ligado.

Para evitar curto circuito na fonte, o sinal que aciona a chave inferior deve ser o inverso da chave superior. Portanto, o sinal PWM será gerado apenas para as chaves superiores e o sinal para cada chave

¹³ Do inglês ciclo de trabalho, também conhecido como largura do pulso

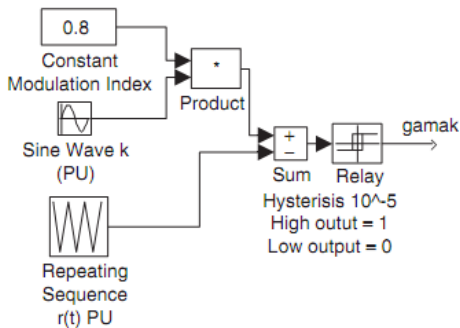
inferior será complementar à sua superior imediata (por exemplo, o sinal de comando para a chave S4 da Figura 3.4 é: $m_4 = \overline{m_1}$).

O método proposto por Rashid (2007) para geração do sinal de PWM para acionamento do inversor executa a comparação entre a onda senoidal desejada (referência enviada pelo controle vetorial) com uma onda triangular de alta frequência (conhecida como *carrier*).

O método é graficamente apresentado na Figura 4.12. O diagrama de blocos da figura mostra um bloco gerador de onda senoidal multiplicado por um fator de modulação (este fator altera a amplitude da onda de saída). A frequência da onda gerada pelo PWM é definida pelo bloco de geração de onda senoidal.

Um terceiro bloco é responsável por gerar uma onda triangular que será utilizada para a modulação PWM. Através desta onda é definida a frequência de chaveamento do PWM (ou seja, o período de duração cada pulso).

Figura 4.12 – Diagrama de Blocos proposto por Rashid para geração do Sinal PWM



Fonte: (RASHID, 2007)

O sistema de controle do PWM faz uma comparação entre a forma de onda senoidal desejada com a onda triangular de alta frequência. A Figura 4.13 apresenta a onda senoidal utilizada como referência (azul), a onda triangular do PWM (preto) e o sinal modulado de saída (vermelho).

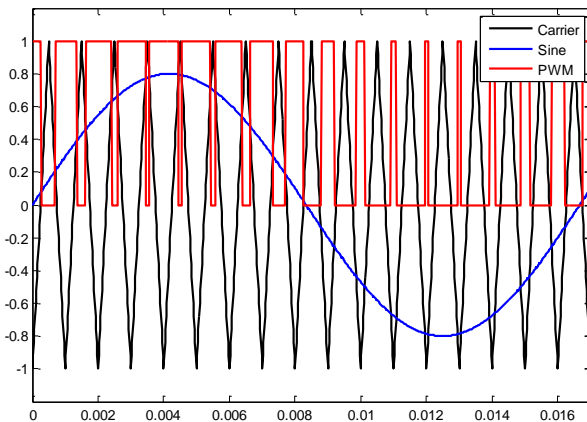
Como poder ser visto nesta figura, quando a onda senoidal for maior que o *carrier*, o sinal modulado de saída do PWM será totalmente ligado. De forma análoga, quando a onda senoidal for menor que o

carrier a saída do PWM será totalmente desligada. A Figura 4.13 demonstra o funcionamento do gerador de PWM Proposto.

Desta forma, a largura de pulso do PWM está em constante variação, sendo que o PWM se mantém mais tempo ligado quando a onda senoidal está mais próxima do pico positivo, assim como o PWM se mantém mais tempo desligado quando a onda senoidal está mais próxima do pico negativo. O bloco comparador (*relay*) possui uma histerese de comparação de forma a evitar que as chaves superiores e inferiores sejam ligadas ao mesmo tempo.

Neste momento foi utilizado um sinal senoidal perfeito, porém, quando aplicado o controle vetorial, este sinal pode assumir qualquer forma de onda.

Figura 4.13 – Geração do Sinal PWM



Fonte: adaptado de (RASHID, 2007)

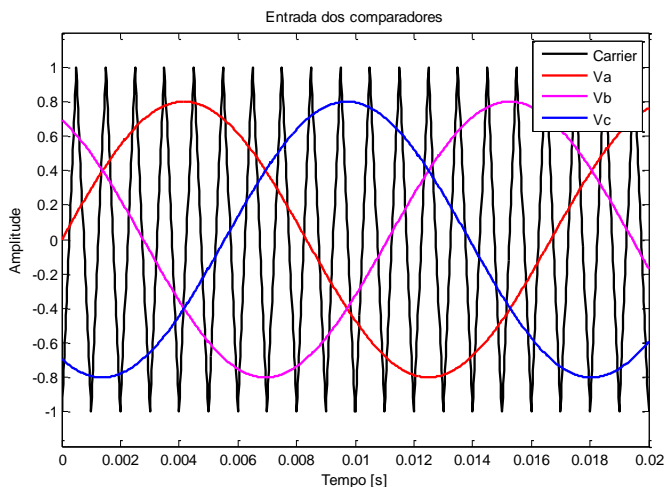
Para a aplicação no controle de velocidade do motor é necessário fazer uma pequena modificação no diagrama proposto por Rashid (2007). O bloco de geração da onda senoidal de referencia é substituído pelo sinal da tensão gerada pelo bloco de controle da Figura 4.10.

Conforme explicado na seção 4.5, o bloco de controle gera a forma de onda das tensões trifásicas que devem ser aplicadas ao motor para controlar a velocidade do motor. Estas tensões são reproduzidas pelo PWM na forma de pulsos e estes pulsos serão então aplicados às chaves do inversor de frequência.

A Figura 4.14 apresenta os sinais de entrada do bloco PWM (V_{abc}) e a onda triangular utilizada como *carrier* para modulação do PWM. A frequência utilizada para o sinal de *carrier* é 1 kHz e a frequência das ondas senoidais defasadas é 60 Hz.

As três ondas, comparadas separadamente com o *carrier*, geram os sinais PWM (Figura 4.15) que serão aplicados às chaves do inversor. Vale lembrar que, para melhor funcionamento do controle a amplitude do *carrier* deve ser igual à amplitude do barramento DC, o que exige um constante monitoramento da tensão do barramento. E, para garantir uma boa reprodução do sinal senoidal, a frequência do *carrier* deve ser pelo menos 10 vezes maior que a máxima frequência esperada para o sinal senoidal de referência (RASHID, 2007).

Figura 4.14 – Sinais de entrada do Bloco PWM.



O bloco de controle de disparo do PWM é agregado à Figura 4.10 para completar a malha de controle. A partir deste ponto as tensões V_{abc} são transformadas em pulsos que acionam as chaves do inversor. A Figura 4.16 apresenta o modelo final que será utilizado nas simulações de resposta do motor *Brushless*.

Figura 4.15 – Sinais PWM gerados para cada fase.

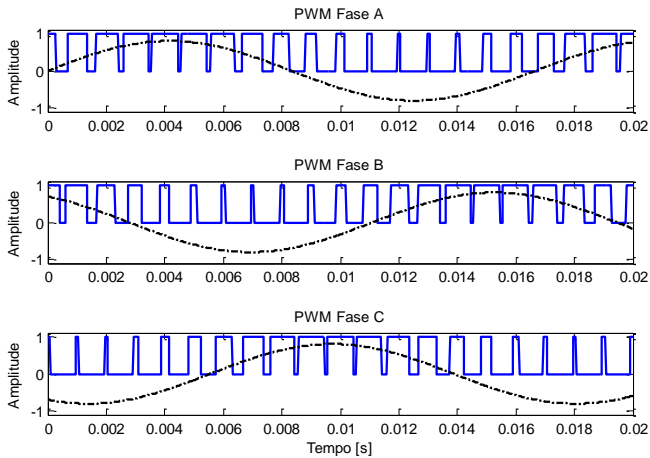
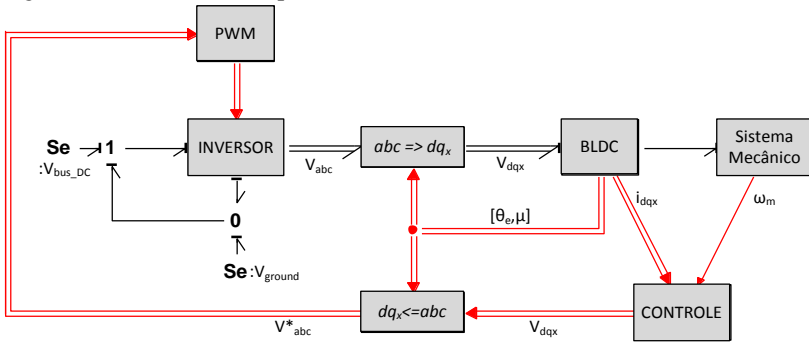


Figura 4.16 – Circuito completo de controle do motor *Brushless*



4.7 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O CAPÍTULO

Neste capítulo foram descritos os blocos que são necessários para a integração dos modelos do inversor de frequência e do motor *Brushless*.

Destaca-se, como contribuição geral deste capítulo, a construção da representação em Bond Graphs das transformações dos eixos de referências. Estas transformações são importantes para que as variáveis trifásicas do inversor de frequência sejam corretamente transformadas

para serem aplicadas ao motor *Brushless*. Um cuidado especial foi tomado quanto à preparação destes modelos, para que não seja infringida nenhuma das regras de causalidade dos modelos apresentados nos capítulos anteriores.

Foram descritos também o bloco utilizado para simular as características mecânicas do motor, assim como o sistema de controle utilizado para regulação de velocidade do motor.

Com a utilização dos blocos descritos neste capítulo é possível obter a integração entre o motor *Brushless* e seu inversor de frequência, apresentado na Figura 4.16. A partir do modelo apresentado nesta figura é possível executar as simulações para avaliar a capacidade de análise energética destes modelos. Estas simulações serão descritas e conduzidas em seguida no capítulo 5.

5. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Com o objetivo de analisar os modelos desenvolvidos durante este trabalho, neste capítulo será feita uma série de simulações de forma a justificar a construção dos modelos e observar se os seus comportamentos são compatíveis com os resultados esperados pela teoria.

Primeiramente serão avaliados, independentemente, os dois modelos de inversor desenvolvido (utilizando o modelo equivalente resistivo e utilizando as *Switched Power Junctions*). Em seguida será avaliado o comportamento do modelo para o motor *Brushless* sendo acionado sem controle de velocidade. Por fim, será introduzido o controle de velocidade baseado em controle vetorial para executar uma análise energética dos modelos.

Os dados utilizados para as simulações a seguir foram baseados nos equipamentos utilizados no protótipo de triciclo híbrido construído no Laboratório de Inovação da UFSC.

Todas as simulações apresentadas a seguir foram executadas utilizando o software 20-simTM. Esta ferramenta possibilita o usuário construir toda a representação diretamente em Bond Graphs utilizando os elementos introduzidos no APÊNDICE A - . O software ainda permite ao usuário criar novos componentes ou até mesmo editar os já existentes para se adaptar às suas necessidades.

5.1 INVERSOR DE FREQUÊNCIA

As simulações conduzidas a seguir tem o objetivo de verificar a capacidade dos modelos em gerar as ondas trifásicas necessárias para acionar o motor *Brushless*.

Os dados utilizados para as simulações a seguir foram retirados do *datasheet* do MOSFET modelo MTY100N10E¹⁴ (ON SEMICONDUCTORS, 2000). O *datasheet* contém as informações básicas da chave, porém não especifica valores para a resistência R_{off} , portanto serão usados valores sugeridos por González-Contreras (2007).

¹⁴ O fabricante do inversor de frequência não especifica o tipo de MOSFET utilizado no conversor. Portanto, foram utilizados os dados de um componente cuja especificação atende aos parâmetros do motor.

A frequência do sinal de PWM foi utilizada conforme descrita na especificação do Inversor (KELLY CONTROLS, 2012).

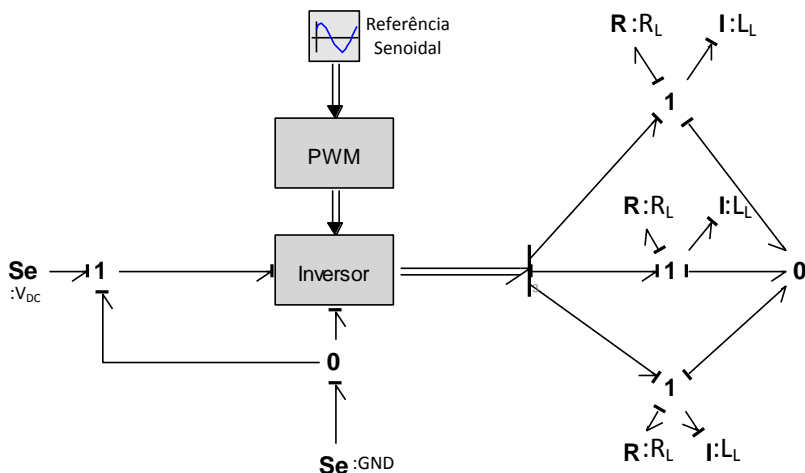
Para as simulações desta seção foram utilizado os valores descritos na Tabela 5.1. Nas simulações executadas para estudar o conversor foi utilizada uma carga indutiva, desta forma é possível emular uma conexão do inversor com um motor elétrico.

Tabela 5.1 – Parâmetros utilizados nas simulações do inversor de frequência.

Inversor		Carga		Barramento DC	
R_{on}	11 m Ω	R_L	2 Ω	V_{DC}	120 V
R_{off}	200 Ω	L_L	5.729 mH		
$I_{DS_{off}}$	10 μ A				
f_{PWM}	16.6 kHz				

O circuito criado no 20-Sim para as simulações do inversor de frequência é apresentado na Figura 5.1. O modelo do inversor está inserido no bloco nomeado “inversor”. No bloco “PWM” está implementado o circuito de Figura 4.12. A carga é representada pelos componentes R e I do Bond Graphs.

Figura 5.1 – Circuito utilizado para simulações do inversor de frequência



Nas seções 5.1.1 e 5.1.2 serão conduzidos os ensaios para o modelo baseado no circuito equivalente resistivo do inversor de frequência.

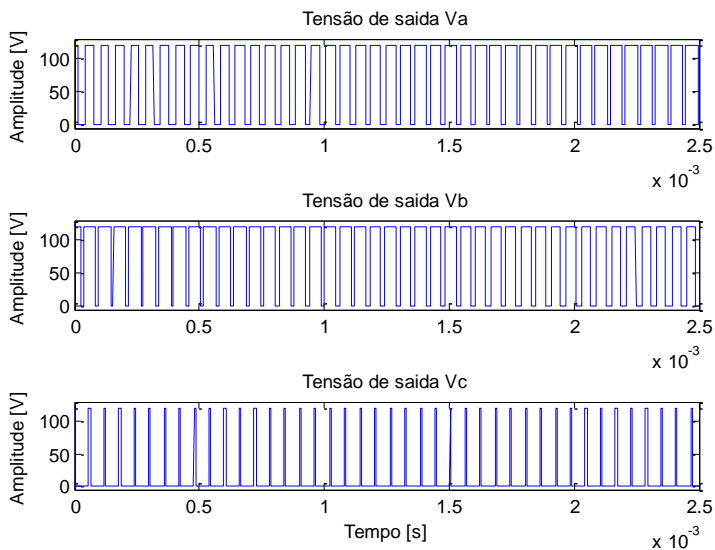
5.1.1 Equivalente Resistivo

Para analisar o funcionamento do inversor foi utilizada como referência para o controlador PWM uma onda senoidal trifásica com 80% da tensão DC e frequência de 60 Hz.

Conforme já descrito, o controle PWM regula a tensão de saída do inversor através de uma sequência de pulsos aplicados à chave de potência. Este sinal pulsado é refletido diretamente na saída do inversor através da tensão aplicada à carga. Na Figura 5.2 é possível visualizar a tensão pulsada aplicada à carga conforme esperado.

Em função da alta frequência de comutação do PWM, na figura é possível visualizar apenas uma parcela de tempo de simulação. Isto serve para evidenciar a comutação do PWM e a defasagem entre as três tensões (esta defasagem é perceptível observando a diferença entre a largura dos pulsos aplicados em cada chave).

Figura 5.2 – Tensões Monofásicas em detalhe – Equivalente Resistivo



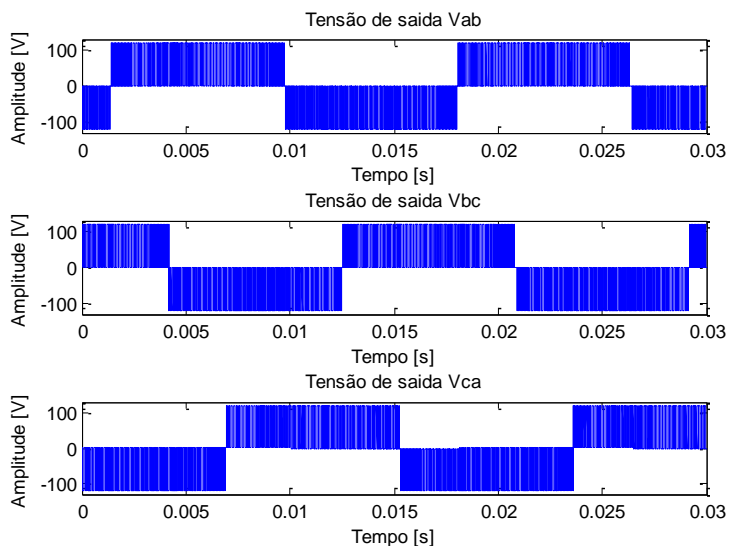
A tensão apresentada na Figura 5.2 representa a tensão aplicada em cada fase em relação ao neutro da carga. Porém, no motor elétrico

utilizado, o neutro não é acessível. Desta forma é possível apenas observar a tensão entre as fases (tensões trifásicas de linha).

A Figura 5.3 apresenta as tensões trifásicas geradas pelo inversor de frequência e aplicadas à carga. As ondas trifásicas são obtidas a partir da diferença entre as tensões monofásicas, ou seja:

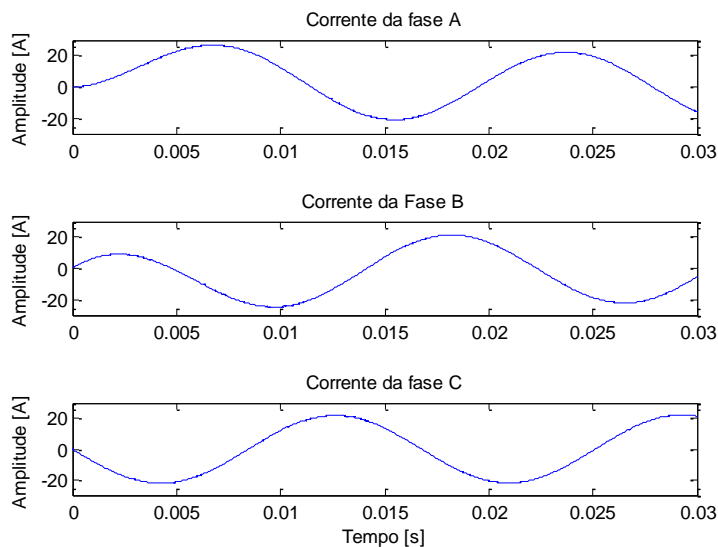
$$V_{ab} = V_a - V_b \quad ; \quad V_{bc} = V_b - V_c \quad ; \quad V_{ca} = V_c - V_a \quad (5.1)$$

Figura 5.3 – Tensões Trifásicas V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} – Equivalente Resistivo



Esta tensão pulsada, quando aplicada a uma carga indutiva, produz uma corrente elétrica filtrada na forma senoidal desejada para acionar o motor (Figura 5.4). Esta corrente elétrica é responsável por criar o campo magnético do enrolamento de armadura do motor. A frequência da onda de corrente filtrada é definida conforme a referência do controlador PWM.

Figura 5.4 – Correntes monofásicas A, B e C – Equivalente Resistivo



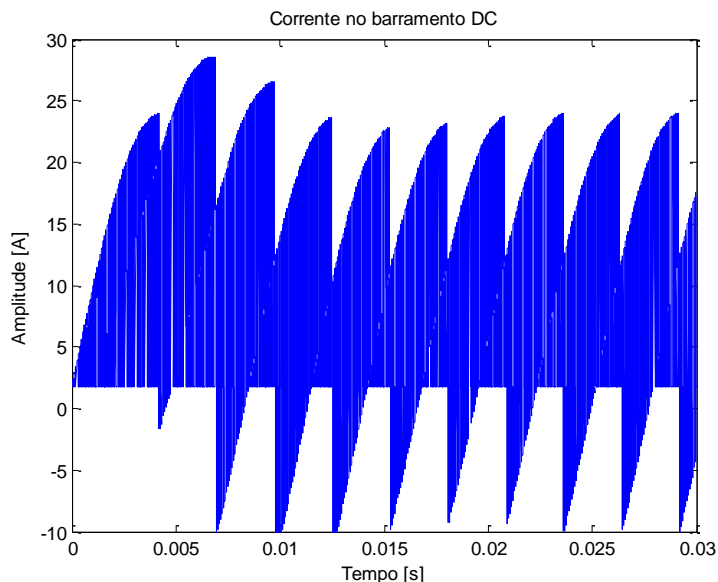
É importante frisar que as ondas de tensão e corrente para cada fase estão levemente defasadas (o que já é esperado em função da característica indutiva da carga). Porém, durante um maior período de tempo, a tensão e a corrente, são positivas (ou ambas negativas), ou seja, a potência está sendo transmitida desde o barramento DC até a carga.

Ainda em função da característica indutiva da carga, existem alguns momentos em que a tensão entre as fases é negativa e a corrente positiva (ou a corrente negativa e tensão positiva). Isto implica em uma potência negativa, ou seja, nestes momentos a potência é fornecida desde a carga até a fonte.

Este fenômeno de troca de potência pode ser mais bem visualizado através da Figura 5.5. Esta figura apresenta a corrente que flui pelo barramento DC. Em alguns momentos, a comutação das chaves provoca uma corrente negativa no barramento DC, ou seja, nestes instantes a potência no barramento é negativa (produto da tensão e corrente é negativo), indicando assim que a energia é enviada de volta para a fonte DC. Este fluxo de potência positiva (assim como também falado no parágrafo anterior) prova que o modelo é capaz de trabalhar com regeneração de energia para frear o motor elétrico.

Assim como as tensões elétricas, a corrente no barramento DC é pulsada em função da comutação provocada pelo PWM.

Figura 5.5 – Corrente no Barramento DC – Equivalente Resistivo



Através dos resultados apresentados nesta seção verifica-se que o modelo construído em Bond Graphs baseado no modelo equivalente resistivo é capaz de gerar a forma de onda necessária para acionar o motor elétrico.

Foi mostrado também que o inversor é capaz de operar com fluxo negativo de potência, ou seja, é capaz de operar com regeneração de energia. Esta característica é importante para todo o conjunto do trem de força, pois possibilita a recuperação de energia cinética, armazenada no veículo, durante momentos de frenagem do veículo.

A mesma análise feita nesta seção será feita para o inversor de frequência utilizando as *Switched Power Junctions*.

5.1.2 *Switched Power Junctions*

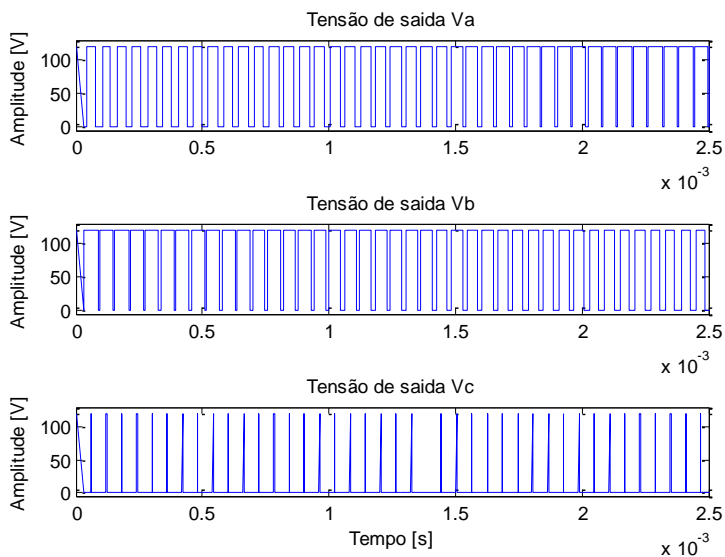
Para executar as simulações desta seção utiliza-se o mesmo circuito da Figura 5.1, com a devida substituição do bloco do inversor. Neste momento será utilizado o modelo apresentado na seção 3.5.2.

Os parâmetros utilizados para a simulações apresentadas na sequência são os mesmos utilizados na seção 5.1.1 e descritos na Tabela 5.1. Os valores de referência para o controlador PWM também são os mesmos descritos previamente.

Os resultados apresentados na Figura 5.6 são muito semelhantes aos obtidos nas simulações para o modelo baseado no equivalente resistivo.

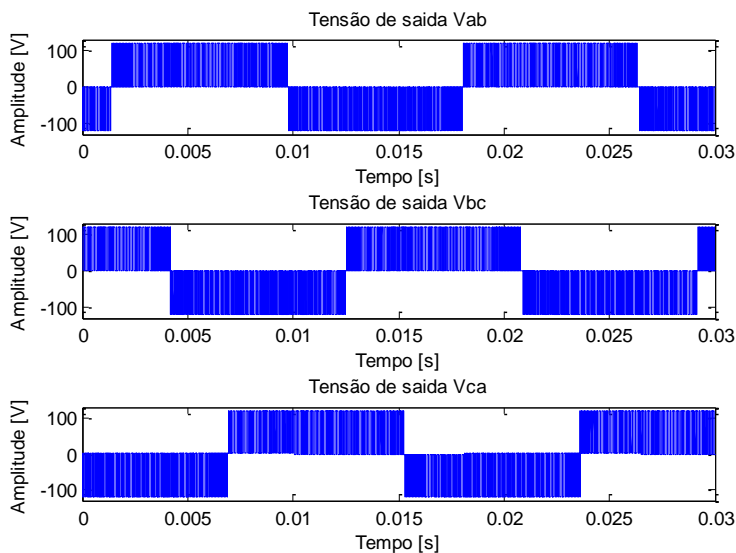
A tensão de saída do inversor apresenta o mesmo formato pulsante em função da comutação das chaves de potência (conforme ilustrado na Figura 5.6). Assim como no modelo anterior, é perceptível a variação do tamanho do pulso da tensão aplicado à carga.

Figura 5.6 – Tensões Monofásicas em detalhe – Switched Power Junctions



É importante reforçar que o ponto neutro entre as fases do motor não é acessível, portanto somente é possível observar as tensões trifásicas aplicadas ao motor. As curvas de tensões trifásicas são apresentadas na Figura 5.7 e foram obtidas da mesma forma que na seção 5.1.1, utilizando (5.1). A forma de onda e a defasagem entre as tensões mostra que este modelo também apresenta um bom desempenho quanto à aplicação de tensão sobre a carga.

Figura 5.7 - Tensões Trifásicas V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} – Switched Power Junctions

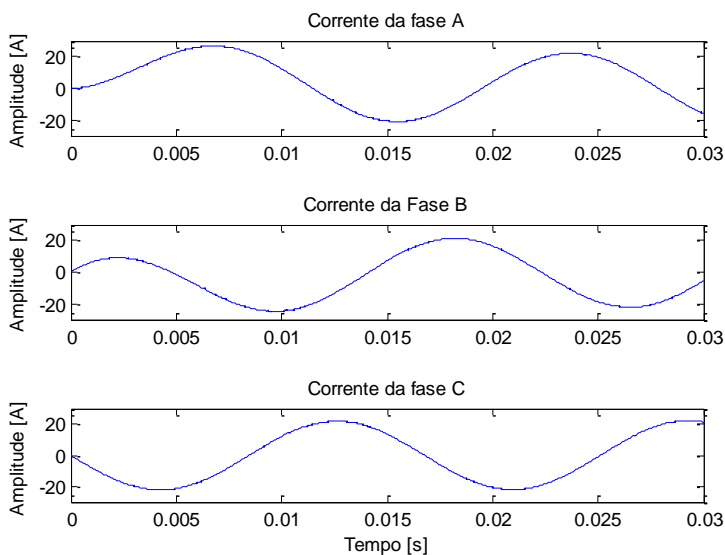


Também é esperado para este modelo do inversor de frequência, que a corrente elétrica aplicada ao motor possua a forma de onda senoidal, em função da característica de filtragem da carga indutiva. Esta característica é confirmada através da forma de onda da corrente elétrica obtida na simulação e apresentada na Figura 5.8.

Analisando as formas de onda da tensão e corrente, é possível perceber que a corrente está um pouco defasada em relação à tensão. Conforme já enunciado anteriormente, isto indica que o inversor poder atuar com fluxo de potência da fonte para a carga, assim como também pode atuar com o fluxo de potência no sentido contrário.

Novamente, para melhor análise da capacidade de regeneração de energia, pode-se observar a forma de onda da corrente elétrica no barramento DC (Figura 5.9). Nesta figura os instantes de corrente negativa confirmam que uma parcela da potência elétrica flui no sentido carga para fonte.

Figura 5.8 – Correntes monofásicas a, b e c – *Switched Power Junction*



A principal diferença entre os dois modelos de inversor de frequência aqui apresentados é a amplitude da corrente elétrica consumida da fonte DC. Comparando os dois perfis de corrente elétrica do barramento DC (Figura 5.5 e Figura 5.9) fica claro que a corrente consumida pelo modelo baseado no equivalente resistivo possui um consumo médio maior do que o modelo utilizando as *Switched Power Junctions*.

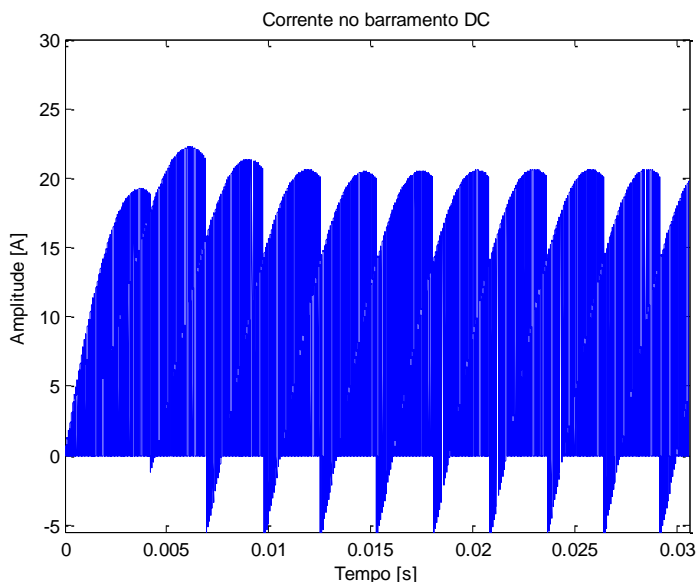
Na Figura 5.9 a amplitude máxima da corrente DC é, aproximadamente, 10 A menor do que a apresentada na Figura 5.5. Isto se deve ao fato que, neste segundo modelo, as resistências R_{off} não estão mais permanentemente conectadas entre os terminais da alimentação DC.

Os dois modelos para o inversor de frequência, simulados e analisados nesta seção, mostraram bom desempenho quando analisados para geração das ondas senoidais necessárias para controlar o motor.

O modelo construído utilizando como base o circuito equivalente resistivo apresentou um consumo de corrente maior quando comparado ao modelo utilizando como base as *Switched Power Junctions*.

Esta diferença de consumo de potência será mais evidente na seção de simulação da aplicação do controle de velocidade vetorial, onde será conduzida uma análise energética de todo o modelo.

Figura 5.9 – Corrente no Barramento DC – Switched Power Junctions



5.2 MOTOR *BRUSHLESS*

Nesta seção serão conduzidas as simulações com objetivo de avaliar a representação em Bond Graphs para o motor *Brushless*. Neste momento deseja-se avaliar o comportamento dinâmico do motor quando acionado por um inversor sem controle de velocidade, portanto, as chaves do inversor não serão acionadas por um sinal PWM.

Para acionar o motor foi utilizado o inversor SPJ para obter uma menor dissipação de potência no inversor. O disparo das chaves deste inversor foi feito utilizando o método de comutação por 180° em função da posição do motor utilizando o sinal dos sensores Hall (conforme explicado na seção 3.3.2.2). Desta forma o motor opera em malha aberta de velocidade, possibilitando observar as características básicas do motor *Brushless*.

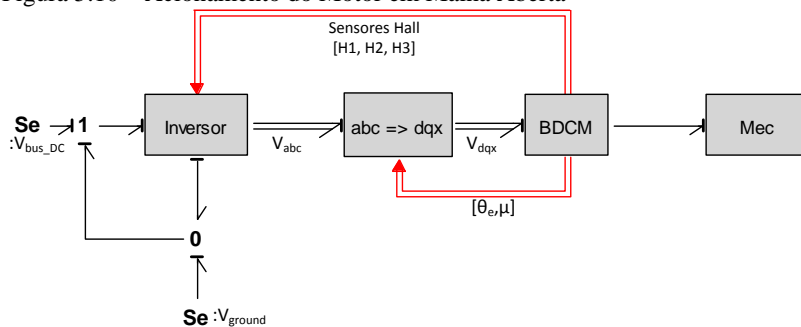
5.2.1 Motor acionado sem controle de velocidade

Para acionar o motor sem o controle de velocidade foi utilizado o modelo conforme apresentado na Figura 5.10. O bloco inversor utiliza o modelo da Figura 3.16. Os parâmetros utilizados para o inversor foram os mesmos utilizados na simulação anterior (Tabela 5.1). Visto que o processo de identificação do motor não foi bem sucedido, os parâmetros que serão adotados para analisar o modelo do motor *Brushless* serão os parâmetros utilizados por Matsui (1992), conforme descritos na Tabela 5.2.

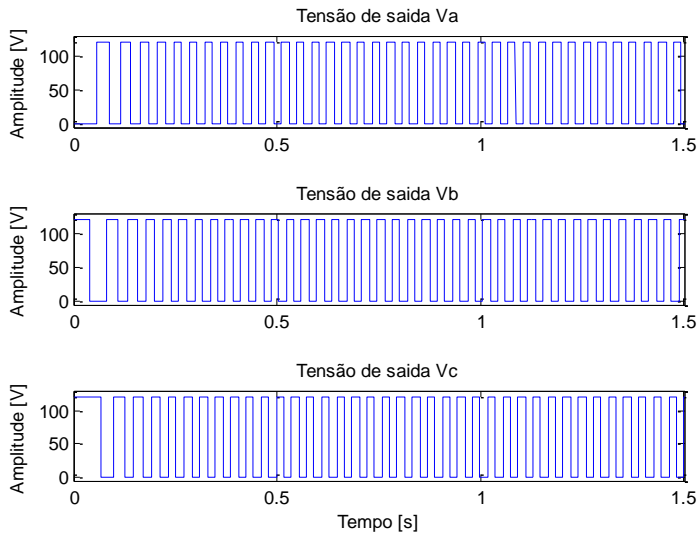
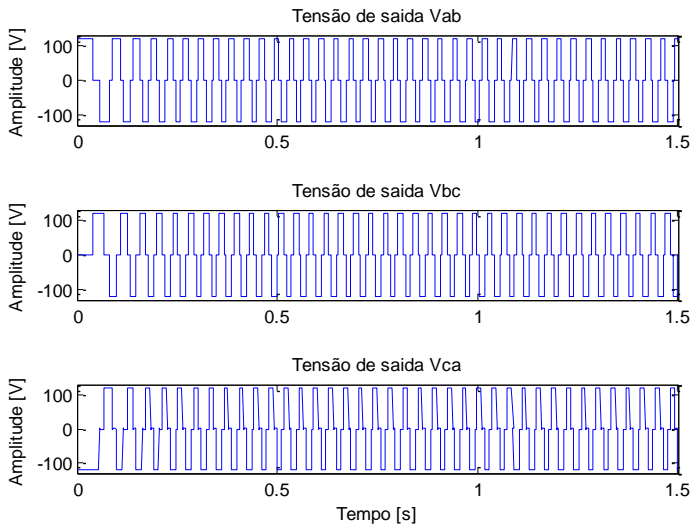
Tabela 5.2 – Parâmetros utilizados para simulação do Motor.

Motor		Carga Mecânica	
Resistência	1,91 Ω /fase	Momento de	0,1 kg m ²
Indutância	9,552 mH/fase	inércia	
Tensão BEMF	0,407 V/rpm	Coefficiente de	27 mNm
Polos	6 (3 pares)	Fricção	

Figura 5.10 – Acionamento do Motor em Malha Aberta

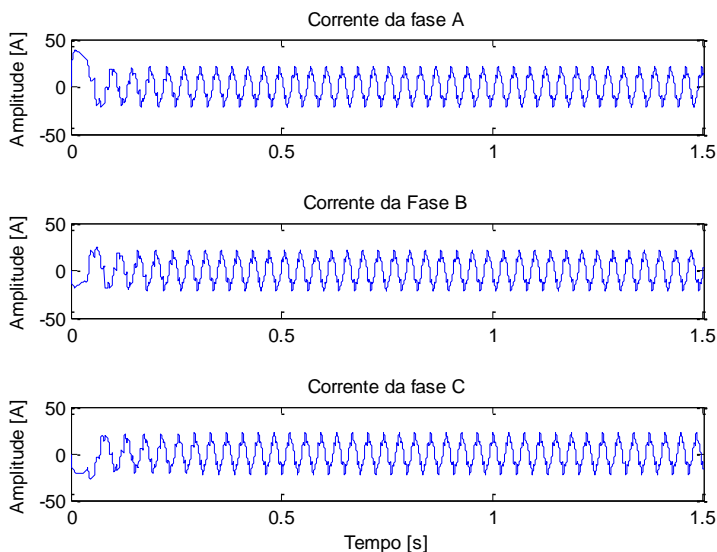


As três fases de saída do inversor são acionadas sequencialmente em função da posição dos sensores Hall. Com o aumento da velocidade do motor a frequência de comutação das fases também aumenta até atingir o ponto de equilíbrio de velocidade. Este efeito pode ser observado na Figura 5.11 e Figura 5.12, nas quais são apresentadas as tensões monofásicas e trifásicas, respectivamente.

Figura 5.11 – Tensões monofásicas V_a , V_b , V_c Figura 5.12 – Tensões entre Fase V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} 

A corrente elétrica aplicada ao motor tem uma forma muito próxima da senoidal (conforme apresentado na Figura 5.13), em função da característica indutiva do motor. Porém, com uma vista mais detalhada desta onda (Figura 5.14) é possível visualizar que a corrente elétrica apresenta alta ondulação. Este fenômeno é característico dos motores *Brushless* devido à comutação entre as fases. (KRAUSE, WASYNCZUK e SUDHOFF, 2002)

Figura 5.13 – Correntes das fases a, b e c



A corrente no Barramento DC (Figura 5.15) também apresenta o efeito pulsado, por consequência da comutação entre as fases. A corrente consumida da fonte DC, nos momentos de velocidade constante, é diretamente proporcional ao torque mecânico aplicado pelo motor (Figura 5.16).

A Figura 5.16 apresenta a evolução da velocidade do motor até atingir seu valor de regime permanente. O valor de acomodação da velocidade varia em função das características físicas do motor. Portanto, se houver uma variação paramétrica, ou então uma variação da tensão no barramento DC a velocidade também se altera.

Figura 5.14 – Vista detalhada da corrente na fase A

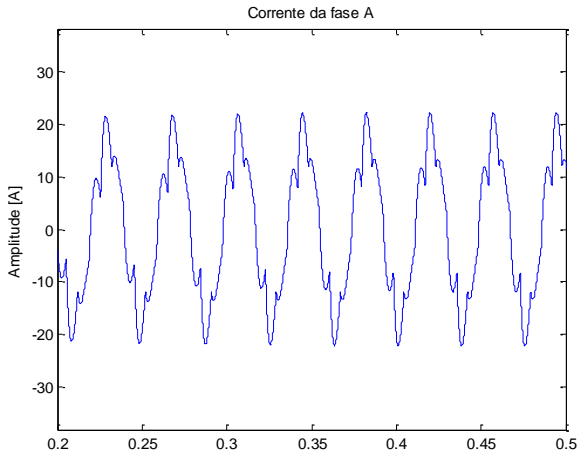
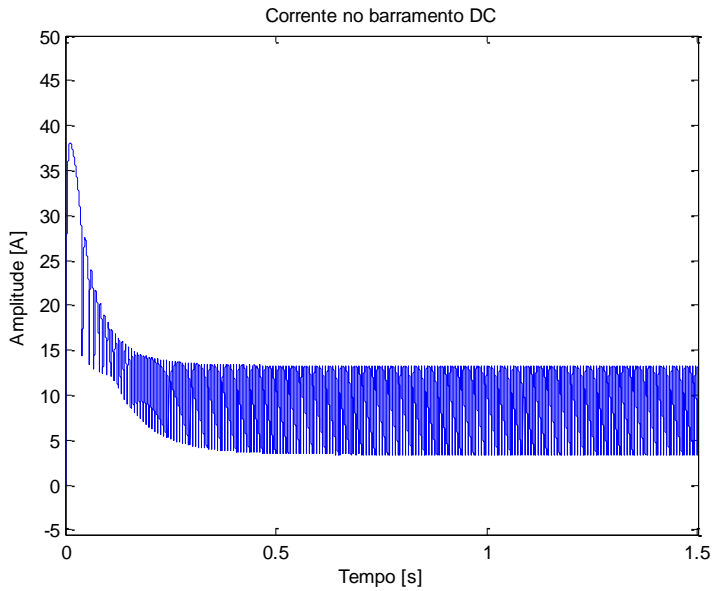


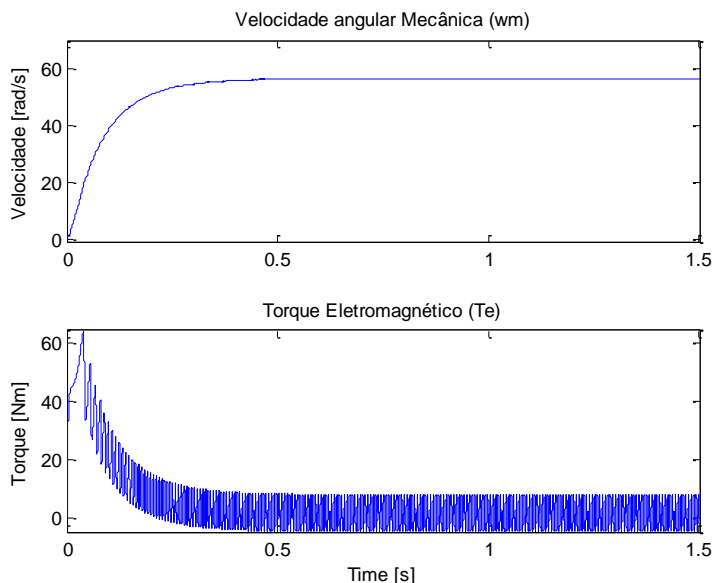
Figura 5.15 – Corrente no Barramento DC



Ainda na Figura 5.16 é apresentado o torque mecânico aplicado pelo motor. Aqui é possível observar as características já esperadas de torque para um motor de corrente contínua, em que o torque é alto no instante que a tensão é aplicada (torque necessário para vencer a inércia do motor) e reduz conforme a velocidade se aproxima de seu valor final.

Além das características de um motor DC convencional, o motor *Brushless* apresenta um torque pulsante, fenômeno esperado (e característico deste tipo de motor) em função da comutação da tensão elétrica aplicada às fases do inversor (KRAUSE, WASYNCZUK e SUDHOFF, 2002).

Figura 5.16 – Curvas de Velocidade e Torque do Motor



A partir dos resultados de simulação apresentados nesta seção, mostrou-se que a representação em Bond Graphs para o motor *Brushless* desenvolvida neste trabalho é capaz de simular o funcionamento deste motor, apresentando as características fundamentais do motor *Brushless*.

As análises feitas até o momento contemplaram apenas o comportamento dinâmico dos modelos. Na sequência será aplicado o controle vetorial para regular a velocidade do motor e possibilitar uma análise energética dos modelos desenvolvidos.

5.3 CONTROLE VETORIAL

Nesta seção serão apresentadas simulações utilizando o controle por seguimento de referência de velocidade conforme apresentado na seção 4.5. O Modelo utilizado na simulação foi construído conforme a Figura 4.16.

As simulações a seguir têm como principal foco analisar a dinâmica do modelo quando aplicado um controle de seguimento de referência e também analisar a capacidade do conjunto inversor/motor em trabalhar tanto na área de motorização como de geração.

Para as simulações a seguir foram utilizados, para o inversor e o motor, os mesmos parâmetros das simulações anteriores (Tabelas 5.1 e 5.2), já os dados para o controle vetorial são apresentados na Tabela 5.3 a seguir. Os parâmetros descritos na tabela foram ajustados de forma à obter uma resposta dinâmica que possibilite a análise energética do sistema.

Tabela 5.3 – Parâmetros do controlador

<i>Controlador</i>	Parâmetros	
	<i>K</i>	<i>Ti</i>
Corrente I_d	50	1 ms
Corrente I_q	50	1 ms
Velocidade	5	100 ms

Para referência do controlador vetorial foi utilizado um perfil de variação de velocidade, onde o motor acelera de 0 à 30 rad/s em 1 segundo, mantendo-se nessa velocidade por 0,5 segundo. Em seguida o motor reduz sua velocidade para 10 rad/s em 0,5 segundo.

Este perfil de velocidade foi escolhido por possibilitar a análise do fornecimento de energia desde o barramento DC até o motor elétrico (durante o período de aceleração), assim como analisar o fluxo no sentido contrário quando o motor estiver reduzindo sua velocidade.

5.3.1 Inversor Equivalente Resistivo + Motor *Brushless*

Primeiramente serão apresentadas as simulações utilizando o inversor de frequência baseado no modelo equivalente resistivo (EQR).

A Figura 5.17 apresenta as curvas de velocidade e torque eletromagnético do motor *Brushless* quando acionado por este inversor de frequência sob ação do controle vetorial.

O controle vetorial, conforme proposto por Grenier (1993), regula o torque eletromagnético aplicado pelo motor de forma a regular a velocidade para seguir a referência proposta.

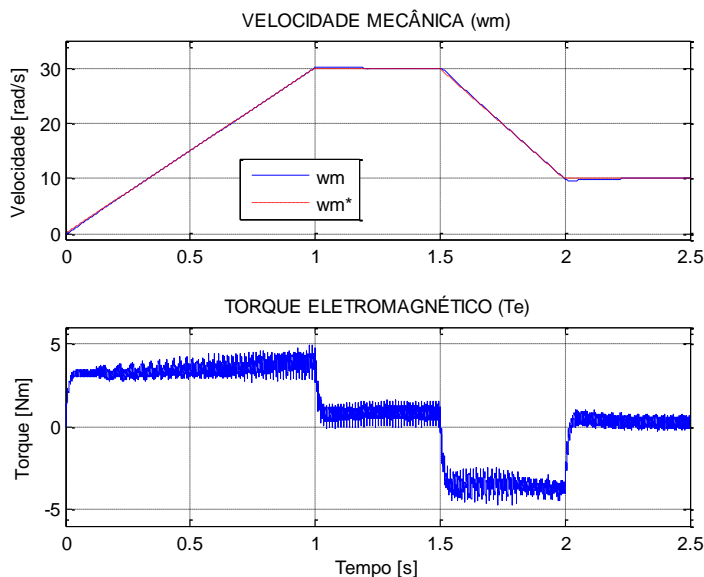
Conforme é esperado nos motores elétricos, o torque aplicado durante a aceleração permanece alto até que o motor atinja a velocidade desejada e, ao atingir esta velocidade o torque se reduz permanecendo num patamar necessário para manter a velocidade constante.

Durante a frenagem do motor o torque assume valor negativo, ou seja, está sendo retirada energia do motor para que ele possa reduzir sua velocidade. Ao atingir o novo patamar de velocidade o motor volta a apresentar um torque constante para manter a velocidade.

É perceptível na Figura 5.17 que o torque apresenta uma forma de onda pulsante. Este tipo de torque é característico dos motores *Brushless* e pode ser reduzido se aplicadas técnicas de redução de *ripple*. Algumas destas técnicas podem ser encontradas nos trabalhos de: (CROSS, VINASSA, *et al.*, 1993) e (MONTEIRO, OLIVEIRAJR., *et al.*, 2011).

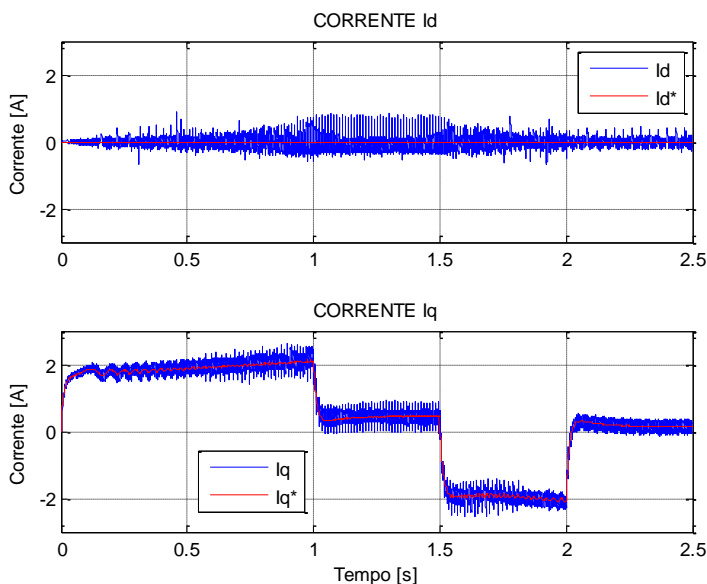
Na Figura 5.17 é apresentada a referência de velocidade angular (ωm^*) e a velocidade simulada (ωm).

Figura 5.17 – Curvas de Torque e Velocidade do Motor Controlado – Inversor EQR



Conforme descrito na seção 4.5.2, o controle vetorial atua sobre o motor a partir das correntes de eixo direto (i_d) e em quadratura (i_q) aplicadas ao motor. A corrente i_d deve ser regulada para se manter próxima de 0 A, pois não é necessário induzir campo magnético no rotor. Já a corrente i_q , responsável por gerar o torque eletromagnético, deve ser regulada para aplicar o torque ao motor. As duas correntes e suas respectivas referências de controle são apresentadas na Figura 5.18.

Figura 5.18 – Correntes i_d e i_q – Inversor EQR



Visto que o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo para análise do consumo de energia do motor, o ponto principal a ser avaliado é o comportamento de troca de energia do motor.

A Figura 5.19 apresenta a evolução da energia consumida pelo motor durante todo o regime de operação. Nesta mesma figura também é apresentada a potência instantânea consumida pelo motor.

Durante o período de aceleração a energia mecânica do motor é crescente, em função da potência aplicada para movimentá-lo. Quando o motor atinge a velocidade constante a potência aplicada a ele também é constante. No instante de redução de velocidade a potência se torna

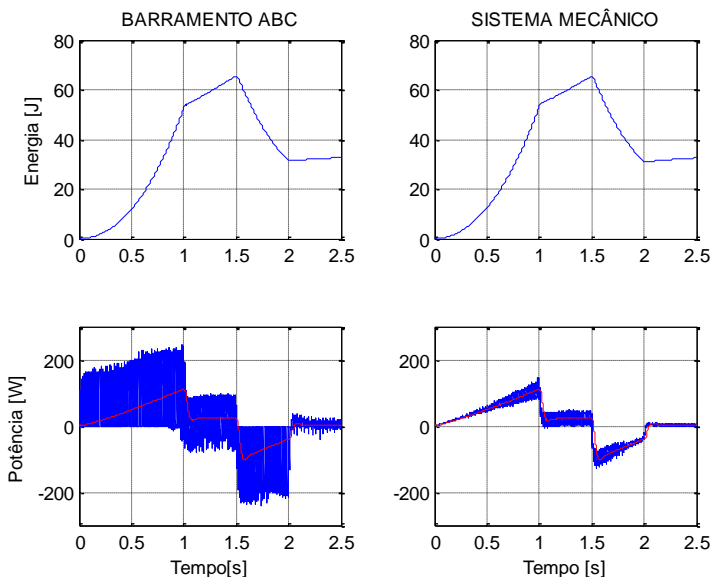
negativa, ou seja, uma parcela da energia cinética do motor é absorvida e transformada novamente em energia elétrica.

Nesta mesma Figura 5.19, estão representadas a energia e a potência fluindo pelas três fases de saída do inversor (barramento *abc*). Comparando as duas curvas apresentadas nesta figura, percebe-se que toda energia elétrica é convertida em energia mecânica.

Sabendo que o barramento *abc* é o ponto de entrada de potência do motor e que o sistema mecânico representa a potência de saída aplicada pelo eixo do motor, pode-se analisar as curvas apresentadas como a energia de entrada e de saída do motor. As duas são muito similares, diferenciando-se levemente em virtude da energia de perdas Joule nas resistências do motor.

Este resultado mostra que o modelo em Bond Graphs desenvolvido para o motor apresenta todos os fenômenos dinâmicos esperados para um motor *Brushless* e também pode ser utilizado para análise energética.

Figura 5.19 – Energia consumida pelo motor – Inversor EQR



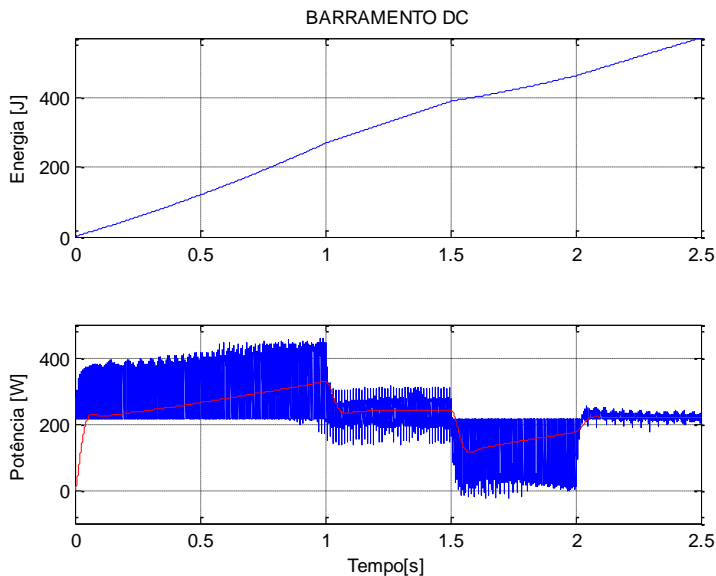
A Figura 5.20 apresenta a potência que circula pelo barramento DC. Nesta simulação percebe-se que em nenhum momento a energia

consumida da fonte DC é reduzida, ou seja, a energia nunca flui no sentido da carga para a fonte.

A energia do Barramento DC (entrada do inversor de frequência) deveria seguir o mesmo perfil do barramento trifásico (saída do inversor de frequência) adicionado das perdas do próprio inversor. Porém, conforme visualizado na seção 5.1.1, as resistências R_{off} do modelo equivalente resistivo, sempre estão consumindo potência. Isto impede a regeneração de energia¹⁵. Isto pode ser confirmado visualizando a potência instantânea consumida do barramento (Figura 5.20). A potência se mantém sempre em torno de 200 W, que é a potência média consumida pelas resistências R_{off} .

Porém, os valores utilizados para a resistência R_{off} são muito baixos, o que pode gerar uma imprecisão no modelo em relação ao inversor real. Os *datasheets* das chaves de potência não consideram esta resistência, mas sim uma pequena corrente de fuga na ordem de micro amperes quando a chave está diretamente polarizada.

Figura 5.20 – Energia Consumida no Barramento DC – Inversor EQR



¹⁵ Regeneração de energia é o fenômeno de fornecer no sentido contrário ao convencional, ou seja, da carga para a fonte.

Desta forma, conclui-se que a representação baseada no equivalente resistivo do inversor de frequência pode ser um bom modelo caso deseja-se estudar apenas os efeitos de geração de onda senoidal. Porém, para análise energética este não é considerado um bom modelo, visto que não emula a capacidade regenerativa do inversor e é difícil obter um valor para R_{off} próximo à um valor real da chave.

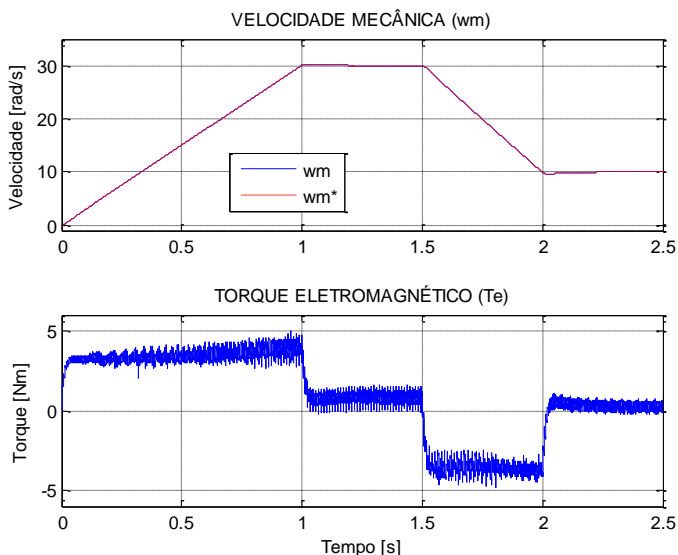
5.3.2 Inversor (SPJ) + Motor *Brushless*

Na sequência são apresentados os resultados da simulação para o motor acionado pelo inversor de frequência baseado no modelo utilizando a *Switched Power Junction* (modelo apresentado na seção 3.5.2). Os parâmetros utilizados nas simulações são os mesmos que foram utilizados nas simulações anteriores.

Os resultados apresentados da Figura 5.21 à Figura 5.23 são relativos ao modelo do motor. Visto que este não foi alterado, é esperado que os resultados fossem os mesmos da seção 5.3.1.

Na Figura 5.21 vê-se que o motor acompanha o perfil de referência de velocidade e, para isto, necessita dos mesmos patamares de torque que foram obtidos na seção 5.3.1.

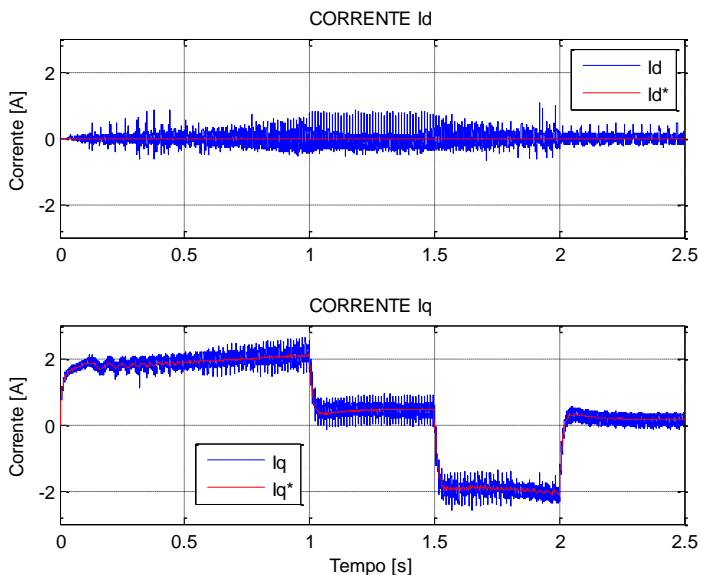
Figura 5.21 - Curvas de Torque e Velocidade do Motor Controlado – Inversor SPJ



As correntes I_d e I_q (Figura 5.22) também apresentaram o mesmo resultado da simulação utilizando o inversor baseado no equivalente resistivo.

As curvas de potência e energia nos terminais de entrada e saída do motor (Figura 5.23) também permaneceram inalteradas.

Figura 5.22 - Correntes I_d e I_q – Inversor SPJ



O principal ponto a ser analisado neste momento é o consumo de energia no barramento DC (entrada do inversor). Na seção anterior o modelo do inversor de frequência apresentou uma constante dissipação de potência, o que impede a regeneração de energia para o barramento DC.

Nesta seção fica claro, através da Figura 5.24, que o modelo do inversor utilizando SPJ não apresenta uma constante dissipação de energia, visto que este não possui as resistências R_{off} conectadas diretamente entre os terminais do barramento DC. Desta forma, somente é consumida da fonte DC a energia necessária para suprir as demandas do motor e as dissipações de energia no momento em que as chaves são ligadas.

Figura 5.23 - Energia consumida pelo motor – Inversor SPJ

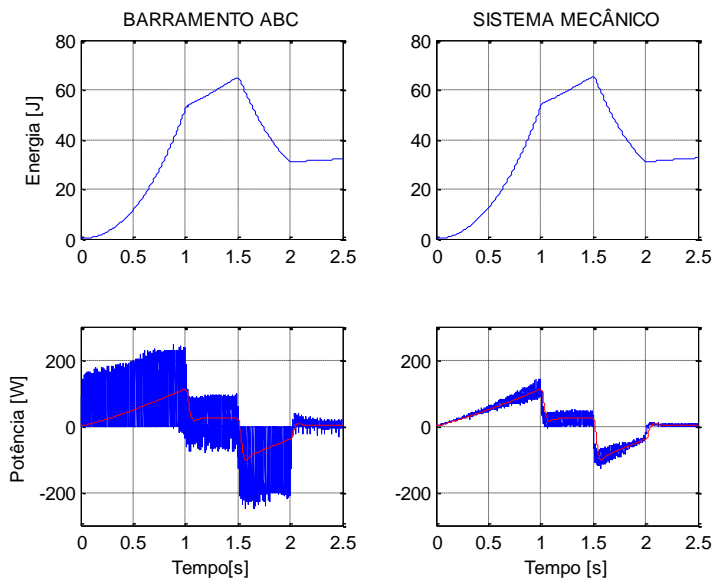
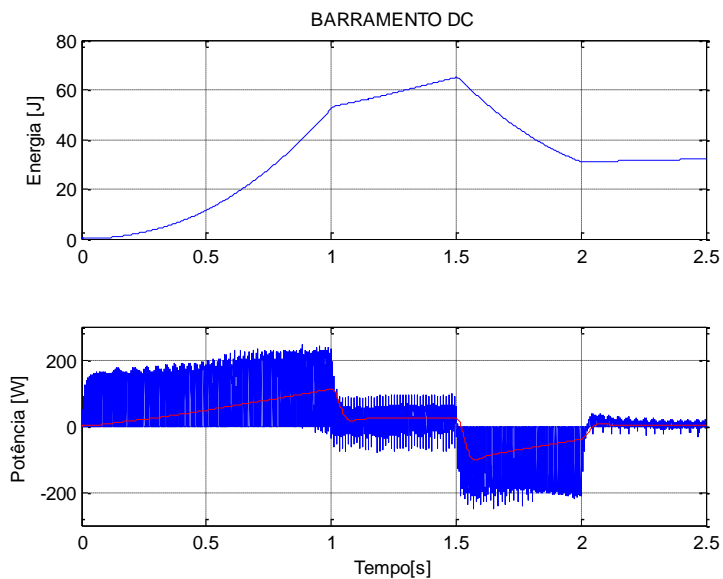


Figura 5.24 - Energia Consumida no Barramento DC – Inversor SPJ



O resultado apresentado na Figura 5.24 prova que, além de não ter um consumo elevado de energia, o modelo do inversor utilizando as *Switched Power Junctions* permite que a potência seja transmitida no sentido negativo, ou seja, da carga para a fonte. Este fluxo negativo de potência significa que o inversor tem capacidade de operar no modo regenerativo.

5.4 CONSIDERAÇÕES GERAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentadas simulações com o objetivo de analisar as respostas dinâmicas e energéticas dos modelos em Bond Graphs descritos durante o trabalho.

A representação criada para o motor *Brushless* apresentou bom comportamento dinâmico. Nas simulações foi possível observar todos os fenômenos característicos esperados para um motor *Brushless*. Este modelo também apresentou um bom comportamento quando analisada a capacidade energética sendo uma boa ferramenta para análise energética de todo o trem de forças.

Os dois modelos construídos para o inversor de frequência apresentaram bom comportamento para geração das tensões trifásicas necessárias para acionar o motor *Brushless*. Quando utilizados para acionar o motor com o controle vetorial de velocidade, ambos tiveram boa resposta dinâmica às exigências do sistema de controle, fornecendo as formas de ondas necessárias.

Porém, o modelo baseado no equivalente resistivo apresentou uma constante dissipação de potência nas chaves, mesmo quando elas estão desligadas. Esta dissipação poderia ser evitada com a utilização de resistências maiores, mas em função de os fabricantes não fornecerem estas informações nos *datasheets*. Este fenômeno de dissipação de energia não representa o comportamento real de um inversor de frequência. Já o modelo utilizando as *Switched Power Junctions*, proposto por Junco (2007) e melhorado neste trabalho, conseguiu reproduzir as características energéticas de um inversor de frequência (inclusive o comportamento regenerativo de energia).

Estes resultados mostram que a segunda representação para o inversor de frequência é aplicável ao estudo de demanda energética do motor *Brushless*. Visto que este permite a operação do motor tanto na função de motorização como na função de geração de energia.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho consistiu na modelagem utilizando a técnica de representação em Bond Graphs de um motor *Brushless* e de um inversor de frequência utilizado para acioná-lo. Para se obter os modelos foi conduzido um estudo do princípio de funcionamento destes equipamentos modelados. Também foram pesquisadas representações e modelos que poderiam ser utilizados como base para obter as representações desenvolvidas neste trabalho.

A representação desenvolvida neste trabalho para o motor *Brushless* (baseada nas equações dinâmicas do eixo de referência dq) passou por simulações para analisar o seu comportamento e aplicabilidade no estudo do trem de força de um protótipo de triciclo híbrido. A primeira simulação analisou se o modelo é capaz de captar as principais características dinâmicas de um motor *Brushless*. A simulação conduzida na sequência avaliou o comportamento do modelo quanto às características energéticas. Nesta simulação foi constatado que o modelo proposto é capaz de simular e trabalhar tanto na zona de motorização assim como na zona de geração de energia.

Para o inversor de frequência foram utilizados dois modelos como base. Primeiramente foi construída a representação baseada no circuito equivalente resistivo. Este modelo, inicialmente proposto por Dauphin-Tanguy (1993) e posteriormente aperfeiçoado por González-Contreras (2007), é uma representação bem simplificada que possibilita emular o funcionamento do inversor de frequência para geração das ondas trifásicas de tensão e corrente. Porém, durante a análise energética do modelo, foi constatado que a forma construtiva do modelo impossibilitava o correto fluxo de potência pelo inversor.

O segundo modelo para o inversor de frequência é baseado na proposta de Junco (2007). Em seu trabalho o autor propõe a utilização das *Switched Power Junctions* (elemento de Bond Graphs que possibilita a modelagem de sistemas chaveados com causalidade variável). Analisando a construção deste modelo, percebe-se que o autor desconsiderava a dissipação de potência das chaves utilizadas. Portanto, neste trabalho, o modelo de Junco (2007) foi aperfeiçoado para a inclusão da característica de dissipação de potência nas chaves. As modificações feitas sobre o modelo proposto por Junco (2007) adicionou os efeitos de perdas das chaves, que não eram contemplados no modelo anterior, sem atingir incluir o efeito de consumo contínuo de potência da fonte como acontece no circuito equivalente resistivo.

Este segundo modelo passou pela mesma análise de geração das tensões e correntes trifásicas e também pela análise energética. Em todos os resultados o modelo apresentou os fenômenos característicos de um inversor de frequência.

Avaliados todos os modelos de forma independente, foi conduzido um ensaio de regulação de velocidade, aplicando um controle vetorial de velocidade, com objetivo de avaliar o comportamento energético do conjunto motor e inversor. Os resultados mostram que os modelos para o motor *Brushless* e para o inversor de frequência utilizando as *Switched Power Junctions* podem ser utilizados em conjunto como uma boa ferramenta para analisar a demanda energética do motor desde a fonte DC conectada ao barramento.

6.1 APLICABILIDADE DO BOND GRAPHS

A técnica de representação de modelos utilizando Bond Graphs se mostrou como uma boa ferramenta para a obtenção, análise e simulação de sistemas relativamente complexos.

A metodologia adotada para representação dos modelos em Bond Graphs permite ao usuário executar análises do modelo antes mesmo de executar simulações. Por exemplo, por meio da definição de causalidades é possível identificar a ordem do sistema em função da quantidade de elementos armazenadores de energia com causalidade integral. Outra análise que pode ser feita durante a definição das causalidades é a possível existência de laços algébricos (o que indica que o sistema é modelado por equações cujas variáveis de estado dependem delas mesmas).

A representação gráfica do Bond Graphs permite ao usuário uma melhor compreensão da iteração dos elementos dentro de um modelo, facilitando as possíveis alterações necessárias na adaptação do modelo.

O ponto forte do Bond Graphs é a utilização dos mesmos elementos simbólicos para todos os domínios físicos. Isto é possível quando se entende que, em todos os domínios físicos, existe um padrão de iteração entre os elementos de um sistema. Esta inter-relação entre os domínios facilita a construção dos modelos, visto que somente é necessário entender como um elemento trata a energia em função do esforço e fluxo.

Grande parte das técnicas de controle hoje são baseadas nas equações dinâmicas dos sistemas que se deseja controlar. É possível, a partir dos modelos gráficos do Bond Graphs, obter as equações

dinâmicas do modelo. Das (2009) propôs uma sequência de passos para obtenção das equações que garante que o sistema de equações no espaço de estados sempre seja construído de forma a obter o menor número possível de variáveis de estado. Porém, para sistemas muito complexos, este algoritmo para obter equações pode ser exaustivo.

Para sistemas comutáveis, como é o caso do inversor de frequências, estas equações passam a ter diversas variáveis booleanas, o que dificulta a representação destes sistemas por equação. Portanto, o Bond Graphs se mostrou como uma boa ferramenta para estudar este tipo de equipamento.

O software 20-SimTM, utilizado para simulação dos modelos em Bond Graphs, possui uma ferramenta para obter o sistema as equações de estado do sistema. Porém, esta ferramenta apresenta as equações de forma confusa através de diversas equações algébricas, portanto, o usuário necessita executar um tratamento destas equações para deixar as equações dinâmicas apresentáveis.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Conforme dito na introdução deste trabalho, o que foi desenvolvido aqui é parte integrante do projeto de trem de forças de um protótipo de um triciclo híbrido, sendo o mesmo alimentado por diferentes fontes de energia.

Em paralelo ao desenvolvimento teórico aqui apresentado, foi feito um estudo das necessidades técnicas para se construir e operar o trem de força. Durante este estudo foi especificada a bateria que será utilizada no protótipo, assim como um supercapacitor que será utilizado para suprir as rápidas descargas de energia no barramento DC.

Portanto, como propostas de continuidade desta dissertação destacam-se:

1. criação da representação em Bond Graphs, simulação e validação do modelo para a bateria que será utilizada no protótipo;
2. criação da representação em Bond Graphs, simulação e validação do modelo para o supercapacitor (assim como seu conversor eletrônico) que será utilizado no protótipo.

Ainda em paralelo com a pesquisa teórica foi dimensionada, projetada e construída uma bancada (APÊNDICE B -) para executar os testes experimentais dos modelos obtidos nesta dissertação. Através desta bancada será possível aplicar perfis de demanda de torque

diretamente ao eixo do motor e verificar o comportamento da energia das fontes que alimentam o barramento DC do trem de forças.

Esta bancada encontra-se em fase de comissionamento para operação, e, infelizmente, não houve tempo hábil para incluir as contribuições desta validação experimental neste trabalho. Desta forma é possível enunciar uma terceira proposta para continuidade:

3. validação experimental dos modelos para o Motor *Brushless* e Inversor de frequência obtidos nesta dissertação.

Ainda no âmbito da modelagem, pode-se utilizar como referência o trabalho desenvolvido por Silva (2011). Neste trabalho o autor cria a representação em Bond Graphs do modelo de comportamento dinâmico (mecânico) da movimentação de um veículo de quatro rodas elétrico. Esta modelagem pode ser estendida para a construção do modelo dinâmico do triciclo, podendo assim ser futuramente acoplado ao modelo em Bond Graphs do trem de força. Pode-se então enunciar a quarta proposta de continuidade como:

4. criar a representação em Bond Graphs do comportamento dinâmico mecânico do triciclo.

Por fim, vale reforçar que um dos objetivos finais da construção do modelo do trem de força é o controle da energia fornecida pelas diversas fontes. Este controle será desenvolvido a partir das equações dos modelos obtidos para as diversas fontes de energia. Para que seja possível trabalhar com as equações, deve-se aprimorar o processo de obtenção das equações a partir dos modelos em Bond Graphs. Portanto, pode-se definir a quinta proposta de continuidade como:

5. Criação de uma metodologia de nomenclatura dos elementos utilizados no modelo em Bond Graphs, para obtenção das equações do modelo, auxiliado por softwares como Maple™, a partir das informações fornecidas pelo 20-Sim™.

6.3 PUBLICAÇÕES

Esta dissertação de Mestrado rendeu a publicação de dois artigos científicos em congressos.

A primeira publicação, intitulada “Modelagem do movimento de rolagem de uma bicicleta utilizando Bond Graphs” foi aceita e

apresentada no Congresso Brasileiro de Automática de 2012 em Campina Grande – PB. (Anexo I)

A segunda publicação, intitulada “Bond Graphs representation of a *Brushless* DC motor and Inverter Drive” foi aceita e apresentada no Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência de 2013 em Gramado – RS. Este artigo também será publicado na base de dados da IEEE e disponibilizado através do portal IEEExplorer.ieee.org. (Anexo II)

Ainda existe um terceiro artigo, a ser finalizado, para ser submetido para publicação. Este trabalho abordará a aplicação do segundo modelo do inversor de frequência para acionamento do inversor de frequência.

REFERÊNCIAS

- AHMED, A. **Eletrônica de Potência**. São Paulo: Pearson, 2000.
- BARBI, I. **Teoria Fundamental do Motor de Indução**. [S.l.]: Editora da UFSC, 1985.
- CHELI, F. et al. **Full energetic model of a Plug-In Hybrid Electrical Vehicle**. International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion. [S.l.]: [s.n.]. 2008. p. 733-738.
- CROSS, J. et al. A novel Current Control Strategy in Trapezoidal EMF Actuator to Minimize Torque Ripples due to Phases Commutations. **Fifth European Conference on Power Electronics and Applications**, 1993. 266-271.
- DAS, S. **Mechatronic Modeling and Simulation Using Bond Graphs**. [S.l.]: CRC Press, 2009.
- DAUPHIN-TANGUY, G.; ROMBAUT, C. Why a Unique Causality in the elementary commutation cell Bond Graphs model of a power electronics converter. **International Conference on Systems, Man and Cybernetics**, 1993. 257 - 263.
- DAVOL, A.; OWEN, F. Dynamic Model of Bicycle from Kinematic and Kinetic Considerations, California Polytech State University, 2007.
- FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, C.; UMANS, S. D. **Máquinas Elétricas**. 6ª. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.
- GAO, D. W.; MI, C.; EMADI, A. **Modeling and simulation of electric and hybrid vehicles**. Proceedings of the IEEE. [S.l.]: [s.n.]. 2007. p. 729-745.
- GAO, W.; MUSUNURI, S. **Hybrid electric vehicle modeling and analysis in Generic Modeling Environment**. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference. [S.l.]: [s.n.]. 2006. p. 1-6.
- GAWTHROP, P. J.; BEVAN, G. P. Bond Graphs Modeling. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 27, p. 24-45, Abril 2007.
- GHORBANI, R. et al. **Modeling and simulation of series parallel hybrid electric vehicle using REVS**. Proceedings of the 2007 American Control Conference. [S.l.]: [s.n.]. 2007. p. 4413-4418.
- GMITERKO, A.; VACKOVÁ, M.; VIRGALA, I. **Using of bond graphs for mechatronics systems**. 34th International Spring Seminar on Electronics Technology. [S.l.]: [s.n.]. 2011. p. 369-373.
- GONZÁLEZ-CONTRERAS, B. M. et al. Modelling, Simulation and Fault Diagnosis of the Three-Phase Inverter Using Bond Graph. **IEEE International Symposium on Industrial Electronics**, 2007. 130 - 135.

- GRENIER, D.; LOUIS, J.-P. **Use of an extension of the park's transformation to determine control laws applied to a non-sinusoidal permanent magnet synchronous motor.** Fifth European Conference on Power Electronics and Applications. [S.l.]: [s.n.]. 1993. p. 32 - 37.
- GUEDES, J. A. M.; MUSSA, S. A.; BARBI, I. Estratégia de controle digital de um inversor trifásico com transformador delta-Y aplicando a transformada de park, usando o DSP TMS 2812. **XVI Congresso Brasileiro de Automática**, 2006. 2483 - 2488.
- ISERMANN, R. **Mechatronic Systems, Fundamentals**. 1ª. ed. [S.l.]: Springer, 2003.
- JANSCHKE, K. **Mechatronic Systems Design**. 1ª. ed. [S.l.]: Springer, 2012.
- JUNCO, S.; DIÉGUEZ, G.; RAMÍREZ, F. On Commutation Modeling in Bond Graphs. **8th International Conference on Bond Graph Modeling And Simulation**, 2007. 12-19.
- JUSTO, M. O. A.; RAMÍREZ, G. V. G.; VALDÉS, L. G. V. Fault Detection and Isolation in the Induction Motor Drive using Bond Graphs. **10th IEEE International Power Electronics Congress**, 2006. 1 - 6.
- JUSTO-AGUILAR, M. O.; LUNA-ORTEGA, C. A. FDI with Hybrid Bond Graphs in the Full Bridge Inverter. **8th International Conference on Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control (CCE)**, 2011. 1 - 6.
- KARNOPP, D.; ROSENBERG, R. C. **System Dynamics: A Unified Approach**. 2ª. ed. [S.l.]: Wiley Interscience Publication, 1992.
- KELLY CONTROLS. HUB & Wheels motor controllers, 2012. Disponível em: <<http://kellycontroller.com/>>. Acesso em: 15 Fevereiro 2012.
- KRAUSE, P. C.; THOMAS, C. H. Simulation of Symmetrical Induction Machinery. **IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems**, 1965. 1038 - 1053.
- KRAUSE, P. C.; WASYNCHUK, O.; SUDHOFF, S. D. **Analysis of Electric Machinery and Drive Systems**. 2ª. ed. [S.l.]: IEEE Press, 2002.
- KUNZEL, G.; LINDA, M. **Bond Graphs and its use in mechatronics**. 13th International Symposium Mechatronika. [S.l.]: [s.n.]. 2010. p. 57-58.
- LIDOZZI, A. et al. Vector Control of Trapezoidal Back-EMF PM Machines Using Pseudo-Park Transformation. **IEEE Power Electronics Specialists Conference**, 2008. 2167-2171.

- MAHMOODI, M. et al. **A suitable power transfer control system for interconnection converter of DC microgrids**. International Conference on Renewable Energies and Power Quality. [S.l.]: [s.n.]. 2008.
- MATSUI, N.; TAKESHITA, T.; YASUDA, K. **A New Sensorless Drive of Brushless DC Motor**. Proceedings of the 1992 International Conference on Industrial Electronics, Control, Instrumentation and Automation. San Diego: [s.n.]. 1992. p. 430 - 435.
- MOMOH, O.; OMOIGUI, M. **An Overview of Hybrid Electric Vehicle Technology**. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference. Prairie View, TX, USA: [s.n.]. 2009. p. 1286 - 1292.
- MONTEIRO, J. R. B. A. **Transformação dq Não Senoidal para Maquinas Síncronas com imã permanente no Rotor**. Universidade de São Paulo. São Carlos. 2004.
- MONTEIRO, J. R. B. A. et al. Electromagnetic torque ripple and copper losses reduction in permanent magnet synchronous machines. **European Transactions on Electrical Power**, 22, n. 5, june 2011. 627 - 644.
- MUKHERJEE, A.; KARMARKAR, R. **Modelling and Simulation of Engineering Systems through Bond Graphs**. [S.l.]: Narosa Publishing House, 2000.
- ON SEMICONDUCTORS. ON Semiconductors. **MTY100N10E-D Datasheet**, 2000. Disponível em: <http://www.onsemi.com/pub_link/Collateral/MTY100N10E-D.PDF>. Acesso em: 03 Outubro 2013.
- RASHID, M. H. **Power Electronics Handbook**. 2ª. ed. [S.l.]: Academic Press, 2007.
- ROMAN, M.; BOBASU, E.; SENDRESCU, D. **Modelling of the rotary inverted pendulum system**. IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics. [S.l.]: [s.n.]. 2008. p. 141-146.
- RONKOWSKI, M. **Modelling of Electrical Machines Using the Modelica Bond Graphs Library**. 13th Power Electronics and Motion Control Conference. [S.l.]: [s.n.]. 2008. p. 880-886.
- RONKOWSKI, M. **Modelling of electrical machines using the modelica Bond-Graph library**. 13th Power Electronics and Motion Control Conference. [S.l.]: [s.n.]. 2008. p. 880-886.
- ROQUEIRO, N.; FARIA, M. D.; COLET, E. **Sliding Mode Controller and Flatness Based Set-Point Generator for a Three Wheeled Narrow Vehicle**. Prints of the 18th IFAC World Congress. [S.l.]: [s.n.]. 2011. p. 11925-11930.

- SILVA, L. I. **Modelado y simulación de accionamientos eléctricos usados en vehículos eléctricos**. Universidade Nacional de Río Cuarto. Doctor's Thesis. 2011.
- SILVA, L. I. et al. Multi-domain model for electric traction drives using bond graphs. **Journal of Power Electronics, Special Issue on Electric Vehicles**, 11, 2011. 439 - 448.
- SIRIVADHANA, K.; RICHARDS, E. F.; ANDERSON, M. D. **The Application of Bond Graphs to Electrical Machinery and Power Engineering**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. [S.l.]: [s.n.]. 1983. p. 1176-1184.
- SUDHOFF, S. D.; KRAUSE, P. C. AVERAGEVALUE MODEL OF THE BRUSHLESS DC 120° INVERTER SYSTEM. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, 1990. 553 - 557.
- UMARIKAR, A. C.; UMANAND, L. Modelling of switching systems in bond graphs using the concept of switched power junctions. **Journal of the Franklin Institute**, Fevereiro 2005. 131-147.
- VAN DER DUIJN SCHOUTEN, N. P.; SHAQLAIH, T.; MCMAHON, R. A. A study of inverter operation in small induction motor drives. **International Conference on Power Electronics, Machines and Drives, 2002**. 353 - 358.
- VAZ, A.; DHAMI, S.; TRIVEDI, S. **Bond Graph Modeling and Simulation of three phase PM BLDC Motor**. 14th National Conference on Machines and Mechanisms. Durgapur: [s.n.]. 2009. p. 1-5.
- VIEIRA, R.; NICOLAZZI, L.; ROQUEIRO, N. **Modelling a tilting three-wheeled narrow vehicle with six degrees of freedom**. 20th International Congress of mechanical engineering. [S.l.]: [s.n.]. 2009.
- WONG, J. et al. A parallel energy-sharing control for fuel cell-battery-ultracapacitor hybrid vehicle. **Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)**, 2011. 2923.
- XIN, L.; WILLIAMSON, S. S. **Comparative Investigation of Series and Parallel Hybrid Electric Vehicle (HEV) Efficiencies Based on Comprehensive Parametric Analysis**. IEE Vehicle Power and Propulsion Conference. [S.l.]: [s.n.]. 2007. p. 499-505.
- YU-SEONG, J. **Modeling and Simulation of electric drive system for series hybrid electric vehicle**. 31st International Telecommunications Energy Conference. [S.l.]: [s.n.]. 2009. p. 1-4.

APÊNDICE A - CONCEITOS BÁSICOS DE BOND GRAPHS

A.1 INTRODUÇÃO

Bond Graphs é uma técnica de modelagem que possui como produto final um modelo gráfico de um sistema dinâmico. Esse tipo de modelagem é uma forma de representação que utiliza como base para criação da representação a interação energética entre os elementos de um sistema. Desta forma as equações matemáticas estão intrínsecas aos próprios elementos, facilitando assim a compreensão das características essenciais do sistema modelado (GAWTHROP e BEVAN, 2007).

A técnica de representação por Bond Graphs foi introduzida pelo professor Henry M. Paynter (1959) que, através de seus estudos com simulações utilizando diagramas de blocos, verificou a necessidade de se criar o conceito de potência e energia como variáveis de entrada e saída de um bloco (SIRIVADHNA, RICHARDS e ANDERSON, 1983).

Muitas aplicações da mecatrônica podem ser modeladas utilizando esta técnica, como mostrado por Gmitterko (2011). Em seu trabalho o autor modela um pêndulo invertido controlado através de dois motores elétricos acoplados às rodas de uma base, onde o pêndulo é fixado.

Outros trabalhos, como a modelagem de máquinas elétricas (SIRIVADHNA, RICHARDS e ANDERSON, 1983; RONKOWSKI, 2008) e a modelagem de um elevador de passageiros acionado por um motor elétrico (KUNZEL e LINDA, 2010), mostram algumas das várias aplicabilidades e algumas vantagens da utilização da técnica de Bond Graphs na modelagem de sistemas com múltiplos domínios. Nesse último, o autor ainda faz uma transformação da modelagem de Bond Graphs para um diagrama de blocos com integradores para uma solução numérica.

Além de artigos científicos com aplicações de Bond Graphs existem livros didáticos que tratam da modelagem de sistemas mecatrônicos usando o conceito de fluxo de energia entre blocos (ISERMANN, 2003; JANSCHKEK, 2012). Nestes livros os autores fazem breves introduções à representação por Bond Graphs.

Existem também livros dedicados exclusivamente à modelagem utilizando Bond Graphs aplicada aos sistemas mecatrônicos (DAS, 2009). Nestes livros, a técnica é abordada mais a fundo e com aplicações mais específicas.

A.2 FUNDAMENTOS DA REPRESENTAÇÃO POR BOND GRAPHS

Os modelos em Bond Graphs são semelhantes às modelagens por diagramas de blocos e fluxos de sinais, baseado nas equações do espaço de estados do modelo, onde cada ligação indica o fluxo de uma variável do sistema¹⁶. Porém, a principal diferença, entre a da modelagem por sinais e o Bond Graphs, é a quantidade de informações em cada ligação. A conexão entre os elementos, em uma representação por Bond Graphs, representa uma troca bidirecional de potência (DAS, 2009). Em outras palavras, as ligações entre dois elementos do Bond Graphs representam a direção do fluxo positivo de potência. Esta ligação é chamada de *Power Bond* e é representada através de uma meia seta como na Figura A.1.

Figura A.1– Simbologia para representação da *Power Bond*



Cada ligação representa a conexão de duas variáveis. Essas variáveis são conhecidas como Variáveis de Potência (*power variables*). Desta forma, cada ligação do Bond Graphs possui a informação de três variáveis (as duas variáveis de potência e a potência propriamente dita), o que reduz a complexidade da construção do modelo.

A.2.1 Variáveis de potência

Em qualquer domínio físico, a potência é definida pelo produto das variáveis de potência. Por exemplo, no domínio elétrico a potência é definida pelo produto da tensão pela corrente. No domínio mecânico a potência é definida pelo produto entre a força e velocidade. Observando a similaridade entre os diversos domínios, o Prof. H. Paynter criou a representação genérica das variáveis de potência. São elas:

- esforço: $e(t)$
- fluxo: $f(t)$.

De forma que, em qualquer meio físico, o produto dessas duas variáveis é igual à potência transmitida.

¹⁶ Como, por exemplo, os diagramas de blocos utilizados para construção de modelos de simulação no SIMULINK/Matlab®

$$P(t) = e(t) \cdot f(t) \quad (\text{A.1})$$

A Tabela A. 1 apresenta alguns exemplos de variáveis de potência em diversos domínios físicos.

A.2.2 Variáveis de Energia

Existem elementos físicos (como capacitores, indutores ou massas) que são capazes de armazenar energia. A energia (E) é definida pelo acúmulo de potência (P) no tempo, ou seja:

$$E = \int P(t) dt = \int e(t)f(t)dt \quad (\text{A.2})$$

Porém não é possível um elemento armazenar esforço e fluxo ao mesmo tempo. Portanto a energia também pode ser definida como o acúmulo de uma variável de potência enquanto a outra varia em função da energia acumulada (DAS, 2009). Tomamos por exemplo a energia do capacitor. A tensão durante o período de carga de um capacitor varia em função da carga elétrica (Q_e) acumulada, no entanto a carga elétrica é função do campo elétrico gerado através do fluxo da corrente elétrica (i_e). De forma mais simplificada pode-se interpretar que o capacitor armazena energia através do “acúmulo de corrente elétrica”. Portanto a tensão varia em função do acúmulo de corrente.

Para simplificação, foram propostas duas variáveis de energia. Cada variável de energia é definida pelo acúmulo de uma variável de potência. São elas:

- momento: $p(t) = \int e(t) dt \quad (\text{A.3})$

- deslocamento: $q(t) = \int f(t) dt \quad (\text{A.4})$

Em outras palavras, o momento é causado pelo acúmulo de esforço, assim como o deslocamento é causado pelo acúmulo de fluxo. Desta forma a energia armazenada em um elemento pode ser descrita por:

$$E(q) = \int e(q) dq \quad (\text{A.5})$$

¹⁷ Todas as integrais representadas nesta seção possuem o intervalo de integração $[0,t]$ e são definidas como $\int_0^t f(x)dx$ porém, para simplificar a escrita, serão escritas sem representar o intervalo de integração.

ou

$$E(p) = \int f(p) dp \quad (\text{A.6})$$

A Tabela A. 1 apresenta alguns exemplos de variáveis de energia para alguns domínios físicos.

Tabela A. 1– Exemplos de variáveis de potência e energia.

Variável Genérica	Domínio			
	Mecânica Translacional	Mecânica Rotacional	Elétrica	Hidráulica
e (esforço)	Força, F (N)	Torque, T (Nm)	Diferença de potencial, V (Volt)	Pressão, P (N/m ²)
f (fluxo)	Velocidade, v (m/s)	Velocidade Angular, ω (rad/s)	Corrente, i (ampere)	Vazão, Q (m ³ /s)
p (momento)	Momento, p (Ns)	Momento Angular, pT (Nms)	Fluxo de Ligação, λ (Vs)	Momento de pressão, P_p (Ns/m ²)
q (deslocamento)	Deslocamento, x (m)	Ângulo, θ (rad)	Carga, Q (Columb)	Volume, V (m ³)
Potência	$F * v$ (watt)	$T * \omega$ (watt)	$V * i$ (watt)	$P * Q$ (watt)
Energia	$\int F dx, \int v dp$	$\int T d\theta, \int w dpT$	$\int V dQ, \int i d\lambda$	$\int P dV, \int Q dp_p$

Fonte: Adaptada de (DAS, 2009).

A.3 ELEMENTOS BÁSICOS DE BOND GRAPHS (1-PORT)

Nas seções A.3.1 até A.3.3 serão apresentados os principais elementos propostos pelo Prof. H Paynter. Segundo Gawthrop (2007), estes elementos são os mínimos necessários para relacionar todas as variáveis de potência e energia apresentadas anteriormente.

Estes elementos são referenciados como 1-Port (uma porta), pois possuem apenas uma porta para conexões de potência (*Power Bonds*).

A.3.1 Elementos Armazenadores de Energia

Como o próprio nome relata, estes elementos são capazes de armazenar energia. Como este armazenamento pode ocorrer de duas formas, estes elementos são divididos em duas categorias:

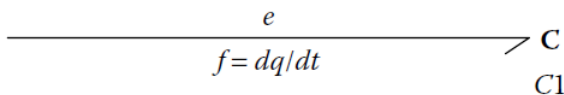
- Elementos Armazenadores de Fluxo (C);
- Elementos Armazenadores de Esforço (I).

A.3.1.1 Elementos Armazenadores de Fluxo

Estes componentes do Bond Graphs são definidos pela sua capacidade de armazenar energia a partir do acúmulo de fluxo. Este elemento é representado graficamente pelo símbolo da letra **C** em alusão à capacitância elétrica, que armazena energia através do acúmulo de corrente (fluxo).

Este elemento é comumente representado utilizando a *Power Bond* apontando para ele (Figura A. 2), ou seja, a potência flui positivamente do sistema para este elemento.

Figura A. 2 – Representação do Armazenador de Fluxo



A equação característica deste elemento é definida por:

$$e = \frac{q}{c} = \frac{\int f(t) dt}{c} \quad (\text{A.7})$$

Em (A.7) a variável C representa a relação entre o esforço e a variável acumulada, por exemplo em um capacitor a tensão é definida por:

$$V = \frac{Q_e}{C}$$

sendo:

V – Tensão elétrica;
 Q_e – Carga Elétrica;
 C – Capacitância;

Já no domínio mecânico tem-se:

$$F = k_x * x$$

sendo:

F – força;
 k_x – constante da mola;
 x – deslocamento;

Onde: $C=1/k_x$

A energia armazenada neste elemento por ser calculada através da equação (A.8):

$$E = \frac{q^2}{2C} \quad (\text{A.8})$$

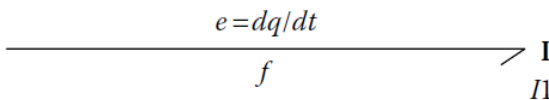
Alguns exemplos de componentes representados por este elemento são: molas, capacitores e tanques hidráulicos.

A.3.1.2 Elementos Armazenadores de Esforço

Analogamente ao elemento anterior, este é definido pela sua capacidade de armazenar energia através do acúmulo de esforço. Ele é representado pela letra **I** em alusão à indutância elétrica, que armazena energia pelo acúmulo da tensão (esforço) aplicada sobre ela.

Para este componente também é comum representar a *Power Bond* fornecendo potência para o elemento, como mostrado na Figura A. 3.

Figura A. 3 - Representação do Armazenador de Fluxo



A equação característica deste elemento é definida por:

$$f = \frac{p}{I} = \frac{\int e dt}{I} \quad (\text{A.9})$$

em (A.9) a variável I representa a relação entre o fluxo e a variável acumulada, por exemplo em um indutor a corrente é definida por:

$$i_e = \frac{\lambda}{L}$$

i_e – corrente elétrica;
 λ – fluxo de ligação;
 L – indutância.

Onde: $I=L$

Já no domínio mecânico tem-se:

$$v = \frac{p}{m} : \text{velocidade}=\text{momento} / \text{massa}$$

sendo:

v – velocidade;
 p – momento;
 m – massa.

Onde: $I = m$

A energia armazenada por ser calculada através de:

$$E = \frac{1}{2} I f^2 \quad (\text{A.10})$$

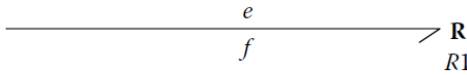
Alguns exemplos de equipamentos modelados por este elemento são: massas, indutores, massa de fluido.

A.3.2 Elementos Dissipadores de Energia

Os elementos dissipadores são aqueles responsáveis por representar as perdas de energia em um sistema físico. São elementos que transformam a potência recebida dos outros elementos em formas não recuperáveis (como o calor).

O símbolo que representa este elemento é a letra **R**, em analogia à resistência elétrica (Figura A. 4).

Figura A. 4 – Representação dos elementos dissipadores de energia



Por não ter acúmulo de energia a equação deste elemento é mais simples, como mostrada em (A.11)

$$e = Rf \quad (\text{A.11})$$

Exemplos de equipamentos representados por este elemento são: amortecedores mecânicos, resistores elétricos e paredes de tubos.

A.3.3 Fontes de Esforço e fluxo

Até o momento foram apresentados os elementos que armazenam e dissipam energia, mas, assim como em qualquer sistema físico, existem os elementos que inserem energia ao sistema.

Em Bond Graphs os elementos responsáveis por isso são as Fontes de Esforço (S_e – do inglês *Source of Effort*) e as Fontes de Fluxo (S_f – do inglês *Source of Flux*).

Estes elementos inserem potência ao sistema, portanto a representação em *Bond Graphs* utiliza as *Power Bonds* indicando que a semi seta está saindo deste elemento.

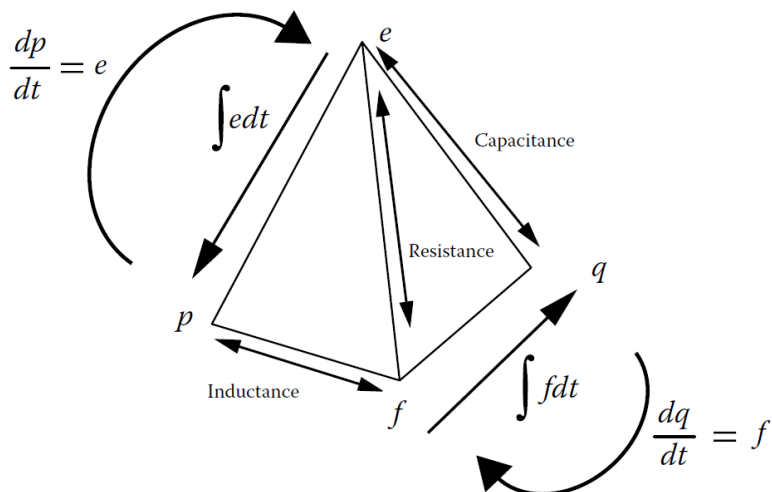
Ambas as fontes são consideradas fontes ideais, ou seja, as fontes de esforço possuem uma saída de esforço constante e podem variar o fluxo de forma a fornecer toda a potência necessária. As fontes de fluxo trabalham as variáveis de potência de forma análoga.

A.3.4 Tetraedro de Estados

Todos os elementos e conceitos vistos anteriormente podem ser resumidos através do Tetraedro de Estados. Esta forma geométrica mostra a relação entre as variáveis de potência, variáveis de energia e elementos do *Bond Graphs*.

As variáveis estão localizadas nos quatro vértices do tetraedro, enquanto os elementos representam as arestas que ligam os vértices.

Figura A. 5 – Tetraedro de Estados



Fonte: Das (2009).

A.4 ELEMENTOS 2-PORT

Os elementos chamados 2-Port possuem dois pontos de conexões de potência. Estes elementos são responsáveis por transformar a potência de um ponto do sistema para outro sem perdas de energia. Esta transformação pode ocorrer por mudança de domínios físicos (por exemplo, um motor elétrico que transforma a potência elétrica em potência mecânica) ou simplesmente por mudança nos valores dos esforços e fluxos em um determinado sistema (por exemplo, um braço de alavanca mecânica).

Os elementos 2-Port se dividem em duas categorias que serão descritas à seguir:

- transformadores (**TF**);
- giradores (**GY**).

A.4.1 Transformadores (TF)

Os elementos transformadores relacionam os esforços e fluxos de suas portas de forma direta, ou seja, o esforço da porta 1 (e_1) será

multiplicado por um fator de transformação (n) obtendo o valor do esforço da porta 2 (e_2).

Já o fluxo da porta 1 (f_1) será multiplicado por um fator de transformação ($1/n$) para obter o valor do fluxo da porta 2 (f_2).

De forma matemática, pode-se expressar o elemento transformador pela seguinte relação:

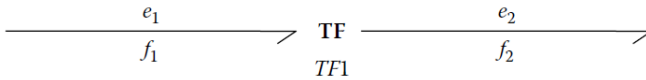
$$\begin{cases} e_2 = Ne_1 \\ f_1 = Nf_2 \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

É importante frisar que esta transformação é feita sem perdas de energia. Portanto, a potência na porta 1 deve ser igual à potência na porta 2. Assim como segue:

$$e_1 f_1 = \left(\frac{e_2}{N}\right) (Nf_2) = e_2 f_2 \quad (\text{A.13})$$

A simbologia utilizada para representar os transformadores é mostrada na Figura A. 6.

Figura A. 6 – Simbologia do elemento Transformador (TF)



Podem ser citados como exemplos de elementos transformadores: braços de alavanca, transformadores elétricos, sistemas de engrenagem ou um êmbolo hidráulico.

A.4.2 Giradores (GY)

Os elementos Giradores são similares aos transformadores, porém fazem a relação cruzada entre as portas, de forma que o esforço da porta 1 é relacionado com o fluxo da porta 2, assim como o esforço da porta 2 será relacionado com o fluxo da porta 1.

Este elemento pode ser representado matematicamente por:

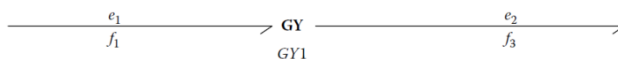
$$\begin{cases} e_2 = Mf_1 \\ e_1 = Mf_2 \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Novamente chama-se a atenção para a conservação de energia, na qual a potência de entrada é igual à de saída.

$$e_1 M f_1 = e_2 M f_2 \rightarrow e_1 f_1 = e_2 f_2 \quad (\text{A.15})$$

A simbologia utilizada para este elemento é apresentada na Figura A. 7.

Figura A. 7 – Simbologia do elemento Girador (GY)



Podem ser citados como exemplo dos elementos Giradores: motores elétricos, turbinas e bombas centrífugas.

A.5 JUNÇÕES DE POTÊNCIA

Conhecidos também como elementos n-Ports, ou seja, elementos sem restrições no número de portas. São os elementos do *Bond Graphs* responsáveis por interconectar todos os componentes de um sistema.

Através das junções é possível determinar as restrições de esforço e fluxo entre os elementos. Em outras palavras, é através das junções que se determina se os componentes do modelo estão sobre um mesmo esforço ou um mesmo fluxo.

A.5.1 Junção-0 (0-Junction)

A junção-0 é responsável por impor a restrição na qual todos os elementos conectados a ela terão o mesmo esforço (ou seja, todos os elementos possuem um esforço em comum).

As junções também são elementos conservativos, portanto toda potência fornecida para a junção é direcionada para outros elementos. Desta forma, como o esforço é sempre o mesmo, considera-se que a soma de todos os fluxos deve ser igual a zero. A Figura A. 8 apresenta alguns exemplos de ligações para a junção-0.

Na Figura A. 8.a todas as semi setas estão apontando para a junção indicando que a direção positiva do fluxo de potência é em direção à junção. Neste caso, pelo menos um dos três fluxos

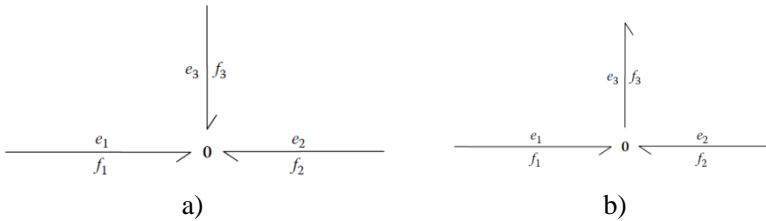
apresentados deverá ser negativo de forma que a relação (A.16) seja verdadeira.

$$\begin{cases} e_1 = e_2 = e_3 \\ f_1 + f_2 + f_3 = 0 \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

Durante o processo de modelagem é comum representar pelo menos uma das ligações de potência da junção-0 com sentido contrário às outras ligações (conforme a Figura A. 8.b). Esta ligação no sentido contrário representa que a potência fornecida pelas portas 1 e 2 serão somadas e direcionadas à porta 3, obedecendo a relação (A.17) a seguir:

$$\begin{cases} e_1 = e_2 = e_3 \\ f_1 + f_2 = f_3 \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

Figura A. 8 – Exemplos de conexão da junção-0



Exemplos de aplicações de junção-0 são circuitos eletrônicos conectados em paralelo, em que a tensão elétrica aplicada é igual para todos os elementos.

Em função do seu princípio de funcionamento, a junção-0 também é conhecida como Junção de Fluxo, Junção de Esforço Comum ou Junção Paralela.

A.5.2 Junção-1 (1-Junction)

A junção-1 é considerada análoga à junção-0. Esta junção, por sua vez, é responsável por impor a restrição na qual todos os elementos conectados a ela possuem o mesmo fluxo.

Como o fluxo de todas as ligações é igual, para manter a característica de conservação de potência é necessário que a soma de todos os esforços das ligações nesta junção seja igual a zero.

A Figura A. 9.a apresenta o caso em que todas as ligações indicam o sentido positivo da potência para a junção. Para que esta

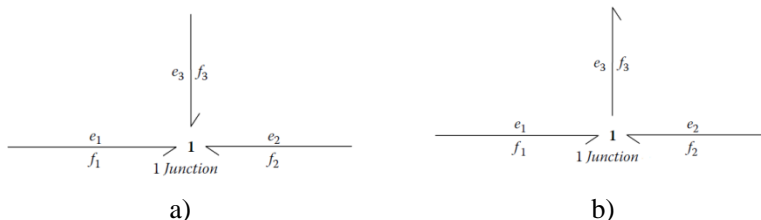
ligação seja possível, um dos esforços deve ser negativo tornando a relação (A.18) verdadeira.

$$\begin{aligned} e_1 + e_2 + e_3 &= 0 \\ f_1 = f_2 = f_3 \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Novamente, uma boa prática da representação por *Bond Graphs* é fazer com que esta ligação que possua o esforço negativo seja ligada com a potência fluindo para fora da junção, como mostrado na Figura A.9.b. Desta forma a relação entre os esforços e fluxo será:

$$\begin{cases} e_1 + e_2 = e_3 \\ f_1 = f_2 = f_3 \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

Figura A.9 – Exemplos de conexão da junção-1



Exemplos de aplicações de junção-1 são circuitos eletrônicos conectados em série, em que a corrente elétrica que flui por todos os componentes é a mesma.

Em função do seu princípio de funcionamento a junção-1 também é conhecida como Junção de Esforço, Junção de Fluxo Comum ou Junção série.

A.6 CAUSALIDADE

Causalidade é o termo utilizado para definir o fenômeno de causa e efeito. No Bond Graphs esta definição é importante para definir o sentido do esforço e fluxo em uma *power bond*.

Em uma ligação de potência não se define a direção das variáveis esforço e fluxo, mas do produto entre elas (potência). Porém é necessário de alguma forma determinar qual o sentido dessas variáveis.

Para cada um dos elementos explicados anteriormente é natural que uma das variáveis seja imposta pelo sistema (causa) e que o

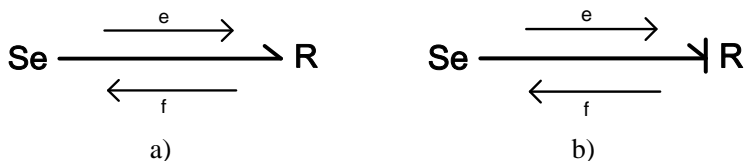
elemento retorne a amplitude da outra variável proporcionalmente ao que lhe foi imposto (efeito).

Por exemplo, na representação de uma resistência elétrica ligada a uma fonte de tensão, a fonte de tensão é representada por uma fonte de esforço (Se) e a resistência, por um elemento dissipador de potência (R). O modelo equivalente a este sistema é apresentado na Figura A. 10.a.

Neste modelo a fonte de tensão impõe um esforço à resistência. Esta por sua vez determina qual será a corrente elétrica que flui pelo circuito, ou seja, determina qual será o fluxo desta ligação.¹⁸

Pode-se então dizer que o esforço imposto é a causa e o fluxo é o efeito. No Bond Graphs é importante representar graficamente qual variável é imposta por cada elemento. Para isto é utilizada uma linha vertical ao final de cada *power bond* para indicar o ponto de origem do fluxo. Esta linha vertical é chamada de *causal stroke* (do inglês traço causal). Um exemplo da utilização da *causal stroke* é apresentada na Figura A. 10.b

Figura A. 10 – Representação em *Bond Graphs* de uma fonte de tensão e uma resistência elétrica.



Nas seções A.6.1 até A.6.5 serão apresentadas as causalidades de cada elemento.

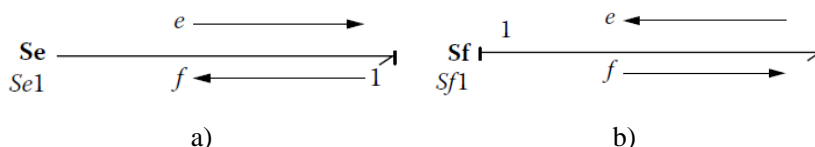
A.6.1 Fontes

A causalidade das fontes de esforço e fluxo é de fácil definição baseada na função de cada tipo de fonte. A fonte de esforço tem função de manter o esforço constante, portanto, pode-se dizer que a fonte impõe esforço ao resto do sistema. Já a fonte de fluxo tem função de manter o fluxo constante, portanto, pode-se dizer que esta fonte impõe fluxo ao resto do sistema.

¹⁸ Vale reforçar que a potência é transmitida da fonte para a resistência, conforme apontado pela semi seta.

Portanto as causalidades das fontes serão sempre fixas como mostradas na Figura A. 11. A fonte de esforço terá a *causal stroke* na extremidade contrária, de forma que o fluxo será determinado pelo sistema (Figura A. 11.a). De forma análoga, a fonte de fluxo terá a *causal stroke* na extremidade da fonte indicando que o fluxo é imposto pela fonte e o esforço é consequência do resto do sistema (Figura A. 11.b).

Figura A. 11 – Causalidade das Fontes de a)esforço b)fluxo



Fonte: Das (2009).

A.6.2 Transformadores e Giradores

A causalidade destes elementos é imposta em uma de suas portas (geralmente é definida por consequência das causalidades de outros elementos) e é refletida para a outra porta de acordo com a relação mostrada na seção A.4.

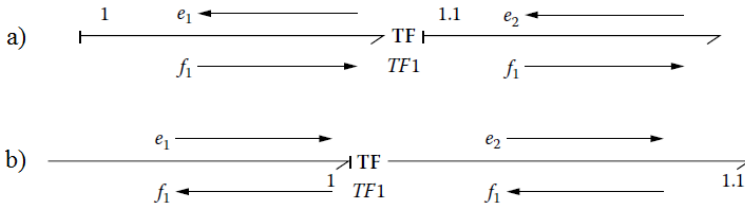
Para os transformadores, a relação entre esforço de entrada e saída é direta, assim como a relação de fluxo. Portanto, se o esforço é imposto na entrada de potência, também ocorrerá uma imposição de esforço na saída. De forma análoga, se houver uma imposição de fluxo na entrada, também ocorrerá uma imposição de fluxo na saída.

Em ambos os casos, a variável não imposta pela causalidade é consequência da resposta do sistema.

A Figura A. 12 apresenta as duas possíveis causalidades para o Transformador.

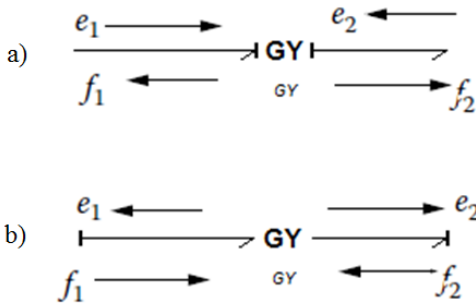
Os giradores, ao contrário dos transformadores, fazem a relação cruzada de causalidade entre esforço e fluxo. Portanto, se houver um esforço imposto a uma das portas do Girador, na outra porta será imposto um fluxo (Figura A. 13). O análogo acontece caso haja um fluxo imposto. Exemplos de Giradores são os motores ou geradores elétricos.

Figura A. 12 – Causalidade dos Transformadores: a) imposição de fluxo e b) imposição de esforço



Fonte: Das (2009).

Figura A. 13 - Causalidade dos Giradores: a) imposição de esforço e b) imposição de fluxo.



A.6.3 Armazenadores de Energia

Os elementos armazenadores possuem algumas particularidades quanto à definição de suas causalidades. Como explicado na seção A.3.1, a equação característica destes elementos é baseada na integral de uma das variáveis de potência. Por tal motivo o ideal é que os elementos armazenadores de fluxo possuam causalidade integral, ou seja, que a variável imposta seja aquela em que ele acumula de forma natural (integral).

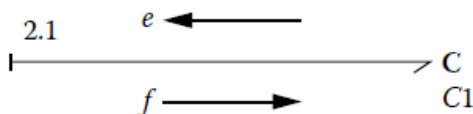
A causalidade integral de um elemento pode ser interpretada como a configuração em que este elemento executa a ação no instante atual em função de informações dos instantes passados (sistema causal).

A.6.3.1 Acumuladores de Fluxo (C)

Os elementos **C** armazenam energia através do acúmulo de fluxo, portanto a causalidade integral neste caso é aquela em que o fluxo é imposto ao elemento e este retorna um valor de esforço equivalente à energia acumulada, segundo (2.7).

A Figura A. 14 a seguir exemplifica uma ligação com causalidade integral para este elemento.

Figura A. 14 – Causalidade integral para o elemento **C**

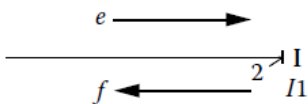


A.6.3.2 Acumuladores de Esforço (I)

Os elementos **I** armazenam energia através do acúmulo de esforço, portanto a causalidade integral destes elementos é definida pela configuração onde o esforço é imposto pelo sistema e um fluxo, proporcional à energia acumulada, é gerado de acordo com (2.9).

A Figura A. 15 exemplifica uma ligação com causalidade integral para o elemento **I**

Figura A. 15 – Causalidade integral para o elemento **I**



A.6.3.3 Causalidade Integral e Diferencial

Em um sistema armazenador de energia, é desejável que as variáveis de estado deste sistema sejam determinadas pela quantidade de elementos capazes de armazenar energia independente dos estados de outros elementos. Os elementos que possuem causalidade integral são estes elementos independentes, portanto para cada elemento com este tipo de causalidade, existirá uma variável de estado (DAS, 2009).

Porém, nem sempre é possível definir a causalidade integral para todos os elementos armazenadores de energia do sistema (isto pode acontecer em função de simplificações da modelagem ou até mesmo da própria característica dinâmica do sistema modelado). Quando isto acontece, os elementos armazenadores de energia assumem a causalidade diferencial.

Os elementos com causalidade diferencial não são independentes, sua energia armazenada depende de outras variáveis dinâmicas e elementos associados a eles. Sistemas que possuem este tipo de causalidade são descritos por equações diferenciais implícitas, o que gera dificuldade para solução numérica para a simulação.

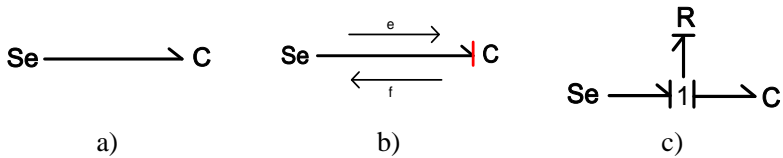
Apesar de a causalidade diferencial não ser um erro, é importante evitar este fenômeno. Caso este tipo de causalidade apareça na representação em Bond Graphs pode ser necessário executar uma reavaliação do modelo. Uma possível solução para este contratempo é considerar algumas perdas que possam ter sido desconsideradas durante o processo de modelagem.

Tomemos com exemplo um capacitor conectado a uma fonte de tensão. Desconsiderando a resistência interna da fonte e a resistência dos cabos que ligam a fonte ao capacitor, o Modelo em *Bond Graphs* resultante seria conforme representado na Figura A. 16.a.

Instintivamente pensa-se em determinar que a Fonte de Esforço é responsável por determinar o esforço da conexão, porém a imposição de tensão ao sistema também é função do Capacitor. Portanto o capacitor deverá ter uma causalidade derivativa para que o modelo seja válido (Figura A. 16.b).

Para contornar este problema pode-se considerar uma resistência (mesmo que muito pequena) conectada em série, através de uma junção-1 com os outros dois elementos (Figura A. 16.c). Desta forma, a fonte de esforço e o elemento capacitor podem impor a tensão à junção. A tensão imposta à resistência é a diferença entre a tensão da fonte e a tensão do capacitor. Portanto a resistência será responsável por determinar o fluxo da Junção-1.

Figura A. 16 – Representação em *Bond Graphs* do capacitor e fonte de tensão

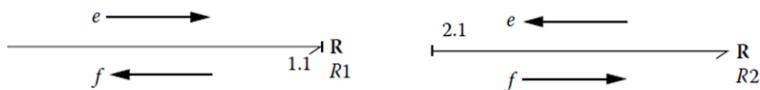


A.6.4 Dissipadores de Energia

Os elementos dissipadores de energia possuem uma equação característica totalmente algébrica, ou seja, apresenta uma relação direta entre esforço e fluxo. Por não possuírem uma interação dinâmica, a causalidade deste elemento pode ser adaptada à necessidade do sistema.

A Figura A. 17 apresenta as duas possíveis causalidades dos elementos **R**.

Figura A. 17 – Causalidade de elementos dissipadores de energia.



Como dito anteriormente, os componentes **R** são muito utilizados para detalhar a representação do modelo e evitar causalidades derivativas nos elementos armazenadores de energia.

A.6.5 Junções

A causalidade em uma junção é sempre definida por uma de suas ligações. Esta ligação é conhecida como *Strong Bond* (do inglês: ligação forte). Toma-se como exemplo a modelagem anterior representada na Figura A. 16.c. Nesse exemplo é utilizada uma junção-1, portanto esta junção irá replicar o mesmo fluxo para todas as ligações. Para isto, é necessário que um dos elementos determine qual será este fluxo.

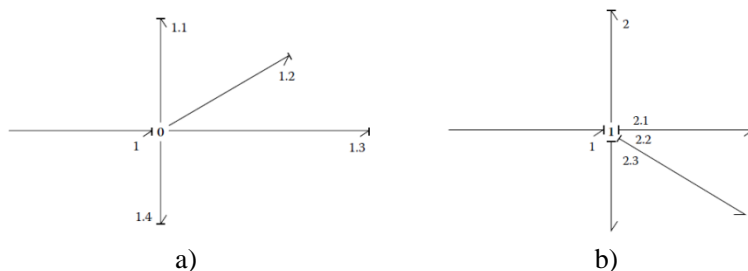
Nesse caso, a corrente elétrica (fluxo) será definida pela resistência elétrica em função da diferença de potencial entre a fonte e o capacitor. Portanto, a resistência é o elemento responsável por determinar o fluxo da junção e, conseqüentemente, essa ligação será a

Strong Bond. O mesmo fluxo será transmitido para a fonte e para o capacitor.

Para definir a causalidade da junção-0 também é necessária uma *Strong Bond*. Porém, neste caso, a *Strong Bond* determinará o esforço imposto à junção e será replicado às outras ligações (analogamente à junção-1).

A Figura A.18 apresenta exemplos da definição das causalidades das junções 0 e 1.

Figura A.18 – Causalidade das junções a)0 b)1



Na Figura A.18.a a causalidade indicada pelo número 1 é a *Strong Bond* desta junção-0. As outras causalidades (identificadas por 1.n) são consequências da primeira definição.

Já na Figura A.18.b, a ligação identificada pelo número 1 foi definida primeiro (em função das prioridades de definições das causalidades, que serão detalhadas adiante), porém esta não é a *Strong Bond* desta junção, pois ela impõe esforço a uma junção-1. A *Strong Bond* desta junção será a ligação 2, já que esta ligação impõe o fluxo à junção. A junção, por sua vez, reproduz essa causalidade às outras ligações.

A.6.6 Algoritmo para definir as causalidades

Das (2009) sugere um algoritmo para determinar as causalidades de uma representação por *Bond Graphs*. Este algoritmo prioriza a causalidade fixa das fontes e tenta sempre manter a causalidade integral dos elementos armazenadores de energia. Os passos do algoritmo são:

1. Escolha qualquer fonte e atribua a causalidade desta. Estenda o máximo possível as implicações de

- causalidade para os elementos próximos (0, 1, TF, GY, R, I e C) ;
2. Repita para todas as fontes;
 3. Escolha um dos elementos armazenadores (I ou C) e atribua a causalidade integral para ele. Estenda o máximo possível as implicações de causalidade para os elementos próximos;
 4. Repita o passo 3 para todos os armazenadores;
 5. Escolha qualquer elemento R cuja causalidade ainda não tenha sido atribuída e estenda as implicações para os outros elementos;
 6. Repita o passo 5 para todos os elementos R não atribuídos;
 7. Escolha qualquer causalidade que ainda não tenha sido atribuída e estenda para os elementos próximos;
 8. Repita o passo 7 até que esteja finalizado.

Na maioria dos modelos os primeiros cinco passos serão suficientes para determinar todas as causalidades do sistema. Em casos em que o sistema for muito complexo, os passos 6 a 8 podem ser executados. Deve-se sempre tentar estender o máximo possível as implicações de causa e efeito durante a modelagem.

A.6.7 Laços Algébricos

Um loop algébrico é um fenômeno que surge durante o processo de equacionamento de um sistema. Este fenômeno ocorre quando uma variável de estado de um sistema é dependente dela mesma, além de depender de outras variáveis do sistema (DAS, 2009). Este fenômeno não é considerado um problema quando os elementos básicos do Bond Graphs são lineares, mas, caso exista alguma não linearidade nos elementos, o loop algébrico pode gerar dificuldade para a solução numérica das equações diferenciais.

O loop algébrico existe quando os passos 1 a 4 do algoritmo de determinação de causalidades foram executados e todos os elementos armazenadores de energia possuem causalidade integral, mas, mesmo assim, ainda é possível definir mais de uma combinação de causalidades para os elementos R sem infringir nenhuma das regras definidas anteriormente.

Este fenômeno é algo implícito ao sistema que será modelado e nem sempre pode ser evitado. Uma vantagem da utilização do Bond

Graphs é que o loop algébrico, assim como a causalidade diferencial, pode ser diagnosticado durante o processo de determinação das causalidades. Desta forma, é possível, ainda durante a construção do modelo, verificar uma alternativa de simplificação ou detalhamento do modelo para evitar o loop algébrico.

A.7 ELEMENTOS MODULADOS

Até o momento foram apresentados apenas elementos cujas variáveis que relacionam o esforço e fluxo são constantes e invariantes no tempo. Porém nem sempre os elementos físicos de um sistema possuem estas características. Para representar este fenômeno existem os Elementos Modulados.

Os Elementos Modulados podem ser utilizados para representar fontes de tensão/corrente variável, forças mecânicas variáveis no tempo, resistências dependentes da temperatura, indutâncias e capacitância variáveis, até mesmo para transformadores variáveis.

Estes elementos possuem as mesmas características dinâmicas e de causalidade dos elementos apresentados nas seções anteriores, porém a relação entre o esforço e fluxo é determinada por algum sinal externo (geralmente o valor medido de alguma variável externa).

Um exemplo de aplicação são os transformadores modulados utilizados para representar as não linearidades de um sistema. Considerando, por exemplo, a decomposição de forças em um pêndulo, onde o torque rotacional é dependente do seno e/ou cosseno do ângulo do pêndulo e da altura do centro de massa. Esta relação é aplicada ao fator N da equação (A.12) de um elemento transformador, resultado em (A.20).

$$\begin{cases} e_2 = h * \text{sen}(\theta) * e_1 \\ f_1 = h * \text{sen}(\theta) * f_2 \end{cases} \quad (\text{A.6.1})$$

Os Elementos Modulados são representados graficamente adicionando a letra **M** aos símbolos dos elementos básicos.

A.8 SWITCHED POWER JUNCTIONS

A representação de sistemas contínuos utilizando Bond Graphs já está bem sacramentada utilizando seus elementos básicos. O desafio desta forma de representação se encontra no formalismo para representar sistemas híbridos, ou seja, sistemas cujo comportamento

dinâmico (sistema contínuo) comuta em função do seu estado (sistema discreto).

Muitos autores propõem a utilização de Transformadores modulados por um sinal booleano (ligado ou desligado), para representar sistemas comutáveis. O que geralmente acarreta em uma representação com causalidade variável, ou seja, a causalidade do sistema varia a cada mudança do estado. Isto faz com que seja necessário criar mais de um modelo para o sistema, o que dificulta o processo de modelagem e simulação computacional.

A grande problemática dos sistemas discretos no Bond Graphs é a mudança da *Strong Bond* de uma junção. Para evitar este problema Umarikar (2005) propôs a utilização de junções de potências que possam ser comutáveis e que definam qual será a *Strong Bond* desta junção em cada estado do modelo.

A.8.1 Representação matemática da SPJ

As *Switched Power Junctions* (Junções de potência Comutáveis) são variantes das junções de potência anteriormente descritas. Assim como as junções convencionais, as SPJ são elementos conservadores de potência.

Foi descrito anteriormente que apenas a *Strong Bond* pode definir o esforço (fluxo) para uma junção-0 (junção-1) podendo existir apenas uma destas ligações. Porém, as *Switched Power Junctions* utilizam a ideia de que existe mais de uma *Strong Bond* para cada junção, com a restrição de que apenas uma delas possa determinar o esforço/fluxo para a junção em cada instante de tempo. Para isto deve ser utilizado um sinal de controle externo que determina qual das *Strong Bonds* atua sobre a junção. Em outras palavras é como se houvesse uma chave comutando entre as ligações capazes de determinar o esforço/fluxo em cada junção.

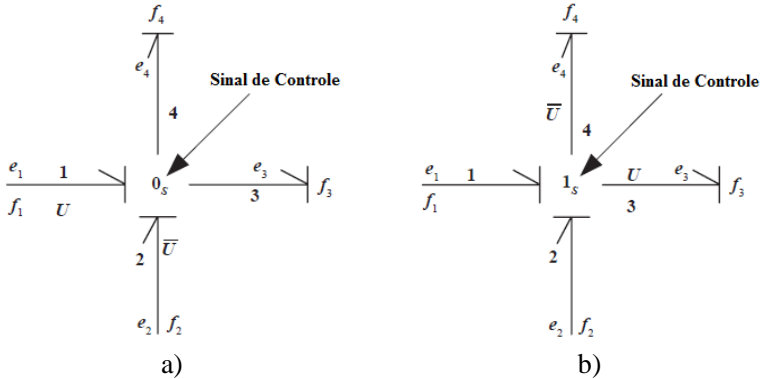
Estas junções são definidas como 1s-junction e 0s-junction (aqui traduzidas como junção-1s e junção-0s). Matematicamente estas junções (conforme apresentadas na Figura A. 19) podem ser expressas por:

$$\text{Junção-0s:} \quad \begin{cases} e_3 = e_4 = Ue_1 + \bar{U}e_2 \\ f_1 = U(f_3 + f_4) \\ f_2 = \bar{U}(f_3 + f_4) \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

$$\text{Junção-1s: } \begin{cases} e_3 = U(e_1 + e_2) \\ e_4 = \bar{U}(e_1 + e_2) \\ f_1 = f_2 = Uf_3 + \bar{U}f_4 \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Em (A.21) e (A.22) o sinal de controle U é responsável por determinar qual ligação é a *Strong Bond* da junção.

Figura A. 19 – Exemplos de conexão das *Switched Power Junctions* a)0s b)1s



Fonte: Adaptada de (UMARIKAR e UMANAND, 2005)

A.8.2 Representação Gráfica da SPJ

Para evitar a implementação via equações matemática, Junco (2007) propôs uma representação da SPJ utilizando os elementos básicos do Bond Graphs.

A junção-0s é aplicada quando se deseja que duas ligações possam determinar o esforço aplicado a junção e este esforço possa ser direcionado para outras ligações. Tomemos, por exemplo, a situação onde existe uma chave que pode comutar qual fonte de tensão será conectada a uma resistência. Ou seja, em alguns instantes a tensão será aplicada pela fonte 1 e em outros momentos a tensão será aplicada pela fonte 2.

Se fosse utilizada uma junção-0 comum seria impossível definir a causalidade correta para as duas fontes. Utilizando a representação proposta por Junco (2007) conforme ilustrado na Figura A. 20, uma das fontes seria ligada à porta 1, a outra fonte ligada à porta 2 e a resistência à porta 3.

Analisando o modelo, percebe-se que a porta 3 é responsável por determinar o fluxo de todo o sistema (o que é esperado pelo

funcionamento do circuito). Já o esforço imposto à resistência pode ser definido pela fonte 1 ou 2 sem infringir as regras de causalidade.

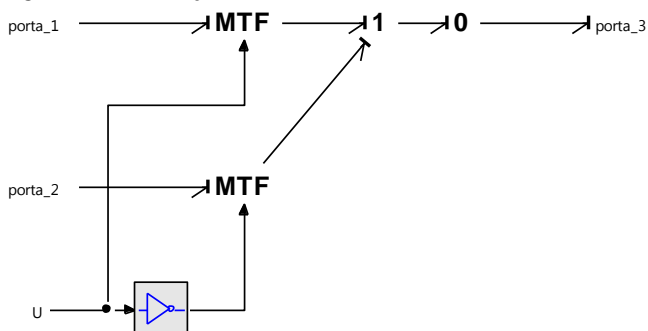
A função de definir qual esforço será aplicado não será mais da *Strong Bond* da junção-0 (já que existe apenas uma *Strong Bond*). Para esta configuração a responsabilidade é transferida para os transformadores modulados em conjunto com o sinal de controle.

Analisando os transformadores modulados a partir de (A.12) vemos que:

- quando o sinal de controle for 0 a porta 1 será desacoplada do sistema e somente a porta 2 impõe esforço à resistência;
- de forma análoga, quando o sinal de controle for 1 apenas a porta 1 impõe esforço ao sistema e a porta 2 é desacoplada.

Em ambos os casos o fluxo da porta desacoplado será nulo, ou seja, a corrente das fontes será zero.

Figura A. 20 – Junção-0s

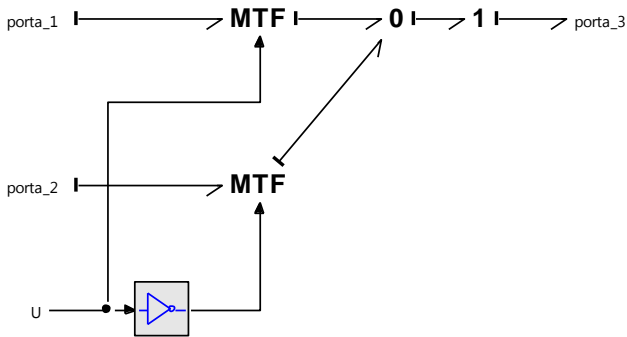


Fonte: Adaptado de Junco (2007).

A junção-1s é construída de forma semelhante à junção-0s, porém invertendo as junções utilizadas internamente, como pode ser observado na Figura A. 21.

O funcionamento é semelhante ao descrito para a junção-0s, porém, neste caso, o objetivo é possibilitar que mais de um elemento possa impor o fluxo à mesma junção 1. Para clarificar pode-se fazer a mesma análise anterior, mas substituindo as fontes de tensão por fontes de corrente.

Figura A. 21 – Junção-1s



Fonte: Adaptado de (JUNCO, DIÉGUEZ e RAMÍREZ, 2007).

A.9 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO BOND GRAPHS

A fim de exemplificar uma aplicação da técnica de representação por Bond Graphs, sugere-se a leitura do artigo submetido e apresentado no Congresso Brasileiro de Automática - 2012 (CBA) que se encontra no Anexo I.

Este artigo é resultado da aplicação dos conhecimentos obtidos durante o período dedicado à aprendizagem desta técnica. Neste artigo é apresentada criação da representação em *Bond Graphs* do movimento de rolagem de uma bicicleta. Neste artigo também é apresentada a metodologia para obtenção das equações no espaço de estados deste modelo e algumas simulações para comparar o modelo em *Bond Graphs* com o modelo fenomenológico através das equações diferenciais.

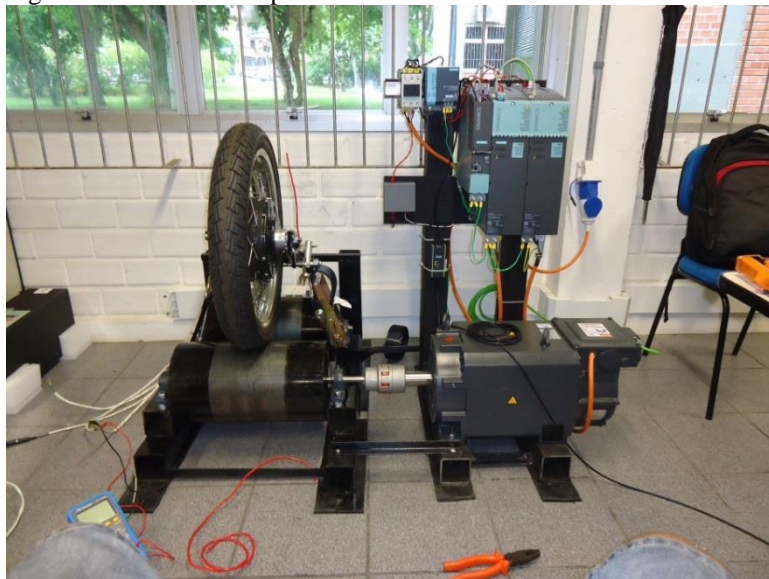
APÊNDICE B - BANCADA EXPERIMENTAL

Durante esta dissertação de mestrado foi desenvolvida uma bancada para executar os ensaios de perfis de carga sobre o motor *Brushless*.

A bancada (ilustrada na Figura B.1) é composta por um motor elétrico responsável por aplicar torque no rolo onde a roda do motor *Brushless* está apoiada.

Para controlar este motor elétrico são utilizados os equipamentos da linha SINAMICS S120 da SIEMENS.

Figura B.1- Bancada Experimental



Através desta bancada é possível simular as requisições de torque que o motor elétrico encontrará quando for utilizado em uma aplicação real. Estas simulações serão utilizadas para validar os modelos desenvolvidos e apresentados nesta dissertação.

Com a validação dos modelos é possível fazer estudos de todo o *power train* através de softwares. Estes estudos possibilitaram projetar controladores que regularão o fluxo de energia entre as fontes do protótipo.

Por fim os controladores podem novamente ser testados no dinamômetro, antes de serem testados no protótipo do tricilo.

**ANEXO I – ARTIGO APRESENTADO NO CONGRESSO
BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - 2012**

**MODELAGEM DO MOVIMENTO DE ROLAGEM DE UMA
BICICLETA UTILIZANDO BOND GRAPHS**

RENATO F. SIMÃO, BRUNO L. SCHNEIDER, NESTOR ROQUEIRO

*Laboratório de Inovação, Departamento de Automação e Sistemas,
Universidade Federal de Santa Catarina
CTC – DAS – Secretaria, Sala 214 - UFSC Campus Universitário – Bairro:
Trindade
Florianópolis Santa Catarina CEP 88040-900 Brasil
E-mails: renatofsimao@gmail.com, brunoleos@gmail.com,
nestor@das.ufsc.br*

Abstract— This paper presents an application of the Bond Graphs modelling technique. This technique was applied to obtain the representative model of the roll movement of a bicycle. This paper presents a brief introduction to the concept of Bond Graphs modelling, indicating the basics modelling elements and their functions. The model was derived from the free body diagram of the bicycle. A PID controller was introduced to the model so it would be possible to analyse it through simulations of reference tracking and some disturbances rejection. The results were compared with dynamic equation simulations obtained by the Newtonian approach.

Keywords— Bond Graphs, Modelling, Bicycle, Roll movement, leaning control.

Resumo— Este artigo apresenta um exemplo de aplicação da técnica de modelagem por Bond Graphs. Esta técnica foi aplicada para a obtenção do modelo representativo do movimento de rolagem de uma bicicleta. No trabalho é apresentada uma breve introdução ao conceito de modelagem por Bond Graphs, indicando os principais elementos de modelagem e suas funções. O modelo foi obtido a partir do Diagrama de Corpo Livre da bicicleta. Foi introduzido ao modelo um controlador PID para análise do modelo através de simulações de seguimento de referência e com a aplicação de perturbações. Os resultados são comparados com as simulações das equações dinâmicas obtidas pela abordagem newtoniana.

Palavras-chave— Bond Graphs, Modelagem, Bicicleta, Rolagem, Controle de inclinação.

1 Introdução

Atualmente, as companhias automobilísticas estão focadas no desenvolvimento de veículos mais eficientes e que utilizem fontes de energias renováveis. Desta forma é possível reduzir a emissão de gases poluentes na atmosfera, contribuindo para a redução do aquecimento global (MOMOH e OMOIGUI, 2009).

Com o aumento da eficiência dos veículos, estes ficam cada vez menores e mais estreitos. Desta forma o espaço das ruas e rodovias é mais bem aproveitado, o que alivia o tráfego das cidades (ROQUEIRO, FARIA e COLET, 2011).

Na Universidade Federal de Santa Catarina existe um projeto de pesquisa cujo principal foco é o desenvolvimento de um triciclo estreito para dois passageiros (Vieira, Nicolazzi and Roqueiro, 2009). Por ser estreito, este tipo de veículo possui problemas de estabilidade, identificados pela tendência à capotagem, mas que podem ser compensados com a inserção de um sistema de controle de inclinação do veículo durante as curvas, como ocorre nas motocicletas e bicicletas (ROQUEIRO, FARIA e COLET, 2011).

Neste artigo é introduzido um controlador baseado no esterço, projetado sobre o modelo de um sistema mais simples que o triciclo: uma bicicleta. No intuito de prover uma modelagem gráfica e intuitiva de uma bicicleta, focando-se em sua aplicação para controle, é proposta a criação de um modelo de bicicleta utilizando-se a técnica de *Bond Graphs*.

A modelagem por *Bond Graphs* é feita de forma gráfica, baseada no fluxo de energia entre os subsistemas existentes. O modelo gerado é representado por nove elementos base, independentemente do domínio que se modele (mecânico, elétrico, hidráulico, etc.). Através das ligações de energia dos subsistemas, obtêm-se o modelo que é utilizado para estudar o comportamento dinâmico desejado (Roman, Bobasu and Sendrescu, 2008).

Este artigo apresenta a modelagem dos fenômenos associados à rolagem de uma bicicleta (rotação sobre o seu eixo longitudinal) por *Bond Graphs*, considerando a velocidade longitudinal e o ângulo de esterço como as variáveis de entrada. Por ser verificado que o sistema é instável em malha aberta, um piloto virtual, introduzido através de um controlador PID, será implementado para efetuar o controle de inclinação e permitir uma visualização adequada dos resultados de simulação.

2 Fundamentos Básicos de Bond Graphs

Bond Graphs é uma técnica de modelagem que possui como produto final um modelo gráfico de um sistema dinâmico. Esse tipo de modelagem, introduzida pelo Professor do MIT Henry Paynter em 1959, é uma forma de representação que separa a estrutura de interação entre os elementos do sistema das suas equações matemáticas, facilitando assim a compreensão das características essenciais do sistema modelado (Gawthrop and Bevan, 2007).

Diferentemente da modelagem por sinais, as ligações existentes entre os elementos de um *Bond Graphs* representam uma troca bidirecional de energia (DAS, 2009). Enquanto que na modelagem convencional por sinais cada ligação representa uma única variável, as ligações (*bonds*) do *Bond Graphs* representam duas variáveis, nomeadas esforços (*efforts - e*) e os fluxos (*flow - f*) (RONKOWSKI, 2008). Em qualquer domínio da Física, o produto destas duas variáveis sempre resulta em potência:

$$Power = e * f \quad (1)$$

Devido a essa característica, as variáveis de esforço e fluxo são caracterizadas como variáveis de potência. Exemplos de variáveis de esforço e fluxo nos diferentes domínios são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Variáveis em diferentes domínios

	Mecânica Translacional	Mecânica Rotacional	Elétrico	Hidráulico
<i>e</i> (effort)	Força (N)	Torque (N.m)	Tensão (V)	Pressão (N/m ²)
<i>f</i> (flow)	Velocidade de (m/s)	velocidade angular (rad/s)	Corrente (A)	Fluxo de volume (m ³ /s)
<i>p</i> (momento)	Momento linear (N.s)	Momento angular (N.m.s)	Fluxo de ligação (V.s)	Momento de pressão (N.s/m ²)
<i>q</i> (deslocamento)	Deslocamento (m)	Ângulo (rad)	Carga elétrica (Coulomb)	Volume (m ³)

Fonte: Adaptada de (DAS, 2009).

O conceito de *Bond Graphs* consiste na representação de um sistema utilizando nove elementos- base divididos em cinco grupos: i) Fontes de energia, ii) Armazenadores de energia, iii) Dissipadores, iv) transformadores e giradores, v) junções de acoplamento (RONKOWSKI, 2008).

As fontes de energia (S_e e S_f) representam os esforços (*efforts*) e fluxos (*flow*) que são introduzidos no sistema. Por exemplo, em um sistema elétrico, a fonte de tensão é uma fonte de esforço e uma fonte de corrente uma fonte de fluxo.

Os elementos armazenadores de energia são divididos em duas categorias: Armazenadores de energia cinética (I) e armazenadores de energia potencial (C). A energia armazenada nestes elementos é representada pelas variáveis de energia (p – momento e q – deslocamento, respectivamente). Exemplos destas variáveis são apresentados na Tabela 1. A relação das variáveis de energia com as variáveis de força são definidas por:

$$p = \int e dt \quad (2)$$

$$q = \int f dt \quad (3)$$

Elementos dissipadores (R) são aqueles que convertem a potência recebida em uma forma de energia não recuperável, geralmente térmica. Por exemplo, resistores elétricos ou amortecedores mecânicos.

O Transformador (TF) é o componente que relaciona os esforços de entrada e esforços de saída através de um fator de transformação “N”. Os fluxos de entrada e saída são relacionados pelo inverso dessa relação, de forma que a potência de entrada seja a mesma de saída. Estas relações são expressas pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} e_{out} = N * e_{in} \\ f_{in} = N * f_{out} \end{cases} \quad (4)$$

Exemplos deste elemento são: transformadores elétricos, caixas de engrenagem e braços de alavanca.

Os giradores (GY) se assemelham ao TF, porém relacionam o esforço de entrada com o fluxo de saída, ou o fluxo de entrada com o esforço de saída.

Um exemplo deste elemento é um motor elétrico de corrente contínua, nele o torque no eixo rotor (esforço) é proporcional à corrente elétrica aplicada aos enrolamentos do motor.

O sistema de equações para este elemento é definido como:

$$\begin{cases} e_{out} = N * f_{in} \\ e_{in} = N * f_{out} \end{cases} \quad (5)$$

As Junções são responsáveis por inserir no *Bond Graphs* as restrições físicas do sistema, e são divididas em duas:

- Junção 0 – Junções onde os esforços de todas as ligações são iguais e a soma de todos os fluxos é igual a 0.
- Junção 1 – Junção onde os fluxos de todas as ligações são iguais e a soma dos esforços é igual à 0.

Todos estes elementos são vinculados através das ligações de energia, representadas por uma seta parcial como mostrado na Figura 1. A seta indica o sentido positivo de energia, mas não limita o fluxo de energia apenas a este sentido.

A barra vertical indica a causalidade da ligação. No caso da Figura 1, o elemento que fornece energia impõe à ligação um esforço e causa a geração de um fluxo; uma barra no começo da ligação indicaria a imposição do fluxo e o aparecimento do esforço como consequência¹⁹.



Figura 1– Ligação de energia (Bond)

Utilizando os elementos citados anteriormente, e algumas variações destes, é possível construir uma representação por *Bond Graphs* do sistema, como será feito na sequência deste trabalho.

3 Diagrama de corpo livre da Bicicleta

Como comentado anteriormente, a dinâmica do triciclo abordado em (Vieira, Nicolazzi and Roqueiro, 2009) pode ser aproximada pela de uma bicicleta.

¹⁹ Alguns elementos possuem condições especiais de causalidade. Para mais detalhes consulte (Das, 2009).

A rotação (movimento em torno do próprio eixo) destes veículos pode acontecer nas três dimensões. O Movimento de arfagem (Pitch) é a rotação sobre o eixo y , o movimento de rolagem (Roll) é a rotação sobre o eixo x e o movimento de guinada (Yaw) é a rotação sobre o eixo z .

Neste trabalho será considerada apenas a dinâmica de rolagem.

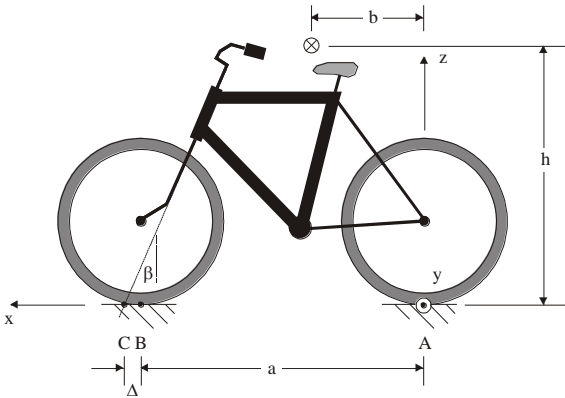


Figura 2 – Geometria da bicicleta (DAVOL e OWEN, 2007)

A Figura 2 define a orientação e as dimensões de interesse da bicicleta modelada. A origem do sistema de coordenadas é o ponto de contato da roda traseira com o solo, e a massa total da bicicleta é concentrada em um ponto fixo em relação à origem. Temos:

- h - Altura do centro de massa;
- b - Distância do centro de massa ao ponto de apoio traseiro;
- a - Distância entre pontos de apoio;
- Δ - Distância de *trail*;

Para estudar a rolagem, considera-se que o *trail* (medida Δ na Figura 2) é nulo e que as forças geradas pelo efeito giroscópico são muito pequenas. Considera-se também que as rodas não deslizam nem perdem contato com o solo, tido como perfeitamente plano e normal à aceleração da gravidade. Portanto, o sistema a ser modelado é apresentado na Figura 3. Esta figura apresenta uma vista traseira da bicicleta, onde se identifica o ângulo de rolagem (θ), a força da gravidade (F_g) e a força centrífuga (F_{cf}) causada pelo movimento circular devido ao esterço (ângulo α mostrado na Figura 10). Observa-se a semelhança do sistema simplificado com um pêndulo invertido.

A força da gravidade e força centrífuga são definidas como:

$$F_g = mg \quad (6)$$

$$F_{cf} = \frac{mv^2}{R} \quad (7)$$

$$R = \frac{a}{\alpha} \quad (8)$$

Onde:

- m – massa do centro de massa;
- v – velocidade longitudinal no eixo x ;
- R – raio de curva²⁰;
- α – ângulo de esterço;

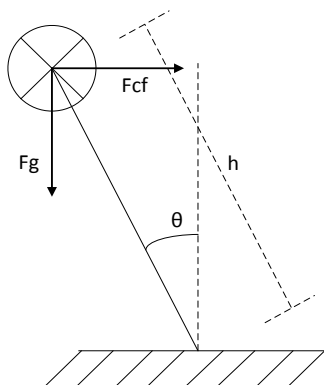


Figura 3– Vista traseira da Bicicleta

4 Modelo em Bond Graphs

Para criar o modelo em *Bond Graphs*, primeiramente foram identificados os domínios do sistema que serão representados pelo modelo. Através da Figura 3 identifica-se que existem duas forças do domínio da mecânica translacional e um movimento da mecânica rotacional.

²⁰ A Obtenção do Raio de Curva é apresentada no apêndice ao fim do trabalho.

Identificados os domínios, é necessário conhecer como ocorre a interação entre eles. Sabe-se que uma parcela das forças translacionais gera um torque no centro de massa em relação ao eixo de giro e a outra parcela exerce força sobre o eixo, ou seja, não produz torque.

Como estamos estudando apenas o movimento rotacional é necessário decompor as forças F_g e F_{cf} . A decomposição é apresentada na Figura 4.

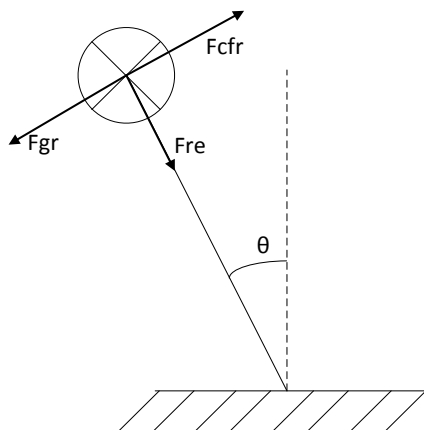


Figura 4– Decomposição das forças

São as parcelas de força F_{gr} e F_{cfr} que influenciam no movimento rotacional, já a força F_{re} é a parcela resultante que não será considerada neste modelo. As forças decompostas são definidas por:

$$F_{gr} = F_g \text{sen}(\theta) \quad (9)$$

$$F_{cfr} = F_{cf} \text{cos}(\theta) \quad (10)$$

A mesma decomposição é feita para as velocidades translacionais e rotacionais.

Neste momento os dois domínios ainda não podem ser interligados, pois, apesar de decompostas, as duas forças ainda estão no domínio translacional.

A união entre os dois domínios é feita por um transformador (TF). Este relaciona as forças com o seu relativo torque em função da altura do centro de gravidade, ou seja, multiplicando as duas forças pela altura h (fator de transformação N do TF) tem-se o torque aplicado por cada força.

Como neste modelo deseja-se simplificar a representação, a decomposição das forças é incorporada ao transformador. Porém o ângulo θ a ser incorporado no TF é variável, então é utilizado um MTF (Modulated Transformer). Este elemento é uma variação do TF que possui uma entrada controlada por um sinal²¹, desta forma é possível alterar a relação de transformação, em outras palavras é um transformador com parâmetros variantes no tempo. Com os transformadores incluídos no modelo temos as duas forças transformadas em torque.

Estes dois torques são aplicados ao mesmo ponto: o centro de massa. Este é representado por um elemento inercial (I). A energia deste elemento é armazenada na forma de momento angular (p) e se relaciona com a massa e o fluxo pela seguinte equação:

$$f = \frac{p}{J} \quad (11)$$

onde $J = mh^2$, é o momento de inércia rotacional do centro de massa.

Todos os elementos citados são interligados utilizando uma junção 1. Isto significa que todos eles apresentam a mesma velocidade angular $\omega = \dot{\theta}$, e que a soma de todos os esforços é igual à zero.

O modelo final é apresentado na Figura 5.

A fonte Se é uma fonte de esforço constante com o valor da força da gravidade não decomposta (F_g) e a fonte MSe (Modulates Souce of effort) é uma fonte de esforço variável com o valor da força centrífuga também não decomposta (F_{cf}). Esta última foi considerada variável por ser neste ponto que será introduzido o controle, de forma que a força centrífuga seja função do esterço.

As relações k_1 e k_2 dos transformadores são definidas por:

$$k_1: \begin{cases} e_2 = h * e_1 \text{sen}(\theta) \\ f_1 = h * \frac{1}{\text{sen}(\theta)} * f_2 \end{cases} \quad (12)$$

²¹ O *Bond Graphs* permite a utilização de ligações, que, assim como os diagramas de blocos, levam informações unidirecionais sobre apenas uma variável. Estas são nomeadas “ligações de sinais” (*Signal Bonds*). Nesta ligação não há troca de energia, existe apenas a transmissão de informação.

$$k_2: \begin{cases} e_4 = h * -e_5 \cos(\theta) \\ f_5 = h * \frac{-1}{\cos(\theta)} * f_4 \end{cases} \quad (13)$$

Pelas ligações do Bond Graphs podemos obter informações de forças e velocidades, portanto, para obtermos o ângulo de rolagem que será aplicado no MTF, deve-se integrar a velocidade angular do sistema. Isto é feito utilizando um bloco integrador de sinal. Vale ressaltar que as ligações de sinais são representadas por uma seta completa (seta entre a junção 1 e o integrador na Figura 5).

4.1) Obtenção da equação a partir do modelo em Bond Graphs

A partir do modelo de *Bond Graphs* e das características de cada elemento e junções é possível obter a equação dinâmica do modelo.

Partindo da Equação (2) temos:

$$e_3 = \dot{p}_3 \quad (14)$$

Derivando a equação (11) temos:

$$\dot{p}_3 = J\dot{f}_3 = J\ddot{\theta} \quad (15)$$

Pela junção 1 sabemos que a soma de todos os esforços é igual a zero. Considerando os sentidos adotados às ligações, tem-se:

$$e_3 = e_2 + e_4 \quad (16)$$

Utilizando as definições dos transformadores (equações (12) e (13)) e sabendo que $e_1 = F_g$ e $e_5 = F_{cf}$ temos:

$$e_3 = mgh\text{sen}(\theta) - \frac{mv^2 h\alpha}{a} \cos(\theta) \quad (17)$$

Igualando as equações (14), (15) e (17) obtemos a equação final do modelo:

$$J\ddot{\theta} = mgh\text{sen}(\theta) - \frac{mv^2 h\alpha}{a} \cos(\theta) \quad (18)$$

A equação obtida é a mesma obtida ao fazer um balanço das forças que geram torque de rolagem, numa abordagem newtoniana.

5 Simulações e resultados

O controlador aplicado neste sistema tem o objetivo de estabilizar o ângulo de rolagem variando o ângulo de esterço da bicicleta. Esta variação simula a ação de virar o guidom da bicicleta.

Neste momento desconsidera-se o objetivo do seguimento de referência da trajetória da bicicleta e trata-se a variação da velocidade longitudinal como uma perturbação externa ao sistema de controle, sendo o foco unicamente o ângulo de rolagem.

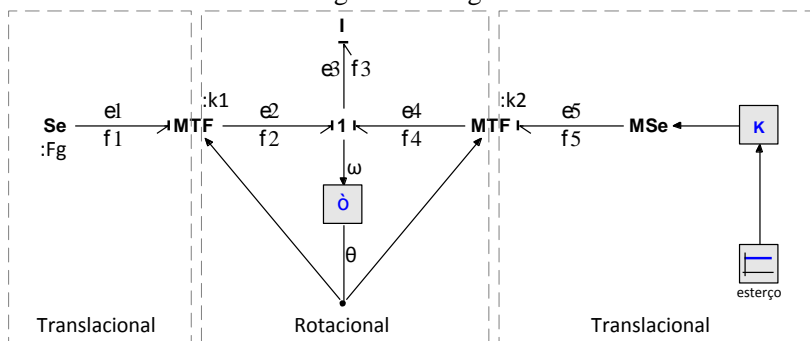


Figura 5– Modelo da Bicicleta em Bond Graphs.

Foi introduzido um controlador PID que tem como entradas o ângulo de rolagem e a referência, e tem como sinal de saída o ângulo de esterço.

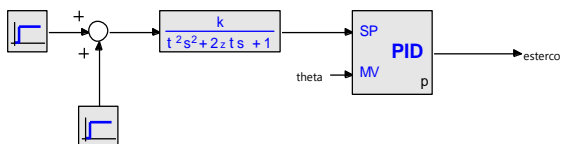


Figura 6– Controlador

Como mostrado na Figura 6, foi aplicado um filtro de segunda ordem na referência, o que permite a implementação do controle ao impedir a derivação de uma entrada do tipo degrau e também aproxima o modo de pilotar uma bicicleta por um piloto real.

Para uma breve avaliação do modelo, foi feita uma comparação entre a resposta obtida pelo modelo em *Bond Graphs* com a resposta da equação dinâmica.

Para a simulação foram utilizados os seguintes parâmetros:

m : 10 kg k : -2

h	: 1 m	t_i	: 1 s
a	: 1 m	t_d	: 0.2 s
g	: 9.81 m/s ²	τ	: 0.25
		ζ	: 1

Os parâmetros k , t_i e t_d são as constantes do controlador PID: Ganho proporcional, período de integração e intervalo de derivação, respectivamente. Já os parâmetros τ e ζ são constantes do sistema de segunda ordem.

O ângulo inicial é considerado nulo e o ângulo de referência será -30° (~ -0.52 rad) no instante igual a 1s e muda para $+30^\circ$ ($\sim +0.52$ rad) no instante igual a 8s.

Entre as mudanças de referência ocorre uma redução da velocidade (perturbação) como mostrada na Figura 7. A velocidade está especificada em m/s.

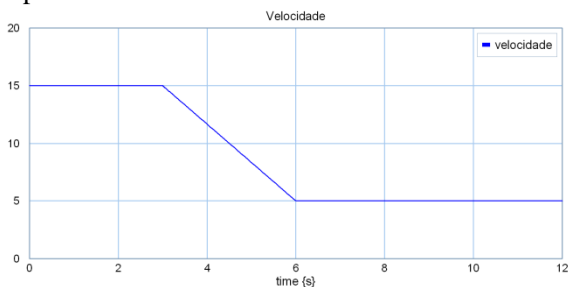


Figura 7 – Variação da velocidade

As simulações com *Bond Graphs* foram feitas utilizando o programa 20-sim^{TM22} e as simulações utilizando as equações dinâmicas foram feitas com o programa *MapleSim*^{TM23}.

Logo em primeiro momento, constata-se que as respostas para os dois modelos foram iguais, o que já era esperado, devido à equação obtida pelo *Bond Graphs* ser igual ao equacionamento pela abordagem newtoniana.

A Figura 8 apresenta a evolução do ângulo de rolagem da bicicleta. É perceptível a influência da velocidade na estabilidade do sistema. Para

²² 20-sim is a trademark of Controllab Products B.V., Enschede, Netherlands

²³ MapleSim is a trademark of Waterloo Maple Inc., Waterloo, Ontario.

velocidades mais elevadas a evolução da resposta se assemelha a um sistema de primeira ordem, já para velocidades mais baixas o ângulo de rolagem sofre um sobressinal (instante igual à 9s).

É possível perceber pela Figura 9 que com a redução de velocidade é necessário um maior ângulo de esterço para estabilizar o sistema.

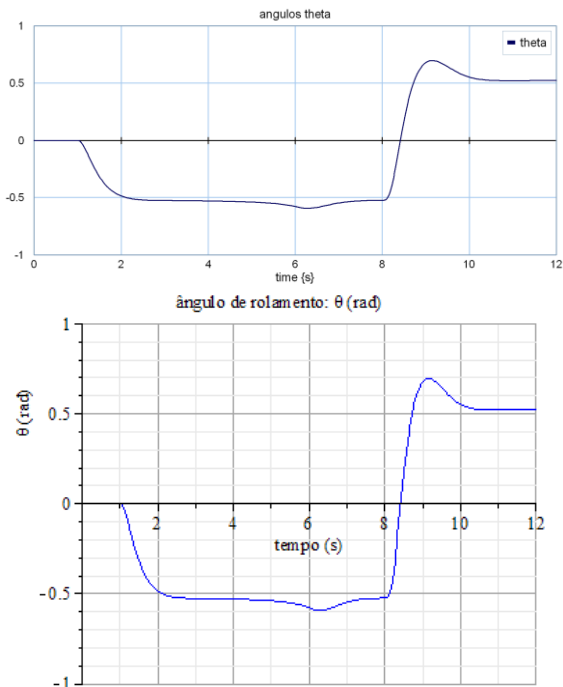


Figura 8– Ângulo de rolagem (Bond Graphs acima e por equações abaixo)

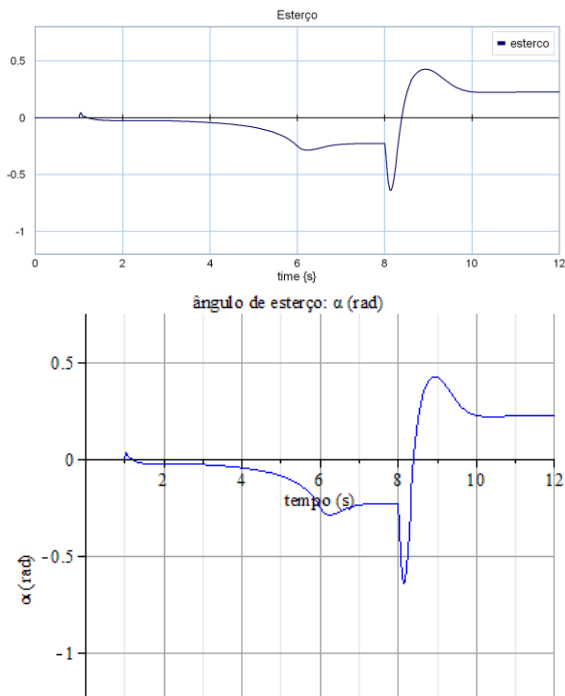


Figura 9 – Ângulo de esterço (Bond Graphs a cima e equações abaixo)

6 Considerações finais

A utilização do Bond Graphs pode, a princípio, não parecer muito interessante, porém o exemplo dado é um sistema já conhecido e fácil de obter as equações. O *Bond Graphs* se mostra uma ferramenta muito eficiente quando a complexidade do sistema é muito elevada.

Pode-se considerar uma vantagem do *Bond Graphs* a facilidade de ampliação do modelo. Por exemplo, para adicionar uma dissipação mecânica no movimento de rotação, é necessário apenas adicionar uma ligação partindo da junção 1 para um novo elemento R.

Outras forças podem ser adicionadas ao sistema utilizando outras fontes de esforço e transformadores. Com o aumento da complexidade fica mais fácil entender o funcionamento do sistema através de uma análise gráfica com *Bond Graphs*, ao invés de analisar as equações dinâmicas.

Esta técnica de modelagem será usada para facilitar a compreensão do modelo completo de 9 graus de liberdade de um triciclo, incorporando todos os movimentos de rotação e também atrito dos pneus com o solo. Este modelo simplificado será utilizado para projeto dos controladores que serão aplicados ao veículo.

Referências

- Das, S. (2009) *Mechatronic Modeling and Simulation Using Bond Graphs*, CRC Press.
- Davol, A. and Owen, F. (2007) *Dynamic Model of Bicycle from Kinematic and Kinetic Considerations*, California Polytech State University: www.calpoly.edu/~fowen/me441/index.html.
- Gawthrop, P.J. and Bevan, G.P. (2007) 'Bond Graphs Modeling', *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 27, Abril, pp. 24-45.
- Momoh, O. and Omoigui, M. (2009) 'An Overview of Hybrid Electric Vehicle Technology', *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, 1286-1292.
- Roman, M., Bobasu, E. and Sendrescu, D. (2008) 'Modelling of the rotary inverted pendulum system', *IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics.*, 141-146.
- Ronkowski, M. (2008) 'Modelling of Electrical Machines Using the Modelica Bond Graphs Library', *13th Power Electronics and Motion Control Conference*, 880-886.
- Roqueiro, N., Faria, M.d. and Colet, E. (2011) 'Sliding Mode Controller and Flatness Based Set-Point Generator for a Three Wheeled Narrow Vehicle', *Prints of the 18th IFAC World Congress*, 11925-11930.
- Vieira, R., Nicolazzi, L. and Roqueiro, N. (2009) 'Modelling a tilting three-wheeled narrow vehicle with six degrees of freedom', *20th International Congress of mechanical engineering*.

Apêndice

O Raio de curva é definido como a distância do ponto de apoio traseiro da bicicleta até um ponto imaginário que representa o centro da circunferência gerada com o movimento da bicicleta, como apresentado na Figura 10.

Aplicando as regras trigonométricas obtemos:

$$\frac{R}{\cos(\alpha)} = \frac{a}{\sin(\alpha)} \quad (19)$$

Considerando que o ângulo de esterço é pequeno pode-se simplificar a equação para:

$$R = \frac{a}{\alpha} \quad (20)$$

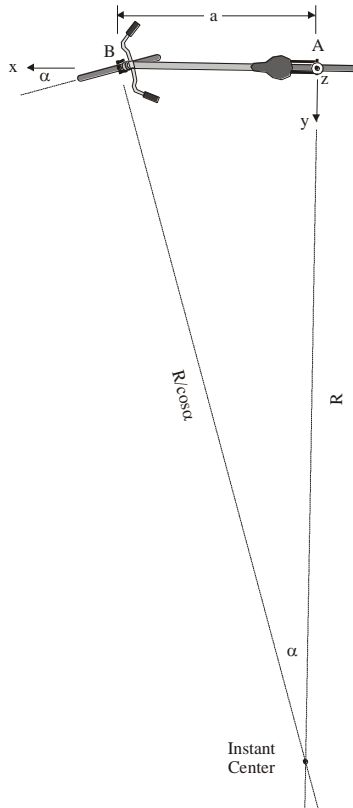


Figura 10 – Raio de curva da bicicleta (DAVOL e OWEN, 2007)

ANEXO II – ARTIGO APRESENTADO NO COBEP 2013

BOND GRAPHS REPRESENTATION OF A *BRUSHLESS* DC MOTOR AND INVERTER DRIVER

Renato Ferreira Simão, Nestor Roqueiro

Departamento de Automação e Sistemas -Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Florianópolis, Brazil

{rfsimao, nestor}@das.ufsc.br

Luis Ignacio Silva, Cristian Hernan de Angelo

Grupo de Electronica Aplicada - Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC)

Río Cuarto, Argentina

{cdeangelo, lsilva}@ieee.org

Abstract— This paper present a proposal of Bond Graphs representation of a *Brushless* DC motor and an inverter used to drive it. The representations were developed based on previously known models. The model representations were evaluated by a simulation of reference tracking and energetics behavior. This paper provides an energetic analysis of the Bond graphs Model representation and an evaluation of the proposed models for inverter and *Brushless* motor.

Keywords—Bond Graphs, *Brushless* DC Motor, Inverter, Energetic analysis.

I - INTRODUCTION

The focus of automotive companies is onto the development of more efficient vehicles and those that uses renewables energy source. This concern allows the companies to

reduce the amount of polluting gases emitted to the atmosphere [1]. With the increasing efficiency of these vehicles, they get smaller and narrower. This feature makes a better use of the space on the streets and reliefs the city traffic [2].

One of the main changes on the vehicles is to introduce electric motors, as the *Brushless* DC motor. This kind of motor has low power loss in machine's rotor, thus it can achieve high ratio between power and weight or between power and size [3], which are extremely important for narrow vehicles.

Focusing in energetic efficiency leads to the need to control how the energy flows from the different sources and system. To achieve this goal, it is necessary

to create a computational model which enables energy flow studies.

Therefore this paper presents the modeling and Bond Graphs (BG) representation of a *Brushless* DC motor and a three phase inverter used to drive this motor. The BG representation of the inverter is based on a known proposal to represent and simulate this kind of driver. The motor representation is based on an equations systems proposed by different authors.

In [4] the authors use the BG representation of the inverter as a tool for fault diagnostics of an Inverter. As is done in[5]. Both authors use a Hybrid BG representation based on the resistor equivalent model of the inverter.

The author in [6] presents a BG representations of the *Brushless* DC motor in the ABC reference frame. The main purpose of the paper is to generate a model that would be simple, accurate and easy to modify. This model can be used as a substitute for the equation based model.

Some authors conduces the conventional equation modeling of the *Brushless* DC Motors ([3],[7]). Both papers present a mathematical description to

represent the *Brushless* DC Motor in a dq reference frame.

In [8] the author presents a BG representation of an induction motor based on the dq reference frame equations. The same methodology is used in this paper to generate the BG representation of the *Brushless* DC Motor.

This paper is divided into six sections: section 0 describes the Three Phase Inverter modeling; section 0 describes the mathematical description of the *Brushless* DC Motor; section 0 presents the development of the BG representation of both models; section V describes the blocks used to create the closed loop system for controlling the motor. Finally in Section VI some conclusions are provided.

II - THREE PHASE INVERTER

The three phase inverter is a power switching device used to drive electric machinery as induction and *Brushless* motors. This section is dedicated to enunciate the model of the three phase inverter.

The circuit of an inverter is presented in Figure 1. The inverter has six power switch devices (with a reverse current diode) responsible for creating the signal output for the three phases

(V_a, V_b, V_c). The whole system is fed by a DC source.

This circuit needs a control system to determine which switches will be on or off each moment. This avoids two switches of the same phase to be on, creating a short circuit.

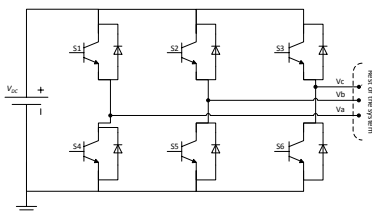


Figure 1– Three Phase Inverter Circuit

A. RESISTOR – SWITCH EQUIVALENT CIRCUIT

To create a model for simulation and analysis of the inverter, several authors (as[4], [5]) suggest a representation of the switching device and the reverse current diode by an equivalent circuit with two resistors and a switch (Figure 2)

When the switch is open the current flows through R_{off} resistor, which has a high resistance (representing the diode). When the switch is closed a very low resistance R_{on} is connected in parallel with R_{off} , thus all the current flows through the switch. Since there are others power switches in parallel, and at least one of them is on, it can be

considered that the current will not flow through the R_{off} element [5].

The complete equivalent circuit is shown at Figure 3. This equivalent circuit will be further used to develop the BG representation of the inverter.

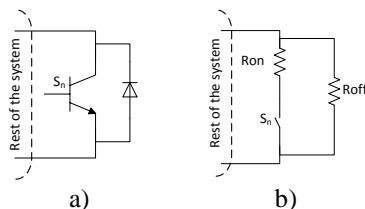


Figure 2 - Resistor-Switch Equivalent Circuit

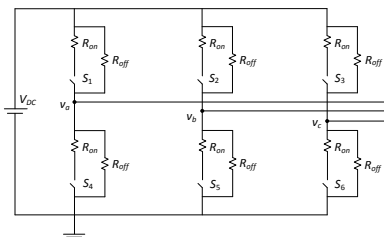


Figure 3 – Complete resistor Equivalent Circuit of the inverter

III - BRUSHLESS DC MOTOR

Compared to conventional DC motors, the *Brushless* DC motors (BLDC) are the conventional ones turned inside out, i.e. the armature windings are on the stator and the field at the rotor.

Because the armature is on the stator side, the mechanical commutation that occurs on the conventional DC motors does not

exist. In this case, the commutation must occur by external electronic switches, and it must be synchronized with the rotor position [6].

There are two types of BLDC motors; trapezoidal type (also known as nonsinusoidal²⁴) and sinusoidal type. The sinusoidal type has a back electromotive force (E_{emf}) with a sine waveform, and the trapezoidal has a trapezoidal waveform [6] [9].

The E_{emf} is generated by the movement of the rotor's permanent magnetic material, also responsible for generating the magnetic field of the motor. The waveform of the generated voltage (E_{emf}) is a function of the armature windings distribution on the stator, i.e. the sinusoidal type of motors has a sinusoidal distribution, and the trapezoidal type has more concentrated windings. The waveform also depends of the constructive form and magnetization of the permanent magnets [9] [10].

A. MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE BLDC

²⁴ Worth saying that there are other types of nonsinusoidal BLDC motors, but the most common, and studied in this paper, is the trapezoidal one.

The following description takes into consideration a nonsinusoidal BLDC motor, but the same equations can be used for the sinusoidal motor (when applied to this type of motor, some simplifications will appear).

The mathematical description is based on the works of Grenier[7], Monteiro [3] [10] and Matsui[11].

1) abc Voltage Equations and Clarke Transformation

On the BLDC motor, the rotor induced currents are neglected, since the rotor has only high resistivity material. This kind of motor does not have damping winding, which simplifies the resulting equations.

The resulting equations for the abc reference frame are:

$$\mathbf{V}_{abc} = \mathbf{R}_s \mathbf{I}_{abc} + \mathbf{L}_s \frac{d\mathbf{I}_{abc}}{dt} + \mathbf{E}_{abc} \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_{abc} = \omega_e \boldsymbol{\lambda}'_{abc} \quad (2)$$

$$\omega_e = P \omega_m \quad (3)$$

where \mathbf{R}_s is a 3x3 diagonal matrix with the stator windings resistance of each phase. \mathbf{L}_s is the inductance matrix, which contains the selfinductance at the main diagonal and the mutual inductance (M_s) at the other

terms. λ'_{abc} is the magnetic flux generated by permanent magnet²⁵.

I_{abc} is a vector with the three phases currents. E_{abc} is the induced voltage at the stator windings by the permanent magnet rotor. ω_e is the electric speed, P is the number of poles pair and ω_m is the mechanical angular velocity.

The electromagnetic torque is defined by:

$$T_{el} = P(\lambda'_a i_a + \lambda'_b i_b + \lambda'_c i_c) \quad (4)$$

The Clarke transformation allows reducing the three phase system into an equivalent two phase plus the zero sequence component. The transformation is made using (5) and (6).

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

where x_n can be any vector of variables (voltage, current or flux)

This transformation generates the voltage equation system as shown in (7) and the electromagnetic torque shown in (8).

$$\begin{cases} v_0 = r_s i_0 + (L_s + 2M_s) \frac{di_0}{dt} + \omega_e \lambda'_{r0} \\ v_{\alpha\beta} = R_s I_{\alpha\beta} + (L_s - M_s) \frac{dI_{\alpha\beta}}{dt} + \omega_e \lambda'_{\alpha\beta} \end{cases}$$

$$T_{el} = P(\lambda'_0 i_0 + \lambda'_{\alpha} i_{\alpha} + \lambda'_{\beta} i_{\beta}) \quad (8)$$

The resulting equations above leads to a system where the alpha/beta components are decoupled with the zero sequence component.

2) Extended Park transformation

With the decoupled system, is possible to apply a Park's transformation that changes the system reference to the rotor's reference frame, i.e. the axis dq resultant from this transformation is rotating at the same electric angular velocity of the rotor

Wye connected nonsinusoidal motors do not have a neutral connections, therefore the zero sequence current (i_0) can be considered null. Thus, to obtain a simplified torque equation a transformation can be performed to obtain a new reference frame that leads to a simplified equation.

The extended Park transformation is defined by:

²⁵ This magnetic flux can be obtained by measuring the generated voltage at the three phases terminals when the motor is rotated without any external electric sources.

$$\begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} = T_{31}x_0 + T_{32}P_A(\theta_e + \mu) \begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} \quad (9)$$

This extended Park transformation has a variable reference frame angle (μ_e) that, when added to the first transformation angle, will force the flux λ'_{rd} to zero. To obtain this null flux the following relation must be valid.

$$P_A(\theta_e + \mu_e) \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda'_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda'_{r\alpha} \\ \lambda'_{r\beta} \end{pmatrix} \quad (10)$$

or:

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_e + \mu_e) & \sin(\theta_e + \mu_e) \\ -\sin(\theta_e + \mu_e) & \cos(\theta_e + \mu_e) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda'_{rq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda'_{r\alpha} \\ \lambda'_{r\beta} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Solving (10), the expression for μ_e and λ'_{rq} become:

$$\mu_e = \arctan\left(\frac{-\lambda'_{r\alpha}}{\lambda'_{r\beta}}\right) + \theta_e \quad (12)$$

$$\lambda'_{rq} = \sqrt{\lambda'_{r\alpha}{}^2 + \lambda'_{r\beta}{}^2} \quad (13)$$

Worth emphasize that $\lambda'_{r\alpha}$ and $\lambda'_{r\beta}$ are cyclic and characteristic of each motor. These values must be calculated from the measured λ'_{abc} and inserted at the model as a table of values.

The resulting voltage and torque equations, after the extended Park transformation are:

$$\begin{cases} v_d = r_s i_d + (L_s - M_s) \frac{di_d}{dt} - (L_s - M_s) \left(\omega_e - \frac{d\mu_e}{dt}\right) i_q \\ v_q = r_s i_q + (L_s - M_s) \frac{di_q}{dt} + (L_s - M_s) \left(\omega_e - \frac{d\mu_e}{dt}\right) i_d + \omega_e \lambda'_{rq} \end{cases} \quad (14)$$

$$T_{el} = P \lambda'_{rq} i_q \quad (15)$$

For the nonsinusoidal motors, the flux λ'_{rq} is cyclically variable defined by the (13). For sinusoidal motor, the angle μ_e is null and the flux λ'_{rq} is constant. And the equation can be simplified. Both motors can be represented by the same model.

The equations (14) and (15) will be further used to create the motor's BG model.

IV - BOND GRAPH REPRESENTATION

To analyze and design control strategies applied to the whole system (inverter, motor and load), it is necessary a model to work onto. With the BG model representation it is possible to obtain an accurate model for both electrical and mechanical domain [8].

The BG is an explicit Graphical tool to analyze the energy flow of the system. Using this representation, it's easier to understand how the system elements interact with each other. Moreover, the causality notation provides a tool for intuitive comprehension of the system [6].

A. INVERTER MODEL REPRESENTATION

As said before, the BG representation of the inverter is based on Figure 3. The BG will be developed in 3 steps. The first one presents the representation of the power elements (S_n, R_{on} and R_{off}). The second step is to build the model for each leg of the inverter; finally the whole model is obtained.

i. Power Element Model Representation

At the equivalent model presented at Figure 2.b the R_{on} element represents the internal resistance of the switching element. Dauphin-Tanguy [12] suggests representing this element by a Modulated Transformer (MTF) connecting the on resistance (R_{on}) in parallel with the diode's off resistance (R_{off}), see Figure 4.a. This transformer modulation is a Boolean signal representing the switch on ($S_n=1$) or off ($S_n=0$).

González-Contreras [4] proposed a simplified element, with fixed causality, to represent a switch with an internal resistance, this avoids an algebraic loop in the system. This element is presented at Figure 4.b and has the following characteristic equation:

$$f = S \frac{1}{R_{on}} e \tag{16}$$

where:

- e is the imposed effort;
- f is the resultant flow;
- S is the Boolean control (0,1);
- R_{on} is the internal resistance of the switch

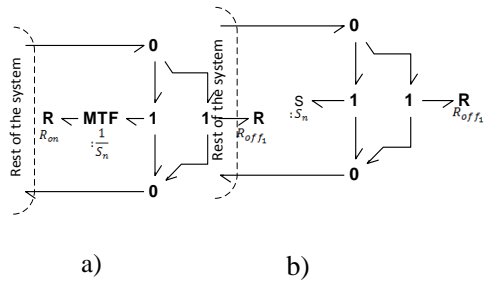


Figure 4 – BG representation of the switch: a) Complete model; b) simplified model

ii. One leg Model

The model of inverter's one leg is based on Figure 5a. The equivalent BG for this model is developed using the representation introduced at Figure 4.b. The resulting BG representation is shown at Figure 5.b which shows a direct correspondence.

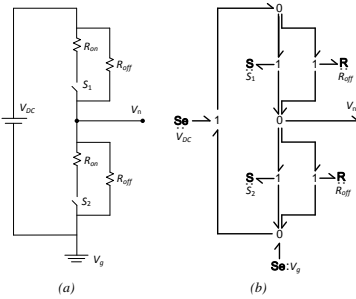


Figure 5 – One leg a) Equivalent resistor model b)BG representation.

iii. Complete inverter BG representation

To generate the complete model the same DC effort must be applied to all three legs using 0-junctions, as shown at Figure 6. Another 0-junction must be inserted between the three lower switches and the ground voltage to fulfill the same function as the one above. The complete model presented could be simplified by the BG rules of simplification, but the complete and detailed representation allows the user to run a full analysis of the system.

This final model has all three legs of the inverter and, consequently, the three voltages. These voltages are power ports and must connect to power elements.

A. BLDC Motor Model Representation

The BG representation of the BLDC motor is developed based on (14) and (15). Each equation has a BG representation that will

be further coupled to generate the BG representation of the BLDC motor.

Figure 7 presents the BG representation of the v_d and v_q equations (14). To simplify the representation a variable A is defined as:

$$A = (L_s - M_s) \left(\omega_e - \frac{d\mu_e}{dt} \right) \quad (17)$$

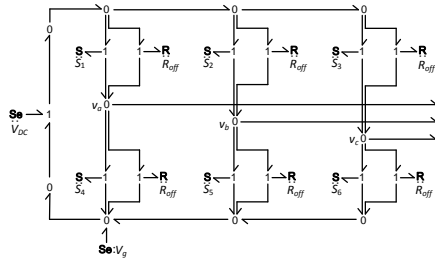


Figure 6 – Complete BG model representation of the inverter

This variable is responsible to couple both equations. As can be seen in (14) the v_d also depends on the current i_q and the v_q also depends on the current i_d . It can also be seen that the coupling between both equations is given by the variable A .

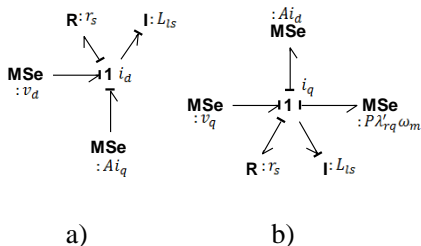


Figure 7 – BG representation of the a) v_d and b) v_q equations

To couple these models both Modulated Source of Efforts (MSe), which are modulated by the variable A , can be replaced by a Modulated Gyrator (MGY) which generate an effort in one side proportional to the flux of the other side, this replacement is presented on the complete model (Figure 9)

The third equation of the BLDC (15), expresses the relation of the torque and the current i_q . The equivalent BG is presented at Figure 8.

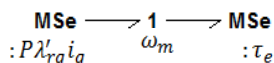


Figure 1 – BG representation of the Torque equation

The v_q equation relates to the torque equation by the factor $(P\lambda'_{rq})$ which is a common factor between the rotor speed and the current i_q . Therefore both MSe can be replaced by a MGY as shown at the complete model.

On the complete model the MSe that represents the v_d and v_q are replaced by a power input, which is the power connection from the inverter (after the reference frame transformations).

Figure 9 also presents some blocks responsible to generate the Bemf²⁶ waveform induced by the permanent magnets. This generation is based on the sensor hall signal. Then, with the Bemf forms available, the values of μ_e and λ_{rq} are calculated using (10) to (13).

V - CLOSED LOOP SYSTEM

A. POWER CONNECTIONS

As can be seen at Figure 1, the inverter has a power output with the three AC voltage generated (these voltages are on the abc reference frame). This power output must be connected to the BLDC motor voltage input (dq_x reference frame). Thus, the coordinate transformation specified by (9) is implemented to create the power bond between the blocks. It is worth saying that this transformation needs the electric angular position (θ_e) and the μ_e angle feedback.

²⁶ For more details on how to generate and calculate the Bemf consult the references: [3] [8], [9] and [10]

B. THE PWM CONTROL

As said before, the inverter's switches need a control signal to change between the open and close estate. This control is done by a PWM generator[13].

To control the BLDC Motor, it is also necessary to commutate the PWM signal according to the rotor position, this is done using the Hall sensor's signal feedback.

C. CONTROL FEEDBACK

The control applied to the model was developed and proposed by Grenier [7]. It has a loop to control the i_d current, and another loop to control the i_q current.

The i_d current is controlled by a PI controller with null reference, since there is no magnetic field induced (like in induction motors).

The i_q current control has an inner loop to regulate the current and an outer loop that regulates the speed of the motor. Both outer and inner loops are PI controllers. The outer loop follows a speed profile and its output gives the reference to the inner loop.

D. HALL SENSOR FEEDBACK

The Hall Sensors are used as a position feedback to the controller. There are three sensors, separated by 120 electric

degrees. They are used to commutate the inverter, determining on which motor's phase will be applied the PWM signal.

All the feedback signals conditioning and power bonds are connected as shown in Figure 10.

Inside the inverter block is implemented the model presented in Figure 6 and inside the BLDC block is implemented the model presented at Figure 9. The Mechanical System has a rotational inertia and a mechanical damping.

VI - SIMULATION

This section presents a simulation to analyze the BG models representation generated on the previous sections. To run the simulations the models were built into 20-Sim™ as in Figure 10 and a simple control system was implemented to visualize the response of the model.

The parameters used for the motor simulation are based on the work of Matsui [11]. As shown in Table 1 and Table 2.

The Figure 11 shows the mechanical velocity and the electromagnetic torque applied. The results are as expected by the theory of *Brushless* motors. The model of the motor presents the pulsing torque and, by

consequence, the pulsing speed (as shown in detail). The pulsing characteristic is resulting from the commutation based on the hall sensors. The results presented are satisfactory, since the model presents the phenomena expected for the BLDC motor.

Figure 12 presents the voltage and current of the phase A. The phases B and C have similar results but with the proportional

120° phase between them. The i_q and i_d currents and their references are presented at Figure 13.

The last result presented is an energetic analysis of the system. The upper graphs of Figure 14 has the energy circulating at each point, the lower graphs represents the instantaneous power (a filtered value of the instantaneous power is also shown).

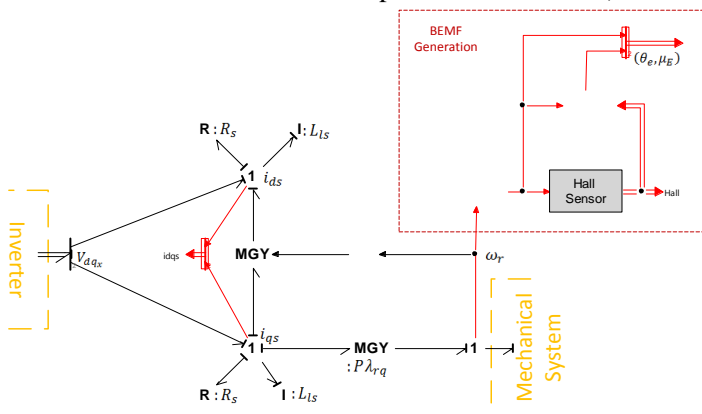


Figure 9 – Complete BG representation of the *Brushless* motor

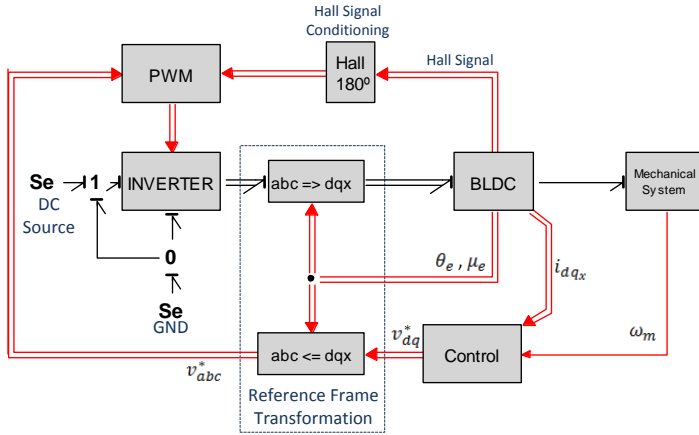


Figure 10 – Simulation blocks.

The inverter model proposed by the cited authors is good for waveform generation, as can be seen by the phase A voltage and current. But the energetics analysis shows that this model consumes a lot of power from the

DC source, and most of this power is dissipated on the resistances.

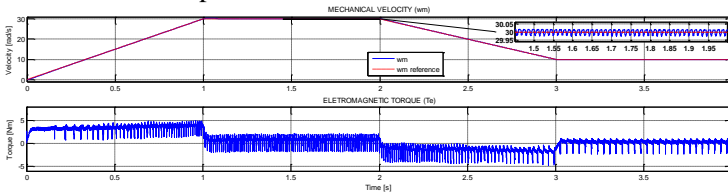


Figure 2 – Velocity and Electromagnetic Torque

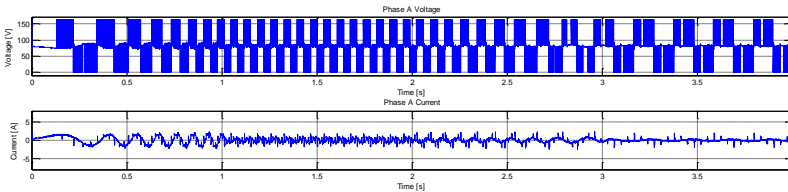


Figure 3 – Voltages and Currents of phase A generated by the inverter

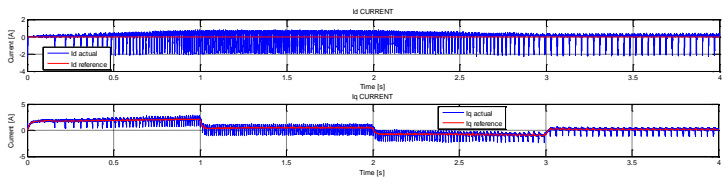


Figure 4 - i_d and i_q currents

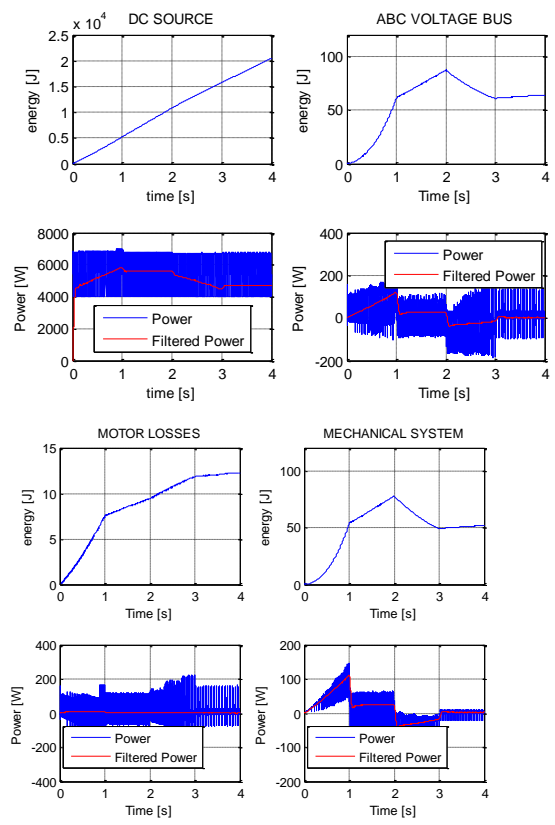


Figure 5 – Energetic analysis of the system

The energetic analysis of the motor and mechanical systems shows that the BLDC's model is good for simulations studies. The summation of the input power, losses and mechanical power is null, and the power levels are as expected. Figure 14 also shows that when the motor is breaking, part of the energy is regenerated. This energy could be directed back to the DC source once the inverter's model is improved.

VII - CONCLUSIONS

This paper presented the Bond Graph representation of a *Brushless* DC Motor and the inverter used to drive this motor. The obtained BG representation for the BLDC motor was developed based on the previous known dynamics equations.

The simulation results obtained for the motor's model presented all the phenomena expected for a BLDC motor and were satisfactory after the energetic analysis. Although this model was not yet validated, this validation process is one of the continuities of this paper.

The inverter model proposed by the other authors was adapted for the Bond Graph representation and then analyzed by simulation. The result shows that the model is

good enough for waveform generation, but it needs more development to achieve a good model to study energetic behavior.

ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thanks CAPES – BR and MinCyT – AR for supporting this work.

TABLE 1 – SIMULATION PARAMETERS

Simulation Parameters			
Motor		Mechanical System	
Pole Number	6	Inertia	0.1 kgm ² /rad
Rated Voltage	164 V	Friction	27 mNm/s/rad
Resistance (per phase)	1.91 Ω		
Inductance (per phase)	9.552 mH		
Emf constant	0,407 V/rad/s		

TABLE 2 – CONTROLLER AND INVERTER PARAMETERS

Controller	Control Parameters		Inverter Parameters	
	K	Ti		
Id Current	50	1ms	R _{on}	10 Ω
Speed	5	100ms	R _{off}	50 mΩ
Iq Current	50	1ms	PWM freq.	6 kHz

References

- [1] Omonowo Momoh and Michael Omoigui, "An Overview of Hybrid Electric Vehicle Technology," in *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, Prairie View, TX, USA, 2009, pp. 1286 - 1292.
- [2] Nestor Roqueiro, M. Faria , and E. Colet, "Sliding Mode Controller and Flatness Based Set-Point Generator for a Three Wheeled Narrow Vehicle," in *Prints of the 18th IFAC World Congress*, 2011, pp. 11925 - 11930.
- [3] José Roberto B. A. Monteiro, "Transformação dq Não Senoidal

- para Maquinas Síncronas com imã permanente no Rotor," Universidade de São Paulo, São Carlos, Doctor's Thesis 2004.
- [4] Brian M. González-Contreras, José L. Rullán-Lara, L. G. Vela-Valdés, and A. Claudio, "Modellin, Simulation and Falut Diagnosis of the Three-Phase Inverter Using Bond Graph," *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pp. 130 - 135, 2007.
- [5] Marvin O. Aguilar Justo, Gerardo V. Guerrero Ramírez, and L. Gerardo Vela Valdés, "Fault Detection and Isolation in the Induction Motor Drive using Bond Graphs," *10th IEEE International Power Electronics Congress*, pp. 1 - 6, 2006.
- [6] Anand Vaz, S. Dhimi, and Sandesh Trivedi, "Bond Graph Modeling and Simulation of three phase PM BLDC Motor," in *14th National Conference on Machines and Mechanisms*, Durgapur, 2009, pp. 1-5.
- [7] Damien Grenier and Jean-Paul Louis, "Use of an extension of the park's transformation to determine control laws applied to a non-sinusoidal permanent magnet synchronous motor," in *Fifth European Conference on Power Electronics and Applications*, 1993, pp. 32 - 37.
- [8] Luis Ignacio Silva, De la Barrera M. Pablo, De Angelo H. Cristian, Aguilera Facundo, and Garcia O. Guillermo, "Multi-domain model for electric traction drives using bond graphs," *Journal of Power Electronics, Special Issue on Electric Vehicles*, vol. 11, pp. 439 - 448, 2011.
- [9] Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, and Scott D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, 2nd ed.: IEEE Press, 2002.
- [10] José Roberto B. A. Monteiro, A. A. Oliveira Jr., M. L. Aguiar, and E. R. Sanagiotti, "Electromagnetic torque ripple and copper losses reduction in permanent magnet synchronous machines," *European Transactions on Electrical Power*, vol. 22, no. 5, pp. 627 - 644, June 2011.
- [11] Nobuyuki Matsui, Takaharu Takeshita, and Kouji Yasuda, "A New Sensorless Drive of Brushless DC Motor," in *Proceedings of the 1992 International Conference on Industrial Electronics, Control, Instrumentation and Automation*, San Diego, 1992, pp. 430 - 435.
- [12] Geneviève Dauphin-Tanguy and Christian Rombaut, "Why a Unique Causality in the elementary commutation cell Bond Graphs model of a power electronics converter," *International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 257 - 263, 1993.
- [13] Muhammad H. Rashid, *Power Electronics Handbook*, 2nd ed.: Academic Press, 2007.