

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Métodos Analíticos para a Síntese de Controladores em Sistemas de Potência

Tese submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a
obtenção do Título de **Doutor em Engenharia Elétrica**

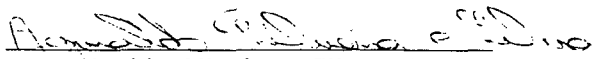
Alexandre Sanfelice Bazanella


Florianópolis, Março de 1997

Métodos Analíticos para a Síntese de Controladores em Sistemas de Potência


ALEXANDRE SANFELICE BAZANELLA

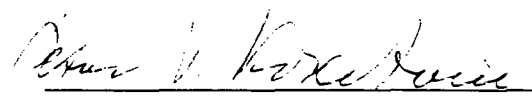
“Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do título de
DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA
e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação.”

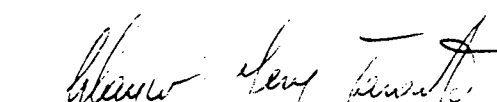

Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.
Orientador

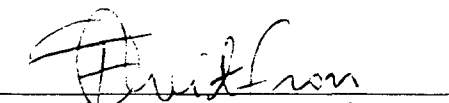

Adroaldo Raizer, Dr.
Coordenador de Pós-Graduação

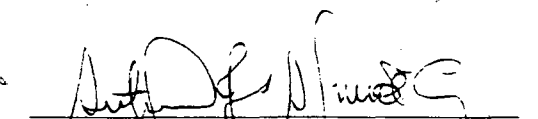
BANCA EXAMINADORA

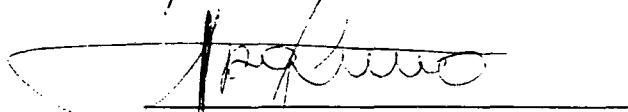

Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.
Orientador


Petar Kokotovic, Ph.D.
Co-orientador - University of California, Santa Barbara - EUA


Glauco Nery Taranto, Ph.D.


Francisco Damasceno Freitas, Dr.


Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.


Alexandre Trofino Neto, Dr.

Para

Denise

Agradecimentos

Colaboração e suporte de diversas formas são necessários durante a elaboração de um trabalho como este, e pretendemos aqui reconhecer e agradecer àqueles que foram os principais colaboradores.

Coube ao Prof. Dr. Aguinaldo Silveira e Silva a orientação deste trabalho. Durante os últimos cinco anos (desde o meu trabalho de Mestrado) Aguinaldo sempre mostrou-se entusiasmado ao indicar caminhos e discutir novas idéias; mesmo no período em que estive afastado do país tive nele - via Internet - um interlocutor sempre brilhante, entusiasmado, curioso e loquaz. Inúmeras de suas horas de descanso foram sacrificadas em tarefas relacionadas a este trabalho, levando-o muito além de suas obrigações de orientador. De mais a mais, brindou-me com sua amizade. Por tudo isto sou-lhe muito grato.

Tive ainda o privilégio de trabalhar, em programa de Doutorado Sanduíche, sob a orientação do Prof. Dr. Petar V. Kokotović. Os seus ensinamentos e a sua sempre clarividente orientação em muito contribuíram para o surgimento dos novos conceitos e idéias apresentados nesta monografia, e mais ainda para a lapidação destas idéias brutas, indispensável para dar-lhes a forma de um conhecimento científico.

Além dos orientadores, outras pessoas tiveram contribuição direta do ponto de vista técnico para a pesquisa aqui apresentada. Os resultados apresentados no Capítulo 6 foram desenvolvidos em parceria com o amigo Arão Fischman. Fruto de outra parceria, esta com Alexandre Trofino Neto, é o desenvolvimento apresentado no Apêndice F, e diga-se de passagem que nesta parceria a minha parte é a menor. A contribuição técnica de Arão e Trofino não se limita a estes resultados objetivos, como apresentados; os inúmeros debates que tivemos contribuíram também para a formação de tantas outras idéias. Boa parte das simulações aqui apresentadas foram levadas a efeito com o simulador desenvolvido por Alessandro Manzoni; a maioria delas foi efetuada sob a sua orientação e algumas delas por ele próprio.

Ao amigo Ricardo Carvalho agradeço sua inusitada e importantíssima contribuição: a sua hospitalidade. Desde o retorno dos EUA tenho abusado da sua boa vontade em me receber em sua casa quando de minhas viagens a Florianópolis. Em algumas destas oportunidades poupei Ricardo e abusei da hospitalidade de outro grande amigo, Vinícius Curcio, a quem também sou muito grato.

Aos colegas de Pós-Graduação (André, Flávio, Francisco, Gouvea, Jaqueline, Kátia, Marcelo & Márcia, Ricardo, Roberto, Robson, Vitor) agradeço a amizade e o companheirismo nesta jornada, e o constante foro de debates que proporcionaram para idéias relativas aos mais variados temas, inclusive a engenharia elétrica.

Agradeço finalmente ao povo brasileiro pelo suporte financeiro não apenas durante este trabalho, mas durante todo o período de meus estudos de nível superior, e à CAPES, que possibilitou este apoio na maior parte do período de Pós-Graduação, desde Março de 1991 até Julho de 1996.

Conteúdo

Notação	xvii
Nota Biográfica	xix
Resumo	xxi
Abstract	xxiii
1 Introdução Geral	1
2 Análise de Estabilidade de Sistemas de Potência	7
2.1 Introdução	7
2.2 Modelagem	9
2.2.1 O modelo da máquina síncrona	9
2.2.2 O modelo completo do sistema	10
2.2.3 Modelo linearizado	13
2.2.4 Uma máquina contra um barramento infinito	13
2.3 Pontos de equilíbrio do sistema MBI	14
2.3.1 O modelo clássico	14
2.3.2 O modelo E'_q	15
2.4 Análise de estabilidade por linearização	16
2.4.1 O modelo clássico	17
2.4.2 O modelo E'_q	17
2.5 Análise de estabilidade pelo método direto de Liapunov	19
2.5.1 O modelo clássico	20
2.5.2 O modelo E'_q	22

2.6	Exemplos	23
2.6.1	Um sistema MBI	24
2.6.2	Instabilidade com baixa carga	27
2.6.3	Operação no ponto de equilíbrio instável	27
2.7	Classificação	30
2.8	Conclusões	32
3	O Problema de Síntese do Controle	35
3.1	Introdução	35
3.2	Entradas de controle	36
3.2.1	Controle de excitação dos geradores	37
3.2.2	FACTS	38
3.3	A solução clássica do problema de estabilidade	39
3.3.1	A teoria clássica	39
3.3.2	A abordagem clássica segundo a teoria de sistemas dinâmicos	40
3.3.3	Limitações da abordagem clássica	42
3.4	Modelos de projeto	45
3.4.1	Modelo local	46
3.4.2	Modelo global	46
3.5	Problemas de projeto do esquema de controle	48
3.5.1	Ponto de operação desconhecido	50
3.5.2	Coordenação	51
3.5.3	Robustez	52
3.5.4	Alargamento da região de atração	52
3.6	Conclusões	53
4	Seguimento do Ponto de Equilíbrio	55
4.1	Introdução	55
4.2	Colocação do problema	56
4.3	A estrutura de adaptação	57
4.4	Adaptação no estado	60

4.4.1	Análise global	60
4.4.2	Adaptação lenta	62
4.4.3	Filtros de wash-out	65
4.5	Adaptação no controle	66
4.5.1	Adaptação lenta	68
4.5.2	Filtros de wash-out	69
4.6	Adaptação no controle em sistemas estáveis	70
4.6.1	Controle $L_g V$	70
4.6.2	Controle $L_g V$ dinâmico	73
4.7	Exemplos	75
4.7.1	Sistema de primeira ordem	75
4.7.2	O oscilador Van der Poll	77
4.8	Conclusões	79
5	Controle Não Linear para o Sistema MBI	83
5.1	Introdução	83
5.2	O controlador $L_g V$	84
5.3	O controlador dinâmico	88
5.4	Sistemas com regulador de tensão	91
5.4.1	O exemplo	93
5.4.2	Regulador de tensão estático	94
5.4.3	Regulador de tensão dinâmico	97
5.5	Conclusões	100
6	Coordenação e Robustez para o Sistema Global	101
6.1	Introdução	101
6.2	Formulação do problema	102
6.3	Robustez	105
6.3.1	Modelagem das incertezas	105
6.3.2	Abordagem pela equação de Riccati	107
6.4	Melhoramento teórico	109

6.4.1	O método de projeto	111
6.5	Um exemplo de projeto	114
6.6	Uma abordagem por desigualdades matriciais lineares	118
6.6.1	Resultado teórico	120
6.6.2	Algoritmo de projeto	123
6.7	Conclusões	124
7	Conclusões e Comentários Finais	127
A	Teoria de Sistema Não Lineares	131
A.1	Definições	131
A.2	A região de atração	133
A.3	Análise pelo método direto de Liapunov	135
A.3.1	Estabilidade	135
A.3.2	Estimativa para a região de atração	137
A.3.3	Estimativa para a velocidade	138
B	Perturbações Singulares	141
C	Projeto em Cascata pela Teoria de Liapunov	145
D	Parâmetros de Modelo para os Sistemas de Teste	149
D.1	Sistema MBI	149
D.2	Sistema MBI com carga e linha longa	150
D.3	Sistema MBI com capacitor no meio da linha	151
E	Eliminação das Variáveis Algébricas do Modelo MBI	153
F	Projeto Robusto com Equilíbrio Desconhecido	157
	Bibliografia	161

Lista de Tabelas

2.1	Classificação tradicional da estabilidade de sistemas de potência.	7
2.2	Divisão da estabilidade de sistemas de potência a partir da modelagem matemática do sistema e com vistas ao controle.	32
3.1	Autovalores instáveis do sistema New England sem ESP's.	43
3.2	Ajuste dos ESP's para o sistema New England, caso base.	43
3.3	Autovalores associados aos modos eletromecânicos do sistema New England com ESP's clássicos.	44
6.1	Autovalores de malha aberta para o <i>caso base</i>	114
6.2	Condições de operação selecionadas.	115
6.3	Autovalores com o pior amortecimento para o sistema com os dois esquemas de controle, clássico e robusto e coordenado (RC).	117
D.1	Dados da máquina síncrona	149
D.2	Dados de linha e de barra	150
D.3	Parâmetros b do modelo	150
D.4	Dados da máquina síncrona	150
D.5	Dados de linha e de barra	151
D.6	Dados da máquina síncrona	151
D.7	Dados de linha e de barra	152

Lista de Figuras

2.1	Fronteira da região de atração do equilíbrio estável para o modelo clássico de gerador.	21
2.2	Trajectoria sobre a fronteira da região de atração do sistema MBI.	24
2.3	Trajectoria espacial do estado do sistema para $t_{cl} = 92 \text{ ms}$	25
2.4	Ângulo (x_1 , linha contínua) e tensão de eixo em quadratura (x_3 , linha tracejada) para $t_{cl} = 92 \text{ ms}$	26
2.5	Diagrama unifilar do sistema exemplo.	27
2.6	Ângulo (x_1 , linha contínua) e tensão de eixo em quadratura (x_3 , linha tracejada) para $t_{cl} = 12 \text{ ms}$	28
2.7	Ângulo do gerador síncrono.	29
2.8	Potência elétrica fornecida pelo gerador.	29
2.9	Tensões nas barras do sistema.	30
3.1	Modelo de Compensador Estático de Reativo.	38
3.2	Modelo de Capacitor Série Chaveado.	39
3.3	Diagrama unifilar do sistema New England.	42
4.1	Resposta à condição inicial $x_0^T = [0 \ \pi/6]$ com o controle estático (linha pontilhada) para $k = 2$ e com o controle dinâmico (linha contínua) para $k = 2$, $\alpha = -0.02$	77
4.2	Fronteira da região de atração do ponto de equilíbrio (x no eixo das abscissas e $\hat{\theta}$ no eixo das ordenadas).	78
4.3	Resposta do sistema em malha aberta (linha contínua) e com o controle estático (linha tracejada) à condição inicial $x_1 = 1$, $x_2 = 0$, e com o controle dinâmico à condição inicial $x_1 = 1$, $x_2 = \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2 = 0$ (linha pontilhada).	80

4.4	Ciclo-limite do sistema Van der Poll em malha aberta (curva interna) e com o controle estático (curva externa), e projeção do ciclo-limite sobre o plano $x_1 \times x_2$ com o controle dinâmico.	80
5.1	Ângulo de carga e tensão interna com o controle L_gV estático; $k = 1$, $t_{cl} = 70 \text{ ms}$. 86	
5.2	Trajectoria do sistema no espaço de estados com o controle L_gV estático; $k = 1$, $t_{cl} = 70 \text{ ms}$	86
5.3	Trajectoria na fronteira da região de atração do equilíbrio estável com o controle L_gV estático.	87
5.4	Trajectoria do sistema em malha fechada com o controle L_gV dinâmico; $k = 1$, $\alpha = 1$, $t_{cl} = 108 \text{ ms}$	89
5.5	Ângulo de carga e tensão interna em malha fechada com o controle L_gV dinâmico; $k = 1$, $\alpha = 1$, $t_{cl} = 108 \text{ ms}$	90
5.6	Saída do controlador L_gV dinâmico; $k = 1$, $\alpha = 1$, $t_{cl} = 108 \text{ ms}$	90
5.7	Trajectoria sobre a fronteira da região de atração do equilíbrio com o controle L_gV dinâmico.	91
5.8	Projeção da trajetória sobre a fronteira da região de atração em malha aberta sobre o plano $x_1 \times x_3$	92
5.9	Projeção da trajetória sobre a fronteira da região de atração com o controle L_gV dinâmico sobre o plano $x_1 \times x_3$	92
5.10	Ângulo de carga e tensão interna do sistema MBI típico sem RAT em resposta a um curto-circuito sólido com $t_{cl} = 100 \text{ ms}$	94
5.11	Ângulo de carga e tensão interna do sistema MBI típico com RAT ($K_a = 5$) em resposta a um curto-circuito sólido com $t_{cl} = 100 \text{ ms}$	95
5.12	Ângulo de carga e tensão interna do sistema MBI típico com RAT ($K_a = 50$) em resposta a um curto-circuito sólido com $t_{cl} = 100 \text{ ms}$	95
5.13	Diagrama de blocos do controlador.	97
5.14	Ângulo de carga e tensão interna do sistema MBI típico com ESP não linear (5.27) ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0,1 \text{ s}^{-1}$ e $k = 2$); $t_{cl} = 100 \text{ ms}$	98
5.15	Saída do ESP não linear do sistema MBI típico; $t_{cl} = 100 \text{ ms}$	98

6.1 Representação da variação do modelo do sistema no espaço de modelos. 107

6.2 Resposta do sistema para o caso base com ESP's convencionais. 118

6.3 Resposta do sistema para o caso 5 com ESP's convencionais. 119

6.4 Resposta do sistema para o caso base com o esquema robusto e coordenado. . . 119

6.5 Resposta do sistema para o caso 5 com o esquema robusto e coordenado. 120

Notação

Notação matemática padrão é utilizada nesta monografia. Letras maiúsculas representam matrizes. Letras minúsculas em geral representam vetores ou escalares, sendo feita menção explícita em cada caso, a não ser quando a aplicação é óbvia do contexto. Letras caligráficas maiúsculas representam conjuntos. São abaixo arrolados ainda alguns símbolos utilizados com seus respectivos significados.

$\rho(\cdot)$	posto de uma matriz
$ \cdot $	determinante de uma matriz
\leftrightarrow	se e somente se
\triangleq	por definição
$L_f V$	derivada de Lie
\mathfrak{R}	o conjunto dos números reais
$\in \mathcal{H}$	matriz Hurwitz
$\lambda(\cdot)$	autovalor de uma matriz
$Tr(\cdot)$	traço de uma matriz
∂	a fronteira de um conjunto aberto

Nota Biográfica

O Autor desta monografia, *Alexandre Sanfelice Bazanella*, nasceu em Porto Alegre, RS, aos vinte dias do mês de Junho de 1969. Diplomado Engenheiro Eletricista pela UFRGS em Janeiro de 1991, e Mestre em Engenharia Elétrica (área de Sistemas de Controle) pela UFSC em Setembro de 1993, desde Outubro de 1993 dedicou-se o Autor a seu trabalho de Doutorado, ora apresentado. Em função deste trabalho o Autor esteve desde Setembro de 1995 até Julho de 1996 junto ao *Center for Control Engineering and Computation* da Universidade da Califórnia, Santa Barbara, EUA. Em Setembro de 1996 o Autor assumiu o cargo de Professor Assistente da UFRGS, tendo sua atividade docente concentrada nas áreas de Sistemas de Energia e Sistemas de Controle.

Resumo

Esta monografia aborda o problema de estabilidade de sistemas de potência. O problema é colocado sob o prisma do projeto de controles estabilizantes, partindo da modelagem matemática do sistema. Uma concepção matematicamente rigorosa do problema de estabilidade é assim formulada, e convergências e divergências entre esta abordagem e a tradicional classificação do problema de estabilidade são analisadas. Diversos mecanismos de instabilidade são identificados, e medidas corretivas para cada um destes são propostas. Estas soluções apresentam problemas de projeto que são identificados e então abordados no contexto da teoria de sistemas de controle. O problema de controle de sistemas com ponto de equilíbrio desconhecido é analisado, dando origem a uma solução concebida como um controle adaptativo, onde o parâmetro incerto é uma função contínua do equilíbrio desconhecido. Resultados de estabilidade e regras de projeto para estes controladores adaptativos são fornecidos. Uma nova classe de controladores também emerge desta análise: o controle L_gV dinâmico. Propriedades destes controladores são demonstradas por análise de Liapunov, destacando-se o alargamento de estimativas da região de atração do equilíbrio. Estes conceitos são aplicados ao projeto de um controle de excitação para máquinas síncronas baseado em análise de Liapunov. Análise de estabilidade e de desempenho é fornecida, e resultados de simulação para um sistema teste são apresentados. O controle proposto não somente melhora o amortecimento da máquina, como aumenta os tempos críticos de eliminação de faltas para a máquina não regulada. A extensão deste projeto para máquinas reguladas é também apresentada. A estabilidade de sistemas multimáquinas é tratada no âmbito da estabilidade de pequenos sinais. É proposta a estabilização robusta do sistema por meio de um esquema de controle onde os diversos controladores são projetados de maneira coordenada. Estes controladores são estabilizadores de sistemas de potência e controles adicionais para FACTS (Sistemas de Transmissão AC Flexíveis). O problema é formulado no domínio do tempo e abordado por meio da equação de Riccati. Propriedades de uma equação

de Riccati modificada são demonstradas, e um algoritmo de projeto é destas propriedades derivado. O método é aplicado a um sistema teste de médio porte, e sua robustez e desempenho são demonstrados por meio de análise de autovalores e simulações.

Abstract

This work tackles the power system stability problem. The problem is approached from a control point of view, taking as the starting point the system's mathematical modeling. The problem is thus formulated in a mathematically rigorous way, and the similarities and differences between this approach and the traditional classification of the stability problem are analyzed. Several instability mechanisms are identified, and corrective measures for each one of these mechanisms are proposed. These solutions for the instability mechanisms bring on some design issues that are identified and then approached within a control systems framework. The control of systems with unknown equilibria is analyzed, and an adaptive control approach for its solution is given. Stability results and design guidelines for these adaptive controllers are provided. This analysis also yields a new class of controllers: the dynamic L_gV controllers. Lyapunov analysis is used to demonstrate some properties of these controllers, among them the enlargement of estimates for the equilibrium's basin. These concepts are applied to the design of a Lyapunov based excitation controller for synchronous machines. Stability and performance analysis are provided, as well as simulation results for a case study. The proposed controller not only enhances the machine's damping, but also improves critical clearing times for the unregulated machine. The extension of this design for regulated machines is also given. Multimachine systems stability is dealt with within the small-signal stability framework. A control scheme where the controllers, namely the PSS's and the additional controllers for FACTS (Flexible AC Transmission Systems), are designed in a coordinated fashion is proposed for the robust stabilization of multimachine systems. The problem is formulated in the time domain and approached by means of Riccati equations. Properties of a modified Riccati equation are demonstrated, and a design algorithm based on these properties is given. The method is applied to a medium size test system, and eigenvalue analysis and simulation results show its performance and robustness.

Capítulo 1

Introdução Geral

O desenvolvimento dos sistemas de potência, iniciado ao ocaso do século XIX, é provavelmente o avanço tecnológico de maior impacto social da história recente da humanidade. Com efeito, a possibilidade de transformação e transporte da energia natural, e conseqüentemente sua disponibilidade para aproveitamento industrial possibilitou, e contribuiu para, a *segunda revolução industrial*. Por outro lado, o consumo da energia assim disponível gerou padrões de qualidade de vida inimagináveis até as vésperas do alvorecer desta revolução e alterou radicalmente hábitos e costumes. A evolução das demandas sociais e das possibilidades tecnológicas refletem-se drasticamente na evolução dos sistemas de potência, criando um fluxo contínuo de novos problemas teóricos e práticos, muitos destes de elevado grau de complexidade, a serem resolvidos, e possibilidades a serem exploradas no atendimento destas demandas.

Os primeiros sistemas de potência consistiam de geradores alimentando redes de lâmpadas incandescentes distribuídas em um raio de poucos quilômetros de distância do gerador. A função dos sistemas era quase que exclusivamente de abastecimento da reduzida rede de iluminação, logo os requisitos de qualidade a serem atendidos eram mínimos, e a estabilidade de tais sistemas não era uma preocupação importante. Com o crescimento da demanda surge a necessidade de se gerar grandes quantidades de energia elétrica, o que não é possível nos centros metropolitanos. Logo surge a necessidade de transportar a energia por longas distâncias e a diferentes pontos geograficamente dispersos. Por outro lado, com o desenvolvimento dos motores de indução e sua pronta aplicação às linhas de produção, as cargas não só aumentaram brutalmente como também os requisitos de qualidade: as indústrias exigem tensão e freqüência constantes para a operação de seus motores, além da confiabilidade do serviço para garantir a continuidade da produção.

Desta forma, a qualidade da energia elétrica fornecida ao consumidor final torna-se um problema de crescente importância. Os aspectos relevantes da qualidade são então identificados como a constância da tensão e da frequência, e a confiabilidade do serviço. Mais ainda, percebe-se que o sistema deve atender a estes requisitos de qualidade para uma demanda amplamente variável, e com mínimo custo operacional. Eventuais fenômenos de instabilidade no sistema causariam flutuações na tensão e na frequência, e eventualmente a perda de sincronismo dos geradores, interrompendo o serviço. Logo a estabilidade está diretamente relacionada à qualidade da energia fornecida, em todos os seus aspectos. Por outro lado, o sistema torna-se cada vez mais complexo, e a transmissão de blocos de energia a distâncias cada vez maiores cria uma tendência de surgimento de problemas de instabilidade. Desta forma, a evolução dos sistemas de potência e de sua função social traz o problema de estabilidade à tona.

A importância do problema de estabilidade de sistemas de potência foi primeiramente reconhecida nos anos 20. Nesta época começaram a surgir os primeiros problemas sérios de estabilidade, associados a unidades geradoras que supriam energia a áreas metropolitanas por meio de linhas de transmissão muito longas. A perda de sincronismo dos geradores, e conseqüente interrupção do serviço, muitas vezes se seguia a um curto-circuito em uma linha de transmissão. Os métodos de análise então utilizados para compreender os fenômenos envolvidos na estabilidade tinham de ser simples, já que cálculos tinham de ser feitos à mão ou por meio de ferramentas rudimentares como régua de cálculo. Métodos gráficos, baseados em forte apelo intuitivo, como o critério das áreas iguais, foram desenvolvidos nesta época.

Um grande passo na evolução da análise foi o desenvolvimento, nos anos 30, dos analisadores de rede, que permitiam a análise de sistemas multimáquinas, atendendo assim à necessidade criada pela interconexão entre subsistemas. A ênfase da análise, no entanto, continuava sendo sobre a rede, em detrimento do comportamento dinâmico dos geradores. Esta era uma restrição prática, pois os métodos computacionais então disponíveis eram adequados à solução de equações algébricas, mas não de equações diferenciais. Neste contexto, surge a contrapartida da análise no controle, com o desenvolvimento de métodos rápidos de eliminação de faltas e reguladores automáticos de tensão rápidos e com alta tensão de saturação. A contribuição benéfica destes equipamentos para o aumento das margens de estabilidade do sistema é clara da teoria até então desenvolvida.

A prática logo demonstrou que os sistemas com estes reguladores de tensão rápidos tendiam a apresentar comportamento oscilatório. Este tipo de comportamento passou a ser uma fonte de preocupação, em lugar da instabilidade monotônica, que foi virtualmente eliminada. Foi percebido que a análise destes fenômenos exigia uma modelagem mais detalhada das máquinas e de seus controladores. No entanto, as ferramentas computacionais e os métodos de análise teórica então disponíveis não eram adequados para tal análise. Modelos e métodos adequados para o estudo desta nova forma de instabilidade foram desenvolvidos nos anos 50. A modulação da tensão de referência dos reguladores de tensão por meio de controladores em realimentação mostrou-se eficaz para amortecer estas oscilações. A partir de meados dos anos 60 estabeleceu-se um método de projeto para estes controladores, baseado em um modelo dinâmico linearizado para as máquinas síncronas e conceitos de controle clássico, que é aplicado até os dias de hoje.

Desde então os métodos de análise têm evoluído bastante, envolvendo desde métodos computacionais avançados para a análise de autovalores em sistemas de grande porte, até aplicações de análise de Liapunov ao problema de estabilidade transitória. As tendências recentes no planejamento e operação de sistemas de potência resultam em diferentes formas de problemas de estabilidade. Novas condições, principalmente de ordem pecuniária e legal, levam as empresas de energia elétrica a operar os seus sistemas com menor redundância e mais próximos aos seus limites de estabilidade. As interconexões continuam a crescer, inclusive com a aplicação de novas tecnologias como a transmissão de corrente contínua em alta tensão e os *sistemas flexíveis de transmissão em corrente alternada*¹. Estas tendências contribuem para mudanças substanciais nas características dinâmicas dos sistemas de potência. As formas de instabilidade são cada vez mais complexas e requerem a consideração simultânea de vários aspectos da estabilidade. Em particular, estabilidade de tensão e oscilações interárea, problemas que usualmente ocorriam apenas em situações isoladas, hoje são preocupações cada vez maiores. Muita pesquisa tem sido feita nos últimos anos a fim de obter um melhor entendimento dos aspectos físicos destes novos problemas de estabilidade e desenvolver métodos analíticos para sua análise. Desenvolvimentos na teoria de controle e métodos numéricos tiveram uma influência significativa neste trabalho.

Esta evolução observada na análise não teve ainda sua contrapartida no desenvolvimento de métodos de controle. O mesmo esquema de controle, projetado pelos mesmos métodos

¹Flexible AC Transmission Systems (FACTS).

de controle clássico, vem sendo utilizado há cerca de três décadas. Um esquema de controle adequado, baseado nestes novos conceitos da análise, tem o potencial de permitir a operação do sistema em condições muito mais exigentes, com reservas de geração e transmissão sensivelmente menores do que aquelas hoje adotadas, conforme as exigências da nova realidade na operação dos sistemas. Entretanto, a literatura preocupada em dar forma a esta potencialidade é escassa. A aplicação dos conceitos contemporâneos de análise à síntese de controles estabilizantes passa necessariamente por uma aproximação entre a aplicação e a teoria, como um estreitamento do vácuo existente entre a teoria e a prática de controle. Os conceitos tradicionais de estabilidade de sistemas de potência, baseados na forma de manifestação de fenômenos de instabilidade, não apresentam o rigor matemático necessário para o tratamento complexo que a matéria merece sob o ponto de vista de controle. Por outro lado, a teoria e os métodos de controle hoje existentes não contemplam certos aspectos relevantes para o projeto de controladores em sistemas de potência.

Nesta monografia o problema de estabilidade de sistemas de potência é abordado sob a perspectiva da síntese de um esquema de controle para melhorar suas características de estabilidade. Diversos fenômenos físicos que podem levar o sistema à instabilidade são identificados e analisados. A análise parte do modelo matemático do sistema, e não da forma de manifestação da instabilidade, como usual. É assim demonstrado que fenômenos essencialmente distintos podem causar comportamentos similares. O problema de estabilização de sistemas de potência é dividido no controle, ou "correção", de cada um dos diversos fenômenos dinâmicos que podem causar instabilidade. Problemas de projeto são identificados no controle de cada um destes fenômenos, lançando desafios teóricos em diversas frentes no âmbito da teoria de controle. Estes desafios são então abordados, resolvidos do ponto de vista teórico, e estas soluções são aplicadas a sistemas teste.

O texto é organizado como segue. No Capítulo 2 o problema de estabilidade de sistemas de potência é abordado. A classificação tradicional para o problema é apresentada e discutida. O problema de estabilidade é então abordado tomando como ponto de partida a modelagem matemática do sistema. Diversos mecanismos de instabilidade são identificados. A classificação tradicional é parcialmente justificada desta forma, bem como suas limitações. Três exemplos são apresentados, mostrando que em certas situações, particularmente quando o sistema está

operando com margens de estabilidade exíguas, os conceitos clássicos não são suficientes para obter o entendimento do problema capaz de gerar métodos de síntese de controle. O problema de melhoria da estabilidade é então dividido, de acordo com a análise anterior, em problemas locais, de natureza não linear, e problemas globais, de natureza linear. O problema da síntese do controle é abordado no Capítulo 3. Mais uma vez a abordagem clássica é sumariada, parcialmente justificada pela análise teórica, e suas limitações apontadas por meio da mesma análise teórica e de um exemplo. À luz da análise e da divisão do problema apresentadas no Capítulo 2, os modelos de projeto para o controle são apresentados. Problemas de projeto a serem enfrentados, que não são resolvidos pela teoria corrente de sistemas de controle, são identificados. Cada um destes problemas será alvo de análise teórica nos Capítulos subseqüentes. No Capítulo 4 o problema de controle de sistemas com *ponto de equilíbrio desconhecido* é formalizado, analisado e resolvido. Exemplos acadêmicos de aplicação destes conceitos são apresentados com finalidade didática. O controle de excitação de um sistema de uma máquina contra um barramento infinito visando *aumento de amortecimento e dos tempos críticos de eliminação de faltas* é abordado no Capítulo 5. Um controlador não linear, projetado a partir de análise de Liapunov, e utilizando ainda os conceitos e métodos apresentados no Capítulo anterior, é apresentado e aplicado a um sistema teste. Resultados de simulação mostram o aumento obtido tanto no amortecimento quanto no tempo crítico de eliminação de faltas. O projeto faz uso ainda de projeto em cascata² para estender o resultado para máquinas equipadas com regulador automático de tensão. O *projeto robusto e coordenado dos diversos controladores em um sistema multimáquinas* é abordado no Capítulo 6 por meio de equações de Riccati. Um resultado teórico que une as propriedades de diferentes generalizações da equação de Riccati, obtendo assim robustez e atendimento de restrições estruturais a um só tempo, é apresentado. Deste resultado é derivado um algoritmo de projeto dos controladores, que é aplicado ao projeto coordenado de estabilizadores e controladores para FACTS em um sistema teste. Análise de autovalores e simulações são apresentadas, mostrando o desempenho e a robustez do esquema de controle. Um resultado ainda mais conveniente do ponto de vista teórico, envolvendo a solução de desigualdades matriciais lineares no lugar da equação de Riccati, é também apresentado. Finalmente, o Capítulo 7 é dedicado a conclusões e comentários finais.

²Backstepping design.

Demonstrações são fornecidas para todos aqueles resultados teóricos apresentados de forma original neste texto. Para resultados teóricos já conhecidos, as referências onde podem ser encontradas as respectivas demonstrações são indicadas. A ocorrência dos fenômenos de instabilidade discutidos é demonstrada matematicamente e enfatizada por meio de exemplos. Exemplos são apresentados também com finalidade didática, quando conveniente, para a ilustração dos conceitos introduzidos. Os métodos de controle desenvolvidos são aplicados a sistemas teste, sendo apresentados análise de estabilidade e resultados de simulação para estas aplicações.

Alguns dos conceitos utilizados para o desenvolvimento são tópicos bastante recentes ou pouco divulgados na teoria de controle: teoria de perturbações singulares, projeto em cascata utilizando a teoria de Liapunov, e alguns aspectos da teoria de sistemas dinâmicos recentemente "descobertos" pelos engenheiros. Por esta razão, sumários destes tópicos teóricos são apresentados como Apêndices ao texto (Apêndices A, B e C), fixando notação e nomenclatura e tornando o texto autocontido. Também aparecem em Apêndices dados dos sistemas teste utilizados (Apêndice D), desenvolvimentos algébricos não essenciais à compreensão do texto (Apêndice E) e alguns resultados teóricos adicionais (Apêndice F).

Capítulo 2

Análise de Estabilidade de Sistemas de Potência

2.1 Introdução

A estabilidade de sistemas de potência é um problema único mas estudá-lo como tal é, pelo menos, inconveniente. Por esta razão o problema de estabilidade de sistemas de potência é dividido em diversos subproblemas, dando origem a uma classificação. Esta classificação é baseada principalmente na forma de manifestação da estabilidade. São também considerados outros fatores, como o tamanho das perturbações consideradas, os elementos do sistema envolvidos nos fenômenos e as escalas de tempo em que estes ocorrem, e os métodos matemáticos disponíveis para a análise do problema.

A estabilidade de sistemas de potência é essencialmente a estabilidade das variações dos ângulos de carga dos geradores síncronos e o problema de estabilidade é basicamente o da manutenção do sincronismo entre os diversos geradores quando da ocorrência de perturbações no sistema[57, 6, 71, 101]. Por outro lado, o problema de manutenção de níveis adequados de tensão é usualmente tratado em separado[96]. Esta visão do problema dá origem a uma classificação do problema, classificação esta já clássica, que é apresentada na Tabela 2.1[57, 101].

Tabela 2.1: Classificação tradicional da estabilidade de sistemas de potência.

Estabilidade de Sistemas de Potência			
Estabilidade Angular		Estabilidade de Tensão	
Estática		Transitória	Dinâmica
Oscilatória	Monotônica		

A partir desta classificação são buscados modelos matemáticos para representar os fenômenos envolvidos em cada classe de estabilidade. A visão do problema de estabilidade de sistemas de potência adotada nesta monografia segue o caminho inverso: o ponto de partida da análise é a modelagem matemática do sistema. Veremos de que forma a classificação tradicional está relacionada à modelagem, e que esta classificação pode ser parcialmente derivada da mesma. Assim, a classificação tradicional é até certo ponto justificada, ao mesmo tempo que algumas limitações são apontadas. Conceitos são desenvolvidos a partir de modelos simplificados, em particular sistemas de uma máquina contra um barramento infinito, e uma nova classificação, baseada nos efeitos dinâmicos prevaletentes conforme vistos do ponto de vista da análise de sistemas dinâmicos e nos métodos de controle que podem ser utilizados para a melhoria da estabilidade, é apresentada. Esta classificação não visa substituir ou mesmo representar um melhoramento da classificação tradicional, mas constitui uma abordagem do problema voltada antes à melhoria da estabilidade do que à sua análise.

Como a estabilidade de sistemas de potência está essencialmente associada aos geradores síncronos, é a estes que devemos nos voltar para o estudo de estabilidade. O modelo do sistema deve então representar a dinâmica dos geradores síncronos interconectados. Modelos para a dinâmica da máquina síncrona têm sido estudados desde longa data[91, 75], tendo sido desenvolvidos uma compreensão teórica bastante completa dos fenômenos envolvidos e modelos bastante acurados para descrevê-los[55, 48, 84]. A partir de uma modelagem já consagrada para os geradores, bem como para as linhas de transmissão que os conectam[7], um modelo é construído para o sistema. O estudo do comportamento dinâmico deste modelo, analisando a existência e a estabilidade dos seus pontos de equilíbrio, revela os diversos mecanismos dinâmicos presentes no sistema, e de que forma estes se relacionam com a operação estável do mesmo. Diversos mecanismos de instabilidade são assim identificados, e uma classificação da estabilidade de sistemas de potência de acordo com o mecanismo físico associado é proposta. Desta forma torna-se metódico e objetivo o procedimento de síntese de soluções para cada uma destas novas classes de estabilidade assim definidas.

2.2 Modelagem

2.2.1 O modelo da máquina síncrona

Modelos bastante rigorosos e completos são conhecidos para descrever o comportamento dinâmico da máquina síncrona[55]. Características essenciais da operação da máquina síncrona podem ser identificadas nestes modelos, levando a modelos simplificados que, embora menos acurados, são equivalentes do ponto de vista qualitativo àqueles mais complexos. O modelo E'_q [7, 6] representa a dinâmica mecânica da máquina, que constitui a própria essência do problema, e também o efeito de decaimento de fluxo. Este último é importante para uma descrição mais adequada da dinâmica eletromecânica[71, 102] e essencial para a utilização como modelo de projeto para controle de excitação¹. Modelos mais detalhados levam em consideração transitórios elétricos no estator, dinâmica de enrolamentos amortecedores e outros efeitos físicos, mas não apresentam diferenças conceituais com relação aos modelos simplificados, apenas descrevendo de maneira mais acurada os mesmo fenômenos[84].

O modelo E'_q para a máquina síncrona pode ser escrito como

$$\dot{\delta} = w \quad (2.1)$$

$$\frac{2H}{w_s} \dot{w} = (P_m - P_e) - Dw \quad (2.2)$$

$$T'_{do} \dot{E}'_q = -E'_q + (X_d - X'_d)I_d + E_f \quad (2.3)$$

O estado da máquina é então definido por

$$x = \begin{bmatrix} \delta \\ w \\ E'_q \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

onde δ , w e E'_q representam respectivamente o ângulo de carga da máquina, o desvio da velocidade do rotor com relação à velocidade síncrona, e a tensão interna de eixo em quadratura[55]. A tensão de campo (E_f) e a potência mecânica fornecida ao eixo pela turbina (P_m) são as entradas neste modelo. A corrente de eixo direto (I_d) e a potência elétrica consumida pelo estator (P_e) dependem ainda das conexões externas da máquina. Os parâmetros w_s , H , T'_{do} , X_d e X'_d representam respectivamente a velocidade angular síncrona², a constante de inércia, a constante de tempo transitória, e as reatâncias síncrona e transitória de eixo direto. Finalmente,

¹Caso este ponto não esteja claro para o leitor a esta altura, o presente Capítulo e o subsequente pretendem torná-lo.

²Usualmente tem-se $w_s = 120\pi \text{ rad/s}$.

o parâmetro D representa um amortecimento equivalente, que dá conta do amortecimento natural da máquina, da contribuição dos enrolamentos amortecedores e do efeito amortecedor da carga [84].

O domínio de validade deste modelo não é todo o espaço de estados (definido por \mathfrak{R}^3), mas delimitado pelas seguintes considerações físicas. A tensão de eixo em quadratura E'_q é proporcional à magnitude do campo magnético concatenado do rotor, e portanto está restrita a assumir valores positivos. Por outro lado, as máquinas não admitem escorregamento de pólos durante operação normal; tal ocorrência causaria a atuação de proteção e conseqüente isolamento da máquina. Portanto o ângulo de carga δ está restrito a assumir valores entre $-\pi$ e π . A região de validade \mathcal{R} do modelo é então dada por

$$\mathcal{R} = \{x \in \mathfrak{R}^3 : \delta \in [-\pi, \pi]; E'_q > 0\} \quad (2.5)$$

e o comportamento do sistema será estudado somente dentro desta região de operação de viabilidade matemática.

Os geradores em um sistema de potência são equipados com reguladores automáticos de tensão (RAT). Os RAT's são dispositivos que implementam uma lei de controle proporcional

$$E_f = K_a(V_r - V_t) \quad (2.6)$$

onde V_r é a tensão de referência e V_t é a tensão terminal do gerador. Um RAT prático é usualmente um dispositivo bem mais complexo do que a simples realimentação unitária com ganho proporcional de erro representada em (2.6)[7], mas o efeito qualitativo do RAT é representado por esta equação. Reguladores modernos, implementados digitalmente, são adequadamente descritos por (2.6). O RAT atua sobre a excitação do gerador, e o atraso decorrente da dinâmica do atuador é usualmente importante no comportamento do sistema, pelo menos em termos quantitativos. Esta dinâmica pode ser representada por um sistema de primeira ordem, resultando em uma descrição do RAT pelo seu ganho e uma constante de tempo, como abaixo:

$$\dot{E}_f = \frac{1}{T_a}[-E_f + K_a(V_r - V_t)] \quad (2.7)$$

2.2.2 O modelo completo do sistema

A modelagem de sistemas de potência passa pela modelagem de cada um de seus geradores e da rede que os conecta. Para sistemas reais, de grande porte, modelos de ordem reduzida devem ser

obtidos agregando geradores eletricamente próximos em geradores equivalentes[22, 23, 109, 79]. As conexões externas a cada uma das máquinas são descritas pelas equações da rede e envolvem as variáveis algébricas P_e e I_d no modelo (2.1)-(2.3) para a máquina síncrona e V_i no modelo do RAT. Outras variáveis algébricas surgem na formulação das equações da rede. A fim de formular estas equações, defina-se N como o número de geradores no sistema e represente-se pelo subscrito i as grandezas relativas ao i -ésimo gerador. Desprezando as resistências dos geradores, as equações que descrevem o sistema são dadas por[7]:

$$P_{ei} = E'_{qi} I_{qi} \quad (2.8)$$

$$V_{qi} = E'_{qi} + X'_{di} I_{di} \quad (2.9)$$

$$V_{di} = -X_{qi} I_{qi} \quad (2.10)$$

$$V_{ti} = \sqrt{V_{qi}^2 + V_{di}^2} \quad (2.11)$$

e a equação de desempenho da rede (após redução que mantém apenas as barras de geração)

$$\begin{bmatrix} I_{r1} \\ I_{m1} \\ I_{r2} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{rN} \\ I_{mN} \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} V_{r1} \\ V_{m1} \\ V_{r2} \\ V_{m2} \\ \vdots \\ V_{rN} \\ V_{mN} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

onde Y é a matriz de admitâncias da rede e os subscritos r e m representam respectivamente as partes real e imaginária das grandezas complexas. As cargas do sistema são modeladas por impedâncias constantes e incorporadas à matriz de admitâncias.

As tensões e correntes de cada gerador devem ser levadas a um eixo de referência comum. Esta tarefa é efetuada pela transformação de coordenadas

$$\begin{bmatrix} V_{ri} \\ V_{mi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{qi} \\ V_{di} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

e da mesma maneira para as correntes

$$\begin{bmatrix} I_{ri} \\ I_{mi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qi} \\ I_{di} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Pode-se eliminar a decomposição em parte real e imaginária de cada tensão e corrente substi-

tuindo a transformação de coordenadas acima correspondente a cada barra em (2.12):

$$\begin{bmatrix} I_{q1} \\ I_{d1} \\ I_{q2} \\ I_{d2} \\ \vdots \\ I_{qN} \\ I_{dN} \end{bmatrix} = T_\delta^{-1} Y T_\delta \begin{bmatrix} V_{q1} \\ V_{d1} \\ V_{q2} \\ V_{d2} \\ \vdots \\ V_{qN} \\ V_{dN} \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

onde

$$T_\delta \triangleq \begin{bmatrix} \cos \delta_1 & -\sin \delta_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sin \delta_1 & \cos \delta_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta_2 & -\sin \delta_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \delta_2 & \cos \delta_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \cos \delta_N & -\sin \delta_N \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \sin \delta_N & \cos \delta_N \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

O modelo pode então ser colocado na forma[41]

$$\dot{x} = f(x, z) \tag{2.17}$$

$$0 = g(x, z) \tag{2.18}$$

onde x é o estado do sistema, z é o vetor de variáveis algébricas, e as funções $f(\cdot, \cdot)$ e $g(\cdot, \cdot)$ foram definidas na exposição acima. Com o modelo de terceira ordem (2.1)-(2.3) para as máquinas síncronas e o modelo de primeira ordem (2.7) para o RAT, o vetor de estado e o vetor de variáveis algébricas são dados por

$$\begin{aligned} x &\triangleq \begin{bmatrix} x_{G1} \\ \vdots \\ x_{GN} \end{bmatrix} & x_{Gi} &\triangleq \begin{bmatrix} \delta_i \\ \omega_i \\ E'_{qi} \\ E_{fi} \end{bmatrix} \\ z &\triangleq \begin{bmatrix} z_{G1} \\ \vdots \\ z_{GN} \end{bmatrix} & z_{Gi} &\triangleq \begin{bmatrix} V_q^i \\ V_d^i \\ I_q^i \\ I_d^i \\ V_t^i \\ P_e^i \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.19}$$

Este modelo será utilizado para todos os desenvolvimentos nesta monografia e, por representar os fenômenos relevantes para o estudo da estabilidade, será chamado de *modelo completo do sistema de potência*. Note que neste modelo não foram especificadas entradas de controle; estas o serão no próximo Capítulo.

2.2.3 Modelo linearizado

Linearizando as equação do modelo completo (2.17)-(2.18) em torno do ponto de operação (x_e^o, z_e^o) , o modelo de pequenos sinais abaixo é obtido

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

onde as jacobianas

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{\partial f}{\partial x} & J_2 &= \frac{\partial f}{\partial z} \\ J_3 &= \frac{\partial g}{\partial x} & J_4 &= \frac{\partial g}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.21)$$

são calculadas no ponto de operação $x = x_e^o$, $z = z_e^o$, e portanto dependem do mesmo.

As variáveis Δz podem ser eliminadas de (2.20). Efetuando esta eliminação e omitindo Δ para simplificar a notação, a equação dinâmica para o sistema pode ser escrita como

$$\dot{x} = Ax \quad (2.22)$$

onde $A = J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3$.

2.2.4 Uma máquina contra um barramento infinito

Estudaremos os conceitos de estabilidade de sistemas de potência a partir do modelo local de uma máquina, em que o restante do sistema é modelado como uma fonte de tensão ideal, modelo este comumente denominado *sistema máquina barra infinita* (MBI). O modelo MBI descreve adequadamente as propriedades de estabilidade locais a um gerador, que envolvem as trocas de energia deste gerador com o restante do sistema. Neste caso as variáveis algébricas podem ser eliminadas das equações, sendo assim obtida uma representação em variáveis de estado para o sistema MBI. Nesta representação redefinimos a notação utilizada para o estado do sistema³:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \delta \\ w \\ E'_q \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

A eliminação das variáveis algébricas, apresentada no Apêndice E, resulta, para uma máquina sem RAT⁴, após desprezar o torque de relutância (ver Apêndice E), no modelo abaixo[71].

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.24)$$

$$\dot{x}_2 = -b_1 x_3 \sin x_1 - D x_2 + P \quad (2.25)$$

$$\dot{x}_3 = b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + E \quad (2.26)$$

³Esta mudança de notação tem a finalidade de padronizar a notação na representação em variáveis de estado.

⁴A inclusão do RAT neste modelo é simples e não tem relação com a eliminação das variáveis algébricas.

onde os parâmetros deste modelo satisfazem:

$$b_1 > 0 \quad (2.27)$$

$$b_3 > b_4 > 0 \quad (2.28)$$

$$D > 0 \quad (2.29)$$

$$P > 0 \quad (2.30)$$

$$E > 0 \quad (2.31)$$

Se no modelo (2.24)-(2.26) é desprezada a variação da tensão de eixo em quadratura ($\dot{x}_3 = 0$), então o *modelo clássico* de gerador é obtido:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.32)$$

$$\dot{x}_2 = -b_1 x_3 \sin x_1 - D x_2 + P \quad (2.33)$$

Nas linhas que seguem estudaremos o modelo (2.24)-(2.26), tomando como ponto de partida para o desenvolvimento de conceitos o modelo clássico de gerador (2.32)-(2.33).

2.3 Pontos de equilíbrio do sistema MBI

2.3.1 O modelo clássico

Os pontos de equilíbrio do modelo clássico situados dentro da região de estudo $\mathcal{R}' \triangleq \mathcal{R} \cap \{x_1 \times x_2\}$ são todos aqueles pontos dentro desta região para os quais as derivadas no modelo (2.32)-(2.33) se anulam. Estes pontos são dados por

$$x_e = \begin{bmatrix} x_{1e} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

tais que

$$b_1 x_{3e} \sin x_{1e} = P \quad (2.35)$$

O valor de equilíbrio da variável x_{3e} depende apenas da entrada E :

$$x_{3e} = \frac{E}{b_4} \quad (2.36)$$

Substituindo (2.36) em (2.35) tem-se:

$$\sin(x_{1e}) = \frac{P b_4}{b_1 E} \quad (2.37)$$

A equação (2.35) e, de maneira equivalente, a equação (2.37), descreve a conhecida curva $P \times \delta$ do gerador. Desta última fica claro que, para valores moderados da entrada P , tais que $\frac{Pb_4}{b_1E} < 1$, existem dois pontos de equilíbrio na região de interesse \mathcal{R}' :

$$x_e^o = \begin{bmatrix} x_{1e}^o \\ 0 \end{bmatrix} \quad x_e^i = \begin{bmatrix} x_{1e}^i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

com $x_{1e}^o \in [0, \frac{\pi}{2})$ e $x_{1e}^i \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$, tais que $x_{1e}^i = \pi - x_{1e}^o$. À medida que o lado direito de (2.37) é aumentado, por exemplo aumentando P , os dois equilíbrios se aproximam até o ponto em que $\frac{Pb_4}{b_1E} = 1$, quando então eles tornam-se idênticos e a partir deste ponto desaparecem[103, 104, 2]: o sistema perde os pontos de equilíbrio por uma bifurcação nó-sela[38, 40, 108]. Esta bifurcação representa a máxima capacidade de transferência de potência do sistema com uma dada tensão de excitação $P_{max}(E)$, que é dada por

$$P_{max}(E) = \frac{b_1}{b_4}E \quad (2.39)$$

Note também que esta bifurcação ocorre para o máximo valor do lado esquerdo de (2.37), ou seja, para $x_{1e} = \pi/2$.

2.3.2 O modelo E'_q

Anulando as derivadas no modelo (2.24)-(2.26), vê-se que seus pontos de equilíbrio são da forma

$$x_e = \begin{bmatrix} x_{1e} \\ 0 \\ x_{3e} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

com x_{1e} e x_{3e} satisfazendo as equações:

$$b_1 \sin(x_{1e})x_{3e} = P \quad (2.41)$$

$$-b_3 \cos(x_{1e}) + b_4x_{3e} = E \quad (2.42)$$

e a restrição $x_e \in \mathcal{R}$. Isolando x_3 em (2.41)

$$x_{3e} = \frac{P}{b_1 \sin(x_{1e})} \quad (2.43)$$

e substituindo esta expressão em (2.42) tem-se

$$-b_3 \cos(x_{1e}) + b_4 \frac{P}{b_1 \sin(x_{1e})} = E \quad (2.44)$$

Multiplicando (2.44) por $\frac{\sin(x_{1e})}{E}$ e usando a identidade $2 \sin(a) \cos(a) \equiv \sin(2a)$ chega-se a

$$\sin(x_{1e}) + \frac{b_3}{2E} \sin(2x_{1e}) = \frac{Pb_4}{b_1E} \quad (2.45)$$

É interessante comparar a equação acima com (2.37). O lado direito das duas equações é o mesmo, enquanto que o lado esquerdo tem o termo extra $b_3/2E \sin(2x_{1e})$ adicionado a ele em (2.45). Uma vez mais uma bifurcação nó-sela ocorrerá ao se aumentar a potência P , mas agora o ângulo neste ponto de bifurcação satisfaz $x_1 < \pi/2$. O ângulo para o qual a bifurcação ocorre pode ser melhor especificado. Derivando a expressão no lado esquerdo de (2.45):

$$\cos(x_{1e}) + \frac{b_3}{E} \cos(2x_{1e}) = 0 \quad (2.46)$$

o que implica que $\cos(x_{1e})$ e $\cos(2x_{1e})$ devem ter sinais diferentes e portanto $x_{1e} \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, quaisquer que sejam os parâmetros do sistema.

A equação (2.45) também fornece uma intuição da influência do RAT na configuração dos equilíbrios do sistema. A fim de manter o nível de tensão em condições de carga mais elevada, o RAT tenderá a elevar a tensão de campo, compensando com um valor elevado de E o efeito do valor elevado de P no lado direito da equação. Desta forma, o RAT cria um processo automático de regeneração dos pontos de equilíbrio do sistema quando a demanda de potência varia: se para uma dada tensão de excitação não é possível atender a demanda, o RAT automaticamente aumentará a tensão de campo até o valor necessário para atendê-la. Claro está que isto vale até se atingir o valor máximo de tensão de campo da máquina. Após atingida a saturação da tensão de campo a análise com tensão de campo constante volta a ser válida. Por outro lado, ao elevar E , o RAT leva o ponto de bifurcação para mais próximo a $\pi/2$, como pode ser visto na equação (2.46).

2.4 Análise de estabilidade por linearização

Determinada a configuração dos pontos de equilíbrio do sistema, podemos estudar a estabilidade dos mesmos, o que é feito inicialmente por meio de linearização. A estabilidade dos equilíbrios do sistema MBI é estudada e condições de ocorrência de bifurcações são determinadas.

2.4.1 O modelo clássico

Considere inicialmente o modelo clássico (2.32)-(2.33). A linearização deste sistema em torno de um equilíbrio x_e resulta em

$$\dot{x} = A_{cla}x \quad (2.47)$$

com

$$A_{cla} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b_1 x_{3e} \cos(x_{1e}) & -D \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Os autovalores da matriz dinâmica A_{cla} são dados por

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{2}[-D \pm \sqrt{D^2 - 4b_1 x_{3e} \cos(x_{1e})}] \\ &\approx \frac{1}{2}[-D \pm \sqrt{-4b_1 x_{3e} \cos(x_{1e})}] \end{aligned} \quad (2.49)$$

uma vez que $D^2 \ll |4b_1 x_{3e} \cos(x_{1e})|$ (devido ao pequeno valor de D apresentado em virtualmente todos os sistemas práticos). Desde que $b_1 > 0$ e $x_{3e} > 0$, se $x_{1e} \in [0, \pi/2)$ então tem-se um par de autovalores complexos, e estes autovalores são estáveis, já que sua parte real é igual a $-D/2 < 0$. Por outro lado, se $x_{1e} \in (\pi/2, \pi]$, então tem-se um par de raízes reais, uma positiva e uma negativa, já que $\sqrt{-4b_1 x_{3e} \cos(x_{1e})} > D$. Conclui-se então que x_e^o é um foco estável e x_e^i é um ponto de sela. Naturalmente, o sistema deve operar no ponto de equilíbrio estável x_e^o . Esta caracterização é a motivação para a notação anteriormente introduzida: o sobrescrito "o" indica *ponto de operação*, enquanto que "i" denota *instável*.

2.4.2 O modelo E'_q

Linearizando o modelo E'_q (2.24)-(2.26) em torno de um equilíbrio tem-se

$$\dot{x} = A_{E'_q}x \quad (2.50)$$

com

$$A_{E'_q} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -b_1 x_{3e} \cos(x_{1e}) & -D & -b_1 \sin(x_{1e}) \\ -b_3 \sin(x_{1e}) & 0 & -b_4 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Desprezando o amortecimento ($D = 0$) e definindo, por conveniência de notação⁵:

$$k_1 \triangleq b_1 x_{3e} \cos(x_{1e}) \quad (2.52)$$

⁵Note a semelhança entre esta definição e a clássica definição dos parâmetros do modelo de Heffron-Phillips[25].

$$k_2 \triangleq b_1 \sin(x_{1e}) \quad (2.53)$$

$$k_3 \triangleq b_3 \sin(x_{1e}) \quad (2.54)$$

$$k_4 \triangleq b_4 \quad (2.55)$$

a matriz dinâmica $A_{E'_q}$ pode ser escrita como

$$A_{E'_q} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -k_1 & 0 & -k_2 \\ -k_3 & 0 & -k_4 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Uma vez que todos os b_i 's são positivos e $x_e \in \mathcal{R}$, os parâmetros k_2 , k_3 e k_4 são estritamente positivos. Mais ainda, $k_1 > 0 \forall x_{1e} \in (0, \pi/2)$ e $k_1 < 0 \forall x_{1e} \in (\pi/2, \pi)$. O polinômio característico de $A_{E'_q}$ é dado por

$$p(\lambda) = \lambda^3 + k_4\lambda^2 + k_1\lambda + (k_1k_4 - k_2k_3) \quad (2.57)$$

Aplicando o critério de Routh-Hurwitz a este polinômio:

λ^3	1	k_1	(2.58)
λ^2	k_4	$k_1k_4 - k_2k_3$	
λ^1	$\frac{k_2k_3}{k_4}$		
λ^0	$k_1k_4 - k_2k_3$		

as condições abaixo são obtidas para a estabilidade da matriz $A_{E'_q}$:

$$k_4 > 0 \quad (2.59)$$

$$\frac{k_2k_3}{k_4} > 0 \quad (2.60)$$

$$k_1k_4 - k_2k_3 > 0 \quad (2.61)$$

As duas primeiras condições são sempre satisfeitas pela própria definição dos k_i 's, mas a última merece atenção. Com alguma manipulação algébrica chega-se a

$$k_1k_4 - k_2k_3 = 2b_3 \cos^2(x_{1e}) + E \cos(x_{1e}) - b_3 > 0 \quad (2.62)$$

Para $x_{1e} = 0$ esta desigualdade claramente é satisfeita. Para $x_{1e} = \frac{\pi}{2}$ ela claramente é violada. Portanto o sistema linearizado é estável para todo equilíbrio tal que $x_{1e} < x_{1lim}$, onde x_{1lim} é solução da equação:

$$2b_3 \cos^2(x_{1lim}) + E \cos(x_{1lim}) - b_3 = 0 \quad (2.63)$$

Usando na equação acima a identidade

$$\cos^2(a) = \frac{1}{2}[1 + \cos(2a)] \quad (2.64)$$

tem-se

$$b_3 \cos(2x_{1lim}) + E \cos(x_{1lim}) = 0 \quad (2.65)$$

que é exatamente a equação (2.46), que indica o ponto de bifurcação nó-sela em que os pontos de equilíbrio cessam de existir. A equação (2.65), sendo a mesma, demonstra que o ponto de equilíbrio deixa de ser estável exatamente quando deixa de existir, confirmando a existência da bifurcação nó-sela. O atendimento do familiar critério de estabilidade de regime permanente[25] $k_1 k_4 - k_2 k_3 > 0$ significa a não ocorrência desta bifurcação.

2.5 Análise de estabilidade pelo método direto de Liapunov

A análise linear acima demonstrou a estabilidade assintótica do ponto de operação do sistema MBI. O mesmo resultado pode ser derivado por análise de Liapunov. Esta análise, além de estabelecer as características de estabilidade dos pontos de equilíbrio, fornece estimativas para a velocidade de convergência ao equilíbrio estável e para a região de atração do mesmo. O conhecimento de uma função de Liapunov permite ainda o projeto de um controlador para aumentar esta velocidade e esta estimativa, como apresentado no Capítulo 4 desta monografia.

Num primeiro momento a relevância da análise de Liapunov está associada à estimativa da região de atração que ela fornece. O tamanho da região de atração é de grande importância para a estabilidade de um sistema de potência, pois está diretamente relacionado ao tempo crítico de eliminação de curto-circuito[71, 111, 20, 62, 99]. Com efeito, após a ocorrência de uma falta, o sistema retornará ao ponto de operação estável somente se a sua trajetória durante a falta não deixou a região de atração do equilíbrio estável pós-falta. Caso a trajetória do sistema tenha ultrapassado a fronteira desta região o sistema perderá sincronismo. Portanto uma maior região de atração implica que o sistema possa resistir a uma falta mais severa, que causa uma trajetória de falta mais longa. Não é demais enfatizar que a análise pelo método direto de Liapunov fornece uma estimativa, em geral conservativa, para esta região: sejam \mathcal{A} a região de

atração e $\hat{\mathcal{A}}$ a sua estimativa; então:

$$\hat{\mathcal{A}} \subseteq \mathcal{A} \quad (2.66)$$

Sob hipóteses bastante genéricas, existe uma função de Liapunov tal que a igualdade é obtida na equação (2.66)[39, 98, 54, 21]. No entanto, a síntese destas funções só é computacionalmente viável em casos muito simples. Exceção feita a estes casos, que não incluem os modelos de sistemas de potência, a expressão exata desta região não pode ser obtida analiticamente. O melhor que se pode fazer nestes casos é obter uma estimativa analítica por meio de uma função de Liapunov e visualizar graficamente a fronteira da região de atração exata por meio de simulação em tempo reverso[34] (ver Apêndice A).

2.5.1 O modelo clássico

Considere inicialmente o modelo clássico

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.67)$$

$$\dot{x}_2 = -b_1 x_{3e} \sin x_1 - D x_2 + P \quad (2.68)$$

Este sistema tem dois equilíbrios na região \mathcal{R}' , $x_e^o = [x_{1e}^o \ 0]^T$ e $x_e^i = [x_{1e}^i \ 0]^T$, com $x_{1e}^o \in [0, \frac{\pi}{2})$ e $x_{1e}^i \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$. Estes equilíbrios satisfazem

$$\begin{bmatrix} x_{1e} \\ x_{2e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arcsin(\frac{P}{b_1 x_{3e}}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

A região de atração do equilíbrio estável x_e^o é limitada pela variedade estável do equilíbrio instável x_e^i . Não é possível obter uma expressão analítica para este conjunto nem mesmo para este caso simples. No entanto um gráfico mostrando a fronteira desta região pode ser obtido. A Fig. 2.5.1 mostra a fronteira da região de atração do equilíbrio (os sinais "*" representam os equilíbrios x_e^o e x_e^i) para o modelo clássico (2.32)-(2.33) com os parâmetros $P = 28,22$, $D = 0,001$, e $b_1 x_{3e} = 34,29$.

Uma função de Liapunov tipo energia pode ser construída para o modelo clássico [71]

$$\begin{aligned} V(x_1, x_2) &= \frac{1}{2} x_2^2 + \int_{x_{1e}}^{x_1} -(P - b_1 x_{3e} \sin z) dz \\ &= \frac{1}{2} x_2^2 + b_1 x_{3e} (\cos x_{1e} - \cos x_1) - P(x_1 - x_{1e}) \end{aligned} \quad (2.70)$$

A função de Liapunov $V(x_1, x_2)$ é positiva definida e estritamente crescente em torno do equilíbrio estável x_e^o por construção. Esta é uma propriedade local, válida somente em uma

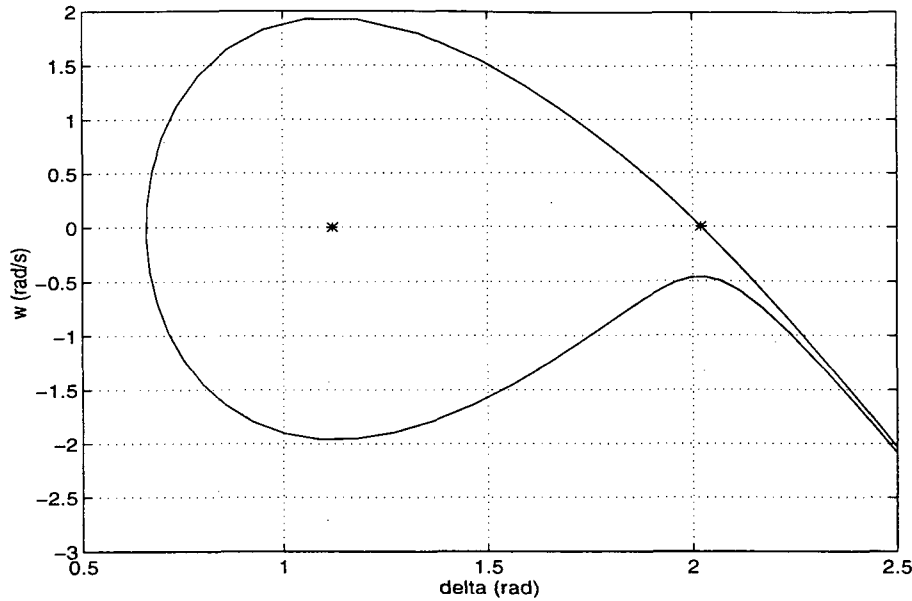


Figura 2.1: Fronteira da região de atração do equilíbrio estável para o modelo clássico de gerador.

região $\mathcal{D}' \subset \mathbb{R}^n$, com $x_e^o \in \mathcal{D}'$. A fim de caracterizar esta região, os pontos de extremo de $V(x_1, x_2)$ devem ser buscados. Desde que $V(x_1, x_2)$ é analítica e é uma candidata a função de Liapunov, ela tem um mínimo em x_e^o . Ademais, $V(x_1, x_2)$ é estritamente crescente em qualquer esfera centrada no equilíbrio estável que não contenha nenhum outro elemento crítico⁶. As primeiras derivadas de $V(x_1, x_2)$ são dadas por:

$$\frac{\partial V}{\partial x_1} = -P + b_1 \sin x_1 x_{3e} \quad (2.71)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_2} = x_2 \quad (2.72)$$

As derivadas parciais se anulam nos extremos. Devido à forma de construção de V , os extremos são exatamente os pontos de equilíbrio. Calculando as derivadas segundas de $V(x_1, x_2)$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} = b_1 \cos x_1 x_{3e} \quad (2.73)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x_2^2} = 1 \quad (2.74)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x_1 x_2} = 0 \quad (2.75)$$

Vê-se então que a matriz hamiltoniana da função de Liapunov

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 x_2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 x_2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_2^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \cos x_1 x_{3e} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

⁶Uma propriedade evidente, dado que $V(\cdot)$ é analítica.

é positiva definida no equilíbrio estável e indefinida em sinal no equilíbrio instável. Logo x_e^o é um mínimo da função de Liapunov $V(x)$ (como já se sabia) e x_e^i é um ponto de sela desta mesma função. Portanto a região \mathcal{D}' é dada por:

$$\mathcal{D}' = \{x \in \mathbb{R}^2 : V(x) < V(x_e^i)\} \quad (2.77)$$

e fora desta região a função $V(x)$ não é estritamente crescente.

Calculando a derivada de $V(x_1, x_2)$ ao longo das trajetórias do sistema obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_1, x_2) &= \frac{\partial V}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial V}{\partial x_2} (-b_1 \sin x_1 x_{3e} - D x_2 + P) \\ &= (b_1 x_{3e} \sin x_1 - P) x_2 + x_2 (-b_1 \sin x_1 x_{3e} - D x_2 + P) \\ &= -D x_2^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (2.78)$$

O equilíbrio x_e^o é o único conjunto invariante contido em \mathcal{D}' tal que $\dot{V} = 0$ e portanto é um equilíbrio assintoticamente estável. Desde que $\dot{V} \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}^2$, a estimativa para a região de atração de x_e^o obtida com esta função de Liapunov é dada por \mathcal{D}' . Com a estimativa obtida para a região de atração pode-se estimar o tempo crítico de eliminação de faltas[71] (ver Apêndice A).

2.5.2 O modelo E'_q

Considere agora o modelo E'_q (2.24)-(2.26). Uma função de Liapunov para este modelo pode ser obtida aumentando aquela obtida para o modelo clássico com um termo quadrático. A nova função de Liapunov é dada por

$$V(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{2} x_2^2 + b_1 x_3 (\cos x_{1e} - \cos x_1) - P(x_1 - x_{1e}) + \frac{b_1 b_4}{2 b_3} (x_3 - x_{3e})^2 \quad (2.79)$$

Esta função é positiva definida e estritamente crescente localmente dentro da região \mathcal{D} :

$$\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R}^3 : V(x) < V(x_e^i)\} \quad (2.80)$$

A derivada temporal de $V(x)$ é:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_1, x_2, x_3) &= x_2 \dot{x}_2 + b_1 x_3 (\sin x_1 \dot{x}_1) + b_1 (\cos x_{1e} - \cos x_1) \dot{x}_3 - P \dot{x}_1 + \frac{b_1 b_4}{b_3} (x_3 - x_{3e}) \dot{x}_3 \\ &= x_2 [-b_1 \sin x_1 x_3 - D x_2 + P] + b_1 \sin x_1 x_2 - P x_2 \\ &\quad + b_1 (\cos x_{1e} - \cos x_1) \dot{x}_3 + \frac{b_1 b_4}{b_3} (x_3 - x_{3e}) \dot{x}_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{b_1 b_4}{b_3} (x_3 - x_{3e}) + b_1 (\cos x_{1e} - \cos x_1) \right] \dot{x}_3 - D x_2^2 \\
&= \frac{b_1}{b_3} [b_4 (x_3 - x_{3e}) + b_3 (\cos x_{1e} - \cos x_1)] [b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + E] - D x_2^2 \\
&= -\frac{b_1}{b_3} \{ [-b_3 (\cos x_1 - \cos x_{1e}) + b_4 (x_3 - x_{3e})]^2 - D x_2^2 \} \tag{2.81}
\end{aligned}$$

e $\dot{V} \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^3$. Além disto, $\dot{V} = 0 \leftrightarrow x \in \mathcal{M}$, onde \mathcal{M} é o conjunto definido por

$$\mathcal{M} = \{x \in \mathbb{R}^3 : -b_3(\cos x_1 - \cos x_{1e}) + b_4(x_3 - x_{3e}) = 0; x_2 = 0\} \tag{2.82}$$

Ambos equilíbrios pertencem a este conjunto, mas x_e^i não pertence a \mathcal{D} , portanto x_e^o é o único conjunto invariante dentro de $\mathcal{D} \cap \mathcal{M}$ e logo sua estabilidade assintótica fica estabelecida pelo princípio da invariância de LaSalle[46]. O argumento é válido mesmo para $D = 0$, ao contrário do caso do modelo clássico, quando para $D = 0$ tem-se estabilidade mas não estabilidade assintótica. Uma estimativa da região de atração é dada por \mathcal{D} , a região do espaço de estados delimitada pela superfície de nível da função de Liapunov $V(x) = V(x_e^i)$, definida pela equação (2.80).

2.6 Exemplos

Três exemplos de sistemas MBI são apresentados a seguir. O primeiro exemplo é um sistema MBI operando com tensão de excitação constante, e fornecendo à barra infinita uma potência muito próxima à máxima transferência de potência com esta tensão de excitação. O sistema está portanto próximo a uma bifurcação nó-sela. O segundo sistema consiste de uma máquina alimentando uma carga por uma linha de transmissão curta e conectada a um barramento infinito por uma linha longa, operando próximo a uma bifurcação com baixa carga. O terceiro sistema é também um sistema MBI, porém com um capacitor em derivação para controle de tensão no meio da linha, e mostra um caso em que o fluxo de potência converge para o ponto de equilíbrio instável x_e^i . Nos três casos simulações da resposta do sistema a faltas demonstram as dificuldades encontradas ao se tentar interpretar o comportamento do sistema sob o prisma da classificação tradicional.

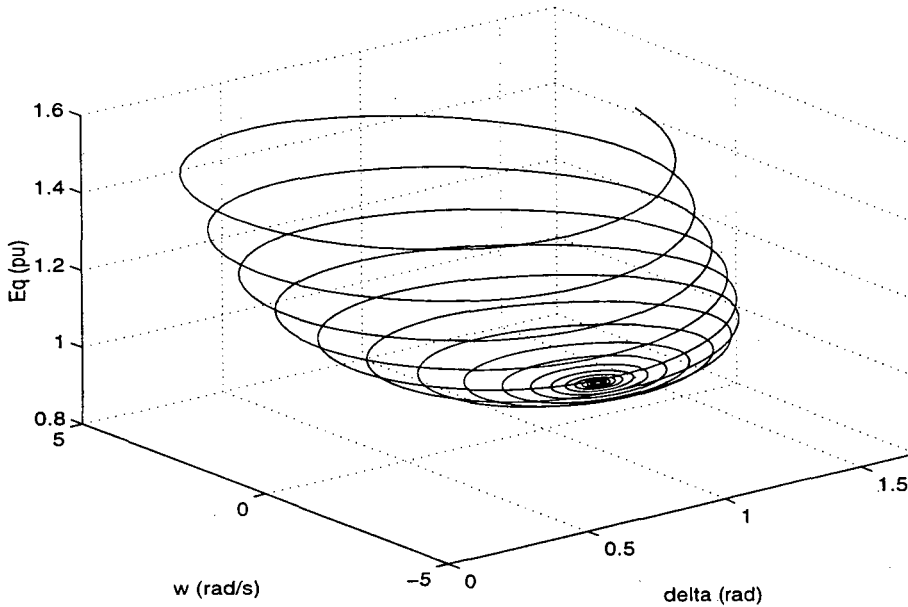


Figura 2.2: Trajetória sobre a fronteira da região de atração do sistema MBI.

2.6.1 Um sistema MBI

O sistema a ser estudado é um sistema MBI sem RAT com os parâmetros dados no Apêndice D. A condição de operação considerada tem $E_f = 1,3 pu$ e $P_m = 1 pu$. Nesta situação os equilíbrios estável e instável são

$$x_e^o = \begin{bmatrix} 1.12 \text{ rad} \\ 0 \\ 0.914 \text{ pu} \end{bmatrix} \quad x_e^i = \begin{bmatrix} 1.18 \text{ rad} \\ 0 \\ 0.886 \text{ pu} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

O sistema está muito próximo a uma bifurcação nó-sela. Nesta condição de operação é possível obter um gráfico que mostra a fronteira da região de atração do equilíbrio estável, o que é bastante ilustrativo e muito difícil de ser obtido em outras condições de operação.

A fronteira da região de atração do equilíbrio estável x_e^o é a variedade estável do equilíbrio instável x_e^i . Esta fronteira pode ser visualizada por meio de uma trajetória do sistema completamente contida nela. Esta trajetória, por sua vez, pode ser obtida por simulação em tempo reverso[34] (ver Apêndice A). A Fig. 2.2 mostra uma tal trajetória para o sistema em estudo.

Define-se o tempo de eliminação de falta t_{cl} como o tempo que esta falta demora para ser eliminada do sistema por ação dos dispositivos de proteção. O tempo crítico t_{cr} pode ser definido para uma falta como o máximo tempo de eliminação que pode ser suportado de tal forma que o sistema ainda retorne ao ponto de operação após esta eliminação. Dada uma condição de operação estável pré-falta e um curto-circuito eliminado com sucesso, o sistema

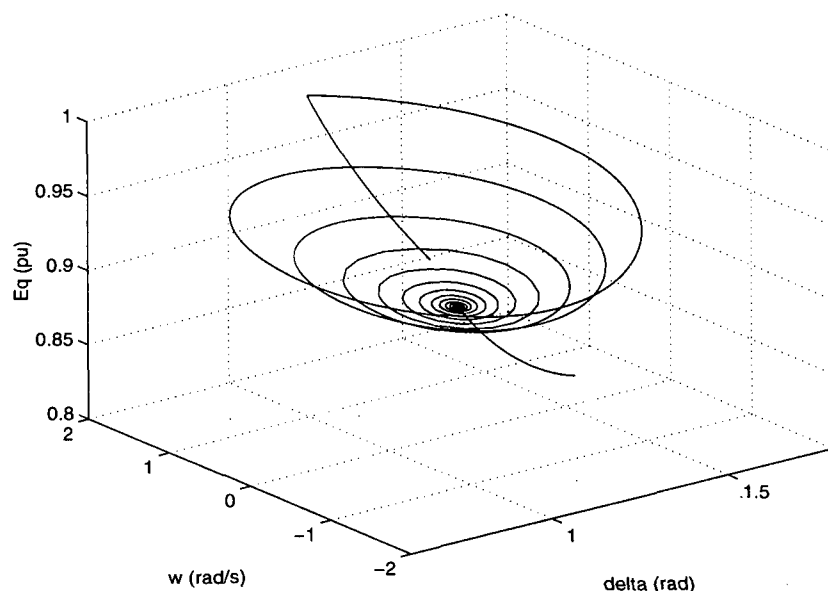


Figura 2.3: Trajetória espacial do estado do sistema para $t_{cl} = 92 \text{ ms}$.

retornará ao ponto de operação pós-falta (neste caso igual ao pré-falta) desde que durante a falta a trajetória do sistema tenha se mantido dentro da região de atração do equilíbrio. Logo o tempo crítico, que é uma importante medida da margem de estabilidade de um sistema, está diretamente relacionado ao tamanho da região de atração do equilíbrio estável x_e^o .

Considere um curto-circuito nos terminais do gerador, com impedância $X_{cc} = X_l/10$. A atuação de um RAT durante a falta é simulada pela elevação da tensão de campo a seu valor máximo neste período. As Figs. 2.3 e 2.4 mostram o comportamento do sistema para $t_{cl} = 92 \text{ ms}$. A Fig. 2.3 mostra a trajetória do sistema no espaço de estados em 100 s de simulação, enquanto que a Fig. 2.4 mostra o comportamento do ângulo δ e da tensão interna E'_q durante os primeiros 20 s desta trajetória. Partindo do ponto de equilíbrio estável x_e^o , durante a falta o sistema evolui afastando-se deste equilíbrio. Após a eliminação do curto-circuito a trajetória do sistema evolui de maneira oscilatória, mantendo-se muito próxima à fronteira da região de atração, até aparentemente estabilizar próxima ao equilíbrio instável x_e^i . A partir daí o sistema diverge lentamente, formando a "cauda" observada na trajetória da Fig. 2.3.

A instabilidade do sistema se manifesta por uma queda muito lenta da tensão. À medida que a tensão cai o ângulo aumenta, de forma que ângulo e tensão divergem, com desvio de frequência desprezível, e com potência elétrica constante[102]. Não está claro aqui em qual classe da classificação tradicional deve ser enquadrado este comportamento. As oscilações eletromecânicas do

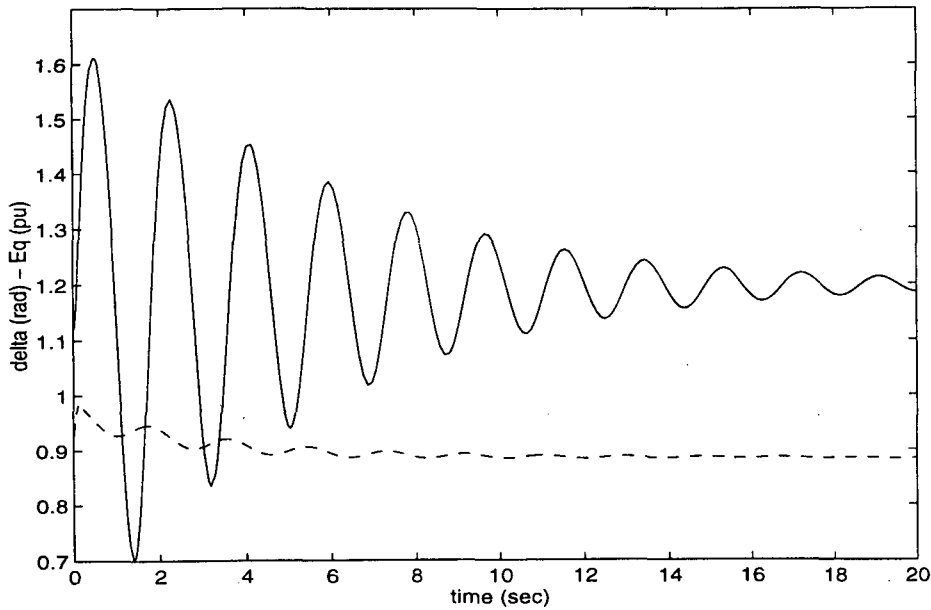


Figura 2.4: Ângulo (x_1 , linha contínua) e tensão de eixo em quadratura (x_3 , linha tracejada) para $t_{cl} = 92 \text{ ms}$.

sistema são estáveis. A julgar pelo critério usual de estabilidade transitória[57, 48], o sistema resistiu às primeiras oscilações e portanto não é observada instabilidade transitória. A instabilidade observada se manifesta macroscopicamente de maneira similar a uma instabilidade de tensão, no entanto o sistema tem um equilíbrio estável na condição pós-falta e portanto a tradicional concepção estática do fenômeno de estabilidade de tensão não explica a instabilidade observada.

A instabilidade observada deve-se ao fato de o sistema abandonar a região de atração durante a falta. No que diz respeito à análise matemática do problema de instabilidade e ao futuro controle do sistema a fim de resolver este problema, o aspecto relevante da instabilidade é o modelo matemático adequado para descrever o fenômeno e não a forma macroscópica de observação do mesmo. Note ainda que, de acordo com a definição adotada acima para *tempo crítico*, a simulação demonstra que o tempo crítico foi ultrapassado. Pode-se determinar, por meio de simulações, este tempo crítico como $t_{cr} = 90 \text{ ms}$. No entanto, segundo critérios usuais, o tempo crítico de eliminação desta falta não teria ainda sido alcançado, pois o sistema sobreviveu às primeiras oscilações.

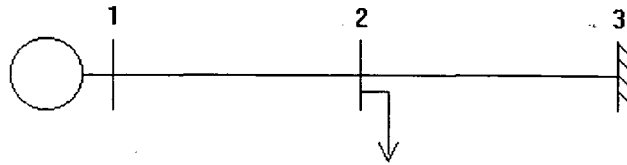


Figura 2.5: Diagrama unifilar do sistema exemplo.

2.6.2 Instabilidade com baixa carga

O segundo exemplo é extraído de [102]. O diagrama unifilar é dado na Fig. 2.5, e os parâmetros na Tab. D.4 do Apêndice D. Este sistema foi concebido para reproduzir os fenômenos observados em um incidente real descrito em [45].

O sistema tem dois pontos de bifurcação nó-sela, um para alta carga e outro para carga leve. Na condição de operação considerada, o sistema está bastante próximo à bifurcação de baixa carga, como se pode inferir dos autovalores resultantes da linearização do sistema neste ponto de operação, $\lambda_{12} = (-0,0766 \pm j9,6989) s^{-1}$ e $\lambda_3 = -0,0071 s^{-1}$. O comportamento do sistema nesta condição é bastante similar ao do exemplo anterior. A resposta do sistema a um curto-circuito sólido nos terminais da máquina, com $t_{cl} = 12 ms$, é apresentada na Fig. 2.6⁷.

2.6.3 Operação no ponto de equilíbrio instável

O terceiro exemplo, extraído de [64], tem o mesmo diagrama unifilar do exemplo anterior, representado na Fig. 2.5, porém conectado à barra 2 tem-se, em lugar da carga, um capacitor para controle de tensão. Os dados de modelo e de fluxo de potência são reproduzidos no Apêndice D. O modelo utilizado para a máquina síncrona é de quinta ordem, adicionando ao modelo E'_q as equações subtransitórias[7].

⁷Nesta simulação a tensão de excitação *não* foi levada ao seu valor máximo durante a falta, como no exemplo anterior, mas mantida constante durante toda a simulação.

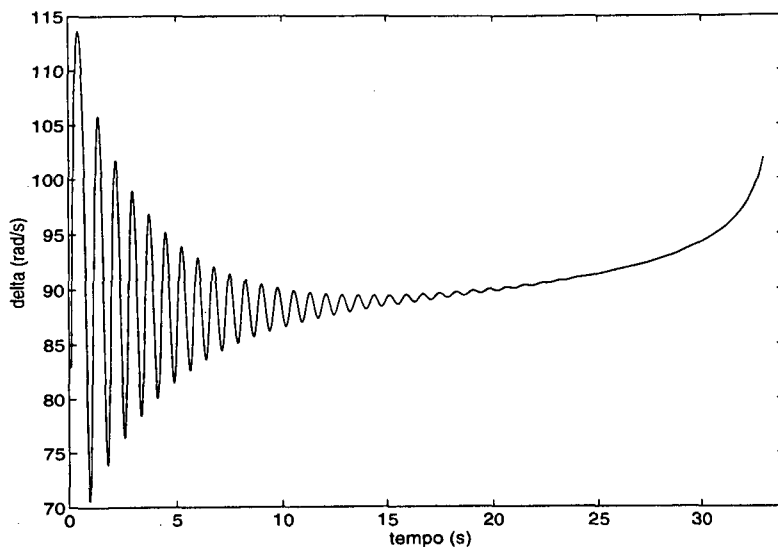


Figura 2.6: Ângulo (x_1 , linha contínua) e tensão de eixo em quadratura (x_3 , linha tracejada) para $t_{cl} = 12 \text{ ms}$.

A linearização do sistema na condição de operação dada pelo fluxo de potência apresentado fornece os seguintes autovalores (em s^{-1})[64].

$$\lambda_1 = -35.5 \quad \lambda_{23} = -0.399 \pm j4.33 \quad \lambda_4 = +0.196 \quad \lambda_5 = -2.81 \quad (2.84)$$

Este resultado mostra que o ponto de operação encontrado é instável, não obstante a ausência de regulador de tensão no sistema. No entanto, um ponto de operação estável existe para este mesmo fluxo de potência, como demonstram os resultados apresentados a seguir. As Figs. 2.7 a 2.9 mostram a resposta do sistema após uma perturbação em suas condições iniciais. O sistema encontra-se inicialmente em repouso sobre o equilíbrio instável. A perturbação coloca o estado do sistema dentro da região de atração do equilíbrio estável⁸, para onde o sistema então converge. Após 90 segundos um curto-circuito é aplicado ao sistema para mostrar que o ponto para o qual o sistema convergiu é, com efeito, estável. Note que este novo ponto de operação atende à mesma especificação de fluxo de potência, porém em outro nível de tensão.

⁸O sistema encontrava-se inicialmente exatamente sobre a fronteira da região de atração, já que esta contém o equilíbrio instável.

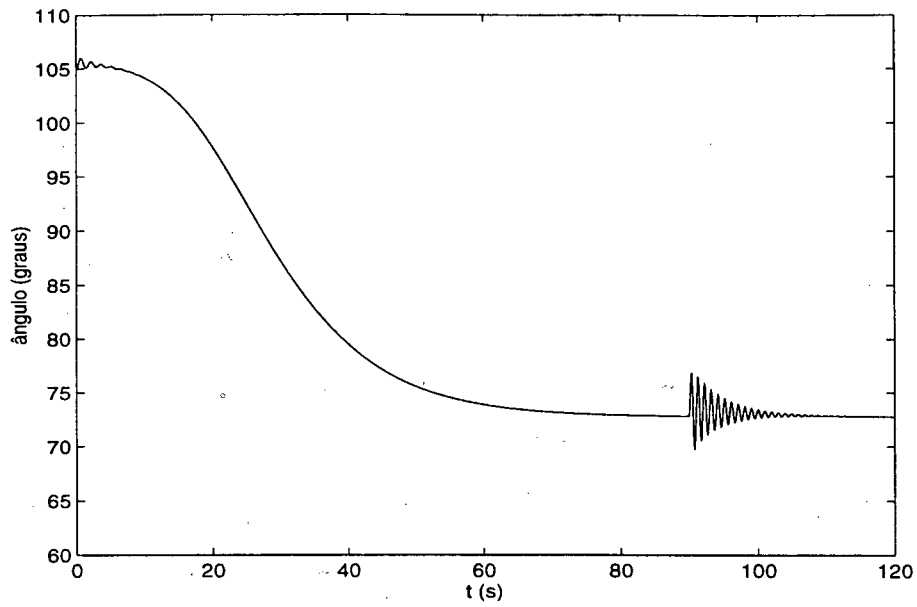


Figura 2.7: Ângulo do gerador síncrono.

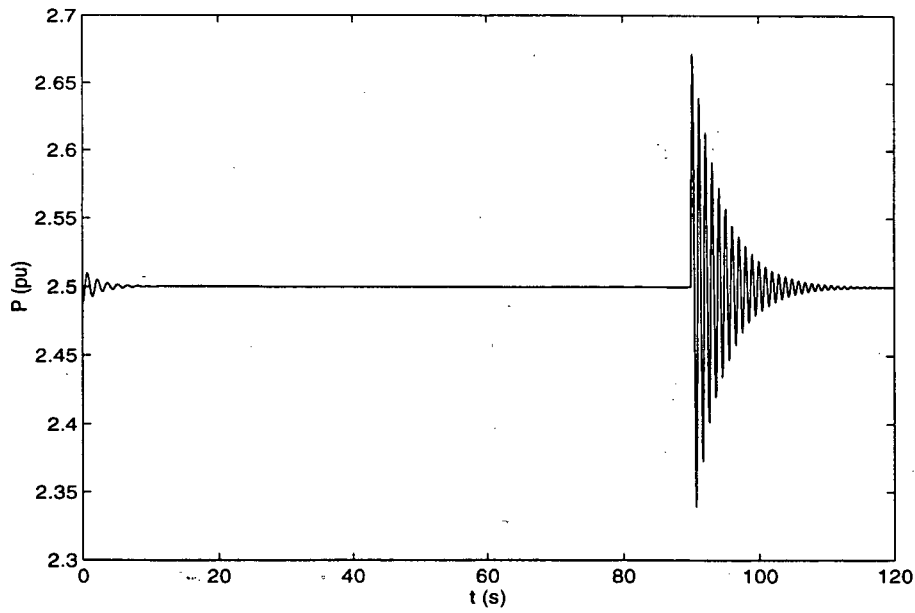


Figura 2.8: Potência elétrica fornecida pelo gerador.

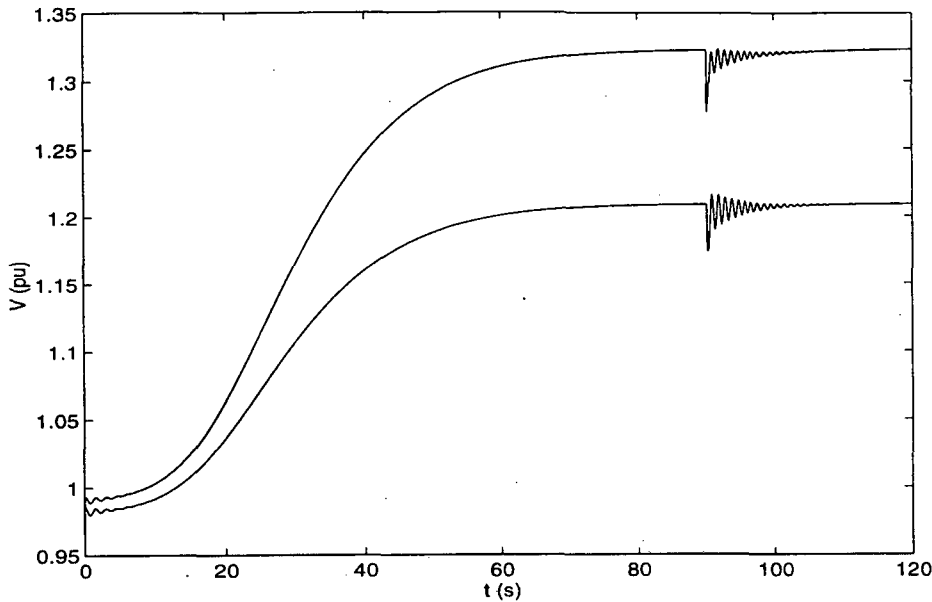


Figura 2.9: Tensões nas barras do sistema.

2.7 Classificação

Os exemplos apresentados acima indicam limitações da classificação tradicional para o problema de estabilidade de sistemas de potência. Esta classificação, nascida principalmente da observação da evolução do sistema quando da ocorrência de fenômenos de instabilidade, mostra-se insatisfatória em certas situações, particularmente em sistemas operando com margens de estabilidade estreitas. Por outro lado, com a abordagem adotada nesta monografia, que toma como ponto de partida a modelagem matemática do sistema, observa-se que o sistema MBI pode perder estabilidade basicamente por três mecanismos, a saber:

1. inexistência de pontos de equilíbrio pela ocorrência de uma bifurcação nó-sela;
2. perturbação do sistema além das fronteiras da região de atração do equilíbrio estável por uma falta severa;
3. instabilização do equilíbrio pelo regulador de tensão.

Partindo do sistema não regulado, a fim de obter um esquema de controle que melhore suas características de estabilidade, o problema de estabilidade é classificado de acordo com cada um destes mecanismos. Com esta concepção do problema, controladores deverão ser projetados para remediar cada um destes aspectos da estabilidade, ou seja, para

1. criar um ponto de equilíbrio onde este não existir;
2. aumentar a região de atração de um equilíbrio estável;
3. estabilizar um equilíbrio instável.

No que diz respeito a sistemas multimáquinas, em que fenômenos interárea são relevantes, a existência do equilíbrio não deve ser motivo de preocupação, uma vez que a existência de equilíbrio em cada um dos modelos locais implica a existência de equilíbrio no modelo global. Com efeito, o comportamento estático de todo o sistema é representado indiretamente na modelagem MBI, sendo desprezada nesta modelagem apenas a dinâmica associada aos geradores restantes[71, 111]. Por outro lado, a análise da região de atração em sistemas multimáquinas é inviável com a teoria hoje disponível, que trata de caracterizar de maneira muito vaga a região de atração. Resultados tratando de estimar esta região utilizam modelos simplificados, particularmente modelando de maneira pouco acurada os efeitos de decaimento de fluxo[71], o que os torna inadequados pelo menos para a síntese de controle. De mais a mais, a evolução do estado do sistema durante uma falta sofre pequena influência da dinâmica de elementos do sistema distantes do ponto de falta, dada a escala de tempo rápida em que esta evolução se dá. Portanto o modelo MBI deve ser adequado para a descrição e correção de instabilidade associada à ultrapassagem dos limites da região de atração. Finalmente, claro está que a estabilidade de um equilíbrio de um sistema multimáquinas não decorre da estabilidade de cada um dos modelos MBI locais neste sistema, visto que a instabilidade de fenômenos interárea só pode ser observada em um modelo que abranja todo o sistema. A estabilidade assintótica do equilíbrio de sistemas multimáquinas deve então ser tratada como um problema separado daquele da estabilidade dos equilíbrios de cada um dos sistemas MBI. Assim sendo, apenas o aspecto 3 deverá a esta altura ser considerado em sistema multimáquinas, e este aspecto, em se tratando exclusivamente da estabilidade assintótica, pode ser tratado adequadamente por modelos e métodos lineares. Isto posto, a classificação proposta para a estabilidade de sistemas de potência é apresentada na Tab. 2.2.

O problema de concepção do esquema de controle e do projeto dos controladores envolvidos a partir deste entendimento do problema é formalizado no próximo Capítulo. Os problemas específicos de projeto são então identificados, e estes problemas serão resolvidos no seguimento

Tabela 2.2: Divisão da estabilidade de sistemas de potência a partir da modelagem matemática do sistema e com vistas ao controle.

Estabilidade de Sistemas de Potência			
Estabilidade Local (Não Linear)			Estabilidade Global (Linear)
Existência do Equilíbrio	Estabilidade Assintótica	Região de Atração	Estabilidade Assintótica

desta monografia.

2.8 Conclusões

A classificação tradicional para o problema de estabilidade de sistemas de potência é de grande valor no entendimento do problema, dividindo um problema de dimensões colossais em diversos subproblemas que apresentam apelo intuitivo e são matematicamente tratáveis. Esta classificação é baseada principalmente na forma de manifestação dos fenômenos de estabilidade, e a modelagem matemática é usualmente uma fase posterior à classificação na análise de estabilidade. O problema de estabilidade tem sido abordado desta maneira desde longa data, e nas condições normais de operação de sistemas de potência esta abordagem tem sido bem sucedida.

Entretanto, em sistemas operando com margens de estabilidade muito estreitas, como nos exemplos apresentados neste Capítulo, os conceitos tradicionais de estabilidade se confundem e uma tentativa de melhorar as características de estabilidade do sistema baseada nestes conceitos está fadada ao fracasso. Os sistemas operando nestas condições exigentes são exatamente os que mais necessitam das ações de controle, e estas condições têm se tornado cada vez mais comuns na operação de sistemas de potência. Logo, ao se encarar o problema sob o ponto de vista de síntese de controladores para a melhoria das propriedades de estabilidade do sistema em condições nas quais esta não é satisfatória, é fundamental atacar diretamente os fenômenos físicos em sua essência. A modelagem matemática dos fenômenos envolvidos aparece como o critério para divisão do problema de estabilidade em diversas classes. Cada uma destas classes apresenta então um comportamento claramente identificável no modelo, facilitando o projeto do esquema de controle por métodos matematicamente rigorosos, e permitindo explorar as técnicas mais avançadas de análise e síntese de controladores hoje existentes.

Neste sentido, foi apresentada em detalhe a modelagem de sistemas de potência. O ponto

de partida do projeto do esquema de controle, e portanto da análise, deve ser o sistema não regulado, pois a regulação de tensão será função do esquema de controle a ser concebido.

Capítulo 3

O Problema de Síntese do Controle

3.1 Introdução

A partir dos conceitos e da classificação tradicionais em análise de estabilidade de sistemas de potência surge uma estratégia de melhoria destas características de estabilidade, cada uma das classes de estabilidade recebendo um tratamento matemático próprio. Estabilidade de tensão e estabilidade angular são entendidas e portanto solucionadas como dois problemas separados. Mais ainda, a estabilidade angular é subdividida em subclasses (transitória e estática, e esta em monotônica e oscilatória) e a cada uma destas subclasses é dada uma solução distinta[57]. Ademais, os modelos utilizados para descrever o sistema nem sempre são suficientemente detalhados. Desta forma, por vezes o remédio aplicado para uma classe pode deteriorar a outra devido à interação existente entre os diferentes problemas e que foi desprezada quando do projeto, e também devido à excessiva simplificação na modelagem de cada problema.

As soluções que têm sido aplicadas pela indústria, derivadas desta forma de encarar o problema, sofrem das limitações inerentes à própria formulação do mesmo. Para as condições típicas de operação de sistemas de potência estas limitações não se manifestam claramente, e as soluções aplicadas têm se mostrado assaz satisfatórias. No entanto, a nova realidade dos sistemas de potência demanda que sua operação seja feita em condições cada vez menos favoráveis do ponto de vista das margens de estabilidade[57, 72, 37, 43]. A operação dos sistemas de potência em condições cada vez mais próximas de seu limite operacional vem reduzindo substancialmente as suas margens de segurança, e as limitações da estrutura e do projeto de controle hoje utilizados começam a se manifestar.

Por outro lado, a evolução dos equipamentos utilizados em sistemas de potência abre novas

possibilidades para o controle dos mesmos. O desenvolvimento dos *sistemas de transmissão em CA flexíveis*, conhecidos como FACTS¹, cria novas alternativas com relação à utilização apenas da excitação dos geradores como meio físico de controle. A utilização de turbinas rápidas em unidades térmicas, ainda que de menor impacto do que os FACTS, permite vislumbrar num futuro próximo a utilização prática deste meio físico adicional para a estabilização do sistema.

Neste novo ambiente, o esquema de controle é muito mais complexo, envolvendo diversos controladores distribuídos por todo o sistema, controladores estes que interagem entre si, e as exigências são muito mais rigorosas com relação ao desempenho e às margens de estabilidade do sistema. A fim de atender aos requisitos rigorosos da operação, a natureza não linear do sistema de potência e o caráter multivariável e global do esquema de controle devem necessariamente ser levados em consideração no projeto. Uma compreensão e uma modelagem mais adequadas ao problema de síntese do controle devem ser buscadas. Métodos de controle clássico são incapazes de tratar adequadamente o problema assim formulado, e portanto métodos mais sofisticados devem ser buscados para o projeto do esquema de controle[37, 72].

Neste Capítulo são inicialmente discutidos os meios físicos de que se dispõe atualmente para a estabilização de sistemas de potência. A abordagem clássica para a solução do problema de estabilidade é revista, sendo reinterpretada à luz dos conceitos apresentados no Capítulo 2. Suas limitações são apontadas do ponto de vista conceptual e através de um exemplo. Em seguida são apresentados os modelos de projeto para o esquema de controle de acordo com os conceitos de estabilidade expostos no Capítulo 2. Com base nestes modelos e nos objetivos de controle, são especificados problemas de projeto não contemplados pela teoria corrente de controle a nível de métodos de síntese, problemas estes que serão abordados nos Capítulos subsequentes desta monografia.

3.2 Entradas de controle

A regulação das tensões nas diversas barras de um sistema de potência se utiliza de meios físicos variados. Em barras de geração esta é feita através da excitação dos geradores, com os reguladores automáticos de tensão. Em outras barras, elementos reativos de impedância controlável podem ser utilizados, com um laço de realimentação para efetuar a regulação. Estes

¹Do inglês Flexible AC Transmission Systems.

elementos reativos podem também ser utilizados para regular outras grandezas no sistema.

O controle de sistemas de potência visando a estabilização de fenômenos dinâmicos pode ser levado a efeito por estas mesmas entradas de controle. Sinais podem ser adicionados à referência de cada um destes dispositivos, que tornam-se então as entradas de controle do sistema no projeto do controle estabilizador. A adição de sinais adicionais aos RAT's tem sido utilizada desde longa data, e os controladores que geram estes sinais adicionais são conhecidos por *estabilizadores de sistemas de potência* (ESP's). Neste caso a entrada de controle é a referência de tensão do RAT. No caso de FACTS, a entrada de controle será também o sinal de referência para a variável regulada pelo dispositivo.

3.2.1 Controle de excitação dos geradores

O controle de excitação dos geradores é utilizado para regular a tensão terminal dos mesmos. Os reguladores de tensão têm também efeito benéfico sobre a estabilidade do sistema. Este consiste da redução da trajetória do sistema durante faltas severas e da eliminação de perda monotônica de sincronismo dos geradores. Este último efeito é uma manifestação do fato de que o RAT altera a topologia de bifurcações do sistema[103], fornecendo um ponto de equilíbrio ao sistema (ver Capítulo 2). No entanto, para os altos valores de ganho exigidos do RAT para uma boa regulação de tensão, e em condições normais de operação do sistema, este equilíbrio muitas vezes é instável, sendo então observada instabilidade oscilatória do sistema. É então necessário um controle suplementar para estabilizar este ponto de equilíbrio.

Este controle suplementar pode ser efetuado também por meio da excitação dos geradores. Um sinal é adicionado à entrada de referência de tensão dos reguladores de tensão. Seja V_P este sinal adicional; tomando os modelos apresentados no Capítulo anterior e adicionando este sinal, a equação que descreve o sistema de excitação dos geradores passa a ser

$$E_f = K_a(V_r - V_t + V_P) \quad (3.1)$$

para o modelo estático de regulador e

$$\dot{E}_f = \frac{1}{T_a}[-E_f + K_a(V_r - V_t + V_P)] \quad (3.2)$$

para o modelo que considera a constante de tempo do atuador.

3.2.2 FACTS

Os FACTS têm sido bastante discutidos e aplicados recentemente[42, 92, 57, 66, 70, 65, 93, 33]. O conceito FACTS consiste basicamente na inserção de dispositivos eletrônicos no sistema de transmissão com o objetivo de efetuar regulação sobre variáveis do sistema tais como fluxos de potência ativa, fluxos de potência reativa, tensões em barras, etc. Não obstante seu objetivo primordial ser o controle estático, estes dispositivos podem ser equipados com sinais suplementares, à maneira do controle de excitação dos geradores, visando a melhoria das características de estabilidade do sistema.

Dentre outros dispositivos associados a este conceito, destacam-se o Capacitor Série Chaveado (CSC) e o Compensador Estático de Reativo (CER). Estes são os únicos dispositivos FACTS a serem considerados nesta monografia, mas está claro que os princípios básicos dos métodos de análise e controle aqui apresentados são independentes dos dispositivos particulares considerados. O CER é um elemento em derivação cuja admitância é controlada por tiristores. Para estudos de estabilidade o CER pode ser modelado por uma função de transferência de primeira ordem cuja saída é a susceptância em derivação, como mostrado na Fig.3.1. O controle primário do CER regula a tensão da barra à qual o CER está conectado. Um controle suplementar pode ser adicionado, como indicado na Fig. 3.1[65, 57].

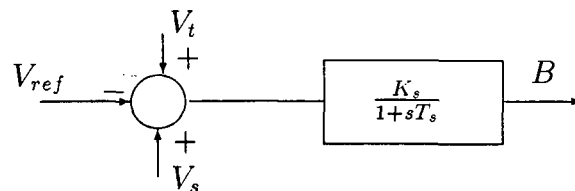


Figura 3.1: Modelo de Compensador Estático de Reativo.

O CSC é um elemento série cuja admitância pode ser variada por tiristores. Usualmente esta facilidade é utilizada para controlar o fluxo de potência ativa em linhas de transmissão. Um controlador proporcional-integral (PI) é aplicado com esta finalidade. O modelo do CSC com controle PI de fluxo de potência é representado na Fig. 3.2. A saída neste modelo é a admitância série entre os nós terminais do CSC. Uma vez mais um controle suplementar pode ser adicionado. Conforme indicado na Fig. 3.2, o controle suplementar atua diretamente no disparo dos tiristores[66, 57].

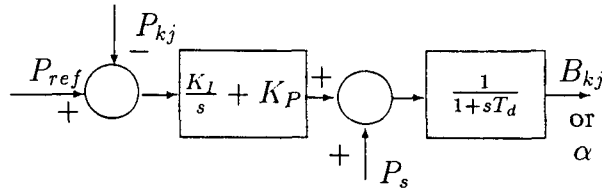


Figura 3.2: Modelo de Capacitor Série Chaveado.

3.3 A solução clássica do problema de estabilidade

3.3.1 A teoria clássica

Uma abordagem no domínio da frequência, a partir do modelo linearizado do sistema MBI, tem sido utilizada para explicar os fenômenos de estabilidade angular estática de sistemas de potência desde longa data [25, 6, 57]. Segundo esta abordagem, o torque elétrico incremental aplicado ao rotor da máquina síncrona pode ser decomposto em duas componentes, uma proporcional à velocidade do rotor e outra proporcional ao ângulo do mesmo:

$$\Delta T_e = k_s \Delta \delta + k_d \Delta w \quad (3.3)$$

onde Δ representa variações com relação aos valores de regime permanente. Desde que $w = \frac{d\delta}{dt}$, as duas componentes estão defasadas entre si de $\pi/2$ rad. A estabilidade do sistema depende da existência de suficiente torque restaurador do equilíbrio, sendo então necessário que ambas as componentes de torque sejam suficientemente grandes.

Os primeiros problemas de instabilidade observados em sistemas de potência consistiam de perda monotônica de sincronismo. Dentro do contexto da análise acima, esta forma de instabilidade é explicada pela falta de torque sincronizante. Com o surgimento dos reguladores de tensão rápidos e de alto ganho, o problema mais comum de estabilidade passou a ser o surgimento de oscilações mal amortecidas, ou mesmo instáveis. A interpretação é então de que o RAT fornece torque sincronizante, mas reduz o torque amortecedor, que já era naturalmente pequeno. A partir deste entendimento do problema, a solução natural é incluir um controle suplementar que não interfira na regulação de tensão nem no torque sincronizante e que aumente o torque amortecedor. Este procedimento tem sido adotado pela indústria desde meados da década de sessenta, e os controladores que fornecem este torque amortecedor extra tornaram-se

conhecidos como *estabilizadores de sistemas de potência* (ESP's). O projeto de ESP's tem sido levado a cabo por métodos de controle clássico, como métodos de resposta em frequência[25], lugar das raízes[59], e diagramas de Nyquist[64].

Porém, como visto no Capítulo 2, a própria linearização do sistema em torno de um equilíbrio inexistente carece de rigor matemático. Ao contrário do que sugere a interpretação clássica, o RAT não melhora as características dinâmicas de um ponto de equilíbrio do sistema. Será apresentada a seguir uma reinterpretação da solução clássica, à luz da teoria de sistemas dinâmicos e sob o enfoque dado no Capítulo 2. Mais do que um exercício de diletantismo, que visasse puramente formalizar matematicamente os conceitos tradicionais ou apontar inconsistências de uma abordagem de resultados práticos insofismáveis, esta reinterpretação dá origem a uma nova filosofia de solução do problema, adequada à nova realidade dos sistemas de potência.

3.3.2 A abordagem clássica segundo a teoria de sistemas dinâmicos

Tome como ponto de partida o sistema de potência sem regulação de tensão, e considere inicialmente uma condição normal de operação. O sistema apresenta então um equilíbrio estável, no qual se dá a sua operação em regime permanente. Os níveis de tensão neste sistema devem ser regulados manualmente, o que é claramente inconveniente do ponto de vista operacional, e também do ponto de vista da estabilidade do sistema. Uma mudança súbita na condição de operação (um aumento de carga, por exemplo) pode levar o sistema a perder estabilidade por uma bifurcação nó-sela. O controle manual é lento demais para ajustar a tensão de campo em um valor adequado ao atendimento desta nova demanda e à manutenção do nível de tensão terminal antes de o sistema perder sincronismo. Ademais, a tensão de campo sendo constante, a queda na tensão terminal que ocorre durante uma falta permite que o sistema seja bastante alijado do seu ponto de equilíbrio durante a falta, o que implica em baixos tempos críticos de eliminação de faltas, conforme discussão no Capítulo 2.

A fim de manter os níveis desejados de tensão no sistema, foram criados os reguladores automáticos de tensão. Além de cumprir sua função primordial, foi verificado que os RAT's reduzem a trajetória do sistema durante a falta, desta forma aumentando os tempo críticos de eliminação de faltas. Esta característica, juntamente com o aumento substancial da velocidade dos disjuntores, contribuiu sobremaneira para a melhoria da estabilidade dos sistemas de

potência. Ademais, o aumento automático da tensão de campo com a finalidade de manter o nível de tensão traz como subproduto o aumento automático da capacidade de transmissão de potência, evitando assim a ocorrência da bifurcação nó-sela que levaria à perda do equilíbrio e portanto da estabilidade do sistema.

Portanto, o RAT é benéfico para o comportamento do sistema na medida em que fornece um ponto de equilíbrio no qual o sistema possa operar. Esta contribuição do RAT é um efeito *estático*, ou seja, que diz respeito ao comportamento do sistema em regime permanente. A contribuição do RAT rápido e de alto ganho para o comportamento do sistema do ponto de vista *dinâmico* não é benéfica: este ponto de equilíbrio é, para muitas condições típicas de operação, instável. Com efeito, ao se analisar o efeito da inclusão do RAT na matriz dinâmica do sistema linearizado, vê-se que a realimentação de tensão tende a levar os autovalores complexos do sistema para o semi-plano direito do plano complexo.

Este efeito prejudicial deve então ser compensado por um controle suplementar. O equilíbrio criado pelo RAT deve ser estabilizado por este controle. Esta é a função exercida pela estrutura RAT-ESP: criar um ponto de equilíbrio (função do RAT) e, em seguida, estabilizá-lo (função do ESP). Devido a esta estrutura particular, ao se projetar o ESP não se conhece exatamente o ponto de equilíbrio, o que tem implicações importantes no projeto².

Note aqui a diferença conceptual na interpretação do problema, com relação à teoria clássica: o RAT não fornece estabilidade ao ponto de operação do sistema; ele fornece a existência de um equilíbrio onde antes este não existia e, devido às características do próprio RAT, este equilíbrio muitas vezes é instável. A análise clássica, comparando os autovalores da matriz dinâmica com e sem RAT, carece de sentido no nosso contexto, visto que com RAT não há ponto de equilíbrio em torno do qual se possa linearizar o sistema e portanto esta matriz não tem significado físico nesta situação. A clássica interpretação de decomposição de componentes de torque mencionada acima é assim substituída por uma análise mais rigorosa e completa do problema. A solução clássica para o problema de estabilidade, com a estrutura RAT-ESP, continua sendo perfeitamente lógica sob o ponto de vista desta análise. As implicações desta reinterpretação serão vistas na seqüência deste trabalho.

²Este ponto será discutido no final deste Capítulo e exaustivamente explorado no restante desta monografia.

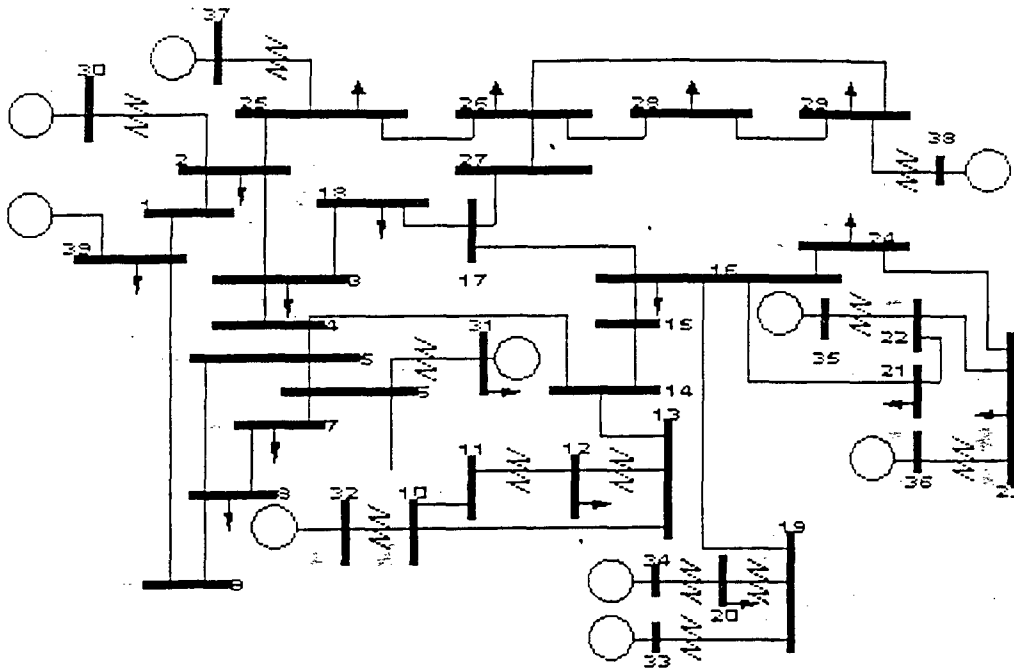


Figura 3.3: Diagrama unifilar do sistema New England.

3.3.3 Limitações da abordagem clássica

Limitações da abordagem clássica para a estabilização de sistemas de potência são ilustradas por um exemplo de sua aplicação. O sistema teste é o sistema New England, largamente utilizado para estudos de estabilidade desde longa data[16]. O diagrama unifilar do sistema é dado na Fig. 3.3. Como em [76, 32], algumas modificações são introduzidas no sistema com relação aos dados originais de [16], a saber:

- o modelo de regulador de tensão (3.2) é adotado;
- a máquina na barra 39 é modelada pelo modelo clássico de gerador e sua inércia e reatância são alteradas de forma que a máquina se aproxime de uma barra infinita;
- o modelo E'_q é utilizado para todas as outras máquinas.

Os parâmetros de modelo para as máquinas e as linhas são os mesmos de [16], bem como os dados de fluxo de carga para o caso base. Quando todos os geradores estão equipados com RAT's, o sistema no caso base apresenta quatro pares de autovalores complexos instáveis. Estes autovalores são apresentados na Tab. 3.1.

Tabela 3.1: Autovalores instáveis do sistema New England sem ESP's.

$+0,0024 \pm j7,0606$
$+0,1261 \pm j6,0564$
$+0,0355 \pm j6,2696$
$+0,0683 \pm j4,0736$

Tabela 3.2: Ajuste dos ESP's para o sistema New England, caso base.

ESP	K_{ESP}	T_1	T_2
1	10,49	0,4544 s	0,044 s
2	1,17	0,4335 s	0,051 s
3	4,00	0,4681 s	0,048 s
4	4,00	0,4124 s	0,037 s
5	4,00	0,3701 s	0,074 s
6	1,54	0,3626 s	0,053 s
7	4,00	0,2711 s	0,059 s
8	1,23	0,3202 s	0,045 s
9	4,00	0,3130 s	0,094 s

A necessidade de controle adicional é clara. ESP's são adicionados a todos os geradores do sistema. Estes ESP's têm a função de transferência usual em aplicações:

$$ESP(s) = \frac{V_P(s)}{w(s)} = K_{ESP} \frac{(1 + sT_1)^2}{(1 + sT_2)^2} \frac{T_w s}{1 + T_w s} \quad (3.4)$$

e são projetados para o caso base pelo método clássico [25, 6, 57]. Os ESP's assim concebidos serão chamados de *ESP's clássicos*. O ajuste obtido para os ESP's é apresentado na Tab. 3.2³.

Os ESP's clássicos com este ajuste fornecem bom amortecimento na condição de operação para a qual eles foram projetados, ou seja, o caso base. No entanto, em condições de operação muito distintas desta, o desempenho dinâmico do sistema é sensivelmente deteriorado, chegando mesmo à instabilidade em alguns casos. Seja, por exemplo, a condição de operação caracterizada pelas seguintes modificações com relação ao caso base:

- queda da linha entre as barras 21 e 22;
- aumento da carga na barra 16 para 500 MW, 50 MVar e na barra 21 para 400 MW, 150 MVar;

³Uma constante de tempo $T_w = 10$ s é utilizada para o estágio de "wash-out".

Tabela 3.3: Autovalores associados aos modos eletromecânicos do sistema New England com ESP's clássicos.

$-8,0668 \pm j9,3720$
$-0,3473 \pm j8,4526$
$-0,7332 \pm j8,5165$
$-0,8363 \pm j8,0806$
$-0,4150 \pm j7,1419$
$-0,3174 \pm j6,9978$
$-0,5018 \pm j5,9962$
$-1,1003 \pm j5,4371$
$-0,4867 \pm j5,2377$
$+0,1880 \pm j3,4429$

- aumento da geração na barra 7 para 900 MW.

O sistema nesta condição de operação apresenta modos de oscilação instáveis, mesmo com a presença dos ESP's. Os autovalores do sistema associados aos modos de oscilação eletromecânica nestas condições são apresentados na Tab. 3.3, onde percebe-se a presença de um par de autovalores com parte real positiva e outros dois pares de autovalores com amortecimento inferior a 5%. Logo, nesta condição de operação, os ESP's clássicos não são capazes de garantir a estabilização do sistema. Muitas outras condições de operação para as quais os ESP's clássicos não são satisfatórios existem, particularmente em condições nas quais as características dinâmicas do sistema em malha aberta (sem ESP's) são sensivelmente distintas daquelas do caso base. Ademais, é fato bem conhecido de prática de operação que os ESP's, em algumas ocasiões, causam a instabilidade do sistema e por esta razão são desligados pelos operadores.

Do ponto de vista conceptual pode-se imediatamente identificar as limitações da abordagem clássica para o projeto de ESP's:

1. um modelo linear invariante no tempo de baixa ordem é utilizado para o projeto de cada um dos estabilizadores;
2. a interação entre os diversos estabilizadores não é considerada de maneira sistemática no projeto do esquema de controle global;
3. uma estrutura particular, restritiva, é imposta ao estabilizador;

4. apenas a excitação dos geradores é considerada como entrada de controle.

De mais a mais, esta abordagem visa a solução de uma classe de estabilidade dentre aquelas da classificação tradicional: a estabilidade angular estática. O efeito destas medidas sobre as outras formas de estabilidade desta classificação não é claro.

Os sistemas de potência são sistemas não lineares de grande dimensão que devem operar em condições muito variadas. Os dispositivos utilizados para seu controle, devido às suas características operacionais e à sua distribuição geográfica, devem ter ação localizada e, no entanto, os seus efeitos são observados por todo o sistema. "Para ser bem aceito na indústria de geração de energia elétrica, qualquer método de síntese de controladores deve ser capaz de tratar a grande dimensão do sistema e a variação das suas condições de operação em uma larga faixa" [37]. Mais ainda, a complexidade e demanda crescentes sugerem a utilização do maior número possível de diferentes dispositivos de controle, expediente tornado possível pelo advento dos FACTS. Esta realidade leva às seguintes considerações no que diz respeito às limitações da abordagem clássica apontadas acima:

1. a modelagem adotada limita o projeto a considerar apenas um ponto de operação;
2. a coordenação sistemática dos diversos controladores, não contemplada na abordagem clássica, pode aumentar a eficiência dos mesmos, cujo efeito, sem esta coordenação, pode ser mutuamente prejudicial;
3. a função de transferência utilizada para o ESP é perfeitamente adequada à formulação adotada para o problema, mas não atende a especificações mais ambiciosas de controle;
4. esta estrutura de controle resulta em uma solução de baixo custo, no entanto novas alternativas, também de custo baixo, como o uso de sinais adicionais em dispositivos FACTS já existentes no sistema, estão hoje disponíveis.

3.4 Modelos de projeto

São adotados dois modelos de projeto para solucionar os problemas de estabilidade, de acordo com a classificação proposta na Tab. 2.2: um modelo MBI não linear para o projeto do controle visando a estabilidade local a cada gerador e um modelo global linear para o projeto

do esquema de controle como um todo. Estes modelos consistem da adição de entradas de controle aos modelos de análise apresentados no Capítulo 2 e são apresentados a seguir.

3.4.1 Modelo local

O modelo de projeto para estabilidade local é dado pelo modelo MBI (2.24)-(2.26) adicionando o sinal adicional do sistema de excitação conforme a equação (3.1).

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.5)$$

$$\dot{x}_2 = -b_1 x_3 \sin x_1 - D x_2 + P \quad (3.6)$$

$$\dot{x}_3 = b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + K_a(V_r - V_t(x_1, x_3) + V_P) \quad (3.7)$$

Se o RAT dinâmico (3.2) for considerado, o modelo de projeto é

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.8)$$

$$\dot{x}_2 = -b_1 x_3 \sin x_1 - D x_2 + P \quad (3.9)$$

$$\dot{x}_3 = b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + x_4 \quad (3.10)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{T_a}[-x_4 + K_a(V_r - V_t(x_1, x_3) + V_P)] \quad (3.11)$$

onde $x_4 \triangleq E_f$.

3.4.2 Modelo global

O modelo de projeto global é obtido da mesma maneira que o modelo (2.22), linearizando o modelo completo para o sistema global, e eliminando as variáveis algébricas deste modelo linearizado. Desta feita, no entanto, além dos geradores e suas conexões, estão representados no modelo completo a dinâmica dos FACTS e as entradas de controle. De maneira similar ao modelo apresentado no Capítulo 2, o modelo para projeto pode ser escrito como:

$$\dot{x} = f(x, z, u) \quad (3.12)$$

$$0 = g(x, z, u) \quad (3.13)$$

onde o vetor de estado (com RAT estático) é dado por

$$x \triangleq \begin{bmatrix} x_{G1} \\ \vdots \\ x_{GN} \\ x_{C1} \\ \vdots \\ x_{Cn_s} \\ x_{S1} \\ \vdots \\ x_{Sn_s} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$x_{Gi} = \begin{bmatrix} \delta_i \\ \omega_i \\ E'_{qi} \end{bmatrix} \quad x_{Ci} = \begin{bmatrix} \xi \\ B_{kj} \end{bmatrix} \quad x_{Si} = [B] \quad (3.15)$$

e o vetor de entradas é composto pelas saídas dos ESP's e dos controles suplementares de cada um dos dispositivos FACTS:

$$u = \begin{bmatrix} V_{P1} \\ \vdots \\ V_{Pn_p} \\ V_{C1} \\ \vdots \\ V_{Cn_c} \\ V_{S1} \\ \vdots \\ V_{Sn_s} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

V_P , V_C e V_S são respectivamente os sinais adicionados aos reguladores automáticos de tensão, aos CSC's e aos CER's; n_p , n_c e n_s são respectivamente o números de geradores, de CSC's e de CER's equipados com sinais suplementares.

Linearizando estas equações obtém-se

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \quad (3.17)$$

Eliminando as variáveis algébricas tem-se finalmente o modelo linear em espaço de estados:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.18)$$

onde

$$A = J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3 \quad (3.19)$$

$$B = B_1 - J_2 J_4^{-1} B_2 \quad (3.20)$$

Note que

$$A \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (3.21)$$

$$B \in \mathbb{R}^{n \times (n_p + n_c + n_s)} \quad (3.22)$$

onde $n = 3n_p + 2n_c + n_s$ é a ordem do sistema dinâmico (3.18), supondo que todos os geradores e todos os dispositivos FACTS são equipados com sinais adicionais⁴.

O exame dos modelos considerados neste trabalho revela que a matriz B_2 é nula, e portanto a matriz de entrada B do modelo (3.18) mantém a estrutura bloco-diagonal da matriz B_1 :

$$B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & b_{(n_p+n_c+n_s)} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

onde cada b_i é o vetor de entrada de um dos dispositivos de controle. Considere-se o modelo E'_q (2.1)-(2.3) para os geradores, com o regulador de tensão estático (3.1), e os modelos apresentados nas Figs. 3.1 e 3.2 para os dispositivos de controle em FACTS. Então os vetores de entrada do modelo para os geradores são dados por

$$b_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{ai} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Para os CSC's tem-se

$$b_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_d} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

e para os CER's:

$$b_i = \begin{bmatrix} \frac{K_s}{T_s} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

3.5 Problemas de projeto do esquema de controle

A melhor concepção do esquema de controle depende dos problemas encontrados em cada sistema em particular. Se os problemas mais críticos encontrados em um dado sistema estão associados ao comportamento local de alguns de seus geradores, então controle local deve ser adicionado a cada um destes geradores, e o projeto de cada um destes controladores deve ser

⁴Esta hipótese é feita com a única finalidade de simplificar a notação e a apresentação, e claramente não tem implicação alguma sobre os resultados apresentados nesta monografia.

levado a efeito sobre o modelo de projeto MBI (3.5)-(3.7). O objetivo deste projeto seria obter um sistema em malha fechada com comportamento dinâmico adequado e cujo ponto de equilíbrio tenha uma região de atração de tamanho suficiente, a fim de obter tempos críticos de eliminação de faltas adequados. Se, por outro lado, os problemas mais críticos estão associados a oscilações interárea, então a síntese do esquema de controle deve considerar o modelo linear (3.18), e o objetivo de projeto passa a ser garantir que os autovalores do sistema em malha fechada sejam suficientemente estáveis para todas as condições de operação a que o sistema deve ser submetido.

Em um caso genérico, em que se deseje melhorar ambos aspectos da estabilidade, uma solução seria fazer inicialmente um projeto local, com o projeto de controle local para melhoria das margens de estabilidade em pontos críticos do sistema. O sistema global, já equipado com estes controladores locais, seria então modelado e um projeto de melhoria da estabilidade global levado a efeito. Esta, seria, reiteramos, *uma* estratégia possível para a concepção do esquema de controle como um todo. Enfatizamos uma vez mais que foge ao escopo desta monografia a justificação e/ou análise desta ou de outras estratégias. É, este sim, objetivo da presente monografia identificar e resolver, sob um enfoque analítico, os problemas de projeto, fornecendo assim métodos que permitam a síntese sistemática do esquema de controle e de cada um dos controladores envolvidos neste esquema, independente do esquema de controle particular no qual estes controladores se inserem.

Em suma, os diversos controladores a serem projetados visam, para o modelo MBI, o *alargamento da região de atração* do ponto de operação e o *amortecimento do sistema*. Para o modelo global, é buscada a estabilização dos fenômenos interárea, que podem ser descritos por um *modelo linear incerto*, e que exige um esquema de *controle coordenado*. Em ambos os casos, o meio físico utilizado será o controle suplementar de dispositivos que regulam determinadas variáveis do sistema, e portanto a estabilização de um *ponto de equilíbrio desconhecido* é buscada.

Assim sendo, alguns problemas fundamentais que não estão completamente resolvidos na teoria de controle atual se apresentam no projeto, a saber:

1. o desempenho do esquema de controle em diferentes condições de operação;
2. a coordenação entre os diversos controladores no sistema global;

3. o desconhecimento do ponto de equilíbrio na implementação das leis de controle suplementar;
4. projeto de controladores visando o alargamento da região de atração do equilíbrio estável.

Estes problemas têm sido abordados, ainda que não necessariamente neste exato contexto, na literatura recente de sistemas de potência, e são discutidos a seguir. Cada um destes problemas é estudado no seguimento desta monografia. Soluções para cada um deles serão obtidas, sempre embasadas em análise matemática rigorosa. É importante ressaltar que soluções existem na literatura para os itens 1 e 2. Com efeito, vasta é a teoria de controle robusto, bem como de controle descentralizado, e aplicações destes resultados teóricos a sistemas de potência têm sido propostas recentemente ([93, 94, 80, 50, 89, 88, 76], por exemplo). No entanto, estes resultados consideram um ou outro aspecto separadamente, e o que buscamos aqui são métodos que contemplem a um só tempo ambos objetivos.

3.5.1 Ponto de operação desconhecido

Ao se utilizar uma realimentação para estabilização que não aquela que está sendo regulada, surge um problema: a realimentação em geral mudaria o ponto de equilíbrio do sistema, afetando o valor de regime permanente da variável regulada. Este é o caso dos ESP's convencionais, em que um sinal de saída (velocidade do rotor, por exemplo) é utilizado para realimentação. A solução no caso dos ESP's é a inclusão de um filtro passa-altas, conhecido como filtro de wash-out, que elimina a ação do controlador em regime permanente. ESP's clássicos são projetados com base em um modelo linearizado do sistema MBI (o modelo de Heffron-Phillips) e um argumento de resposta em frequência [25], e neste caso a aplicação destes filtros é justificada no mesmo contexto: desde que o filtro passa-altas tenha uma frequência de corte muito inferior às frequências de operação do sistema ele não terá influência sobre o desempenho do sistema nesta faixa de frequência. Neste caso o filtro tem influência sobre o comportamento do sistema apenas em regime permanente e não precisa ser considerado quando do projeto do ESP.

Ao se utilizar outra estrutura de realimentação a solução pode não ser tão simples. Para uma realimentação de estados não está claro que se possa adotar como solução os filtros de wash-out, pois o argumento de resposta em frequência deixa de ser válido. Se esta realimentação for não linear, a questão é ainda mais problemática.

Este problema tem sido verificado em recentes aplicações de controle por realimentação linearizante propostas na literatura para a estabilização de sistemas de potência[4, 49, 19]. A solução proposta nestas publicações, que se baseia em trabalhos de síntese de pontos de equilíbrio[113, 112], é bastante complexa e não apresenta prova de estabilidade. Em tantas outras publicações envolvendo controle não linear de sistemas de potência[63, 61, 106, 105, 68, 69] o problema não é tratado e as leis de controle são implementadas a nível de simulação utilizando o conhecimento do equilíbrio, o que não seria implementável na prática.

3.5.2 Coordenação

Ao se conceber o esquema de controle global para o sistema, diversos controladores são projetados, um para cada máquina ou dispositivo FACTS. Estes controladores são usualmente projetados utilizando modelos locais para o sistema, em que se despreza tanto a dinâmica do restante do sistema quanto o efeito dos outros controladores. Dificuldades são usualmente encontradas na solução do problema global de estabilidade: uma vez que os fenômenos interárea não são observados no modelo de projeto, não se pode esperar que o controlador projetado com base neste modelo seja efetivo para a solução deste problema. Ademais, cada controlador pode ter efeitos adversos sobre a atuação dos outros, e grande engenho e arte são dispendidos em procedimentos de ajuste seqüencial iterativo dos parâmetros dos controladores. À medida que os problemas de estabilidade se tornam mais críticos, exigindo ajustes mais finos de um número cada vez maior de controladores em um sistema de dimensão crescente, estes procedimentos empíricos tornam-se cada vez mais ineficientes.

O problema de estabilidade global deve então ser tratado como tal, ou seja, como o projeto de controladores sobre um modelo global do sistema. Os diversos controladores devem ser projetados de maneira coordenada, de forma que o desempenho do esquema global de controle seja tratado explícita e diretamente no projeto, evitando que os controladores sejam mutuamente prejudiciais sem a necessidade de procedimentos empíricos e iterativos de tentativa e erro. Neste sentido uma abordagem de controle subótimo com restrições estruturais foi proposta para a síntese de controladores em sistemas de potência[76, 32, 88, 33]. Nesta abordagem os diversos controladores no sistema são vistos como um único controlador descentralizado, e todos os ESP's e sinais adicionais para dispositivos FACTS são projetados a um só tempo, de

maneira coordenada. O projeto passa pela solução de uma equação de Riccati modificada, e o controlador global resultante garante a otimalidade do sistema em malha fechada segundo um índice de desempenho quadrático.

3.5.3 Robustez

Os parâmetros no modelo (3.12)-(3.13) são obtidos a partir dos parâmetros físicos dos elementos do sistema, e portanto são conhecidos com uma precisão que depende da precisão na medida destes parâmetros físicos. Mais ainda, estes parâmetros variam quando a topologia do sistema é alterada. No caso do modelo linearizado (3.18), variações ainda maiores em seus parâmetros são causadas pela simples mudança de ponto de operação do sistema, mesmo com topologia fixa. Os elementos da matriz dinâmica neste modelo dependem fortemente dos valores de equilíbrio das variáveis do sistema no ponto de operação, e variam em uma ampla faixa quando variações no padrão de carga são consideradas.

Se o controle é projetado, como usualmente o é, para garantir a estabilidade do sistema para um dado ponto de operação, o comportamento do sistema pode ser bastante degradado pela variação das condições de operação, eventualmente levando o sistema à instabilidade. É importante então a consideração explícita da variação paramétrica do sistema no projeto do controlador, utilizando um método de projeto que resulte em um controlador que garanta a estabilidade e o desempenho do sistema em qualquer condição de operação pré-estabelecida. Métodos de análise e síntese de controle robusto têm sido aplicados ao projeto de controladores em sistemas de potência recentemente, explorando principalmente métodos de projeto H_∞ da abordagem freqüencial ao controle robusto[94, 14, 92, 93, 50, 80, 1, 105]. A modelagem do sistema e das incertezas no domínio do tempo, que permite a modelagem paramétrica, tem sido pouco explorada[28, 82].

3.5.4 Alargamento da região de atração

Um campo amplamente inexplorado na teoria de controle é o efeito do controle sobre o tamanho da região de atração do equilíbrio em sistemas não lineares. Se a nível de análise a literatura é escassa[52], a nível de síntese ela é virtualmente inexistente. Em sistemas de potência o tamanho da região de atração do ponto de operação tem grande importância, com efeito claro

e direto sobre um dos critérios mais importantes de estabilidade do sistema, o tempo crítico de eliminação de faltas. Assim, é claramente desejável que o controle não só garanta um desempenho dinâmico adequado ao sistema mas também uma região de atração de tamanho adequado ao ponto de operação. O projeto de controladores visando especificamente este fim deve então ser considerado.

3.6 Conclusões

A regulação estática das variáveis de um sistema de potência se vale de diversos meios físicos de controle, principalmente do controle de excitação dos geradores e dos dispositivos FACTS. O controle de sistemas de potência visando à estabilização de fenômenos dinâmicos é usualmente feita por meio dos ESP's, que constituem sinais suplementares à regulação de tensão no controle de excitação dos geradores. A estabilização pode valer-se também de sinais suplementares em dispositivos FACTS. A inclusão destas entradas de controle nos modelos apresentados no Capítulo 2 leva à obtenção de modelos de projeto que serão utilizados para a solução de cada um dos problemas de estabilidade conforme apresentados no Capítulo 2.

Analisando os objetivos de controle e os modelos de projeto, alguns problemas de projeto são identificados. A inclusão a um só tempo da coordenação e da robustez dos controladores como um requisito *a priori* no projeto, o desconhecimento do ponto de equilíbrio a ser estabilizado, e a obtenção de regiões de atração de tamanho adequado são problemas não resolvidos pela teoria de controle corrente e que devem ser abordados no projeto dos controladores para a estabilização do modelo do sistema como apresentado nesta monografia. Estes problemas serão resolvidos a nível teórico no seguimento desta monografia, e estas soluções serão aplicadas a exemplos de sistemas de potência.

Capítulo 4

Seguimento do Ponto de Equilíbrio

4.1 Introdução

Conforme discutido no Capítulo 3, do ponto de vista do projeto do controle adicional em sistemas de potência tem-se um ponto de equilíbrio a ser estabilizado, mas este ponto de equilíbrio é desconhecido. Este problema é enfrentado não só em projeto de sinais adicionais em sistemas de potência, mas também em outros problemas de controle. É o caso de estabilização de trajetórias de veículos, por exemplo[3, 60]. A solução usual para o problema é projetar o controle como se o ponto de equilíbrio fosse conhecido e adicionar a este controle um filtro passa-altas com frequência de corte muito baixa, usualmente denominado *filtro de wash-out*. Tal procedimento é sustentado por um argumento de resposta em frequência[25, 6], e tem sido utilizado nestas e outras aplicações. Tem sido também sustentado que o uso de filtros de wash-out oferece vantagens mesmo quando não se fazem necessários[2], inclusive para o controle de caos e bifurcações[107, 97].

No entanto não existe um embasamento teórico para este procedimento no caso geral. O argumento de resposta em frequência não é suficiente para demonstrar estabilidade do sistema em malha fechada com o filtro de wash-out. Não há garantia de que os filtros de wash-out possam ser aplicados com controladores de estrutura complexa, ou análise de seus efeitos em sistemas multivariáveis ou não lineares. Tal análise, além de fornecer um argumento teórico para explicar os efeitos benéficos dos filtros de wash-out, pode indicar suas limitações e fornecer alternativas de solução para o problema. Um tal embasamento teórico para o problema de controle de sistemas com ponto de equilíbrio desconhecido é fornecido neste Capítulo.

Primeiramente o problema é colocado de maneira genérica, e uma solução é proposta¹. Dois casos básicos são identificados como os mais importantes, e cada caso é estudado em profundidade. Cada um destes casos abrange um dos modelos de projeto para sistemas de potência apresentados no Capítulo 3 desta monografia. Condições para estabilidade e métodos de projeto do esquema de controle são derivados. Ao longo do estudo é demonstrado que o filtro de wash-out é um caso particular do esquema proposto, que sua aplicação é limitada a uma determinada classe de problemas, e que o esquema proposto é aplicável a uma classe muito mais ampla de problemas. Além da demonstração matemática de todos os resultados, exemplos ilustrativos são também apresentados a fim de esclarecer os conceitos introduzidos[10, 11].

4.2 Colocação do problema

Seja o sistema dinâmico não linear, afim na entrada, com as hipótese usuais para existência e unicidade de soluções[46]:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.1)$$

com $x \in \mathbb{R}^n$ e $u \in \mathbb{R}^m$. Assuma que o sistema em malha aberta

$$\dot{x} = f(x) \quad (4.2)$$

tem um ponto de equilíbrio isolado x_e^o no qual ele deve operar em regime permanente:

$$f(x_e^o) = 0 \quad (4.3)$$

onde o sobrescrito o indica o ponto de operação. Assuma ainda que uma lei de controle

$$u = \phi(x, x_e^o) \quad (4.4)$$

foi projetada de tal forma que x_e^o é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável do sistema em malha fechada. Então o sistema em malha fechada é

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\phi(x, x_e^o) \quad (4.5)$$

O ponto de equilíbrio é uma constante e portanto pode ser visto como um parâmetro na lei de controle (4.4). A fim de que o controle não desloque o ponto de operação deseja-se

$$\phi(x_e^o, x_e^o) = 0 \quad (4.6)$$

¹Problemas similares, ainda que em um contexto ligeiramente distinto, são tratados em [31, 26]

Claro está que, a fim de projetar adequadamente a lei de controle atendendo à restrição (4.6), deve-se ter conhecimento do ponto de operação x_e^o . Ademais, mesmo que o projeto desta lei de controle sem esta informação seja possível², a sua implementação não o é. A implementação da lei de controle (4.4) exige portanto o conhecimento *a priori* do ponto de operação x_e^o . Quando esta informação não está disponível, esta lei de controle não pode ser implementada.

4.3 A estrutura de adaptação

O projeto e implementação da lei de controle (4.4) atendendo à restrição (4.6) não são possíveis devido ao desconhecimento do ponto de equilíbrio. Ou seja, o equilíbrio é um parâmetro incerto na lei de controle. Esta interpretação sugere a utilização de um estimador para este parâmetro e a implementação de uma lei de controle adaptativa baseada no princípio de equivalência³[83]:

$$u = \phi(x, \hat{\theta}) \quad (4.7)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \psi(x, \hat{\theta}) \quad (4.8)$$

onde foi definido o parâmetro incerto $\theta \triangleq \gamma(x_e^o)$, com $\gamma(\cdot)$ uma função contínua e derivável, e $\hat{\theta}$ é uma estimativa para este parâmetro, obtida como a saída do estimador (4.8). É importante notar que a função de controle $\phi(\cdot, \cdot)$ em (4.7) foi redefinida com relação a (4.4), pois agora seu segundo argumento não é mais o equilíbrio, mas uma função dele. Ou seja, o controle deve ser escrito como

$$u = \phi(x, \gamma(x_e^o)) \quad (4.9)$$

e não como em (4.4).

O sistema em malha fechada com o esquema adaptativo de controle (4.7)-(4.8) é então

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\phi(x, \hat{\theta}) \quad (4.10)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \psi(x, \hat{\theta}) \quad (4.11)$$

A lei de controle da qual é derivado o controle adaptativo, neste caso genérico dada por (4.9), será doravante denominada *controle estático*, e o esquema adaptativo correspondente (4.10)-(4.11) a *extensão dinâmica* deste controle, ou *controle dinâmico*.

²O que ocorre se a função $\phi(\cdot, \cdot)$ é de uma certa estrutura particular, como será visto mais adiante.

³O princípio de "certainty equivalence".

O parâmetro desconhecido θ pode ser o próprio equilíbrio x_e^o , como sugerido pela discussão acima, mas não necessariamente. Pode-se também definir o parâmetro incerto como sendo uma função conhecida do equilíbrio. Dois casos básicos se apresentam naturalmente e serão tratados em detalhe neste Capítulo.

O primeiro surge quando o projeto da lei de controle (4.9) é feito após uma mudança de variáveis $z \triangleq x - x_e^o$ que desloca o ponto de operação para a origem do espaço de estados. Neste caso o controle é da forma

$$u = \phi(x, \gamma(x_e^o)) = \varphi(z) = \varphi(x - x_e^o) \quad (4.12)$$

Mas z é uma variável fictícia e portanto não mensurável, e a única medida possível é o estado original do sistema x . Portanto a implementação do controle acima requer o conhecimento ou a obtenção em tempo real do equilíbrio x_e^o . Se isto não é possível, definimos o parâmetro $\theta \triangleq x_e^o$ e utilizamos uma estimativa para este parâmetro na lei de controle:

$$u = \varphi(x - \hat{\theta}) \quad (4.13)$$

Neste caso tem-se $\gamma(x) = x$ e diz-se que há *adaptação no estado*.

Por outro lado, se o controle é projetado diretamente no modelo original do sistema, sem mudança de variáveis, e particularmente a partir de métodos de Liapunov, é comum se obter um controle da forma

$$u = \phi(x, \gamma(x_e^o)) = \varphi(x) - \varphi(x_e^o) \quad (4.14)$$

Pode-se então definir o parâmetro incerto $\theta \triangleq \varphi(x_e^o)$ e utilizar uma estimativa para este parâmetro:

$$u = \varphi(x) - \hat{\theta} \quad (4.15)$$

Neste caso tem-se $\gamma(x) = \varphi(x)$ e diz-se que há *adaptação no controle*.

A fim de manter o ponto de operação na sua posição original, a lei de controle $\phi(\cdot, \cdot)$ e a função de estimação $\psi(\cdot, \cdot)$ devem satisfazer

$$\phi(x, \gamma(x)) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n \quad (4.16)$$

$$\psi(x, \hat{\theta}) = 0 \leftrightarrow \phi(x, \hat{\theta}) = 0 \quad (4.17)$$

Fato 4.1 Considere o sistema (4.10)-(4.11), com as funções de controle $\phi(\cdot, \cdot)$ e de adaptação $\psi(\cdot, \cdot)$ satisfazendo (4.16) e (4.17). Então a cada equilíbrio x_e do sistema em malha aberta (4.2) corresponde um e apenas um equilíbrio do sistema em malha fechada (4.10)-(4.11), e este equilíbrio é dado por $[x_e^T \ \gamma^T(x_e)]^T$.

◇

Prova: Um dado ponto $[x_0^T \ \hat{\theta}_0^T]^T$ é um equilíbrio do sistema (4.10)-(4.11) se e somente se as duas equações abaixo são satisfeitas.

$$f(x_0) + g(x_0)\phi(x_0, \hat{\theta}_0) = 0 \quad (4.18)$$

$$\psi(x_0, \hat{\theta}_0) = 0 \quad (4.19)$$

Devido a (4.17), (4.18)-(4.19) são equivalentes a:

$$f(x_0) = 0 \quad (4.20)$$

$$\phi(x_0, \hat{\theta}_0) = 0 \quad (4.21)$$

Portanto, $[x_0^T \ \hat{\theta}_0^T]^T$ é um equilíbrio de (4.10)-(4.11) se e somente se x_0 é um equilíbrio do sistema em malha aberta (4.2) e $\hat{\theta}_0 = \gamma(x_0)$.

□

O ponto de operação original é mantido de forma robusta, no sentido de que esta propriedade independe dos parâmetros do controlador e do sistema. Por outro lado, todos os pontos de equilíbrio são mantidos, e não apenas o ponto de operação. Esta última propriedade pode ser conveniente ou não, dependendo da aplicação.

Uma estrutura particular é proposta para o estimador. Esta consiste de um estimador linear:

$$\psi(x, \hat{\theta}) = M(\gamma(x) - \hat{\theta}) \quad (4.22)$$

onde $\gamma(x)$ é a função do estado que foi definida como parâmetro desconhecido ($\gamma(x) = x \in \mathbb{R}^n$ no caso de adaptação no estado e $\gamma(x) = \varphi(x) \in \mathbb{R}^m$ no caso de adaptação no controle) e M é uma matriz quadrada, com dimensões apropriadas e posto completo. É fácil verificar que este estimador atende à restrição (4.17). As propriedades de estabilidade do sistema adaptativo (4.10)-(4.11) com o estimador linear acima serão estudadas a seguir para os casos de adaptação no estado e adaptação no controle.

4.4 Adaptação no estado

4.4.1 Análise global

Considere o sistema (4.1) com o ponto de equilíbrio isolado x_e^o e a lei de controle (4.9). Assuma que esta lei de controle foi projetada após uma mudança de variáveis $z = x - x_e^o$ que desloca o ponto de equilíbrio para a origem do espaço de estados ($z_e^o = 0$). Então a lei de controle tem a forma

$$u = \phi(x, \gamma(x_e^o)) = \varphi(z) = \varphi(x - x_e^o) \quad (4.23)$$

com $\varphi(0) = 0$ e o sistema em malha fechada com este controle é descrito pela equação

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\varphi(x - x_e^o) \quad (4.24)$$

O parâmetro desconhecido neste caso é o próprio ponto de operação $\theta = x_e^o$. O mecanismo de adaptação linear (4.22) é utilizado para este parâmetro. O sistema em malha fechada com o controle dinâmico é dado por

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\varphi(x - \hat{\theta}) \quad (4.25)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = M(x - \hat{\theta}) \quad (4.26)$$

com $M \in \mathfrak{R}^{n \times n}$.

Neste caso podemos analisar as propriedades locais de estabilidade do sistema acima. Sejam as matrizes jacobianas

$$J_O \triangleq \frac{\partial f}{\partial x}, \quad J_C \triangleq J_O + g \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (4.27)$$

calculadas no equilíbrio x_e^o , ou seja, para $z = 0$. A matriz J_O será chamada de *jacobiana em malha aberta* e J_C de *jacobiana de malha fechada estática*, porque J_C é a jacobiana de (4.24). Sejam $\lambda_i(\cdot)$ o i -ésimo autovalor de uma matriz e $|\cdot|$ o determinante de uma matriz.

Fato 4.2 A linearização de (4.25)-(4.26) em torno do equilíbrio $[x_e^{oT} \ x_e^{oT}]^T$:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{\theta}} \end{bmatrix} = A_{cl} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

com

$$A_{cl} \triangleq \begin{bmatrix} J_C & -g \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ M & -M \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

satisfaz

$$\prod_{i=1}^{2n} \lambda_i(A_{cl}) = \prod_{j=1}^n \lambda_j(J_O) \prod_{k=1}^n \lambda_k(-M) \quad (4.30)$$

◇

Prova: Usando as propriedades genéricas $\prod_{i=1}^p \lambda_i(P) = |P| \quad \forall P \in \mathbb{R}^{p \times p}$ e $|AB| = |A| |B|$, e o complemento de Schur[110, 36], obtém-se

$$\begin{aligned} |A_{cl}| &= |J_C| \left| -M + MJ_C^{-1} g \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right| \\ &= |J_C| \left| -M \right| |J_C^{-1}| \left| J_C - g \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right| \\ &= |J_O| \left| -M \right| \end{aligned} \quad (4.31)$$

□

Para que o ponto de operação x_e^o seja assintoticamente estável, A_{cl} deve ser uma matriz Hurwitz, o que impõe uma restrição na matriz de adaptação M .

Fato 4.3 Uma condição necessária para que a matriz A_{cl} seja Hurwitz é que a paridade do número de autovalores instáveis de $-M$ deve ser igual àquela da jacobiana de malha aberta J_O .

◇

Prova: Tomando o sinal dos dois membros da equação (4.31) tem-se:

$$\text{sgn}(|A_{cl}|) = \text{sgn}(|-M| |J_O|) \quad (4.32)$$

Seja r o número de autovalores instáveis de J_O e s o número de autovalores instáveis da matriz $-M$, a ser determinado. Se todos os autovalores de A_{cl} têm parte real negativa então (4.32) resulta em

$$(-1)^{2n} = (-1)^{n-s} (-1)^{n-r} \quad (4.33)$$

Desenvolvendo ambos os lados desta equação tem-se

$$1 = (-1)^{-s} (-1)^{-r} = (-1)^{s+r} \quad (4.34)$$

o que implica que $s + r$ é par.

□

Corolário 4.1 *Suponha que o número de autovalores instáveis de J_O é ímpar. Então para que a matriz A_{cl} seja Hurwitz é necessário que $-M$ tenha também um número ímpar de autovalores instáveis.*

◇

O Corolário acima demonstra uma característica interessante do esquema de controle dinâmico. Se o mecanismo de adaptação (4.22) é visto como um subsistema cujo estado é a estimativa $\hat{\theta}$ e cuja entrada é o estado x do sistema x :

$$\dot{\hat{\theta}} = -M\hat{\theta} + Mx \quad (4.35)$$

então $-M$ é a matriz dinâmica deste sistema. Sob as condições do Corolário acima esta matriz deve ter ao menos um autovalor instável, e portanto este subsistema seria necessariamente instável neste caso.

4.4.2 Adaptação lenta

Suponha agora, como é usual em controle adaptativo [83, 81] que a adaptação é lenta quanto comparada à dinâmica do estado x do sistema:

$$\dot{\hat{\theta}} = \varepsilon M.(x - \hat{\theta}) \quad (4.36)$$

onde $0 < \varepsilon \ll 1$ é um parâmetro pequeno. O sistema em malha fechada é então descrito por

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\varphi(x - \hat{\theta}) \quad (4.37)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \varepsilon M(x - \hat{\theta}) \quad (4.38)$$

Uma análise por perturbações singulares pode então ser levada a cabo.

Em terminologia padrão em perturbações singulares a equação algébrica

$$f(x) + g(x)\varphi(x - \hat{\theta}) = 0 \quad (4.39)$$

é a equação de *quasi-regime-permanente* e sua solução é anotada $x = h(\hat{\theta})$, e o conjunto definido pela equação (4.39):

$$\{(x, \hat{\theta}) : f(x) + g(x)\varphi(x - \hat{\theta}) = 0\} \quad (4.40)$$

é a variedade lenta do sistema dinâmico (4.37)-(4.38). O sistema

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\varphi(x - \hat{\theta}) \quad (4.41)$$

com $\hat{\theta}$ constante é o sistema rápido e

$$\dot{\hat{\theta}} = \varepsilon M(h(\hat{\theta}) - \hat{\theta}) \quad (4.42)$$

é o sistema reduzido de (4.37)-(4.38)[51].

Se os equilíbrios destes dois subsistemas são ambos exponencialmente estáveis então a estabilidade exponencial do equilíbrio correspondente no sistema global para ε suficientemente pequeno decorre de um resultado conhecido em teoria de perturbações singulares[51] (ver Apêndice B). A estabilidade exponencial do sistema rápido deve ser garantida pelo projeto da lei de controle $u = \varphi(x - x_e^o)$. Nossa tarefa é determinar uma matriz de adaptação tal que, dada esta lei de controle, o equilíbrio do sistema reduzido seja exponencialmente estável. Isto por sua vez garantirá a estabilidade do sistema (4.37)-(4.38) para ε suficientemente pequeno, ou seja, para adaptação suficientemente lenta. O Teorema abaixo fornece o resultado necessário para tanto.

Teorema 4.1 *Suponha que*

1. *existe uma lei de controle $u = \varphi(x - x_e^o)$ tal que x_e^o é um equilíbrio exponencialmente estável do sistema (4.24);*
2. *J_C e J_O são não singulares.*

Sob estas condições, existem uma matriz $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e um escalar $\varepsilon^ > 0$ tais que, $\forall \varepsilon \in [0, \varepsilon^*)$, $[x_e^{oT} \quad x_e^{oT}]^T$ é um equilíbrio exponencialmente estável do sistema (4.37)-(4.38).*

◇

Prova: *A hipótese 1 implica que (4.41) tem um equilíbrio exponencialmente estável, e esta estabilidade é uniforme no parâmetro $\hat{\theta}$ (ver Apêndice B). Por outro lado, a linearização do sistema reduzido (4.42) em torno do equilíbrio $\hat{\theta}_e^o = x_e^o$ é*

$$\dot{\hat{\theta}} = \varepsilon M \left(\frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}} - I \right) \hat{\theta} \quad (4.43)$$

Tomando a derivada com relação a $\hat{\theta}$ em (4.39) e notando que $\varphi(\cdot)$ se anula neste equilíbrio obtém-se

$$J_O \frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}} + g \frac{\partial \varphi}{\partial x} \left[\frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}} - I \right] = 0 \quad (4.44)$$

Isolando $\frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}}$ na equação acima tem-se

$$\frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}} = J_C^{-1} \left[g \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] \quad (4.45)$$

Então

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}} - I &= J_C^{-1} g \frac{\partial \varphi}{\partial x} - I \\ &= J_C^{-1} \left[g \frac{\partial \varphi}{\partial x} - J_C \right] \\ &= -J_C^{-1} J_O \end{aligned} \quad (4.46)$$

e (4.43) pode ser escrita como

$$\dot{\hat{\theta}} = -\varepsilon (M J_C^{-1} J_O) \hat{\theta} \quad (4.47)$$

Da hipótese 2 decorre que $J_C^{-1} J_O$ é não singular e portanto $\exists M$ tal que $-M J_C^{-1} J_O$ é Hurwitz: basta escolher arbitrariamente uma matriz Hurwitz (digamos H) e fazer $M = -H (J_C^{-1} J_O)^{-1}$. Se uma tal matriz M é escolhida como a matriz de adaptação, então a estabilidade exponencial do equilíbrio x_e° de (4.47) é garantida. Uma vez que os dois subsistemas apresentam estabilidade exponencial, a estabilidade exponencial do equilíbrio do sistema composto (4.37)-(4.38) para ε suficientemente pequeno segue ([51], Capítulo 7, Corolário 2.3).

□

A matriz de adaptação M é obtida a partir de uma relação envolvendo a jacobiana de malha aberta, que é dada no problema, e a jacobiana estática de malha fechada, que é determinada pelo projeto do controle $\varphi(x - x_e^\circ)$. Estas matrizes nem sempre podem ser calculadas porque elas dependem do equilíbrio, que é desconhecido. Entretanto, em certos casos é possível obtê-las, e em outros podem ser usadas aproximações. Os exemplos apresentados ao final deste Capítulo ilustram estes pontos. Ainda assim, os resultados e comentários acima não resolvem o problema do projeto do controle no caso geral. Um método de projeto é apresentado no Apêndice F.

O sistema em malha fechada (4.37)-(4.38) apresenta um comportamento de duas escalas de tempo. O estado do sistema original x é o estado rápido e a estimativa $\hat{\theta}$ para o parâmetro é

o estado lento. Para uma condição inicial dentro da região de atração do ponto de operação o sistema inicialmente convergirá para a variedade lenta definida por (4.39) com $\hat{\theta}$ constante, e em seguida evoluirá lentamente dentro desta variedade até alcançar o ponto de equilíbrio x_e^o . Pode-se assumir que a condição inicial no estado lento é próxima ao ponto de operação, pois estas variáveis são as do controlador e portanto não estão diretamente expostas a perturbações externas. Neste caso o desempenho do sistema do ponto de vista do estado rápido x é muito semelhante àquele do sistema (4.5). Também estas questões ficarão mais claras com os exemplos apresentados ao final deste Capítulo.

4.4.3 Filtros de wash-out

Será demonstrado em seguida que os filtros de wash-out representam um caso particular do controlador adaptativo acima descrito. Seja em (4.38), $M = I$. Então

$$\dot{\hat{\theta}} = \varepsilon(x - \hat{\theta}) \quad (4.48)$$

Definindo

$$x_f \triangleq x - \hat{\theta} \quad (4.49)$$

tem-se

$$\dot{x}_f = \dot{x} - \dot{\hat{\theta}} = \dot{x} - \varepsilon(x - \hat{\theta}) = \dot{x} - \varepsilon x_f \quad (4.50)$$

Se s representa a variável complexa e o sobrescrito i indica a i -ésima componente de um vetor, então podemos escrever (4.50) no domínio da frequência como

$$x_f^i(s) = \frac{s}{s + \varepsilon} x^i(s); \quad i = 1, \dots, n \quad (4.51)$$

Ou seja, o sinal x_f é obtido passando o estado x por um filtro passa-altas com uma constante de tempo muito grande: um filtro de wash-out. Mas x_f é o argumento da lei de controle $\varphi(\cdot)$ em (4.37). Logo o controle é obtido aplicando a lei de controle $\varphi(\cdot)$ sobre uma versão filtrada do estado x . O resultado abaixo é um Corolário do Teorema 4.1 e especifica sob que condições filtros de wash-out podem ser aplicados.

Corolário 4.2 *Seja, em (4.38), $M = I$, e ε suficientemente pequeno. Então $[x_e^{oT} \quad x_e^{oT}]^T$ é um equilíbrio exponencialmente estável de (4.37)-(4.38) se e somente se $-J_C^{-1}J_O$ é uma matriz Hurwitz.*

◇

4.5 Adaptação no controle

Considere novamente o sistema (4.1) com o ponto de equilíbrio isolado x_e^o e a lei de controle (4.9). Assuma que a lei de controle tem a forma

$$u = \phi(x, \gamma(x_e^o)) = \varphi(x) - \varphi(x_e^o) \quad (4.52)$$

Então o sistema em malha fechada com este controle é descrito pela equação

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(\varphi(x) - \varphi(x_e^o)) \quad (4.53)$$

O parâmetro desconhecido neste caso é o valor da função $\varphi(\cdot)$, assumida contínua e derivável, para o ponto de operação x_e^o . O mecanismo de adaptação linear (4.22) é utilizado para este parâmetro. O sistema em malha fechada com o controle dinâmico é dado por

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (4.54)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = M(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (4.55)$$

com $M \in \mathfrak{R}^{m \times m}$.

Podemos analisar as propriedades locais de estabilidade do sistema acima de maneira similar ao caso de adaptação no estado. Sejam as matrizes jacobianas

$$J_O \triangleq \frac{\partial f}{\partial x}, \quad J_C \triangleq J_O + g \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (4.56)$$

calculadas no equilíbrio $[x_e^{oT} \quad \varphi^T(x_e^o)]^T$. Novamente a matriz J_O será chamada de *jacobiana em malha aberta* e J_C de *jacobiana de malha fechada estática*, por ser a jacobiana de (4.53).

Fato 4.4 A linearização de (4.54)-(4.55) em torno do equilíbrio $[x_e^{oT} \quad \varphi^T(x_e^o)]^T$ é dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{\theta}} \end{bmatrix} = A_{cl} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

com

$$A_{cl} \triangleq \begin{bmatrix} J_C & -g \\ M \frac{\partial \varphi}{\partial x} & -M \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

e satisfaz

$$\prod_{i=1}^{n+m} \lambda_i(A_{cl}) = \prod_{j=1}^n \lambda_j(J_O) \prod_{k=1}^m \lambda_k(-M) \quad (4.59)$$

◇

Prova: De maneira similar ao Fato 4.2, mas utilizando ainda $|I+AB| = |I+BA|$ [110, 36], obtém-se

$$\begin{aligned}
 |A_{cl}| &= |J_C| \left| -M + M \frac{\partial \varphi}{\partial x} J_C^{-1} g \right| \\
 &= |J_C| \left| -M \right| \left| I - g \frac{\partial \varphi}{\partial x} J_C^{-1} \right| \\
 &= |J_C| \left| -M \right| |J_C^{-1}| \left| J_C - g \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right| \\
 &= |J_O| \left| -M \right|
 \end{aligned} \tag{4.60}$$

□

Novamente uma restrição à matriz de adaptação M é imposta.

Fato 4.5 Uma condição necessária para que a matriz A_{cl} seja Hurwitz é que a paridade do número de autovalores instáveis de $-M$ deve ser igual àquela da jacobiana de malha aberta J_O .

◇

Prova: Tomando o sinal dos dois membros da equação (4.30) tem-se:

$$\operatorname{sgn}(|A_{cl}|) = \operatorname{sgn}(|-M| |J_O|) \tag{4.61}$$

Seja r o número de autovalores instáveis de J_O e s o número de autovalores instáveis da matriz $-M$, a ser determinado. Se todos os autovalores de A_{cl} tem parte real negativa então (4.61) resulta em

$$(-1)^{n+m} = (-1)^{n-r} (-1)^{m-s} = (-1)^{n+m} (-1)^{-r-s} \tag{4.62}$$

Simplificando, tem-se

$$1 = (-1)^{-s} (-1)^{-r} \tag{4.63}$$

o que implica que $s+r$ é par.

□

4.5.1 Adaptação lenta

Suponha agora que a adaptação é lenta quando comparada à dinâmica do estado x do sistema:

$$\dot{\hat{\theta}} = \varepsilon M(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (4.64)$$

onde $0 < \varepsilon \ll 1$ é um parâmetro pequeno. O sistema em malha fechada fica então

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (4.65)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \varepsilon M(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (4.66)$$

Seja $x = h(\hat{\theta})$ a solução da equação algébrica

$$f(x) + g(x)(\varphi(x) - \hat{\theta}) = 0 \quad (4.67)$$

Então o sistema rápido é dado por

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (4.68)$$

com $\hat{\theta}$ constante e

$$\dot{\hat{\theta}} = \varepsilon M(\varphi(h(\hat{\theta})) - \hat{\theta}) \quad (4.69)$$

é o sistema reduzido de (4.65)-(4.66).

Teorema 4.2 *Suponha que*

1. *existe uma lei de controle $u = \varphi(x) - \varphi(x_e^o)$ tal que x_e^o é um equilíbrio exponencialmente estável do sistema (4.53);*
2. *a matriz $\frac{\partial \varphi}{\partial x} J_C^{-1} g(x) - I$ é não singular para $x = x_e^o$.*

Sob estas condições, existem uma matriz $M \in \mathbb{R}^{m \times m}$ e um escalar $\varepsilon^ > 0$ tais que, $\forall \varepsilon \in [0, \varepsilon^*)$, $[x_e^{oT} \quad \varphi^T(x_e^o)]^T$ é um equilíbrio exponencialmente estável do sistema (4.65)-(4.66).*

◇

Prova: *A hipótese 1 implica que (4.68) tem um equilíbrio exponencialmente estável, e esta estabilidade é uniforme no parâmetro $\hat{\theta}$ (ver Apêndice B). Por outro lado, a linearização do sistema reduzido (4.69) em torno do equilíbrio $\hat{\theta}_e^o = \varphi(x_e^o)$ é*

$$\dot{\hat{\theta}} = \varepsilon M \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}} - I \right) \hat{\theta} \quad (4.70)$$

Tomando a derivada com relação a $\hat{\theta}$ em (4.67), e observando que, no equilíbrio, $\varphi = \hat{\theta}$, obtém-se

$$J_0 \frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}} + g \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}} - I \right] = 0 \quad (4.71)$$

Isolando $\frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}}$ na equação acima tem-se

$$\frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}} = J_C^{-1} g \quad (4.72)$$

Então

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial \hat{\theta}} - I = \frac{\partial \varphi}{\partial x} J_C^{-1} g - I \quad (4.73)$$

e (4.70) pode ser escrita como

$$\dot{\hat{\theta}} = -\varepsilon M \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} J_C^{-1} g - I \right) \hat{\theta} \quad (4.74)$$

Da hipótese 2, $\exists M$ tal que $-M \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} J_C^{-1} g - I \right)$ é Hurwitz: basta escolher arbitrariamente uma matriz Hurwitz (digamos H) e fazer $M = -H \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} J_C^{-1} g - I \right)^{-1}$. Se uma tal matriz M é escolhida como a matriz de adaptação, então a estabilidade exponencial do equilíbrio x_e^o de (4.74) é garantida. Uma vez que os dois subsistemas apresentam estabilidade exponencial, a estabilidade exponencial do equilíbrio do sistema composto (4.37)-(4.38) para ε suficientemente pequeno segue ([51], Capítulo 7, Corolário 2.3).

□

4.5.2 Filtros de wash-out

Seja em (4.66), $M = I$. Então

$$\dot{\hat{\theta}} = \varepsilon (\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (4.75)$$

Definindo

$$u_f \triangleq \varphi(x) - \hat{\theta} \quad (4.76)$$

tem-se

$$\dot{u}_f = \frac{d\varphi(x)}{dt} - \dot{\hat{\theta}} = \frac{d\varphi(x)}{dt} - \varepsilon (\varphi(x) - \hat{\theta}) = \frac{d\varphi(x)}{dt} - \varepsilon u_f \quad (4.77)$$

Se s representa a variável complexa e o sobrescrito i indica a i -ésima componente de um vetor, então podemos escrever (4.77) no domínio da frequência como

$$u_f^i(s) = \frac{s}{s + \varepsilon} \Phi^i(s); \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4.78)$$

onde $\Phi(s)$ é a transformada do sinal $\varphi(x(t))$. Ou seja, o sinal u_f é obtido passando a função de controle $\varphi(x)$ por um filtro passa-altas com uma constante de tempo muito grande: um filtro de wash-out. O resultado abaixo é um Corolário do Teorema 4.2 e especifica sob que condições filtros de wash-out podem ser aplicados.

Corolário 4.3 *Seja, em (4.66), $M = I$, com ε suficientemente pequeno. Então $[x_e^{oT} \quad \varphi^T(x_e^o)]^T$ é um equilíbrio exponencialmente estável de (4.65)-(4.66) se e somente se a matriz $\frac{\partial \varphi}{\partial x} J_C^{-1} g(x) - I$, calculada neste equilíbrio, é Hurwitz.*

◇

4.6 Adaptação no controle em sistemas estáveis

4.6.1 Controle $L_g V$

Assuma que x_e^o é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável do sistema em malha aberta (4.2). Então existem uma função de Liapunov $V(x)$ e uma vizinhança \mathcal{D} do equilíbrio ($x_e^o \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$) tais que $V(x)$ satisfaz, para todo $x \in \mathcal{D}$,

$$\begin{aligned} V(x) &> 0 \\ V(x_e^o) &= 0 \\ L_f V(x) &\leq 0 \end{aligned}$$

onde

$$L_f V(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \tag{4.79}$$

é a derivada de Lie de $V(x)$ ao longo do campo vetorial $f(x)$. Algumas condições de continuidade são assumidas para a função $V(x)$:

1. $V(x)$ é contínua para todo $x \in \mathcal{D}$.
2. $\mathcal{L}_V(c_1) \supset \mathcal{L}_V(c_2) \leftrightarrow c_1 > c_2 \quad \forall c_1 : \mathcal{L}_V(c_1) \subset \mathcal{D}$.

onde $\mathcal{L}_V(c)$ é o interior da superfície de nível $V(x) = c$.

Sob estas condições uma lei de controle $u = -k(L_g V(x))^T$, $k > 0$ é denominada *controle $L_g V$* e $V(x)$ é chamada uma *função de Liapunov para controle $L_g V$* para o sistema (4.1). O

sistema em malha fechada fica

$$\dot{x} = f(x) - kg(x)(L_g V(x))^T \quad (4.80)$$

Controladores $L_g V$ são úteis para aumentar o amortecimento ou a velocidade de convergência ao equilíbrio de sistemas estáveis. Tais controladores apresentam algumas propriedades bastante convenientes. Uma de tais propriedades é que controladores $L_g V$ apresentam margem de ganho infinita[86], ou seja, o sistema em malha fechada é assintoticamente estável para qualquer valor positivo do ganho k . Outra é que o ponto de operação é invariante sob um tal controle, pois

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_e^o} = 0 \quad (4.81)$$

e portanto o controle se anula para $x = x_e^o$.

Será demonstrada abaixo outra propriedade importante de controladores $L_g V$: eles sempre aumentam a estimativa da região de atração do ponto de operação que é obtida com a mesma função de Liapunov. Primeiramente é definida a notação adequada e são estabelecidos alguns fatos necessários no enunciado e na prova do teorema que estabelece esta propriedade.

Seja \mathcal{N}_o o maior subconjunto conexo de \mathcal{D} contendo x_e^o ($x_e^o \in \mathcal{N}_o \subset \mathcal{D}$) tal que, dentro deste conjunto, $L_f V(x) \leq 0$. Então uma estimativa da região de atração de x_e^o é

$$\hat{\mathcal{R}}_o = \mathcal{L}_V(\bar{a}_o) \quad (4.82)$$

onde $\bar{a}_o \triangleq \max_a : \mathcal{L}_V(a) \subseteq \mathcal{N}_o$. Da mesma maneira, uma estimativa da região de atração de x_e^o em malha fechada é

$$\hat{\mathcal{R}}_c = \mathcal{L}_V(\bar{a}_c) \quad (4.83)$$

onde $\bar{a}_c \triangleq \max_a : \mathcal{L}_V(a) \subseteq \mathcal{N}_c$ e \mathcal{N}_c é o maior subconjunto conexo de \mathcal{D} contendo x_e^o tal que, dentro deste conjunto, $L_f V(x) - k(L_g V(x))(L_g V(x))^T \leq 0$.

Seja ∂ a fronteira de um conjunto. Os fatos abaixo decorrem diretamente das definições acima e das hipóteses sobre a função de Liapunov.

Fato 4.6

$$L_f V(x) = 0 \quad \forall x \in \partial \mathcal{N}_o \quad (4.84)$$

e

$$L_f V(x) - k(L_g V(x))(L_g V(x))^T = 0 \quad \forall x \in \partial \mathcal{N}_c \quad (4.85)$$

◇

Fato 4.7

$$\partial\hat{\mathcal{R}}_o \cap \partial\mathcal{N}_o \neq \emptyset \quad (4.86)$$

e

$$\partial\hat{\mathcal{R}}_c \cap \partial\mathcal{N}_c \neq \emptyset \quad (4.87)$$

◇

Fato 4.8 *Se $\mathcal{N}_c \supset \mathcal{N}_o \supset \hat{\mathcal{R}}_o$ então $\partial\hat{\mathcal{R}}_o \cap \partial\mathcal{N}_o \supseteq \partial\hat{\mathcal{R}}_o \cap \partial\mathcal{N}_c$.*

◇

Teorema 4.3 *Seja $V(x)$ uma função de Liapunov para controle $L_g V$ do sistema (4.1), satisfazendo as condições de continuidade mencionadas, e considere o sistema em malha fechada (4.80). Então $\hat{\mathcal{R}}_c \supseteq \hat{\mathcal{R}}_o$. Se se assume ainda que $L_g V(x) \neq 0 \forall x \in \partial\mathcal{N}_o \cap \partial\hat{\mathcal{R}}_o$, então $\hat{\mathcal{R}}_c \supset \hat{\mathcal{R}}_o$.*

◇

Prova: *A derivada temporal $\dot{V}_c(x)$ da função de Liapunov $V(x)$ em malha fechada é*

$$\dot{V}_c(x) = L_f V(x) - k(L_g V(x))(L_g V(x))^T \leq L_f V(x) \quad (4.88)$$

o que implica que $\mathcal{N}_c \supset \mathcal{N}_o$. Mas então $\mathcal{L}_V(\bar{a}_o) \subset \mathcal{N}_c$ e portanto $\mathcal{L}_V(\bar{a}_c) \supseteq \mathcal{L}_V(\bar{a}_o)$, ou seja, $\hat{\mathcal{R}}_c \supseteq \hat{\mathcal{R}}_o$.

Devido a $\mathcal{N}_c \supset \mathcal{N}_o \supset \hat{\mathcal{R}}_o$, temos que $\partial\hat{\mathcal{R}}_o \cap \partial\mathcal{N}_c \subseteq \partial\hat{\mathcal{R}}_o \cap \partial\mathcal{N}_o$. Mas, por hipótese, $L_g V(x) \neq 0 \forall x \in \partial\hat{\mathcal{R}}_o \cap \partial\mathcal{N}_o$, o que implica $\dot{V}_c(x) < 0 \forall x \in \partial\hat{\mathcal{R}}_o \cap \partial\mathcal{N}_o$, e portanto (do Fato 1) nenhum ponto $x \in \partial\hat{\mathcal{R}}_o \cap \partial\mathcal{N}_o$ pertence a $\partial\mathcal{N}_c$. Conclui-se então que $\partial\hat{\mathcal{R}}_o \cap \partial\mathcal{N}_c = \emptyset$, logo, do Fato 2, $\hat{\mathcal{R}}_c \neq \hat{\mathcal{R}}_o$ e portanto

$$\hat{\mathcal{R}}_c \supset \hat{\mathcal{R}}_o \quad (4.89)$$

□

4.6.2 Controle L_gV dinâmico

Considere em (4.10) um controle L_gV que pode ser escrito na forma

$$u = \phi(x, \gamma(x_e^o)) = -k(L_gV(x))^T = \varphi(x) - \varphi(x_e^o) \quad (4.90)$$

para alguma função $\varphi(\cdot)$ e seja

$$\psi(x, \hat{\theta}) = M(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (4.91)$$

com $M \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $M = M^T > 0$. O parâmetro desconhecido é $\theta = \varphi(x_e^o)$.

O sistema em malha fechada com este controle fica

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (4.92)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = M(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (4.93)$$

Será provado que este controle preserva a estabilidade e a margem de ganho infinita do controle L_gV original (4.90). O alargamento da estimativa da região de atração também será provado, mas este exige uma interpretação prévia, já que o espaço de estados em malha fechada não tem a mesma dimensão do espaço de estados em malha aberta.

Considere a representação do sistema em malha fechada (4.92)-(4.93) nas variáveis de estado $(x, \Delta\hat{\theta})$, onde $\Delta\hat{\theta} \triangleq \hat{\theta} - \theta$. Seja Ω o espaço de estados definido por estas variáveis. Está claro que

$$\mathcal{X} = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ \Delta\hat{\theta} \end{bmatrix} \in \Omega : \Delta\hat{\theta} = 0 \right\} \quad (4.94)$$

Seja $\hat{\mathcal{R}}_c$ a região de atração do ponto de operação x_e^o do sistema em malha fechada (4.92)-(4.93). Então nós estamos interessados no tamanho do conjunto $\hat{\mathcal{R}}_c \cap \mathcal{X}$, ou seja, nas direções da região de atração associadas ao estado do sistema original.

Teorema 4.4 *Seja $V(x)$ uma função de Liapunov para controle L_gV do sistema (4.1) e $u = \varphi(x) - \varphi(x_e^o) = -k(L_gV(x))^T$. Então $[x_e^{oT} \ \varphi^T(x_e^o)]^T$ é um equilíbrio assintoticamente estável do sistema em malha fechada (4.92)-(4.93) e o controle tem margem de ganho infinita. Ademais, $\hat{\mathcal{R}}_c \cap \mathcal{X} \supseteq \hat{\mathcal{R}}_o$. Finalmente, se é assumido que $L_gV(x) \neq 0 \ \forall x \in \partial\hat{\mathcal{R}}_o \cap \partial\mathcal{N}_o$, então $\hat{\mathcal{R}}_c \cap \mathcal{X} \supset \hat{\mathcal{R}}_o$.*

◇

Prova: Seja

$$u = \varphi(x) - \hat{\theta} = -k.(L_g V(x))^T + \theta - \hat{\theta} \quad (4.95)$$

e

$$U(x, \hat{\theta}) = V(x) + \frac{1}{2k}(\theta - \hat{\theta})^T M^{-1}(\theta - \hat{\theta}) \quad (4.96)$$

Então

$$\begin{aligned} \dot{U}(x, \hat{\theta}) &= L_f V(x) + L_g V(x)(\varphi(x) - \hat{\theta}) + \frac{1}{k}(\theta - \hat{\theta})^T M^{-1}(-M(\varphi(x) - \hat{\theta})) \\ &= L_f V(x) - \frac{1}{k}(\varphi(x) - \hat{\theta})^T (\varphi(x) - \hat{\theta}) \leq L_f V(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (4.97)$$

estabelecendo a estabilidade assintótica de x_o . Que este controle tem margem de ganho infinita está claro em (4.97), uma vez que \dot{U} é negativa definida para todo $k > 0$.

Considere um ponto $[x_1^T \hat{\theta}_1^T]^T \in \partial \mathcal{L}_U(\bar{a}_o)$, ou seja, $U(x_1, \hat{\theta}_1) = \bar{a}_o$; então

$$V(x_1) = \bar{a}_o - \frac{1}{2k}(\theta - \hat{\theta}_1)^T M^{-1}(\theta - \hat{\theta}_1) < \bar{a}_o \quad (4.98)$$

e, devido às hipóteses de continuidade de $V(x)$, $x_1 \in \mathcal{L}_V(\bar{a}_o)$. Mas $\mathcal{L}_V(\bar{a}_o) \subseteq \mathcal{N}_o$ e logo

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \hat{\theta}_1 \end{bmatrix} \in \mathcal{L}_U(\bar{a}_o) \rightarrow x_1 \in \mathcal{N}_o \quad (4.99)$$

(4.97) implica também $\dot{U}(x, \hat{\theta}) \leq 0 \forall [x^T, \hat{\theta}^T]^T : x \in \mathcal{N}_o$, de forma que $x \in \mathcal{N}_o \rightarrow [x^T \hat{\theta}^T]^T \in \mathcal{N}_c \forall \hat{\theta}$. Juntando as partes acima tem-se

$$\begin{bmatrix} x \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} \in \mathcal{L}_U(\bar{a}_o) \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} \in \mathcal{N}_c \quad (4.100)$$

Mas isto é o mesmo que

$$\mathcal{N}_c \supseteq \mathcal{L}_U(\bar{a}_o) \quad (4.101)$$

o que implica $\bar{a}_c \geq \bar{a}_o$, e portanto $\mathcal{L}_V(\bar{a}_c) \supseteq \mathcal{L}_V(\bar{a}_o)$. Mas $\mathcal{L}_U(\bar{a}_c) \cap \mathcal{X} = \mathcal{L}_V(\bar{a}_c)$ e logo

$$\mathcal{L}_U(\bar{a}_c) \cap \mathcal{X} \supseteq \mathcal{L}_V(\bar{a}_o) \quad (4.102)$$

o que é o mesmo que

$$\hat{\mathcal{R}}_c \cap \mathcal{X} \supseteq \hat{\mathcal{R}}_o \quad (4.103)$$

Agora suponha que $\hat{\mathcal{R}}_c \cap \mathcal{X} = \hat{\mathcal{R}}_o$. Então, desde que $\hat{\mathcal{R}}_c = \mathcal{L}_U(\bar{a}_c)$, $\hat{\mathcal{R}}_o = \mathcal{L}_V(\bar{a}_o)$ e $\mathcal{L}_U(\bar{a}_c) \cap \mathcal{X} = \mathcal{L}_V(\bar{a}_o)$, tem-se $\bar{a}_c = \bar{a}_o$. Uma vez que $\mathcal{L}_U(\bar{a}_o)$ é a região de atração em malha fechada,

$\partial\mathcal{L}_U(\bar{a}_o) \cap \partial\mathcal{N}_c \neq \emptyset$. Está claro de (4.96) e (4.97) que $\partial\mathcal{L}_U(\bar{a}_o) \cap \partial\mathcal{N}_c \subset \mathcal{X}$, já que se $\partial\mathcal{L}_U(\bar{a}_o)$ não intersecta $\partial\mathcal{N}_c$ com $\hat{\theta} = \theta$ então esta interseção tampouco ocorre para nenhum outro $\hat{\theta}$. Portanto $\partial\mathcal{L}_U(\bar{a}_o) \cap \partial\mathcal{N}_c = \partial\mathcal{L}_V(\bar{a}_o) \cap \partial\mathcal{N}_o$. Devido a $\mathcal{N}_c \supset \mathcal{N}_o$, $\partial\mathcal{L}_V(\bar{a}_o) \cap \partial\mathcal{N}_o \neq \emptyset$. Então $\exists x \in \partial\mathcal{L}_V(\bar{a}_o) : \dot{U}(x, \theta) = 0$. Mas uma vez que $L_g V(x) \neq 0 \forall x \in \partial\mathcal{L}_V(\bar{a}_o) \cap \partial\mathcal{N}_o$, $\dot{U}(x, \theta) < 0 \forall x \in \partial\mathcal{L}_V(\bar{a}_o) \cap \partial\mathcal{N}_o$ e tem-se uma contradição. Conclui-se então que $\hat{\mathcal{R}}_c \cap \mathcal{X} \neq \hat{\mathcal{R}}_o$, o que, juntamente com (4.103) resulta em

$$\hat{\mathcal{R}}_c \cap \mathcal{X} \supset \hat{\mathcal{R}}_o \quad (4.104)$$

□

4.7 Exemplos

Dois exemplos serão apresentados a fim de ilustrar as idéias contidas na exposição acima. O primeiro exemplo é um sistema de primeira ordem cujo ponto de operação escolhido é instável em malha aberta. O segundo exemplo é um oscilador de Van der Poll em tempo reverso.

4.7.1 Sistema de primeira ordem

Considere um sistema não linear de primeira ordem, linear na entrada:

$$\dot{x} = f(x) + u \quad (4.105)$$

com $f(x_e^o) = 0$, e o controle linear

$$u = -k(x - x_e^o) \quad (4.106)$$

O equilíbrio x_e^o será exponencialmente estável em malha fechada com este controle para qualquer ganho de realimentação k tal que

$$k > \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_e^o} \quad (4.107)$$

Considere agora a extensão dinâmica deste controle

$$u = -k(x - \hat{\theta}) \quad (4.108)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \alpha(x - \hat{\theta}) \quad (4.109)$$

A linearização de (4.108)-(4.109) em torno do equilíbrio x_e^o tem a seguinte matriz dinâmica

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_e^o} - k & k \\ \alpha & -\alpha \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

A matriz A_{cl} é Hurwitz se e somente se as condições abaixo são satisfeitas.

$$\alpha \frac{df(x)}{dx} < 0 \quad (4.111)$$

$$\alpha + k - \frac{df(x)}{dx} > 0 \quad (4.112)$$

Da primeira desigualdade acima depreende-se que se o equilíbrio é instável em malha aberta é necessário ter $\alpha < 0$. Isto representa a expressão do Corolário 4.1 no presente caso. A segunda das desigualdades mostra que neste caso o mínimo ganho de realimentação necessário para garantir que A_{cl} seja uma matriz Hurwitz é maior do que aquele necessário para estabilizar o equilíbrio com o controle estático (4.106).

Considere agora o caso particular em que $f(x) = \sin(x) - 1/2$, ou seja:

$$\dot{x} = \sin x - \frac{1}{2} + u \quad (4.113)$$

Suponha que o ponto de operação desejado seja $x_e^o = \pi/6$. Este equilíbrio é instável em malha aberta. A realimentação linear $u = -k(x - x_e^o)$ pode ser utilizada para estabilizar este equilíbrio, e qualquer $k > \sqrt{3}/2$ garantirá a estabilidade exponencial de x_e^o .

A extensão dinâmica do controle acima é dada por (4.108)-(4.109). O equilíbrio do sistema em malha fechada com o controle dinâmico será exponencialmente estável desde que seja escolhido $\alpha < 0$ e $k > \sqrt{3}/2 - \alpha$. A Fig. 4.1 mostra a resposta do sistema com os dois controladores (estático e dinâmico) para $k = 2$ e $\alpha = -0.02$. Uma das principais características do controle dinâmico fica aparente neste gráfico: o estado converge com velocidade bastante próxima daquela obtida com o controle estático (4.106) para o equilíbrio do sistema rápido, cuja coordenada x é próxima mas não igual à do ponto de operação x_e^o . A partir daí o sistema passa a convergir lentamente para x_e^o . Note que um filtro de wash-out neste caso representaria a estrutura (4.108)-(4.109) com $\alpha > 0$, e portanto estabilidade em malha fechada não seria obtida.

A Fig. 4.2 mostra a fronteira da região de atração obtida com o controle dinâmico, com x no eixo horizontal e $\hat{\theta}$ no eixo vertical. O círculo representa o ponto de operação e os pontos marcados com "x" representam os equilíbrios instáveis que estão na fronteira da região de atração do equilíbrio estável, $x_{e1} = \hat{\theta}_{e1} = 5\pi/6$ e $x_{e2} = \hat{\theta}_{e2} = -\pi/6$. A linha pontilhada representa a linha $x = \hat{\theta}$. As linhas sólidas representam as variedades estáveis de cada um dos

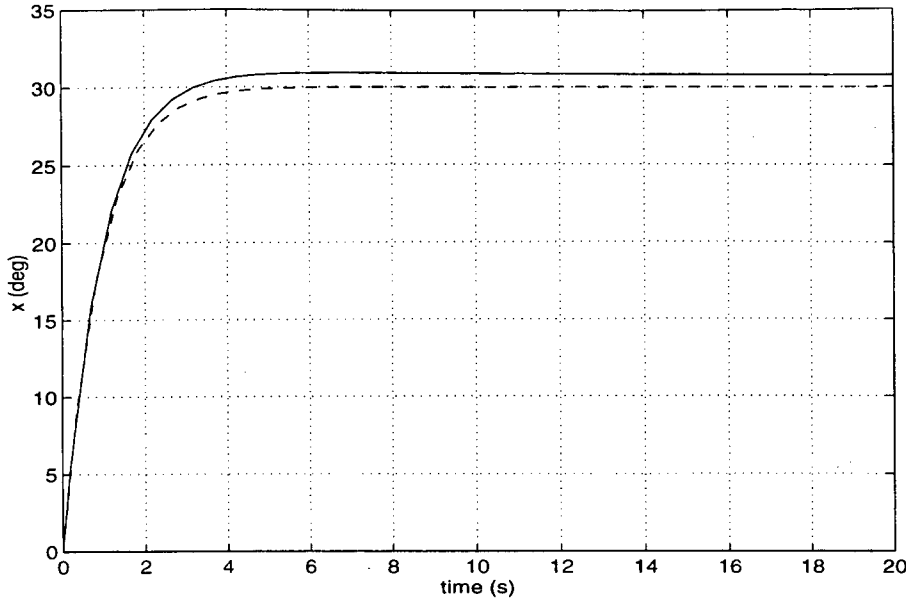


Figura 4.1: Resposta à condição inicial $x_0^T = [0 \ \pi/6]$ com o controle estático (linha pontilhada) para $k = 2$ e com o controle dinâmico (linha contínua) para $k = 2$, $\alpha = -0.02$.

equilíbrios instáveis e formam portanto a fronteira da região de atração. Note que a região da atração se estende muito além das coordenadas x dos equilíbrios instáveis x_{e1} e x_{e2} .

4.7.2 O oscilador Van der Poll

Considere uma versão modificada do oscilador de Van der Poll em tempo reverso[52]:

$$\dot{x}_1 = -(x_2 + d) \quad (4.114)$$

$$\dot{x}_2 = x_1 - (1 - x_1^2)(x_2 + d) + r + u \quad (4.115)$$

onde d e r são sinais de perturbação constantes e u é uma entrada de controle. O sistema em malha aberta ($u \equiv 0$) (4.114)-(4.115) tem um único equilíbrio x_e^o dado por

$$x_e^o = \begin{bmatrix} -r \\ -d \end{bmatrix} \quad (4.116)$$

Este equilíbrio é estável desde que $|r| < 1$, que será o único caso a ser considerado, como pode ser verificado pela função de Liapunov quadrática

$$V(x) = (x - x_e^o)^T P (x - x_e^o); \quad P = \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.117)$$

Esta função de Liapunov é aquela que fornece a melhor estimativa para a região de atração do equilíbrio, ou seja, a estimativa com máximo volume, dentre todas as funções de Liapunov

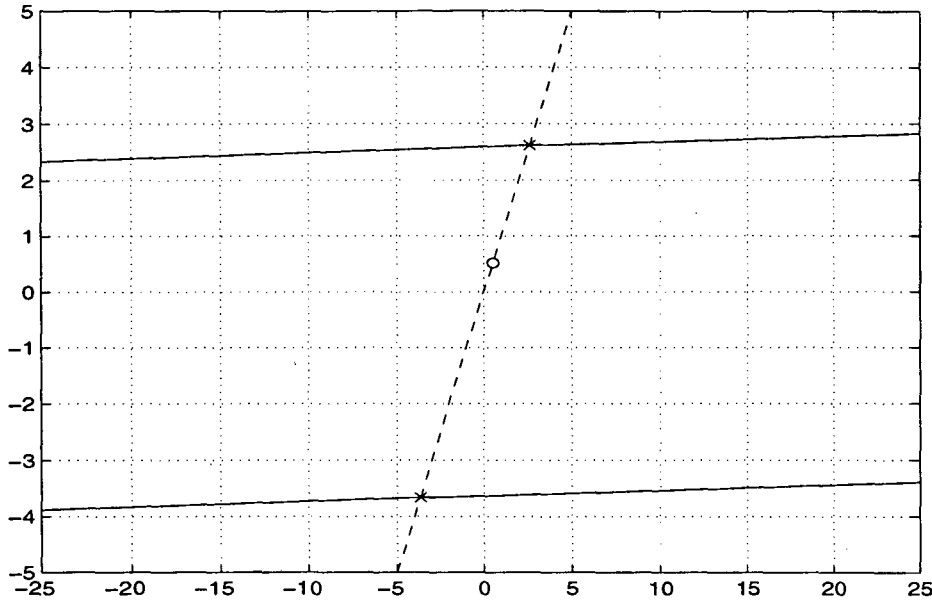


Figura 4.2: Fronteira da região de atração do ponto de equilíbrio (x no eixo das abscissas e $\hat{\theta}$ no eixo das ordenadas).

quadráticas quando $r = d = 0$ [24]. Seja o controle $L_g V$ baseado nesta função de Liapunov

$$u = -cL_g V = c[0.5(x_1 + r) - (x_2 + d)] \quad (4.118)$$

com $c > 0$. Os parâmetros incertos nesta lei de controle são r e d . A extensão dinâmica para este controle é dada por

$$u = k^T(x - \hat{\theta}) \quad (4.119)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = M(x - \hat{\theta}) \quad (4.120)$$

com

$$k = \begin{bmatrix} 0.5c \\ -c \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (4.121)$$

Neste caso a solução de *quasi*-regime-permanente para o estado rápido, $x = h(\hat{\theta})$, pode ser obtida explicitamente. Ela é dada pela relação linear abaixo

$$x = H\hat{\theta} + w \quad (4.122)$$

onde

$$H = \begin{bmatrix} \frac{0.5c}{1+0.5c} & \frac{-c}{1+0.5c} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} \frac{-r-cd}{1-0.5c} \\ -d \end{bmatrix} \quad (4.123)$$

O sistema rápido é então

$$\dot{x}_1 = -x_2 - d \quad (4.124)$$

$$\dot{x}_2 = (1 + 0.5c)x_1 - cx_2 - (1 - x_1^2)(x_2 + d) - 0.5c\hat{\theta}_1 + c\hat{\theta}_2 + r \quad (4.125)$$

e o sistema reduzido é

$$\dot{\hat{\theta}} = M(H - I)\hat{\theta} + Mw \quad (4.126)$$

Note que $H - I$ é Hurwitz para todo $c > 0$. Então basta tomar $M = \alpha I$, $\alpha > 0$, e $[x_e^{oT} \ x_e^{dT}]^T$ será um equilíbrio exponencialmente estável do sistema em malha fechada.

Alguns resultados de simulação são apresentados para $c = 2$. A Fig. 4.3 mostra a resposta do estado x_1 para uma condição inicial em malha aberta (linha contínua), com o controle estático (4.118) (linha tracejada) e com o controle dinâmico (4.119)-(4.120) com $\alpha = 0.025$ (linha pontilhada). O desempenho com ambos controladores é muito similar. O sistema em malha fechada com o controlador dinâmico apresenta um ciclo-limite similar àquele do sistema em malha aberta, mas este ciclo-limite não é mais uma curva plana. A Fig. 4.4 mostra o ciclo-limite para o sistema em malha aberta e com o controle estático, e a projeção do ciclo-limite para o sistema com o controle dinâmico sobre o plano $x_1 \times x_2$. A curva mais interna representa o sistema em malha aberta, a mais externa o sistema em malha fechada com o controle estático (4.118), e a curva intermediária representa o sistema com o controle dinâmico (4.119)-(4.120) com $\alpha = 1$. Esta última curva não representa exatamente a interseção da região de atração com o plano $x_1 \times x_2$, uma vez que a fronteira da região de atração é a variedade estável deste ciclo-limite e este não coincide com a projeção do ciclo-limite sobre este plano. No entanto, simulações confirmam que a curva apresentada é uma boa aproximação para esta interseção.

4.8 Conclusões

Neste Capítulo o problema de controle de sistemas com ponto de operação incerto foi formalizado num contexto genérico. Uma estratégia de controle adaptativo foi então proposta. Esta baseia-se no princípio de equivalência do controle adaptativo: parte-se de uma lei de controle estabilizante que tem o ponto de operação, ou uma função contínua dele, como parâmetro, e constrói-se um estimador para este parâmetro desconhecido, neste caso um estimador linear. Dois casos particulares de maior importância são estudados em separado, casos estes que

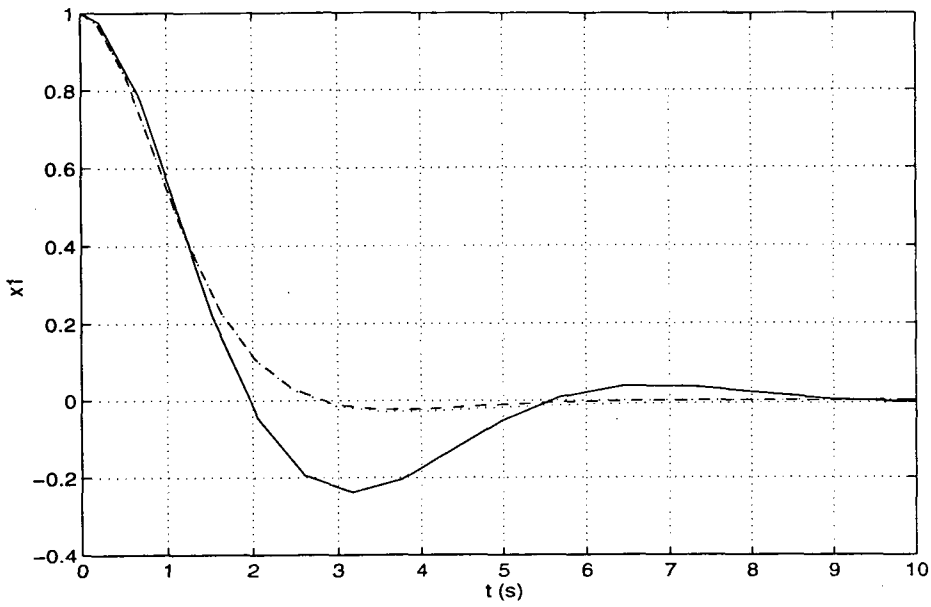


Figura 4.3: Resposta do sistema em malha aberta (linha contínua) e com o controle estático (linha tracejada) à condição inicial $x_1 = 1$, $x_2 = 0$, e com o controle dinâmico à condição inicial $x_1 = 1$, $x_2 = \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2 = 0$ (linha pontilhada).

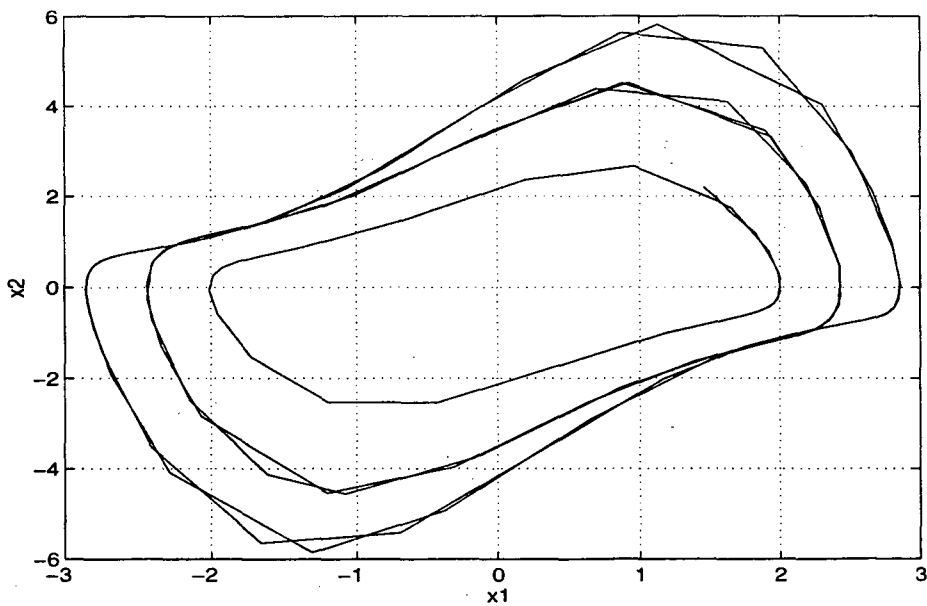


Figura 4.4: Ciclo-limite do sistema Van der Poll em malha aberta (curva interna) e com o controle estático (curva externa), e projeção do ciclo-limite sobre o plano $x_1 \times x_2$ com o controle dinâmico.

revelar-se-ão diretamente aplicáveis a sistemas de potência nos Capítulos subseqüentes desta monografia. Propriedades locais no entorno do equilíbrio foram demonstradas para cada um destes casos. Como é natural e usual em implementações adaptativas, a adaptação é feita em uma escala de tempo mais lenta do que aquela na qual evolui o estado. Assim, propriedades adicionais são obtidas, e regras de projeto do mecanismo de adaptação foram derivadas a partir destas propriedades. O desempenho do sistema com o controlador dinâmico proposto é similar ao que seria obtido caso fosse conhecido o ponto de operação e implementado o controle estático associado.

No caso particular em que o equilíbrio é assintoticamente estável em malha aberta e o controle visa melhorar o desempenho dinâmico do sistema, obtém-se resultados mais fortes. Neste caso pode-se aplicar um controle $L_g V$, derivado da análise de Liapunov. Uma nova propriedade destes conhecidos controladores foi demonstrada: a estimativa da região de atração obtida em malha fechada é sempre maior do que aquela obtida em malha aberta. Este é um resultado atípico na teoria de controle, no sentido de que o efeito do controle sobre o tamanho da região de atração poucas vezes foi alvo de estudos teóricos. Foi demonstrado ainda que o controle dinâmico derivado do controle $L_g V$, denominado controle $L_g V$ dinâmico, herda esta e outras propriedades convenientes do controle $L_g V$.

Por fim, dois exemplos foram apresentados com finalidade didática. Além de ilustrar os conceitos apresentados, estes exemplos demonstram o comportamento em duas escalas de tempo do sistema controlado, e a influência do controle sobre o tamanho da região de atração do ponto de operação. A aplicação dos conceitos desenvolvidos neste Capítulo a sistemas de potência será explorada em projetos de controladores nos Capítulos subseqüentes, especialmente no que segue de imediato.

Capítulo 5

Controle Não Linear para o Sistema MBI

5.1 Introdução

O controle de sistemas de potência utilizando modelos não lineares para o projeto tem sido objeto de bastante especulação científica recentemente. Um número significativo de trabalhos envolvendo aplicação de realimentação linearizante foram apresentados[106, 105, 19, 49, 68, 69, 61, 63, 4]. O controle por realimentação linearizante[44, 90, 31, 95, 56] visa a estabilidade global do sistema, mas problemas de robustez associados à complexidade da lei de controle resultante e ao excessivo esforço de controle são inerentes a esta estratégia de controle[95], uma vez que ela cancela todas as características naturais do sistema.

Por outro lado, o controle por realimentação linearizante sofre do desconhecimento do equilíbrio do sistema, havendo basicamente duas situações distintas: ou o controle utiliza a informação da posição do equilíbrio para estabilizá-lo ou o equilíbrio é deslocado pelo controle. Neste último caso perde-se regulação de tensão e um controle suplementar seria necessário para recuperá-la. Com efeito, os trabalhos supracitados apresentam o controle da máquina não regulada (sem RAT), e aqueles que dentre estes se preocupam com o problema da regulação de tensão propõem uma estrutura de controle em que a regulação de tensão deveria ser providenciada por um controle adicional[106, 19, 49].

Neste Capítulo apresentamos um controle de excitação não linear que não envolve linearização por realimentação. Pelo contrário, o controle proposto "respeita" o sistema, ao invés de cancelar todas as suas não linearidades, e a expressão analítica obtida para o controle é muito mais simples. A lei de controle proposta é um controle $L_g V$ para a máquina síncrona

não regulada. Utilizando a extensão dinâmica deste controle, o mesmo pode ser implementado sem o conhecimento do equilíbrio, e sem que este seja deslocado pelo controle. Naturalmente, todas as propriedades mencionadas e demonstradas para o controle $L_g V$ dinâmico no Capítulo 4 são obtidas para o sistema MBI com este controle. Análise de estabilidade e resultados de simulação são apresentados[12].

O projeto pode ser estendido para máquinas equipadas com regulador de tensão com relativa facilidade. O controlador é modificado de forma que o sistema com RAT apresente desempenho dinâmico similar ao sistema controlado sem RAT. Desta forma obtém-se a regulação de tensão ao mesmo tempo em que o desempenho dinâmico é melhorado. Não se propõe portanto uma estrutura de controle diferente da atual, mas um controle adicional de excitação mais ambicioso do que o ESP clássico, pois volta-se diretamente ao modelo não linear do sistema. Este controle é não linear, projetado a partir de análise de Liapunov utilizando os conceitos apresentados no Capítulo 4.

5.2 O controlador $L_g V$

A função de Liapunov previamente utilizada para provar a estabilidade no sistema MBI será utilizada como uma função de Liapunov para controle $L_g V$. O objetivo inicial do controle é aumentar o amortecimento do sistema. Uma vez que o controlador $L_g V$ aumenta a estimativa da região de atração do equilíbrio estável, um aumento no tempo crítico pode também ser almejado.

O sistema é descrito pelo modelo apresentado no Capítulo 3:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (5.1)$$

$$\dot{x}_2 = -b_1 x_3 \sin x_1 - D x_2 + P \quad (5.2)$$

$$\dot{x}_3 = b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + E + u \quad (5.3)$$

e a função de Liapunov é dada por

$$V(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{2} x_2^2 + b_1 x_3 (\cos x_{1e} - \cos x_1) - P(x_1 - x_{1e}) + \frac{b_1 b_4}{2 b_3} (x_3 - x_{3e})^2 \quad (5.4)$$

A derivada temporal de $V(x)$ ao longo das trajetórias do sistema em malha fechada é

$$\dot{V}(x) = L_f V(x) + L_g V(x)u$$

$$= -\frac{b_1}{b_3}\{[\varphi(x) - \varphi(x_e^o)]^2 + [\varphi(x) - \varphi(x_e^o)] u\} - Dx_2^2 \quad (5.5)$$

onde

$$\varphi(x) \triangleq b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 \quad (5.6)$$

Seja agora um controle L_gV estático para o sistema (5.1)-(5.3)

$$u = -kL_gV = k[\varphi(x) - \varphi(x_e^o)]; \quad k > 0 \quad (5.7)$$

Então

$$\dot{V}(x) = -(k+1)\frac{b_1}{b_3}[\varphi(x) - \varphi(x_e^o)]^2 - Dx_2^2 \quad (5.8)$$

e o amortecimento do sistema é aumentado, já que a derivada da função de Liapunov foi aumentada em módulo[17] (ver Apêndice A).

Conforme demonstrado no Capítulo 4, o controle L_gV , além de manter a estabilidade assintótica e melhorar o amortecimento do sistema, garante margem de ganho infinita para o ganho k . Foi também provado que a estimativa da região de atração obtida para o sistema em malha fechada com um tal controle contém a estimativa obtida com a mesma função de Liapunov para o sistema em malha aberta.

Considere como sistema teste o mesmo sistema MBI do Capítulo 2, na mesma condição de operação. Os parâmetros de modelo são dados no Apêndice D. Considere ainda a mesma falta considerada nas simulações apresentadas no Capítulo 2¹. As Figs. 5.1 e 5.2 mostram a resposta deste sistema nesta condição de operação com o controle (5.7) com $k = 1$ para um curto-circuito com $t_{cl} = 70ms$. A trajetória do sistema apresentada na Fig. 5.2 representa um tempo de simulação superior aos 20 s da Fig. 5.1.

Conforme previsto pela análise, as oscilações eletromecânicas apresentam amortecimento bem superior ao de malha aberta (compare com a Fig. 2.4). No entanto, o sistema diverge monotonicamente após as oscilações terem sido amortecidas. Se definimos o tempo crítico como sugerido no Capítulo 2, ou seja, como o tempo máximo que a perturbação pode ser suportada sem provocar perda de estabilidade, e não pela definição usual de perda de estabilidade no primeiro ciclo, então podemos dizer que o tempo crítico com o controle foi reduzido para menos de ²70 ms, comparado com os 90 ms do sistema sem controle.

¹Um curto-circuito no terminal do gerador com impedância $X_{cc} = X_l/10$, com a tensão de campo sendo levada ao seu valor máximo durante a falta.

²O tempo crítico é 69 ms.

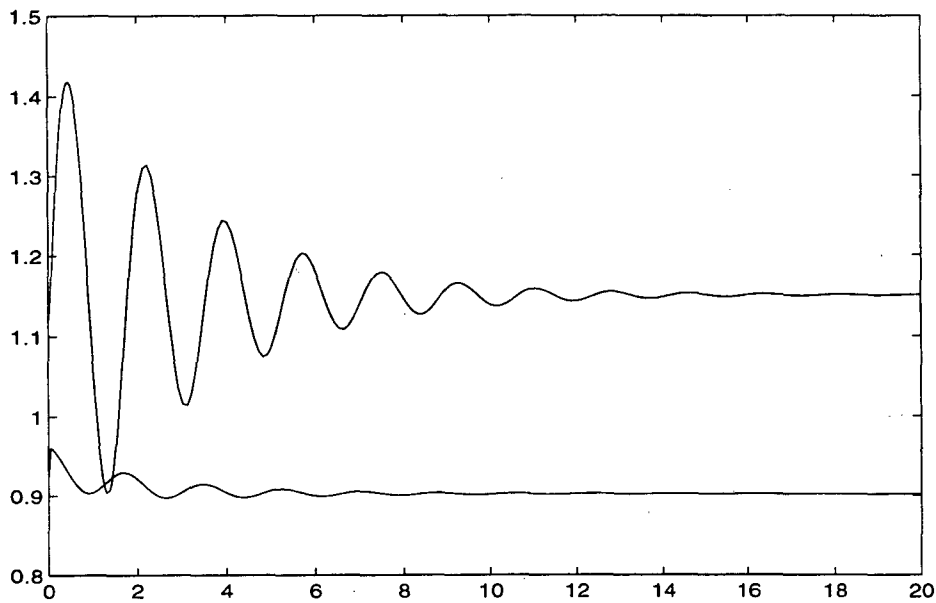


Figura 5.1: Ângulo de carga e tensão interna com o controle L_gV estático; $k = 1$, $t_{cl} = 70 \text{ ms}$.

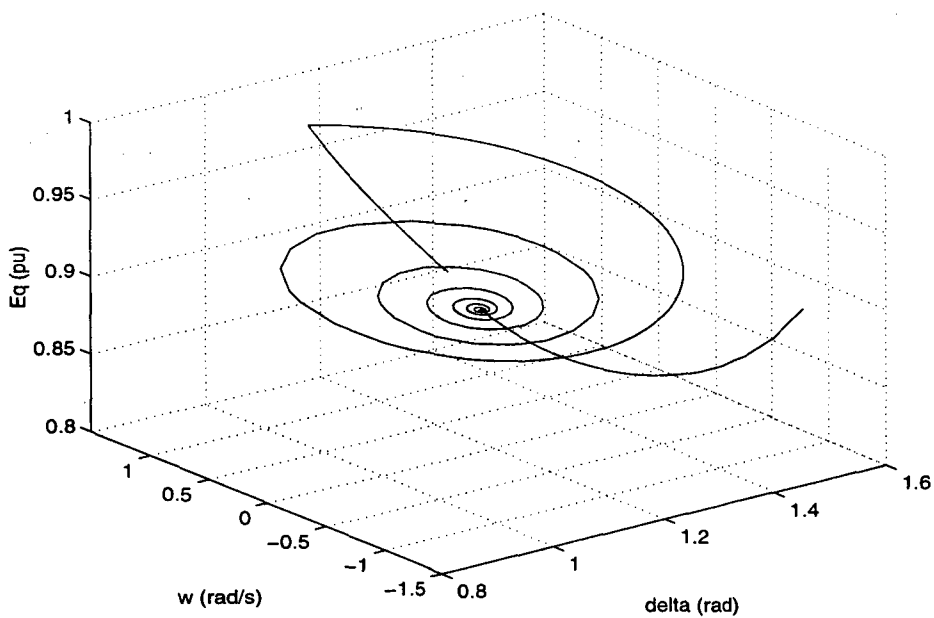


Figura 5.2: Trajetória do sistema no espaço de estados com o controle L_gV estático; $k = 1$, $t_{cl} = 70 \text{ ms}$.

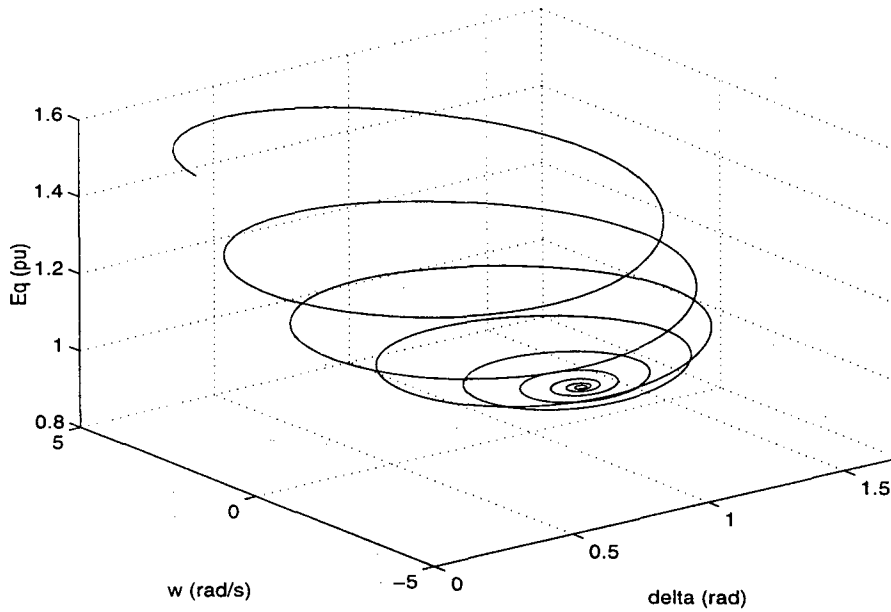


Figura 5.3: Trajetória na fronteira da região de atração do equilíbrio estável com o controle L_gV estático.

Esta redução na margem de segurança do sistema deve-se a uma pequena redução da região de atração do equilíbrio. A Fig. 5.3 mostra a fronteira da nova região de atração em malha fechada. Isto parece estar em contradição com o Teorema 4.3. No entanto aquele teorema afirma apenas que a *estimativa* para a região de atração jamais é reduzida pelo controle L_gV . Este resultado nos permite almejar que ocorra o mesmo com a região da atração real, desde que se tenha uma boa estimativa. No nosso caso, a estimativa da região de atração é o próprio domínio de positividade da função de Liapunov, a região \mathcal{D} (ver Capítulo 2). Logo, a estimativa da região de atração não pode ser alargada por nenhum controle, e apenas a parte do Teorema 4.3 que afirma que esta não é reduzida é aplicável. Por outro lado, a estimativa obtida com esta função de Liapunov é bastante conservativa se o sistema tem amortecimento natural considerável[111], como é o caso do sistema exemplo aqui apresentado.

Esta redução na margem de estabilidade, reduzindo a severidade da máxima perturbação suportável pelo sistema em regime transitório, é claramente indesejável e seria um preço alto demais a ser pago pelo aumento obtido no amortecimento do sistema. Na próxima Seção veremos que a extensão dinâmica do controle acima proporciona o mesmo amortecimento sem apresentar este problema.

5.3 O controlador dinâmico

O controlador $L_g V$ estático apresentado acima não é implementável devido à necessidade de conhecimento do equilíbrio. Ademais, se implementado, poderia piorar a margem de estabilidade do sistema, conforme visto no exemplo apresentado. A extensão dinâmica deste controle, denominada controle $L_g V$ dinâmico, é dada por

$$\dot{\hat{\varphi}}_e = \alpha(\varphi(x) - \hat{\varphi}_e) \quad (5.9)$$

com $\alpha > 0$, e a equação de saída

$$u = k(\varphi(x) - \hat{\varphi}_e) \quad (5.10)$$

Tomando a derivada do controle

$$\dot{u} = k\left[\frac{d\varphi(x)}{dt} - \alpha(\varphi(x) - \hat{\varphi}_e)\right] = k\left[\frac{d\varphi(x)}{dt} - \alpha\frac{u}{k}\right] \quad (5.11)$$

ou, no domínio da frequência

$$u(s) = k\frac{s}{s + \alpha}\Phi(s) \quad (5.12)$$

onde s é a variável complexa e $\Phi(s)$ é a transformada s do sinal $\varphi(x(t))$. O controle é a saída de um filtro passa-altas cuja entrada é o sinal $\varphi(x)$. Note porém que este não é um filtro de wash-out, pois a constante de tempo do filtro não está restrita a uma escala de tempo diferente daquela do estado do sistema.

O sistema dinâmico resultante da aplicação do controle $L_g V$ dinâmico ao sistema MBI é descrito por

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (5.13)$$

$$\dot{x}_2 = -b_1 \sin x_1 x_3 - D x_2 + P \quad (5.14)$$

$$\dot{x}_3 = b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + E + k[\varphi(x) - \hat{\varphi}_e] \quad (5.15)$$

$$\dot{\hat{\varphi}}_e = \alpha(\varphi(x) - \hat{\varphi}_e) \quad (5.16)$$

com $\alpha > 0$ e $k > 0$.

Seja a função candidata de Liapunov

$$V_1(x, \hat{\varphi}_e) = V(x) + \frac{1}{2k\alpha}(\varphi(x) - \hat{\varphi}_e)^2 \quad (5.17)$$

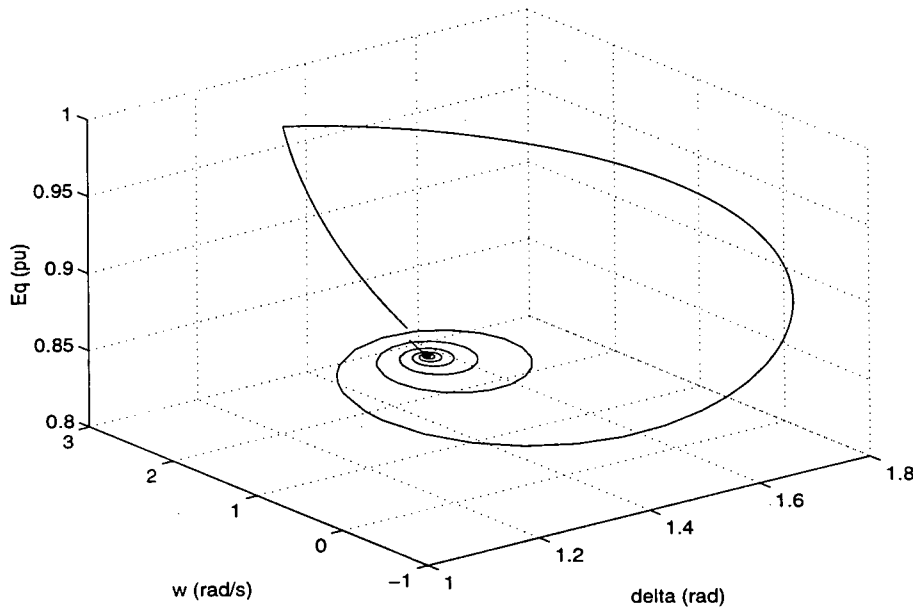


Figura 5.4: Trajetória do sistema em malha fechada com o controle L_gV dinâmico; $k = 1$, $\alpha = 1$, $t_{cl} = 108 \text{ ms}$.

Então, uma vez que $u = k[\varphi(x) - \hat{\varphi}_e] = -k.L_gV(x) + \varphi(x_e^o) - \hat{\varphi}_e$,

$$\dot{V}_1(x, \hat{\varphi}_e) = L_fV(x) - \frac{1}{k}[\varphi(x) - \hat{\varphi}_e]^2 \leq L_fV(x) \quad (5.18)$$

e o equilíbrio x_e^o é assintoticamente estável. Além disto, conforme o Teorema 4.4, o controle dinâmico acima apresenta as mesmas propriedades de margem de ganho infinita e alargamento da estimativa da região de atração do equilíbrio do controlador L_gV estático (5.7).

As Figs. 5.4-5.6 mostram a resposta do sistema (5.13)-(5.16), com os mesmos parâmetros da Seção anterior, a um curto-circuito com $t_{cl} = 108 \text{ ms}$ para um ganho $k = 1$ e uma constante de adaptação $\alpha = 1$.

O sistema retorna ao ponto de equilíbrio estável após esta perturbação. Pode ser verificado que este valor de tempo de eliminação do curto-circuito é exatamente o valor crítico para o sistema com este controle. Portanto um aumento de 20% no tempo crítico é obtido e o amortecimento é sensivelmente aumentado com relação ao sistema sem controle. O aumento do tempo crítico é devido a um sensível alargamento da região de atração do equilíbrio, como pode ser visto na Fig. 5.7. Agora a região de atração real³ é aumentada sensivelmente pelo controle. A fim de obter uma melhor comparação visual das duas regiões de atração (em malha aberta e com o controle L_gV dinâmico), as Figs. 5.8 e 5.9 apresentam a projeção das mesmas

³Ou sua interseção com o subespaço \mathcal{X} .

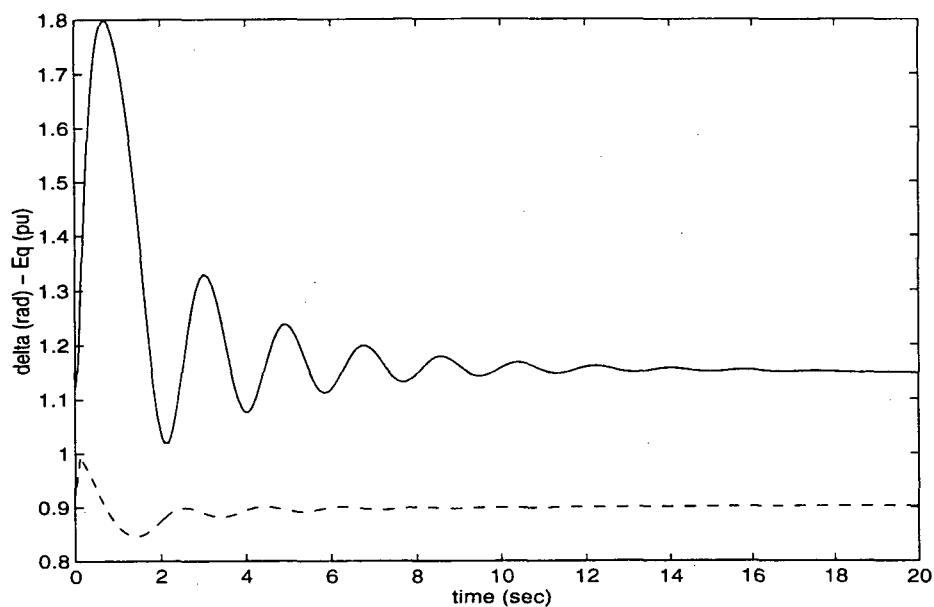


Figura 5.5: Ângulo de carga e tensão interna em malha fechada com o controle $L_g V$ dinâmico; $k = 1$, $\alpha = 1$, $t_{cl} = 108 \text{ ms}$.

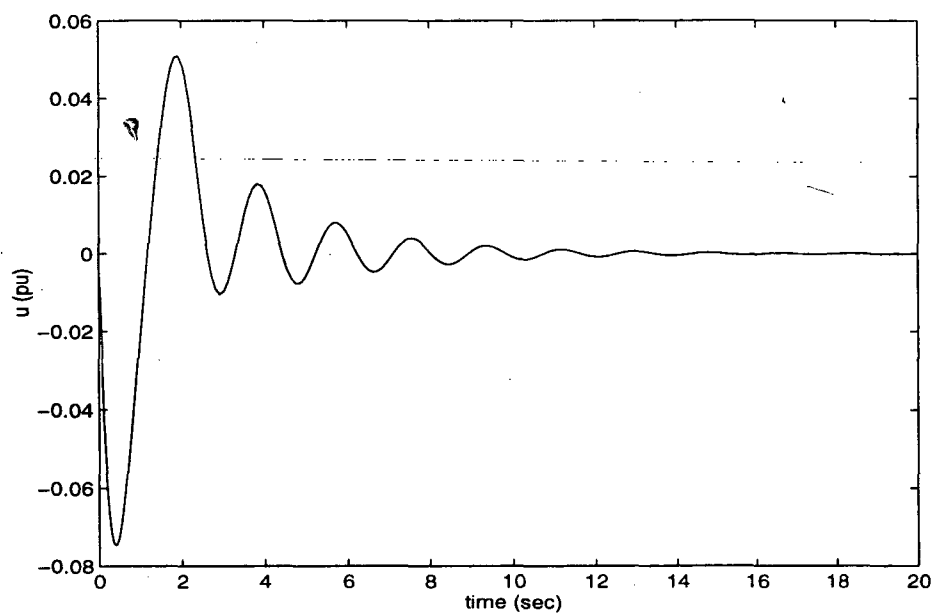


Figura 5.6: Saída do controlador $L_g V$ dinâmico; $k = 1$, $\alpha = 1$, $t_{cl} = 108 \text{ ms}$.

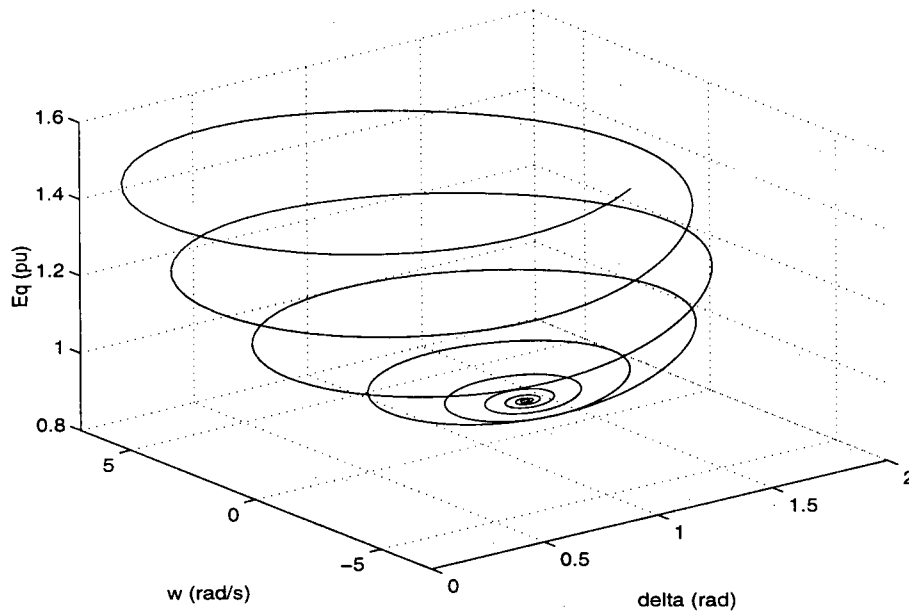


Figura 5.7: Trajetória sobre a fronteira da região de atração do equilíbrio com o controle $L_g V$ dinâmico.

sobre o plano $x_1 \times x_3$.

5.4 Sistemas com regulador de tensão

Para condições de baixo carregamento o sistema MBI sem RAT apresenta um equilíbrio assintoticamente estável e outro instável, e o sistema só perde estabilidade para condições de alta carga através de uma bifurcação nó-sela, após a qual o sistema não apresenta equilíbrio algum. O regulador automático de tensão permite a operação do sistema em condições de carga mais exigentes, criando um ponto de equilíbrio para uma condição de carga para a qual este não existia. Por outro lado, o regulador de tensão também substitui a bifurcação nó-sela por uma bifurcação de Hopf. Para altos valores de ganho do regulador de tensão, típicos na operação de sistemas de potência, o sistema muitas vezes está além desta bifurcação no espaço paramétrico. O ponto de equilíbrio criado pelo RAT é então instável, e sua instabilidade é de natureza oscilatória, visto que nasce de uma bifurcação de Hopf[103].

Portanto, a influência do RAT na estabilidade do sistema pode ser dividida em três aspectos. Primeiro, a presença do RAT leva a tensão de campo do gerador ao máximo durante uma falta, reduzindo a distância percorrida pelo sistema no espaço de estados durante a mesma. Este efeito altamente benéfico diz respeito exclusivamente ao comportamento do sistema durante

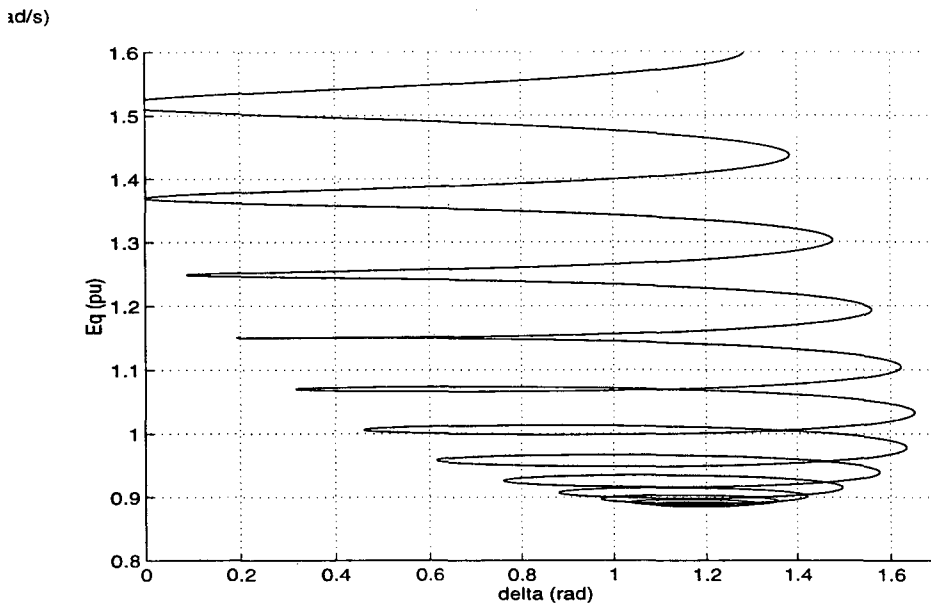


Figura 5.8: Projeção da trajetória sobre a fronteira da região de atração em malha aberta sobre o plano $x_1 \times x_3$.

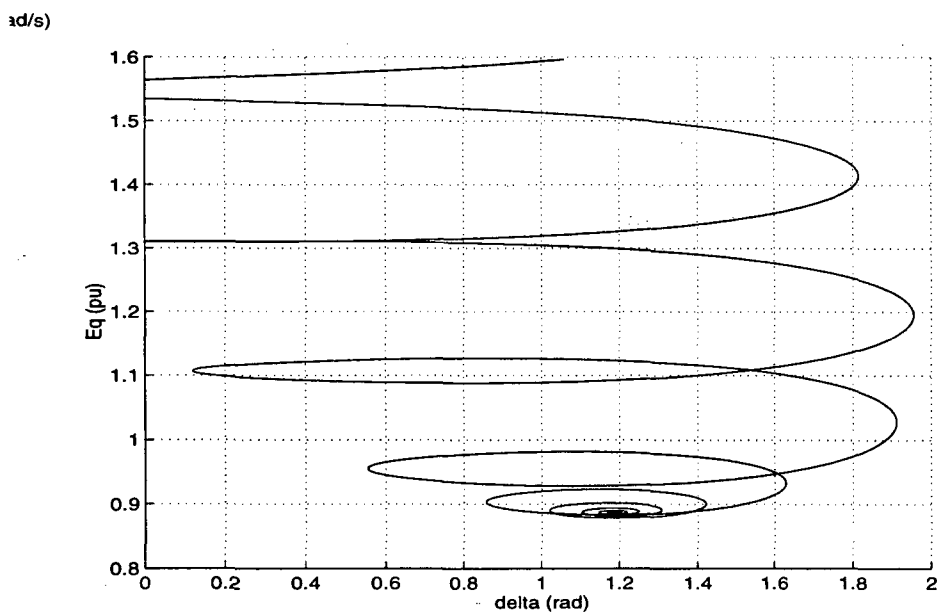


Figura 5.9: Projeção da trajetória sobre a fronteira da região de atração com o controle $L_g V$ dinâmico sobre o plano $x_1 \times x_3$.

a falta e é entendido no nosso contexto como o fornecimento de uma condição inicial mais adequada (mais próxima do ponto de operação) ao sistema pós-falta. Por outro lado, o RAT modifica a estrutura de regime permanente do sistema, criando um equilíbrio onde antes não existia. Finalmente, ao ser aumentado o ganho do RAT para obter boa regulação de tensão, o equilíbrio criado passa por uma bifurcação de Hopf e torna-se instável. Ao controle de excitação, que já leva a efeito com o RAT a tarefa de regulação de tensão, fornece um ponto de equilíbrio ao sistema e uma condição inicial mais próxima a este equilíbrio, resta ainda a tarefa de estabilizar este equilíbrio. Esta tarefa deverá ser efetuada por um controle adicional, como faz o ESP convencional.

5.4.1 O exemplo

O mesmo sistema acima apresentado, quando em outra condição de operação, ilustra o comportamento típico de um sistema MBI e as idéias acima sobre a influência do RAT. Os parâmetros b do modelo (5.1)-(5.3) são os mesmos, já que independem da condição de operação. A potência ativa fornecida pelo gerador é a mesma considerada anteriormente, sendo alterada apenas a relação de potências reativas. Assim sendo, a potência mecânica fornecida ao gerador não se altera, mas apenas a tensão de campo.

Comportamento sem regulação

De acordo com o exposto acima, a única diferença no modelo é a constante E , cujo valor neste ponto de operação é $E = 0,3630$. A região de atração do ponto de operação x_e^o é delimitada pela variedade estável do equilíbrio instável x_e^i . A Fig. 5.10 mostra a resposta do sistema a um curto-circuito sólido, eliminado após $t_{cl} = 100$ ms, nos terminais do gerador.

Comportamento com regulação

Seja um RAT estático

$$E_f = K_a(V_r - V_i(x_1, x_3) + V_P) \quad (5.19)$$

A região de atração do equilíbrio estável é agora delimitada pela variedade estável de um ciclo-limite instável[103].

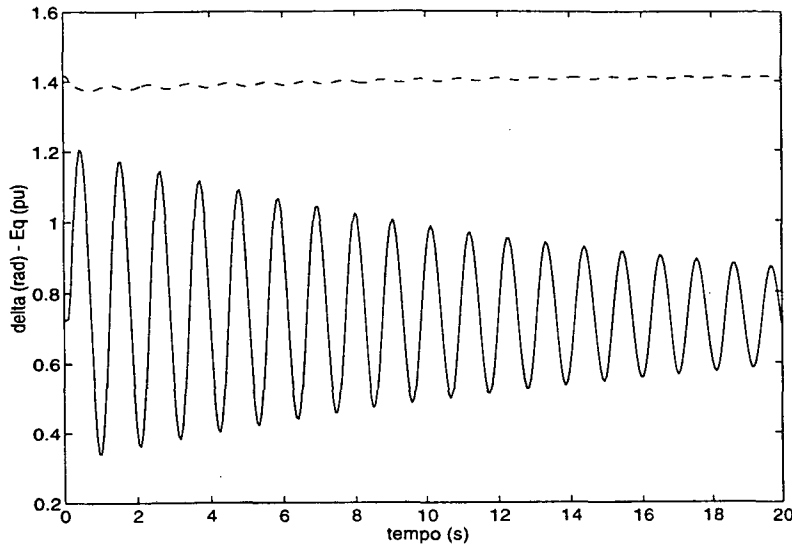


Figura 5.10: Ângulo de carga e tensão interna do sistema MBI típico sem RAT em resposta a um curto-circuito sólido com $t_{cl} = 100 \text{ ms}$.

Considere inicialmente um valor moderado para o ganho do RAT, $K_a = 5$. A Fig. 5.11 mostra a resposta do sistema nesta condição a um curto-circuito sólido, eliminado após $t_{cl} = 100 \text{ ms}$, nos terminais do gerador. Aumentando o ganho do regulador de tensão, o que é necessário para obter boas características de regulação, uma bifurcação de Hopf é provocada, e o ponto de operação passa a ser instável. O comportamento do sistema com um ganho $K_a = 50$ é apresentado na Fig. 5.12.

O controlador $L_g V$ e sua extensão dinâmica apresentados anteriormente foram projetados para melhorar a estabilidade de uma máquina síncrona não regulada. Este resultado pode ser estendido para o caso de máquinas equipadas com reguladores de tensão. O controlador apresentado acima pode ser modificado de tal forma que garanta para o sistema com regulador de tensão um desempenho bastante semelhante àquele obtido no caso da máquina não regulada. Isto é feito cancelando o efeito dinâmico do RAT e mantendo o seu efeito em regime permanente. Esta idéia é diretamente implementável no caso de um RAT estático, mas exige um passo de projeto em cascata (ver Apêndice C) no caso de um RAT dinâmico.

5.4.2 Regulador de tensão estático

O sistema MBI com uma máquina equipada com RAT estático é descrito pelo modelo (5.1)-(5.3) acrescido de um termo na equação relativa a \dot{x}_3 . A derivada da função de Liapunov (5.4)

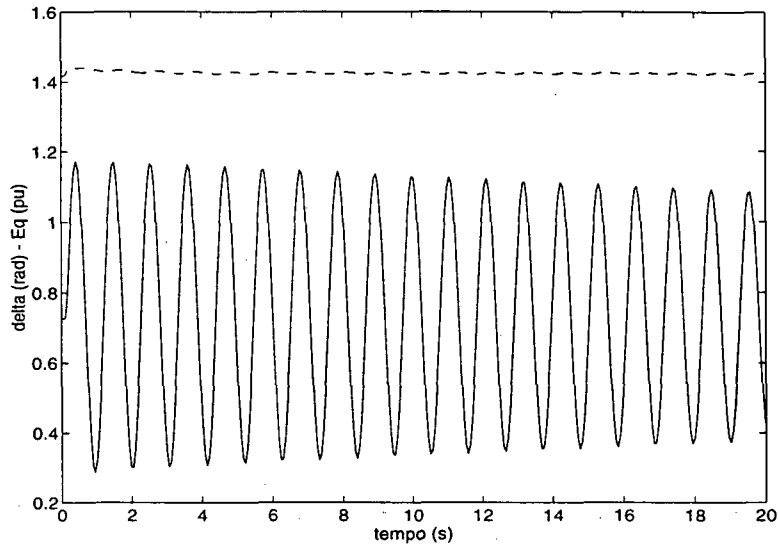


Figura 5.11: Ângulo de carga e tensão interna do sistema MBI típico com RAT ($K_a = 5$) em resposta a um curto-circuito sólido com $t_{cl} = 100 \text{ ms}$.

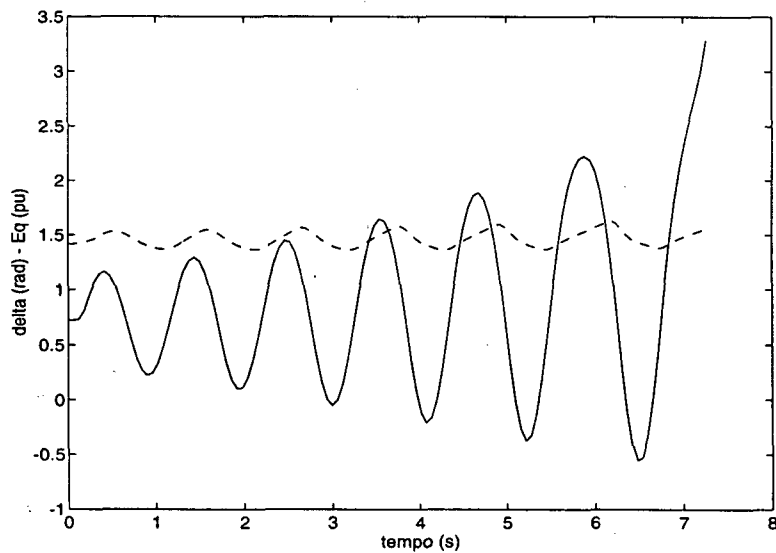


Figura 5.12: Ângulo de carga e tensão interna do sistema MBI típico com RAT ($K_a = 50$) em resposta a um curto-circuito sólido com $t_{cl} = 100 \text{ ms}$.

neste caso é

$$\dot{V}(x) = -\frac{b_1}{b_3}[\varphi(x) - \varphi(x_e^o)][\varphi(x) + K_a(V_r - V_t + u)] \quad (5.20)$$

Seja agora

$$u = -(V_t - V_{te}) + \frac{v}{K_a} \quad (5.21)$$

onde V_{te} é o valor de equilíbrio da tensão terminal V_t , Então

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= -\frac{b_1}{b_3}[\varphi(x) - \varphi(x_e^o)][\varphi(x) + K_a(V_r - V_{te}) + v] \\ &= -\frac{b_1}{b_3}\{[\varphi(x) - \varphi(x_e^o)]^2 + [\varphi(x) - \varphi(x_e^o)]v\} \end{aligned} \quad (5.22)$$

uma vez que $K_a(V_r - V_{te}) = -\varphi(x_e^o)$. Basta então fazer o controle

$$v = k[\varphi(x) - \varphi(x_e^o)] \quad (5.23)$$

como no caso sem RAT, para obter a mesma expressão para a derivada da função de Liapunov. O controle então é dado por (5.21)-(5.23). A função de Liapunov é a mesma utilizada anteriormente e, com este controle, a sua derivada é igual àquela obtida para a máquina não regulada com o controle $L_g V$ (5.7). Portanto o comportamento do sistema em malha fechada é o mesmo, sendo que a característica estática do regulador de tensão determina o valor de E .

Note que o controle (5.21) não interfere na regulação de tensão. Esta característica é obtida graças à utilização na lei de controle do valor de regime permanente V_{te} da tensão terminal, valor este que não está disponível: uma vez mais tem-se um equilíbrio desconhecido cuja posição gostaríamos de utilizar na lei de controle. Uma extensão dinâmica pode ser obtida para este controle, chegando ao controlador dinâmico descrito por:

$$u = k[\varphi(x) - \hat{\theta}_1] + V_t - \hat{\theta}_2 \quad (5.24)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \alpha_1[\varphi(x) - \hat{\theta}_1] \quad (5.25)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \alpha_2[V_t - \hat{\theta}_2] \quad (5.26)$$

ou, no domínio da frequência,

$$u(s) = k \frac{s}{s + \alpha_1} \Phi(s) + \frac{s}{s + \alpha_2} \mathcal{V}(s) \quad (5.27)$$

onde $\Phi(s)$ e $\mathcal{V}(s)$ representam as transformadas dos sinais $\varphi(x)$ e V_t respectivamente.

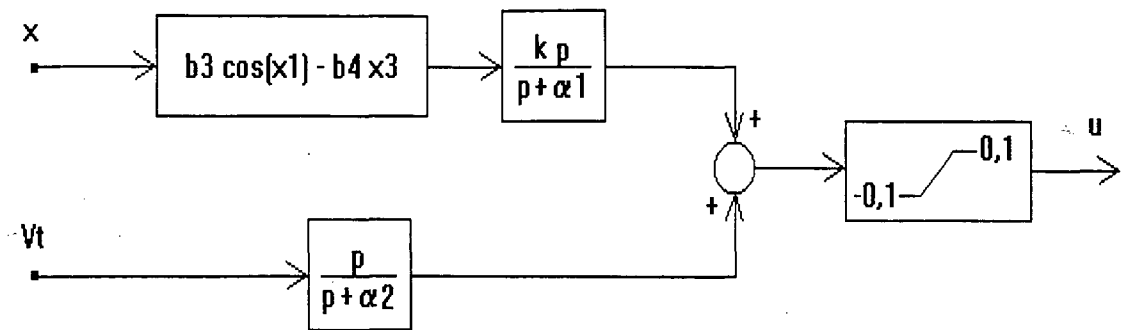


Figura 5.13: Diagrama de blocos do controlador.

O termo extra na lei de controle cancela o efeito dinâmico da realimentação de tensão terminal, mantendo seu efeito em regime permanente. Este cancelamento garante a estabilidade no sistema dinâmico, mas é prejudicial ao comportamento do sistema durante uma falta. Com efeito, a atuação do regulador de tensão durante a falta, levando a tensão de campo a seu valor máximo e reduzindo assim a extensão da trajetória do sistema neste período, contribui sensivelmente para a estabilidade em regime transitório. A fim de que a realimentação de tensão não seja cancelada durante a falta, basta incluir uma limitação na entrada de controle (5.27). Os usuais limites da ordem de $0,1 pu$ para ESP's são adequados. O controlador proposto é, finalmente, descrito pelo diagrama de blocos da Fig. 5.13.

Este controle suplementar de excitação é aplicado ao sistema MBI de teste. Os parâmetros deste controlador são ajustados empiricamente para este caso como $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,1 s^{-1}$ e $k = 2$. As Figs. 5.14-5.15 mostram a resposta do sistema a um curto-circuito com $t_{cl} = 100 ms$.

5.4.3 Regulador de tensão dinâmico

A extensão do projeto para o caso de um RAT dinâmico pode ser feita por meio de projeto em cascata utilizando funções de Liapunov para controle[56]. Para tanto, defina-se a variável

$$x_4 \triangleq E_f - E_{fe} \quad (5.28)$$

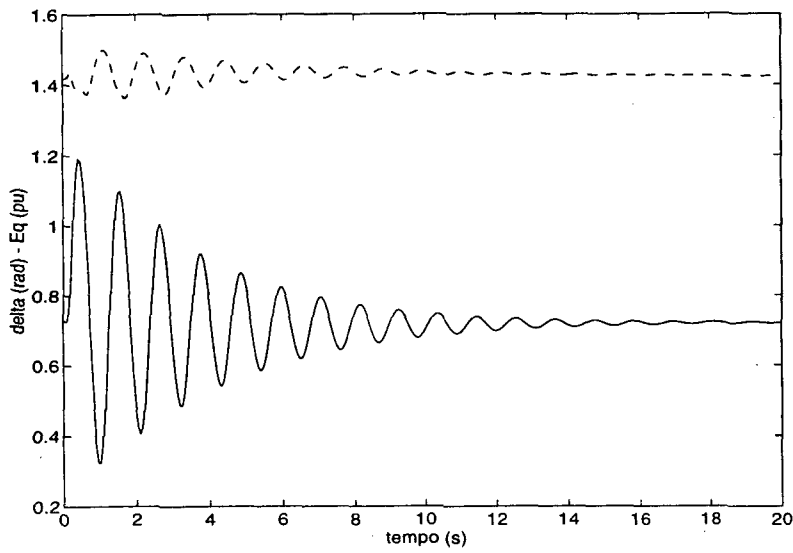


Figura 5.14: Ângulo de carga e tensão interna do sistema MBI típico com ESP não linear (5.27) ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0,1 \text{ s}^{-1}$ e $k = 2$); $t_{cl} = 100 \text{ ms}$.

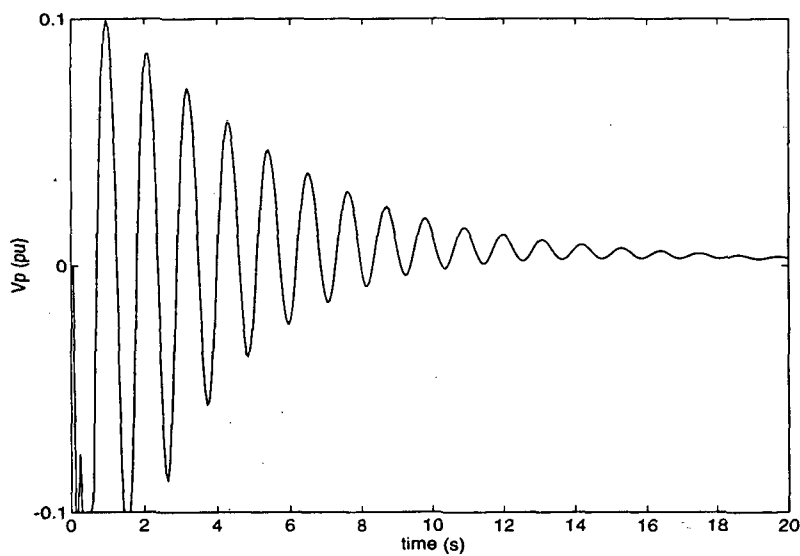


Figura 5.15: Saída do ESP não linear do sistema MBI típico; $t_{cl} = 100 \text{ ms}$.

onde E_{fe} é o valor de equilíbrio da tensão de campo E_f , valor este dado por

$$E_{fe} = \frac{K_a}{T_a}(V_r - V_{te}) \quad (5.29)$$

Então tem-se

$$E + u = \frac{1}{T_0} E_f \quad (5.30)$$

de tal forma que a nova variável x_4 é o controle utilizado para o sistema (5.1)-(5.3) e é o "pseudocontrole" para o projeto. A nova equação de estado é

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{T_a}[-x_4 + K_a(V_t - V_{te} + v)] \quad (5.31)$$

Defina ainda o novo vetor de estado como

$$x \triangleq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

e, por conveniência de notação, a função

$$\phi(x) \triangleq \varphi(x) - \varphi(x_e^o) \quad (5.33)$$

Tomando a função de Liapunov

$$V_b(x) = V + \frac{a}{2}(x_4 + k\phi(x))^2 \quad (5.34)$$

onde $\phi(x) = \varphi(x) - \varphi(x_e^o)$, tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}_b &= -\phi^2 + x_4\phi + (x_4 + k\phi(x))\left(\dot{x}_4 + k\frac{d\phi}{dt}\right) = \\ &= -\phi^2 + (x_4 + k\phi - k\phi)\phi + (x_4 + k\phi(x))\left(\frac{1}{T_a}[-x_4 + K_a(V_t - V_{te} + v)] + k\frac{d\phi}{dt}\right) = \\ &= -(k+1)\phi^2 + (x_4 + k\phi) + \left\{\frac{1}{T_a}[\phi - x_4 + K_a(V_t - V_{te} + v)] + k\frac{d\phi}{dt}\right\} \end{aligned}$$

Tomando

$$v = V_{te} - V_t + \frac{1}{K_a}[kT_a b_3 x_2 \sin x_1 + (kT_a b_4 + kb_4 - k - T_a)\phi] \quad (5.35)$$

e usando

$$\frac{d\phi}{dt} = -b_3 x_2 \sin x_1 - b_4(\phi + x_4) \quad (5.36)$$

obtem-se

$$\dot{V}_b = -(k+1)\phi^2 - (1-b_4)(x_4+k\phi)^2$$

Como usual nesta metodologia de projeto, a derivada da função de Liapunov consiste de uma soma de duas parcelas: a primeira parcela é igual à derivada da função de Liapunov obtida sem a inclusão do RAT e a segunda parcela é um termo quadrático da diferença entre o pseudocontrole e o valor desejado para o mesmo segundo o projeto para o sistema sem RAT. Assim sendo, novamente o comportamento do sistema em malha fechada deve ser similar àquele obtido para o sistema em malha fechada sem RAT com o controle $L_g V$.

5.5 Conclusões

Um controle de excitação para máquinas síncronas que melhora as propriedades de estabilidade do sistema MBI foi apresentado neste Capítulo. O controle se vale da função de Liapunov utilizada para a análise da estabilidade do sistema sem regulação de tensão para obter um controle que aumenta o amortecimento do sistema; um controlador $L_g V$ é utilizado. Aplicando o esquema de adaptação da Seção 4.6.2 para o seguimento do ponto de equilíbrio, um controlador dinâmico é obtido. O amortecimento obtido com este controlador dinâmico é similar àquele obtido com o controle $L_g V$ estático. Ambos controladores, conforme demonstrado no Capítulo 4, aumentam a estimativa da região de atração do equilíbrio. No entanto no caso apresentado apenas o controlador dinâmico efetivamente aumenta a região de atração real. Um aumento de 20% no tempo crítico de eliminação de curto-circuito foi obtido com relação ao sistema sem controle para o sistema teste.

O regulador de tensão estático pode ser considerado no projeto eliminando sua ação em regime dinâmico por meio de um termo extra na lei de controle. A regulação de tensão é mantida e o comportamento dinâmico do sistema é similar àquele obtido no sistema sem regulador de tensão. Desta forma as contribuições benéficas do RAT para a estabilidade do sistema são mantidas, bem como a regulação de tensão, e o equilíbrio é tornado estável pelo controle adicional. A extensão dinâmica deste controle foi apresentada, e simulações em um sistema teste mostram a estabilização do sistema por este controlador dinâmico não linear. O RAT dinâmico, onde se considera a constante de tempo do atuador, pode ser incluído no projeto por um projeto em cascata utilizando funções de Liapunov para controle.

Capítulo 6

Coordenação e Robustez para o Sistema Global

6.1 Introdução

Sistemas de potência devem operar em diversas condições distintas, devido às variações normais de carga, padrões distintos de geração, mudanças topológicas na rede e outros fatores. Para cada uma destas condições de operação a linearização do sistema fornece um modelo com parâmetros distintos e o esquema de controle deve garantir a estabilidade de malha fechada para cada um destes modelos. Em outras palavras, o controle deve apresentar *robustez* às variações paramétricas do sistema. Por outro lado, o esquema de controle é composto de diversos controladores dispersos pelo sistema, cada um atuando sobre uma máquina ou dispositivo eletrônico. Cada um destes controladores está restrito, por razões práticas, a utilizar informações locais do elemento que ele equipa, e no entanto a sua atuação se faz sentir por todo o sistema. Para que a atuação dos diversos controladores seja efetiva, o seu projeto deve ser levado a efeito a um só tempo, levando em conta a interação entre eles. É importante que se faça o projeto efetuando uma *coordenação* dos diversos controladores.

Tanto a robustez quanto a coordenação têm sido considerados em aplicações a sistemas de potência. O projeto coordenado de ESP's e sinais adicionais para FACTS utilizando controle subótimo com restrições estruturais tem sido explorado recentemente[32, 88, 89]. Por outro lado, diversos trabalhos têm proposto a aplicação de métodos de controle robusto ao projeto destes controladores, porém sem considerar a coordenação entre eles. A maioria destes trabalhos utiliza a modelagem freqüencial para o sistema[93, 14, 94, 50, 80, 1, 73, 105], e poucos trabalhos exploram a modelagem no domínio do tempo, como proposto nesta monografia[82, 28].

Em sistemas de potência ambos aspectos, robustez e coordenação, são relevantes, e por isto um método de projeto que contemple a ambos deve ser buscado[9, 67]. A modelagem temporal facilita a modelagem de incertezas paramétricas e ainda permite a formulação do problema de controle descentralizado de maneira simples. Por esta razão adota-se nesta monografia uma modelagem no domínio do tempo para o sistema. Os diversos controladores no sistema são vistos como um único controlador com estrutura descentralizada, e este controlador deve garantir a estabilidade do sistema em diversas condições de operação pré-determinadas. A robustez do controle é formulada no contexto de estabilidade quadrática, e o problema de projeto é abordado por meio da equação de Riccati. Um resultado teórico original envolvendo equações de Riccati modificadas é apresentado[29]. Com base neste resultado um procedimento numérico de projeto é proposto. A aplicação deste método de projeto ao projeto de ESP's e sinais adicionais para FACTS em um sistema teste é apresentada[87]. Finalmente, um método similar de projeto, mas abordando o problema por meio de desigualdades matriciais lineares, é apresentado e as vantagens e desvantagens de cada um dos métodos são discutidas.

6.2 Formulação do problema

O modelo linearizado para o sistema global, que descreve as trocas de energia entre as diversas áreas de um sistema de potência, foi derivado no Capítulo 3. Este modelo é dado por¹

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (6.1)$$

onde

$$x \triangleq \begin{bmatrix} x_{G1} \\ \vdots \\ x_{GN} \\ x_{C1} \\ \vdots \\ x_{Cn_s} \\ x_{S1} \\ \vdots \\ x_{Sn_s} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$x_{Gi} = \begin{bmatrix} \delta_i \\ \omega_i \\ E'_{qi} \end{bmatrix} \quad x_{Ci} = \begin{bmatrix} \xi \\ B_{kj} \end{bmatrix} \quad x_{Si} = [B] \quad (6.3)$$

¹Se apenas RAT's estáticos são considerados.

e

$$u = \begin{bmatrix} V_{P1} \\ \vdots \\ V_{Pn_p} \\ V_{C1} \\ \vdots \\ V_{Cn_c} \\ V_{S1} \\ \vdots \\ V_{Sn_s} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

A matriz de entrada B tem uma estrutura bloco-diagonal:

$$B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & b_{n_{cont}} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

onde os b_i 's são vetores coluna que representam os vetores de entrada de cada um dos dispositivos de controle (RAT's, CSC's e CER's) e foi definido $n_{cont} = n_p + n_c + n_s$ como o número de controladores. Esta modelagem foi detalhada no Capítulo 3.

O projeto dos ESP's e dos controles suplementares para os dispositivos FACTS é abordado como o projeto de um único controlador por realimentação de estados para o sistema global (6.1):

$$u = Kx \quad (6.6)$$

Se este controlador global está restrito a realimentar variáveis de uma máquina apenas para a entrada desta mesma máquina, então o ganho K deve ter uma estrutura bloco-diagonal como abaixo.

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & k_{n_{cont}} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Os k_i 's são vetores linha, com $k_i \in \mathfrak{R}^3$ para RAT's, $k_i \in \mathfrak{R}^2$ para CSC's e $k_i \in \mathfrak{R}^1$ para CER's.

Logo

$$K \in \mathfrak{R}^{n_{cont} \times n} \quad (6.8)$$

onde n é a ordem do sistema dinâmico (6.1). Cada bloco na matriz de realimentação K representa um controlador local (um ESP ou um sinal adicional para FACTS) e os diferentes controladores no sistema são vistos como um único controlador com estrutura descentralizada

para fins de projeto. Restrições estruturais genéricas, incluindo a restrição de descentralização (6.7), podem ser representadas sob a forma [35, 76, 32]

$$F(K) = 0 \quad (6.9)$$

Uma estrutura de realimentação dinâmica de saída também pode ser obtida por meio da inclusão de uma restrição estrutural. Se o sistema tem como equação dinâmica a equação (6.1) e como equação de saída

$$y = Cx \quad (6.10)$$

com $C \in \mathbb{R}^{s \times n}$ e $\rho(C) = s$, e o ganho K satisfaz à restrição estrutural

$$F(K) = K(I - C^T(CC^T)^{-1}C) = 0 \quad (6.11)$$

então o controle (6.6) pode ser escrito como

$$u = Kx = GCx = Gy \quad (6.12)$$

onde $G = KC^T(CC^T)^{-1}$.

Finalmente, se o ganho satisfaz à restrição

$$K - \begin{bmatrix} k_1 C_1^T (C_1 C_1^T)^{-1} C_1 \\ k_2 C_2^T (C_2 C_2^T)^{-1} C_2 \\ \vdots \\ k_{n_{cont}} C_{n_{cont}}^T (C_{n_{cont}} C_{n_{cont}}^T)^{-1} C_{n_{cont}} \end{bmatrix} = 0 \quad (6.13)$$

onde

$$y_i = C_i x, \quad i = 1, \dots, n_{cont} \quad (6.14)$$

são as saídas locais a cada controlador, então uma estrutura de realimentação descentralizada de saídas é obtida.

Está claro da definição da matriz dinâmica no modelo de projeto (6.1) que os valores de seus elementos dependem do ponto de operação do sistema, refletindo a variação das características dinâmicas do sistema à medida que as condições de operação mudam. Mudanças na topologia e na carga do sistema são refletidas em variações nos valores dos elementos das submatrizes J_1 , J_2 , J_3 e J_4 , o que pode fazer com que os valores dos elementos da matriz A variem em uma larga faixa. Diz-se então que os elementos da matriz A são incertos e que a própria matriz A é incerta, e que esta incerteza é paramétrica. Tem-se então não uma única matriz dinâmica que

representa o sistema, mas uma matriz dinâmica distinta para cada condição de operação. Se q é o número de condições de operação nas quais o sistema deve operar, então tem-se q matrizes dinâmicas:

$$A_1, A_2, \dots, A_q \quad (6.15)$$

e o controlador $u = Kx$ deve garantir a estabilidade do sistema em todas as condições de operação:

$$(A_i + BK) \in \mathcal{H}, \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (6.16)$$

O problema de projeto do esquema de controle global pode então ser formalizado como segue.

Problema 6.1 *Dado um conjunto de matrizes dinâmicas*

$$A_i, \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (6.17)$$

e uma matriz de entrada B , encontrar K tal que (6.9) e (6.16) sejam satisfeitas.

6.3 Robustez

6.3.1 Modelagem das incertezas

O conjunto de modelos dinâmicos oriundo da linearização do sistema nas diferentes condições de operação está contido em um conjunto de modelos descrito pela equação [77, 85, 27]

$$\dot{x}(t) = [A_0 + \sum_{i=1}^p r_i(t) \Xi_i] x(t) + Bu(t) \quad (6.18)$$

$$|r_i(t)| \leq 1 \quad i = 1, \dots, p \quad (6.19)$$

onde A_0 é uma matriz "nominal", p é o número de parâmetros incertos, o vetor² $r(t) \in \mathbb{R}^p$ representa as incertezas e as matrizes Ξ_i são matrizes constantes de posto unitário, o que implica que estas matrizes podem ser escritas como

$$\Xi_i = d_i e_i^T, \quad i = 1, \dots, p \quad (6.20)$$

com $d_i, e_i \in \mathbb{R}^n$. Note que esta decomposição não é única.

² r_i denota a i -ésima componente deste vetor.

Incertezas na matriz B podem ser modeladas da mesma maneira, e os resultados a serem apresentados, salvo quando explicitamente mencionado, continuam válidos neste caso. Em sistemas de potência a variação do ponto de operação gera incertezas apenas na matriz dinâmica, e não na matriz de entrada. Incertezas na matriz de entrada são devidas apenas a incertezas nos parâmetros de modelo e tendem a ser de menor magnitude. Assim sendo, as incertezas na matriz de entrada não serão consideradas, e apenas este caso particular - sem incertezas na matriz de entrada - será tratado, a fim de manter a exposição tão simples quanto possível.

A seguinte interpretação geométrica pode ser dada a este conjunto de modelos. Seja \mathcal{S} um espaço de modelos, no sentido que a cada ponto deste espaço corresponde um sistema linear representado por um par de matrizes (A, B) . Cada direção deste espaço vetorial está associada a um dos p elementos incertos do modelo (6.18). Os vários possíveis valores das matrizes de incerteza, originários no nosso caso da linearização do sistema em torno de cada um dos q diferentes pontos de operação, geram um conjunto de q pontos $\mathcal{P} \in \mathcal{S}$. Tomando os valores máximo e mínimo de cada elemento incerto, um poliedro $\bar{\mathcal{P}} \in \mathcal{S}$ é gerado de tal forma que $\bar{\mathcal{P}} \supset \mathcal{P}$. O par (A_0, B) representa exatamente o centro geométrico deste poliedro. A variação temporal do vetor de incertezas $r(t)$ implica que o modelo varia dentro do poliedro $\bar{\mathcal{P}}$. Quando o vetor de incertezas tem cada uma de suas componentes assumindo um de seus valores extremos (1 ou -1), então o sistema está em um dos vértices deste poliedro. A Fig. 6.1 ilustra estes conceitos para $p = 2$, ou seja, quando $\mathcal{S} = \mathbb{R}^2$. Nesta figura, cada ponto assinalado representa um dos q diferentes sistemas, e o retângulo ali traçado representa o poliedro $\bar{\mathcal{P}}$.

Esta modelagem das incertezas permite a aplicação de conceitos de estabilidade quadrática [15, 8, 47, 27]. No contexto de estabilidade quadrática usualmente busca-se uma função de Liapunov quadrática cuja derivada temporal seja negativa definida para toda incerteza admissível, o que implica que uma mesma função de Liapunov deve servir para todos os modelos do conjunto. Note que o modelo incerto (6.18) contém o conjunto de modelos obtidos com a linearização do sistema nos diversos pontos de operação, mas não se restringe a estes q modelos. Os modelos incluídos em (6.18) são todos aqueles contidos no menor hipercubo que contém todos estes q modelos.

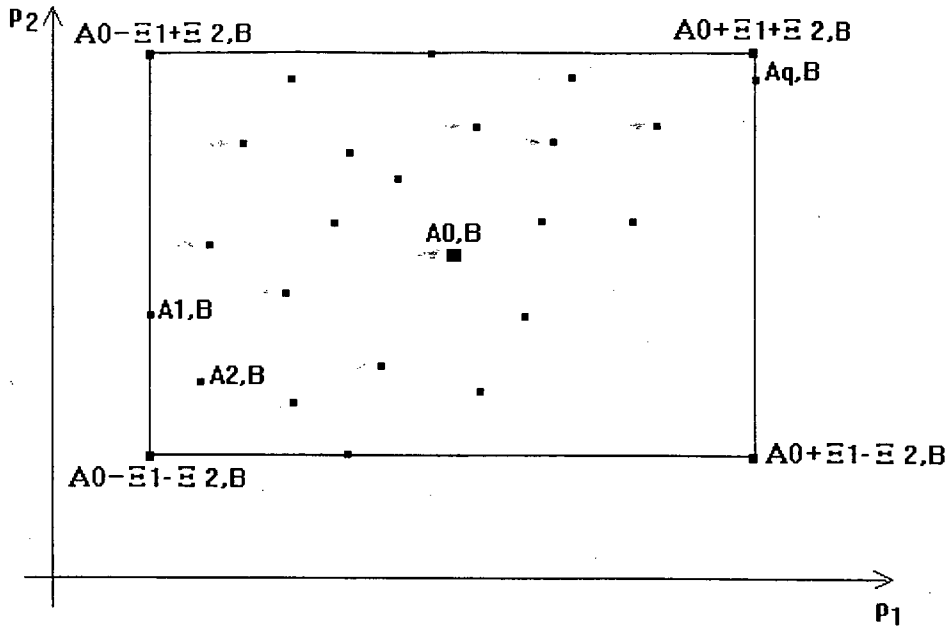


Figura 6.1: Representação da variação do modelo do sistema no espaço de modelos.

6.3.2 Abordagem pela equação de Riccati

No problema RLQ³ a solução da equação de Riccati fornece uma lei de controle e uma função de Liapunov para o sistema em malha fechada com este controle. Além disto esta lei de controle é ótima, no sentido de que minimiza um custo quadrático[5, 58]. A inclusão de termos extras na equação de Riccati permite aplicar soluções similares para sistemas incertos[18, 77, 78, 53]. Estes termos extras são construídos de tal forma a compensar o efeito das incertezas na derivada da função de Liapunov resultante[85].

Sejam as matrizes

$$T \triangleq \sum_{i=1}^p d_i d_i^T \quad U \triangleq \sum_{i=1}^p e_i e_i^T \quad (6.21)$$

onde os vetores d_i e e_i são como definidos em (6.20).

Teorema 6.1 [85, 77] *Sejam Q e R matrizes simétricas positivas definidas, com dimensões apropriadas, escolhidas arbitrariamente. Se, para algum $\epsilon > 0$, a equação de Riccati aumentada*

$$PA_0 + A_0^T P - P \left[\frac{1}{\epsilon} (2BR^{-1}B^T) - T \right] P + U + \epsilon Q = 0 \quad (6.22)$$

admite uma solução simétrica positiva definida P , então

$$u(t) = Kx(t) \quad (6.23)$$

³Regulador Linear Quadrático.

com

$$K = -\frac{1}{\epsilon} R^{-1} B^T P \quad (6.24)$$

é uma lei de controle estabilizante para o sistema incerto (6.18).

◇

É importante notar que a existência de uma solução positiva definida P para a equação de Riccati aumentada (6.22) não é clara como no caso da equação de Riccati no contexto de controle ótimo [13, 58]. De fato, o resultado acima fornece uma condição apenas suficiente para a existência de uma lei de controle estabilizante. Pode ocorrer que a equação (6.22) não tenha solução positiva definida para nenhum ϵ , mesmo quando o sistema incerto (6.18) admite uma lei de controle estabilizante.

As matrizes Q e R desempenham papel similar ao das matrizes de peso no problema RLQ, e são escolhidas pelo projetista. Também a decomposição das matrizes Ξ_i é um parâmetro de projeto. No entanto a decomposição é um parâmetro de projeto mais crítico. A escolha das matrizes Q e R pode determinar mudanças no resultado final do projeto, mas não na existência de solução, conforme implica o Teorema abaixo. Este Teorema não é válido quando há incertezas também na matriz de entrada [85].

Teorema 6.2 [77] *Assuma que, para dadas matrizes positivas definidas Q e R , existe um $\epsilon > 0$ tal que a equação (6.22) admite uma solução definida positiva. Então, para quaisquer Q' e R' definidas positivas, existe um ϵ^* com a seguinte propriedade: para qualquer $\epsilon' \in (0, \epsilon^*]$ a equação*

$$PA_0 + A_0^T P - P \left[\frac{1}{\epsilon'} (2BR'^{-1}B^T) - T \right] P + U + \epsilon' Q' = 0 \quad (6.25)$$

admite uma solução positiva definida.

◇

O Teorema 6.2 implica que a existência de solução não depende da escolha das matrizes Q e R . Ao contrário, resultado similar não existe para as matrizes T e U ; com efeito, para algumas escolhas de decomposição pode ser encontrada uma solução para o problema e para outras escolhas não. O Teorema 6.2 implica ainda que se existe solução positiva definida para um dado valor de ϵ , então para qualquer valor menor esta também existirá. Graças a este

resultado, a solução da equação (6.22) pode ser buscada de maneira iterativa pelo algoritmo abaixo.

- Algoritmo 6.1**
1. Escolher matrizes Q e R , e um escalar ϵ ;
 2. determinar se a equação (6.22) apresenta uma solução definida positiva⁴; em caso afirmativo, o algoritmo é terminado com sucesso;
 3. substituir ϵ por $\mu\epsilon$, com $0 < \mu < 1$;
 4. se ϵ é menor do que uma tolerância pré-especificada então declare que o algoritmo falhou, caso contrário volte ao Passo 2.

◇

Fato 6.1 [77] *Se o algoritmo 6.1 falhar, então a equação (6.22) não admite solução positiva definida para nenhuma escolha de Q , R e ϵ maior do que a tolerância.*

◇

6.4 Melhoramento teórico

A abordagem da equação de Riccati aumentada para o problema de controle robusto é tema bastante explorado na literatura. Esta equação consiste na adição de um termo à equação de Riccati, termo este que representa um limite superior para a contribuição perniciosa das incertezas na derivada de uma função candidata de Liapunov (ver Seção 6.3). A idéia central do projeto consiste em aplicar o Teorema 6.1 ao sistema incerto (6.18), obtendo um controlador robusto para o sistema. Porém o modelo (6.18) representa o sistema global. Logo se uma realimentação de estados for projetada para o sistema assim modelado, tal realimentação apresentará em geral "ganhos cruzados", ou seja, realimentação de sinais de uma máquina para a entrada de excitação de outras. A implementação de um tal esquema de controle exigiria o envio de sinais de comunicação entre as unidades geradoras, e entre estas e os dispositivos FACTS, o que é altamente indesejável.

⁴Este passo pode ser levado a cabo aplicando métodos conhecidos para solução de equações de Riccati[13] e verificando se a solução obtida é definida positiva.

A fim de evitar os ganhos cruzados, o ganho de realimentação deve ser forçado a atender à restrição estrutural (6.7). Em um problema de controle ótimo o ganho pode ser forçado a atender a restrições estruturais genéricas por meio da adição de um termo na equação de Riccati[35, 32]. No caso de projeto de controladores para sistemas de potência, é importante considerar ambos aspectos, robustez e atendimento de restrições estruturais. Para tanto, adicionamos à equação de Riccati ambos os termos constantes de cada uma das abordagens acima, esperando que as soluções desta nova equação apresentem as propriedades de cada uma das equações modificadas. O Teorema abaixo demonstra que estas propriedades são, com efeito, obtidas.

Teorema 6.3 *Sejam $Q = Q^T > 0$ e $R = R^T > 0$ matrizes de dimensões apropriadas, e $L \in \mathbb{R}^{m \times n}$, escolhidas arbitrariamente. Se, para algum $\epsilon > 0$, a equação matricial*

$$PA_0 + A_0^T P - P \left[\frac{1}{\epsilon} (BR^{-1}B^T) - T \right] P + U + \epsilon \{Q + L^T RL\} = 0 \quad (6.26)$$

admite uma solução simétrica positiva definida P , então o sistema incerto em malha fechada

$$\dot{x}(t) = (A_0 + \Delta A(t) + BK)x(t) \quad (6.27)$$

com

$$K = -\frac{1}{\epsilon} R^{-1} B^T P + L \quad (6.28)$$

é assintoticamente estável para qualquer $\Delta A(t)$ admissível.

◇

Prova: *Seja $V(x) = x^T P x$ uma função candidata de Liapunov para o sistema em malha fechada (6.27). A sua derivada ao longo das trajetórias do sistema é*

$$\dot{V}(x) = x^T \{ (A_0 + \Delta A - BK)^T P + P (A_0 + \Delta A - BK) \} x \quad (6.29)$$

Usando (6.28)

$$\dot{V}(x) = x^T \{ A_0^T P + P A_0 - \frac{2}{\epsilon} P B R^{-1} B^T P + L^T B^T P + P B L \} x + x^T \{ \Delta A^T P + P \Delta A \} x \quad (6.30)$$

Usando o fato que

$$x^T (\Delta A^T P + P \Delta A) x = 2x^T P \Delta A x \quad (6.31)$$

e

$$\begin{aligned}
2x^T P \sum_{i=1}^p r_i(t) A_i x &= 2x^T P \sum_{i=1}^p r_i d_i e_i^T x \\
&\leq 2 \sum_{i=1}^p |x^T P d_i e_i^T x| \\
&\leq \sum_{i=1}^p (x^T P d_i)^2 + \sum_{i=1}^p (e_i x)^2 \\
&= x^T P \sum_{i=1}^p d_i d_i^T P x + x^T \sum_{i=1}^p e_i e_i^T x \\
&= x^T P T P x + x^T U x
\end{aligned} \tag{6.32}$$

segue que

$$\dot{V}(x) \leq x^T \left\{ A_0^T P + P A_0 - \frac{2}{\epsilon} P B R^{-1} B^T P + L^T B^T P + P B L + P T P + U \right\} x \tag{6.33}$$

Agora, usando (6.26)

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x) &\leq x^T \left\{ L^T B^T P + P B L - \frac{1}{\epsilon} P B R^{-1} B^T P - \epsilon \{ Q + L^T R L \} \right\} x \\
&= x^T \left\{ -((\epsilon R)^{-1} B^T P - L)^T \epsilon R ((\epsilon R)^{-1} B^T P - L) - \epsilon Q \right\} x \\
&\leq -\epsilon x^T Q x < 0
\end{aligned} \tag{6.34}$$

e a estabilidade assintótica é assegurada.

□

6.4.1 O método de projeto

Uma vez que o Teorema 6.3 é válido para qualquer matriz L , esta matriz pode ser escolhida para forçar o ganho K resultante a satisfazer a restrição estrutural desejada. No caso de descentralização, por exemplo, aplica-se o Teorema com $L = \frac{1}{\epsilon} (R_0^{-1} B^T P - \text{blocodiagonal}\{R_0^{-1} B^T P\})$. Ou seja, a matriz L é composta por aquela parte do ganho K que não é desejada na solução final, os "ganhos cruzados". No entanto, neste caso a matriz L não é conhecida *a priori*; ela própria depende do ganho K . Claro está que o mesmo aconteceria para qualquer restrição estrutural, pois sempre a matriz L seria função da própria solução da equação (6.22).

De acordo com o Teorema 6.3, se duas matrizes P e L tais que as condições do teorema são satisfeitas forem encontradas e $L = F(\frac{1}{\epsilon} R^{-1} B^T P)$, então a realimentação de estados $K =$

$-\frac{1}{\epsilon}R^{-1}B^T P + L$ satisfaz a restrição estrutural $F(K) = 0$ e garante estabilidade quadrática para qualquer incerteza admissível. Um algoritmo que busca iterativamente tais matrizes P e L é apresentado abaixo. Antes, porém, defina-se, para simplificar a notação na apresentação do algoritmo:

$$\Upsilon(P) \triangleq PA_0 + A_0^T P - P \left[\frac{1}{\epsilon} BR^{-1} B^T - T \right] P + U \quad (6.35)$$

Algoritmo 6.2 • *Passo 1 - Escolha $Q = Q^T > 0$, $R = R^T > 0$, $\epsilon = \epsilon_0$, $\alpha < 1$, β e tol como números positivos pequenos, e inicialize $j = l = 1$ e $L = 0_{m \times n}$.*

- *Passo 2 - Resolva $\Upsilon(P_1) = -\epsilon\{Q + L^T(R + \beta I)L\}$ para P_1 .*
- *Passo 3 - Se não há solução então $\epsilon = \alpha\epsilon$ senão vá para o Passo 5.*
- *Passo 4 - Se $\epsilon \leq tol$ então PARE senão vá para o Passo 2.*
- *Passo 5 - Faça $K = -\frac{1}{\epsilon}R^{-1}B^T P_1$ e $\eta_j = \|K\|$.*
- *Passo 6 - Se $j = 1$ então $j = j + 1$, $\epsilon = \alpha\epsilon$ e vá para o Passo 2.*
- *Passo 7 - Se $\eta_{j-1} - \eta_j > tol$ e $\eta_j > tol$ então $\epsilon = \alpha\epsilon$ e vá para o Passo 2.*
- *Passo 8 - Faça $L_{l+1} = F(-\frac{1}{\epsilon}R^{-1}B^T P_l)$; Se $l = 1$ então $\nu_{l+1} = \|L_{l+1}\|$ e vá para o Passo 10 senão $\nu_{l+1} = \frac{\|L_{l+1} - L_l\|}{\|L_l\|}$.*
- *Passo 9 - Se $\nu_l - \nu_{l+1} < tol$ e $\nu_{l+1} > \beta$ então PARE.*
- *Passo 10 - Se $\nu_{l+1} < \beta$ então vá para o Passo 12 senão $l = l + 1$.*
- *Passo 11 - Resolva $\Upsilon(P_l) = -\epsilon\{Q + L_l^T(R + \beta I)L_l\}$; Se não há solução então PARE senão vá para o Passo 8.*
- *Passo 12 - Faça $K = -\frac{1}{\epsilon}R^{-1}B^T P_l + L_{l+1}$.*

◇

O passo 1 apenas inicializa as variáveis do algoritmo. Nos passos 2 a 4 o algoritmo reduz progressivamente o escalar ϵ até que, para um dado valor ϵ_1 , a equação (6.26) apresente uma solução positiva definida (se isto for possível). Até aqui o algoritmo reproduz o algoritmo 6.1. A equação (6.22) terá solução para qualquer $\epsilon < \epsilon_1$ (ver Teorema 6.2). Os passos 5 a 7 então

seguem reduzindo ϵ na busca de uma solução de mínima norma para o ganho⁵. Até este ponto nenhuma restrição estrutural foi imposta ao controlador, pois $L = 0$, e as equações (6.22) e (6.26) são equivalentes. Obtido um ganho sem restrição estrutural com mínima norma, a partir do passo 8 o algoritmo passa a eliminar deste ganho aquilo que não atende à restrição estrutural, da mesma forma que no algoritmo para projeto de controle subótimo com restrições estruturais de [35, 76, 32]. Assim, de maneira similar ao resultado teórico, o algoritmo representa uma composição adequada dos resultados conhecidos de controle robusto e controle subótimo com restrições estruturais. A inclusão do termo extra $\beta L_i^T L_i$ na solução da equação de Riccati no Passo 11 permite compensar o efeito na derivada da função de Liapunov da diferença entre os valores da matriz L em diferentes iterações (ver Seção 6.6).

O projeto coordenado e robusto dos controles suplementares para RAT's e FACTS pode então ser sumariado como segue.

1. escolher o conjunto de condições de operação para as quais o controlador deve ser efetivo;
2. linearizar o sistema em cada condição de operação escolhida;
3. montar a *matriz das médias* A_0 e as *matrizes de incertezas* Ξ_i como descritas na equação (6.18);
4. decompor as matrizes Ξ_i como em (6.20) e construir as matrizes T e U conforme a equação (6.21);
5. aplicar o Algoritmo 6.2;
6. se não há solução ou a solução não é satisfatória então volte ao Passo 4.

Diversos casos de projeto coordenado e robusto de ESP's e sinais adicionais para dispositivos FACTS foram testados ([29, 9, 87], por exemplo), e o procedimento numérico acima tem apresentado boas características de convergência.

⁵Na totalidade dos experimentos levados a efeito com este método, a redução progressiva de ϵ conduz a uma redução da norma do ganho até um determinado ponto, a partir do qual o ganho tende a aumentar; este ponto de mínima norma é encontrado pelo algoritmo.

Tabela 6.1: Autovalores de malha aberta para o *caso base*.

$-0.29 \pm j8.43$
$-0.28 \pm j8.54$
$-0.33 \pm j8.57$
$-0.06 \pm j6.03$
$-0.24 \pm j6.30$
$-0.09 \pm j7.10$
$-0.22 \pm j7.20$
$-0.18 \pm j6.82$
$+0.01 \pm j4.10$

6.5 Um exemplo de projeto

Nesta Seção é descrita uma aplicação de ESP's e controles suplementares para FACTS visando a melhoria da estabilidade dinâmica do sistema New England[16]. O projeto destes controladores é feito a um só tempo, de maneira coordenada, e levando em consideração diversas condições de operação para o sistema. Este sistema foi utilizado como exemplo no Capítulo 3, e a modelagem aqui utilizada é a mesma então descrita, porém algumas modificações adicionais foram introduzidas no sistema para os nossos propósitos. Dois dispositivos FACTS foram adicionados ao sistema: um CER foi colocado na barra 29 controlando a tensão nesta barra e um CSC foi colocado entre as barras 26 e 28, controlando a potência ativa entre estes terminais. As posições em que estes dispositivos foram colocados foram escolhidas de tal forma a maximizar seu efeito no amortecimento dos modos eletromecânicos do sistema, utilizando fatores de controlabilidade dados no programa PACDYN[66, 65].

Um *caso base* é determinado tomando a configuração de carga e geração usual no estudo deste sistema. Os autovalores associados aos modos eletromecânicos do sistema sem controle adicional são apresentados na Tabela 6.1. Todos são fracamente amortecidos e o modo interárea é instável, o que indica a necessidade de controle adicional. Seis condições de operação são selecionadas para o estudo, incluindo o caso base mais cinco outras condições descritas na Tab. 6.2 pelas modificações que elas representam com relação ao caso base.

Cinco ESP's são adicionados aos geradores nas barras 32, 34, 35, 36 e 38, e os dispositivos FACTS são equipados com sinais suplementares. Cada um destes controladores consiste de uma realimentação de estado local. O projeto destes controladores é levado a efeito pelo método

Tabela 6.2: Condições de operação selecionadas.

Caso	Alteração de carga	Alteração de geração	Queda de linha
base	-	-	-
1	+15% todas barras	-	21-22
2	+20% todas barras	+20% nas barras 30, 31, 32, 34, 36, 38	21-22
3	-20% todas barras	-20% todas barras	21-22
4	-30% todas barras	-	21-22
5	+50% nas barras 16 e 21	+60% na barra 36	21-22

descrito, utilizando o Algoritmo 6.2, implementado em MATLAB. Este esquema de controle proposto será denominado *controle robusto e coordenado* nas linhas que se seguem.

As constantes de tempo dos RAT's dos geradores equipados com ESP's são desprezadas no projeto, ou seja, o modelo de projeto considera o modelo estático para os RAT's (3.1), mas as simulações são levadas a efeito com os modelos dinâmicos. Se o gerador em uma dada barra i é denotado por G_i , então o estado do modelo de projeto pode ser escrito como

$$x = \begin{bmatrix} x_{G32} \\ x_{G39} \\ x_{G33} \\ x_{G34} \\ x_{G35} \\ x_{G36} \\ x_{G37} \\ x_{G38} \\ x_{G30} \\ x_{G31} \\ x_S \\ x_C \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

com

$$x_{G_i} = \begin{bmatrix} \omega_{G_i} \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

para a barra infinita G_{39} ,

$$x_{G_i} = \begin{bmatrix} \delta_i \\ \omega_i \\ E'_{qi} \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

para os geradores equipados com ESP's (G_{32} , G_{34} , G_{35} , G_{36} e G_{38}),

$$x_{G_i} = \begin{bmatrix} \delta_i \\ \omega_i \\ E'_{qi} \\ E_{fi} \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

para os geradores não equipados com ESP's ($G30$, $G31$, $G33$ e $G37$) e, para os FACTS,

$$x_S = [B] \quad (6.40)$$

$$x_C = \begin{bmatrix} \xi \\ B_{kj} \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

São parâmetros de projeto as matrizes de peso Q e R , e a decomposição das matrizes Ξ_i . A escolha destes parâmetros passa por um procedimento de tentativa e erro. A escolha das matrizes de peso segue linhas similares àquelas aplicadas em problemas RLQ. São tomadas matrizes diagonais, com $R > 0$ e $Q \geq 0$. Os únicos estados que são ponderados pela matriz de pesos Q são as velocidades dos nove geradores síncronos. Assim sendo, os únicos elementos não nulos da matriz Q são aqueles arrolados abaixo, onde q_i indica o elemento da linha i , coluna i .

$$\begin{aligned} q_3 &= 2 \times 10^5 \\ q_4 &= 1 \times 10^5 \\ q_7 &= 1 \times 10^5 \\ q_{11} &= 1 \times 10^5 \\ q_{14} &= 1 \times 10^5 \\ q_{17} &= 3 \times 10^5 \\ q_{20} &= 3 \times 10^5 \\ q_{24} &= 3 \times 10^5 \\ q_{27} &= 5 \times 10^4 \\ q_{31} &= 4 \times 10^6 \end{aligned} \quad (6.42)$$

A matriz de ponderação das entradas é escolhida como

$$\text{diag}(R) = \begin{bmatrix} 200 & 200 & 25,0 & 200 & 8,33 & 33,3 & 5,00 \end{bmatrix} \times 10^4 \quad (6.43)$$

onde $\text{diag}(\cdot)$ indica os elementos da diagonal da matriz.

De acordo com a modelagem adotada para as incertezas, cada uma das matrizes de incertezas Ξ_i contém apenas um elemento não nulo, ξ_i . As incertezas são então decompostas como

$$\Xi_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \sqrt{\xi_i} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & \dots & \sqrt{\xi_i} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

Finalmente, os parâmetros restantes do algoritmo são arbitrados como

$$\beta = 0,01 \quad (6.45)$$

$$\text{tol} = 0,05 \quad (6.46)$$

Tabela 6.3: Autovalores com o pior amortecimento para o sistema com os dois esquemas de controle, clássico e robusto e coordenado (RC).

CASOS	Clássico	RC
base	$-0.20 \pm j 6.91$	$-0.27 \pm j 8.51$
caso 1	$-0.16 \pm j 6.91$	$-0.25 \pm j 8.42$
caso 2	$-0.04 \pm j 3.75$	$-0.25 \pm j 8.41$
caso 3	$-0.16 \pm j 6.82$	$-0.27 \pm j 8.24$
caso 4	$+0.20 \pm j 3.04$	$-0.27 \pm j 8.24$
caso 5	$+0.11 \pm j 3.58$	$-0.25 \pm j 8.45$

$$\epsilon_0 = 1 \quad (6.47)$$

$$\alpha = 0,9 \quad (6.48)$$

Com estes parâmetros, e aplicando o método de projeto desenvolvido acima, os ganhos de realimentação obtidos para cada um dos controladores são como abaixo.

$$\begin{aligned}
 k_{G32} &= \left[\begin{array}{ccc} 49,1 & -3,32 & -14,0 \end{array} \right] \\
 k_{G34} &= \left[\begin{array}{ccc} 11,0 & -4,86 & -4,61 \end{array} \right] \\
 k_{G35} &= \left[\begin{array}{ccc} 49,2 & -6,80 & -13,8 \end{array} \right] \\
 k_{G36} &= \left[\begin{array}{ccc} 8,65 & -9,68 & -5,11 \end{array} \right] \\
 k_{G38} &= \left[\begin{array}{ccc} 58,3 & -34,8 & -23,8 \end{array} \right] \\
 k_S &= \left[\begin{array}{c} 3,18 \end{array} \right] \\
 k_C &= \left[\begin{array}{cc} -5,53 & 5,70 \end{array} \right]
 \end{aligned} \quad (6.49)$$

Este ganho de realimentação garante então a estabilidade do sistema em qualquer das condições de operação consideradas, apresentadas na Tab. 6.2. Para fins de comparação, é analisada a situação em que cinco ESP's clássicos são aplicados aos mesmos cinco geradores considerados no projeto acima. A Tab. 6.3 apresenta o autovalor com menor amortecimento para cada condição de operação com cada um dos dois esquemas de controle, o esquema clássico e o esquema robusto e coordenado (RC). Embora forneça bom amortecimento na condição de operação para a qual foi projetado (o caso base), para alguns casos o esquema clássico não é capaz de garantir estabilidade. O modo de oscilação interárea tende a ser instável com este esquema de controle. Enquanto isto, o esquema robusto e coordenado garante amortecimento satisfatório em todos os casos. O modo de oscilação com menor amortecimento no caso do esquema robusto e coordenado é o modo local de um gerador não equipado com ESP.

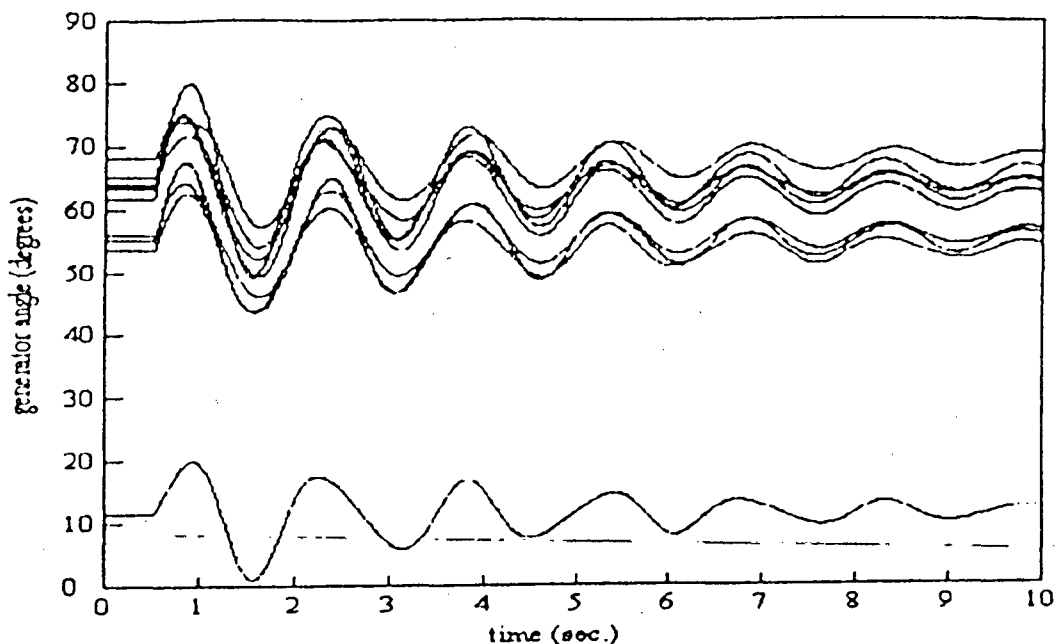


Figura 6.2: Resposta do sistema para o caso base com ESP's convencionais.

Simulações representando a resposta do sistema a um curto-circuito sólido na barra 17, eliminado com sucesso após 50 *ms*, são apresentadas a seguir. As Figs. 6.2 e 6.3 mostram os desvios de ângulo de carga dos geradores, quando o sistema é controlado pelo esquema clássico, para os casos base e 5 respectivamente. As Figs. 6.4 e 6.5 mostram a resposta do sistema controlado pelo esquema robusto e coordenado nestes mesmos caso. A robustez do esquema proposto fica aí aparente: bom amortecimento é obtido para ambas as condições, enquanto que com o esquema clássico o caso 5 é instável. Para outras condições de operação do conjunto escolhido para estudo os resultados são similares.

6.6 Uma abordagem por desigualdades matriciais lineares

O Teorema 6.3 apresenta um resultado conservativo, no sentido que a existência de uma solução definida positiva para a equação (6.26) é uma condição apenas suficiente, e não necessária, para a existência de uma solução ao Problema 6.1. A multiplicidade das possíveis decomposições das incertezas piora este problema, pois para um mesmo sistema incerto a equação de Riccati pode ter solução definida positiva para algumas decomposições e para outras não. Com efeito, muitos casos solucionados apresentaram esta característica. Mais ainda, este efeito torna-se mais acentuado à medida que a ordem do sistema é aumentada. Esta característica inconveniente

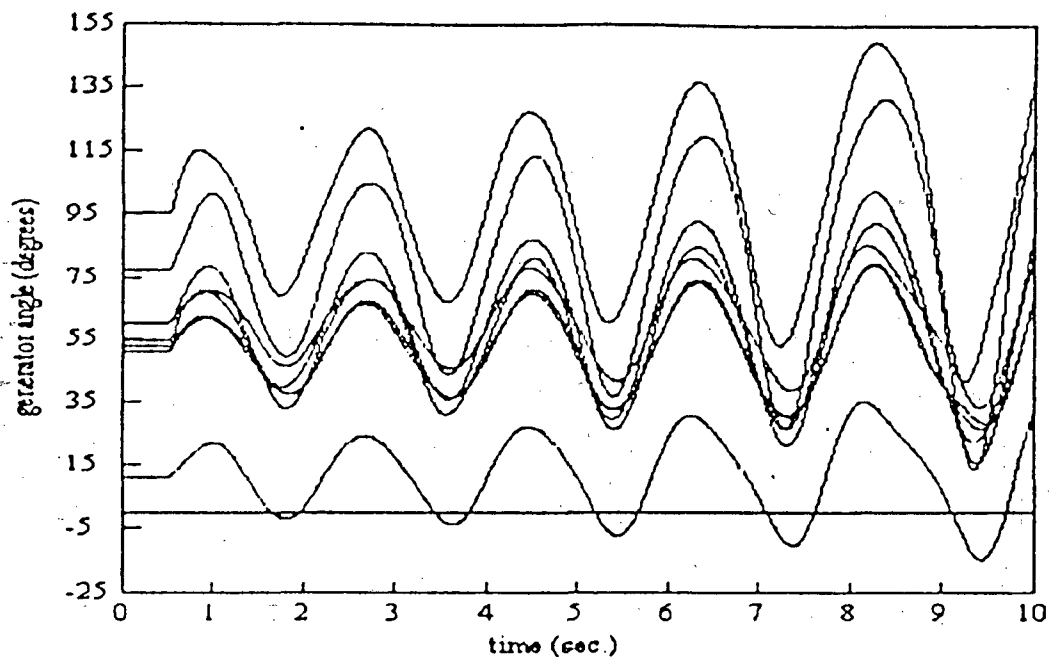


Figura 6.3: Resposta do sistema para o caso 5 com ESP's convencionais.

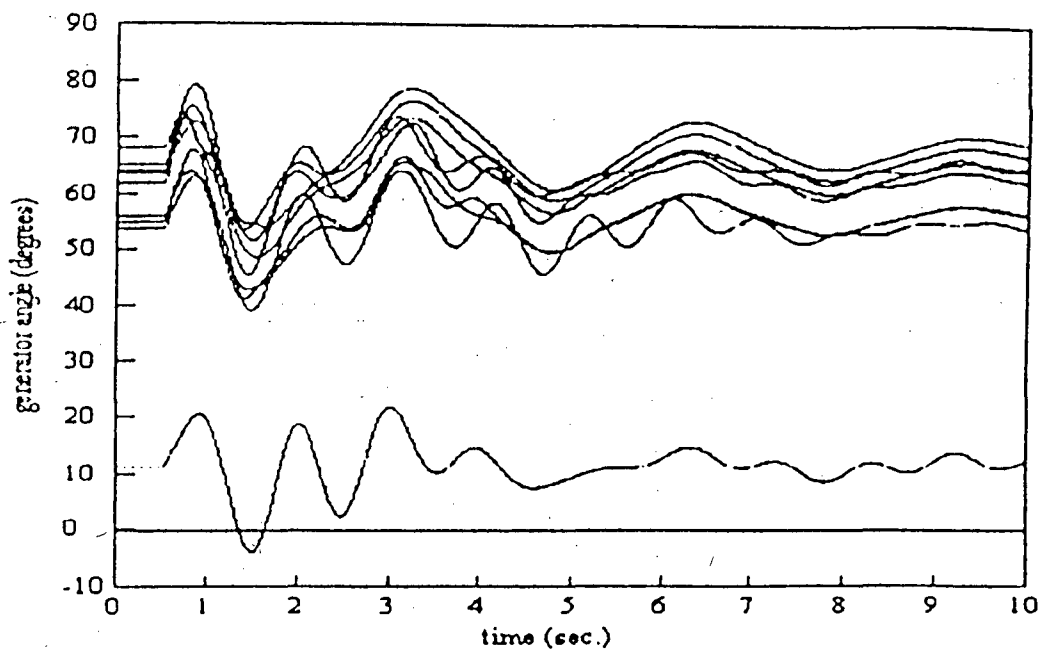


Figura 6.4: Resposta do sistema para o caso base com o esquema robusto e coordenado.

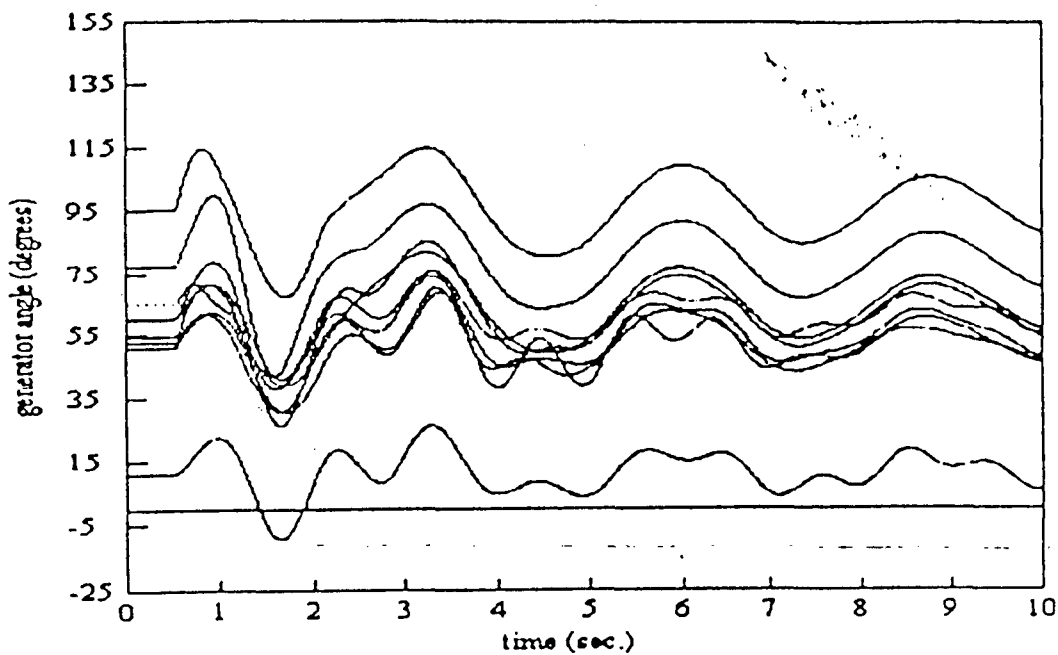


Figura 6.5: Resposta do sistema para o caso 5 com o esquema robusto e coordenado.

do método pode ser eliminada reformulando o problema por meio de desigualdades matriciais lineares. Nesta nova formulação não é necessária a obtenção *a priori*, pelo projetista, de uma decomposição adequada para as incertezas. Novamente o problema é apresentado e resolvido para o caso em que as incertezas estão presentes apenas na matriz dinâmica, mas os resultados e o método de projeto são igualmente aplicáveis para sistemas com incertezas na matriz de entrada.

6.6.1 Resultado teórico

Considere uma vez mais o sistema incerto (6.18) e defina as matrizes

$$D \triangleq [d_1 \ \cdots \ d_p] \quad (6.50)$$

$$E \triangleq [e_1 \ \cdots \ e_p]^T \quad (6.51)$$

$$S \triangleq \text{diag}(s_1 \ \cdots \ s_p) \quad (6.52)$$

onde os s_i 's são escalares positivos e os vetores d_i 's e e_i 's representam uma decomposição das incertezas como definido na equação (6.20). No entanto, na formulação a ser apresentada serão introduzidos fatores de escala, que são variáveis do problema, o que é equivalente a modificar a decomposição adotada.

Considere ainda o custo quadrático associado ao sistema (6.18):

$$J(x_0, u(t), \Delta A(t)) = \int_0^{\infty} \{x'(t)Q_0x(t) + u'(t)R_0u(t)\} dt \quad (6.53)$$

Definição 6.1 [53, 30] *Se existem um controle $\hat{u}(t)$ e um custo $\hat{J}(x_0)$ tais que, para o sistema (6.18) com este controle, o custo (6.53) satisfaz*

$$J(x_0, \hat{u}(t), \Delta A(t)) \leq \hat{J}(x_0) \quad \forall x_0 \quad (6.54)$$

para toda $\Delta A(t)$ admissível, então $\hat{J}(x_0)$ é dito um custo garantido para o sistema (6.18) e $\hat{u}(t)$ é dito um controle a custo garantido.

Teorema 6.4 *Considere o sistema incerto (6.18), o custo associado (6.53), e as matrizes D e E como definidas em (6.50) e (6.51), e sejam β um escalar positivo pequeno e L uma dada matriz de dimensões $m \times n$. A minimização do custo garantido $\hat{J}(x_0)$ com $Q_0 < \beta^{-1}I$ e $R_0 < \beta^{-1}I$ é assegurada pelo controle a custo garantido $\hat{u}(t)$ se o seguinte problema de otimização tem um conjunto solução não vazio (M, W, S) com W e W matrizes simétricas positivas definidas e S uma matriz diagonal positiva definida:*

$$\min_{M, W, S} Tr(M) \quad (6.55)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (i) \quad \begin{bmatrix} M & I \\ I & W \end{bmatrix} > 0 \\ (ii) \quad \begin{bmatrix} -WA_0^T - A_0W + BR_0^{-1}B^T - DSD^T & WE^T & W & WL^T \\ & EW & S & 0 \\ & W & 0 & Q_0^{-1} \\ & LW & 0 & 0 \\ & & & R_0^{-1} \end{bmatrix} - \beta I > 0 \end{array} \right.$$

Sob estas condições o controle a custo garantido é dado por

$$\hat{u}(t) = \hat{K}x(t) \quad (6.56)$$

com

$$\hat{K} = -R_0^{-1}B_0^T\hat{W}^{-1} + L \quad (6.57)$$

e o valor do custo garantido é

$$\hat{J}(x_0) = x_0^T\hat{W}^{-1}x_0 \quad (6.58)$$

◇

Prova: Seja $V = x^T P x$, $P \triangleq W^{-1}$ uma candidata a função de Liapunov para o sistema incerto em malha fechada com o controle (6.56). A derivada desta função ao longo das trajetórias do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= x^T \{ (A_0^T + \Delta A(t) + B(-R_0^{-1} B^T P + L))^T P + P(A_0^T + \Delta A(t) + B(-R_0^{-1} B^T P + L)) \} x \\ &= x^T \{ A_0^T P + P A_0 - 2P B R_0^{-1} B^T P + L^T B^T P + P B L + \Delta A^T(t) P + P \Delta A(t) \} x \end{aligned} \quad (6.59)$$

Procedendo como na Seção 6.4, o limite superior abaixo é obtido para os termos associados às incertezas na equação (6.59):

$$\Delta A^T(t) P + P \Delta A(t) \leq P D S D^T P + E^T S^{-1} E \quad (6.60)$$

Usando este limite em (6.59) tem-se:

$$\dot{V}(t) \leq x^T \{ A_0^T P + P A_0 - 2P B R_0^{-1} B^T P + L^T B^T P + P B L + P D S D^T P + E^T S^{-1} E \} x \quad (6.61)$$

A aplicação repetida do complemento de Schur à restrição (6.55.ii) leva a:

$$-W A_0^T - A_0 W + B R_0^{-1} B^T - D S D^T - W E^T S^{-1} E W - W Q_0 W - W L^T R_0 L W > 0 \quad (6.62)$$

Pré e pos multiplicando a desigualdade (6.62) por $P \triangleq W^{-1}$, e multiplicando tudo por -1 :

$$A_0^T P + P A_0 - P B R_0^{-1} B^T P + L^T B^T P + P B L + P D S D^T P + E^T S^{-1} E < -Q_0 - L^T R_0 L \quad (6.63)$$

Finalmente, usando (6.63) em (6.61):

$$\dot{V}(t) \leq x^T \{ -Q_0 - (-R_0^{-1} B^T P + L)^T R_0 (-R_0^{-1} B^T P + L) \} x < 0 \quad (6.64)$$

o que assegura a estabilidade assintótica do sistema incerto em malha fechada.

Integrando a desigualdade (6.64) de zero até infinito tem-se:

$$V(\infty) - V(0) \leq - \int_0^\infty \{ x^T Q_0 x + x^T (-R_0^{-1} B^T P + L)^T R_0 (-R_0^{-1} B^T P + L) x \} dt \quad (6.65)$$

Da estabilidade assintótica do sistema em malha fechada segue que $V(\infty) = 0$. Logo, multiplicando a desigualdade (6.65) por -1 chega-se a:

$$J(x_0, \hat{u}(t), \Delta A(t)) = \int_0^\infty \{ x^T(t) Q_0 x(t) + \hat{u}^T(t) R_0 \hat{u}(t) \} dt \leq x_0^T P x_0 = V(0) = \hat{J}(x_0) \quad (6.66)$$

Finalmente, a minimização do traço da matriz M sob a restrição (6.55.i) implica a minimização do traço da matriz P , já que aplicando o complemento de Schur à desigualdade (6.55.i) tem-se $M > P$. A minimização do traço de P por sua vez claramente implica a minimização do custo garantido $\hat{J}(x_0)$.

□

Este resultado representa um avanço teórico significativo com relação ao Teorema 6.3: a obtenção *a priori* de uma decomposição adequada para as incertezas não é mais necessária. A matriz diagonal S , subproduto da solução do problema de otimização associado, representa escalas introduzidas na decomposição inicialmente adotada, de forma que tem-se uma "decomposição equivalente". Desta forma, o problema de otimização procura por uma decomposição adequada. Mais ainda, ele busca a decomposição ótima dentre aquelas que levam a uma solução factível.

6.6.2 Algoritmo de projeto

Um algoritmo de busca do ganho \hat{K} é construído baseado no Teorema 6.4. O algoritmo é concebido à imagem e semelhança do algoritmo 6.2.

Algoritmo 6.3 • *Passo 1 - Escolha $Q_0 = Q_0^T > 0$, $R_0 = R_0^T > 0$, β e tol como números positivos pequenos, e inicialize $l = 0$ e $L = 0_{m \times n}$.*

• *Passo 2 - Encontre a solução (M_l, W_l, S_l) do problema de otimização (6.55) com $L = L_l$;*

Se não há solução então PARE.

• *Passo 3 - Faça $L_{l+1} = F(-R_0^{-1}B_0^T W_l^{-1})$ e*

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & W_l(L_{l+1} - L_l)^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ (L_{l+1} - L_l)W_l & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• *Passo 4 - Se $\beta I - \Delta > 0$ então vá para o Passo 6.*

• *Passo 5 - Faça $l = l + 1$ e vá para o Passo 2.*

• *Passo 6 - Faça $\hat{W} = W_l$ e $\hat{K} = -R_0^{-1}B_0^T \hat{W}^{-1} + L_{l+1}$.*

◇

Fato 6.2 *Se o Algoritmo 6.3 converge então $\hat{u}(t) = \hat{K}x(t)$ é um controle a custo garantido para o sistema incerto (6.18) com custo garantido $\hat{J}(x_0) = x_0^T \hat{W}^{-1} x_0$ e o ganho de realimentação \hat{K} satisfaz a restrição estrutural $F(\hat{K}) = 0$.*

◇

Prova: *Que o ganho \hat{K} satisfaz à restrição estrutural é claro da forma como ele é calculado. Por outro lado, para provar que $\hat{u} = \hat{K}x(t)$ é um controle a custo garantido basta substituir βI por Δ em (6.55.ii), proceder como na demonstração do Teorema 6.4 e observar que $\beta I > \Delta$.*

□

Este algoritmo incorpora o avanço teórico descrito na Seção anterior: resultados obtidos com este algoritmo serão menos conservativos do que com o Algoritmo 6.2. Isto significa que nos casos em que o Algoritmo 6.2 falha devido à escolha de uma decomposição inadequada para as incertezas, o Algoritmo 6.3 será bem sucedido. Mais ainda, mesmo quando uma decomposição adequada é encontrada *a priori* e o Algoritmo 6.2 é terminado com sucesso, esta decomposição pode não ser a mais adequada. O Algoritmo 6.3, por sua vez, apresenta uma característica de otimalidade: a decomposição obtida como subproduto da solução do problema de otimização associado, caracterizada pelos fatores de escala na matriz S , é aquela que fornece a melhor solução de acordo com o custo adotado. Note ainda que no Algoritmo 6.3 não existe o parâmetro ϵ presente no Algoritmo 6.2, o que se traduz em simplicidade, pois a busca por um valor adequado deste parâmetro é eliminada do algoritmo. O ponto fraco do Algoritmo 6.3 está justamente no esforço computacional necessário para a solução do problema de otimização no Passo 2. Com os métodos matemáticos e os computadores hoje disponíveis, mesmo a solução de um problema de médio porte como o apresentado na Seção 6.5 seria problemática.

6.7 Conclusões

O projeto dos ESP's e controladores para FACTS em um esquema de controle complexo e visando objetivos de controle ambiciosos, de acordo com as necessidades dos sistemas de potência modernos, deve ser feito de maneira coordenada e robusta. Resultados teóricos que contemplam a robustez ou a coordenação são bem conhecidos e têm sido aplicados recentemente a sistemas

de potência. A obtenção de coordenação e robustez a um só tempo foi abordada por meio da equação de Riccati, partindo da formulação de cada um destes problemas em separado por esta mesma abordagem. Uma propriedade fundamental de uma equação de Riccati modificada de maneira conveniente foi demonstrada. A solução desta equação leva a uma realimentação de estados que fornece estabilidade robusta ao sistema incerto e obedece à restrição estrutural imposta.

Um algoritmo de projeto coordenado e robusto para o esquema de controle, baseado neste resultado teórico, foi apresentado. O controlador resultante garante a estabilidade assintótica do sistema incerto para todas as condições de operação previamente arbitradas. Este método foi aplicado ao sistema exemplo New England, para um conjunto de condições de operação bastante amplo. Com efeito, ESP's clássicos projetados para um caso base não são capazes de garantir a estabilidade do sistema para todas estas condições. Análise de autovalores e resultados de simulação foram apresentados sustentando estas afirmativas.

A necessidade de obtenção de uma decomposição adequada para as incertezas é um limitante no desempenho do método. Neste sentido, o problema foi reformulado no contexto de desigualdades matriciais lineares, eliminando esta necessidade. O resultado teórico obtido neste contexto é portanto mais forte, e o algoritmo de projeto mais simples. No entanto a aplicação deste método a sistemas de potência ainda não é viável, devido ao esforço computacional envolvido na solução do problema de otimização associado, salvo para sistemas de pequeno porte.

Capítulo 7

Conclusões e Comentários Finais

A pesquisa apresentada nesta monografia busca soluções de alto desempenho para a melhoria da estabilidade de sistemas de potência. Estas soluções devem ser genéricas, logo com firme e completo embasamento teórico, e adequadas à nova realidade dos sistemas de potência, onde as margens naturais de estabilidade são cada vez menores, os sistemas cada vez mais complexos e as exigências de qualidade cada vez mais rigorosas. A busca de soluções deve necessariamente iniciar por uma compreensão profunda do comportamento do sistema. Com este intuito, iniciamos identificando, a partir do estudo do modelo matemático do sistema, os diferentes mecanismos que podem levar os sistemas de potência à instabilidade. Nada mais lógico como ponto de partida para o projeto analítico de controladores, já que a função destes é exatamente corrigir estes fenômenos. A identificação destes mecanismos de instabilidade justifica até certo ponto a classificação tradicionalmente adotada para o problema, ao mesmo tempo que sugere suas limitações. Estas limitações emergem em sistemas operando com exíguas margens de estabilidade, conforme mostram os exemplos apresentados no Capítulo 2. Naturalmente estas limitações são herdadas pela estrutura de controle adotada para a estabilização de sistemas de potência, já que esta é concebida a partir daqueles conceitos tradicionais com relação à análise de estabilidade.

Foram em seguida identificados os meios físicos à disposição para o controle em sistemas reais, a saber os sinais suplementares em RAT's e FACTS, e problemas de projeto a serem enfrentados, problemas estes não resolvidos ou sequer abordados pela atual teoria de controle:

- projeto a um só tempo robusto e coordenado para os ESP's e controladores para FACTS;
- implementação do controle com ponto de equilíbrio desconhecido;

- obtenção de uma região de atração de tamanho adequado.

Estes problemas são abordados ao longo da monografia no âmbito da teoria de controle, dando origem a novos métodos de projeto. Estes novos métodos são diretamente aplicáveis a modelos de sistemas de potência. Aplicações foram mostradas, e simulações em sistemas teste demonstram a eficácia dos controladores assim projetados. A formulação matematicamente rigorosa do problema abre horizontes mais amplos sob o ponto de vista do controle, possibilitando o alcance de objetivos mais ambiciosos. Nos problemas específicos, os controladores derivados das metodologias desenvolvidas demonstram superioridade de desempenho e robustez com relação aos controladores hoje adotados na indústria.

O controle $L_g V$ dinâmico aumenta o amortecimento e a região de atração do ponto de operação do sistema MBI, levando a um aumento significativo do tempo crítico para a máquina sem RAT. A regulação de tensão pode ainda ser obtida pela adição do RAT, mantendo o amortecimento do sistema sem RAT. O aumento de tempos críticos neste caso não é claro ainda, sendo necessários mais análise teórica e experimentos a nível de simulação.

O projeto coordenado e robusto para sistemas multimáquinas torna-se possível com a criação de um algoritmo iterativo de projeto, baseado em uma propriedade de uma equação de Riccati modificada. Resultados de simulação em sistemas de porte médio mostram a adequação e efetividade do método de projeto, ainda que estas sejam limitadas pelo fato de o próprio resultado teórico ser conservativo. À medida que a ordem do sistema é aumentada, o resultado torna-se mais conservativo, não devido à ordem do sistema *per se*, mas devido ao aumento do número de parâmetros incertos. Além disto, e também por causa disto, a decomposição das incertezas torna-se mais crítica à medida que a ordem do sistema é aumentada. Neste sentido o problema foi reformulado no contexto de desigualdades matriciais lineares, obtendo um método de projeto que não exige uma decomposição adequada *a priori*. No entanto, com os métodos computacionais hoje existentes, o algoritmo de projeto não pode ser aplicado a sistemas de médio porte como o exemplo apresentado para o método da equação de Riccati. Outro ponto a ser explorado no sentido de reduzir as limitações do método é a formulação do problema diretamente em termos da matriz jacobiana não reduzida, reduzindo assim o número de parâmetros incertos.

A fim de sumariar as principais contribuições desta monografia, elas são divididas em duas

categorias¹: contribuições objetivas e subjetivas. Por contribuições objetivas são entendidos os resultados teóricos formais e algoritmos, e ainda os resultados numéricos de projeto e de aplicação a nível de simulação a sistemas teste. São contribuições classificadas como subjetivas aquelas que consistem de novos conceitos e abordagens ao problema de estabilidade. Claro está que estas últimas encontram-se em um nível hierárquico superior àquelas primeiras, subordinando-as. Com efeito, o entendimento do problema leva à formulação dos problemas matemáticos objetivos a serem resolvidos, e as contribuições objetivas referidas consistem exatamente da solução de tais problemas. Por outro lado, algumas destas contribuições objetivas têm valor não restrito ao campo de sistemas de potência; destes resultados podem valer-se também outras aplicações. Estas contribuições objetivas inserem-se antes no âmbito da teoria de sistemas de controle, com vida independente de sua aplicação a sistemas de potência.

São contribuições subjetivas deste trabalho:

- colocação do problema de estabilidade de maneira mais adequada à finalidade de projeto do controle;
- compilação e reinterpretação de resultados clássicos de estabilidade de sistemas de potência;
- identificação e formalização do problema de controle de sistemas com ponto de equilíbrio desconhecido;
- formulação do problema de estabilização robusta do sistema de potência no domínio do tempo dentro do contexto de estabilidade quadrática;
- inclusão de FACTS no esquema de controle robusto e coordenado.

São contribuições objetivas:

- solução do problema de controle de sistemas com ponto de equilíbrio desconhecido;
- demonstração de uma nova propriedade de controladores $L_g V$, a saber, que eles aumentam o tamanho da estimativa da região de atração do equilíbrio;

¹Procedemos a esta classificação não por atrelamento ao hábito de classificar ou por pernosticismo - e mesmo temendo incorrer involuntariamente neste último - mas a fim de enfatizar os dois níveis lógico-hierárquicos envolvidos neste trabalho.

- o desenvolvimento de uma nova classe de controladores, o *controle L_gV dinâmico*, que herda as propriedades do controle L_gV ;
- um controle de excitação para máquinas síncronas que melhora o desempenho dinâmico e aumenta os tempos críticos de eliminação de faltas;
- demonstração de uma propriedade de uma equação de Riccati modificada;
- um método de projeto de controladores robustos com restrições estruturais, baseado na propriedade citada acima;
- aplicação do método supracitado ao projeto robusto e coordenado de ESP's e sinais suplementares para FACTS em sistemas de potência;
- formulação do problema de projeto robusto com restrições estruturais como um problema de otimização convexo, obtendo ainda a minimização de um índice de desempenho quadrático.

Apêndice A

Teoria de Sistema Não Lineares

A.1 Definições

Considere o sistema dinâmico não linear autônomo

$$\dot{x} = f(x) \tag{A.1}$$

com $x \in \mathbb{R}^n$ e o campo vetorial $f(\cdot)$ atendendo às hipóteses usuais para existência e unicidade de solução. A solução de (A.1) com a condição inicial x_0 é anotada como $\Psi(t, x_0)$. A jacobiana de (A.1) é a função matricial $J(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}$.

Definição A.1 Pontos de equilíbrio.

Um vetor x_e é dito um equilíbrio (ou ponto de equilíbrio) de (A.1) se e somente se

$$f(x_e) = 0 \tag{A.2}$$

Um equilíbrio x_e é dito hiperbólico se nenhum dos autovalores da jacobiana calculada em x_e tem parte real nula. Seja n_+ o número de autovalores com parte real positiva da jacobiana calculada em um equilíbrio hiperbólico x_e e n_- o número de seus autovalores que tem parte real negativa. O número n_+ é chamado o tipo do equilíbrio hiperbólico x_e . Um equilíbrio de tipo n é dito uma fonte; um de tipo 0 é dito um sumidouro; equilíbrios com tipos diferentes destes são chamados de pontos de sela.

Note que os únicos equilíbrios estáveis são os sumidouros. Sumidouros serão anotados como x_e^o e equilíbrios instáveis (fontes e pontos de sela) como x_e^i .

Definição A.2 Ciclo-limite.

Uma trajetória γ do sistema (A.1) é dita um ciclo-limite se e somente se $\Psi(t, x) = x$ para algum $x \in \gamma$ e algum $t \neq 0$. Um ciclo-limite é dito hiperbólico se e somente se para todo ponto $x_1 \in \gamma$, $n - 1$ dos autovalores da jacobiana de $\Psi(t, x)$ calculada em x_1 têm módulo diferente da unidade¹ [20].

Definição A.3 Elemento crítico.

Um elemento crítico de (A.1) é todo equilíbrio ou ciclo-limite de (A.1).

Definição A.4 Invariância. (Invariância Positiva)

O conjunto S é dito invariante com relação ao sistema (A.1) se e somente se

$$x(t_0) \in S \rightarrow x(t) \in S \quad \forall t > t_0 \quad (\text{A.3})$$

Sempre que não houver dúvida com relação ao sistema em questão, diremos simplesmente que o conjunto é invariante.

Definição A.5 Variedades e região de atração².

A variedade estável de um equilíbrio hiperbólico $\mathcal{M}^e(x_e)$ é definida como o conjunto de condições iniciais a partir das quais o sistema converge assintoticamente ao equilíbrio:

$$\mathcal{M}^e(x_e) \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : \lim_{t \rightarrow \infty} \Psi(t, x) = x_e\} \quad (\text{A.4})$$

Em particular, a variedade estável de um sumidouro é chamada de região de atração deste equilíbrio e anotada $\mathcal{A}(x_e^o)$, ou simplesmente \mathcal{A} , se não há dúvida sobre qual o equilíbrio em questão.

¹Um destes autovalores é sempre igual a 1.

²Para uma definição rigorosa do conceito de variedade ver [74, 44]. No que nos diz respeito, variedades são conjuntos definidos no espaço de estados e que atendem a certas condições convenientes de regularidade.

A.2 A região de atração

Fato A.1 [20] \mathcal{A} é um conjunto aberto e invariante de dimensão n .

◇

Fato A.2 [20] $\partial\mathcal{A}$ é um conjunto fechado e invariante de dimensão $n - 1$.

◇

Fato A.3 [111] Se não há nenhuma fonte na fronteira da região de atração, então a região de atração é ilimitada³.

◇

O Teorema abaixo apresenta o resultado mais importante no nosso contexto.

Teorema A.1 [20, 111] A fronteira da região de atração $\partial\mathcal{A}$ é dada pela união das variedades estáveis de todos os equilíbrios instáveis que pertencem a $\partial\mathcal{A}$:

$$\partial\mathcal{A} = \bigcup_{i=1, \dots, m} \mathcal{M}^e(x_i) \quad (\text{A.5})$$

onde m é o número de equilíbrios instáveis pertencentes à fronteira da região de atração.

◇

São apresentados abaixo dois corolários do Teorema A.1 que representam os casos observados em sistemas MBI. O primeiro representa o sistema sem RAT, e o segundo a situação típica em sistemas com RAT.

Corolário A.1 Assuma que só existe um elemento crítico além do equilíbrio estável x_e^o , e que este elemento crítico é um equilíbrio hiperbólico, anotado x_e^i . Então a fronteira da região de atração do equilíbrio estável é a variedade estável deste equilíbrio:

$$\partial\mathcal{A}(x_e^o) = \mathcal{M}^e(x_e^i) \quad (\text{A.6})$$

³Por conjunto ilimitado entende-se aquele que não tem limites em alguma direção, logo isto não implica estabilidade global.

◇

Corolário A.2 *Assuma que só existe um elemento crítico além do equilíbrio estável, e que este elemento crítico é um ciclo-limite hiperbólico. Então a fronteira da região de atração do equilíbrio estável é a variedade estável deste ciclo-limite.*

◇

A fronteira da região de atração de um equilíbrio estável pode ser visualizada por meio de simulação do sistema em tempo reverso, conforme descrito a seguir [34, 20]. Seja $\Psi_l(t, x_0)$ uma trajetória do sistema iniciada exatamente sobre a fronteira da região de atração, ou seja, $x_0 \in \partial\mathcal{A}(x_e^o)$. Então, do Fato A.2, esta trajetória está totalmente contida nesta variedade:

$$\Psi(t, x_0) \subset \partial\mathcal{A}(x_e^o) \quad (\text{A.7})$$

Mais ainda, esta trajetória converge a algum equilíbrio estável (ou ciclo-limite) pertencente a $\partial\mathcal{A}(x_e^o)$. Assuma, por simplicidade, que a condição do Corolário A.1 é atendida, ou seja, que há apenas um equilíbrio, x_e^i , sobre a fronteira da região de atração. Então $\partial\mathcal{A}(x_e^o) = \mathcal{M}^e(x_e^i)$. Se o sistema for simulado a partir de uma condição inicial pertencente a esta fronteira, porém distante do equilíbrio x_e^i , então a visualização da trajetória resultante, que converge para x_e^i mantendo-se sempre sobre a fronteira da região de atração, permitiria visualizar parcialmente esta última.

No entanto a obtenção de uma tal condição inicial é impossível em geral. Por esta razão, a trajetória $\Psi_l(t, x_0)$ é obtida por meio de simulação em tempo reverso, ou seja, integrando a equação dinâmica do sistema desde 0 para tempos negativos a partir de um ponto muito próximo ao equilíbrio x_e^i . Desta forma a simulação inicia a uma distância ínfima do ponto de equilíbrio x_e^i , para onde a simulação em tempo direto convergiria, e converge para a "condição inicial" x_0 , de onde a simulação em tempo direto partiria.

É fácil verificar que as trajetórias do sistema

$$\dot{x} = -f(x) \quad (\text{A.8})$$

são exatamente as trajetórias do sistema (A.1) em tempo reverso, logo a trajetória desejada pode ser obtida simulando o sistema (A.8). O método de visualização da fronteira da região de atração pode então ser sumariado como segue.

Algoritmo A.1 [34]

1. *Obtenha o equilíbrio instável x_e^i ;*
2. *linearize o sistema em torno de x_e^i , calcule os seus autovalores e autovetores neste ponto, e escolha uma direção associada a um autovalor estável;*
3. *determine uma condição inicial x_1 como uma perturbação muito pequena do equilíbrio instável na direção escolhida;*
4. *simule o sistema $\dot{x} = -f(x)$ a partir da condição inicial x_1 pelo tempo necessário.*

◇

A.3 Análise pelo método direto de Liapunov

Nesta Seção são sumariados os principais conceitos e resultados relativos ao método direto de Liapunov [100, 46]. A análise da estabilidade de sistemas dinâmicos pelo método direto de Liapunov é muito mais poderosa do que a análise por linearização. Dentre as informações que podem ser obtidas pelo método direto, as mais importantes em nosso contexto são:

- uma estimativa para a região de atração do equilíbrio;
- projeto de controle não linear;
- estimativa da "velocidade" do sistema.

Como de praxe em análise de estabilidade, é assumido, sem perda de generalidade, que o equilíbrio cujas características estão sendo estudadas é a origem.

A.3.1 Estabilidade**Definição A.6** Função definida em sinal. [100]

Seja $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^n$ um domínio contendo a origem ($0 \in \mathcal{D}$). Uma função continuamente diferenciável $V(\cdot) : \mathcal{D} \mapsto \mathbb{R}$ é dita positiva semi-definida no domínio \mathcal{D} se e somente se ela satisfaz

$$V(0) = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$V(x) \geq 0 \quad \forall x \in \{\mathcal{D} - 0\} \quad (\text{A.10})$$

$V(\cdot)$ é dita *positiva definida* se e somente se a desigualdade em (A.10) é estrita. $V(\cdot)$ é dita *negativa (semi)-definida* se e somente se $-V(\cdot)$ é *positiva (semi)-definida*.

Teorema A.2 (Teorema da estabilidade de Liapunov)[46, 100] Seja $x_e = 0$ um equilíbrio de (A.1) e $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ um domínio tal que $x_e \in \mathcal{D}$. Seja ainda uma função positiva definida $V(\cdot) : \mathcal{D} \mapsto \mathbb{R}$ tal que a sua derivada temporal $\dot{V}(x)$ é semi-definida negativa; então a origem é estável. Se $\dot{V}(x)$ é definida negativa, então a origem é assintoticamente estável.

◇

Sob as condições do teorema acima, a função $V(\cdot)$ é chamada função de Liapunov para o sistema (A.1). A derivada temporal da função de Liapunov $V(x)$ é obtida por

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} \dot{x} = L_f V(x) \quad (\text{A.11})$$

Estabilidade assintótica pode ser assegurada mesmo quando a derivada é apenas semi-definida negativa, bastando uma hipótese adicional.

Teorema A.3 (Teorema de LaSalle)[46] Seja $x_e = 0$ um equilíbrio de (A.1) e $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^n$ um domínio tal que $x_e \in \mathcal{D}$. Sejam ainda uma função positiva definida $V(\cdot) : \mathcal{D} \mapsto \mathbb{R}$ tal que a sua derivada temporal $\dot{V}(x)$ é semi-definida negativa, e o conjunto $S \triangleq \{x \in \mathcal{D} : \dot{V}(x) = 0\}$. Suponha que a origem é a única solução do sistema (A.1) que pode permanecer indefinidamente dentro do conjunto S . Então a origem é assintoticamente estável.

◇

Teorema A.4 [46] Seja

$$A \triangleq \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (\text{A.12})$$

O sistema (A.1) é exponencialmente estável se e somente se todos os autovalores da matriz A tem parte real negativa.

◇

Teorema A.5 [46] *Suponha que a origem é um equilíbrio exponencialmente estável de (A.1). Então existe uma função definida positiva $V(\cdot) : \mathcal{D} \mapsto \mathbb{R}$ tal que a sua derivada temporal $\dot{V}(x)$ é definida negativa.*

◇

No caso de estabilidade exponencial a função de Liapunov atende ainda a maiores restrições do que aquelas do Teorema acima, mas isto não é relevante no nosso contexto.

A.3.2 Estimativa para a região de atração

Definição A.7 Superfície de nível.

Seja o conjunto

$$\mathcal{L}_V(a) \triangleq \{x : V(x) \leq a\} \quad (\text{A.13})$$

com $a > 0$. A fronteira deste conjunto, anotada $\partial\mathcal{L}_V(a)$, é denominada superfície de nível da função $V(\cdot)$.

•

Note que

$$V(x) = a \quad \forall x \in \partial\mathcal{L}_V(a) \quad (\text{A.14})$$

e que, se $V(\cdot)$ é estritamente crescente, então $\mathcal{L}_V(a)$ é um conjunto conexo para todo $a > 0$ e

$$V(x) = a \leftrightarrow x \in \partial\mathcal{L}_V(a) \quad (\text{A.15})$$

Teorema A.6 [46] *Sejam \mathcal{N} o maior conjunto conexo contendo a origem tal que, dentro deste conjunto, $\dot{V}(x) \leq 0$, e \bar{a} o valor que define a maior curva de nível da função de Liapunov $V(x)$ contida em \mathcal{N} , ou seja,*

$$\bar{a} \triangleq \max_a : \mathcal{L}_V(a) \subseteq \mathcal{N} \quad (\text{A.16})$$

Então a região de atração da origem satisfaz

$$\mathcal{A} \supseteq \mathcal{L}_V(\bar{a}) \quad (\text{A.17})$$

◇

O conjunto $\mathcal{L}_V(\bar{a})$, que representa o interior da maior curva de nível da função de Liapunov tal que $\dot{V}(x)$ é negativa, fornece então uma estimativa para a região de atração da origem. Esta estimativa é quase sempre conservativa, ou seja, quase sempre a relação de pertinência na equação (A.17) é estrita.

Uma aplicação importante da análise de Liapunov a sistemas de potência é a estimativa de tempos críticos de eliminação de curto-circuito. O tempo crítico é aquele que leva o sistema à fronteira da região de atração durante a falta. Da mesma forma, uma estimativa para o tempo crítico é aquele tempo de falta que leva o sistema à fronteira da estimativa da região de atração. Este último tempo-pode-ser obtido integrando o sistema com falta, monitorando o valor da função de Liapunov, até que esta atinja o valor correspondente à fronteira da estimativa da região de atração. A estimativa \hat{t}_{cr} para o tempo crítico é dada por[71]

$$V(x(\hat{t}_{cr})) = \bar{a} = V(x_e^i) \quad (\text{A.18})$$

Uma vez que a estimativa para a região de atração é conservativa (equação (A.17)), a estimativa para o tempo crítico também o é, ou seja,

$$t_{cr} \geq \hat{t}_{cr} \quad (\text{A.19})$$

A.3.3 Estimativa para a velocidade

Seja

$$\tau \triangleq \max_x \frac{V(x)}{|\dot{V}(x)|} \quad (\text{A.20})$$

Então

$$\frac{dV(x)}{dt} \leq -\frac{1}{\tau}V(x) \quad (\text{A.21})$$

e logo

$$\frac{dV(x)}{V(x)} \leq -\frac{dt}{\tau} \quad (\text{A.22})$$

Integrando os dois lados desta equação entre 0 e t tem-se

$$\log \frac{V(x(t))}{V(x(0))} \leq -\frac{t}{\tau} \quad (\text{A.23})$$

o que resulta em

$$V(x(t)) \leq V(x(0)) \exp^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{A.24})$$

Desde que $V(\cdot)$ é uma função crescente de seu argumento, a desigualdade acima deve implicar que também o estado $x(t)$ decresça no tempo de acordo com uma equação similar. Se a origem é exponencialmente estável, então

$$\alpha_1 \|x\|^2 \leq V(x) \leq \alpha_2 \|x\|^2 \quad (\text{A.25})$$

com $\alpha_1 < \alpha_2$, ambos escalares positivos. Utilizando (A.25) em (A.24) obtém-se o resultado desejado

$$\|x(t)\|^2 \leq \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \|x(0)\|^2 \exp^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{A.26})$$

Apêndice B

Perturbações Singulares

Seja o sistema

$$\dot{x} = f(x, z) \quad (\text{B.1})$$

$$\epsilon \dot{z} = g(x, z) \quad (\text{B.2})$$

com $x \in \mathbb{R}^n$ e $z \in \mathbb{R}^m$. Assuma que os campos vetoriais f e g são continuamente diferenciáveis um número suficiente de vezes em seus argumentos. O escalar $\epsilon > 0$ representa um parâmetro pequeno e é denominado parâmetro de perturbação singular porque ao se fazer $\epsilon \rightarrow 0$ a equação diferencial (B.2) degenera em uma equação algébrica e a ordem do sistema (B.1)-(B.2) é reduzida de $n + m$ para n .

A presença do parâmetro de perturbação singular determina uma separação em duas escalas de tempo para o comportamento do sistema. Com efeito, com ϵ muito pequeno, a derivada do vetor z é inicialmente muito grande pois

$$\dot{z} = \frac{1}{\epsilon} g(x, z) \quad (\text{B.3})$$

e portanto

$$\dot{z} \gg \dot{x} \quad (\text{B.4})$$

Logo as variáveis z evoluem inicialmente muito mais rapidamente do que as variáveis x . Por esta razão z é denominado estado rápido e x o estado lento do sistema (B.1)-(B.2). Num primeiro momento, $\dot{z} \gg \dot{x}$ e portanto x pode ser visto como uma constante na evolução do estado rápido. Logo o sistema

$$\dot{z} = \frac{1}{\epsilon} g(x_0, z) \quad (\text{B.5})$$

com x_0 representando a condição inicial do estado x , descreve a evolução inicial do sistema e é chamado de sistema rápido do sistema (B.1)-(B.2). Se este sistema tem um equilíbrio assintoticamente estável, então este equilíbrio será rapidamente atingido e a evolução subsequente do sistema dar-se-á obedecendo à condição de quasi-regime permanente:

$$g(x, z) = 0 \quad (\text{B.6})$$

Se $z = h(x)$ é uma raiz da equação (B.6) então, substituindo na equação diferencial referente ao estado lento, tem-se

$$\dot{x} = f(x, h(x)) \quad (\text{B.7})$$

A equação (B.7) representa o sistema reduzido, ou sistema lento, do sistema (B.1)-(B.2). Sejam $\bar{x}(t)$ a solução do sistema lento (B.7) e $\hat{z}(t)$ a solução do sistema rápido (B.5). Sob condições bastante genéricas, a solução $(x(t), z(t))$ do sistema (B.1)-(B.2) pode ser aproximada uniformemente pelas soluções do sistema lento e do sistema rápido.

Teorema B.1 (*Teorema de Tikhonov*)[51, 46]

Assuma que

1. a origem é um equilíbrio assintoticamente estável do sistema (B.5), esta estabilidade é uniforme no parâmetro x_0 , e que $z_0 - h(x_0)$ pertence à região de atração da origem;
2. todos os autovalores da matriz jacobiana

$$\frac{\partial g}{\partial z} \quad (\text{B.8})$$

calculada ao longo de $\bar{z} = h(\bar{x})$ tem parte real menor ou igual a um escalar $c < 0$.

Então as aproximações

$$x(t) - \bar{x}(t) = O(\epsilon) \quad (\text{B.9})$$

$$z(t) - h(\bar{x}(t)) - \hat{z}(t) = O(\epsilon) \quad (\text{B.10})$$

são válidas uniformemente em t para qualquer intervalo de tempo finito.

◇

Sob estas condições o comportamento do sistema (B.1)-(B.2) apresenta uma separação em duas escalas de tempo, uma rápida e outra lenta, e pode ser descrito como segue. Dada uma condição inicial (x_0, z_0) o estado rápido do sistema evolui de acordo com o modelo (B.5), enquanto que o estado lento permanece constante, até atingir o equilíbrio do modelo (B.5), dado por $z_e = h(x_0)$. Em outra escala de tempo, esta lenta, o estado lento evolui de acordo com o modelo (B.7), mantendo-se sempre dentro da variedade definida pela equação de *quasi* regime permanente (B.6). Note que o comportamento acima descrito é, segundo o Teorema de Tikhonov, uma aproximação $O(\epsilon)$ para o comportamento real do sistema.

Se estamos interessados apenas na estabilidade exponencial do sistema (B.1)-(B.2), então a aplicação do teorema abaixo é suficiente.

Teorema B.2 ([51], Capítulo 7, Corolário 2.3) *Sejam f , g e h continuamente diferenciáveis. Suponha que $x = 0$ seja um equilíbrio exponencialmente estável do sistema reduzido (B.7) e $z = h(x)$ seja um equilíbrio exponencialmente estável do sistema rápido (B.5), uniformemente em x , isto é,*

$$\| z(\tau) - h(x) \| \leq K e^{-\alpha\tau} \| z(0) - h(x) \| \quad (\text{B.11})$$

com α e K independentes de x . Então existe um ϵ^ tal que, para qualquer $\epsilon < \epsilon^*$, a origem $x = 0, z = 0$ é um equilíbrio exponencialmente estável do sistema (B.1)-(B.2).*

◇

Apêndice C

Projeto em Cascata pela Teoria de Liapunov

O método aqui apresentado é aquele conhecido na literatura de língua inglesa como *backstepping design*[56, 46].

Seja o sistema

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi \quad (\text{C.1})$$

$$\dot{\xi} = f_1(x, \xi) + g_1(x, \xi)u \quad (\text{C.2})$$

onde u é a entrada de controle, e x e ξ são escalares. Note que ξ aparece de forma afim na equação de \dot{x} . Suponha que seja conhecida uma função $\alpha(x)$ tal que, se a variável ξ fosse uma variável de controle, a lei de controle $\xi = \alpha(x)$ estabilizaria a origem do subsistema (C.1), isto é, a origem de

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\alpha(x) \quad (\text{C.3})$$

é assintoticamente estável. A função $\alpha(x)$ é denominada função estabilizante e ξ é o pseudocontrole para o subsistema (C.1). Nestas condições, existe uma função de Liapunov $V(x)$ que satisfaz

$$\frac{\partial V}{\partial x}(x)[f(x) + g(x)\alpha(x)] \leq -W(x) \leq 0 \quad (\text{C.4})$$

onde $W(\cdot)$ é uma função positiva semi-definida.

Seja agora uma função candidata de Liapunov para o sistema (C.1)-(C.2), definida como a soma da função de Liapunov $V(x)$ com um termo quadrático que envolve a diferença entre o valor do pseudocontrole ξ e seu valor desejado $\alpha(x)$:

$$V_1(x, \xi) = V(x) + \frac{1}{2}[\xi - \alpha(x)]^2 \quad (\text{C.5})$$

A derivada desta função candidata ao longo das trajetórias do sistema (C.1)-(C.2) é

$$\dot{V}_1(x, \xi) = -W(x) + [\xi - \alpha(x)] \left\{ \frac{\partial V}{\partial x}(x)g(x) + f_1(x, \xi) + g_1(x, \xi)u - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x)[f(x) + g(x)\xi] \right\} \quad (C.6)$$

e resta escolher uma lei de controle $u = \alpha_1(x, \xi)$ que torne a expressão acima negativa definida.

Se $g(x, \xi) \neq 0 \forall x, \xi$, então uma tal lei de controle é dada por

$$\alpha_1(x, \xi) = \frac{1}{g(x, \xi)} \left\{ -c_1[\xi - \alpha(x)] - \frac{\partial V}{\partial x}(x)g(x) - f_1(x, \xi) + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x)[f(x) + g(x)\xi] \right\} \quad (C.7)$$

com $c_1 > 0$. Com efeito, com esta lei de controle a derivada em (C.6) torna-se

$$\dot{V}_1(x, \xi) = -W(x) - c_1[\xi - \alpha(x)]^2 \leq 0 \quad (C.8)$$

A lei de controle (C.7) cancela todos os termos não lineares em (C.6) e insere um termo que resulta em uma forma quadrática na expressão final da derivada da função de Liapunov. Esta é apenas uma lei de controle que garante a negatividade da derivada em (C.6), cuja existência pode ser assegurada em um caso bastante genérico. Outras leis de controle podem existir em cada caso particular, e a tarefa de projeto consiste exatamente em achar a melhor dentre elas.

O procedimento acima pode ser estendido para um método iterativo para sistemas de ordem superior. O método é aplicável a sistemas na forma estritamente realimentada:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi_1 \quad (C.9)$$

$$\dot{\xi}_1 = f_1(x, \xi_1) + g_1(x, \xi_1)\xi_2 \quad (C.10)$$

$$\dot{\xi}_2 = f_2(x, \xi_1, \xi_2) + g_2(x, \xi_1, \xi_2)\xi_3 \quad (C.11)$$

$$\vdots \quad (C.12)$$

$$\dot{\xi}_{k-1} = f_{k-1}(x, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{k-1}) + g_{k-1}(x, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{k-1})\xi_k \quad (C.13)$$

$$\dot{\xi}_k = f_k(x, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k) + g_{k-1}(x, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)u \quad (C.14)$$

com $x \in \mathfrak{R}^n$ e ξ_1, \dots, ξ_k escalares. Note que cada função f_i e g_i depende apenas das variáveis x e ξ_j para todo $j \leq i$, daí o nome de forma estritamente realimentada.

Considere a variável ξ_1 como um pseudocontrole para o subsistema (C.9). Se uma função estabilizadora $\alpha(x)$ é projetada tal que, para $\xi_1 = \alpha(x)$, existe uma função de Liapunov $V(x)$ que satisfaz

$$\frac{\partial V}{\partial x}(x)[f(x) + g(x)\alpha(x)] \leq -W(x) \leq 0 \quad (C.15)$$

com $W(x)$ positiva definida, então um pseudocontrole $\xi_2 = \alpha_1(x, \xi_1)$ pode ser projetado para o subsistema (C.9)-(C.10) como descrito anteriormente. A partir desta lei de controle, pode-se então projetar da mesma forma um pseudocontrole $\xi_3 = \alpha_1(x, \xi_1, \xi_2)$ para o subsistema (C.9)-(C.10)-(C.12), e assim sucessivamente até chegar à entrada de controle u na última equação que estabilizará então o sistema global (C.9)-(C.14).

Se a lei de controle em cada passo for escolhida como em (C.7), cancelando todas as não linearidades do sistema, então a lei de controle final será um controle linearizante. Logo, o sucesso do método em encontrar uma lei de controle é garantido se o sistema é linearizável por realimentação. Condições necessárias e suficientes para tanto estão bem estabelecidas na literatura[44]. No entanto, conforme comentado anteriormente, a lei de controle linearizante não é a única opção em cada passo do procedimento iterativo, o que confere uma flexibilidade muito maior ao método, se comparado com a linearização por realimentação. Leis de controle mais adequadas podem ser projetadas evitando o cancelamento de termos não lineares que contribuem para a estabilidade do sistema, ou mesmo aquelas não linearidades cujos efeitos podem ser majorados por alguma lei de controle ao invés de canceladas. Desta forma um controle mais simples, com menor esforço de controle, e que respeita as características naturais do sistema que são benéficas para sua estabilidade, e portanto mais efetivo e mais robusto, pode ser obtido de maneira sistemática[56].

Apêndice D

Parâmetros de Modelo para os Sistemas de Teste

A notação aqui utilizada é padronizada[7]. Para todos os sistemas a frequência é de $f_s = 60Hz$, logo tem-se $\omega_s = 120\pi \text{ rad/s}$. A resistência e as capacitâncias em derivação das linhas de transmissão são desprezadas em todos os exemplos, bem como as resistências das máquinas síncronas.

D.1 Sistema MBI

Todos os dados nesta Seção estão na base de 100 MVA.

Tabela D.1: Dados da máquina síncrona

T'_{do}	5,400 s
H	6,680
X_d	1,070 pu
X_q	0,660 pu
X'_d	0,408 pu
D	0,000

Tabela D.2: Dados de linha e de barra

X_l	0,415 pu
V_G	0,806 pu
V_∞	1,000 pu
P_G	1,000 pu
P_∞	-1,000 pu
Q_G	0,746 pu
Q_∞	-0,100 pu

Na Tabela D.2, os subscritos G e ∞ indicam que as variáveis referem-se respectivamente à máquina e à barra infinita. Com os dados acima, pode-se calcular os parâmetros do modelo (2.24)-(2.26), apresentados na Tab. D.3.

Tabela D.3: Parâmetros b do modelo

b_1	34,29
b_3	1,490
b_4	-0,330
D	0,000
P	28,22
E	100

D.2 Sistema MBI com carga e linha longa

Todos os dados nesta Seção estão na base de 1.000 MVA.

Tabela D.4: Dados da máquina síncrona

T'_{do}	9,000 s
H	0,500 pu
X_d	1,000 pu
X_q	1,000 pu
X'_d	0,300 pu

Tabela D.5: Dados de linha e de barra

X_{12}	0,300 pu
X_{23}	1,000 pu
V_1	1,006 pu
V_2	0,929 pu
V_3	1,000 pu
β_1	53,564°
β_2	39,439°
β_3	0,000
P_1	7,600 pu
P_2	-1,700 pu
P_3	-5,900 pu
Q_1	3,534 pu
Q_2	0,000
Q_3	2,828 pu

D.3 Sistema MBI com capacitor no meio da linha

Todos os dados nesta Seção estão na base de 300 MVA.

Tabela D.6: Dados da máquina síncrona

T'_{do}	8,500 s
T''_{do}	0,030 s
T''_{qo}	0,900 s
H	3,840 kW _s /kVA
X_d	2,720 pu
X_q	2,600 pu
X'_d	0,360 pu
X''_d	0,260 pu
X''_q	0,260 pu

Tabela D.7: Dados de linha e de barra

X_{12}	0,500 pu
X_{23}	0,500 pu
V_1	1,000 pu
V_2	0,989 pu
V_3	1,000 pu
β_1	49,800°
β_2	24,900°
β_3	0,000
P_1	250 MW
P_2	0,000
P_3	-250 MW
Q_1	61,500 MVA
Q_2	-100 MVA
Q_3	61,500 MVA

Apêndice E

Eliminação das Variáveis Algébricas do Modelo MBI

Seja o modelo do sistema MBI descrito pelas equações diferenciais:

$$\dot{\delta} = w \quad (\text{E.1})$$

$$\frac{2H}{w_s} \dot{w} = (P_m - P_e) - Dw \quad (\text{E.2})$$

$$T'_{do} \dot{E}'_q = -E'_q + (X_d - X'_d)I_d + E_f \quad (\text{E.3})$$

e pelas equações algébricas[7]:

$$V_q = E'_q + X'_d I_d \quad (\text{E.4})$$

$$V_d = -X_q I_q \quad (\text{E.5})$$

$$P_e = E'_q I_q \quad (\text{E.6})$$

As conexões externas são descritas pela Lei de Kirchoff aplicada ao circuito

$$\bar{V}_t - \bar{V}_\infty = \bar{Z}_l \bar{I}_t \quad (\text{E.7})$$

onde \bar{V}_t é a tensão terminal da máquina, \bar{I}_t é a corrente que flui da máquina para a barra infinita, \bar{V}_∞ é a tensão da barra infinita e $\bar{Z}_l = R_l + jX_l$ é a impedância da linha de transmissão. Note que todas estas variáveis são complexas (por isto a notação $\bar{\cdot}$). Seja ainda a mudança de eixo de referência para as tensões e correntes:

$$\begin{bmatrix} R \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ D \end{bmatrix} \quad (\text{E.8})$$

onde Q e D são as componentes em eixo direto e quadratura para a grandeza em questão e R e I são as suas componentes em eixo real e imaginário.

A fim de simplificar a notação e a exposição subseqüentes, a tensão da barra infinita é tomada como base de tensão e como referência de ângulo, de forma que pode-se escrever $\bar{V}_\infty = 1 + j0$. Além disto, a resistência da linha de transmissão é desprezada ($R_l = 0$).

Tomando as parte real e imaginária da equação (E.7) e utilizando a transformação de eixos (E.8) as seguintes equações são obtidas:

$$V_q \cos \delta - V_d \sin \delta - 1 = -X_l(I_q \sin \delta + I_d \cos \delta) \quad (\text{E.9})$$

$$V_q \sin \delta + V_d \cos \delta = X_l(I_q \cos \delta - I_d \sin \delta) \quad (\text{E.10})$$

Substituindo V_q em (E.4) e V_d em (E.5) nas equações acima:

$$\begin{bmatrix} (X'_d + X_l) \cos \delta & (X_q + X_l) \sin \delta \\ (X'_d + X_l) \sin \delta & -(X_q + X_l) \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_q \\ I_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - E'_q \cos \delta \\ -\sin \delta \end{bmatrix} \quad (\text{E.11})$$

Resolvendo esta equação matricial para I_q e I_d estas são obtidas como função das variáveis de estado δ e E'_q :

$$I_q = \frac{\sin \delta}{X_q + X_l} \quad (\text{E.12})$$

$$I_d = \frac{\cos \delta - E'_q}{X'_d + X_l} \quad (\text{E.13})$$

Substituindo agora estas expressões em (E.4) e (E.5):

$$V_q = \frac{X_l E'_q + X'_d \cos \delta}{X'_d + X_l} \quad (\text{E.14})$$

$$V_d = \frac{-X_q \sin \delta}{X_q + X_l} \quad (\text{E.15})$$

Utilizando (E.12), (E.13), (E.14) e (E.15) em (E.6):

$$P_e = \frac{(X_l + X_q)E'_q \sin \delta + (X'_d - X_q) \sin \delta \cos \delta}{(X_q + X_l)(X'_d + X_l)} \quad (\text{E.16})$$

e tem-se todas as variáveis algébricas (I_q , I_d , V_q , V_d e P_e) expressas em função das variáveis de estado. Definindo ainda os parâmetros

$$b_1 \triangleq \frac{1}{2H(X'_d + X_l)} \quad (\text{E.17})$$

$$b_2 \triangleq \frac{X_q - X'_d}{2H(X'_d + X_l)(X_q + X_l)} \quad (\text{E.18})$$

$$b_3 \triangleq \frac{X_d - X'_d}{T'_{do}(X'_d + X_l)} \quad (\text{E.19})$$

$$b_4 \triangleq \frac{X_d + X_l}{T'_{do}(X'_d + X_l)} \quad (\text{E.20})$$

pode-se reescrever as equações (E.1)-(E.3) como[71]:

$$\dot{\delta} = w \quad (\text{E.21})$$

$$\dot{w} = -b_1 E'_q \text{sen} \delta + b_2 \text{sen} \delta \cos \delta - Dw + P \quad (\text{E.22})$$

$$\dot{E}'_q = b_3 \cos \delta - b_4 E'_q + E \quad (\text{E.23})$$

onde

$$P \triangleq \frac{P_m}{2H} \quad (\text{E.24})$$

$$E \triangleq \frac{E_f}{T'_{do}} \quad (\text{E.25})$$

Se o regulador de tensão deve ser também considerado, então deve-se fazer uso da expressão

$$V_t^2 = V_q^2 + V_d^2 \quad (\text{E.26})$$

que, após substituição de (E.14) e (E.15), resulta em

$$V_t = \sqrt{a_1 E_q'^2 + a_2 E_q' \cos \delta + a_3 \cos^2 \delta + a_4 \text{sen}^2 \delta} \quad (\text{E.27})$$

onde

$$a_1 = \left(\frac{X_l}{X'_d + X_l} \right)^2 \quad (\text{E.28})$$

$$a_2 = \frac{2X_l X'_d}{(X'_d + X_l)^2} \quad (\text{E.29})$$

$$a_3 = \left(\frac{X'_d}{X'_d + X_l} \right)^2 \quad (\text{E.30})$$

$$a_4 = \left(\frac{X_l}{X_q + X_l} \right)^2 \quad (\text{E.31})$$

O segundo termo em (E.22) representa o torque de relutância da máquina, usualmente muito menor do que o torque representado pelo primeiro termo nesta mesma equação[55]. Em particular, em máquinas de rotor liso o parâmetro b_2 se anula.

Apêndice F

Projeto Robusto com Equilíbrio Desconhecido

O modelo para projeto a ser considerado é

$$\dot{z} = Az + Bu \quad (\text{F.1})$$

com $z \in \mathfrak{R}^n$, $u \in \mathfrak{R}^m$. A e B são matrizes incertas de dimensões apropriadas que podem assumir quaisquer valores dentro de dadas regiões politópicas convexas $A \in \mathcal{A}$ e $B \in \mathcal{B}$. O problema de projeto é então obter uma realimentação de estados tal que o sistema em malha fechada seja quadraticamente estável para todas as incertezas admissíveis.

Uma realimentação estática de estados

$$u = Kz = K(x - x_e^o) \quad (\text{F.2})$$

não é implementável devido ao desconhecimento do equilíbrio x_e^o . A sua extensão dinâmica é dada por

$$u = K(x - \hat{\theta}) \quad (\text{F.3})$$

$$\dot{\hat{\theta}} = M(x - \hat{\theta}) \quad (\text{F.4})$$

onde a matriz de adaptação $M \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ deve ser projetada. Defina por conveniência

$$y \triangleq \hat{\theta} - x_e^o \quad (\text{F.5})$$

Então

$$x - \hat{\theta} = z - y \quad (\text{F.6})$$

e

$$\dot{y} = M(z - y) \quad (\text{F.7})$$

O sistema em malha fechada com o controle (F.3)-(F.4) é então

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A + BK) & -BK \\ M & -M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} \quad (\text{F.8})$$

O problema de projeto é então aquele de encontrar, se possível, matrizes K e M tais que o sistema (F.8) seja quadraticamente estável para toda incerteza admissível. Este problema é abaixo formulado através de um problema de otimização convexo sujeito a restrições em forma de desigualdades matriciais lineares. Uma vez o problema formulado desta maneira, métodos numéricos bastante eficientes estão disponíveis para solucioná-lo, ou declarar com certeza que o problema não tem solução[15].

Seja $T \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ uma transformação de similaridade. Defina-se, por conveniência de notação

$$A_{cl} = T^{-1} \begin{bmatrix} A + BK & -BK \\ M & -M \end{bmatrix} T \quad (\text{F.9})$$

$$A_0 = T^{-1} \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} T \quad (\text{F.10})$$

$$B_0 = T^{-1} \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{F.11})$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} I & I \end{bmatrix} T \quad (\text{F.12})$$

Note que a matriz A_{cl} pode ser escrita como

$$A_{cl} = A_0 + B_0 \begin{bmatrix} K \\ M \end{bmatrix} C_0 \quad (\text{F.13})$$

Uma condição necessária e suficiente para que o sistema em malha fechada (F.8) seja quadraticamente estável[8] para toda incerteza admissível é a existência de uma matriz simétrica P de dimensões compatíveis tal que as desigualdades matriciais abaixo sejam satisfeitas [15].

$$\begin{cases} A'_{cl}P + PA_{cl} < 0 \\ P > 0 \end{cases} \quad (\text{F.14})$$

A fim de poder utilizar os métodos numéricos de otimização mencionados acima, as desigualdades que representam as restrições devem ser lineares nas variáveis de otimização. A fim de obter um problema com desigualdades lineares, procedemos como segue. Pre e pós multiplicando (F.14) por $W = P^{-1}$ obtém-se

$$\begin{cases} WA'_{cl} + A_{cl}W < 0 \\ W > 0 \end{cases} \quad (\text{F.15})$$

Assuma que existe uma matriz quadrada N , de dimensão compatível, tal que

$$\begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} TW = N \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} \quad (\text{F.16})$$

Note que, dadas matrizes não singulares T e W , se uma tal matriz N existe então também ela é não singular.

De (F.9) e (F.16) tem-se

$$\begin{aligned} A_{cl}W &= A_0W + B_0 \begin{bmatrix} K \\ M \end{bmatrix} C_0W \\ &= A_0W + B_0 \begin{bmatrix} KN \\ MN \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{F.17})$$

Com a mudança de variáveis

$$F = \begin{bmatrix} KN \\ MN \end{bmatrix} \quad (\text{F.18})$$

chega-se a

$$A_{cl}W = A_0W + B_0F \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} \quad (\text{F.19})$$

e, finalmente, de (F.16), (F.19) e (F.15) obtém-se

$$\begin{cases} A_0W + B_0F \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} + (A_0W + B_0F \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix})' < 0 \\ W > 0 \quad , \quad \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} TW = N \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{F.20})$$

que é um problema de desigualdades matriciais lineares nas variáveis F , N e W , e portanto é um problema de factibilidade convexo para o qual existem pacotes computacionais diretamente aplicáveis[15]. Uma vez resolvido este problema para F , N e W , as matrizes K e M são obtidas de (F.18) como

$$\begin{bmatrix} K \\ M \end{bmatrix} = FN^{-1} \quad (\text{F.21})$$

Seja n_p o número de parâmetros incertos que variam de maneira independente nas matrizes A e B . Então as regiões politópicas \mathcal{A} e \mathcal{B} são definidas por $n_v = 2^{n_p}$ vértices. Sejam (A_i, B_i) , $i = 1, \dots, n_v$ estes vértices. Para assegurar a estabilidade quadrática do sistema (F.8) para toda incerteza admissível é necessário satisfazer uma desigualdade matricial linear como (F.20) para cada vértice:

$$\begin{cases} A_{0i}W + B_{0i}F \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} + (A_{0i}W + B_{0i}F \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix})' < 0 \\ W > 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, n_v \\ \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} TW = N \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{F.22})$$

onde (A_{0i}, B_{0i}) é obtido de (F.9) substituindo (A, B) por seus vértices (A_i, B_i) , como abaixo.

$$\begin{aligned} A_{0i} &= T^{-1} \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} T \\ B_{0i} &= T^{-1} \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{F.23})$$

Bibliografia

- [1] S.S. Ahmed, L. Chen e A. Petroianu, "Robust H_∞ tuning of power system stabilizers", *IEEE Stockholm Power Tech*, pp. 238-243, Estocolmo, Suécia, Junho de 1995.
- [2] E.H. Abed. Bifurcation-theoretic issues in the control of voltage collapse. In *Systems and Control Theory for Power Systems*, The IMA Volumes in Mathematics and its Applications, Vol. 64, J.H. Chow, P.V. Kokotović, R.J. Thomas (editores), Springer-Verlag, 1995, pp. 1-22.
- [3] J. Ackerman, "Yaw disturbance attenuation by robust decoupling of car steering," *13th IFAC World Congress*, vol. Q, pp. 1-6, San Francisco, Califórnia, EUA, 1996.
- [4] E.H. Allen, J.W. Chapman, M.D. Ilic, "Effects of torsional dynamics on nonlinear generator control," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol.4, pp. 125-140, Março de 1996.
- [5] B.D.O. Anderson e J.B. Moore, *Linear Optimal Control*, Prentice-Hall, EUA, 1971.
- [6] P.M. Anderson e A.A. Fouad, *Power System Control and Stability*. The IEEE Press, EUA, 1995.
- [7] J. Arrillaga, C.P. Arnold, B.J. Harker, *Computer Modeling of Electrical Power Systems*. John Wiley & Sons, EUA, 1983.
- [8] B.R. Barmish, "Stabilization of uncertain linear systems via linear control," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 28, pp. 848-850, 1983.
- [9] A.S. Bazanella, A. Fischman, A.S. e Silva, J.M. Dion e L. Dugard, "Coordinated robust controllers in power systems," *IEEE Stockholm Power Tech*, pp. 256-261, Estocolmo, Suécia, Junho de 1995.

- [10] A.S. Bazanella, P.V. Kokotović e A.S. e Silva, "On the control of dynamic systems with unknown operating point," a ser apresentado em *European Control Conference*, Bruxelas, Bélgica, Julho de 1997.
- [11] A.S. Bazanella, P.V. Kokotović e A.S. e Silva, "A dynamic extension for L_gV controllers," Submetido a *IEEE Trans. on Automatic Control*.
- [12] A.S. Bazanella, A.S. e Silva e P.V. Kokotović, "Lyapunov design of excitation control for synchronous machines," Submetido a *IEEE Trans. on Control Systems Technology*.
- [13] S. Bittanti, A.J. Laub e J.C. Willems (editores), *The Riccati Equation*, Springer-Verlag, Berlim, 1991.
- [14] G.E. Boukarim, G.N. Taranto, J.H. Chow e H.A. Othman, "A parameter space approach to power system uncertainty modeling," *28th North American Power Symposium*, pp. 63-69, Cambridge, MA, EUA, 1996.
- [15] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM, EUA, 1994.
- [16] R.T. Byerly, D.E. Sherman e R.J. Bennon, "Frequency domain analysis of low-frequency oscillations in large electric power systems," Relatório final projeto 744-1 EPRI EL-726.
- [17] P.B.L. Castrucci e R. Curti, *Sistemas Não-Lineares*, Edgard Blücher, São Paulo, 1981.
- [18] S.S.L. Chang e T.K.C. Peng, "Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 17, pp. 474-483, 1972.
- [19] J.W. Chapman, M.D. Ilic, C.A. King, L. Eng e H. Kaufman, "Stabilizing a multimachine power system via decentralized feedback linearizing excitation control," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 8, pp. 830-839, 1993.
- [20] H.D. Chiang, M.W. Hirsch, F.F. Wu, "Stability regions of nonlinear autonomous dynamical systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 33, pp. 16-26, Janeiro de 1988.

- [21] H.D. Chiang e J.S. Thorp, "Stability regions of nonlinear autonomous dynamical systems: a constructive methodology," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 34, pp.1229-1241, 1989.
- [22] J.H. Chow, *Time-Scale Modeling of Dynamic Networks with Application to Power Systems*, Springer-Verlag, EUA, 1982.
- [23] J.H. Chow e P.V. Kokotović, "Time scale modeling of sparse dynamic networks," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 30, pp. 714-722, 1985.
- [24] E.J. Davison, E.M. Kurak, "A computational method for determining quadratic Lyapunov functions for nonlinear systems," *Automatica*, vol. 7, pp. 627-636, 1971.
- [25] F.P. deMello, e C. Concordia, "Concepts of synchronous machines as affected by excitation control," *IEEE Trans. Power App. and Systems*, vol. 88, pp. 316-329, 1969.
- [26] C.A. Desoer e C.A. Lin, "Tracking and disturbance rejection of MIMO nonlinear systems with PI controller," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 30, pp. 861-867, 1985.
- [27] A. Fischman, *Controle Robusto de Sistemas Lineares Incertos – Teoria e Aplicações*. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1993.
- [28] A. Fischman, A.S. Bazanella, E.R. De Pieri e A.S. e Silva, "Robust control techniques applied to PSS design," *X Congresso Chileno de Engenharia Elétrica* pp. A59-A64, Valdivia, Chile, 1993.
- [29] A. Fischman, A.S. Bazanella e A.S. e Silva, "Robust decentralized control applied to power system stabilizers design," *1st IFAC Symposium on Robust Control Design*, pp. 279-284, Rio de Janeiro, 1994.
- [30] A. Fischman, J.M. Dion, L. Dugard e A. Trofino Neto, "A linear matrix inequality approach for guaranteed cost control," *13th IFAC World Congress*, San Francisco, EUA, 1996.
- [31] R.A. Freeman e P.V. Kokotović, "Robust integral control for a class of uncertain nonlinear systems," *34th Conference on Decision and Control*, pp. 2245-2250, New Orleans, EUA, 1995.

- [32] F.D. Freitas, *Ajuste de Estabilizadores de Sistemas de Potência via Controle Ótimo com Restrições Estruturais*, Tese de Doutorado, UFSC, 1995.
- [33] F.D. Freitas, A.S. e Silva e A.J.A. Simões Costa, "Coordinated setting of stabilizers for synchronous generators and FACTS devices in power systems," *CIGRÉ Symposium on Power Electronics in Electric Power Systems*, Tóquio, Japão, 1995.
- [34] R. Genesio, M. Tartaglia, A. Vicino, "On the estimation of asymptotic stability regions: state of the art and new proposals," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 30, pp. 747-755, 1985.
- [35] J.C. Geromel e P.L.D. Peres, "Decentralised load-frequency control," *IEE Proceedings Pt D*, vol. 132, pp. 225-230, 1985.
- [36] G.H. Golub e C.F. Van Loan, *Matrix Computations*, The John Hopkins University Press, EUA, 1983.
- [37] C.E. Grund e H.A. Othman, "Application of advanced control techniques," *EPRI/NSF Workshop on Application of Advanced Mathematics to Power Systems*, pp. 4/7-4/12, Redwood City, EUA, 1991.
- [38] J. Guckenheimer e P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, EUA, 1983.
- [39] W. Hahn, *Stability of Motion*, Springer-Verlag, EUA, 1967.
- [40] J. Hale e H. Kocak, *Dynamics and Bifurcations*, Springer-Verlag, EUA, 1991.
- [41] D.J. Hill, I.M.Y. Mareels, "Stability theory for differential/algebraic systems with application to power systems," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 37, pp. 1416-1423, 1990.
- [42] N. Hingorani, "Flexible AC transmission," *IEEE Spectrum*, pp. 40-45, Abril de 1993.
- [43] M.D. Ilic, F. Galiana, L. Fink, A. Bose, P. Mallef e H. Othman, "Transmission capacity in power networks," *12th Power Systems Computation Conference*, Dresden, Alemanha, Agosto de 1996, pp. 5-24.

- [44] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems: an Introduction*, Springer-Verlag, Alemanha, 1996.
- [45] IEEE Committee, "Voltage stability of power systems: concepts, analytical tools, and industry experience," publicação 90TH0358-2-PWR, IEEE.
- [46] H.K. Khalil. *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, EUA, 1996.
- [47] P.P. Khargonekar, I. Petersen e K. Zhou, "Robust stabilization of uncertain linear systems: quadratic stabilizability and H_∞ control theory," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 35, pp. 356-361, 1990.
- [48] E.W. Kimbark, *Power System Stability*, The IEEE Press, EUA, 1996.
- [49] C.A. King, J.W. Chapman e M.D. Ilic, "Feedback linearizing excitation control on a full-scale power system model," *IEEE Trans. Power Systems*, vol.9, pp. 1102-1109, 1994.
- [50] M. Klein, L.X. Le, G.J. Rogers, S. Farrokhpaiy e N.J. Balu, " H_∞ damping controller design in large power systems," *IEEE/PES Winter Meeting*, Nova Iorque, EUA, artigo 172-7 PWRS.
- [51] P.V. Kokotović, H.K. Khalil, J. O'Reilly. *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*. Academic Press, EUA, 1986.
- [52] P.V. Kokotović e R. Marino, "On vanishing stability regions in nonlinear systems with high-gain feedback," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 31, pp. 967-970, 1986.
- [53] O.I. Kosmidou, H. Abou-Khandil e P. Bertrand, "A game theoretic approach for guaranteed cost control," *European Control Conference*, Grenoble, França, 1991, pp. 2220-2225.
- [54] N.N. Krasovskii, *Stability of Motion*, Stanford University Press, EUA, 1963.
- [55] P.C. Krause, *Analysis of Electrical Machinery*, McGraw-Hill, EUA, 1986.
- [56] M. Krstić, I. Kanellakopoulos, P.V. Kokotović. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, EUA, 1995.
- [57] P. Kundur. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, New York, 1994.

- [58] H. Kwakernaak e R. Sivan, *Linear Optimal Control Systems*, Wiley Interscience, EUA, 1972.
- [59] E.V. Larsen e D.A. Swann, "Applying power system stabilizers," *IEEE Trans. on Power App. and Systems*, vol. 100, pp. 3017-3046, 1981.
- [60] H.C. Lee e E.H. Abed, "Washout filters in the bifurcation control of high alpha flight dynamics," *1991 American Control Conference*, pp. 206-210, 1991.
- [61] Q. Lu e Y.Z. Sun, "Nonlinear stabilizing control of multimachine power systems," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 4, pp. 236-241, 1989.
- [62] A. Llamas, J. De La Ree Lopez, L. Milli, A.G. Phadke e J.S. Thorp, "Clarifications of the BCU method for transient stability analysis," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 10, pp. 210-219, 1995.
- [63] R. Marino, "An example of nonlinear regulator," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 29, pp.276-279, 1984.
- [64] N. Martins e L.T.G. Lima, "Eigenvalue and frequency domain analysis of small-signal electromechanical stability problems," *Eigenanalysis and frequency domain methods for system dynamic performance*, publicação IEEE n° 90TH0292-3-PWR.
- [65] N. Martins e L.T.G. Lima, "Determination of suitable locations for power system stabilizers and static VAR compensators for damping electromechanical oscillations in large scale power systems," *Power Industry Computer Application Conference*, pp. 74-82, 1989.
- [66] N. Martins, H.J.C. Pinto, A. Bianco e H.J.P. Macedo, "TCSC control structures for line power scheduling and methods to determine their locations and tuning to damp system oscillations," *IV SEPOPE*, Foz do Iguaçu, 1994.
- [67] V.A. Maslennikov e S.M. Ustinov, "The optimization method for coordinated tuning of power system regulators," *12th Power System Computation Conference*, pp. 70-75, Dresden, Alemanha, 1996.

- [68] W. Mielczarsky, A.M. Zajaczkowski, "Design of a field voltage controller for a synchronous generator using feedback linearization," *Optimal Control Applications & Methods*, vol. 12, pp.73-88, 1991.
- [69] W. Mielczarsky, A.M. Zajaczkowski, "Nonlinear field voltage control of a synchronous generator using feedback linearization," *Automatica*, vol. 30, pp. 1625-1630, 1994.
- [70] M. Norozian e G. Anderson, "Damping of power system oscillations by use of controllable components," *IEEE/PES Winter Meeting*, Nova Iorque, EUA, 1994.
- [71] M.A. Pai. *Energy Function Analysis for Power System Stability*. Kluwer Academic Publishers, EUA, 1989.
- [72] M.A. Pai e P.W. Sauer, "Mathematical issues in security enhancement of large scale power systems," *EPRI/NSF Workshop on Application of Advanced Mathematics to Power Systems*, pp. 4/13-4/14, Redwood City, EUA, 1991.
- [73] M.A. Pai, C.D. Vournas, A.N. Michel e H. Ye, "Applications of interval matrices in power system stabilizer design," *International Journal of Electric Power and Energy Systems*, 1996.
- [74] J. Palis e W. de Mello, *Geometric Theory of Dynamical Systems: An Introduction*, Springer-Verlag, Nova Iorque, EUA, 1981.
- [75] R.H. Park, "Two-reaction theory of synchronous machines - generalized method of analysis - Part I," *AIEE Transactions*, vol. 48, pp. 716-727, 1929; Part II, vol. 52, pp. 352-355, 1933.
- [76] H.E. Peña, *Controle Ótimo Descentralizado Aplicado ao Projeto e Coordenação de Sinais Estabilizadores em Sistemas de Potência*, Tese de Doutorado, UFSC, 1992.
- [77] I.R. Petersen e C.V. Hollot, "A Riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems," *Automatica*, vol. 22, pp. 397-411, 1986.
- [78] I.R. Petersen, "A Riccati equation approach to the design of stabilizing controllers and observers for a class of uncertain linear systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 30, pp. 904-906, 1985.

- [79] W.W. Price, B.J. Hurysz, J.H. Chow e A.W. Hargrave, "Advances in power system dynamic equivalencing," *V SEPOPE*, Recife, 1996.
- [80] V.H. Quintana e T. Ravichandran, "On the design of robust H_∞ optimal controllers for synchronous machines," *12th IFAC World Congress*, Sidnei, Austrália, 1993, vol. 3, pp. 253-258.
- [81] B.D. Riedle e P.V. Kokotović, "Integral manifolds of slow adaptation," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 31, pp. 316-322, 1986.
- [82] A.S. Sabzevary, Y. Tamura e S. Iwamoto, "Robust generator control with robust observer," *IEEE Power and Energy Conference*, Tóquio, Japão, 1994.
- [83] S.S. Sastry e M. Bodson, *Adaptive Control*, Prentice-Hall, EUA, 1989.
- [84] P.W. Sauer, S. Ahmed-Zaid e P.V. Kokotović, "An integral manifold approach to reduced order modeling of synchronous machines," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 3, pp. 17-23, 1988.
- [85] W.E. Schmitendorf, "Designing stabilizing controllers for uncertain systems using the Riccati equation approach," *IEEE Trans. on Automatic Control* vol. 33, pp. 376-379, 1988.
- [86] R. Sepulchre, M. Jankovic e P.V. Kokotović, *Constructive Nonlinear Control*, Springer-Verlag, EUA, 1996.
- [87] A.S. e Silva e A.S. Bazanella, "Coordinated design of FACTS controllers and PSS's for robustness of power systems stability," *V SEPOPE*, Recife, pp. 625-631, 1996.
- [88] A.J.A. Simões Costa, F.D. Freitas e H.E. Peña, "Power system stabilizer design via structurally constrained optimal control," *Electric Power System Research*, vol. 33, n° 2, 1995.
- [89] A.J.A. Simões Costa, F.D. Freitas e A.S. e Silva, "Design of decentralized controllers for large power systems considering sparsity," *IEEE/PES Winter Meeting*, Baltimore, EUA, 1996.

- [90] J.J. Slotine e W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, EUA, 1991.
- [91] C.P. Steinmetz, "Power control and stability of electric generating stations," *AIEE Trans.*, vol. 39, parte II, pp. 1215, 1920.
- [92] G.N. Taranto, "Tecnologia FACTS: dinâmica e controle," 11º CBA, pp. 1071-1076, São Paulo, 1996.
- [93] G.N. Taranto e J.H. Chow, "A robust frequency domain optimization technique for tuning series compensation damping controllers," *IEEE/PES Summer Meeting*, San Francisco, EUA, artigo 531-4 PWRS, 1994.
- [94] G.N. Taranto, J.H. Chow e H.A. Othman, "Robust redesign of power system damping controllers," *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 3, pp. 290-298, 1996.
- [95] D.G. Taylor, P.V. Kokotović, R. Marino e I. Kanellakopoulos, "Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 34, pp. 405-412, 1989.
- [96] C.W. Taylor. *Voltage Stability*. EPRI/McGraw-Hill, EUA, 1994.
- [97] A. Tesi, E.H. Abed, R. Genesio e H.O. Wang, "Harmonic balance analysis of period-doubling bifurcations with implications for control of nonlinear dynamics," *Automatica*, vol. 32, pp. 1255-1271, 1996.
- [98] A. Vanelli e M. Vidyasagar, "Maximal Lyapunov functions and domains of attraction for autonomous nonlinear systems," *Automatica*, vol. 21, pp. 69-80, 1985.
- [99] V. Venkatasubramanian, H. Schättler e J. Zaborsky, "Local bifurcations and feasibility regions in differential-algebraic systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 40, pp. 1992-2013, 1995.
- [100] M. Vidyasagar, *Nonlinear Systems Analysis*, 2ª Edição, Prentice-Hall, EUA, 1993.
- [101] C.D. Vournas, P.W. Sauer, M.A. Pai, "Power system stability analysis using singular perturbation," *Tesla Symposium*, 1996.

- [102] C.D. Vournas, P.W. Sauer, M.A. Pai, "Relationships between voltage and angle stability of power systems," *Int. Journal of Elec. Energy & Power Systems*, to appear.
- [103] C.D. Vournas, M.A. Pai, P.W. Sauer, "The effect of Automatic Voltage Regulation on the bifurcation evolution in power systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, to appear.
- [104] C.D. Vournas, M.A. Pai, P.W. Sauer, "Time-scale decomposition in voltage stability analysis of power systems," *34th Conference on Decision and Control*, New Orleans, EUA, 1995.
- [105] Y. Wang e D.J. Hill, "Robust nonlinear coordinated control of power systems," *Automatica*, vol. 32, pp. 611-618, 1996.
- [106] Y. Wang, D.J. Hill, R.H. Middleton e L. Gao, "Transient stability enhancement and voltage regulation of power systems," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 8, pp. 620-627, 1993.
- [107] H.O. Wang, E.H. Abed, "Bifurcation control of a chaotic system," *Automatica*, vol. 31, pp. 1213-1226, 1995.
- [108] S. Wiggins, *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, Springer-Verlag, EUA, 1990.
- [109] J.R. Winkelman, J.H. Chow, B.C. Bowler, B. Avramovic e P.V. Kokotović, "An analysis of interarea dynamics of multimachine power systems," *IEEE Trans. Power App. and Systems*, vol. 100, pp. 754-763, 1981.
- [110] J.H. Wilkinson, *The Algebraic Eigenvalue Problem*, Oxford University Press, 1965.
- [111] J. Zaborsky, G. Huang, B. Zeng, T.C. Leung, "On the phase portrait of a class of large nonlinear systems such as the power system," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 33, 4-15, 1988.
- [112] J. Zaborsky, K.W. Whang e K.V. Prasad, "Stabilizing control in emergencies," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 100, pp. 2374-2389, 1981.

- [113] J. Zaborsky, K.W. Whang, K.V. Prasad e I.N. Katz, "Local feedback stabilization of large interconnected power systems in emergencies," *Automatica*, vol. 17, pp. 673-686, 1981.