



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
CTC - Centro Tecnológico  
Trabalho de Conclusão de Curso

**Projeto Estrutural de uma Barragem de Concreto com  
Contraforte**

Aluno: Eduardo Campos Soares  
Orientador: Prof. Marcos Aurélio Marques Noronha

Florianópolis, junho de 2014

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
CTC - CENTRO TECNOLÓGICO  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**Projeto Estrutural de uma Barragem de Concreto com  
Contraforte**

Trabalho de Conclusão de Curso 2,  
Engenharia Civil, Centro Tecnológico,  
Universidade Federal de Santa Catarina.  
Orientador: Marcos Aurélio Marques Noronha

Banca Examinadora



---

Prof. Marcos Aurélio Marques Noronha (Orientador)

*Dedico este trabalho aos meus pais,  
Hilario e Beatriz, por todo o apoio,  
carinho e tempo despendido em todos  
os momentos da minha vida.*

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer a todos que me ajudaram para a conclusão deste trabalho, ao meu pai Hilario Soares, a minha mãe Beatriz Campos, aos engenheiros e amigos Henrique Blasi e Francisco Dorneles, e ao meu orientador Marcos Noronha.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>v</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>vii</b>
<b>1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1-Considerações Iniciais .....	1
1.2-Objetivos .....	3
1.2.1- Objetivos Específicos.....	4
1.3-Justificativa e Motivação .....	4
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>5</b>
2.1-Tipos de Geração de energia.....	5
2.2-Tipo de barragens .....	14
2.2.1 Barragem de concreto.....	20
2.2.2 Barragem de aterro .....	23
2.3-Verificação de estabilidade .....	26
2.3.1 Fator de segurança a flutuação (FSF) .....	29
2.3.2 Fator de segurança ao tombamento (FST) ..	30
2.3.3 Fator de segurança ao deslizamento (FSD).31	
2.4-Analise de tensões e tensões admissíveis.....	35
2.4.1 Tensões normais na base das fundações.....	36
2.4.2- Tensões admissíveis nas fundações .....	37

2.5-Cálculo de lajes .....	38
2.5.1 Lajes armadas em uma só direção.....	39
2.5.2 Lajes armadas em duas direções.....	41
2.5.3 Flecha.....	43
2.6-Dimensionamento de contrafortes.....	44
2.7-Cobrimento das armaduras .....	46
2.8-Cálculo da área de aço.....	46
2.8.1 Área de aço mínima.....	46
<b>3. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS.....</b>	<b>47</b>
3.1-Concreto Classe C .....	47
3.2-Aço CA-50.....	48
3.3-Rocha natural (fundação).....	48
3.4-Agua.....	48
<b>4. DADOS DA OBRA ANALISADA.....</b>	<b>48</b>
<b>5. VERIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE GLOBAL DA BARRAGEM.....</b>	<b>52</b>
5.1-Dimensões do contra forte 1 .....	52
5.1.1 Esforços Atuantes .....	53

5.1.2- Verificação da Segurança ao tombamento .	54
5.1.3- Verificação da Segurança a Flutuação .....	55
5.1.4- Verificação da Segurança ao Deslizamento	55
5.1.5- Verificação das tensões na fundação .....	55
5.1.6- Conclusão da estabilidade global .....	56
5.2-Dimensões do contra forte 2 .....	57
5.2.1- Esforços Atuantes .....	57
5.2.2- Verificação da Segurança ao tombamento .	59
5.2.3- Verificação da Segurança a Flutuação .....	59
5.2.4- Verificação da Segurança ao Deslizamento	60
5.2.5- Verificação das tensões na fundação .....	60
5.2.6- Conclusão da estabilidade global .....	61
5.3-Dimensões do contra forte 3 .....	62
5.3.1- Esforços Atuantes .....	62
5.3.2- Verificação da Segurança ao tombamento .	64
5.3.3- Verificação da Segurança a Flutuação .....	64
5.3.4- Verificação da Segurança ao Deslizamento	65
5.3.5- Verificação das tensões na fundação .....	65

5.3.6- Conclusão da estabilidade global.....	66
<b>6. DIMENSIONAMENTO DA BARRAGEM.....</b>	<b>66</b>
6.1-Dimensionamento da parede da barragem .....	66
6.1.1- Cálculo dos esforços atuantes e momentos	67
6.1.2- Área de aço .....	67
6.1.3- Momento pelo SAP2000.....	69
6.1.4- Calculo de fecha.....	71
6.1.5. Comparativos dos resultados .....	72
6.1.6- Conclusão .....	73
6.2-Dimensionamento do contra forte .....	73
6.2.1- Tensões para o (CCN) .....	75
6.2.2- Tensões para o (CCE).....	76
6.3-Conclusão dos ensaios do SAP2000 .....	77
6.4-Deformada do contraforte.....	78
<b>7. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>79</b>
7.1- sugestões para futuros trabalhos .....	80
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>81</b>
<b>ANEXO 01 – Tabela 1 de Libânio Miranda .....</b>	<b>85</b>

**ANEXO 02 – Tabela 2 de Libânio Miranda .....86****LISTA DE FIGURAS**

Figura 1	Usina Fotovoltaica .....	1
Figura 2	Gráfico Geração de Energia.....	2
Figura 3	Barragem Campos Novos .....	5
Figura 4	UTN- Usina Termonuclear.....	6
Figura 5	Parque Eólico .....	7
Figura 6	UHE Belo Monte .....	9
Figura 7	UHE Nurek Dam.....	11
Figura 8	UHE Três Gargantas .....	12
Figura 9	Ombreira.....	15
Figura 10	Vetedor .....	16
Figura 11	Tomada d'água.....	17
Figura 12	Descarregador de fundo.....	18
Figura 13	Comporta .....	18
Figura 14	Escada de peixes .....	19
Figura 15	Barragem de concreto .....	21
Figura 16	Barragem de contrafortes.....	22
Figura 17	Barragem em Arco.....	23
Figura 18	Barragem de terra.....	24
Figura 19	Barragem de enrocamento.....	25
Figura 20	Barragem terra-enrocamento.....	26
Figura 21	Foto cachoeira rio Antunes.....	49
Figura 22	Área de Alagamento.....	50
Figura 23	Foto aérea do rio Antunes .....	50

Figura 24	Barragem vista a montante.....	51
Figura 25	Modelo 1 .....	52
Figura 26	Modelo 2 .....	57
Figura 27	Modelo 3 .....	62
Figura 28	Desenho Esforços atuantes.....	74
Figura 29	Deformada CCN .....	78
Figura 30	Deformada CCE.....	78

## RESUMO

Este trabalho consiste no desenvolvimento de um projeto estrutural de uma barragem para uma CGH de 800Kw, localizada no oeste do Estado de Santa Catarina. O rio escolhido possui uma vazão de projeto de 2 m<sup>3</sup>/s com uma queda natural de 63 metros. O reservatório terá uma área alagada de 21.328 m<sup>2</sup>

A barragem será projetada em concreto estrutural do tipo muro com contrafortes, ela terá 3,5 metros de altura no vertedor e 4,5 metros nas ombreiras. Os dados do rio, tais como: altura máxima de cheia, altura mínima de cheia, seção transversal do rio, dados do solo foram cedidos pela empresa responsável.

***Palavras-chave:*** barragem, estabilidade, estrutural.



## 1 - INTRODUÇÃO

### 1.1- Considerações Iniciais

É de conhecimento de todos a grande necessidade de energia elétrica e cada vez é maior a sua demanda para o desenvolvimento do país. Como geração de energia tem-se as centrais térmicas a combustíveis fósseis (carvão, óleo, biomassa, gás natural), nucleares, solares, eólicas e hidroelétricas.

Devido ao intenso processo industrial em que o mundo enfrenta desde o séc.XVIII, onde começaram a surgir novas ideias onde o objetivo principal seria conciliar o avanço econômico junto com a preservação do meio ambiente. Assim, surgiu o que se conhece hoje como desenvolvimento sustentável. Para esse novo modelo de desenvolvimento ser colocado em prática, precisa-se inserir no modelo energético as fontes de energias renováveis (solares, eólicas e hidroelétricas), que tenham um menor impacto ambiental.

Figura 1 Usina Fotovoltaica<sup>1</sup>



---

<sup>1</sup> Disponível em: <  
[http://www.geoklock.com.br/planta\\_solar\\_fotovoltaica.html](http://www.geoklock.com.br/planta_solar_fotovoltaica.html) >  
Acesso em maio. 2014

O Brasil conta com um enorme potencial hidráulico e ainda tem grandes mananciais a explorar. Hoje, aproximadamente 79,09% de nossa energia é de fonte hidráulica, 18,51% de térmicas, 2,37% de nuclear, 0,03% outras (ANNEEL 2003).

Figura 2 Gráfico Geração de Energia<sup>2</sup>

### Geração de Energia no Brasil



A construção de uma barragem para uma usina hidroelétrica pode ter três finalidades: concentração do desnível de um rio para produzir uma queda, a criação de um grande reservatório capaz de regularizar o deflúvio ou simplesmente o levantamento do nível da água para possibilitar a entrada da água em um canal, túnel ou tubulação que aduza para a casa de força (usina de derivação).

Uma barragem também pode ser aproveitada para mais de uma finalidade, inclusive o uso simultâneo. Como exemplo: a armazenagem de água potável, o controle de cheias, a irrigação, a navegação, entre outros.

---

<sup>2</sup> Elaborada pelo autor.

Para as barragens que formam um grande reservatório, é admitida certa elevação do nível d'água acima do normal para atenuar o ponto da enchente, servindo assim também para o controle parcial das cheias, tais barramentos chamam-se de barragens de finalidades múltiplas.

Barragens podem ser classificadas também segundo seu material de construção como: barragens de terra, de enrocamento, de concreto ou do tipo misto.

Neste trabalho será feito um estudo sobre barragens para aproveitamento hidrelétrico de até 1 megawatt (CGH), a qual normalmente são implantadas em rios de pequena vazão, tirando maior aproveitamento do rio, com menor impacto ambiental.

O rio onde será implantado a barragem possui uma vazão de projeto com  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  e uma queda natural de 63 metros

A barragem terá 3,50 metros de altura para que os limites de alagamento do reservatório não ultrapassem os limites desejados. Será feito uma análise e um estudo da estabilidade global, resistência ao deslizamento, tombamento e flutuação da estrutura da barragem adotada.

Neste trabalho serão apresentados a concepção estrutural, os cálculos e considerações gerais da estrutura que levaram ao dimensionamento dos elementos.

### ***1.2-Objetivos***

Neste trabalho será executado, primeiramente, uma análise de estabilidade global para posterior, projeto estrutural, de uma barragem de concreto armado do tipo muro com contrafortes.

A escolha do tema ocorreu em função da procura por um aprofundamento do conhecimento de estruturas de concreto armado para barragem de pequenas centrais hidroelétricas

### **1.2.1- Objetivos Específicos**

- Efetuar a análise completa da estrutura
- Desenvolver o cálculo pela metodologia de estabilidade total
- Comparar com a análise elaborada pelo método de elementos finitos
- Efetuar uma análise crítica
- Realizar o dimensionamento da barragem

### **1.3-Justificativa e Motivação**

Atualmente no Brasil, há um grande potencial hidrelétrico que necessita de engenheiros com conhecimentos específicos para realizar projetos e obras.

A capacitação deve se dar por meio de conhecimento em projetos especializados de estruturas, que são distintos daqueles de obras convencionais, ou seja, de edificações, estradas e pontes. Isto porque, as barragens tem um alto grau de complexidade estrutural, colocando em risco a sociedade e o meio ambiente.

Desta forma, existe uma procura cada vez maior de engenheiros com capacitação nesta área, com conhecimento para utilizar as mais modernas formas de tecnologia disponíveis no mercado internacional.

Diante da necessidade do mercado atual de engenheiros especializados em projetos de grandes estruturas, este trabalho tem

como objetivo adquirir esses conhecimentos e ajudar a sanar essa deficiência de mercado.

Figura 3 Barragem Campos Novos<sup>3</sup>



## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### *2.1- Tipos de Geração de energia*

No que se refere a tipos de geração de energia pode-se dividir em dois grupos, o primeiro, energia não renováveis, e o segundo, energia renováveis. Usinas de energia não renováveis, Usinas Térmicas (UTE - Usina Termelétrica de Energia), Usinas Nucleares (UTN - Usina Termonuclear).

---

<sup>3</sup> Disponível em: <  
<http://www.skyscrapercity.com/showthread.php?t=434528>>  
Acesso em maio. 2014

Figura 4 UTN- Usina Termonuclear<sup>4</sup>



No tocante à energias renováveis, pode-se observar as usinas hidrelétricas (UHE - Usina Hidrelétrica de Energia), (PCH - Pequena Central Hidrelétrica) e (CGH – Central Geradora de Hidrelétrica), usinas eólicas (EOL - Central Geradora Eolielétrica), usinas solares (SOL - Central Geradora Solar Fotovoltaica)

---

<sup>4</sup> Disponível em: <  
<http://www.fem.unicamp.br/~em313/paginas/nuclear/nuclear.htm>> Acesso em maio. 2014

Figura 5 Parque Eólico<sup>5</sup>

Uma usina hidrelétrica é um complexo arquitetônico, um conjunto de obras e de equipamentos, que tem por finalidade produzir energia elétrica através do aproveitamento do potencial hidráulico existente em um rio.

As centrais hidrelétricas geram como todo empreendimento energético, alguns tipos de impactos ambientais, como o alagamento das áreas vizinhas, aumento no nível dos rios, mudança no curso do rio represado, prejudicando pontualmente a fauna e a flora da área inundada na formação do reservatório. Todavia, é um tipo de energia mais barata e menos agressiva ambientalmente que outras fontes tais como; a energia nuclear, as usinas térmicas com uso de petróleo ou carvão, por exemplo.

---

<sup>5</sup> Disponível em: <  
<http://googlediscovery.com/2010/10/12/google-investe-em-linhao-de-energia-eolica-no-mar/>> Acesso em maio. 2014

A viabilidade técnica de cada caso deve ser analisada individualmente por especialistas em engenharia ambiental e especialistas em engenharia hidráulica, que geralmente se utilizam de modelos matemáticos, modelos físicos e modelos geográficos, para seus estudos e projetos.

As Hidroelétricas se dividem em 3 tipos, as UHEs, Usinas Hidroelétricas de Energia, PCHs Pequenas Centrais Hidroelétricas, e CGHs Centrais Geradoras Hidroelétricas.<sup>6</sup>

UHEs são as grandes usinas que têm potência instalada superior a 30 megawatts e/ou área alagada superior 3 km<sup>2</sup>.<sup>7</sup>

Algumas UHEs conhecidas são, Itaipu ( Brasil-Paraguai), Belo Monte (Brasil), Nurek Dam (Tajiquistão) , Três Gargantas (China).

A Usina Hidrelétrica de Belo Monte é uma central hidrelétrica que está sendo construída no Rio Xingu, no estado brasileiro do Pará, nas proximidades da cidade de Altamira. Sua potência instalada será de 11.233 MW mas, por operar com reservatório muito reduzido, deverá produzir efetivamente cerca de 4.500 MW (39,5TWh por ano) em média ao longo do ano. Em potência instalada, a usina de Belo Monte será a terceira maior hidrelétrica do mundo, atrás apenas da chinesa Três

---

<sup>6</sup> GERHARD, P. Schreiber. Usinas Hidrelétricas. São Paulo, Edgard Blucher 1980

<sup>7</sup> Disponível em: < <http://www.aneel.gov.br/>> Acesso em maio. 2014

Gargantas (20.300 MW) e da brasileira e paraguaia Itaipu (14.000 MW), e será a maior usina hidrelétrica inteiramente brasileira. <sup>8</sup>

Figura 6 UHE Belo Monte<sup>9</sup>



O lago da usina terá uma área de 516 km<sup>2</sup>. A usina está prevista para entrar em funcionamento em 2015.

Desde seu início, o projeto de Belo Monte encontrou forte oposição de ambientalistas brasileiros e internacionais, de algumas comunidades indígenas locais e de membros da Igreja Católica. Essa

---

<sup>8</sup> Disponível em: <

<http://arte.folha.uol.com.br/especiais/2013/12/16/belo-monte/index.html> > Acesso em maio. 2014

<http://arte.folha.uol.com.br/especiais/2013/12/16/belo-monte/index.html>

<sup>9</sup> Disponível em: <

<http://meioambiente.culturamix.com/gestao-ambiental/usina-hidreletrica-de-belo-monte> > Acesso em maio. 2014

pressão 1levou a sucessivas reduções do escopo do projeto, que originalmente previa outras barragens rio acima e uma área alagada total muito maior.<sup>10</sup>

A represa da Hidrelétrica Nurek Dam, construída no rio Vakhsh na Ásia Central (Tajiquistão) é considerada a mais alta do mundo, com 300 metros de altura. A construção da barragem começou em 1961 e foi concluída em 1980, quando ainda o Tajiquistão fazia parte da União Soviética. Dam Rogun é outra barragem no Rio Vakhsh também no Tajiquistão, pode excedê-la com 335 metros, se um dia for concluída. Foi construída com um núcleo central de concreto formando uma barreira impermeável, depois preenchida com rocha e terra<sup>11</sup>.

---

<sup>10</sup> Disponível em: <  
<http://arte.folha.uol.com.br/especiais/2013/12/16/belo-monte/index.html> > Acesso em maio. 2014

<sup>11</sup> Disponível em: <  
<http://gigantesdomundo.blogspot.com.br/2011/12/nurek-dam-tajiquistao-represa-mais-alta.html/>> Acesso em maio. 2014

Figura 7 UHE Nurek Dam<sup>12</sup>

A barragem da hidroelétrica de Nurek, também represa o maior reservatório do mundo, com uma capacidade de 10,5 km<sup>3</sup>. O reservatório tem mais de 70 km de comprimento, e uma superfície de 98 km<sup>2</sup>. A água armazenada também é utilizada nas regiões agrícolas para irrigação. A água desviada para irrigação é transportada por 14 km através do túnel Dangara, e é utilizada em cerca de 700 km<sup>2</sup> de terras agrícolas<sup>13</sup>.

Outra grande hidrelétrica, conhecida como Três Gargantas é a considerada a segunda maior barragem e represa do mundo,

---

<sup>12</sup> Disponível em: <  
<http://gigantesdomundo.blogspot.com.br/2011/12/nurek-dam-tajiquistao-represa-mais-alta.html>> Acesso em maio. 2014

<sup>13</sup> Disponível em: <  
<http://gigantesdomundo.blogspot.com.br/2011/12/nurek-dam-tajiquistao-represa-mais-alta.html/>> Acesso em maio. 2014

construída no maior rio da China o Yang-tsé. Esta usina hidrelétrica é também considerada a maior potência instalada do mundo com 20.300 MW.<sup>14</sup>

O governo chinês afirma que foi aplicado um rígido controle de qualidade para garantir que a obra não tenha nenhum risco potencial de operação. A barragem de Três Gargantas tem como função principal a geração de energia, mas também atua na prevenção de enchentes e na melhoria do transporte fluvial. Por este motivo, desempenha um papel importante no desenvolvimento socioeconômico da China.

Figura 8 UHE Três Gargantas<sup>15</sup>



---

<sup>14</sup>Disponível em: <  
<http://gigantesdomundo.blogspot.com.br/2011/12/tres-gargantas-china-maior-usina.html>> Acesso em maio. 2014

<sup>15</sup> Disponível em: <  
<http://www.engenhariae.com.br/meio-ambiente/a-hidroeletrica-que-alterou-o-tempo-e-o-eixo-de-rotacao-da-terra/>> Acesso em maio. 2014

As PCHs, de acordo com a resolução nº 394 - 04-12-1998 da ANEEL-Agência Nacional de Energia Elétrica, PCH (Pequena Central Hidrelétrica) é toda usina hidrelétrica de pequeno porte cuja capacidade instalada seja superior a 1 MW e inferior a 30 MW. Além disso, a área do reservatório deve ser inferior a 3 km<sup>2</sup>.

Uma PCH típica normalmente opera a fio d'água, isto é, o reservatório não permite a regularização do fluxo d'água. Com isso, em ocasiões de estiagem a vazão disponível pode ser menor que a capacidade das turbinas, causando ociosidade. Em outras situações, as vazões são maiores que a capacidade de engolimento das máquinas, permitindo a passagem da água pelo vertedor. Por esse motivo, o custo da energia elétrica produzida pelas PCHs é maior que o de uma usina hidrelétrica de grande porte (UHE-Usina Hidrelétrica de Energia), onde o reservatório pode ser operado de forma a diminuir a ociosidade ou os desperdícios de água.

Entretanto, as PCH's são instalações que resultam em menores impactos ambientais e se prestam à geração descentralizada.

Este tipo de hidrelétrica é utilizada principalmente em rios de pequeno e médio portes que possuam desníveis significativos durante seu percurso, gerando potência hidráulica suficiente para movimentar as turbinas.

As resoluções elaboradas pela ANEEL permitem que a energia gerada nas PCH's entre no sistema de eletrificação, sem que o empreendedor pague as taxas pelo uso da rede de transmissão e distribuição. O benefício vale para quem entrou em operação até

2003. As PCH's são dispensadas ainda de remunerar municípios e Estados pelo uso dos recursos hídricos.

De acordo com à ANEEL, atualmente os principais tipos de geração de energia elétrica no Brasil são através de CGH - Centrais Geradoras Hidrelétricas - Usinas com potência instalada de até 1.000 kW (1 MW). Necessitam apenas de um simples registro para funcionar. Até março de 2010, existiam 316 CGH's, gerando 180.499,65 kW. (Aneel)

## **2.2- Tipo de barragens**

As barragens foram, desde o início da história da Humanidade, fundamentais ao seu desenvolvimento. A sua construção devia ser sobretudo à escassez de água no período seco e à consequente necessidade de armazenamento de água, feito em barragens executadas de forma mais ou menos empírica. Em nível mundial, algumas das barragens mais antigas de que há conhecimento situavam-se, por exemplo, no Egito, Médio Oriente e Índia.

Na Índia apareceram barragens de aterro de perfil homogêneo com descarregadores de cheias para evitar acidentes provocados pelo galgamento das barragens. Com a Revolução Industrial, houve a necessidade de construir um crescente número de barragens, o que permitiu o progressivo aperfeiçoamento das técnicas de projeto e construção. Apareceram então as primeiras barragens de aterro modernas, assim como as barragens de concreto.

Contudo, as barragens possuem desvantagens por ocuparem uma longa extensão de terras habitáveis. Isso faz com que muitas pessoas sejam desalojadas, tribos indígenas, fauna e flora completamente dizimadas, por isso, deve haver a discussão sobre a real necessidade dessas barragens. É o que acontece no caso da Usina Hidroelétrica de Belo Monte, o projeto aponta sua construção no estado do Pará, no local onde vive atualmente a tribo Xingu.

Os Elementos da barragem e órgãos hidráulicos são os seguintes:

- Paramentos ou Barramentos – as superfícies mais ou menos verticais que limitam o corpo da barragem: o paramento de montante, em contacto com a água, e o paramento de jusante.
- Coroamento – a superfície que delimita superiormente o corpo da barragem.
- Encontros – as superfícies laterais de contacto com as margens do rio( Ombreiras).

Figura 9 Ombreira<sup>16</sup>

---

<sup>16</sup> Disponível em: <  
<http://geracao.grupoenergisa.com.br/Paginas/nossos-negocios/pch-detalhes.aspx?idpch=3>> Acesso em maio. 2014



- Fundação – a superfície inferior de contato com o fundo do rio.
- Vertedouro – o órgão hidráulico para descarga da água em excesso na albufeira em período de cheia, em caso de atingir a cota máxima do reservatório

Figura 10 Vertedor de soleira livre<sup>17</sup>

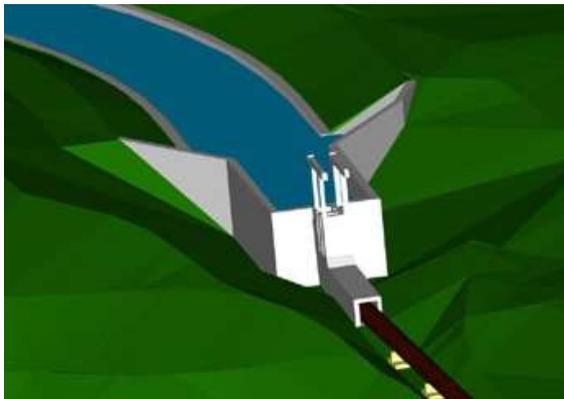


---

<sup>17</sup> Disponível em: < <http://engecon-egc.com.br/figueiropolis.htm> > Acesso em maio. 2014

- Tomadas de água – os órgãos hidráulicos de extração de água da albufeira para utilização.

Figura 11 Tomada d'água<sup>18</sup>

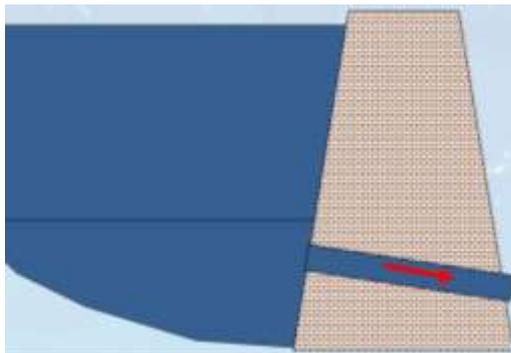


- Descarregador de fundo – o órgão hidráulico para esvaziamento da albufeira ou manutenção da vazão ecológica a jusante da barragem.

---

<sup>18</sup> Disponível em:

<[http://www.pch.com.br/investir/popup\\_empresendimentos%20piranhas.htm/](http://www.pch.com.br/investir/popup_empresendimentos%20piranhas.htm/)> Acesso em maio. 2014

Figura 12 Descarregador de fundo<sup>19</sup>

- Comportas – órgão hidráulico que a entrada e saída de água entre a montante a jusante da barragem e permite à navegação fluvial vencer o desnível imposto pela barragem.

Figura 13 Comporta<sup>20</sup>

---

<sup>19</sup> Disponível em: < <http://slideplayer.com.br/slide/353600/>>  
Acesso em maio. 2014

<sup>20</sup> Disponível em: < <http://www.certaja.com.br/geracao/?p=978>>  
> Acesso em maio. 2014

- Escada de peixes – órgão hidráulico que permite aos peixes vencer o desnível imposto pela barragem.

Figura 14 Escada de peixes<sup>21</sup>



As barragens são feitas de forma a acumularem o máximo de água possível, tanto através da chuva como também pela captação da água caudal do rio existente. Faz-se a barragem unindo as duas margens aprisionando a água na albufeira. As barragens são muito importantes para o mundo moderno, pois são elas que permitem que haja água potável canalizada nas grandes metrópoles mundiais. Contudo, toda a zona onde a barragem e a sua albufeira se encontram e também a área circundante, nomeadamente a jusante, por onde o rio passava, é afetada. É por esse fato que antes de se construir uma barragem é necessário fazer estudos de impacto

---

<sup>21</sup> Disponível em: <  
[http://poitadecorvina.blogspot.com.br/2011\\_06\\_01\\_archive.ht](http://poitadecorvina.blogspot.com.br/2011_06_01_archive.html)  
ml > Acesso em maio. 2014

ambiental. Dessa forma, a barragem deixa passar uma vazão ecológica que tem como função preservar os ecossistemas já existentes no rio e respectivas margens.

A construção de uma barragem tem sempre de passar por quatro etapas fundamentais: o projeto, a construção, a exploração e a observação. No projeto é determinado, após estudos no local e estudos relativos à rentabilidade da barragem, o tipo de barragem a construir. Desta forma, pode-se dividi-las em dois grupos essenciais relativamente ao material de que são constituídas:

### ***2.2.1 Barragem de concreto***

As barragens de concreto são feitas em vales apertados pois a resistência do concreto tem algumas limitações relativamente ao comprimento da barragem. Apesar de muito resistentes, estas barragens são também muito vulneráveis a certos tipos de situações. Se houver algum erro de projeto e a barragem fender pode ter consequências catastróficas. Já numa situação de galgamento pela água da albufeira não é tão prejudicial. Pode-se definir dois tipos de barragem de concreto tendo a forma como são construídas.

- Barragem de gravidade: nesse tipo de construção a força que mantém a barragem em vigor contra o empuxo da água é a gravidade da Terra.

Figura 15 Barragem de concreto<sup>22</sup>



- Gravidade aliviada: Tem estrutura mais leve e é desenvolvida com o objetivo de imprimir menor pressão às fundações ou economizar concreto;
- Contrafortes: Ainda mais leve que a barragem de Gravidade Aliviada, concentra em uma pequena área da fundação os esforços causados pela pressão hidrostática

---

<sup>22</sup> Disponível em: < [http://www.comunitexto.com.br/conheca-todos-os-tipos-de-barragem/#.U7M4\\_7FVvo4](http://www.comunitexto.com.br/conheca-todos-os-tipos-de-barragem/#.U7M4_7FVvo4) > Acesso em maio. 2014

Figura 16 Barragem de contrafortes<sup>23</sup>



- Barragem em arco: São construídas em vales mais apertados, podendo desta forma a altura ser maior que a largura. A primeira barragem desse tipo foi construída pelos romanos na França em meados do século 1 a.C.

---

<sup>23</sup> Disponível em: <  
<http://www.memoriaduke.com.br/Usinas.aspx?menu=6&usina=1>> Acesso em maio. 2014

Figura 17 Barragem em Arco<sup>24</sup>

### **2.2.2 Barragem de aterro**

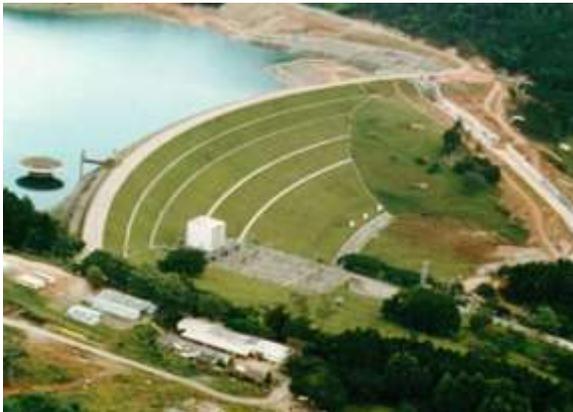
Uma barragem de aterro é, como o próprio nome indica, um aterro, ou seja, é uma barreira de terra e/ou rocha que funciona de modo a reter a água. Ao contrário de uma barragem de concreto, uma barragem de aterro não suporta bem o galgamento pela água e pode mesmo ter efeitos catastróficos. Já no caso de fendilhação, a barragem de aterro fica mais estável que uma de concreto. Pode-se definir três grandes grupos de barragens de aterro tendo em conta o material de que são feitas:

---

<sup>24</sup> Disponível em: <  
<http://blogdopetcivil.com/2011/05/29/elementos-finitos-no-dimensionamento-de-barragens/> > Acesso em maio. 2014

- Barragem de terra: Possuem grande volume, pois funcionam pelo peso do aterro, composto por solo que possui peso específico (1,8 a 1,9 g/cm<sup>3</sup>) menor que o do concreto (2,4 g/cm<sup>3</sup>). Os taludes, suaves, devem ser compatíveis com a resistência ao cisalhamento do material após compactação. Tem base larga para distribuir o peso e aumentar a seção de percolação. Podem ter seção homogênea ou zonada, dependendo da disponibilidade de materiais de construção nas proximidades do barramento.

Figura 18 Barragem de terra<sup>25</sup>



Nas barragens zonadas há um núcleo de material impermeável e duas zonas externas, em geral construídas

---

<sup>25</sup> Disponível em: < <http://www2.transportes.gov.br/bit/04-hidro/4-barra-eclu/barra/reg-sud/caconde.HTM> > Acesso em maio. 2014

com materiais mais permeáveis e mais resistentes aos deslizamentos.

- Enrocamento: É um maciço composto por blocos de rocha compactados.

Figura 19 Barragem de enrocamento<sup>26</sup>



- É muito utilizado na construção de barragens de gravidade de face ou de núcleo impermeável e na proteção da face de montante de barragens de terra, servindo, nesse caso, como proteção contra a erosão provocada pelas ondas formadas no reservatório e pelo movimento de subida e descida no nível da água.
- Barragem de terra-enrocamento: Essas barragens consistem na utilização dos dois elementos, terra e pedras

---

<sup>26</sup> Disponível em: < <http://www2.transportes.gov.br/bit/04-hidro/4-barra-eclu/barra/reg-centro/serradamesa.htm> > Acesso em maio. 2014

para o enrocamento. Normalmente são compostas por um miolo impermeável de argila depois uma parte de terra e por fim nos dois lados, tanto a montante como a jusante, com enrocamento de pedra.

Figura 20 Barragem terra-enrocamento<sup>27</sup>



### **2.3-Verificação de estabilidade**

Sobre a estabilidade global, é importante destacar que a segurança de obras de barragens em concreto é estabelecida pelos conceitos na norma brasileira “Ações e seguranças das estruturas” NBR 8681/84. Desta forma, a segurança global da estrutura e de todos elementos estruturais deverão ser verificados, bem como atendidos pela norma.

---

<sup>27</sup> Disponível em: <  
<https://www.itaipu.gov.br/energia/caracteristicas-da-barragem>  
 > Acesso em maio. 2014

Neste sentido, destaca-se os Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas<sup>28</sup>:

“A análise de segurança global deve ser feita para todas as estruturas principais, elementos estruturais e sistemas de interação entre as fundações e as estruturas submetidas aos diversos casos de carregamentos e englobará a análise de estabilidade no contato concreto-rocha, a análise de estabilidade em planos superiores e inferiores ao da fundação, e a verificação entre as tensões atuantes e as tensões admissíveis dos materiais”.

Assim, deve ser observado as verificações correspondentes ao estado limite último de perda de equilíbrio global ou parcial das estruturas, considerando como um corpo rígido. Nos projetos de barragem estas verificações equivalem as análises de estabilidade, ao avaliar a segurança global quanto aos seus movimentos, tais como<sup>29</sup>:

- Deslizamento em qualquer plano, seja da estrutura, seja da fundação;
- Tombamento;

---

<sup>28</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 145

<sup>29</sup> Op cit. p. 145

- Flutuação;
- Tensões na base da fundação e na estrutura;
- Estabilidade elástica ( flambagem );
- Deformações e recalques;
- vibrações;

Como diretrizes básicas, deve se utilizar os hipóteses abaixo<sup>30</sup>:

- Deve-se considerar as tensões naturais de confinamento preexistente e as pressões de água do subsolo quando tratar-se de análise de estabilidade envolvendo massas de rocha;
- Deve-se considerar as conformações topográficas do local, principalmente na região das ombreiras;
- Deve-se considerar os resultados de investigações geológicas e geotécnicas;
- Deve-se considerar os efeitos de subpressão sob e no corpo das estruturas e em massas de rocha;
- Deve-se considerar, caso represente a condição mais severa, o carregamento devido a pressão intersticial;
- As cargas acidentais de projeto (exceto cargas de equipamentos permanentemente fixo) devem ser completamente desprezadas em análise de estabilidade, sempre que as forças verticais atuarem como fatores de estabilidade.

Assim sendo, a análise e comportamentos de estabilidade das estruturas hidráulicas, os coeficientes de segurança serão assim

---

<sup>30</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 145-146

definidos de fator de segurança: de flutuação (FSF); de tombamento (FST); ao deslizamento (FSD), o quais descrevem sua metodologia abaixo, conforme entendimento adotado pelos Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas.

### **2.3.1 Fator de segurança a flutuação (FSF)**

O fator de segurança a flutuação é definido como a relação entre o somatório das forças gravitacionais e o somatório das forças de subpressão e será dado pela expressão<sup>31</sup>:

$$FSF = \sum V / \sum U$$

Onde,

FSF = fator de segurança a flutuação;

$\sum V$  = somatório das forças gravitacionais;

$\sum U$  = somatório das forças de subpressão;

Neste contexto, devem ser desprezadas quaisquer contribuições favoráveis devidas a coesão e ao atrito entre blocos ou entre a estrutura e a fundação. As forças verticais deverão incluir as cargas permanentes mínimas das estruturas, o peso próprio de equipamentos permanentes, se instalados, e de lastros (água ou aterro) e sistemas de ancoragem, se utilizados durante determinados

---

<sup>31</sup> Op cit. p. 146

estágios da construção. As cargas acidentais deverão ser ignoradas nas verificações de estabilidade<sup>32</sup>.

### **2.3.2 Fator de segurança ao tombamento (FST)**

O fator de segurança ao tombamento é definido como a relação entre o momento estabilizante e os momento de tombamento em relação a um ponto ou uma linha efetiva, em qualquer direção que seja, e será dado pela expressão:<sup>33</sup>

$$FST = \sum Me / \sum Mt$$

Onde,

FST= Fator de segurança ao tombamento

$\sum Me$  = Somatório dos momentos estabilizantes atuantes sobre a estrutura, consideradas como tal, o peso próprio da estrutura, as cargas permanentes mínimas e o peso próprio dos equipamentos permanentes, se instalados;

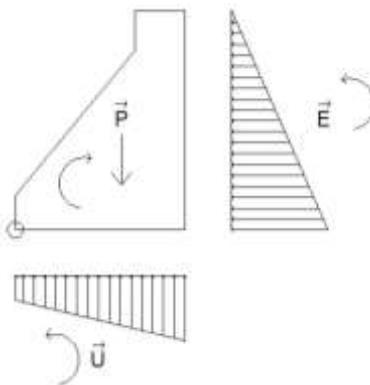
$\sum Mt$ = Somatório dos momentos de tombamento, devido a atuação de cargas desestabilizantes tais como, pressão hidrostático, subpressão, empuxos de terra, etc. Deverão ser desprezados os efeitos estabilizantes de coesão e de atrito despertados nas superfícies em contato com a fundação.

---

<sup>32</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 146

<sup>33</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 147

Figura 7- Fator de segurança ao tombamento<sup>34</sup>



### 2.3.3 Fator de segurança ao deslizamento (FSD)

No fator de segurança ao deslizamento verifica-se a estabilidade das estruturas ao deslizamento, ou seja, escorregamento. Para tal cálculo, deve se selecionar as superfícies de ruptura de modo a incluir todos os planos de menor resistência possível, ou os submetidos a tensões críticas na estrutura, na fundação e no contato estrutura fundação, sobre as quais a estrutura possa sofrer movimento de deslizamento como corpo rígido<sup>35</sup>.

As análises dos fatores de segurança contra o deslizamento deverão incluir a coesão na resistência ao cisalhamento dos materiais rochosos ou no contato concreto rocha, a menos que as investigações

<sup>34</sup> Elaborada pelo autor

<sup>35</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 147

ou condições existentes no campo indiquem o contrário. Devem-se utilizar como valores básicos, os parâmetros geotécnicos extraídos dos resultados de investigações e ensaios preliminares<sup>36</sup>.

Nesse caso, deve-se recalculer o trecho admitindo-se que o mesmo não tenha resistência de coesão ( $C=0$ ), e que seu ângulo de atrito seja o correspondente a condição residual (pós – ruptura), tal como na verificação ao deslizamento com a utilização de empuxo passivo<sup>37</sup>.

O excesso de tensão de cisalhamento não absorvido pelo trecho deve ser transferido as partes remanescentes da superfície de deslizamento, recalculando-se a segurança ao deslizamento para cada trecho, e assim sucessivamente até que se satisfaçam os critérios ou se verifique a necessidade de se introduzir modificações no conjunto estrutura-fundação<sup>38</sup>.

Convém ressaltar que deverá ser sempre verificada a compatibilidade de deformações entre os diferentes materiais, conforme o nível de solicitação atingido. Assim, deve ser considerado se há ou não coesão, ao qual descreve-se a seguir.

#### *2.3.2.1 Com fundação em material com coesão;*

---

<sup>36</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 148

<sup>37</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 148

<sup>38</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 148

Considera-se que a segurança ao deslizamento está verificada na seguinte fórmula<sup>39</sup>:

$$FSD = \frac{\left[ \frac{\sum Ni \operatorname{tg}(\varnothing_i)}{FSD\varnothing} + \frac{\sum Ci Ai}{FSDc} \right]}{\sum Ti} \geq 1,0$$

Onde,

FSD= Fator de segurança ao deslizamento;

FSD $\varnothing$  = Fator de redução da resistência ao atrito;

FSDc= Fator de redução da resistência a coesão;

$\sum Ni$ = Somatório das forças normais a superfície de deslizamento, em análise;

$\varnothing_i$  = Ângulo de atrito característico da superfície de deslizamento, em análise;

$A_i$  = Área efetiva comprimida da estrutura no plano em análise;

$\sum T_i$  = Somatório das paralelas a superfície de deslizamento;

$C_i$  = Coesão entre concreto e solo.

Desta forma, conclui-se que os valores característicos serão definidos para cada caso particular e de forma adequada para cada estrutura sob análise.

---

<sup>39</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 149

### 2.3.2.2 Com fundação em material sem coesão;

Já, nos materiais sem coesão, aplica-se a fórmula<sup>40</sup>:

$$FSD = \frac{\left[ \frac{\sum Ni \operatorname{tg}(\varnothing i)}{FSD\varnothing} \right]}{\sum Ti} \geq 1,0$$

Onde,

FSD = Fator de segurança ao deslizamento;

FSD $\varnothing$  = Fator de redução da resistência ao atrito;

$\sum Ni$  = Somatório das forças normais a superfície de deslizamento, em análise;

$\varnothing i$  = Ângulo de atrito característico da superfície de deslizamento, em análise;

$\sum Ti$  = Somatório das paralelas a superfície de deslizamento.

Coeficiente de segurança	Caso de carregamento	
	CCN	CCE
Flutuação (FSF)	1,3	1,1
Tombamento (FST)	1,5	1,2
FSDc	1,5	1,1
FSD $\varnothing$	3,0	1,5

<sup>40</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 149

#### **2.4-Analise de tensões e tensões admissíveis.**

Sobre o tema, convém destacar que a verificação da segurança em relação ao estado limite último de perda de equilíbrio global deve ser complementada por análises de tensões e deformações. Estas deverão ser elaboradas para todos os elementos estruturais e de fundações. Considera-se, desta forma, os possíveis casos de carregamentos, de modo a determinar o dimensionamento dos elementos estruturais. Assim, verifica-se os seguintes itens<sup>41</sup>:

- Segurança contra a ruptura estrutural ou deformações excessivas;
- Níveis médios de tensões, distribuições de tensões e tensões máximas localizadas;
- Deformações estruturais;
- Segurança contra ressonância destrutiva entre frequências naturais de elementos estruturais e frequências induzidas.

Esses critérios devem ser detalhados para cada estrutura maciça, devendo, portanto, incluir os efeitos de retração, temperatura e de peso de massas superpostas, como também, os dos diagramas de subpressão, quando for aplicável. Já, nas alterações de tensões em decorrência de deformação lenta do concreto deverão ser levadas em consideração a determinação das deformações e tensões finais, onde for possível.

---

<sup>41</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 150

### 2.4.1 Tensões normais na base das fundações

A seguir, apresenta-se, quando não for possível a elaboração da análise de tensões, na base das estruturas, pelo método dos elementos finitos. Assim, a fórmula para determinação das tensões normais nas seções transversais, a partir das solicitações de serviço, ou seja, a partir de esforços não majorados por quaisquer coeficientes, não homogêneos, resistentes a tração e a compressão, no regime da lei de Hooke. Fórmula esta que deve ser calculada da seguinte forma<sup>42</sup>:

$$\sigma_{cal} = a + bx + cy$$

Onde;

$$a = \frac{\sum N}{A}$$

$$b = \frac{1}{I_x I_y - I_{xy}^2} (\sum M_y I_x - \sum M_x I_{xy})$$

$$c = \frac{1}{I_x I_y - I_{xy}^2} (\sum M_x I_y - \sum M_y I_{xy})$$

$\sigma_{cal}$  = Tensão normal calculada;

$\sum N$  = Somatório das forças normais ao plano considerado;

$A$  = Área da seção transversal da estrutura ou do contato concreto-fundação;

$xx$  e  $yy$  = Eixos perpendiculares entre si que tem origem no centro de gravidade da seção transversal;

---

<sup>42</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 151

$x$  e  $y$  = Coordenadas do ponto analisado em relação aos eixos  $xx$  e  $yy$ ;  
 $I_{xx}$  e  $I_{yy}$  = Momentos de inercia da área "A" em relação aos eixos  $xx$  e  $yy$ ;  
 $I_{xy}$  = Produto de inercia da área "A" em relação aos eixos  $xx$  e  $yy$ .

Desta forma, as tensões obtidas adicionada as tensões devidas aos efeitos de retração térmica e variação de temperatura, devem ser comparadas com as tensões admissíveis.

#### **2.4.2- Tensões admissíveis nas fundações**

A capacidade de carga das fundações é relacionada a tensão normal máxima, definida mediante critérios que atendam as condições de ruptura, e as limitações relacionadas aos recalques excessivos, prejudiciais ao comportamento e perfeita utilização da estrutura. Neste contexto, a tensão normal máxima admissível na fundação deve ser obtida a partir da seguinte fórmula<sup>43</sup>:

$$\sigma_{t, adm} = \frac{\text{Capacidade de carga na fundação}}{\text{Coeficiente de segurança}}$$

A capacidade de carga do material de fundação deverá ser determinada por métodos adequados, utilizando-se como subsídios os resultados de ensaios 'in situ' e os de laboratório. Já para o

---

<sup>43</sup> Brasil, Eletrobrás, Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, Outubro/2003, p. 153

coeficiente de segurança, são recomendados os valores especificados a seguir<sup>44</sup>:

---

Caso de carregamento	Coeficiente de segurança
CCN	3,0
CCC	2,0
CCE	1,5
CCL	1,3

---

Assim, conclui-se que a adoção destes valores pressupõe razoável conhecimento dos parâmetros de resistência dos materiais envolvidos. Os coeficientes de segurança devem ser aumentados nos casos em que tal conhecimento é precário ou os materiais não apresentam constância de comportamento. Neste caso, deve-se adotar os valores indicados entre parênteses.

### ***2.5-Cálculo de lajes***

As estruturas de concreto serão verificadas quanto à resistência, pelos estados limites últimos sempre utilizando as combinações ou envoltórias pertinentes, quanto à durabilidade e

---

<sup>44</sup> Op cit, p. 153

utilização pelos estados limites de serviço não serão levados a fundo nesse trabalho.

Sendo assim, o cálculo das lajes será feito de acordo com sua geometria. Deste modo, divide-se em dois grupos, o primeiro, sendo que o comprimento não difere muito da sua largura. Logo, a maior dimensão não ultrapassa o dobro da outra. O segundo, seriam os tipos de lajes ditas retangulares, em que sua maior dimensão ultrapassa o dobro da outra. Para o primeiro caso, chamaremos de lajes armadas em duas direções (ou armadas em cruz), e a outra, chamada de armada em uma só direção<sup>45</sup>.

Ao dizer que uma laje é armada em duas direções, significa que deve ter armadura nas duas direções para conter os esforços gerados pelos momentos positivos no meio do vão.

As lajes armadas em uma só direção, possuem apenas armação principal na direção do vão menor e uma armadura secundária na outra direção.

### **2.5.1 Lajes armadas em uma só direção**

As lajes em que uma dimensão é maior do que o dobro da outra dimensão, arma-se, tão somente, na direção do lado menor e, por este motivo, são chamadas de lajes armadas em uma só direção.

Estas são calculadas exatamente como um conjunto de vigas paralelas, sendo que o cálculo da área de aço é feita por metro de

---

<sup>45</sup> BOTELHO, Manoel Henrique Campos / MARCHETTI, Osvaldo. Concreto Armado Eu Te Amo. 7<sup>a</sup> ed. São Paulo: Blucher, 2013, p. 140

laje, nelas não são aplicáveis as tabelas de Bares e Czerny, as quais são usadas para as lajes em cruz<sup>46</sup>.

Neste cálculo, deve-se diferenciar lajes isoladas de lajes engastadas. Denominando o momento no meio do vão de  $M$ , e de  $X$  o momento nos apoios. Nestes termos, os possíveis esquemas destas lajes armadas em uma só direção são os seguintes<sup>47</sup>:

$q =$  Carga

$L =$  Vão menor

$M =$  Momento no meio do vão

$X =$  Momento fletor no apoio

Laje isolada

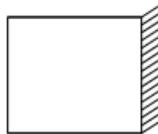
$$M = q \times L^2 / 8$$



Laje engastada de um lado

$$M = q \times L^2 / 14,22$$

$$X = -q \times L^2 / 8$$




---

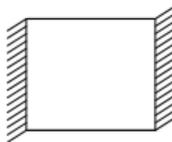
<sup>46</sup> BOTELHO, Manoel Henrique Campos / MARCHETTI, Osvaldo. Concreto Armado Eu Te Amo. 7ª ed. São Paulo: Blucher, 2013, p. 142

<sup>47</sup> BOTELHO, Manoel Henrique Campos / MARCHETTI, Osvaldo. Concreto Armado Eu Te Amo. 7ª ed. São Paulo: Blucher, 2013, p. 142

Laje biengastada

$$M = q \times L^2 / 24$$

$$X = -q \times L^2 / 12$$



Para o caso de lajes retangulares (um lado maior que o dobro do outro), não consideram as possibilidades de engastamento dos lados menores.

### **2.5.2 Lajes armadas em duas direções**

Nas lajes armadas em duas direções pode-se aplicar o método de Czerny, diferentemente do acima exposto, este possui armadura principal nas duas direções, o qual o próprio nome já faz esta distinção.

Neste caso, considera-se que a laje é formada por uma grelha de vigas independentes cortando-se perpendicularmente. Dentro desse raciocínio, cada laje é substituída por um reticulado de vigas na direção x e na direção y. Logo, deve-se dividir a carga atuante e acidental em duas cargas  $q_x$  e  $q_y$ , que se distribuirão nas vigas na direção X e na direção Y<sup>48</sup>.

A falha desse raciocínio é que não se leva em consideração o aspecto de continuidade, ou seja, de que toda ela trabalha em conjunto. Assim, resistindo melhor do que se consideradas dividida por grelhas de vigas, independentes umas das outras.

---

<sup>48</sup> BOTELHO, Manoel Henrique Campos / MARCHETTI, Osvaldo. Concreto Armado Eu Te Amo. 7<sup>a</sup> ed. São Paulo: Blucher, 2013, p. 143

O processo de Czerny nada mais é que fazer a divisão de laje por uma grelha de vigas e aplicar adequados coeficientes que levam em conta exatamente esse aspecto nas lajes, de solidariedade conjunta integrada total de toda a malha de vigas<sup>49</sup>.

Desta forma, as Tabelas de Bares-Czerny calculam diretamente, permitindo facilmente o cálculo dos momentos positivos e os negativos. Para a aplicação das tabelas de cálculo, dispõe a simbologia abaixo<sup>50</sup>:

$M_x$  = Momento fletor positivo direção do eixo x

$M_y$  = Momento fletor positivo direção do eixo y

$X_x$  = Momento fletor negativo direção do eixo x

$X_y$  = Momento fletor negativo direção do eixo y

q = Carga total que atua na laje

$q_x$  = Parcela de peso próprio e carga accidental que atua no eixo

x

$q_y$  = Parcela de peso próprio e carga accidental que atua no eixo y

v = Coeficiente para cálculo de cargas nas vigas

$q_x + q_y = q$

$m_x$  e  $m_y$  = Coeficientes de cálculo

---

<sup>49</sup> BOTELHO, Manoel Henrique Campos / MARCHETTI, Osvaldo. Concreto Armado Eu Te Amo. 7ª ed. São Paulo: Blucher, 2013, p. 144

<sup>50</sup> BOTELHO, Manoel Henrique Campos / MARCHETTI, Osvaldo. Concreto Armado Eu Te Amo. 7ª ed. São Paulo: Blucher, 2013, p. 144

Para o uso da tabela primeiro deve se verificar qual dos seis casos a laje se encaixa.

Depois deve-se orientar os eixos, e calcular  $E = l_y / l_x$

$$M_x = q \cdot l_x^2 / m_x$$

$$M_y = q \cdot l_x^2 / m_y$$

R1, R2, R3, R4 = cargas nas vigas de apoio na laje

$$X_x = q \cdot l_x^2 / n_x$$

$$X_y = q \cdot l_x^2 / n_y$$

W = coeficiente para cálculo de flecha da laje, no meio do vão

V = coeficiente para cálculo de cargas nas vigas

$$R = v \cdot q \cdot l_x$$

$$F = q \cdot (l_x^4) / (Ecs \cdot h^3 \cdot w)$$

No projeto em questão, tem-se uma parede de concreto armado que será calculada como uma laje com carregamento triangular. Assim, não pode-se usar a tabela tradicional de Bares-Czerny e, sim deve-se utilizar as tabelas e ábacos de Libânio Miranda Pinheiro que possibilitará ter um cálculo mais próximo ao caso em estudo.

### **2.5.3 Flecha**

Para o cálculo da flecha máxima utiliza-se as tabelas de Libânio Miranda Pinheiro, conforme dispõe a tabela 2.2d do tipo 20, que se encontra no anexo do trabalho.

Nesta tabela, estão demonstrados os valores dos coeficientes  $\alpha$  (coeficiente de centro da laje) e  $\alpha a$  (coeficiente de centro da borda livre) para o cálculo da flecha máxima, que assim dispõe<sup>51</sup>:

$$a = \alpha * P * l^4 / (100 * Es * h^3)$$

a = flecha

$\alpha$  = coeficiente

p = carga máxima

l = menor vão

Es = modulo de elasticidade do concreto

H = altura da laje

Convém destacar que este valor da laje tem que respeitar os valores máximos de deformação que pela norma NBR-6118 deve ser menor o igual a  $l/250$ <sup>52</sup>.

## **2.6-Dimensionamento de contrafortes**

No que se refere ao dimensionamento dos contrafortes, este será feito utilizando os esforços gerados pelo *software* SAP2000, no qual utiliza-se da técnica de elementos finitos.

---

<sup>51</sup> Pinheiro, Libânio Miranda. Concreto Armado:Tabekas e Ábacos. Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos. publicado em março 1993. cap. 2, p. 9

<sup>52</sup> Associação brasileira de normas técnicas. Projeto de estruturas de concreto-procedimento NBR6118. Rio de Janeiro, ABNT, 2004, p. 70 (na tabela 13.2)

Para a utilização do programa deve-se primeiro fazer um modelo da estrutura que deseja-se calcular. Desta forma, pode-se fazer diretamente no programa ou usar a ferramenta *Autocad*. Após o modelo pronto, deve-se criar tipos de carregamentos, bem como colocar as características dos materiais envolventes, como os esforços atuantes.

Muitas empresas no mercado atual têm utilizado o método de elementos finitos. Entretanto, a utilização desta ferramenta incorretamente pode acarretar sério risco a estrutura, por isso deve-se atentar para fazer o uso correto desta ferramenta.

No projeto, o muro da barragem também utilizará do mesmo modo a comparar com o método de cálculo de lajes em cruz por Czerny, onde os momentos serão calculados pelos dois tipos de metodologia, fazendo, portanto, um comparativo.

No tocante aos contrafortes, é importante salientar que será utilizado outros resultados para o cálculo do aço, do qual será verificado diretamente as tensões atuantes no modelo do contraforte que, a partir disso, dimensiona-se os aços necessários para tal estrutura.

## 2.7-Cobrimento das armaduras

O cobrimento mínimo das armaduras, como da armadura de distribuição e dos estribos, é indicado na tabela 01, conforme o tipo de estrutura e condições de exposição<sup>53</sup>:

Tabela 01

Tipo de estruturas	Cobrimento mínimo (cm)
Estruturas sem risco de incendio, em ambiente abrigado, sem contato com o solo	
Lajes	2,00
Paredes, vigas e pilares	2,50
Estruturas sujeitas a incendio	ver NB-503
Estruturas não abrigadas ou em contato com o solo ou submersa	
Aço $\leq$ 16mm	3,50
Aço $>$ 16mm	5,00
Estruturas submersas, sujeitas a corrente d'agua	7,50
Estruturas sujeitas a corrente d'agua em alta velocidade (soleira de vertedouro, ect.) $\geq$ 12 m/s	10,00

## 2.8-Cálculo da área de aço

### 2.8.1 Área de aço mínima

Entende-se por taxa de armadura (  $p$  ) a relação entre a seção de aço e a seção de concreto. Limitada, por norma, a um valor igual ou superior a 0,15%, ao assim descrever<sup>54</sup>:

---

<sup>53</sup> Associação brasileira de normas técnicas. Projeto de estruturas de concreto-procedimento NBR6118. Rio de Janeiro, ABNT, 2004, p. 19

<sup>54</sup> BORGES, Alberto Nogueira. Curso prático de cálculo em concreto armado, Projetos de edifícios. Rio de Janeiro: Imperial Novo Milênio, 2010, p. 38.

$\rho = A_s / ( b w * h ) \geq 0,0015 \Rightarrow$  manipulando a formula:

$A_s \text{ min} = 0,15 \times h$  (  $A_s$  mínimo em  $\text{cm}^2$ ,  $b = 100 \text{ cm}$  e  $h$  em  $\text{cm}$  )

Esta armadura mínima destina-se a armaduras portantes de lajes em 1 direção e negativas de lajes em cruz. Para armaduras de distribuição, pode ser reduzido a 50% e para armaduras de positivas em lajes em cruz, a 67%. A armadura não pode ser inferior a  $0,9 \text{ cm}^2$  ou 3 barras nem superior a  $A_{s\text{max}} = 0,04 \times b \times h$ .<sup>55</sup>

Para estruturas robustas a  $A_{s\text{min}}$  fica-se as vezes economicamente inviável, para essas estruturas a norma permite usar  $A_s = 2 * M_d$  se for aplicável.

### 3. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

#### 3.1-Concreto Classe C

- Resistência característica à compressão:

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa};$$

- Módulo de elasticidade:  $E_{cs} = 23.800 \text{ MPa}$ ;

- Peso específico:  $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ .

---

<sup>55</sup> BORGES, Alberto Nogueira. Curso prático de cálculo em concreto armado, Projetos de edifícios. Rio de Janeiro: Imperial Novo Milênio, 2010, p.38

### **3.2-Aço CA-50**

- Resistência característica à tração:  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ ;
- Módulo de elasticidade:  $E_s = 210.000 \text{ MPa}$ .

### **3.3-Rocha natural (fundação)**

- Capacidade de carga:  $\sigma_{adm} \cong 5,0 \text{ MPa}$ .
- Angulo de atrito interno da rocha:  $F=45^\circ$
- Coesão do contato concreto/rocha:  $C= 150\text{Kpa}$

A capacidade de carga adotada para a rocha de fundação foram tomados com base em bibliografia e artigos especializados.

### **3.4-Agua**

- Peso específico:  $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$ .

## **4. DADOS DA OBRA ANALISADA**

A obra analisada fica localizada no alto do rio Antunes no Estado de Santa Catarina. A empresa responsável pela execução do projeto e da obra é a Antunes Energia.

O rio possui uma vazão media de projeto  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  com uma queda natural de 56 metros, para o cálculo de nível máximo de cheia foi levado em conta uma recorrência de 1000 anos <sup>56</sup>.

---

<sup>56</sup> Dados obtidos pelo Estudos Topográficos e Hidrológico da Bacia, contratados pela empresa Antunes Energia.

Figura 21 Foto cachoeira rio Antunes<sup>57</sup>



Níveis de água (NA):

- NA Mínimo Normal Jusante .....724,50 m
- NA Normal Montante .....728,00 m
- NA Máximo Montante .....728,80 m

A altura da barragem foi estipulada na cota 728,00 (setecentos e vinte e oito) metros, pelos proprietários, devido a uma estrada que atravessa o rio a montante, na cota 733 (setecentos trinta e três), delimitando, assim, a altura da barragem a ser feita.

Deste modo, a área total alagada será de 21.328 m<sup>2</sup> (vinte um mil, trezentos e vinte oito metros quadrados), conforme demonstra a figura 22:

---

<sup>57</sup> Elaborada pelo autor

Figura 22 Área de Alagamento<sup>58</sup>

A escolha da barragem em contrafortes foi estipulada pelo proprietários.

Devido aos cálculos de hidrologia e hidráulica, foi determinado um vertedor retangular, com largura de 54 (cinquenta e quatro) metros e altura de 1 (um) metro.

Logo abaixo, a foto aérea com as limitações do rio e sua área de alagamento depois da construção da barragem.

Figura 23 - foto aérea do rio Antunes<sup>59</sup>

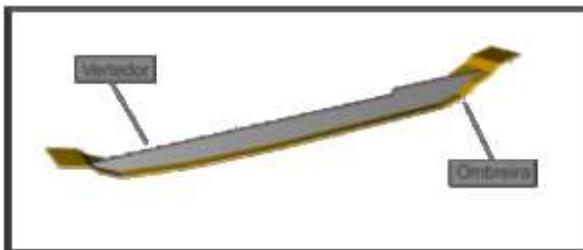
---

<sup>58</sup> Elaborada pelo autor

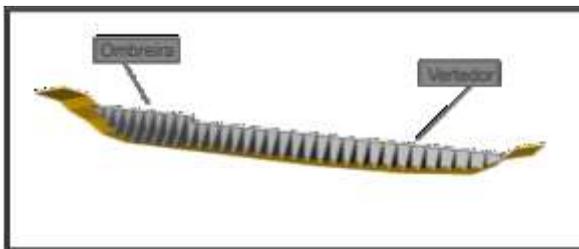
<sup>59</sup> Elaborada pelo autor

Conforme mencionado anteriormente, a barragem será feita em concreto armado, com uma parede de concreto e contrafortes. Abaixo, um modelo 3D da barragem e o perfil do rio, analisado tanto a montante como jusante:

Figura 24 - barragem vista a montante<sup>60</sup>



- barragem vista a jusante<sup>61</sup>



---

<sup>60</sup> Elaborada pelo autor

<sup>61</sup> Elaborada pelo autor

Para a construção, será realizado primeiro o canal de desvio e em seguida uma ensecadeira, possibilitando, assim, a construção da barragem. Após a construção, a ensecadeira será destruída para o enchimento da barragem.

## 5. VERIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE GLOBAL DA BARRAGEM

Para o cálculo da estabilidade global será escolhido uma seção de 2,25 metros o que representaria um vão entre os contrafortes, o escolhido será com a menor estabilidade, ou seja, o ponto mais crítico da barragem.

A primeira tentativa de estabilidade vem de um modelo pré-dimensionado, disponibilizado pela empresa.

### 5.1-Dimensões do contra forte 1

Figura 25 Modelo 1<sup>62</sup>



---

<sup>62</sup> Elaborada pelo autor

### 5.1.1 Esforços Atuantes

-Peso Próprio da estrutura: O peso próprio da estrutura foi calculado a partir do levantamento de volumes de concreto dos principais componentes da estrutura.

Volume de Concreto do muro a montante

$$V = 3,94 \text{ m}^3$$

Volume de Concreto do contra forte

$$V = 1,7 \text{ m}^3$$

Volume total da seção tipo

$$V = 5,65 \text{ m}^3$$

Peso Do muro

$$P = 3,94 \times 25 = 98,5 \text{ kN}$$

Peso Do contraforte

$$P = 1,7 \times 25 = 42,50 \text{ kN}$$

Peso total da seção tipo

$$P = 5,65 \times 25 = 141,25 \text{ kN}$$

-Peso dos Equipamentos:

Para efeitos de cálculo de estabilidade, não serão considerados os pesos dos equipamentos hidromecânicos, sendo esta consideração a favor da segurança.

- Empuxos de água à montante:

Empuxo para o caso de carregamentos CCN

$$E1 = 2,25 \times (3,50)^2 \times 10 / 2 = 137,80 \text{ kN}$$

- Empuxo para o caso de carregamentos CCE

$$E2 = 2,25 \times [ (4,3)^2 - (0,80)^2 ] \times 10 / 2 = 200,81 \text{ kN}$$

- Distancia do C.G. ao ponto de tombamento

$$De = 1,35 \text{ m}$$

- Subpressões:

Subpressões para os casos de carregamentos CCN

$$U1 = 10 \times 3,5 \times 2,25 \times 0,50 / 2 = 19,68 \text{ kN}$$

Subpressões para o caso de carregamento CCE

$$U1 = 10 \times 4,3 \times 2,25 \times 0,50 / 2 = 24,19 \text{ kN}$$

Força normal

$$N = 141,25 - 19,68 = 121,57 \text{ kN}$$

### **5.1.2- Verificação da Segurança ao tombamento**

-Caso de Carregamento Normal (CCN)

$$Me = 137,80 \times 1,16 = 159,84 \text{ kN.m}$$

$$Mp = 141,25 \times 2,61 = 368,66 \text{ kN.m}$$

$$Mu = 19,68 \times 3,07 = 60,42 \text{ kN.m}$$

$$FST = (368,66) / (159,84 + 60,42) = 368,66 / 220,26 = 1,67 \rightarrow \text{Ok}$$

-Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCE)

$$Me = 200,81 \times 1,35 = 271,09 \text{ kN.m}$$

$$Mp = 141,25 \times 2,61 = 368,66 \text{ kN.m}$$

$$Mu = 24,19 \times 3,07 = 74,25 \text{ kN.m}$$

$FST = (368,66) / (271,09 + 74,25) = 368,66 / 345,34 = 1,06 \rightarrow$  não passa

### **5.1.3- Verificação da Segurança a Flutuação**

-Caso de Carregamento Normal (CCN)

$$FSF = ( P ) / ( S ) = (141,25 ) / ( 19,68 ) = 7,17 \rightarrow OK$$

-Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCE)

$$FSF = ( P ) / ( S ) = (141,25 ) / ( 24,19 ) = 5,84 \rightarrow OK$$

### **5.1.4- Verificação da Segurança ao Deslizamento**

- Caso de Carregamento Normal (CCN)

$$FSD = (( 121,57 \times \text{tg}45 / 3,0) + ( 150 \times 1,94 / 1,5)) / (137,8) = 1,70 > 1,0 \rightarrow Ok$$

- Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCE)

$$FSD = ((117,06 \times \text{tg}45 / 1,5) + (150 \times 1,94 / 1,1)) / (200,81) = 1,70 > 1,0 \rightarrow OK$$

### **5.1.5- Verificação das tensões na fundação**

- Caso de Carregamento normal (CCN)

$$N = 121,57 \text{ kN}$$

$$A1 = 1,13 \text{ m}^2$$

$$A2 = 0,82 \text{ m}^2$$

$$I = ( b \cdot h^3 ) / 12$$

$$I_1 = ( 2,25 \times 0,50^3 ) / 12 = 0,0234$$

$$I_2 = ( 0,30 \times 2,74^3 ) / 12 = 0,5142$$

$$I = I_x + A d^2$$

$$I = \{ [ 0,0234 + ( 1,13 \times 0,68^2 ) ] + [ 0,5142 + ( 0,82 \times 0,94^2 ) ] \} = 1,78$$

$$W = I / x$$

$$W_a = 1,78 / 0,93 = 1,91$$

$$W_b = 1,78 / 2,31 = 0,77$$

$$M_p = 141,25 \times 0,31 = 43,78 \text{ kN m}$$

$$M_e = 137,80 \times 1,16 = -159,85 \text{ kN m}$$

$$M_u = 19,68 \times 0,77 = -15,15 \text{ kN m}$$

$$T_a = ( 121,57 / 1,95 ) - ( 131,22 / 1,91 ) = -6,36 \text{ kN}$$

$$T_b = ( 121,57 / 1,95 ) + ( 131,22 / 0,77 ) = 232,76 \text{ kN}$$

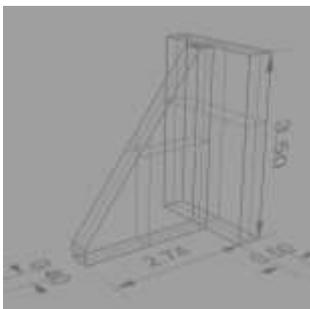
Pode-se observar que houve tensão de tração na base da fundação, porém valor é insignificante.

### **5.1.6- Conclusão da estabilidade global**

A estrutura da barragem de contraforte não está dentro do limite aceitável pelo critério de projetos Eletrobrás. Para que atenda esses limites será analisado outro modelo de barragem, aumentando a espessura do contraforte, tendo um ganho de peso próprio, para que assim atenda os limites aceitáveis.

## 5.2-Dimensões do contra forte 2

Figura 26 Modelo 2<sup>63</sup>



### 5.2.1- Esforços Atuantes

-Peso Próprio da estrutura:

O peso próprio da estrutura foi calculado a partir do levantamento de volumes de concreto dos principais componentes da estrutura.

Volume de Concreto do muro a montante

$$V = 3,94 \text{ m}^3$$

Volume de Concreto do contraforte

$$V = 2,27 \text{ m}^3$$

Volume total da seção tipo

$$V = 6,21 \text{ m}^3$$

---

<sup>63</sup> Elaborada pelo autor

Peso Do muro

$$P = 3,94 \times 25 = 98,5 \text{ kN}$$

Peso Do contraforte

$$P = 2,27 \times 25 = 56,75 \text{ kN}$$

Peso total da seção tipo

$$P = 6,21 \times 25 = 155,25 \text{ kN}$$

Força normal

$$N = 155,25 - 19,68 = 135,57 \text{ kN}$$

- Peso dos Equipamentos:

Para efeitos de cálculo de estabilidade, não serão considerados os pesos dos equipamentos hidromecânicos, sendo esta consideração a favor da segurança.

- Empuxos de agua a montante:

Empuxo para o caso de carregamentos CCN

$$E1 = 2,25 \times (3,50)^2 \times 10 / 2 = 137,80 \text{ kN}$$

Empuxo para o caso de carregamentos CCE

$$E2 = 2,25 \times [ (4,3)^2 - (0,80)^2 ] \times 10 / 2 = 200,81 \text{ kN}$$

- Distancia do C.G. ao ponto de tombamento

$$De = 1,35 \text{ m}$$

- Subpressões:

Subpressões para os casos de carregamentos CCN

$$U1 = 10 \times 3,5 \times 2,25 \times 0,50 / 2 = 19,68 \text{ kN}$$

Subpressões para o caso de carregamento CCE

$$U1 = 10 \times 4,3 \times 2,25 \times 0,50 / 2 = 24,19 \text{ kN}$$

### **5.2.2- Verificação da Segurança ao tombamento**

- Caso de Carregamento Normal (CCN)

$$Me = 137,80 \times 1,16 = 159,84 \text{ kN.m}$$

$$Mp = 155,25 \times 2,54 = 394,33 \text{ kN.m}$$

$$Mu = 19,68 \times 3,07 = 60,42 \text{ kN.m}$$

$$FST = (394,33) / (159,84 + 60,42) = 394,33 / 220,26 = 1,79 \rightarrow \text{Ok}$$

- Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCE)

$$Me = 200,81 \times 1,35 = 271,09 \text{ kN.m}$$

$$Mp = 155,25 \times 2,54 = 394,33 \text{ kN.m}$$

$$Mu = 24,19 \times 3,07 = 74,25 \text{ kN.m}$$

$$FST = (394,33) / (271,09 + 74,25) = 394,33 / 345,34 = 1,14 \rightarrow \text{não passa}$$

### **5.2.3- Verificação da Segurança a Flutuação**

-Caso de Carregamento Normal (CCN)

$$FSF = ( P ) / ( S ) = ( 155,25 ) / ( 19,68 ) = 7,88 \rightarrow \text{OK}$$

-Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCE)

$$FSF = ( P ) / ( S ) = ( 155,25 ) / ( 24,19 ) = 6,41 \rightarrow \text{OK}$$

### 5.2.4- Verificação da Segurança ao Deslizamento

-Caso de Carregamento Normal (CCN)

$$FSD = \left( \frac{135,57 \times \operatorname{tg}45}{3,0} + \frac{150 \times 2,22}{1,5} \right) / (137,8) = 1,94 > 1,0 \rightarrow \text{Ok}$$

-Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCE)

$$FSD = \left( \frac{131,06 \times \operatorname{tg}45}{1,5} + \frac{150 \times 2,22}{1,1} \right) / (200,81) = 1,94 > 1,0 \rightarrow \text{OK}$$

### 5.2.5- Verificação das tensões na fundação

-Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCN)

$$N = 135,57 \text{ kn}$$

$$A1 = 1,13 \text{ m}^2$$

$$A2 = 1,09 \text{ m}^2$$

$$A = 2,22 \text{ m}^2$$

$$I = (b \cdot h^3) / 12$$

$$I1 = (2,25 \times 0,50^3) / 12 = 0,0234$$

$$I2 = (0,40 \times 2,74^3) / 12 = 0,6856$$

$$I = Ix + Ad^2$$

$$I = \{ [0,0234 + (1,13 \times 0,80^2)] + [0,5142 + (1,09 \times 0,82^2)] \} = 1,99$$

$$W = I / x$$

$$Wa = 1,99 / 1,05 = 1,89$$

$$Wb = 1,99 / 2,19 = 0,91$$

$$M_p = 155,25 \times 0,35 = 54,34 \text{ kN m}$$

$$M_e = 137,80 \times 1,16 = -159,85 \text{ kN m}$$

$$M_u = 19,68 \times 0,89 = -17,52 \text{ kN m}$$

$$T_a = ( 135,57 / 2,22 ) - ( 123,03 / 1,89 ) = -4,03 \text{ kN}$$

$$T_b = ( 135,57 / 2,22 ) + ( 123,03 / 0,91 ) = 169,26 \text{ kN}$$

Pode-se observar que ainda há tensão de tração na base da fundação em  $T_a$ .

### ***5.2.6- Conclusão da estabilidade global***

A estrutura da barragem de contraforte não está dentro do limite aceitável pelo critério de projetos Eletrobrás, para que atenda esses limites será realizado uma análise de outro modelo para a barragem, aumentando a espessura do contraforte, tendo um ganho de peso próprio, para que assim atenda os limites aceitáveis.

### 5.3-Dimensões do contra forte 3

Figura 27 Modelo 3<sup>64</sup>



#### 5.3.1- Esforços Atuantes

-Peso Próprio da estrutura:

O peso próprio da estrutura foi calculado a partir do levantamento de volumes de concreto dos principais componentes da estrutura.

Volume de Concreto no muro

$$V = 3,94 \text{ m}^3$$

Volume de Concreto no muro

$$V = 2,84 \text{ m}^3$$

Volume total da seção tipo

$$V = 6.78 \text{ m}^3$$

Peso Do muro

---

<sup>64</sup> Elaborada pelo autor

$$P = 3,94 \times 25 = 98,5 \text{ kN}$$

Peso Do contraforte

$$P = 2,84 \times 25 = 71 \text{ kN}$$

Peso total da seção tipo

$$P = 6,78 \times 25 = 169,5 \text{ kN}$$

Força normal

$$N = 169,50 - 19,68 = 149,82 \text{ kN}$$

-Peso dos Equipamentos:

Para efeitos de cálculo de estabilidade, não serão considerados os pesos dos equipamentos hidromecânicos, sendo esta consideração a favor da segurança.

- Empuxos de agua a montante:

Empuxo para o caso de carregamentos CCN

$$E1 = 2,25 \times (3,50)^2 \times 10 / 2 = 137,80 \text{ kN}$$

Empuxo para o caso de carregamentos CCE

$$E2 = 2,25 \times [(4,3)^2 - (0,80)^2] \times 10 / 2 = 200,81 \text{ kN}$$

- Distancia do C.G. ao ponto de tombamento

$$De = 1,35 \text{ m}$$

- Subpressões:

Subpressões para os casos de carregamentos CCN

$$U1 = 10 \times 3,5 \times 2,25 \times 0,50 / 2 = 19,68 \text{ kN}$$

Subpressões para o caso de carregamento CCE

$$U1 = 10 \times 4,3 \times 2,25 \times 0,50 / 2 = 24,19 \text{ kN}$$

### **5.3.2- Verificação da Segurança ao tombamento**

-Caso de Carregamento Normal (CCN)

$$M_e = 137,80 \times 1,16 = 159,84 \text{ kN.m}$$

$$M_p = 169,5 \times 2,47 = 418,66 \text{ kN.m}$$

$$M_u = 19,68 \times 3,07 = 60,42 \text{ kN.m}$$

$$FST = (418,66) / (159,84 + 60,42) = 418,66 / 220,26 = 1,90 \rightarrow \text{Ok}$$

-Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCE)

$$M_e = 200,81 \times 1,35 = 271,09 \text{ kN.m}$$

$$M_p = 169,5 \times 2,47 = 418,66 \text{ kN.m}$$

$$M_u = 24,19 \times 3,07 = 74,25 \text{ kN.m}$$

$$FST = (418,66) / (271,09 + 74,25) = 418,66 / 345,34 = 1,21 \rightarrow \text{Ok}$$

### **5.3.3- Verificação da Segurança a Flutuação**

Caso de Carregamento Normal (CCN)

$$FSF = (P) / (S) = (169,5) / (19,68) = 8,61 \rightarrow \text{OK}$$

Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCE)

$$FSF = (P) / (S) = (169,5) / (24,19) = 7,0 \rightarrow \text{OK}$$

### 5.3.4- Verificação da Segurança ao Deslizamento

Caso de Carregamento Normal (CCN)

$$\text{FSD} = ((149,82 \times \text{tg}45 / 3,0) + (150 \times 2,64 / 1,5)) / (137,8) = 2,27 > 1,0 \rightarrow \text{Ok}$$

Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCE)

$$\text{FSD} = ((169,5 \times \text{tg}45 / 1,5) + (150 \times 2,64 / 1,1)) / (200,81) = 2,35 > 1,0 \rightarrow \text{OK}$$

### 5.3.5- Verificação das tensões na fundação

-Caso de Carregamento Excepcional de Enchente (CCN)

$$N = 149,82 \text{ kN}$$

$$A = 2,50 \text{ kN}$$

$$I = (b \cdot h^3) / 12$$

$$I_1 = (2,25 \times 0,50^3) / 12 = 0,0234$$

$$I_2 = (0,50 \times 2,74^3) / 12 = 0,8570$$

$$I = I_x + A d^2$$

$$I = \{ [0,0234 + (1,13 \times 0,89^2)] + [0,8570 + (1,37 \times 0,73^2)] \} = 2,50$$

$$W = I / x$$

$$W_a = 2,50 / 1,14 = 2,19$$

$$W_b = 2,50 / 2,10 = 1,19$$

$$M_p = 169,50 \times 0,37 = 62,72 \text{ kN m}$$

$$M_e = 137,80 \times 1,16 = -159,85 \text{ kN m}$$

$$M_u = 19,68 \times 0,97 = -19,08 \text{ kN m}$$

$$T_a = (149,82 / 2,5) - (116,22 / 2,19) = -6,85 \text{ kN}$$

$$T_b = (149,82 / 2,5) + (116,22 / 1,19) = 157,59 \text{ kN}$$

$$T_{t,adm} = 5 \text{ Mpa} / 3 = 1,66 \text{ Mpa}$$

Pode-se observar tração em  $T_a$ , porém nota-se que é insignificante, assim pode-se assumir que toda base está comprimida.

### **5.3.6- Conclusão da estabilidade global**

Como todas as análises deram dentro do padrão aceitável pode-se concluir que esta seção em análise está estável.

## **6. DIMENSIONAMENTO DA BARRAGEM**

### **6.1-Dimensionamento da parede da barragem**

Será feito o cálculo do muro em toda a extensão entre as juntas de dilatação, o primeiro módulo a ser calculado será o módulo do vertedor.

Dimensionamento das lajes serão feitos pelo método de Bares-Czerny, ou seja, lajes armadas em cruz (duas direções), mas as tabelas usadas para achar os esforços serão as do Libânio Miranda Pinheiro.

### 6.1.1- Cálculo dos esforços atuantes e momentos

CCN

$$Y = I_a / I_b$$

$$Y = 3,50 / 2,25 = 1,55$$

Da tabela 2.6d tipo 20 os seguintes coeficientes foram retirados, tabela encontra-se nos anexos.

$$U_x = 0,59 \quad U_y = 2,04 \quad U_{yb} = 0,62 \quad U'_y = 4,15$$

$$U_{yb}' = 0,68$$

$$M = U \cdot P \cdot L^2 / 100$$

$$M_x = 0,59 \times 35 \times 2,25^2 / 100 = 1,04 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_y = 2,04 \times 35 \times 2,25^2 / 100 = 3,61 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{yb} = 0,62 \times 35 \times 2,25^2 / 100 = 1,10 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M'_y = 4,15 \times 35 \times 2,25^2 / 100 = 7,34 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{yb}' = 0,68 \times 35 \times 2,25^2 / 100 = 1,20 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### 6.1.2- Área de aço

Para o cálculo da área de aço será usado um cobrimento nominal de 3,50 centímetros de acordo com a tabela 01 do critério de projeto civil de usinas hidrelétricas da Eletrobrás.

O aço usado será o CA-50, concreto com  $F_{ck}$  de 25 Mpa

Para  $M_x$

$$M_x = 1,04 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$K_6 = 10^5 \times 1 \times (0,45)^2 / 1,04 = 19471,20$$

Da tabela obtém-se K3

$$K3 = 0,323$$

$$A_s = 0,323 \times 1,04 / ( 10 \times 0,45 ) = 0,0746 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para My

$$M_y = 3,61 \text{ kN.m}$$

$$K6 = 10^5 \times 1 \times (0,45)^2 / 3,61 = 5609,41$$

Da tabela obtém-se K3

$$K3 = 0,323$$

$$A_s = 0,323 \times 3,61 / ( 10 \times 0,45 ) = 0,259 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para M'y

$$M'y = 7,34 \text{ kN.m}$$

$$K6 = 10^5 \times 1 \times (0,45)^2 / 7,34 = 2758,85$$

Da tabela obtém-se K3

$$K3 = 0,323$$

$$A_s = 0,323 \times 7,34 / ( 10 \times 0,45 ) = 0,526 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### 6.1.3- Momento pelo SAP2000

Dimensionamento da parede da barragem pelo método de elementos finitos para achar os esforços internos

CCN

Diagrama de momentos em torno do eixo Y

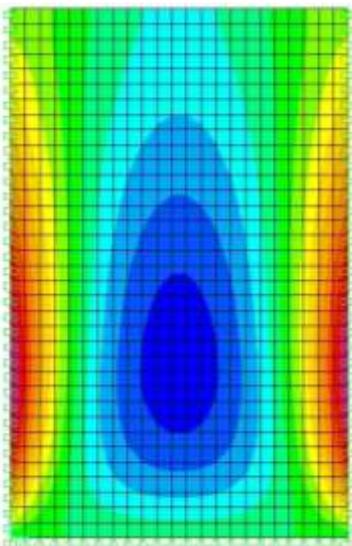
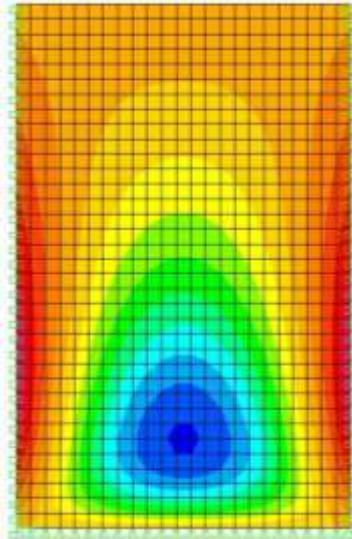


Diagrama de momentos em torno do eixo X



Para  $M_x$

$$M_x = 2,80 \text{ kN.m}$$

$$K_6 = 10^5 \times 1 \times (0,45)^2 / 2,80 = 7232,14$$

Da tabela obtém-se  $K_3$

$$K_3 = 0,323$$

$$A_s = 0,323 \times 2,80 / (10 \times 0,45) = 0,200 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para  $M_y$

$$M_y = 3,60 \text{ kN.m}$$

$$K_6 = 10^5 \times 1 \times (0,45)^2 / 3,6 = 5625$$

Da tabela obtém-se  $K_3$

$$K3= 0,323$$

$$As= 0,323 \times 3,60 / ( 10 \times 0,45 ) = 0,258 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para M'y

$$M'y= 8,10 \text{ kN.m}$$

$$K6= 10^5 \times 1 \times (0,45)^2 / 8,10 = 2500$$

Da tabela obtém-se K3

$$K3= 0,323$$

$$As= 0,323 \times 8,10 / ( 10 \times 0,45 ) = 0,581 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como as áreas de aço não atendem as áreas de aço mínimo, usa-se a  $A_{\text{min}}$ .

-Para os aço que suportaram o momento positivos será usado,  $A_{\text{min}}$ .

$$A_{\text{min}}= 0,15 \times 0,67 \times h$$

$$A_{\text{min}}= 0,15 \times 0,67 \times 50 = 5,025 \text{ cm}^2$$

-Para os negativos será usado  $A_{\text{min}}= 0,15 \times h$

$$A_{\text{min}}= 0,15 \times 50 = 7,50 \text{ cm}^2$$

-Para armadura de distribuição  $A_{\text{min}}= 0,15 \times 0,50 \times h$

$$A_{\text{min}}= 0,15 \times 0,50 \times 50 = 3,75 \text{ cm}^2$$

#### **6.1.4- Calculo de fecha**

Para o cálculo de fecha também será usado o método de tabelas de bares-Czerny com as modificações de Libânio Miranda

Pinheiro, usaremos a tabela 2.2d tipo 20 para cargas triangulares, que se encontra nos anexos.

$$Y = l_a / l_b = 3.50 / 2.25 = 1.55$$

-Da tabela retira-se os valores de  $\alpha$  e  $\alpha b$

$$a = \alpha * P * l^4 / (100 * E_s * h^3)$$

$$a = 1,42 \times 35 \times 2,25^4 / (100 \times 23800 \times 0,50^3)$$

$$a = 4,28 \text{ e-}3 \text{ m} = 4,28 \text{ mm}$$

Flecha máxima aceitável  $a = l / 250$

$$a = 2,25 / 250 = 9 \text{ e-}3 \text{ m} = 9 \text{ mm}$$

Logo está dentro das aceitações de estado limite de serviço.

### **6.1.5. Comparativos dos resultados**

Czerny	SAP2000
$M_x = 1,04 \text{ Kn.m}$	$M_x = 2,80 \text{ Kn.m}$
$M_y = 3,61 \text{ Kn.m}$	$M_y = 3,60 \text{ Kn.m}$
$M'_y = -7,34 \text{ Kn.m}$	$M'_y = -8,10 \text{ Kn.m}$
$A_{s_x} = 0,200 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A_{s_{min_x}} = 5,02 \text{ cm}^2/\text{m}$
$A_{s_y} = 0,258 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A_{s_{min_y}} = 3,75 \text{ cm}^2/\text{m}$
$A_{s'_y} = 0,581 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A_{s_{min'_y}} = 7,50 \text{ cm}^2/\text{m}$

### **6.1.6- Conclusão**

Os esforços medidos pelo método de elementos finitos resultou em momentos internos maiores, como o método dos elementos finitos consegue chegar mais próximos os esforços reais e também para ir a favor da segurança usa-se os resultados do SAP2000.

- Para o muro deve ser utilizado a área de aço mínima como estipulado pela Norma Brasileira de Engenharia.
- Para a face a montante na direção X armar com aço de 10 mm a cada 10 cm e na direção Y aço de 10 mm a cada 20 cm.
- Para a face a jusante armar na direção X com aço de 10 mm a cada 15 cm e na direção Y com aço de 10 mm a cada 15 cm
- 

Face a montante

Ø10 c/ 20 na vertical (dist)

Ø10 c/ 10 na horizontal (neg)

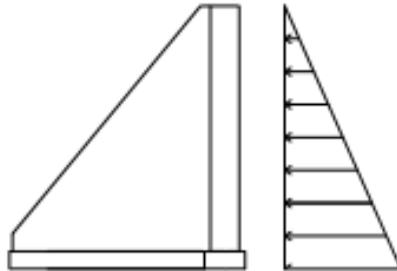
Face a jusante

Ø10 c/ 15 na vertical (pos)

Ø10 c/ 15 na horizontal (pos)

### **6.2-Dimensionamento do contra forte**

Para o cálculo do contraforte será utilizado somente do método computacional por elementos finitos pelo programa SAP2000. Primeiro será feito um modelo de acordo com o exemplo a baixo, uma seção de 2 metros de muro com um contra forte no meio, os esforços serão somente os do empuxo lateral a montante do paramento. Depois será feita a análise de tensões e verificado a quantidade de armadura necessária para o contra forte.

Figura 28 Desenho Esforços atuantes<sup>65</sup>

Para criar o modelo do contra forte inseriu-se um *frame* na frente do contraforte para facilitar a colocação da carga atuante no mesmo. Desta forma, será retirado inercia do *frame* para não afetar na deformada do contraforte.

Na sua base, o contato com a fundação, foi colocado molas com coeficientes de rigidez alto, assim podendo simular o apoio rocha-contraforte.

Os esforços atuantes serão somente o peso e o empuxo da água transmitido da parede para o contraforte.

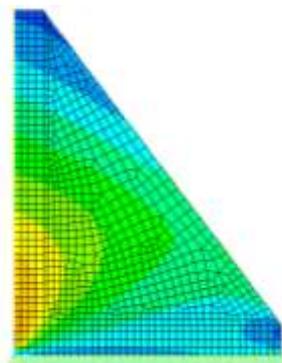
Serão analisadas as tensões internas tanto para o caso de carregamento normal (CCN) quanto para o caso de carregamento excepcional (CCE).

---

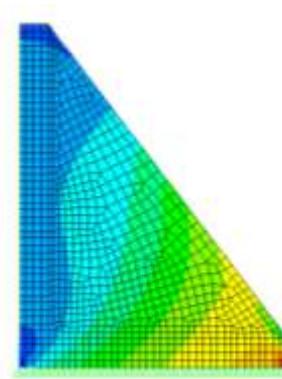
<sup>65</sup> Elaborada pelo autor

**6.2.1- Tensões para o (CCN)**

SS1- Eixo X

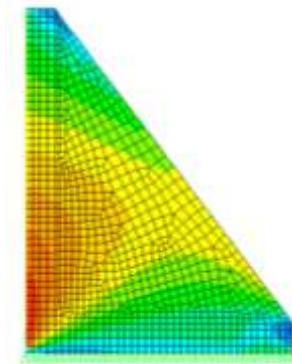


SS2- Eixo Y

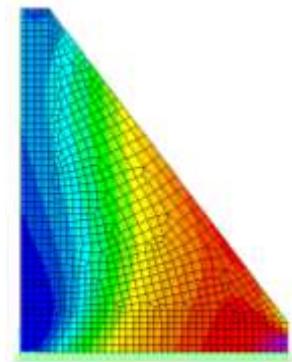


### 6.2.2- Tensões para o (CCE)

SS1- Eixo X



SS2- Eixo Y



### **6.3- Conclusão dos ensaios do SAP2000**

Pode-se analisar pelo diagrama gerado no CCN que a maior tensão de compressão atingida no eixo Y, de -395,68 KPa e a tensão de tração máxima foi de 80,80 KPa, também no eixo Y.

No CCE a tensão de compressão máxima foi de -693,24 KPa e a de tração máxima de 211,90 kPa

Para o cálculo do aço será utilizado o método das tensões admissíveis.

Como o concreto utilizado será de  $F_{ck} = 25$  Mpa, sabe-se que sozinho resiste aos esforços internos aqui apresentados. Conforme, demonstra-se abaixo:

-Resistência a compressão é :

$$F_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$$

$$F_{cd} = 25 / 1,4 = 17,85 \text{ Mpa}$$

-Resistência a tração:

$$F_{tk} = F_{ck} * 0,1$$

$$F_{tk} = 25 * 0,1 = 2,5 \text{ Mpa}$$

$$F_{td} = f_{tk} / \gamma_c$$

$$F_{td} = 2,5 / 1,4 = 1,78 \text{ Mpa} = 1780 \text{ kPa}$$

Como o concreto por si só consegue suportar as tensões internas, teoricamente não precisaria de aço nessa estrutura. Entretanto, conforme previsto pela norma NBR 6118, será adotada a taxa mínima de armadura. A distribuição do aço dentro do contraforte será distribuída uniformemente.

-Para armadura de distribuição

$$A_{smin} = 0,15 \times 0,50 \times h$$

$$A_{smin} = 0,15 \times 0,50 \times 40 = 3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ø 10 c/ 25 na vertical

Ø10 c/ 25 na horizontal

#### **6.4-Deformada do contraforte**

Conforme mencionado anteriormente, este trabalho não irá se aprofundar muito sobre estado limite de serviço. Como o modelo do contraforte foi feito no SAP2000 e esses resultados são disponibilizados, faz-se interessante disponibilizá-los.

Observa-se também que o deslocamento da estrutura está dentro do estado limite de serviço, seu deslocamento máximo no CCN é de  $2,366 \times 10^{-5}$  metros, abaixo pode-se ver a deformada do contraforte.

Figura 29 Deformada CCN

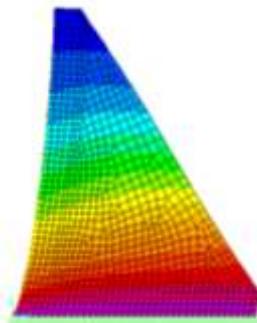
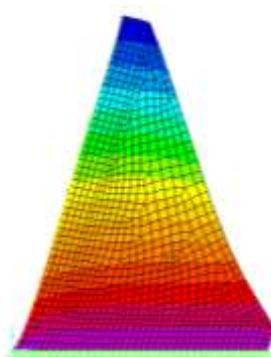


Figura 30 Deformada CCE



O deslocamento do CCE máximo foi de  $5,944 \cdot 10^{-5}$  valor também aceitável pela norma.

## 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho realizou-se 3 estudos de estabilidades globais, no entanto, apenas o último modelo passou em todos os requisitos visto pela Norma brasileira.

Com o pré-dimensionamento da barragem estabelecido, realizou-se o dimensionamento o muro de concreto e seus contrafortes, a partir da seção de maior esforço, sem a necessidade de calcular a sessão de menor esforço, posto que a conclusão por este cálculo necessita-se apenas da amadura mínima.

Quanto ao dimensionamento, foi realizado dois tipos de cálculo, o primeiro sem o auxílio de *software*, já no segundo, utilizou-se do *software* SAP2000, e assim, comparou-se os resultados obtidos.

No que se refere ao contraforte foi utilizado, tão somente, o SAP2000. Entretanto, ao contrário do muro, foi necessário analisar as tensões internas na estrutura e não o momento gerado. O método das tensões admissíveis é um método mais antigo usado, porém necessário para a realização deste trabalho.

Portanto, conclui-se que o trabalho apresentado demonstrou três tipos de métodos de dimensionamento, aprimorando os conhecimentos nestes.

### ***7.1- sugestões para futuros trabalhos***

Findo este trabalho, sugere-se a realização de uma análise numérica em três dimensões (3D), com intuito de melhorar o modelo da estrutura apresentada, aproximando-se melhor do que ocorre na prática, e assim, chegando mais próximo dos esforços internos reais e deslocamentos desta estrutura.

## **BIBLIOGRAFIA**

BORGES, Alberto Nogueira. Curso prático de cálculo em concreto armado, Projetos de edifícios. Rio de Janeiro: Imperial Novo Milênio, 2010.

ADÃO, Francisco Xavie / HERMERLY, Adriano Chequetto. Concreto Armado Novo milênio calculo pratico e econômico. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2010.

ELETROBRÁS. Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas. Brasil, 2003.

BOTELHO, Manoel Henrique Campos / MARCHETTI, Osvaldo. Concreto Armado Eu Te Amo. 7ª ed. São Paulo: Blucher, 2013. (vol 1)

Associação brasileira de normas técnicas. Projeto de estruturas de concreto-procedimento NBR6118. Rio de Janeiro, ABNT, 2004.

CRUZ, Paulo Teixeira. 100 Barragens Brasileiras - Casos Históricos Materiais de Construção Projeto. 2ª ed São Paulo, Oficina de textos, 2004.

ELETROBRÁS. Pequenas Centrais Hidrelétricas. Eletrobrás, 2000.

GERHARD, P. Schreiber. Usinas Hidrelétricas. São Paulo, Edgard Blucher 1980.

Disponível em: <  
[http://www.geoklock.com.br/planta\\_solar\\_fotovoltaica.html](http://www.geoklock.com.br/planta_solar_fotovoltaica.html) > Acesso  
em maio. 2014

Disponível em: <  
<http://www.skyscrapercity.com/showthread.php?t=434528>> Acesso  
em maio. 2014

Disponível em: <  
<http://www.fem.unicamp.br/~em313/paginas/nuclear/nuclear.htm>>  
Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <http://googlediscovery.com/2010/10/12/google-investe-em-linhao-de-energia-eolica-no-mar/>> Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <http://meioambiente.culturamix.com/gestao-ambiental/usina-hidreletrica-de-belo-monte> > Acesso em maio. 2014

Disponível em: <  
<http://gigantesdomundo.blogspot.com.br/2011/12/nurek-dam-tajiquistao-represa-mais-alta.html>> Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <http://www.engenhariae.com.br/meio-ambiente/a-hidroeletrica-que-alterou-o-tempo-e-o-eixo-de-rotacao-da-terra/>>  
Acesso em maio. 2014

Disponível em: <  
<http://geracao.grupoenergisa.com.br/Paginas/nossos-negocios/pch-detalhes.aspx?idpch=3>> Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <http://engecon-egc.com.br/figueiropolis.htm>>  
Acesso em maio. 2014

Disponível em: <  
[http://www.pch.com.br/investir/popup\\_empresendimentos%20piranhas.htm/](http://www.pch.com.br/investir/popup_empresendimentos%20piranhas.htm/)> Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <http://slideplayer.com.br/slide/353600/>> Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <http://www.certaja.com.br/geracao/?p=978> >  
Acesso em maio. 2014

Disponível em: <  
[http://poitadecorvina.blogspot.com.br/2011\\_06\\_01\\_archive.html](http://poitadecorvina.blogspot.com.br/2011_06_01_archive.html)>  
Acesso em maio. 2014

Disponível em: < [http://www.comunitexto.com.br/conheca-todos-os-tipos-de-barragem/#.U7M4\\_7FVvo4](http://www.comunitexto.com.br/conheca-todos-os-tipos-de-barragem/#.U7M4_7FVvo4) > Acesso em maio. 2014

Disponível em: <  
<http://www.memoriaduke.com.br/Usinas.aspx?menu=6&usina=1>>  
Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <http://blogdopetcivil.com/2011/05/29/elementos-finitos-no-dimensionamento-de-barragens/> > Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <http://www2.transportes.gov.br/bit/04-hidro/4-barra-eclu/barra/reg-sud/caconde.HTM> > Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <http://www2.transportes.gov.br/bit/04-hidro/4-barra-eclu/barra/reg-centro/serradamesa.htm> > Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <https://www.itaipu.gov.br/energia/caracteristicas-da-barragem> > Acesso em maio. 2014

Disponível em: < <http://www.aneel.gov.br/>> Acesso em maio 2014

## ANEXO 01 – Tabela 1 de Libânio Miranda

TABELA 2.2d

FLECHAS EM LAJES COM CARGA TRIANGULAR - VALORES DE  $\alpha$  E  $\alpha_B$

TIPO	19		20		21		22		TIPO
	$\alpha$	$\alpha_B$	$\alpha$	$\alpha_B$	$\alpha$	$\alpha_B$	$\alpha$	$\alpha_B$	
$\gamma = \frac{l_a}{l_b}$									$\gamma = \frac{l_a}{l_b}$
<0,3	-	-	-	-	15,31	40,00	15,31	40,00	<0,3
0,30	73,83	123,05	46,33	75,28	13,03	30,40	11,58	24,61	0,30
0,35	57,30	95,65	33,24	52,53	11,33	26,42	9,46	19,18	0,35
0,40	40,77	68,25	20,15	29,77	9,62	22,44	7,33	13,74	0,40
0,45	32,30	53,08	15,33	21,92	8,75	19,38	6,01	11,00	0,45
0,50	23,83	37,90	10,51	14,07	7,88	16,32	4,69	8,25	0,50
0,55	19,38	30,04	8,47	10,66	7,06	14,13	4,11	6,71	0,55
0,60	14,93	22,17	6,42	7,24	6,24	11,94	3,53	5,16	0,60
0,65	12,45	18,00	5,19	5,58	5,52	10,15	3,09	4,05	0,65
0,70	9,96	13,82	3,96	3,91	4,79	8,35	2,64	2,93	0,70
0,75	8,45	11,31	3,27	3,02	4,29	7,17	2,28	2,31	0,75
0,80	6,93	8,79	2,58	2,12	3,78	5,98	1,92	1,69	0,80
0,85	6,01	7,28	2,17	1,65	3,38	5,13	1,62	1,36	0,85
0,90	5,08	5,77	1,75	1,18	2,97	4,27	1,32	1,02	0,90
0,95	4,37	4,86	1,49	0,93	2,66	3,67	1,14	0,82	0,95
1,00	3,65	3,94	1,23	0,67	2,34	3,06	0,95	0,62	1,00
1,05	3,83	3,96	1,26	0,64	2,55	3,16	1,01	0,60	1,05
1,10	4,02	3,98	1,28	0,62	2,76	3,26	1,08	0,58	1,10
1,15	4,20	4,00	1,31	0,59	2,96	3,36	1,14	0,56	1,15
1,20	4,38	4,02	1,33	0,56	3,17	3,46	1,20	0,54	1,20
1,25	4,52	3,98	1,35	0,53	3,34	3,46	1,23	0,52	1,25
1,30	4,66	3,93	1,36	0,51	3,51	3,45	1,26	0,50	1,30
1,35	4,80	3,91	1,38	0,48	3,68	3,45	1,29	0,47	1,35
1,40	4,94	3,87	1,39	0,46	3,86	3,45	1,31	0,45	1,40
1,45	5,07	3,84	1,41	0,43	4,03	3,44	1,34	0,43	1,45
1,50	5,21	3,80	1,42	0,41	4,20	3,44	1,37	0,41	1,50
1,55	5,31	3,76	1,42	0,40	4,34	3,42	1,38	0,40	1,55
1,60	5,42	3,71	1,42	0,39	4,48	3,39	1,38	0,39	1,60
1,65	5,52	3,67	1,43	0,38	4,62	3,37	1,39	0,38	1,65
1,70	5,62	3,62	1,43	0,37	4,76	3,34	1,40	0,37	1,70
1,75	5,73	3,58	1,43	0,36	4,90	3,32	1,41	0,36	1,75
1,80	5,83	3,54	1,43	0,35	5,04	3,30	1,41	0,35	1,80
1,85	5,93	3,49	1,43	0,35	5,18	3,27	1,42	0,35	1,85
1,90	6,03	3,45	1,44	0,34	5,32	3,25	1,43	0,34	1,90
1,95	6,14	3,40	1,44	0,33	5,46	3,22	1,43	0,33	1,95
2,00	6,24	3,36	1,44	0,32	5,60	3,20	1,44	0,32	2,00

Tabelas de BARES, adaptadas por LIBÂNIO M. PINHEIRO e RAPHAEL v. ZUBEN FO

$\alpha = \frac{p l_a^4}{100 E h^3}$  p = carga máxima  $l =$  menor valor entre  $l_a$  e  $l_b$   
 $E =$  módulo de deformação longitudinal  $h =$  espessura

$\alpha =$  coef. centro da laje  $\alpha_B =$  coef. centro da borda livre

## ANEXO 02 – Tabela 2 de Libânio Miranda

TABELA 2.6d										
MOMENTOS EM LAJES COM CARGA TRIANGULAR										
TIPO							TIPO			
	$\gamma = \frac{l_a}{l_b}$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu_{yb}$	$\mu_x$	$\mu_y$		$\mu_{yb}$	$\mu'_y$	$\mu'_{yb}$
0,30	5,78	5,78	9,56	5,89	5,00	8,11	15,33	23,56	0,30	
0,35	5,49	5,67	9,09	5,32	4,66	7,15	13,48	18,87	0,35	
0,40	5,19	5,56	8,63	4,75	4,31	6,19	11,63	14,19	0,40	
0,45	4,80	5,30	8,11	4,16	3,96	5,39	10,35	11,65	0,45	
0,50	4,40	5,04	7,60	3,56	3,60	4,60	9,08	9,12	0,50	
0,55	4,05	4,97	7,05	3,09	3,33	3,95	8,16	7,37	0,55	
0,60	3,69	4,89	6,50	2,61	3,06	3,31	7,28	5,61	0,60	
0,65	3,39	4,54	6,02	2,28	2,82	2,86	6,64	4,62	0,65	
0,70	3,08	4,18	5,53	1,94	2,59	2,41	6,00	3,63	0,70	
0,75	2,83	4,01	5,09	1,72	2,41	2,09	5,52	3,03	0,75	
0,80	2,58	3,83	4,64	1,50	2,22	1,77	5,03	2,42	0,80	
0,85	2,36	3,63	4,25	1,31	2,07	1,54	4,64	2,03	0,85	
0,90	2,13	3,43	3,86	1,12	1,91	1,31	4,25	1,63	0,90	
0,95	1,95	3,27	3,57	1,00	1,79	1,14	3,95	1,38	0,95	
1,00	1,76	3,10	3,27	0,87	1,67	0,96	3,65	1,13	1,00	
1,05	1,77	3,25	3,29	0,84	1,72	0,93	3,72	1,08	1,05	
1,10	1,77	3,40	3,31	0,82	1,77	0,90	3,79	1,03	1,10	
1,15	1,78	3,55	3,32	0,79	1,82	0,86	3,86	0,97	1,15	
1,20	1,79	3,70	3,34	0,76	1,87	0,83	3,93	0,92	1,20	
1,25	1,77	3,82	3,31	0,74	1,90	0,80	3,97	0,88	1,25	
1,30	1,75	3,93	3,27	0,71	1,92	0,77	4,00	0,85	1,30	
1,35	1,74	4,05	3,24	0,69	1,95	0,74	4,04	0,81	1,35	
1,40	1,72	4,17	3,21	0,66	1,98	0,70	4,07	0,77	1,40	
1,45	1,70	4,26	3,17	0,63	2,00	0,67	4,11	0,74	1,45	
1,50	1,69	4,40	3,14	0,61	2,03	0,64	4,14	0,70	1,50	
1,55	1,66	4,48	3,10	0,59	2,04	0,62	4,15	0,68	1,55	
1,60	1,64	4,56	3,06	0,57	2,04	0,60	4,16	0,65	1,60	
1,65	1,61	4,64	3,02	0,55	2,09	0,57	4,17	0,63	1,65	
1,70	1,59	4,72	2,98	0,53	2,05	0,55	4,18	0,60	1,70	
1,75	1,56	4,80	2,95	0,50	2,06	0,53	4,20	0,58	1,75	
1,80	1,54	4,88	2,91	0,48	2,07	0,51	4,21	0,56	1,80	
1,85	1,51	4,96	2,87	0,46	2,07	0,49	4,22	0,53	1,85	
1,90	1,50	5,04	2,83	0,44	2,08	0,46	4,23	0,51	1,90	
1,95	1,47	5,12	2,79	0,42	2,08	0,44	4,24	0,48	1,95	
2,00	1,44	5,20	2,75	0,40	2,09	0,42	4,23	0,46	2,00	

Extraída de BARRIS (1972), adaptada por L.M. PINHEIRO e F.R. WOLFFENBERGER.

$\alpha = \mu \frac{p l^2}{100}$        $p$  = carga máxima       $l$  = menor valor entre  $l_a$  e  $l_b$

$m_0$  = momento ao longo da borda livre.