

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS DE MOTORES SÍNCRONOS A IMÃS PERMANENTES

MARCIO DE PINHO VINAGRE

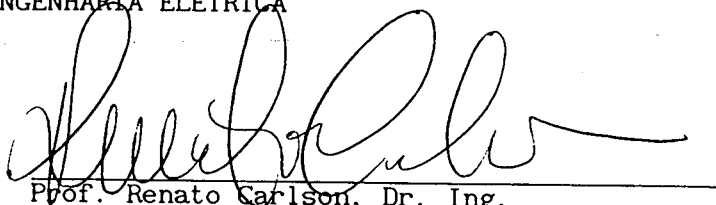
TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS ( D.Sc )

Florianópolis, 19 de agosto de 1991 .

OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS DE MOTORES SÍNCRONOS A ÍMÃS PERMANENTES

Marcio de Pinho Vinagre

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR  
EM CIÊNCIAS E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



Prof. Renato Carlson, Dr. Ing.

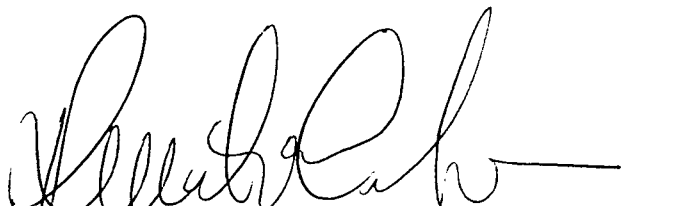
ORIENTADOR



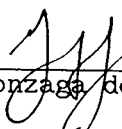
Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. État.

Coordenador do Curso de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica

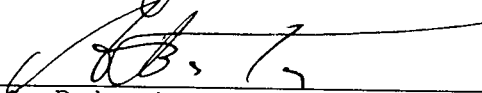
BANCA EXAMINADORA



Prof. Renato Carlson, Dr. Ing.



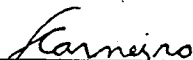
Prof. Luiz Gonzaga de S. Fonseca, Dr. Sc.



Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. État.



Prof. Orlando Sílvio Lobosco, Dr. Sc.



Prof. Sandoval Carneiro Júnior, Ph.D.

## AGRADECIMENTOS

Ao Departamento de Eletrotécnica da Escola de Engenharia da UFRJ pela nossa liberação e apoio dado à este trabalho.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica do C.T. da UFSC, aos laboratórios que o formam, e em particular ao GRUCAD e seus membros pela acolhida durante o trabalho.

Ao Instituto Politécnico de Toulouse pela acolhida em suas instalações durante a nossa permanência na França.

À CAPES pelo patrocínio do estudo, tanto na fase brasileira quanto na fase francesa do trabalho.

Ao Professor Renato Carlson pelo seu apoio e empenho na realização trabalho.

Ao Sr Lajoie-Mazenc, Diretor do INPT, pelo grande apoio e interesse mostrados no desenvolvimento do modelo térmico.

A nível pessoal gostaria de agradecer ao Professor Renato Carlson pela importantíssima ajuda prestada durante a minha estadia na França. Também ao Professor Néelson Sadowski e sua família pelo mesmo motivo.

Aos companheiros Jean Michel Vinassa e seus pais, e Emmanuel Sarronte por toda ajuda dada, tornando agradável a minha estadia na França.

Aos companheiros do GRUCAD como Mesquita, Rangel, Orlando e Rogério, entre outros, pelo nível alcançado de amizade e coesão no grupo.

Um agradecimento especial ao mestrando Luís Alberto Pereira pela troca de idéias e informações dadas em relação à execução de projetos na fábrica de motores.

Ao Professor Ivo Barbi pelos muitos esclarecimentos sobre motores de indução, e pela sua postura honesta e seríssima nas conversas francas que tivemos.

Ao Professor José Luiz R Pereira pelo apoio dado na versão final da tese.

Ao Professor Sandoval Carneiro pelas observações e sugestões feitas no trabalho.

Finalmente deixo os meus reconhecimentos aos Professores Jorge Luiz do Nascimento e Helói José Fernandes Moreira pelas grandes, profundas e longas discussões durante estes últimos quatro anos.

## SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS	iv
RESUMO	xiii
ABSTRACT	xiv
I INTRODUÇÃO GERAL	1
II PROPOSIÇÃO DE UMA METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS	6
II-1 INTRODUÇÃO	6
II-2 OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS DE MÁQUINAS ELÉTRICAS AO LONGO DOS ANOS	7
II-3 TERMINOLOGIA E METODOLOGIA	13
II-4 O MÉTODO LINEARIZADO PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO LINEARES	15
II-5 O MÉTODO SIMPLEX DE PROGRAMAÇÃO LINEAR	18
II-6 COMBINAÇÃO COM O MÉTODO DOS GRADIENTES	21
II-7 CONCLUSÕES	24
III CONSIDERAÇÕES SOBRE O MOTOR SÍNCRONO A ÍMÃS PERMANENTES	26
III-1 INTRODUÇÃO	26
III-2 OS DIFERENTES TIPOS DE ÍMÃS PERMANENTES	26
III-3 AS DIFERENTES ESTRUTURAS DOS MOTORES A ÍMÃS PERMANENTES	31
III-4 AS FORMAS DE SUPRIMENTO DE ENERGIA	33
III-5 CONCLUSÕES	36
IV PROJETO DE MOTORES SÍNCRONOS A ÍMÃS PERMANENTES SUPERFICIAIS	38
IV-1 INTRODUÇÃO	38
IV-2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DO MSIP	38

IV-3	TENSÃO INDUZIDA E CONJUGADO ELETROMAGNÉTICO	41
IV-4	AVALIAÇÃO DO AQUECIMENTO	44
IV-5	CÁLCULO DE CAMPOS NO INTERIOR DOS MSIPs	45
IV-5.1	CÁLCULO DE CAMPO DEVIDO AOS ÍMÃS UTILIZANDO CIRCUITOS MAGNÉTICOS	46
IV-5.2	CÁLCULO DE CAMPO DEVIDO A ARMADURA	49
IV-5.3	CÁLCULO DE CAMPOS PELA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE LAPLACE	52
IV-6	OBTENÇÃO DAS GRANDEZAS FUNDAMENTAIS	54
IV-6.1	SOLUÇÃO PARA MSIP SENOIDAL	55
IV-6.2	SOLUÇÃO PARA MSIP TRAPEZOIDAL	57
IV-7	CÁLCULO DO ENROLAMENTO DA ARMADURA	58
IV-8	CÁLCULO DOS NÚCLEOS, DENTES e VOLUME	60
IV-9	CÁLCULO DE PERDAS EM UM MSIP	64
IV-10	CONCLUSÕES	67
V	AVALIAÇÃO DE TEMPERATURAS ATRAVÉS DE UM MODELO SIMPLES	68
V-1	INTRODUÇÃO	68
V-2	ESCOLHA DO MÉTODO DE AVALIAÇÃO	68
V-3	DESCRIÇÃO DO MÉTODO	69
V-4	HIPÓTESES PARA ESTUDO DE UM SERVO-MOTOR A ÍMÃS PERMANENTES	69
V-5	O MODELO TÉRMICO	70
V-6	RESISTÊNCIAS DO CIRCUITO TÉRMICO	73
V-6.1	TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO	73
V-6.2	TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO	75
V-6.3	COEFICIENTES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO	76
V-6.4	TRANSMISSÃO POR RADIAÇÃO	78

	iii
V-7 CÁLCULO ANALÍTICO	79
V-8 EXEMPLOS DE CÁLCULO	80
V-8.1 MOTOR LONGO	81
V-8.2 MOTOR CURTO	83
V-9 CONCLUSÕES	85
VI OTIMIZAÇÃO DE PROJETO DO MOTOR SÍNCRONO A ÍMÃS PERMANENTES	86
VI-1 INTRODUÇÃO	86
VI-2 ESCOLHA DAS VARIÁVEIS DE PROJETO	86
VI-3 EQUACIONAMENTO DOS ÍNDICES DESEMPENHO	88
VI-4 ESCOLHA DA FUNÇÃO OBJETIVO A SER OTIMIZADA	93
VI-5 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	94
VI-5.1 MSIP COM MAGNETIZAÇÃO RADIAL E ÍMÃS DE FERRITA	94
VI-5.2 MSIP COM MAGNETIZAÇÃO PARALELA E ÍMÃS DE Sm-Co	99
VI- CONCLUSÕES	104
VII CONCLUSÕES	106
APÊNDICE A O MÉTODO SIMPLEX	110
APÊNDICE B CÁLCULO DE CAMPOS NO INTERIOR DOS MSIPs PELA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE LAPLACE	123
APÊNDICE C APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE APROXIMAÇÕES LINEARES NA OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO	141
APÊNDICE D EQUAÇÕES DE PROJETO PARA UM MIRC TRIFÁSICO	154
BIBLIOGRAFIA	178

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A$  potencial vetor;  
 $A$  carregamento específico de corrente;  
 $A_z$  componente  $z$  do potencial vetor na região  $i$ ;  
 $a$  razão entre  $\pi$  e o passo polar;  
 $a_s$  largura da boca de ranhura;
- $\bar{B}$  densidade de fluxo média por pólo (carregamento magnético específico);  
 $B$  indução em uma região;  
 $B_d$  densidade de fluxo magnético no dente de estator;  
 $B_e$  indução no entreferro devido aos ímãs;  
 $B_g$  indução na superfície interna do estator;  
 $B_i$  módulo do vetor indução devido ao ímã;  
 $B_{imed}$  valor médio de indução no entreferro devido ao ímã;  
 $B_m$  indução na peça considerada;  
 $B_{nr}$  densidade de fluxo magnético no núcleo rotórico;  
 $B_{ns}$  densidade de fluxo magnético no núcleo estatórico;  
 $B_r$  indução remanente do ímã;  
 $B_s$  módulo do vetor indução devido ao estator;  
 $B_{smed}$  valor médio de indução no entreferro devido ao estator;  
 $B_t$  módulo do vetor de indução magnética total;  
 $B_{tmed}$  valor médio da indução total no entreferro;  
 $B_{tr}$  indução total ao nível do rotor;  
 $B_{ts}$  indução total ao nível do estator;  
 $B_{xI'}$  componente em  $x$  da indução magnética no meio I';  
 $B_{xI''}$  componente em  $x$  da indução magnética no meio I";  
 $B_{xII}$  componente em  $x$  da indução magnética no meio II;  
 $B_{xi}$  componente em  $x$  da indução magnética no meio  $i$ ;  
 $B_{xi-e}$  componente em  $x$  da indução no entreferro devido ao ímã;  
 $B_{xi-i}$  componente em  $x$  da indução no ímã devido ao próprio ímã;  
 $B_{xs-e}$  componente em  $x$  da indução no entreferro devido ao estator;  
 $B_{xs-i}$  componente em  $x$  da indução no ímã devido ao estator;  
 $B_{yI'}$  componente em  $y$  da indução magnética no meio I';  
 $B_{yI''}$  componente em  $y$  da indução magnética no meio I";  
 $B_{yII}$  componente em  $y$  da indução magnética no meio II;

$B_{y1}$  componente em y da indução magnética no i-ésimo meio;  
 $B_{y1-e}$  componente em y da indução no entreferro devido ao ímã;  
 $B_{y1-i}$  componente em y da indução no ímã devido ao ímã;  
 $B_{ys-e}$  componente em y da indução no entreferro devido ao estator;  
 $B_{ys-i}$  componente em y da indução no ímã devido ao estator;  
 $B_0$  indução básica para cálculo de perdas no ferro;

$C_{I'}$  constante de integração para potencial vetor do meio I';  
 $C_{I''}$  constante de integração para potencial vetor do meio I'';  
 $C_{II}$  constante de integração para potencial vetor do meio II;  
 $C_i$  constante de integração para potencial vetor do meio i;

D diâmetro interno da máquina;  
 $D_e$  diâmetro externo do cilindro;  
 $D_{ex}$  diâmetro externo do pacote de lâminas;  
 $D_{I'}$  constante de integração para potencial vetor do meio I';  
 $D_{I''}$  constante de integração para potencial vetor do meio I'';  
 $D_{II}$  constante de integração para potencial vetor do meio II;  
 $D_i$  constante de integração para potencial vetor do meio i;  
dencaixe espessura da cavidade para encaixar o ímã;

$E_1$  tensão de pico da primeira harmônica de tensão;  
 $E_1$  valor eficaz da primeira harmônica de tensão;  
 $E_r$  tensão induzida eficaz na fase;  
 $e_1$  base menor da sapata do dente de estator;  
 $e_2$  base maior da sapata do dente do estator;

$\mathcal{F}_1$  força magnetomotriz equivalente do ímã;  
 $\mathcal{F}_{max}$  força magnetomotriz máxima;  
 $f$  frequência da rede;  
 $f$  frequência na peça considerada;  
fence fator de enchimento da ranhura;  
 $f_{er}$  fator de enchimento do rotor;  
 $f_{max}$  frequência máxima;  
 $f_{min}$  frequência mínima;  
 $f_0$  frequência básica para cálculo de perdas no ferro;



- g aceleração da gravidade;  
g<sub>1</sub> restrição de desigualdade;
- H vetor campo magnético;  
H<sub>e</sub> campo magnético no entreferro;  
H<sub>i</sub> campo magnético no interior dos ímãs;  
h<sub>c</sub> coeficiente de transferência de calor por convecção;  
h<sub>d</sub> altura do dente de estator;  
h<sub>1</sub> altura do íma;  
h<sub>j</sub> restrição de igualdade;  
h<sub>nr</sub> altura do núcleo rotórico;  
h<sub>ns</sub> altura do núcleo estatórico;  
h<sub>t</sub> coeficiente de transferência de calor por convecção;  
h<sub>1</sub> altura do meio 1;  
h<sub>2</sub> altura do meio 2;
- I<sub>br</sub> corrente de barra no rotor;  
I<sub>ef</sub> corrente eficaz na fase;  
I<sub>f</sub> corrente de fase;  
I<sub>i</sub> corrente equivalente circulante nas extremidades do íma;  
I<sub>max</sub> corrente máxima por fase;
- J densidade de corrente genérica;  
J<sub>1</sub> densidade de corrente hipotética que gera a primeira harmônica de força magnetomotriz no ímã;  
J<sub>s1</sub> valor de pico da densidade de corrente que gera a primeira harmônica de  $\mathcal{F}_{mm}$ ;
- k um inteiro;  
K<sub>ar</sub> condutividade térmica do ar;  
k<sub>c</sub> coeficiente de convecção;  
k<sub>e</sub> constante multiplicativa da tensão de saída do inversor;  
k<sub>f</sub> coeficiente de potência de perdas por correntes de Foucault;  
k<sub>fe</sub> fator de empilhamento considerado para o estator;  
k<sub>h</sub> coeficiente de potência de perdas por histerese;

- $k_p$  constante de proporcionalidade entre o raio e o comprimento;  
 $k_s$  fator de saturação;  
 $k_w$  fator de enrolamento;  
 $k_1$  fator de enrolamento da primeira harmônica;
- $L$  comprimento efetivo do pacote de lâminas;  
 $l_{acc}$  largura do anel de curto-circuito;  
 $l_{ar}$  espessura da película de ar;  
 $L_r$  comprimento do rotor;  
 $l_{cu}$  comprimento médio entre uma cabeça de bobina e metade de uma ranhura;  
 $l_d$  comprimento dos dentes;  
 $l_e$  comprimento do entreferro;  
 $l_i$  comprimento médio do ímã;  
 $l_i$  espessura do isolante da ranhura;  
 $l_k$  comprimento arbitrário de ímã;  
 $l_{max}$  comprimento máximo do ímã;  
 $l_{nr}$  comprimento médio do núcleo rotórico;  
 $l_{ns}$  comprimento médio do núcleo estatórico;  
 $l_v$  espessura do verniz;
- $M$  fundamental da força magnetomotriz total de um ímã;  
 $M_{IT}$  fundamental da força magnetomotriz total de um ímã discretizado;  
 $M_{IT}'$  fundamental da força magnetomotriz de um ímã equivalente com largura constante;  
 $M_{Te}$  força magnetomotriz necessária para impor o fluxo no entreferro;  
 $M_{Te-p}$  força magnetomotriz de pico necessária para impor o fluxo no entreferro;  
 $M_{Ife}$  força magnetomotriz necessária para impor o fluxo no ferro do circuito magnético;
- $m$  número de restrições de igualdade;  
 $m$  número de fases;
- $n$  número de restrições de desigualdade;  
 $n$  frequência mecânica em rd/s;  
 $n$  número de subdivisões de um ímã;

$n_c$  número de condutores na ranhura;  
 $n_{cf}$  número de condutores por fase;  
 $n_{cr}$  número de condutores por ranhura;  
 $N_{ef}$  número de espiras em série por fase;  
 $n_{id}$  número de índices de desempenho;  
 $n_r$  número de ranhuras por pólo e por fase;  
 $n_{rf}$  número de ranhuras por fase;  
 $n_{rr}$  número de ranhuras do rotor;  
 $N_u$  número de Nusselt;  
 $N_w$  número de espiras em série por fase;  
 $N_1$  número de ranhuras do estator;  
 $N_2$  número de ranhuras do rotor;

$P$  potência térmica irradiada entre cabeça de bobina e carcaça;  
 $P$  número de pólos;  
 $P$  potência elétrica interna;  
 $p$  número de par de pólos do motor;  
 $p_{Acc}$  profundidade do anel de curto-circuito;  
 $P_{cu}$  potência dissipada no cobre da armadura;  
 $P_e$  potência térmica gerada pela fase dentro da ranhura;  
 $P_{eixo}$  potência requerida no eixo;  
 $P_f$  potência de perdas por correntes de Foucault;  
 $P_{f+h}$  potência de perdas no ferro;  
 $P_h$  perda por histerese;  
 $P_{nu}$  1/3 da perda no núcleo devido às densidades de fluxo;  
 $P_r$  número de Prandtl;  
 $P_{t1}$  potência térmica gerada na cabeça de bobina;  
 $P_{t2}$  potência térmica gerada na cabeça de bobina;  
 $P_{t1}'$  potência térmica gerada na cabeça de bobina;  
 $P_{t2}'$  potência térmica gerada na cabeça de bobina;  
 $P_1, P_2, P_3$  potências elétricas de perdas;

$R$  raio interno do estator;  
 $R_a$  número de Rayleigh;  
 $R_c$  resistência carcaça - ar exterior  
 $R_{cu}$  resistência entre cabeça de bobina e ranhura;

- $R_i$  raio interno do rotor;  
 $R_{isol}$  resistência total entre ranhura e ferro do núcleo;  
 $R_n$  raio interno do ímã;  
 $r$  raio arbitrário de um setor cilíndrico considerado;  
 $\mathcal{R}_d$  relutância dos dentes;  
 $\mathcal{R}_e$  relutância do entreferro;  
 $\mathcal{R}_i$  relutância do espaço ocupado pelo ímã;  
 $R_M$  resistência representativa de perdas no núcleo;  
 $\mathcal{R}_{ne}$  relutância do núcleo estatórico;  
 $\mathcal{R}_{nr}$  relutância do núcleo rotórico;  
 $R_{ta}$  resistência entre a cabeça de bobina e ar interior;
- $S$  potência aparente trifásica;  
 $S_{acc}$  área do anel de curto-circuito;  
 $S_{ar}$  área média da película de ar;  
 $S_c$  superfície externa total da carcaça considerando as aletas;  
 $S_c$  área útil de condutores de uma ranhura;  
 $S_c$  área do condutor;  
 $S_c$  área do condutor da espira;  
 $S_d$  área da secção dos dentes;  
 $S_e$  área do entreferro;  
 $S_i$  área transversal do ímã;  
 $S_i$  área interna da ranhura;  
 $S_{nr}$  área da secção do núcleo rotórico, transversal ao fluxo;  
 $S_{ns}$  área da secção do núcleo estatórico, transversal ao fluxo;  
 $S_{ran}$  área da ranhura;  
 $S_{rr}$  área da ranhura do rotor;  
 $S_{ta}$  superfície média de contato de uma cabeça com o ar do interior da cavidade;  
 $S_v$  área média do verniz;
- $T$  temperatura do fluido circundante;  
 $T$  conjugado interno desenvolvido;  
 $T_a$  temperatura do ar;  
 $T_e$  temperatura dentro da ranhura;  
 $T_f$  temperatura do ferro;

- $T_s$  temperatura da superfície;
- $T_t$  temperatura da cabeça de bobina;
- $V_{cc}$  tensão de saída do inversor;
- $V_{cu}$  volume de cobre;
- $V_d$  volume dos dentes de estator;
- $V_f$  tensão de fase;
- $V_{is}$  volume de ímã no MSIP com tensão senoidal;
- $V_{it}$  volume de ímã no MSIP com tensão trapezoidal;
- $V_{ns}$  volume do núcleo de estator;
- $V_{nr}$  volume do núcleo do rotor;
- $V_{sd}$  volume de sapatas dos dentes;
- $W_j$  potência térmica drenada;
- $w_d$  largura do dente de estator;
- $w_m$  largura média do ímã;
- $w_{mec}$  velocidade mecânica do rotor;
- $w_{mec-max}$  velocidade mecânica máxima;
- $w_1$  largura retificada da base do ímã;
- $w_2$  largura retificada da parte superior do ímã;
- $w_\xi$  largura do ímã na altura arbitrária  $\xi$ ;
- $x$  expoente de  $B_m$  para a equação de perda por histerese;
- $y_r$  passo da ranhura do rotor;
- $y$  passo polar;
- $\alpha$  ângulo ocupado pelo ímã;
- $\alpha_e$  razão entre a largura média do ímã e o passo polar;
- $\alpha_t$  difusão térmica;
- $\beta$  abertura relativa do ímã;
- $\beta_e$  coeficiente de expansão volumétrica;
- $\gamma$  ângulo entre os vetores  $B_i$  e  $B_s$ ;

- $\Delta J_i$  densidade de corrente equivalente de um pedaço infinitesimal de ímã na altura  $\xi$ ;  
 $\Delta M_i$  fundamental da força magnetomotriz da  $i$ -ésima lâmina de ímã;  
 $\Delta M\xi$  fundamental da força magnetomotriz devido a uma lâmina infinitesimal de ímã na altura  $\xi$ ;  
 $\Delta \xi$  incremento infinitesimal de altura  $h$ ;  
 $\Delta T$  elevação de temperatura;  
 $\Delta \theta$  incremento do ângulo de abertura de um ímã retificado;  
 $\delta$  densidade de corrente;  
 $\delta'$  comprimento do entreferro corrigido pelo fator de Carter;  
 $\delta''$  comprimento equivalente de entreferro;  
 $\delta_r$  densidade de corrente assumida para o rotor;
- $\Sigma_{ar}$  condutividade térmica do ar;  
 $\Sigma_{cu}$  condutividade térmica do material que compõe o enrolamento;  
 $\Sigma_i$  condutividade térmica do isolante da ranhura;  
 $\Sigma_v$  condutividade térmica do verniz;  
 $\epsilon$  coeficiente de emissão por radiação;
- $\phi$  fluxo atravessando as paredes de um setor cilíndrico de raio  $r$  e ângulo de abertura  $\theta_{ima}$ ;  
 $\phi_d$  fluxo magnético nos dentes de estator;  
 $\phi_i$  fluxo magnético entrando no estator devido a um ímã de largura constante;  
 $\phi_m$  fluxo médio por pólo;  
 $\phi_{med}$  fluxo médio por pólo;  
 $\phi_r$  fluxo magnético que entra no rotor;  
 $\phi_s$  fluxo magnético que entra no estator;
- $\mu_I$  permeabilidade magnética do meio I;  
 $\mu_{II}$  permeabilidade magnética do meio II;  
 $\mu_{fe}$  permeabilidade do ferro ;  
 $\mu_i$  permeabilidade magnética do ímã;  
 $\mu_0$  permeabilidade magnética do ar;
- $\nu$  viscosidade cinemática;

- $\eta$  rendimento arbitrado para a máquina;
- $\theta$  ângulo de abertura de um ímã retificado;
- $\theta_{\text{ima}}$  ângulo de abertura do ímã;
- $\theta_s$  ângulo ao longo da periferia do estator;
- $\theta_1$  ângulo equivalente de abertura da base retificada de um ímã;
- $\theta_2$  ângulo equivalente de abertura da parte superior de um ímã retificado;
- $\rho$  resistividade elétrica do material do enrolamento;
- $\rho$  resistividade do material;
- $\rho_{\text{cu}}$  a resistividade do cobre ( $0,0227 \mu\Omega\text{m}$  a  $100^\circ\text{C}$ );
- $\rho_r$  resistividade do material que compõe o anel do rotor;
- $\sigma_f$  constante para cálculo de perdas no ferro;
- $\sigma_h$  constante para cálculo de perdas no ferro;
- $\sigma$  constante de Boltzman;
- $\tau$  passo polar;
- $\tau_{\text{ran}}$  passo de ranhura;
- $\xi$  altura arbitrária do ímã;
- $\zeta$  espessura de chapa utilizada na máquina;
- $\nabla$  gradiente de uma função escalar;
- $\nabla_x$  rotacional de uma função vetorial;

## RESUMO

Este trabalho apresenta e estuda uma metodologia original para otimização de projetos de máquinas elétricas em geral, visando, particularmente, a sua aplicabilidade em projetos de motores síncronos a ímãs permanentes (MSIP) superficiais.

É baseada em processos matemáticos lineares, utilizando a combinação de uma adaptação do método dos gradientes das restrições não cumpridas com o algoritmo simplex de programação linear. Mostrou-se de fácil implementação computacional, e tem como característica a facilidade de poder incluir atualizações ou exigências adicionais de projeto com pouco esforço suplementar.

Foi também proposto um modelo simples para cálculo de temperaturas críticas em algumas partes dos servomotores, incluindo o seu estudo, desenvolvimento e validação prática. Tem como característica marcante um pequeno esforço de cálculo, necessário e para a sua inclusão em processos iterativos.

O modelo de cálculo de temperaturas foi implementado posteriormente na metodologia proposta para otimização de projetos de MSIP, o que evidenciou a flexibilidade desta em absorver os avanços ou modificações na modelagem de projeto.

Finalmente, a metodologia proposta foi aplicada com sucesso em dois projetos de MSIP superficiais, de concepções diferentes, apresentando-se segura e confiável numericamente. Calculou projetos otimizados em custo ou volume, mostrando-se uma ferramenta suplementar importante para quem lida ou lidará com projetos de MSIP.



## ABSTRACT

This work presents and analyses an original methodology, suitable for electrical machinery design optimization in general, and in particular for application on optimal designs of permanent magnet synchronous machines (MSIP) with surface magnets.

The methodology is based on linear mathematical processes, and utilizes a combination of a gradient type method (which is applied only to the mismatched constraints) and the well known Simplex algorithm. The resulting algorithm was easily implemented in a digital computer and allows the inclusion of additional constraints with little computational efforts.

Given the importance of the thermal processes in the machine a novel model for critical temperatures evaluation in some parts of the MSIP has been proposed. This model has the singular feature of little computational effort, which makes it suitable in iterative processes implementation and was validated with laboratory tests.

The temperature evaluation model was later included into the methodology proposed for MSIP design optimization.

Finally, the proposed methodology was applied successfully in two different MSIP designs, showing reliability and powerfulness. It calculates optimized designs in cost and volume, and the performance obtained revealed that the methodology can be a very important tool for designers of MSIP.

## CAPITULO I

### INTRODUÇÃO GERAL

A idéia de se economizar está presente em todas as atividades do cotidiano, tanto das pessoas quanto das empresas, sejam elas industriais ou comerciais. A economia é uma prioridade quase absoluta na luta pela sobrevivência em um mercado competitivo, dentro do qual vários produtos são fabricados, comercializados, e finalmente consumidos. Se algum elo desta cadeia ( indústria, comércio ou consumo ) não se preocupar em economizar, ele deixa de ser vantajoso, gerando um desequilíbrio de recursos, isto é, transferindo renda de um elo a outro, ferindo o princípio da justa distribuição de recursos entre as atividades, que é o alimento do capitalismo saudável.

Pode-se notar com clareza que uma atividade que concentra recursos ao longo do tempo é uma atividade que absorveu algum desperdício das outras a ela ligadas, seja através de regalias ou subsídios conferidas àquela, seja pela má administração destas. Esta é a realidade de uma economia sadia de mercado e dentro deste contexto vive o mundo ocidental evoluído, além do Japão do pós-guerra e alguns países asiáticos.

O Brasil tem aspiração capitalista e o seu governo, através de várias medidas, tenta se desvencilhar das amarras do sub-desenvolvimento em que se encontra. Estas medidas fundamentalmente são o declínio da ingerência do estado na economia e a emancipação dos segmentos econômicos, isto é, o fim de subsídios e reservas de mercado existentes na forma de monopólios, oligopólios ou cartéis. Dentro deste tema muitíssimo vasto e complicado, a administração de recursos é um item dos mais importantes, pois ajuda a diminuir o desperdício, zelando assim, indiretamente, pela saúde do sistema.

Dentro do assunto de administração de uma empresa estuda-se e escolhe-se a alocação de recursos nas atividades por ela desenvolvidas de maneira tal a lucrar-se o "máximo possível". Supondo-se que todos os segmentos sejam bem

administrados e com a mesma finalidade de lucro máximo, sustenta-se então um sistema de forças antagônicas que se equilibram e mantêm estável o sistema capitalista. Os lucros se estabelecem de maneira natural, sem abusos nem exageros em todos os agentes da economia.

A administração de uma indústria procura sempre fazer a margem de lucro crescer ou ao menos manter-se constante ao longo de um período pré-estabelecido. Se a margem de lucro é uma função da venda de seus produtos, então cabe a esta administração, se competente, fazer com que os custos de fabricação sejam reduzidos. Isto pode ser efetuado através de dois procedimentos: o primeiro é uma ação junto aos fornecedores de matérias primas componentes de seus produtos, conseguindo junto a estes maiores prazos de pagamento ou redução de preço em face de aumento de compras, colocando-os em risco de serem trocados por outros, nacionais ou estrangeiros, que ofereçam melhores condições; o segundo é investir um pouco mais em tecnologia de fabricação, abrangendo esta tanto projetos melhores quanto mais econômicos.

Contudo, a economia que se fizer em um produto não deve comprometer a sua qualidade sob risco de perda de mercado consumidor. Portanto é necessário conciliar-se o projeto mais econômico com o aceitável tecnicamente. Esta é uma tarefa difícil pois lida com muitos dados. Embora esta seja uma visão simplista de toda a problemática da administração de uma indústria, deve-se supor uma economia saudável, desprezando-se o fator humano e os sindicatos assim como as medidas impostas pelo governo precipitadamente, sem a noção exata de todas as repercussões negativas de seus efeitos, maléficos sob certos aspectos atingindo a segurança de algumas empresas.

Considerando especificamente as indústrias de máquinas elétricas, o que se teria no Brasil sem recessão são poucas fábricas e vasto mercado. Se o governo liberasse a importação de máquinas elétricas, através de redução de taxas, aumentando desta forma a oferta dentro do país, restaria aos fabricantes reduzir seus custos para manter a margem histórica de lucro, pois quanto maior o número de competidores maior a possibilidade de perda do mercado por uma das indústrias. Como é possível que o capitalismo saudável se implante algum dia no Brasil, cedo ou tarde, um trabalho que vise o barateamento da fabricação de uma máquina elétrica é sem dúvida atual e necessário. Esta redução de custos, como dito anteriormente, é possível

através da redução de preços das matérias primas e/ou diminuição de volume das máquinas. Uma outra alternativa é oferecer produtos melhores, mais eficientes, que conquistem os mercados exigentes e façam com que a empresa atinja uma faixa nova do mercado. Estas três alternativas aliadas a um trabalho sério de Marketing evitam a redução de margens de lucro.

Existem objetivos distintos entre os empresários e os consumidores, pois enquanto aqueles procuram redução do custo de fabricação, estes procuram, além dos custos reduzidos na compra do equipamento, melhores desempenhos e menores custos de utilização, ou seja, maior rendimento. É óbvio que não se pode produzir o melhor e o mais eficiente artefato que seja ao mesmo tempo mais barato. Mas existe a noção do "mais barato possível" e ao mesmo tempo "aceitável tecnicamente".

Uma forma de se enfrentar o impasse causado pelos objetivos distintos de indústrias e consumidores é a fabricação do melhor equipamento possível com o custo menor que o estabelecido pelas contingências de mercado, ou então, a fabricação do mais barato equipamento possível com o rendimento maior que o mínimo estabelecido pelo mercado. Praticamente todas estas idéias devem ser colocadas em termos de funções matemáticas, quantificando conceitos e procedimentos, tudo isto no intuito de se encontrar uma solução viável sob o ponto de vista industrial.

Durante as últimas décadas, os projetos foram elaborados visando sempre a competitividade, mas com o aparecimento do computador e mais recentemente dos micro e mini-computadores, tornou-se possível a verificação de inúmeras alternativas ( ou tentativas ) de projeto, viabilizando-se a elaboração de uma grande quantidade de projetos tecnicamente viáveis e assim a escolha posterior do projeto mais conveniente tornou-se muito mais fácil e rápida. A partir desta facilidade, pensou-se no melhor projeto segundo um objetivo. Este desenvolvimento de idéias ocorreu paralelamente à implementação de algoritmos matemáticos de otimização cada vez mais poderosos.

Assim tanto o desenvolvimento dos computadores quanto o dos algoritmos matemáticos de otimização inspiraram e ainda inspiram o estudo da otimização de projetos, considerando-se não somente o desempenho técnico como a economia de material, fornecendo suporte aos projetistas e aos administradores para que estes lancem no mercado consumidor produtos melhores em qualidade e preço. É

um assunto atual e importante no contexto econômico do mundo e principalmente do Brasil na década de 90.

### **Objetivo do trabalho e seu desenvolvimento**

Este trabalho tem como objetivo específico propor, estudar e aplicar uma metodologia original para o projeto otimizado de motores síncronos a ímãs permanentes (MSIP). Este tipo de máquina elétrica tem sido muito empregada como parte de sistemas de acionamento em processos industriais devido as suas características de desempenho e do desenvolvimento de ímãs cada vez mais interessantes industrialmente e com fortes magnetizações.

No Capítulo II se propõe a metodologia depois de se resumir a história da otimização de projetos em máquinas elétricas, paralela a evolução dos computadores digitais e sua maior disponibilidade em todos os níveis.

No Capítulo III, tenta-se dar uma idéia das estruturas que utilizam ímãs permanentes, abrangendo superficialmente os próprios ímãs, as estruturas magnéticas em si, e as fontes de alimentação. Passa-se ao estudo do MSIP com ímãs superficiais, com magnetizações radial e paralela, que são as estruturas nas quais se aplicará a metodologia proposta no Capítulo II.

Os aspectos de projeto são estudados no Capítulo IV, nos quais são apresentadas as fórmulas matemáticas para síntese e análise.

No Capítulo VI é aplicada a metodologia proposta e são apresentados alguns resultados de projetos otimizados segundo critérios custo e volume.

Em uma fase intermediária do trabalho é feito um estudo do aumento de temperaturas no interior de servo-motores que culmina em um modelo térmico simplificado que atua na situação mais crítica de serviço do motor, isto é, em repouso com correntes em seus enrolamentos. Antes de introduzir o modelo no cálculo de projetos foi feita a validação dos mesmos no laboratório do Instituto Politécnico de Toulouse, utilizando-se duas máquinas a ímãs permanentes, concebidas diferentemente, sendo uma máquina curta e a outra longa. Com os resultados validados na prática introduz-se o modelo de cálculo de temperaturas na otimização do projeto, tornando mais rigoroso o processo de

cálculo. O modelo térmico é estudado no Capítulo V.

O Capítulo VII resume as principais conclusões deste trabalho e sugere alguns caminhos para sua continuidade.

## CAPÍTULO II

### PROPOSIÇÃO DE UMA METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

#### II-1 INTRODUÇÃO

Apesar da disponibilidade de muitas técnicas diferentes de otimização, depois de uma pesquisa bibliográfica envolvendo projetos otimizados de máquinas elétricas, principalmente de motores de indução, na qual foram estudadas com profundidade as técnicas de otimização utilizadas, propõe-se neste trabalho uma metodologia original, englobando em seu bojo um algoritmo híbrido envolvendo aproximações lineares composto de duas fases; a primeira leva o problema para uma região viável, através de uma adaptação do método dos gradientes, e a segunda calcula o extremo da função objetivo linearizada, e com todas as restrições igualmente linearizadas, utilizando o método simplex.

Esta metodologia é aplicada, como teste, na otimização de um projeto de motores de indução, e o algoritmo mostra-se seguro, de fácil implementação, e eficiente além de permitir a inicialização do problema em pontos exteriores à região viável.

Este capítulo se compõe de cinco itens. O primeiro analisa o desenvolvimento, ao longo dos anos, de trabalhos no assunto de otimização de projetos de máquinas elétricas, salientando as técnicas aplicadas e os avanços conceituais envolvidos em cada novo trabalho.

O segundo apresenta a terminologia básica utilizada no restante do trabalho e estabelece a metodologia a ser adotada.

Os três últimos itens descrevem o algoritmo matemático utilizado e as estratégias de aproximações adotadas na metodologia para otimização de projetos de máquinas elétricas, sendo que o terceiro atem-se nos aspectos da linearização de um problema de otimização de função não linear com restrições não lineares, o quarto menciona o algoritmo simplex como solução de um

problema linearizado e a forma de se fazer um problema de otimização não linear com restrições não lineares recair em uma aproximação linear, e finalmente o quinto justifica o motivo da combinação do método simplex com o método dos gradientes.

## II-2 OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS DE MÁQUINAS ELÉTRICAS AO LONGO DOS ANOS

Nesta seção é apresentada uma breve descrição do desenvolvimento da otimização de projetos de máquinas elétricas ao longo dos anos, tanto da idéia de se otimizar quanto da viabilização do uso de computadores no meio técnico e científico.

Sabe-se que a utilização do computador pelos projetistas de máquinas elétricas teve início na década de 50, quando os computadores eletrônicos começaram a se massificar nos países adiantados tecnologicamente. Com o desenvolvimento e difusão dos computadores nos meios científicos, foi também possível que muitas técnicas numéricas de otimização matemática fossem aplicadas e validadas. A partir do fim da década de 60, alguns pesquisadores ligados a máquinas elétricas começaram a utilizar técnicas matemáticas de otimização aplicadas aos seus projetos. Nas décadas subsequentes o número de trabalhos em otimização de projetos de máquinas elétricas cresceu, evidenciando uma tendência de se fazer projetos cada vez mais competitivos.

O projeto de máquinas elétricas auxiliado por computadores passou por um caminho cuja origem era a sistematização de execução, isto é, uma sequência de procedimentos que levavam às dimensões físicas da máquina elétrica e a análise de desempenho da mesma. Incluir a otimização por procedimentos matemáticos foi uma decorrência natural, devida exclusivamente ao desenvolvimento dos computadores digitais. A otimização de projetos era um princípio, nada rigoroso em termos matemáticos, arbitrário, que dizia respeito ao consumidor ou em outras palavras o projeto ótimo era aquele que mais agradasse ao cliente.

A sistematização do projeto de uma máquina elétrica tem sido o primeiro passo para que os programas computacionais sejam elaborados. Na década de 40 existia um grande vazio na literatura científica em relação ao processo



fundamental de síntese de uma máquina partindo-se de suas especificações técnicas (Lloyd(1943)). Com o processo de síntese estabelecido seria possível se determinar as características físicas do motor e depois se fazer a análise do projeto daí decorrente.

Abetti et al (1956) apresentaram uma aplicação do computador em projetos de transformadores, alegando que até àqueles dias os projetos eram feitos sem padronização, atendendo as necessidades de cada consumidor. Como os projetos eram muitos, em número crescente, e as equações complicadas e não lineares, com o número de incógnitas geralmente superior ao número de equações, a necessidade de aplicação de um computador se tornou premente para que fossem geradas diversas soluções possíveis e finalmente escolhida aquela que apresentasse as melhores características junto ao cliente. Nestes termos o *projeto ótimo* foi definido como aquele que apresentava, em relação aos outros, as características que o consumidor desejava.

Veinott (1957) exaltava o uso dos computadores como o mais significativo desenvolvimento dos últimos anos, que faria com que os projetos de máquinas elétricas sofressem avanços significativos. Em seu trabalho já assinalava que o projeto deveria ser otimizado em custo, como mostra o fluxograma da Figura II-1. Este trabalho trazia os objetivos a serem atingidos por um pacote computacional e sugeria uma série de refinamentos que seriam incluídos nos cálculos básicos de desempenho.

A visão que se tinha no final da década de 50 (Herzog et al (1959)) era que a síntese de um projeto de máquina elétrica poderia, teoricamente, ser resolvida diretamente através de um processo matemático. Porém, como o número de especificações era menor que o número de dimensões físicas, os graus de liberdade daí decorrentes seriam limitados pela imposição de restrições suplementares como custo ou peso mínimo. Este era um problema de otimização que naquela época era impossível de ser solucionado devido à incapacidade dos computadores. Embora fosse útil resolver o problema em menos dimensões, isto é, utilizando um número reduzido de variáveis, seria impossível sintetizar diretamente o projeto completo devido ao grande número de variáveis discretas, mesmo com computadores muito mais poderosos.

Godwin (1959) introduziu o problema de otimização de projeto de máquinas de uma maneira matemática, considerando que o projeto otimizado seria aquele que oferecesse o menor custo e que respeitasse todas as restrições impostas.

Teceu comentários sobre as técnicas de solução que poderiam ser aplicadas tais como os multiplicadores de Lagrange ou a programação linear, concluindo que nenhuma destas poderia resolver o problema dada a não linearidade das equações e as restrições de desigualdade que apareciam. Afirmou que a síntese deveria ser feita por processos de tentativa e erro, o que é utilizado até hoje, e apresentou uma estratégia de otimização baseada em sua experiência. Vê-se assim que a idéia da otimização matemática de um projeto estava vislumbrada naquela época embora fosse difícil a sua exploração.

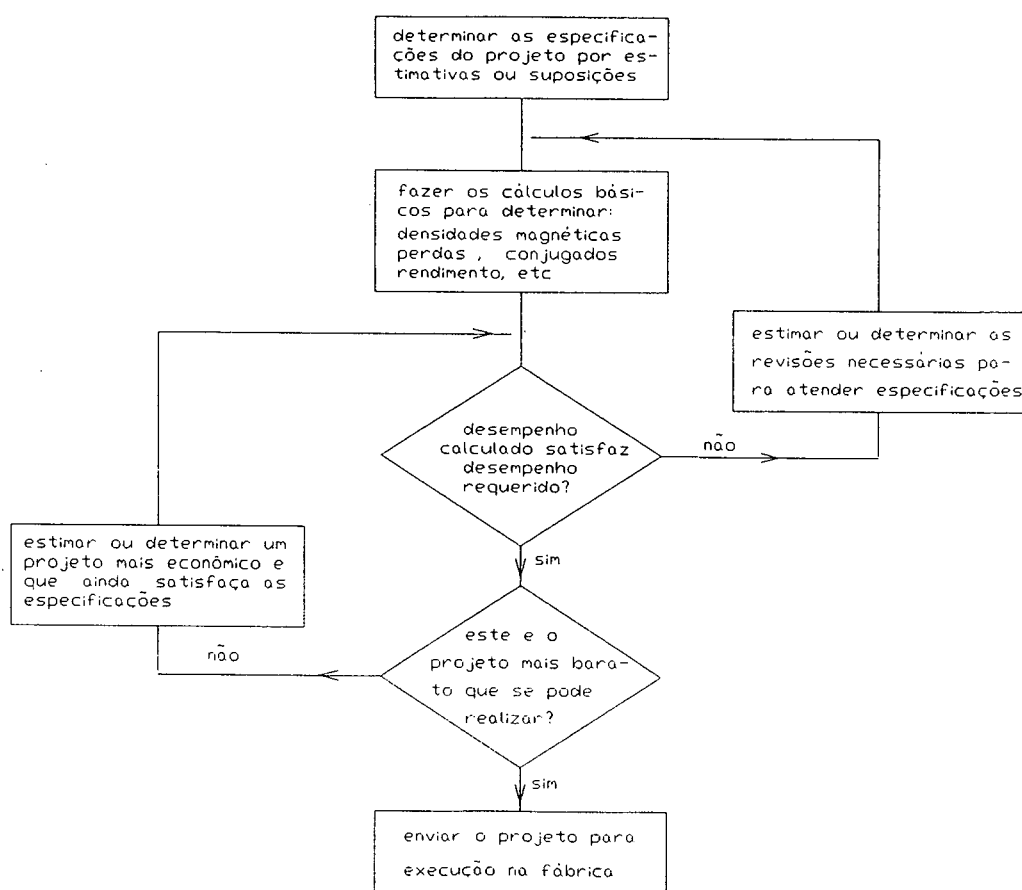


Figura II-1: Fluxograma para projeto de máquina elétrica

Como os computadores foram capazes de substituir muitas horas de cálculo aritmético, os engenheiros e pesquisadores puderam se empenhar em tarefas de desenvolvimento de programas e também de produtos via computador,

transformando o projeto de máquinas de arte em uma ciência (Veinott (1960)). O processo de tentativa e erro foi batizado de processo iterativo e se tornou o único modo de se pretender otimizar os projetos. Como a análise era fácil, o que faltava era selecionar muito bem o primeiro projeto, e a partir deste escolher o melhor entre aqueles que ficavam próximos a ele. Esta visão entretanto era a de otimização de um projeto que partia de formas definidas de chapas que existiam em estoque na indústria e eram parte do processo contínuo de fabricação. Quanto a possibilidade de se criar uma nova linha de máquinas com chapeamentos diferentes daqueles padronizados pela indústria, nada poderia ser definido.

O desenvolvimento e exploração de projetos sai muito caro para as indústrias, porém é o campo mais interessante para as pesquisas científicas, pois pode-se abranger uma gama muito maior de projetos alternativos sem a restrição de tamanhos padronizados de chapa. Por exemplo, seria muito interessante não limitar o diâmetro interno de um motor para que se atingisse um valor ainda não explorado e não padronizado de diâmetro, desde que este valor representasse um projeto melhor sob certo aspecto, como o rendimento.

Na década de 60, Erlicki e Apellbaum (1965) apresentaram um trabalho que envolvia a otimização de projetos de motores de indução através de variações de parâmetros chamados primários, pois eram contínuos, ao longo dos eixos. A otimização decorrente era possível devido à forma da função objetivo que possuía um mínimo global na parte positiva do hiper-espaço. Porém seu trabalho não envolvia restrições embora indicasse o caminho a ser tomado para a otimização. Em sua função objetivo foi introduzido um termo que representava o consumo, modificando portanto a forma como era encarada a otimização de um projeto, visando somente o menor custo para os fabricantes. Assim a otimização de projetos passou definitivamente para o campo matemático formal onde se poderia explorar várias técnicas computacionais.

Andersen (1967) apresentou um método unificado de projeto que, aproveitando a maior capacidade computacional e maior rapidez de cálculos, já disponíveis naquela época, procurava o custo mínimo além de observar todas as características de desempenho. O método por ele utilizado aplicava uma procura aleatória, passo a passo, de custo cada vez menor, culminando em uma minimização. Foi feita uma aplicação em projeto de transformadores e projeto de um gerador para usinas hidroelétricas. A particularidade deste trabalho é

que se faz notar que processos matemáticos diversos começavam a ser introduzidos para solucionar os problemas de otimização de projetos.

Na década de 70, Ramarathnam e Desai (1971), apresentaram um trabalho sobre otimização de projetos de motores de indução que utilizava a técnica de minimizações sequenciais sem restrições (SUMT). Justificaram a não utilização de outros métodos como os multiplicadores de Lagrange e o dos gradientes com restrições, defendendo os processos que utilizavam penalidades. A vantagem destes métodos era a obtenção de mínimos de uma função sem restrições. Este trabalho caracteriza a direção tomada pelo assunto de otimização de projetos, na qual procurava-se alternativas de métodos matemáticos mais sofisticados, introduzidos devido as facilidades computacionais cada vez maiores. Por outro lado o conceito de otimização de um projeto de motor de indução era visto pelo lado do fabricante.

Outros métodos matemáticos foram estudados para a otimização de projetos observando-se algumas inconveniências tanto de precisão quanto de tempo computacional (Ramarathnam et al (1972)). Dentre estes métodos estão o do gradiente com restrições, o DFP ( método de Davison, Fletcher e Powell ), o método de direções conjugadas e o de procura direta ao longo dos eixos. Verificou-se que métodos de procura direta, isto é, aqueles que não demandavam derivadas, possuíam melhores características de convergência.

Dentro do assunto de motores de indução foram utilizados ainda outros métodos de otimização como o método complex de Box ( Bharadwaj et al 1979) e o método de Bandler ( Bandler (1972)), como assinalado por Menzies(1980).

No final da década de 70 foi feito um trabalho que otimizava um projeto de motor de relutância polifásico com rotor segmentado ( Ramamoorthy (1979)). O método matemático utilizado foi a formulação de Zangwill de penalidades associada ao método de Powell para problemas sem restrições. Este fato evidencia que outros tipos de máquinas menos convencionais além dos motores de indução começavam a ser projetadas visando a otimização.

Singh (1983) apresentou um estudo de otimização de projetos de motores de indução com duas novidades, nomeadamente, a utilização do método de Rosebrock de procura direta associada ao SUMT e a exploração de várias funções objetivo tais como custo de materiais ativos, custo operacional anual, fator de potência de plena carga, custo anual de energia, e algumas combinações destes

custos. Como esperado verificou-se que critérios diferentes de objetivos levam a soluções diferentes das variáveis de projeto.

Fetih e Shewy (1986) introduziram uma nova função objetivo no projeto otimizado de um motor de indução como a soma de três parcelas: o custo do material ativo do motor, o custo anual de uma fonte fictícia para suprimento das perdas ativas e o custo da energia necessária a esta fonte fictícia.

Boules (1987) apresentou um trabalho de otimização de motores de corrente contínua utilizando ímãs permanentes substituindo o enrolamento polar. O modelo apresentado levou em conta a reação de armadura, queda de tensão nas escovas e a saturação magnética das partes de ferro. Como técnica matemática de solução utilizou-se o SUMT e considerou-se como função objetivo o volume da máquina.

No final da década de 80 o assunto de otimização foi bastante explorado, devido em grande parte à proliferação de pacotes computacionais voltados para o projeto de máquinas incluindo otimização, agora introduzidos nos micro e mini-computadores, fato este aliado ao aumento contínuo do custo da energia elétrica, principalmente nos países cujas usinas geradoras são em sua maioria térmicas (Appelbaum et al (1987)-a, (1987)-b)). O custo do motor e seu rendimento, sendo conflitantes, despertaram a investigação de pesquisadores ligados a máquinas elétricas na exploração de custo mínimo e rendimento máximo. Esta investigação abrangeu o projeto de motores de indução monofásicos, sugerindo-se otimizar não só o motor como toda uma linha de produção de motores. A técnica de otimização utilizada era a combinação do método de procura ao longo das fronteiras ativas para as variáveis discretas e o método de Han-Powell para as variáveis contínuas (Huang et al (1988)).

As últimas investigações dentro do assunto de otimização de projetos de máquinas de indução são relacionadas com a maior disponibilidade de computadores em pesquisa e junto às empresas, ou seja, existe a preocupação com programas melhores e mais abrangentes, no que tange a precisão de cálculo, manipulação de dados e introdução de variáveis discretas nos cálculos de otimização (Gengwen (1988)), (Jazdzynski (1988)), (Yihang (1988)).

Em 1989 foi publicado um artigo que comparou duas técnicas de otimização, na busca do projeto ótimo em rendimento e custo de um motor de indução trifásico (Fei R. et al).

Slemon (1991) apresentou um trabalho que abordava a otimização de projetos de MSIP, utilizando o SUMT como algoritmo matemático.

Mais recentemente foi apresentado um trabalho que sintetiza um motor de indução trifásico resultando em um projeto bastante próximo do ótimo (Nurdin et al, (1991)).

## II-3 TERMINOLOGIA E METODOLOGIA

Quando se lida com a procura de soluções otimizadas de projeto de um equipamento elétrico surgem alguns termos para se referir a quantidades e funções decorrentes do problema. Dá-se a seguir os conceitos de alguns destes termos.

*Variáveis de projeto* são grandezas geométricas, elétricas ou magnéticas que podem ser modificadas no decorrer do processo matemático de otimização. São consideradas independentes embora possam existir compromissos entre elas, explicitados por funções matemáticas. Por exemplo pode-se considerar o diâmetro interno e o comprimento útil do pacote de lâminas como variáveis de projeto de um motor de indução, embora seja aconselhável que a razão entre o comprimento do pacote e o passo polar esteja situada entre 0,5 e 2,0, em motores na faixa de 5 HP (Singh, (1983)).

Quando se escolhe as variáveis de projeto de um equipamento elétrico elas são referenciadas genericamente por um vetor  $X \in \mathbb{R}^n$  onde  $n$  é o número de dimensões do espaço no qual se trabalha e que corresponde ao número de variáveis independentes. Assim cada componente de  $X$  será uma variável de projeto.

*Especificações de projeto* são valores que devem ser observados para que o equipamento possua qualidade técnica junto aos consumidores e exequibilidade fabril. Podem se dividir em especificações principais, que atendem a normas técnicas vigentes, e especificações adicionais, que facilitam a manufatura do produto. Como exemplos de especificações principais pode-se citar o conjugado, o aumento de temperaturas, corrente nominal, etc. Especificações adicionais podem ser densidades de fluxo nos dentes do estator, densidade de corrente no rotor, etc.

### Estabelecimento da metodologia

A metodologia se compõe de quatro etapas:

- a primeira é a definição das grandezas que entrarão como restrições do projeto e a função objetivo;
- a segunda é a definição das variáveis de projeto;
- a terceira é a formulação matemática para análise de grandezas da máquina e cálculo dos seus índices de projeto;
- a quarta é a utilização do processo numérico de otimização da função objetivo conjuntamente às restrições escolhidas para cálculo das variáveis de projeto.

### II-4 O MÉTODO LINEARIZADO PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO LINEARES

A procura de um projeto otimizado de máquina elétrica recai em um problema de otimização de uma função não linear com restrições tanto lineares quanto não lineares.

Para solução deste tipo de problema é feita uma linearização em torno de um ponto de partida, denominado  $X_0$ , e o problema matemático se torna mais simples de resolver, porém a solução é aproximada e tanto melhor será esta solução quanto mais próximo estiver  $X_0$  do valor real  $X_f$  da solução final não linearizada. O valor final de uma solução linearizada será o próximo valor inicial  $X_0$  na iteração seguinte. O processo segue até que seja satisfeito o critério adotado de convergência. Este método é clássico e ao mesmo tempo seguro, desde que se tomem algumas providências que assegurem a convergência. Após a linearização e a adição de algumas restrições, deve-se solucionar o problema linearizado, tendo-se escolhido, neste trabalho o algoritmo simplex.

O problema geral de otimização é maximizar ou minimizar  $f(X): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  sujeita a:

$$g_i(X) \leq 0 \quad i = 1, n \quad (\text{II-1})$$

e

$$h_j(X) = 0 \quad j = 1, m \quad (\text{II-2})$$

onde

$g_i$  é uma restrição de desigualdade;

$h_j$  é uma restrição de igualdade;

$n$  é o número de restrições de desigualdade;

$m$  é o número de restrições de igualdade.

As funções objetivo, restrições de desigualdade e restrições de igualdade são geralmente não lineares. Uma maneira de se aproximar uma função do  $\mathbb{R}^n$  em  $\mathbb{R}$  é linearizando-a em torno de um ponto  $X_0$ , uma aplicação da série de Taylor em funções do  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . A aproximação linear de uma função do  $\mathbb{R}^n$  em torno de um ponto é a substituição da própria função por um hiperplano tangente ao gráfico desta função, no ponto escolhido.

Quanto mais próximo do ponto em torno do qual a função foi expandida, mais próximo é o valor da função linearizada do valor real da função; no próprio ponto os dois valores se igualam. Matematicamente, a linearização de uma função  $f(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  em torno de um ponto  $X_0 \in \mathbb{R}^n$  é dada por:

$$f_i(X) \approx f_i(X_0) + \nabla^T f_i(X_0) \cdot (X - X_0) \quad (\text{II-3})$$

Utilizando-se então a linearização no problema geral de otimização tem-se:

$$\max, \min \quad f(X_0) + \nabla^T f(X_0) \cdot (X - X_0)$$

sujeita a

$$g_i(X_0) + \nabla^T g_i(X_0) \cdot (X - X_0) \leq 0 \quad i = 1, n \quad (\text{II-4})$$

$$h_j(X_0) + \nabla^T h_j(X_0) \cdot (X - X_0) = 0 \quad j = 1, m \quad (\text{II-5})$$

onde todas as funções agora são hiperplanos no espaço  $\mathbb{R}^n$ .

Com a aproximação linear de todas as funções, a otimização pode ser



realizada por técnicas lineares, mas a solução encontrada  $X_1$  não é, obviamente, a solução do problema original. Entretanto  $X_1$  é mais próxima da real que a anterior  $X_0$  e mostra a direção a se tomar no espaço  $\mathbb{R}^n$ . Se for feita uma nova linearização em torno de  $X_1$ , espera-se que o sistema agora seja mais próximo numericamente que o sistema anterior.

Como exemplo da linearização para solucionar problemas não lineares, considere-se o seguinte problema:

$$\text{Minimizar } f(\mathbf{X}) = 4X_1 - X_2^2 - 12 \quad \mathbf{X} \in \mathbb{R}^2 \text{ sujeito a}$$

$$h_1(\mathbf{X}) = 25 - X_1^2 - X_2^2 = 0 \quad (\text{II-6})$$

$$g_1(\mathbf{X}) = 10X_1 - X_1^2 + 10X_2 - X_2^2 - 34 \geq 0 \quad (\text{II-7})$$

$$g_2(\mathbf{X}) = X_1 \geq 0 \quad (\text{II-8})$$

$$g_3(\mathbf{X}) = X_2 \geq 0 \quad (\text{II-9})$$

Arbitra-se como ponto de partida o vetor  $X_0 = [2 \ 4]^T$ . Substituindo-se as funções não lineares por suas aproximações lineares em torno do ponto  $X_0$ , obtém-se o problema da programação linear:

$$\text{minimizar } \tilde{f}(\mathbf{X}) = 4X_1 - 8X_2 + 4 \quad (\text{II-10})$$

$$\text{sujeito a } \tilde{h}_1(\mathbf{X}) = 45 - 4X_1 - 8X_2 = 0 \quad (\text{II-11})$$

$$\tilde{g}_2(\mathbf{X}) = -14 + 6X_1 + 2X_2 \geq 0 \quad (\text{II-12})$$

$$\tilde{g}_3(\mathbf{X}) = X_1 \geq 0 \quad (\text{II-13})$$

$$\tilde{g}_4(\mathbf{X}) = X_2 \geq 0 \quad (\text{II-14})$$

O sinal gráfico ( $\sim$ ) denota a aproximação linear. A Figura II-2, mostra o problema não linear e o problema linearizado. A solução do problema linearizado é melhor que o ponto  $X_0$ . Aplicando-se sucessivamente a linearização em torno das soluções linearizadas, chega-se ao ponto solução real.

Como é possível linearizar as funções não lineares e depois resolvê-las por uma seqüência de linearizações, é visto a seguir o algoritmo simplex de programação linear, método poderoso de otimização de uma função linear com restrições lineares.

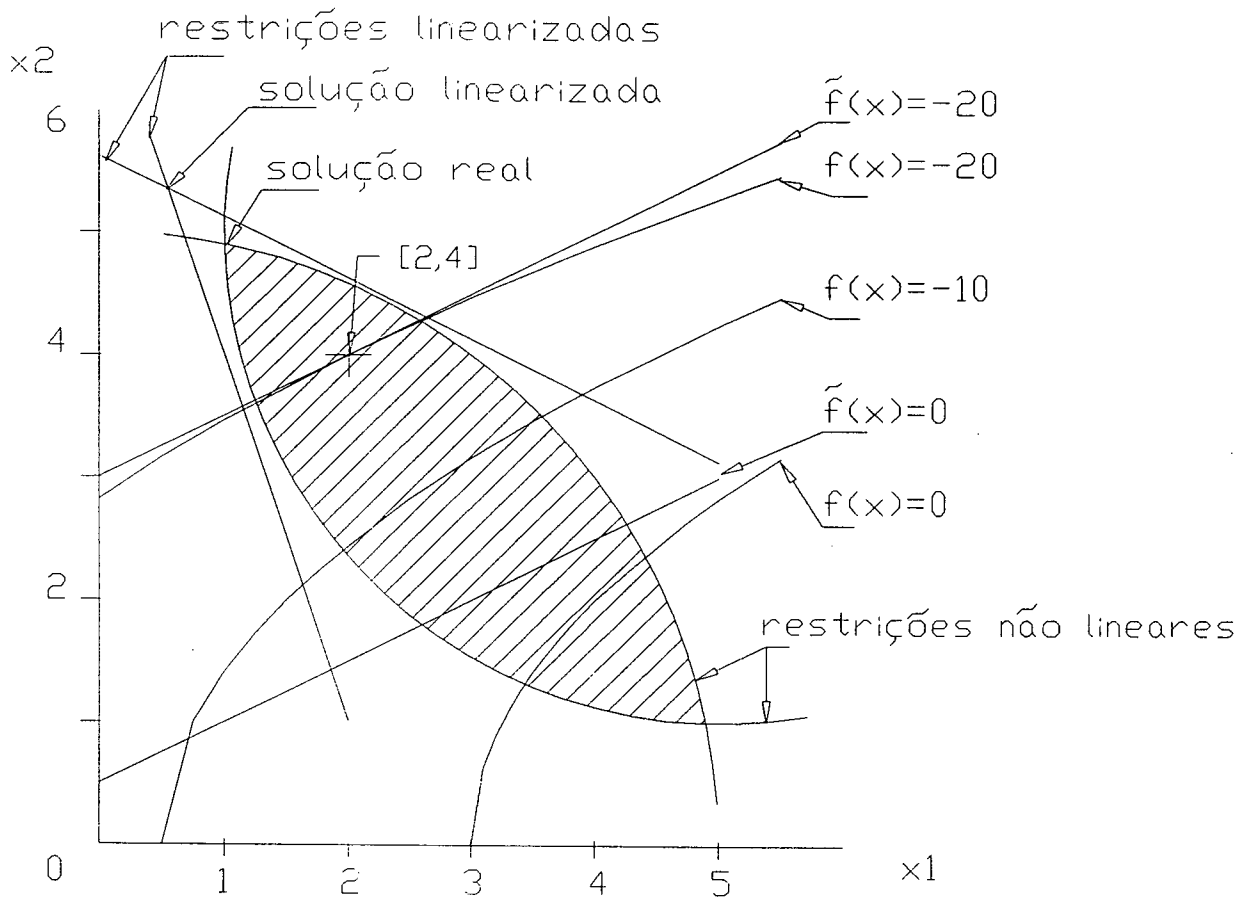


Figura II-2: Linearização de um problema não linear

## II-5 O MÉTODO SIMPLEX DE PROGRAMAÇÃO LINEAR E A SUA UTILIZAÇÃO NA OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

É um método computacional para encontrar o extremo de uma função objetiva linear de  $n$  variáveis sujeita a  $m$  restrições lineares, de igualdade e/ou

desigualdade. Para que o algoritmo de solução funcione, é necessário se considerar o problema em sua forma padrão ou canônica, o que é feito através da introdução de variáveis de folga e variáveis artificiais no sistema formado por inequações. A solução final, se existir, terá um conjunto de variáveis denominado base; a base possui tantos elementos quanto o número de restrições do problema, cujos valores são diferentes ou iguais a zero, enquanto todas as outras variáveis terão seus valores iguais a zero.

O algoritmo simplex necessita de uma forma padrão para inicialização que é a seguinte:

$$\text{maximizar} \quad \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad (\text{II-15})$$

sujeita a  $m$  restrições da forma:

$$\sum_{j=1}^n a_{kj} X_j \leq b_k \quad p/ \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (\text{II-16})$$

$$\text{sendo que} \quad X_j \geq 0 \quad (\text{II-17})$$

$$b_k \geq 0 \quad (\text{II-18})$$

Após se colocar o problema na forma padrão acima, aplica-se o método propriamente dito, que encontra o valor ótimo da função objetivo após um número finito de iterações. Para se colocar o problema na forma padrão, é necessário se verificar algumas condições. Os detalhes do processo numérico são apresentados no Apêndice A.

No problema específico da otimização de projeto de uma máquina elétrica podem surgir dificuldades para se colocar os diversos índices de projeto, tais como conjugado no eixo ou aumento de temperatura na cabeça de bobina, como funções explícitas das variáveis de projeto. Estas dificuldades são

contornadas calculando-se gradientes numéricos dos índices de projeto segundo as expressões a seguir:

$$\tilde{I}_i(X) \cong I_i(X_0) + \nabla I_i^T(X_0) \cdot (X - X_0) \quad (\text{II-19})$$

onde

$\tilde{I}_i$  é um índice de projeto linearizado;

$i = 1, \dots, n_{id}$ ;

$n_{id}$  é o número de índices de projeto;

$\nabla I_i(X_0)$  é calculado numericamente como

$$\nabla I_i(X_0) = \begin{bmatrix} \frac{I_i(X_0 + \Delta_1 X) - I_i(X_0 - \Delta_1 X)}{2 |\Delta_1 X|} \\ \frac{I_i(X_0 + \Delta_2 X) - I_i(X_0 - \Delta_2 X)}{2 |\Delta_2 X|} \\ \vdots \\ \frac{I_i(X_0 + \Delta_n X) - I_i(X_0 - \Delta_n X)}{2 |\Delta_n X|} \end{bmatrix}$$

onde

$\Delta_i X$  é um vetor que possui zero em todos os elementos diferentes de  $i$  e no  $i$ -ésimo elemento possui o produto  $\lambda X_i$ , onde  $\lambda$  é um escalar e  $X_i$  é o  $i$ -ésimo componente do vetor  $X_0$ .

O valor de  $\lambda$  deve ser bem pequeno para uma boa aproximação das derivadas verdadeiras e grande o suficiente para garantir estabilidade numérica. Os processos de derivadas numéricas de funções permitem administrar este valor.

Juntando-se a estas funções linearizadas uma função objetivo tal como o custo ou volume, também linearizada como:

$$\tilde{F}(X) = F(X_0) + \nabla^T F(X_0) \cdot (X - X_0) \quad (\text{II-20})$$

tem-se o problema de otimização de projeto de máquinas elétricas em uma forma linearizada pronta para a utilização do algoritmo simplex para obtenção de uma solução aproximada.

Deve-se ressaltar que no problema de otimização de projetos de máquinas é necessário se adicionar algumas restrições matemáticas para que não se encontrem incoerências físicas, como por exemplo, um eixo com diâmetro menor ou igual a zero, largura de dentes negativa, etc.

## II-6 COMBINAÇÃO COM O MÉTODO DOS GRADIENTES

A utilização do método simplex em um problema linearizado pode apresentar dois inconvenientes: o primeiro é relativo às excursões das variáveis do problema e o segundo é a perda da região viável. Estes dois problemas serão tratados a seguir.

### As excursões das variáveis

Quando se lineariza uma função não linear em torno de um ponto  $X_0$ , esta função é aproximada por um hiperplano nas imediações de  $X_0$ . Se algum valor de função for requerido em um ponto mais distante, a aproximação se torna completamente ineficaz, dependendo das curvaturas mais ou menos acentuadas da função real. No caso em que duas funções que formam um conjunto viável como mostra a Figura II-3, ao se fazer as aproximações lineares destas funções, obtém-se um polígono irregular cujo vértice se encontra fora e bastante distante da região viável real. Se a função objetivo do problema tivesse um extremo neste vértice, a solução linearizada seria um ponto inviável.

A linearização em torno deste novo ponto faz com que a solução seja impossível, inviabilizando o novo passo a ser dado.

A saída para este tipo de problema é envolver o ponto  $X_0$  por um politopo tão pequeno quanto se queira, a fim de assegurar que a solução do problema linearizado seja próxima do ponto anterior. O politopo pode ser representado como diversos hiperplanos cujos eixos básicos do sistema cartesiano lhes são normais. Estes hiperplanos introduzem mais restrições ao problema, mas lhe asseguram uma solução mais próxima da região viável. Um valor que pode ser utilizado como tamanho do lado do politopo é 2% do valor da grandeza do mesmo

eixo.

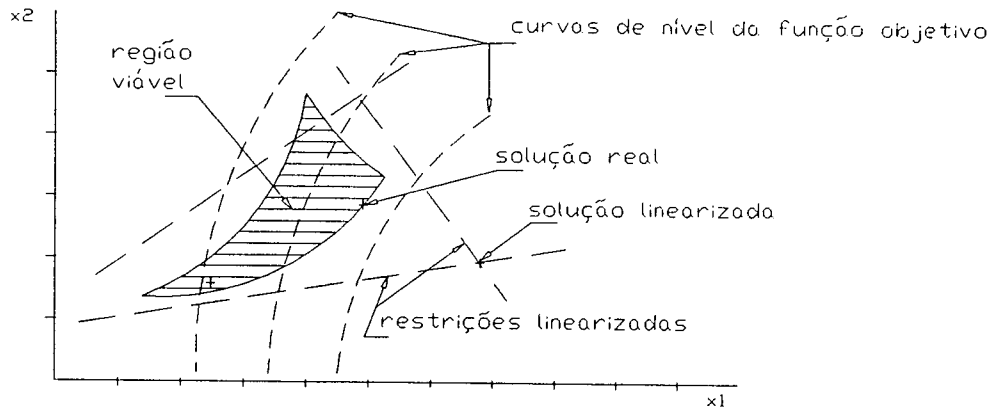


Figura II-3: Problema não linear e a aproximação linearizada

Por exemplo no  $\mathbb{R}^2$ , pode-se envolver o ponto  $X = [1 \ 2]$  por um politopo no  $\mathbb{R}^2$ . Este politopo no espaço bidimensional (retângulo) é limitado pelas semi-retas  $r$ ,  $s$ ,  $t$  e  $u$ , representadas respectivamente pelas equações  $X = 1,02$ ,  $X = 0,98$ ,  $Y = 2,04$  e  $Y = 1,96$ , como mostrado na Figura II-4.

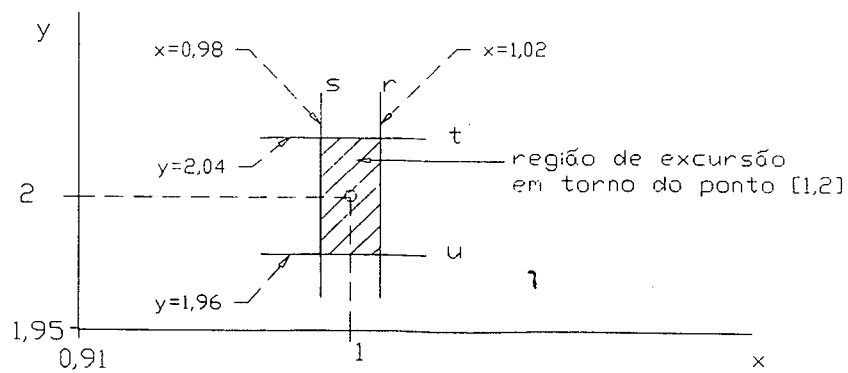


Figura II-4: Restrições adicionais em torno do ponto

Se o ponto  $X_0$  está dentro da região viável real do problema, se a

linearização for possível, e o ponto for envolvido por um polítopo pequeno, o problema terá solução ou dentro da região viável real, ou ligeiramente fora, isto é, próximo de alguma restrição ativa. Como um ponto fora da região viável real não garante uma solução viável linearizada, deve-se fazer o problema retornar para dentro da região viável real. Isto é explicado a seguir.

### Perda da região viável

Quando a solução do problema linearizado se encontra fora da região viável real, deve-se providenciar que o projeto volte a ser viável através de mudanças convenientes das grandezas.

Um método que forneceu bons resultados é a aplicação dos gradientes das restrições não cumpridas. Este método retém os gradientes numéricos das restrições do problema no ponto  $X_0$ . Estes gradientes são divididos pelas respectivas normas, para que todos eles se tornem unitários. Após o cálculo dos gradientes, verifica-se quais as restrições que não estão cumpridas. Para cada restrição não cumprida verifica-se o sinal da desigualdade. Se for  $\geq$  adiciona-se o gradiente desta restrição a um vetor totalizador  $V$  e se o sinal for  $\leq$ , subtrai-se o gradiente desta restrição do vetor totalizador. Quando todas as restrições não cumpridas são computadas, divide-se o vetor totalizador por sua norma, o que resulta em um vetor direção unitário  $V$ . Fazendo-se agora  $X_1 = X_0 + \alpha V$ , com  $\alpha \geq \epsilon$  tão pequeno quanto se queira, obtém-se um novo ponto que é mais próximo da região viável. É possível que alguma restrição cumprida anteriormente passe a não sê-lo mais, porém, agora o seu gradiente com o sinal conveniente, entrará no cômputo do vetor totalizador forçando com seu peso que a restrição seja novamente cumprida. Este procedimento culmina com a entrada na região viável, perto da restrição mais crítica.

A combinação do algoritmo simplex com o dos gradientes das restrições não cumpridas e com o envolvimento por um polítopo do ponto  $X$  intermediário de solução constitui o procedimento utilizado neste trabalho. É um processo seguro que encontra sempre solução, desde que se linearize as funções ao redor de um ponto viável. Como este ponto viável é calculado por uma rotina de

síntese de projeto, seguida pelo método dos gradientes das restrições não cumpridas, o problema de partida fica solucionado. A Figura II-5 mostra dois passos intermediários da otimização de uma função do  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , utilizando-se os dois processos.

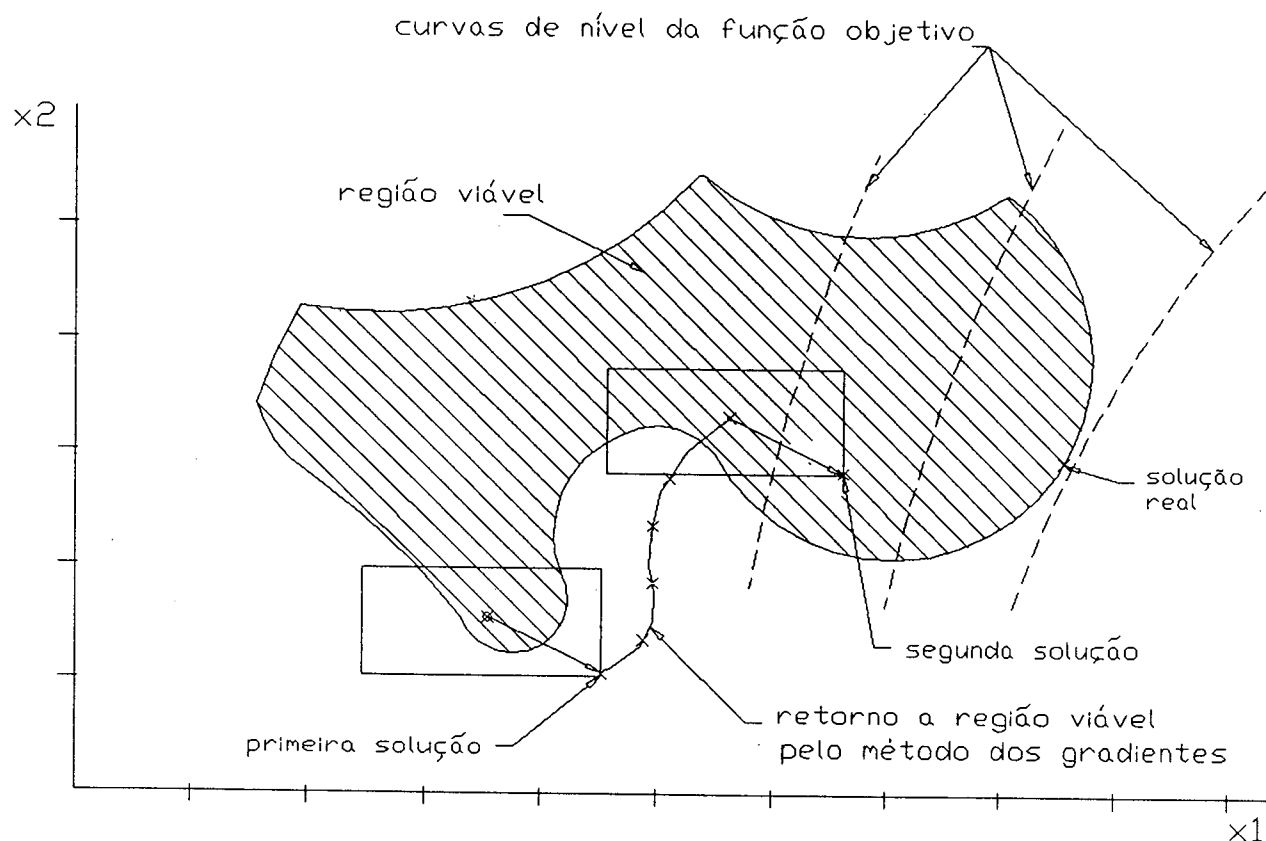


Figura II-5: Aplicação da combinação dos dois métodos

## II-7 CONCLUSÕES

A procura do projeto otimizado de uma máquina elétrica demanda o estabelecimento de uma metodologia que se propõe constituída de quatro etapas, sendo a principal a escolha de um modelo matemático adequado, que seja confiável, fácil de implementar em computadores e que admita facilidades na expansão do número de restrições. A escolha de tal modelo constitui a



ferramenta básica para a investigação de problemas de otimização de custo ou volume de equipamentos elétricos.

Após pesquisa bibliográfica das formas como foram abordados os problemas de otimização de projetos de máquinas elétricas, optou-se por um algoritmo que combina o método dos gradientes das restrições não cumpridas com o método simplex. Este algoritmo é seguro e de fácil aplicação computacional, além de se poder inicializar o problema de um ponto não viável. A simplicidade de aplicação aliada ao poder e facilidade dos métodos linearizados, fazem com que esta ferramenta possa atingir um grande número de usuários em potencial que lidam com projetos.

Esta metodologia quando estava em uma fase de testes e implementações levou a algumas questões envolvendo o comportamento e estabilidade numérica durante as diferentes fases do processo, e a sua aplicabilidade em funções diferentes da função custo, que é uma função que apresenta um mínimo no hiperquadrante positivo (Appelbaum et al (1989)). O rendimento por exemplo é uma função que não possui extremos no mesmo hiperplano e pode entretanto ser interessante para os investigadores interessados em projetos dedicados de grandes máquinas.

Para que se estabelecesse a certeza da confiabilidade da metodologia proposta foi feita uma aplicação ao projeto de um motor de indução, cujos resultados se encontram no Apêndice C. Estas experiências foram fundamentais para que se avançasse para uma experiência de otimização de projetos de motores síncronos a ímãs permanentes, o objetivo central deste trabalho.

## CAPITULO III

### CONSIDERAÇÕES SOBRE O MOTOR SÍNCRONO A ÍMÃS PERMANENTES

#### III-1 INTRODUÇÃO

Este capítulo descreve aspectos relacionados aos acionamentos elétricos que utilizam MSIP, abordando os seguintes:

- a) características de alguns ímãs permanentes mais utilizados;
- b) algumas estruturas magnéticas dos motores a ímãs permanentes;
- c) as fontes de alimentação de MSIP.

O material apresentado neste capítulo é baseado principalmente no trabalho de Lajoie-Mazenc (1987).

#### III-2 OS DIFERENTES TIPOS DE ÍMÃS PERMANENTES

Os ímãs permanentes tiveram seu maior desenvolvimento a partir de 1945, com a utilização comercial de ligas compostas de alumínio, níquel, cobalto e ferro. Estas ligas são caracterizadas por um alto magnetismo residual e moderada coercitividade além do menor custo por peso ou volume. São altamente estáveis contra vibrações e têm a zona de temperatura muito vasta (até 500°C). Entretanto, são mecanicamente duras, impossíveis de forjar, difíceis de usinar exceto por desgaste ou métodos especiais como erosão de faísca.

A forma para utilização deve ser necessariamente simples, feita por fundição ou concrecionismo, com desgaste acurado em somente superfícies especiais. É sempre vantajosa a utilização da liga anisotrópica devido ao aumento da energia armazenada.

As ligas mais comuns tem 23-25% de cobalto, 12-14% de níquel, cerca de 8% de alumínio, alguma porcentagem de cobre, algumas adições de silício ou nióbio, e o restante em ferro.

Algumas características típicas de uma liga AlNiCo são as seguintes:

Hc	—	46 - 60 KA/m
Br	—	1,3 - 1,15 T
(BH) <sub>max</sub>	—	43 - 36 kJ/m <sup>3</sup>
μr	—	2,6 - 4,4

Por vezes, algumas destas características podem ser melhoradas para atender aos consumidores, porém os custos de fabricação são altíssimos.

### Ferritas

A partir dos anos 50, foram introduzidos no mercado ferritas de estrôncio, chumbo ou bário. São frágeis, isolantes eletricamente e têm uma densidade de cerca de 4800 Kg/m<sup>3</sup>, inferior à maior parte das ligas. São inapropriadas para instrumentos devido a uma grande variação de magnetização com a temperatura. A poeira da ferrita pode ser ligada com borracha natural formando um produto mais ou menos flexível, embora com propriedades magnéticas mais pobres. Cerca de 60% do mercado de ímãs permanentes pertence às ferritas.

Devido ao baixo preço e suas características magnéticas, as ferritas são hoje utilizadas principalmente na fabricação de motores de corrente contínua, assim como MSIP para aplicações de desempenho mais baixo como bombas, neutralizadores e compressores (Carlson, 1987).

Características de algumas ferritas são mostradas na Tabela III-1.

Tabela III-1

## Ferrites de Ímãs Permanentes

Parâmetro		Propriedades a 25°C		
Tipo e Forma		Bário Isotrópico	Bário Anisotrópico	Estrôncio Anisotrópico
Remanescência Br	T	0,21	0,39	0,34
Coercitividade Hc	KA/m	140	150	240
Energia (BH) <sub>max</sub>	KJ/m <sup>3</sup>	7,64	26,3	22,9
Esforço de Saturação	KA/m	1240	800	1320
Resistividade CC	Ω.m	10 <sup>6</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>6</sup>

## Terras raras

Os ímãs compostos de terras raras (samário) e cobalto entraram no mercado a partir de 1975. As principais propriedades destes ímãs são a combinação de alta remanescência e alta coercitividade. Entretanto têm o custo elevado, não podendo ser utilizados muito frequentemente. Estes custos alcançam 50 vezes as ferritas e 5 vezes os ímãs AlNiCo. Têm o produto de energia aproximadamente 240 KJ/m<sup>3</sup>.

A partir de 1983 muito se tem anunciado a respeito de ímãs feitos por uma associação de ferro, neodímio e boro. Este ímã tem propriedades notáveis, superiores aos ímãs de terras raras com cobalto, com altas remanescência e coervidade, além de alto produto de energia (320 KJ/m<sup>3</sup>); o seu custo é reduzido, podendo competir com as ferritas. O principal inconveniente está na baixa temperatura de Curie (aproximadamente 310°C), o que limita seu emprego por ora a temperaturas não superiores a 180°C (Polymotor, 1987).

Na Tabela III-2 são vistas algumas características de ímãs de Sm<sub>2</sub>Co<sub>17</sub> e NdFeB.

Tabela III-2

Características de Ímãs Terras Raras (VACUUMSCHMELZE, 1990)

Material	NdFeB (370WZ)	Sm <sub>2</sub> Co <sub>17</sub> (225WZ)
Remanescência (T)	1,03 - 1,13	0,95 - 1,05
Coercitividade		
BHc (KA/m)	770 - 900	500 - 800
JHc (KA/m)	1450	1200
Energia (KJ/m <sup>3</sup> )	190 - 250	150 - 200
Esforço de Saturação (KA/m)	2500	3500
Temperatura Contínua Máx. (°C)	150	300
Temperatura Curie (°C)	310	800
Resistividade (ohm-m 10 <sup>-6</sup> )	1,4 - 1,6	0,75 - 0,85
Densidade g/cm <sup>3</sup>	7,4	8,4

Pelo que foi visto sobre os ímãs permanentes, conclui-se que tanto a ferrita quanto os ímãs de terras raras podem ser utilizados nos motores síncronos a ímãs permanentes, dependendo da escolha do tipo de motor que se vai construir e do desempenho requerido.

Como últimas informações a respeito dos ímãs permanentes e suas características, a Figura III-1 apresenta uma comparação típica entre as características dos ímãs citados e a Figura III-2 mostra o volume necessário dos diversos ímãs para que o ponto P distando a 5mm da superfície apresente uma densidade de fluxo de 100 mT.

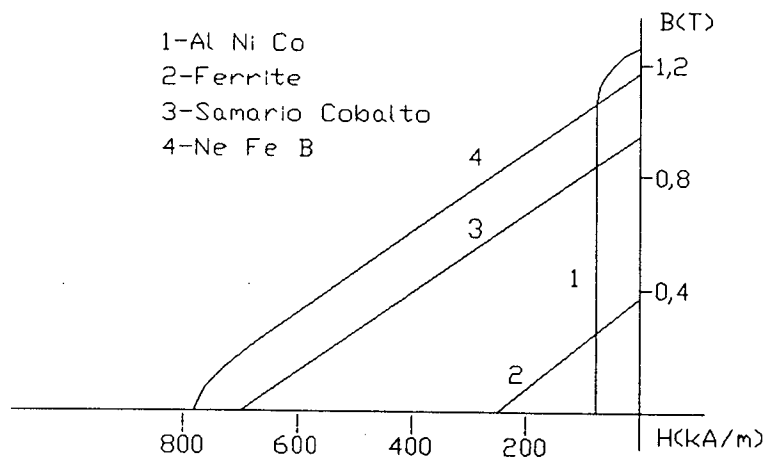


Figura III-1: Curvas de Desmagnetização de alguns Ímãs Permanentes

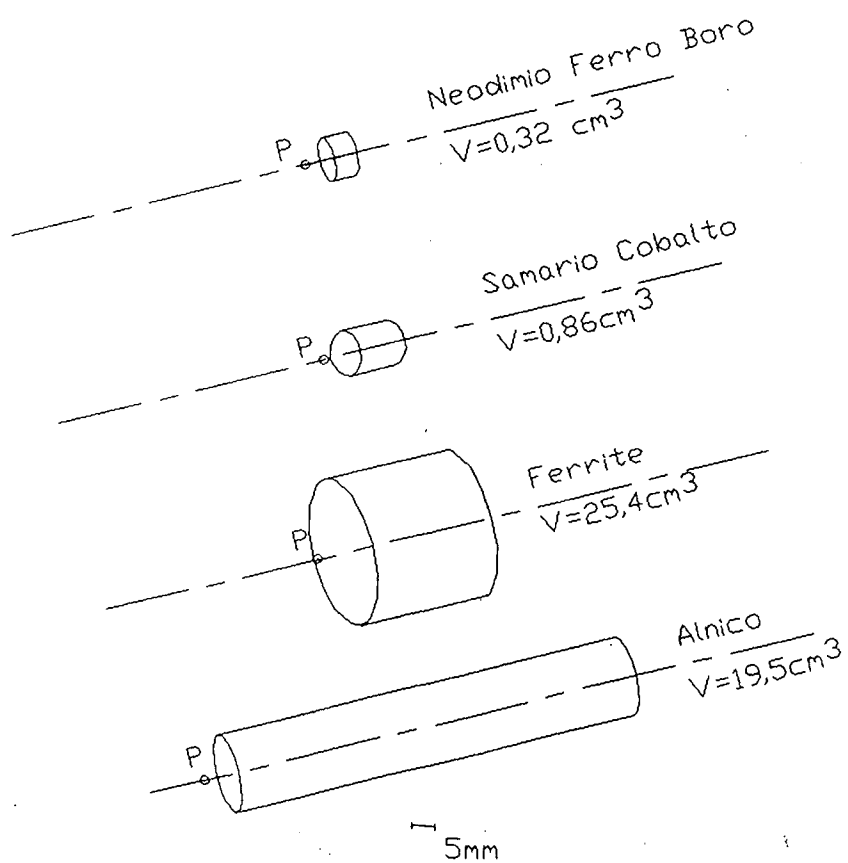


Figura III-2: Diversos ímãs produzindo a mesma indução no ponto P

### III-3 AS DIFERENTES ESTRUTURAS DOS MOTORES A ÍMÃS PERMANENTES

Existem diversas maneiras de se localizar os ímãs nas máquinas elétricas. Elas não dependem somente de suas características, mas também das funções que serão desempenhadas pelo motor.

Um modo de classificar máquinas a ímãs permanentes é considerar a maneira pela qual os pólos são produzidos na armadura e no campo (Lajoie-Mazenc (1987)).

Um único ímã ou um único enrolamento de armadura pode ser usado para produção de diversos pares de pólos. Estes tipos de estrutura são chamados respectivamente de "máquinas com sistema centralizado de campo" e "máquinas com sistema centralizado de armadura".

Por outro lado, a armadura e o sistema de campo podem ser projetados para que cada par de pólos tenha seu próprio sistema de fluxo. Estes tipos de estruturas são denominados "máquinas com sistema distribuído de armadura" e "máquinas com sistema distribuído de campo". Dentro desta classificação incluem-se as máquinas com ímãs superficiais e máquinas com ímãs interiores, sendo as máquinas com ímãs superficiais as estruturas de maior interesse neste trabalho.

#### **Máquinas com ímãs superficiais e máquinas com ímãs enterrados**

Este é o mais tradicional projeto de máquinas elétricas. Tanto a armadura quanto o sistema de campo (ímãs) produzem uma sucessão de pólos norte e sul ao longo do entreferro. Estas máquinas podem ainda ter os entreferros radiais ou axiais como em uma máquina com rotor em disco. Existem diversas maneiras de se construir a armadura e o sistema de campo.

A armadura pode ser composta de várias fases. Muitas possuem condutores localizadas em ranhuras, embora existam motores sem ranhuras, aplicados quando se requer pouca variação de conjugado, como em motores de toca-discos por exemplo; por outro lado, isto faz com que seja necessário mais ímãs para se

vencer as relutâncias maiores oriundas da falta da ranhuras.

O sistema de campo por sua vez se divide em duas formas mais comuns; os ímãs podem ser superficiais, com ou sem guarnição metálica, ou interiores ao rotor formando um sistema eficiente quando o motor possui 6 ou mais pólos.

No primeiro sistema, os ímãs superficiais são colados na superfície externa do rotor e envoltos com fitas de alta resistência mecânica ou aros de fibra de carbono ou vidro.

Quando guarnecido com peças metálicas, o sistema fica mais rígido mecanicamente, apresentando algumas propriedades: a primeira é o aumento da densidade de fluxo no entreferro quando a peça metálica tem sua área menor que a do ímã polar; a segunda é o aumento da indutância nos eixos direto e quadratura da máquina, proporcionando uma dispersão maior nas ranhuras e no enrolamento de armadura. Este tipo de sistema de campo é representado esquematicamente na Figura III-3. Uma outra propriedade neste sistema é que os ímãs ficam protegidos contra desmagnetização.

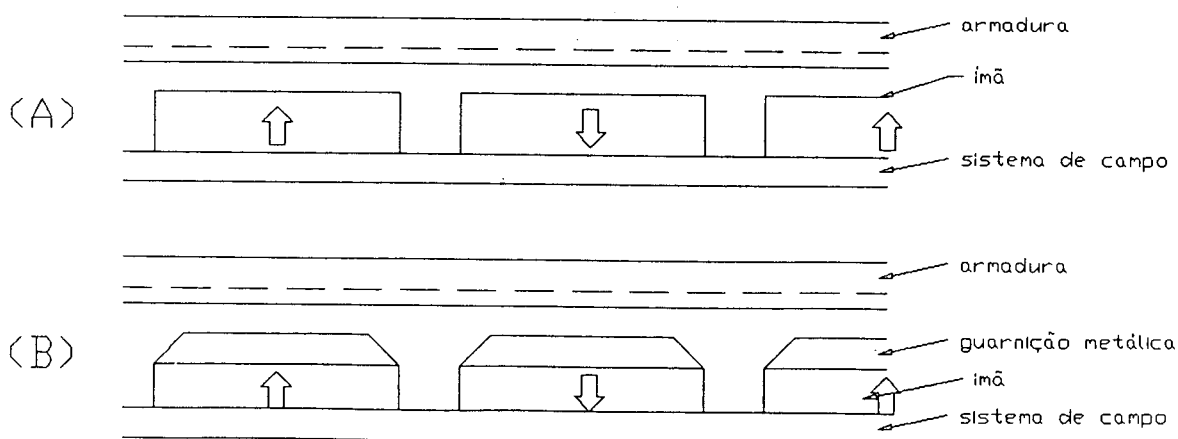


Figura III-3: Esquemas de campos distribuídos

Quando os ímãs são interiores ao rotor, as propriedades mecânicas são melhores, a densidade de fluxo de entreferro fica maior e a indutância de eixo quadratura fica maior que a de eixo direto. A Figura III-4 mostra esquematicamente um motor com ímãs interiores.



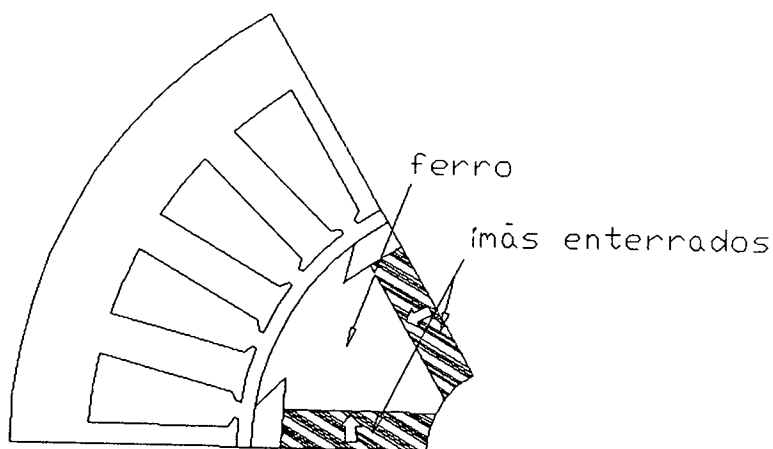


Figura III-4: Parte de uma máquina com ímãs enterrados no rotor

#### III-4 AS FORMAS DE SUPRIMENTO DE ENERGIA

Dentre as formas de suprimento de energia aos motores a ímãs permanentes, a mais simples é a alimentação direta, sem nenhuma forma de controle. Esta forma de alimentação é empregada em pequenos motores ( $P \leq 10W$ ) como os utilizados em relógios. Também pode ser utilizada nos motores que possuem enrolamentos amortecedores propiciando partida própria.

Quando se requer controle de conjugado, velocidade ou posição, não é mais possível a alimentação direta, havendo necessidade de se introduzir tensão ou corrente controlada na armadura do motor. Os valores convenientes de tensão e/ou corrente a serem aplicados podem ser obtidos graças a estruturas compostas de chaves eletrônicas como tiristores, transistores bipolares ou transistores de efeito de campo. O controle pode ainda ser feito em malha aberta ou malha fechada, dependendo das aplicações.

A alimentação em malha aberta supõe que a máquina consegue acompanhar convenientemente as variações impostas pela fonte de energia, podendo ser utilizado quando a partida é feita em baixas frequências.

Existem as vantagens inerentes ao controle em malha aberta de velocidade. A partir de um só comando, várias máquinas podem ser sincronizadas, o que é

útil em vários processos industriais, como em metalurgia, fabricação de papel e fabricação de tecidos.

O posicionamento também pode ser obtido em malha aberta através da introdução de correntes adequadas na armadura. Qualquer que seja a sua estrutura, um MSIP permite o funcionamento passo a passo, bastando que se alimente uma fase com corrente contínua para obtenção da orientação do rotor. A alimentação sequencial das fases proporciona movimento passo a passo; quanto maior o número de pólos do motor mais preciso é o posicionamento. Este acionamento é utilizado em motores de máquinas de escrever, impressoras, plotters, máquinas ferramentas, etc.

O controle em malha aberta, mesmo proporcionando economia e desempenho satisfatórios em muitas aplicações de velocidade e posição, possui desvantagens no que diz respeito ao regime transitório e dinâmico do equipamento. O motor pode não rastrear todas as ordens fornecidas pelo conversor além de poder oscilar. Estes inconvenientes são inaceitáveis em aplicações de alto desempenho, levando a utilização do controle em malha fechada.

#### **Alimentação em malha fechada**

Em malha fechada é necessário um sensor de posição do rotor que informará o momento correto para os disparos à unidade de controle das chaves eletrônicas.

Existem duas maneiras básicas de se alimentar o motor em malha fechada, quando utilizados sensores de posição; a primeira é a alimentação em corrente e a segunda é a alimentação em tensão.

A alimentação em corrente não é muito utilizada porque é mais vantajosa em máquinas síncronas maiores, na ordem de 100 KW. Máquinas a ímãs permanentes não são utilizadas nesta potência.

A alimentação por inversor de tensão é mais comum nos motores a ímãs. Neste tipo de acionamento a tensão regulada é aplicada nos terminais da armadura. O disparo das chaves é comandado pela posição rotórica que é

monitorada pelo sensor colocado no eixo. O mais freqüente hoje em dia é o inversor a transistores bipolares ou por efeito de campo. A Figura III-5 mostra um esquema de inversor de tensão controlado, alimentando um motor a ímãs permanentes. A fonte de tensão variável é realizada por um circuito ceifador. Os enrolamentos da armadura são alimentados por ondas quadradas de tensão que tem amplitudes iguais as da fonte de tensão variável. O ângulo  $\theta$  relativo à força eletromotriz induzida pode ser controlado.

Uma outra maneira de controle da tensão nos terminais da armadura pode ser feita por modulação de largura de pulsos realizada pelo inversor.

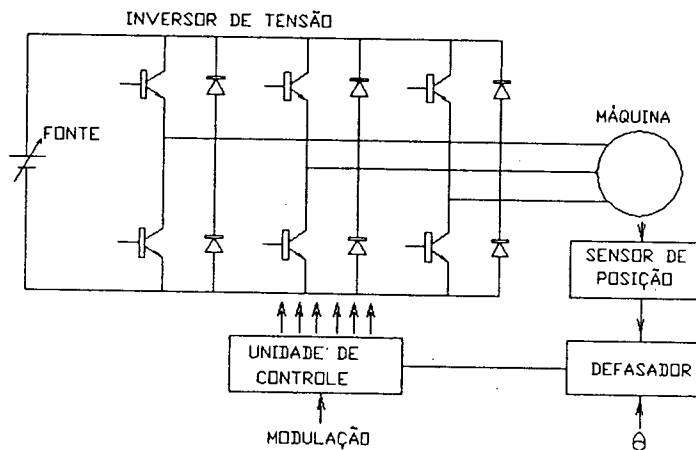


Figura III-5: Alimentação em tensão de um motor a ímãs permanentes

Se for necessário o conjugado independente da velocidade, a razão entre tensão e freqüência deve ser constante. Para realização deste controle é necessário um ajuste específico para cada máquina. É preferível então um processo mais conveniente com controle de corrente na armadura da máquina. A Figura III-6 esquematiza o acionamento. O sensor de posição gera, através de demoduladores, memórias EPROM e um ângulo de defasagem, os valores de referência para as correntes, que são comparadas com valores reais e corrigidas pelos disparos convenientes das chaves. As formas mais difundidas de controle de corrente são o controle bang-bang e o controle à freqüência constante através de regulador linear.

A vantagem do controle em corrente é que ele atua diretamente no conjugado em regime permanente ou transitório. Além disso, nas máquinas a ímãs, o conjugado depende somente das correntes de armadura e do fluxo dos ímãs (quando não utilizam enrolamentos amortecedores). Este tipo de acionamento é então, utilizado em motores síncronos a ímãs permanentes de grande desempenho como em robótica e máquinas ferramentas com alguns kilowatts de potência.

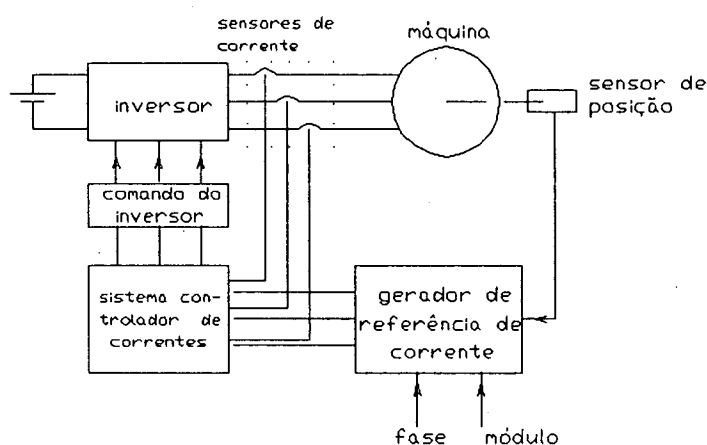


Figura III- 6: Esquema de alimentação em tensão com controle de corrente

### III-5 CONCLUSÕES

Existem muitas maneiras de realizar um acionamento, desde a escolha dos ímãs até a forma de alimentação que será utilizada.

Devido à diversidade de estruturas possíveis de se analisar e pesquisar, deve-se escolher em que estruturas será aplicada a metodologia proposta para otimização de projetos.

Este trabalho se deterá em duas somente; a primeira é o MSIP com ímãs superficiais, de armadura e campo distribuídos, magnetização radial e alimentação por inversor de tensão com controle de corrente com duas fases

conduzindo simultaneamente, enquanto o segundo é o MSIP com ímãs superficiais, também com armadura e campo distribuídos, porém com a magnetização paralela, alimentada em tensão com controle de corrente, possuindo três fases conduzindo por vez. A preferência por estas estruturas se deve a três fatos principais:

- a) Este dois tipos de máquinas síncronas são muito difundidas e muito se tem trabalhado em seus projetos;
- b) empresas brasileiras como a WEG e Embraco têm interesse no assunto sendo que a WEG já comercializa acionamentos utilizando MSIP;
- c) existem trabalhos de projeto já realizados pelo GRUCAD, favorecendo desta forma a consulta e comparações diversas.

## CAPITULO IV

### PROJETO DE MOTORES SÍNCRONOS COM ÍMÃS PERMANENTES SUPERFICIAIS

#### IV-1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são descritas principais características dos MSIPs com magnetização radial e paralela, seus aspectos físicos, e suas equações de projeto. As principais grandezas envolvidas no projeto são as tensões induzidas, o conjugado eletromagnético, os campos magnéticos e a elevação de temperaturas de funcionamento. Estas grandezas possibilitam a sintetização e a análise dos projetos, necessárias para o estudo posterior de otimização.

Primeiramente são desenvolvidas as equações de tensão e conjugado. Depois é desenvolvida uma expressão para avaliação do aumento de temperaturas, utilizada por muitos projetistas. Depois, são vistos dois métodos para avaliação dos campos magnéticos, um utilizando os circuitos magnéticos e outro utilizando expressões oriundas da solução da equação de Laplace no interior do MSIP. Finalmente são apresentadas as equações para cálculo das dimensões complementares do MSIP, necessárias para a realização do projeto.

#### IV-2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DO MSIP

##### MSIP com magnetização radial (trapezoidal)

Este motor possui ímãs superficiais em cada pólo físico e tem o desenho esquemático como mostrado na Figura IV-1. As suas características principais são:

- a) os dentes têm lados paralelos e portanto as ranhuras são trapezoidais;
- b) o ímãs têm espessura constante ao longo de seus arcos;
- c) o entreferro é constante;

- d) o estator geralmente é trifásico, e a alimentação é feita por inversores de tensão com controle de corrente. Neste trabalho é considerado somente o inversor de seis pulsos, com duas fases conduzindo simultaneamente correntes em blocos, com duração de  $120^\circ$  elétricos;
- e) as tensões induzidas nos enrolamentos estatóricos são trapezoidais, daí o nome de máquina trapezoidal.

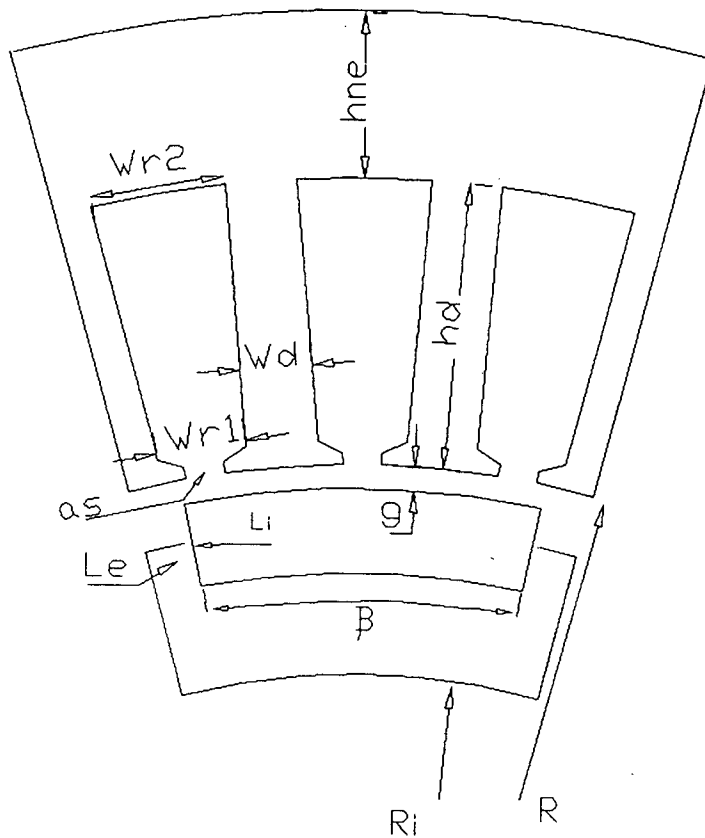


Figura IV-1: Parte de um MSIP com magnetização radial

### MSIP com magnetização paralela (senoidal)

É uma outra concepção de máquina utilizando ímãs superficiais, tendo o desenho esquemático mostrado na Figura IV-2. As principais características deste motor são as seguintes:

- a) os dentes têm lados paralelos e portanto as ranhuras são trapezoidais;
- b) os ímãs têm espessura variável ao longo de seus arcos, propiciando uma indução de entreferro mais próxima de uma senóide;
- c) o entreferro é constante devido ao acabamento mecânico final dado aos rotores;
- d) o estator geralmente é trifásico, e a alimentação é feita por inversores de tensão com controle de corrente. Neste trabalho é considerado somente o inversor de seis pulsos, com três fases conduzindo simultaneamente correntes senoidais, cujas referências para realimentação e controle são lidas em uma memória EPROM segundo a posição rotórica instantânea. Este procedimento mantém o motor sempre sincronizado qualquer que seja a carga, originando a denominação de motor síncrono auto-pilotado.

Quando a máquina tem um número maior de pólos (6, 8 ou 10), a diferença entre as densidades de fluxo no centro do ímã e nas suas extremidades é pequena, e pode-se considerá-lo como de espessura constante para cálculo de campos.



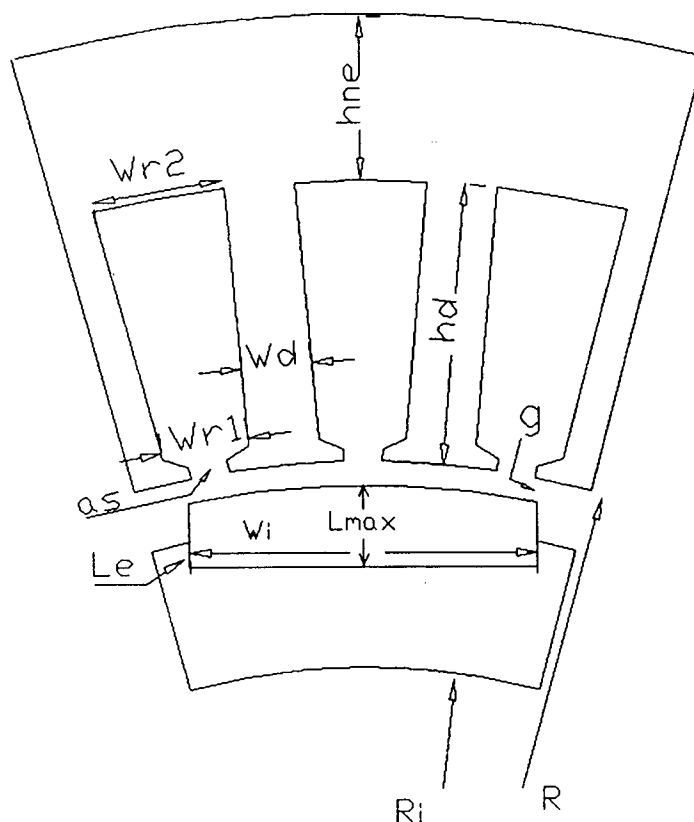


Figura IV-2: Parte de um MSIP com magnetização paralela

### IV-3 TENSÃO INDUZIDA E CONJUGADO ELETROMAGNÉTICO

O cálculo do conjugado pode ser obtido de maneira indireta, calculando-se a potência que entra no motor e dividindo-a pela velocidade síncrona. A potência é calculada pela multiplicação da tensão induzida em uma fase com a corrente injetada e com o número de fases.

O ímã de um pólo abrange um ângulo menor ou igual ao passo polar; a razão

( $\beta$ ) entre o ângulo de abertura do ímã e o ângulo polar é dada por:

$$\beta = \frac{p \alpha}{\pi} \quad (\text{IV-1})$$

onde

$\alpha$  é o ângulo ocupado pelo ímã;

$p$  é o número de par de pólos do motor.

A onda de indução devida a um par de pólos tem o aspecto mostrado na Figura IV-3.

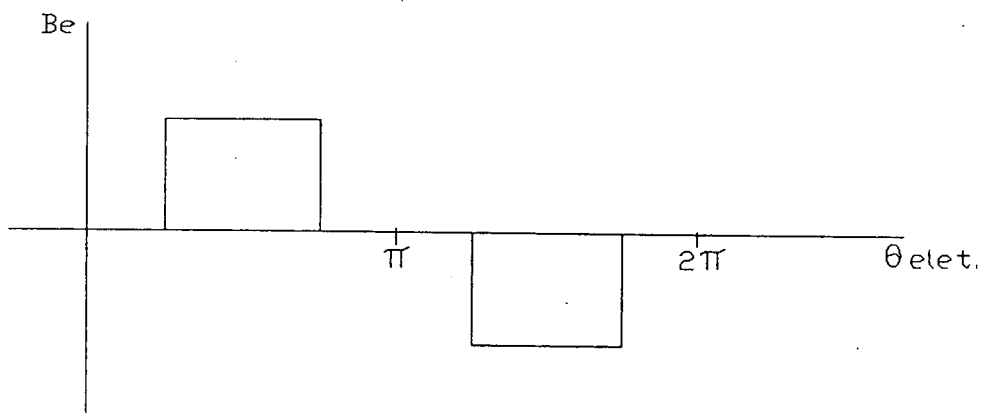


Figura IV-3: Onda de indução devida aos ímãs no interior do entreferro

O fluxo resultante dentro de uma bobina do estator é a integral da densidade de fluxo na área enlaçada pela mesma. Ele é variável no tempo devido ao movimento do rotor, mas tem um valor médio calculado por:

$$\Phi_m = \beta \frac{\pi}{p} R L B_e \quad (\text{IV-2})$$

onde

$R$  é o raio interno do estator;

$L$  é o comprimento efetivo do pacote de lâminas;

$B_e$  é a indução no entreferro devido aos ímãs;

$n_c$  é o número de condutores na ranhura.

O movimento dos ímãs ao longo do entreferro faz com que a bobina enlace um fluxo variável no tempo, segundo a função mostrada na Figura IV-4(a). A tensão induzida nesta bobina é a derivada, no tempo, deste enlace de fluxo, e tem a forma da Figura IV-4(b). O módulo da primeira harmônica desta tensão é calculado por:

$$E_1 = \frac{8}{\pi} R L B_e n_c w_{mec} \sin\left(\frac{\beta \pi}{2}\right) \quad (IV-3)$$

e seu valor eficaz é calculado por:

$$E_1 = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} R L B_e n_c w_{mec} \sin\left(\frac{\beta \pi}{2}\right) \quad (IV-4)$$

Se a fase tem mais que uma bobina por pólo, e o motor p pares de pólos, a tensão é calculada por:

$$E_1 = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} R L B_e n_c n_r p w_{mec} \sin\left(\frac{\beta \pi}{2}\right) k_1 \quad (IV-5)$$

onde

$k_1$  é o fator de enrolamento da primeira harmônica;

$n_r$  é o número de ranhuras por pólo e por fase.

Se  $I_{ef}$  é o valor eficaz de corrente de fase,  $m$  o número de fases e  $E_f$  a tensão induzida de fase, a potência máxima é calculada por:

$$P = m E_f I_{ef} \quad (IV-6)$$

e o conjugado é obtido por:

$$T = m \frac{E_f I_{ef}}{w_{mec}} \quad (IV-7)$$

A corrente elétrica é uma grandeza que não tem tanta importância para os projetistas quanto o carregamento específico de corrente (A), pois este está ligado ao aquecimento da máquina e a suas dimensões físicas. O carregamento específico de corrente é definido como:

$$A \triangleq \frac{P}{\pi R} m n_c n_r I_{ef} \quad (IV-8)$$

Da equação anterior obtém-se a corrente eficaz por:

$$I_{ef} = \frac{\pi R A}{m n_c n_r p} \quad (IV-9)$$

Substituindo-se a expressão de  $I_{ef}$  em (IV-7) tem-se:

$$T = 4 \sqrt{2} R^2 L B_e A \sin\left(\frac{\beta \pi}{2}\right) k_1 \quad (IV-10)$$

Vê-se que o conjugado depende do volume da máquina, da densidade de fluxo no entreferro, da abertura dos ímãs e do carregamento específico de corrente. O valor de  $A$ , ligado ao aquecimento da máquina, segundo a literatura científica, não deve ultrapassar 20000 A/m. Este valor orienta os projetistas.

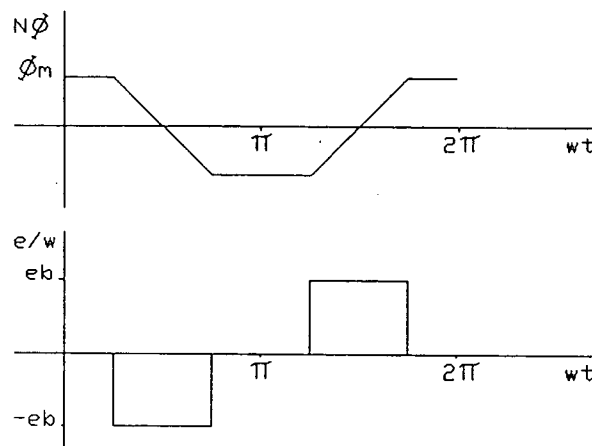


Figura IV-4: Enlace de fluxo e tensão induzida em uma bobina

#### IV-4 AVALIAÇÃO DO AQUECIMENTO

Nesta altura do trabalho, descreve-se a forma pela qual a maioria dos projetistas avaliam o aumento de temperaturas no interior dos MSIPs. A suposição fundamental é que o calor gerado por efeito Joule é drenado através da superfície do cilindro interno do estator.

O aumento de temperatura é dado por:

$$\Delta T = \frac{k_c W_j}{2 \pi R L} \quad (IV-11)$$

onde

$k_c$  é um coeficiente de convecção;

$W_j$  é a potência térmica que deve ser conduzida ao exterior, valendo:

$$W_j = 2 p m n_c n_r I_{ef}^2 \frac{\rho L}{S_c} \quad (IV-12)$$

ou

$$W_j = 2 p m n_c n_r I_{ef} \rho L \delta \quad (IV-13)$$

ou ainda

$$W_j = 2 \pi R A \rho L \delta \quad (IV-14)$$

onde

$S_c$  é a área do condutor;

$\delta$  é a densidade de corrente dada por:

$$\delta = \frac{I_{ef}}{S_c} \quad (IV-15)$$

$\rho$  é a resistividade do material.

Após as substituições na equação (IV-11) tem-se:

$$\Delta T = k_c A \rho \delta \quad (IV-16)$$

O valor de  $\delta$  não deve ultrapassar 4 A/mm<sup>2</sup>, segundo alguns fabricantes.

Uma outra maneira alternativa de se determinar o aumento de temperaturas será proposta no capítulo V.

#### IV-5 CÁLCULO DE CAMPOS NO INTERIOR DOS MSIPs

As equações de tensão induzida e conjugado eletromagnético necessitam do valor de indução no entreferro; além disso a reação de armadura deve ser avaliada para que os ímãs sejam protegidos de uma eventual desmagnetização. Estes fatos tornam imprescindível o cálculo dos campos magnéticos nos MSIPs.

Existem métodos simplificados que calculam os campos rapidamente, de uma maneira aproximada, enquanto outros obtêm valores mais precisos às custas de tempos de cálculo muito maiores. Pode-se ainda, fazendo-se algumas considerações simplificativas, obter-se expressões analíticas, derivadas da

solução da equação de Laplace no interior da máquina (Boules, 1987).

Os métodos mais precisos solucionam a equação de Laplace por elementos finitos; entretanto exigem um tempo de cálculo grande em relação ao tempo ao processo geral de otimização, e por este motivo não são empregados neste estudo. Entretanto, podem ser utilizados para validação de um projeto já otimizado.

Os métodos mais simplificados consideram somente o entreferro nas equações de indução (Weschta, 1982), (Carlson, 1988).

Neste trabalho são considerados dois métodos de cálculo de campos magnéticos: o primeiro é a utilização de circuitos magnéticos levando em conta as relutâncias do ferro dos dentes e dos núcleos; o segundo é a solução da equação de Laplace no interior dos MSIPs.

#### IV-5.1 CÁLCULO DE CAMPO DEVIDO AOS ÍMÃS UTILIZANDO CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Neste método são levadas em conta as seguintes hipóteses:

- a) A influência do ferro dos dentes e dos núcleos é considerada invariável com a introdução das correntes de armadura. Na realidade quando os dois campos atuam simultaneamente, um dos lados do circuito magnético, que se encontra acima do ímã, é mais saturado pelo aumento de linhas de fluxo, enquanto a outra metade é menos saturada. Supõe-se que o efeito total, na região acima do ímã, é a média entre estas duas saturações, causando um erro aceitável.
- b) O ímã é fonte de magnetização ideal. Na realidade, devido à grande relutância do seu próprio circuito magnético, existirá alguma dispersão pelo ar, pois o caminho magnético nas regiões do ímã isotrópico pode ser em qualquer direção. Estima-se um coeficiente de dispersão em torno de 0,8 ou 0,9 do fluxo gerado; este coeficiente é multiplicado ao fluxo final encontrado;
- c) As aberturas das ranhuras são levadas em conta pelo aumento do entreferro aplicando-se funções do fator de Carter (Say (1963)), como explicado no Apêndice D.

O circuito magnético que vai ser resolvido tem o aspecto mostrado na Figura IV-5(a), gerando um análogo elétrico mostrado na Figura IV-5(b).

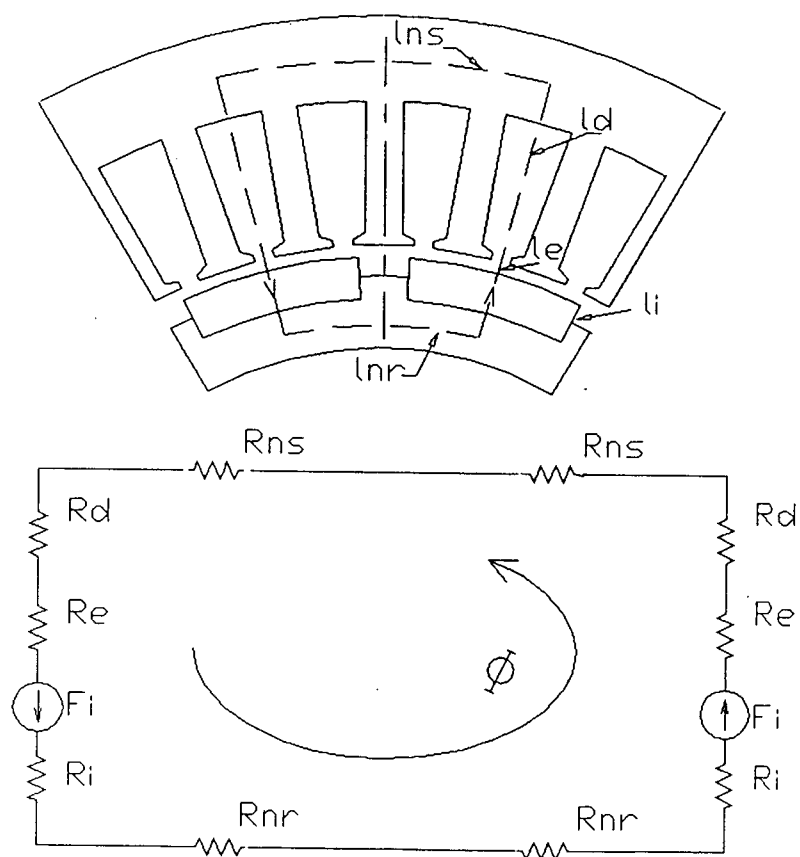


Figura V-5: Circuito magnético e análogo elétrico do motor

Na figura anterior, os valores de relutância e força magnetomotriz são calculados por:

$$\mathcal{R}_{ne} = \frac{l_{ns}}{\mu_f e S_{ns}} \quad (\text{IV-17a})$$

$$\mathcal{R}_{nr} = \frac{l_{nr}}{\mu_f e S_{nr}} \quad (\text{IV-17b})$$

$$\mathcal{R}_d = \frac{l_d}{\mu_{fe} S_d} \quad (\text{IV-17c})$$

$$\mathcal{R}_l = \frac{l_l}{\mu_l S_l} \quad (\text{IV-17d})$$

$$\mathcal{R}_e = \frac{l_e}{\mu_0 S_e} \quad (\text{IV-17e})$$

$$\mathcal{F}_l = \frac{B_r}{\mu_0} l_l \quad (\text{IV-17f})$$

onde

$\mathcal{R}_{ne}$  é a relutância do núcleo estatórico;

$l_{ns}$  é o comprimento médio do núcleo estatórico;

$\mu_{fe}$  é a permeabilidade do ferro ;

$S_{ns}$  é a área da secção do núcleo estatórico, transversal ao fluxo;

$\mathcal{R}_{nr}$  é a relutância do núcleo rotórico;

$l_{nr}$  é o comprimento médio do núcleo rotórico;

$S_{nr}$  é a área da secção do núcleo rotórico, transversal ao fluxo;

$\mathcal{R}_d$  é a relutância dos dentes;

$l_d$  é o comprimento dos dentes;

$S_d$  é a área da secção dos dentes;

$\mathcal{R}_l$  é a relutância do espaço ocupado pelo ímã;

$l_l$  é o comprimento médio do ímã;

$\mu_l$  é a permeabilidade do ímã;

$S_l$  é a área transversal do ímã;

$\mathcal{R}_e$  é a relutância do entreferro;

$l_e$  é o comprimento do entreferro;

$\mu_0$  é a permeabilidade do ar;

$S_e$  é a área do entreferro;

$\mathcal{F}_l$  é a força magnetomotriz equivalente do ímã;

$B_r$  é a indução remanente do ímã.

Resolvendo o circuito elétrico, obtém-se uma corrente análoga ao fluxo magnético na estrutura. Considerando-se a curva de magnetização do ferro, é possível se encontrar os valores corretos de permeabilidade nas diversas partes do ferro do MSIP, utilizando processos iterativos. O modo mais simples é assumir um valor inicial  $\mu_{fe0}$  para todas as regiões do ferro e resolver o circuito magnético. Após o cálculo do fluxo, verifica-se os valores de



densidade de fluxo nas regiões de ferro; com ajuda da curva de magnetização, encontra-se os valores atualizados de  $\mu_r$ . Se estes são iguais àqueles assumidos para o cálculo prévio das relutâncias o processo pára; se os valores forem desiguais, assume-se os últimos valores de  $\mu_r$  para se recalcularem as relutâncias e retorna-se ao início do processo para cálculo de novos fluxos. A experiência mostra que a solução é obtida após quatro ou cinco iterações.

Quando o processo converge, todas as densidades de fluxo são calculadas em todas as regiões. A densidade de fluxo no entreferro é um valor médio dado pelo fluxo encontrado dividido pela área do entreferro; o valor de indução pode ser corrigido por um fator menor que 1,0 para utilização na equação de conjugado. Este fator leva em conta as imperfeições do modelo, devendo ser escolhido com cuidado, pois, se muito grande (próximo de 1,0) superestima o conjugado, levando a um projeto otimista, e se pequeno leva a um projeto desnecessariamente pessimista. Valores em torno de 0,85 são razoáveis.

#### IV-5.2 CÁLCULO DE CAMPO DEVIDO À ARMADURA

O campo gerado pela reação de armadura em um MSIP com magnetização radial é calculado levando-se em conta que a alimentação ocorre em duas fases por vez, com correntes constantes e iguais. Estas correntes tem duração  $120^\circ$  elétricos para que o conjugado seja constante, como esquematizado na Figura IV-6(a).

No caso dos MSIP com magnetização paralela, as correntes são senoidais, três fases conduzem por vez e as tensões devem ser senoidais para obtenção de conjugado constante como mostrado na Figura IV-6(b).

Quando a máquina é senoidal, pode-se escolher, para análise, um instante no qual a corrente é nula em uma das fases e com as outras duas conduzindo correntes de sinais opostos. Este momento é representado na Figura IV-7, e serve para se visualizar o que ocorre também na máquina trapezoidal.

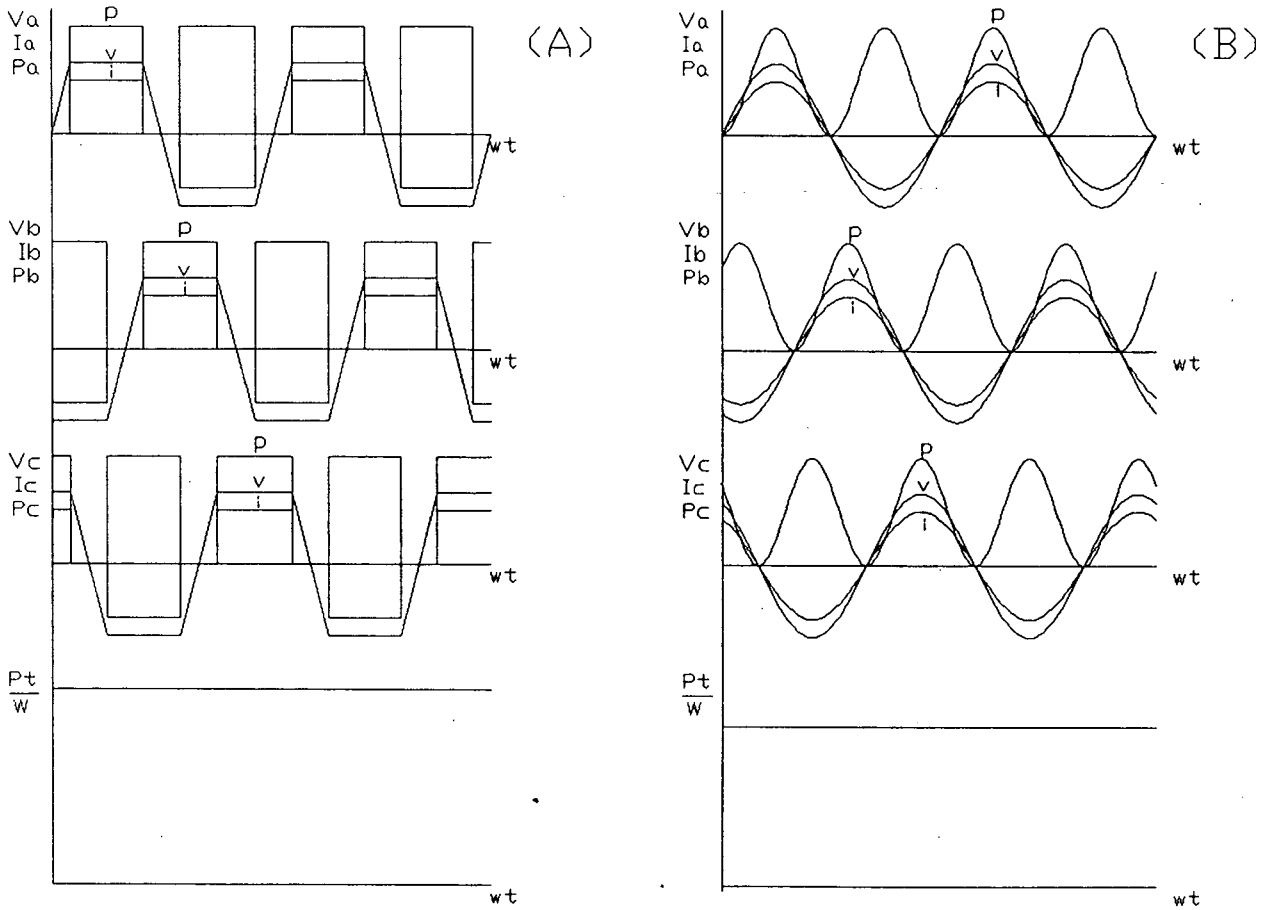


Figura IV-6: Correntes, tensões e conjugado nos MSIPs

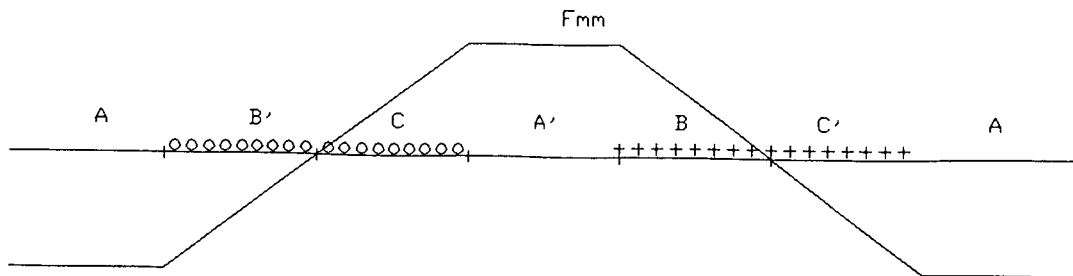


Figura IV-7: Força magnetomotriz nos MSIP

O valor máximo da força magnetomotriz é calculado por:

$$\mathcal{F}_{\max} = \frac{N_w}{p} k_w I_{\max} \quad (\text{IV-18})$$

onde

$N_w$  é o número de espiras em série por fase;

$k_w$  é fator de enrolamento;

$I_{\max}$  é a corrente máxima por fase.

Colocando-se a expressão anterior em função do carregamento específico de corrente tem-se:

$$\mathcal{F}_{\max} = \sqrt{2/3} k_w \pi \frac{A R}{p} \quad (\text{IV-19})$$

A força magnetomotriz resultante no entreferro é a soma das forças magnetomotrizes devidas ao ímã e à armadura. Esta soma provoca no entreferro um campo resultante como mostrado na Figura IV-8.

A informação do campo devido à armadura é importante para proteção dos ímãs contra a desmagnetização permanente. Com o seu conhecimento e a ajuda da curva de desmagnetização do ímã, tem-se o valor de densidade de fluxo; este não deve ser inferior a 0,1T para as ferrites e -0,1T para os ímãs de terras raras (Weshta, 1982). Estes dois últimos correspondem ao joelho da curva de magnetização intrínseca, no ponto em que a indução é aproximadamente 0,8 da indução residual.

Se o campo magnético atinge um valor maior que aquele correspondente ao joelho da curva, a região do ímã onde isto ocorre sofrerá desmagnetização permanente, não retornando à densidade de fluxo remanente original e causando harmônicas indesejáveis de conjugado.

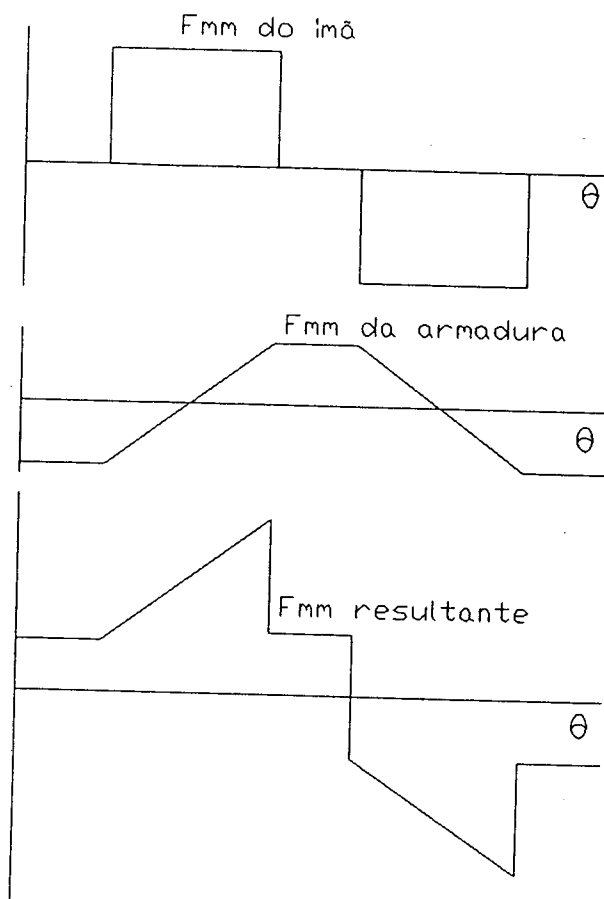


Figura IV-8: Campo magnético resultante nos MSIPs

#### IV-5.3 CÁLCULO DE CAMPOS PELA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE LAPLACE

O campo magnético no interior do MSIP pode também ser calculado segundo as equações desenvolvidas no Apêndice B. A vantagem destas equações é a rapidez de respostas aliada a uma precisão maior do que a encontrada através da utilização de circuitos magnéticos. O modelo apresentado calcula os campos radial e tangencial nas regiões onde a permeabilidade é baixa (ímãs e entreferro), assumindo que a permeabilidade dos ferros do rotor e estator é infinita.

O efeito das aberturas de ranhuras é levado em conta por funções dos fatores de Carter, fazendo com que o entreferro geométrico seja aumentado de  $\delta$  para  $\delta'$ .

O efeito da saturação dos segmentos de ferro do circuito magnético é levado em conta no modelo aumentando-se o entreferro de  $\delta'$  para  $\delta'' = k_s \delta'$ , onde  $k_s$  é o fator de saturação definido como:

$$k_s = 1 + \frac{M_{TFe}}{M_{Te}} \quad (IV-20)$$

$M_{TFe}$  é a força magnetomotriz necessária para impor o fluxo no ferro do circuito magnético;

$M_{Te}$  é a força magnetomotriz necessária para impor o fluxo no entreferro.

O valor final de  $k_s$  não é conhecido à priori e deve ser calculado iterativamente, conforme explicado no Apêndice B.

Após o cálculo do fator de saturação correto, obtem-se as induções, devidas às correntes estatóricas, no entreferro e no ímã através de:

$$B_{ys-e} = \frac{\mu_0 J_{s1}}{N_1} \left\{ \cosh[a(\delta'' - y)] + \frac{\mu_0}{\mu_1} \sinh[a(\delta'' - y)] \tanh(ah_1) \right\} \quad (IV-21)$$

$$B_{xs-e} = \frac{\mu_0 J_{s1}}{N_1} \left\{ -\sinh[a(\delta'' - y)] - \frac{\mu_0}{\mu_1} \cosh[a(\delta'' - y)] \tanh(ah_1) \right\} \quad (IV-22)$$

$$B_{ys-i} = \frac{\mu_0 J_{s1}}{N_1} \left\{ \frac{\cosh[a(h_1 + \delta'' - y)]}{\cosh(ah_1)} \right\} \quad (IV-23)$$

$$B_{xs-i} = \frac{\mu_0 J_{s1}}{N_1} \left\{ -\frac{\sinh[a(h_1 + \delta'' - y)]}{\cosh(ah_1)} \right\} \quad (IV-24)$$

onde

$$N_1 = \sinh(a\delta'') + \frac{\mu_0}{\mu_1} \cosh(a\delta'') \cdot \tanh(ah_1) \quad (IV-25)$$

$$J_{s1} = \frac{6 \sqrt{3}}{\pi p \tau} N_w I_{max} k_w \quad (IV-26)$$

$$a = \pi/\tau$$

Os campos magnéticos devidos ao ímã, na região do entreferro e no interior do próprio ímã, são calculados por:

$$B_{y1-e} = \frac{\mu_1 J_1}{N_2} \left\{ \frac{\sinh(ah_1)}{ah_1} \right\} \left\{ \frac{\cosh[a(h_1 + \delta'' - y)]}{\cosh(a\delta'')} \right\} \quad (IV-27)$$

$$B_{x1-e} = - \frac{\mu_1 J_1}{N_2} \left\{ \frac{\sinh(ah_1)}{ah_1} \right\} \left\{ \frac{\sinh[a(h_1 + \delta'' - y)]}{\cosh(a\delta'')} \right\} \quad (IV-28)$$

$$B_{y1-i} = \frac{\mu_1 J_1}{a h_1} \left\{ 1 - \frac{\mu_1}{\mu_0} \frac{\tanh(a\delta'')}{N} \cosh(ay) \right\} \quad (IV-29)$$

$$B_{x1-i} = - \frac{\mu_1^2 J_1}{\mu_0 a h_1} \left\{ \frac{\tanh(a\delta'')}{N} \sinh(ay) \right\} \quad (IV-30)$$

onde

$$N_2 = \sinh(ah_1) + \frac{\mu_1}{\mu_0} \cosh(ah_1) \tanh(a\delta'') \quad (IV-31)$$

$$J_1 = \frac{4}{\tau} \frac{B_r h_1}{\mu_1} \sin\left(\alpha_e \frac{\pi}{2}\right) \quad (IV-32)$$

$$\alpha_e = w_m / \tau \quad (IV-33)$$

$w_m$  é a largura média do ímã.

O valor de  $w_m$  pode ser obtido através de três equações, dadas no Apêndice B.

#### IV-6 OBTENÇÃO DAS GRANDEZAS FUNDAMENTAIS

Deve-se fazer a escolha das grandezas básicas, a partir de critérios e hipóteses que levem a um bom projeto.

Algumas grandezas devem ser conhecidas em primeiro lugar, tais como densidade de fluxo magnético no entreferro, carregamento específico de corrente, comprimento axial da máquina, raio interno do estator e conjugado nominal. Dentre estas grandezas, o carregamento específico de corrente pode ser assumido como aproximadamente 20.000 A/m. O relacionamento entre as grandezas restantes é feito na equação:

$$T = 4 \sqrt{2} R^2 L B_e A \sin\left(\frac{\beta \pi}{2}\right) k_1 \quad (IV-10)$$

O valor de  $\beta$  depende da construção do motor e se as ranhuras não são inclinadas para compensação de conjugados de ranhura, não pode ser menor que:

$$\beta = 1 - \frac{1}{3 n_r} \quad (\text{IV-34})$$

Se  $\beta$  for menor que o indicado na equação (IV-34), a tensão induzida não terá duração de  $120^\circ$  (Carlson (1989)). Os projetos usuais utilizam duas ou três ranhuras por pólo e por fase, resultando em um  $\beta$  mínimo conhecido. Escolhe-se este valor mínimo para continuação do projeto.

Assumindo-se o fator de enrolamento  $k_1 = 1,0$ , a equação (IV-10) tem três incógnitas,  $B_e$ ,  $L$  e  $R$ . O sistema terá solução se forem estabelecidas mais duas equações.

#### IV-6.1 SOLUÇÃO PARA MSIP SENOIDAL

Pode-se fazer com que a indução no entreferro seja 80% da indução residual do ímã. Além disso, impõe-se uma relação razoável entre  $L$  e  $R$ , ( $L = k_p R$ ), podendo até se fixar ou  $R$  ou  $L$  (Tavares (1989)).

Tem-se assim a segunda e terceira equações do sistema. O resultado do sistema resolvido pressupõe um valor de indução. A espessura média do ímã para impô-lo é calculada a partir da solução de um circuito magnético considerando o ferro de permeabilidade infinita; devido ao ímã, tem-se no entreferro:

$$l_1 = \frac{l_e B_e}{B_r - B_e} \quad (\text{IV-35})$$

onde

$l_e$  é o comprimento do entreferro calculado como (Slemon (1989)):

$$l_e = (0,2 + 0,003 \sqrt{LR}) \quad (\text{IV-36})$$

onde  $l_e$ ,  $R$  e  $L$  estão em milímetros.

Este comprimento médio de imã é resultante de seu comprimento máximo, comprimento mínimo e abertura. Observando-se a Figura IV-9, obtém-se as seguintes relações:

$$l_k = (R - l_e) \cos\theta - K \quad (\text{IV-37})$$

$$l_{\max} = R - l_e - K \quad (\text{IV-38})$$

$$l_k = (R - l_e) (\cos\theta - 1) + l_{\max} \quad (\text{IV-39})$$

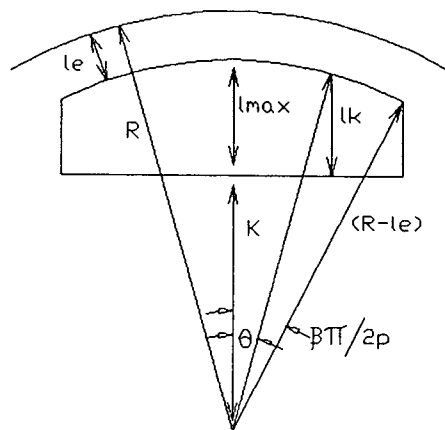


Figura IV-9: Esquema de um pólo de um MSIP senoidal

O valor médio de  $l_k$  é:

$$l_i = \frac{2p}{\beta\pi} \int_0^{\beta\pi/2p} l_k d\theta = l_{\max} - (R-l_e) \left(1 + \frac{2p}{\beta\pi} \operatorname{sen} \frac{\beta\pi}{2p}\right) \quad (\text{IV-40})$$

Como  $\beta$  é conhecido desde o início do processo, encontra-se um  $l_{\max}$  de (IV-40) enquanto  $l_{\min}$  é calculado pela equação (IV-39) com ângulo  $\theta = \frac{\beta\pi}{2p}$ . Após estes cálculos verifica-se a reação de armadura para o pior caso possível (Weschta (1982)).



## IV-6.2 SOLUÇÃO PARA MSIP TRAPEZOIDAL

Para o projeto inicial, pode-se adotar o critério de máxima densidade de fluxo no entreferro ao nível dos dentes (Carlson (1989)). Existe um máximo na expressão de indução dada por:

$$B_e = \frac{B_r (R - l_e - R_n)}{R \left[ \log \frac{(R-l_e)}{R_n} + \frac{\mu_1}{\mu_0} \log \frac{R}{R-l_e} \right]} \quad (IV-41)$$

na qual considera-se que a permeabilidade magnética do ímã é igual à  $\mu_0$ ; ao fixar-se o valor do raio do estator e o entreferro, a derivada de (IV-41) em relação a  $R_n$  igualada a zero e resolvida, dá a indução máxima por:

$$B_e = \frac{R_n}{R} B_r \quad (IV-42)$$

Portanto existe um compromisso entre a altura do ímã ( $l_i = R - e - R_n$ ) e a densidade de fluxo máxima no entreferro.

As equações para cálculo das grandezas fundamentais são:

$$T = 4 \sqrt{2} R^2 L B_e A \sin\left(\frac{\beta \pi}{2}\right) k_1 \quad (IV-10)$$

$$B_e = \frac{B_r (R - l_e - R_n)}{R \left[ \log \frac{R}{R_n} \right]} \quad (IV-41)$$

$$B_e = \frac{R_n}{R} B_r \quad (IV-42)$$

$$L = k_p R \quad (IV-43)$$

onde

$k_p$  é um fator de proporcionalidade.

Pode-se utilizar a idéia de conjugado por unidade de comprimento do pacote, eliminando-se uma equação; assim o projeto é calculado a partir de:

$$\frac{T}{L} = 4 \sqrt{2} R^2 B_e A \sin\left(\frac{\beta \pi}{2}\right) k_1 \quad (\text{IV-44})$$

$$B_e = \frac{B_r (R - l_e - R_n)}{R \left[ \log \frac{R}{R_n} \right]} \quad (\text{IV-41})$$

$$B_e = \frac{R_n}{R} B_r \quad (\text{IV-42})$$

Estas equações são suficientes para cálculo de  $B_e$ ,  $R$ , e  $R_n$ , assumindo-se um valor razoável para o entreferro (fazendo-se  $R=L$  na equação (IV-36)).

#### IV-7 CÁLCULO DO ENROLAMENTO DA ARMADURA

Uma vez definidas as grandezas principais dos MSIP, pode-se calcular o número de condutores por ranhura para que a tensão induzida seja adequada à tensão no inversor. A tensão induzida na armadura é máxima quando a velocidade é máxima. Deve existir uma diferença entre esta tensão induzida máxima e a tensão de saída do inversor para que as correntes nas fases possam ser controladas convenientemente.

Se a diferença entre a tensão no inversor e a tensão induzida máxima for grande, ocorrerão problemas de chaveamento em velocidades pequenas devido à grande frequência de funcionamento submetida às chaves. Por outro lado, se a diferença entre as tensões for muito pequena, em grandes velocidades a regulação de corrente se deteriorará, causando harmônicas indesejáveis de conjugado. Assim, deve-se escolher valores convenientes que alcancem bons resultados tanto em altas quanto em baixas velocidades.

Na máquina trapezoidal, o inversor terá em seus terminais uma tensão máxima correspondente a duas fases em série do motor, o que impõe a seguinte condição:

$$k_e V_{cc} \geq 4 R L B_e n_c n_r p \omega_{mec-max} \quad (IV-45)$$

onde

$V_{cc}$  é a tensão do inversor;

$k_e$  é uma constante menor que 1.

Na máquina senoidal a condição é:

$$k_e V_{cc} \geq \sqrt{3} \frac{4 \sqrt{2}}{\pi} n_c n_r R L B_e p \omega_{mec-max} \operatorname{sen}\left(\frac{\beta \pi}{2}\right) \quad (IV-46)$$

A velocidade mecânica máxima é imposta pelo projeto, e a tensão do inversor é considerada conhecida.

De (IV-45) e (IV-46) calcula-se o número de condutores por ranhura. Para a máquina trapezoidal obtém-se:

$$n_c = \frac{k_e V_{cc}}{4 R L B_e n_r p \omega_{mec-max}} \quad (IV-47)$$

e para a máquina senoidal:

$$n_c = \frac{\pi k_e V_{cc}}{4\sqrt{6} R L B_e n_r p \omega_{mec-max} \operatorname{sen}\left(\frac{\beta \pi}{2}\right)} \quad (IV-48)$$

Supondo-se os enrolamentos de camada dupla e todas as espiras em série, o número de espiras por fase  $N_{ef}$  é:

$$N_{ef} = n_c p n_r \quad (IV-49)$$

A corrente eficaz na fase, tanto para a máquina trapezoidal quanto para a máquina senoidal:

$$I_{ef} = \frac{\pi R A}{3 n_c n_r p} \quad (IV-50)$$

Com a corrente eficaz calcula-se a secção de condutor segundo a densidade de corrente admissível. Quanto melhor a classe de temperatura do isolamento, maior a densidade de corrente. Assumindo-se  $J$  como densidade de corrente no condutor, obtém-se:

$$S_c = \frac{I_{ef}}{J} \quad (IV-51)$$

Se a secção for grande e de difícil bobinagem deverão ser utilizados condutores de secções menores que produzam a mesma área equivalente. Isto também reduz o efeito pelicular nos condutores provocado pelas harmônicas de altas frequências devidas ao chaveamento do inversor.

#### IV-8 CÁLCULO DOS NÚCLEOS, DENTES e VOLUME

Deve-se fazer o projeto dos pacotes magnéticos visando dois objetivos:

- 1 - robustez mecânica;
- 2 - circulação adequada do fluxo magnético de trabalho.

A Figura IV-10 mostra uma secção do MSIP senoidal. O mesmo estator deve ser considerado para um MSIP trapezoidal.

Em um motor senoidal foram definidos  $l_{max}$ ,  $l_{min}$  e  $R_n$  é conhecido; no motor trapezoidal foram definidos  $R$ ,  $l_1$  e  $R_n$ .

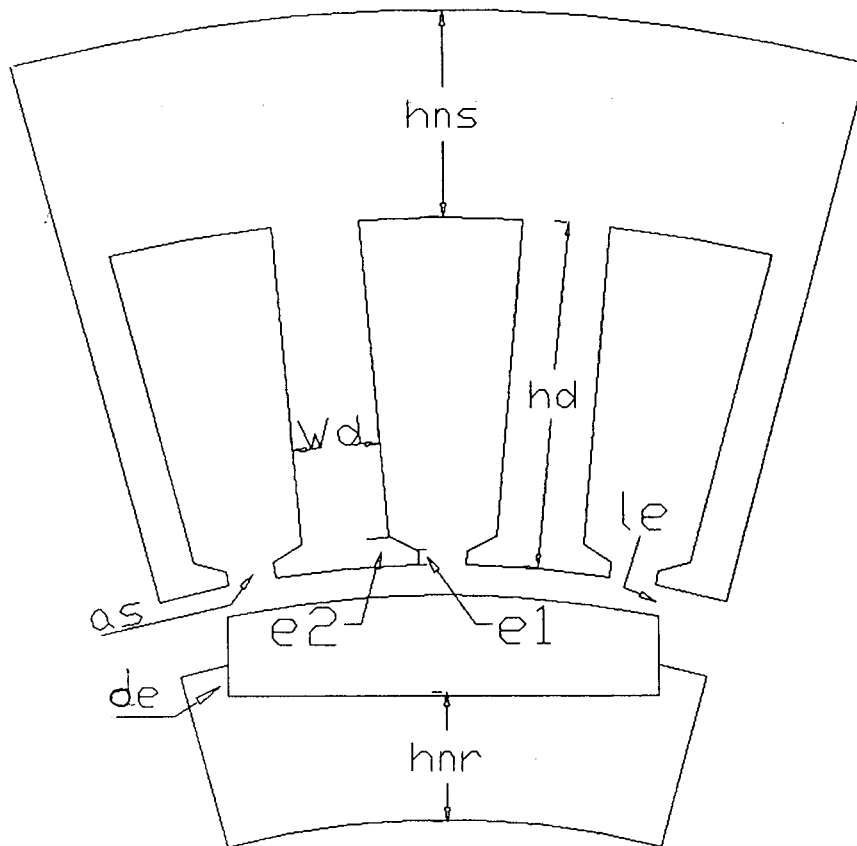


Figura IV-10: Partes de MSIPs

As demais dimensões mostradas na Figura IV-10 são calculadas a seguir.

#### Sapata do dente

Deve ser a mais estreita possível sendo limitada pelo valor mínimo suportável para estampagem. Utiliza-se:

$$e_1 = 1,5 l_e \quad (\text{IV-52})$$

$$e_2 = 3,0 l_e \quad (\text{IV-53})$$

A abertura da ranhura deve ser grande o suficiente para se introduzir os fios dos enrolamentos, e o menor possível para diminuição do fator de Carter e harmônicas de ranhuras. Muitas máquinas existentes utilizam a relação:

$$a_s = 0,25 \tau_r \quad (IV-54)$$

### dentés

As ranhuras devem conter os condutores, os seus isolamentos e uma pequena talisca para fixação. Considerando-se um fator de enchimento (fence) entre 0,3 e 0,4 pode-se dizer que:

$$S_{ran} = \frac{n_c I_{ef}}{\delta \text{ fence}} \quad (IV-55)$$

A área das ranhuras influencia as dimensões dos dentes. Pela Figura IV-10 pode-se verificar que:

$$6 p n_r S_{ran} + 6 p n_r h_d w_d = \pi [(R + h_d)^2 - (R + e_2)^2] \quad (IV-56)$$

A largura do dente pode ser encontrada pelo valor de densidade de fluxo admissível. O fluxo médio que penetra no estator é aproximadamente:

$$\phi_s = \frac{B_r l_i}{l_i + l_e} \frac{\pi R}{p} L k_{fe} \quad (IV-57)$$

A densidade de fluxo nos dentes é:

$$B_d = \frac{\phi_s}{3 n_r w_d L k_{fe}} \quad (IV-58)$$

Substituindo-se (IV-58) em (IV-57) obtém-se:

$$3 B_d n_r w_d = \frac{B_r l_i}{l_i + l_e} \frac{\pi R}{p} \Rightarrow w_d = \frac{B_r l_i}{l_i + l_e} \frac{\pi R}{p} \frac{1}{3 B_d n_r} \quad (IV-59)$$

Fixando-se um valor para  $B_d$  (1,2 T por exemplo) calcula-se a largura do dente por (IV-59). Aplicando-se  $w_d$  obtido na equação (IV-56) obtém-se  $h_d$ .

### Núcleos de estator e rotor

O cálculo destas dimensões considera a continuidade de fluxo. O fluxo que passa por um pólo da máquina se divide em dois nos núcleos do estator e rotor. O fluxo por pólo é dado pela equação (IV-57) e a indução no núcleo estatórico é:

$$B_{ns} = \frac{\phi_s}{2 h_{ns} L k_{fe}} \quad (IV-60)$$

enquanto que para o núcleo rotórico é:

$$B_{nr} = \frac{\phi_s}{2 h_{nr} L k_{fe}} \quad (IV-61)$$

Fixando-se os valores de  $B_{ns}$  e  $B_{nr}$ , com a equação (IV-57) obtém-se:

$$h_{ns} = \frac{B_r l_i \pi R}{2 B_{ns} (l_i + l_e) p} \quad (IV-62)$$

$$h_{nr} = \frac{B_r l_i \pi R}{2 B_{nr} (l_i + l_e) p} \quad (IV-63)$$

Os raios internos do rotor de ambas as máquinas são dados por:

$$R_i = R_n - h_{nr} \quad (IV-64)$$

No caso do MSIP senoidal o encaixe do ímã deve ser:

$$d_{encaixe} = 0,2 l_{i-max} \quad (IV-65)$$

O volume de cada componente dos MSIPs pode ser calculado; os núcleos estatórico e rotórico tem seus volumes dados por:

$$V_{ns} = [(R + e_1 + h_d + h_{ns})^2 - (R + e_1 + h_d)^2] \pi L \quad (IV-66)$$

$$V_{nr} = (R_n^2 - R_i^2) \pi L \quad (IV-67)$$

O volume dos dentes é calculado por:

$$V_d = 6 w_d h_d n_r p L \quad (IV-68)$$

O volume das sapatas dos dentes é dado por:

$$V_{sd} = \left[ \left( \frac{\pi R}{p n_r} - 6 a_s - 6 w_d \right) (e_2 + e_1) + 6 e_2 w_d \right] L p n_r \quad (IV-69)$$

O volume de cobre leva em conta as ranhuras e as cabeças de bobina. O comprimento de um lado de bobina é a soma dos comprimentos da ranhura e do passo polar (a uma distância dada por  $(R+e_1+h_d/2)$ ) do centro da máquina. Assim o volume total de cobre é dado por:

$$V_{cu} = 6 S_{ran} f_{enche} n_r p \left[ L + \frac{\pi}{p} \left( R + e_2 + \frac{h_d}{2} \right) \right] \quad (IV-70)$$

Se o MSIP é trapezoidal o volume de ímãs é dado por:

$$V_{iT} = L \beta \pi [(R - l_e)^2 - R_n^2] \quad (IV-71)$$

No caso de MSIP senoidal o volume de ímãs é dado por:

$$v_{is} = \beta \pi (R - l_e)^2 - 2 p \left[ (R - l_e) \operatorname{sen} \left( \frac{\beta \pi}{2p} \right) (R + 2 l_{min} - l_{max}) \right] \quad (IV-72)$$

#### IV-9 CÁLCULO DE PERDAS EM UM MSIP

As perdas em um MSIP se dividem em duas parcelas principais; as perdas no cobre e as perdas no ferro.

Conhecendo-se os volumes de ferro e cobre além da corrente no estator e indução nas diversas partes do ferro, pode-se avaliar as diversas perdas.

##### Perdas no cobre

Conhecida a densidade de corrente nos condutores, a perda no cobre é dada por:



$$P_{cu} = v_{cu} J^2 \rho_{cu} \quad (IV-73)$$

onde

$\rho_{cu}$  é a resistividade do cobre (0,0227  $\mu\Omega m$  a 100 °C)

### Perdas no ferro

Estas perdas se compõem de duas parcelas; a primeira é devida às correntes de Foucault, e a segunda devida aos ciclos de histerese. As duas parcelas tem suas equações dadas por (Veinott (1959)) como:

$$P_f = k_f (f B_m \zeta)^2 \quad (IV-74)$$

$$P_h = k_h f B_m^x \quad (IV-75)$$

onde

$P_f$  é a potência de perdas por correntes de Foucault;

$P_h$  é a potência de perdas por histerese;

$f$  é a frequência na peça considerada;

$B_m$  é a indução na peça considerada;

$\zeta$  é a espessura de chapa utilizada na máquina;

$x$  é um expoente dependente do material e do valor de  $B_m$ . Seu valor se situa entre 1,5 e 2,5; para  $B_m$  entre 0,15 e 1,2 T é recomendado como valor típico  $x = 1,6$ ;

$k_h$  e  $k_f$  são coeficientes de perda por histerese e Foucault que dependem do material utilizado.

Os fabricantes de chapas de aço fornecem curvas relacionando a perda no aço por unidade de massa, além de uma curva de perda com a frequência. Esta perda considera em conjunto as perdas por corrente de Foucault e as perdas por histerese. É possível assim obter-se os coeficientes  $k_h$  e  $k_f$  além do expoente "x" das equações (IV-74) e (IV-75) através do seguinte procedimento:

- 1) verifica-se nas curvas as perdas para a maior indução dos dentes  $B_d$ , e maior frequência de funcionamento  $f_{max}$ , obtendo-se  $P_1$ ;

- 2) verifica-se novamente as perdas referentes a indução no núcleo estático  $B_{ns}$  e a menor frequência de funcionamento  $f_{min}$ , obtendo-se  $P_2$ ;
- 3) por último verifica-se as perdas para indução média e frequência média, obtendo-se  $P_3$ .

Aplicando-se os valores de  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  nas equações (IV-74) e (IV-75) tem-se o seguinte sistema de equações:

$$P_1 = k_f (B_d f_{max} \zeta)^2 + k_h f_{max} B_d^x \quad (IV-76)$$

$$P_2 = k_f (B_{ne} f_{min} \zeta)^2 + k_h f_{min} B_{ne}^x \quad (IV-77)$$

$$P_3 = k_f \left[ \frac{1}{8} (B_d + B_{ne}) (f_{max} + f_{min})^2 \zeta^2 \right] + \frac{k_h}{4} (f_{max} + f_{min})(B_{ns} + B_d) \quad (IV-78)$$

Este sistema tem solução por processos iterativos, após arbitrar-se valores iniciais adequados para  $k_f$ ,  $k_h$  e  $x$ .

Uma outra alternativa é considerar as perdas totais (histerese e Foucault) como indicado por Liwschitz (1961) dadas por:

$$P_{f+h} = \sigma_h \frac{f}{f_0} \left( \frac{B}{B_0} \right)^2 + \sigma_f \left( \zeta \frac{f}{f_0} \frac{B}{B_0} \right)^2 \quad (IV-79)$$

onde

$\sigma_h$  e  $\sigma_f$  são constantes dependentes do material utilizado;  
 $f_0$  e  $B_0$  são valores de frequência e indução onde são conhecidas as perdas por unidade de massa de material.

#### IV-10 CONCLUSÕES

Com os procedimentos de projeto descritos neste capítulo é possível se fazer um projeto inicial. Este projeto, embora satisfaça os requisitos iniciais de conjugado e densidades de fluxo, pode ser melhorado por métodos numéricos de otimização.

O aumento de temperaturas é uma consideração importante e é verificado indiretamente pelo carregamento específico de corrente. Considerando o valor típico de 20.000A/m pode-se obter um motor superdimensionado, o que não é bom para o fabricante. Isto leva a se pensar em um modelo térmico para cálculo de temperaturas.

No próximo capítulo será descrito um método de cálculo de temperaturas que mais tarde será implementado no cálculo do projeto otimizado, descrito no capítulo VI.

## CAPITULO V

### AVALIAÇÃO DE TEMPERATURAS ATRAVÉS DE UM MODELO SIMPLES

#### V-1 INTRODUÇÃO

A avaliação do aumento de temperaturas em um equipamento elétrico é uma das etapas mais importantes de um projeto, pois a vida dos materiais isolantes é fortemente restringida pelo aumento indevido de temperaturas. A potência nominal é limitada pela sua capacidade de exaurir o calor gerado nos enrolamentos por efeito Joule, devido às correntes de fase, e nos núcleos, devido às correntes de Foucault.

#### V-2 ESCOLHA DO MÉTODO DE AVALIAÇÃO

Dentre os métodos existentes para avaliação de temperaturas pode-se encontrar desde os mais elaborados aos mais simples. Os primeiros envolvem a divisão do equipamento em muitos elementos nos quais são aplicadas as leis de transmissão de calor (Latreche, 1982; Bertin, 1987), enquanto os últimos avaliam temperaturas através de coeficientes empíricos e da área externa de troca de calor do equipamento, isto é, consideram o equipamento como único elemento trocador de calor (Slemon, 1989).

Os métodos mais elaborados obtêm valores mais precisos às custas de um maior tempo de cálculo, enquanto os mais simples alcançam resultados menos precisos porém mais rápidos. Todos têm aplicações importantes e suas utilizações dependem dos critérios e objetivos de um estudo de temperaturas.

Entre os dois extremos existem métodos de complexidade média, ou seja, que consideram maior ou menor quantidade de elementos térmicos componentes do equipamento (Matieu, 1985; Chillet et al, 1989; Roye, 1983). Neste capítulo propõe-se um método que se situa mais próximo da simplicidade de representação

e maior rapidez de cálculo, dividindo o MSIP em um número reduzido de domínios, considerando hipóteses que são simplificativas e ao mesmo tempo coerentes com a sua construção.

### V-3 DESCRIÇÃO DO MÉTODO

O método proposto para avaliação de temperaturas de um MSIP, em regime permanente, utiliza um circuito térmico análogo a um circuito elétrico puramente resistivo, onde fontes geradoras de calor, partes condutoras de calor, fluxos de calor e diferenças de temperatura, correspondem respectivamente a fontes de corrente, resistências elétricas, correntes elétricas e quedas de tensão. Onde existir alguma temperatura que deva ser imposta por alguma razão, como por exemplo, a temperatura ambiente, utiliza-se uma fonte de tensão para representá-la.

A partir deste circuito, obtém-se todas as temperaturas importantes, através de técnicas de solução de circuitos elétricos em regime permanente.

Deve-se então, procurar o circuito térmico representativo do MSIP, avaliar as fontes de calor, resistências térmicas, verificar pontos de temperatura constante e enfim solucioná-lo.

### V-4 HIPÓTESES PARA ESTUDO DE UM SERVO-MOTOR A ÍMÃS PERMANENTES

São considerados isotérmicos os seguintes domínios:

- As cabeças de bobina;
- as ranhuras;
- todo o núcleo do estator;
- toda a superfície externa da carcaça do motor;
- o ar ambiente.

É considerado possível a troca de calor entre os seguintes domínios:

- Cabeças de bobina e ranhuras por condução;

- cabeças de bobina e ar no interior da cavidade, por convecção e radiação;
- ar interior e ar exterior via carcaça por convecção;
- ranhuras e ferro do núcleo por condução;
- ferro do núcleo e ar exterior por convecção e radiação.

As fontes de calor estão nas ranhuras e nas cabeças de bobina.

### V-5 O MODELO TÉRMICO

Considere-se uma parte de um enrolamento trifásico esquematizado na Figura V-1. A possibilidade de troca de calor entre as superfícies isotérmicas consideradas é válida para as três fases. A partir deste esquema trifásico, considerando a hipótese simplificadora de isotermia na cabeça de bobina e ranhuras, e que todas as fases são equilibradas, não havendo portanto troca de calor entre elas, pode-se passar ao esquema por fase apresentado na Figura V-2, sem perda de informação das temperaturas em todos os domínios de interesse.

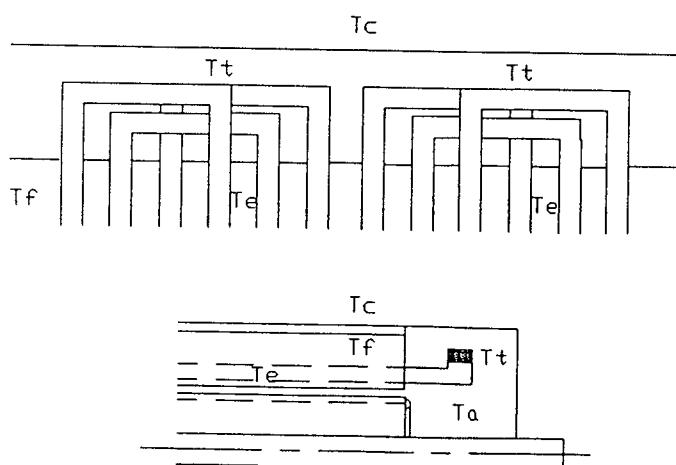


Figura V-1: Esquema de um enrolamento trifásico e a cabeça de bobina

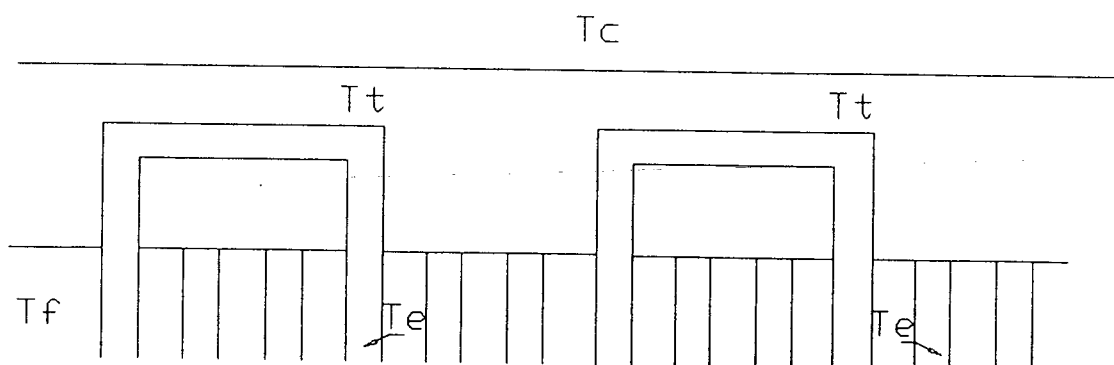


Figura V-2: Esquema de duas bobinas de uma fase

Na máquina existem duas cabeças de bobina, uma em cada extremidade e entre elas, fisicamente, as ranhuras relativas às fases. Na Figura V-2 estão esquematizadas duas metades de bobinas de uma fase que passam por quatro ranhuras diferentes.

Levando-se em conta as outras metades destas bobinas, pode-se representar o circuito térmico desta estrutura analogamente aos circuitos elétricos como mostrado na Figura V-3, onde

$R_c$  é a resistência carcaça - ar exterior (ela está multiplicada por três porque a área considerada é devida a uma fase somente);

$R_{ta}$  é a resistência entre a cabeça de bobina e ar interior;

$R_{isol}$  é a resistência do isolante de ranhura adicionada aos efeitos de resistividade térmica tanto do verniz de isolamento quanto dos condutores e película de ar no interior das ranhuras;

$R_{cu}$  é a resistência térmica do material dos condutores correspondente ao caminho médio entre uma cabeça de bobina e a metade de uma ranhura;

$P_{t1}$  e  $P_{t2}$  são potências térmicas geradas nas cabeças de bobina da fase considerada em uma das extremidades da máquina;

$P_{t1'}$  e  $P_{t2'}$  são potências térmicas geradas na mesma fase, na região da cabeça de bobina, na outra extremidade da máquina;

$P_e$  é a potência térmica gerada pela fase dentro da ranhura;

$T_a$ ,  $T_f$ ,  $T_e$  e  $T_t$  são respectivamente as temperaturas do ar, ferro, ranhura e cabeça de bobina.

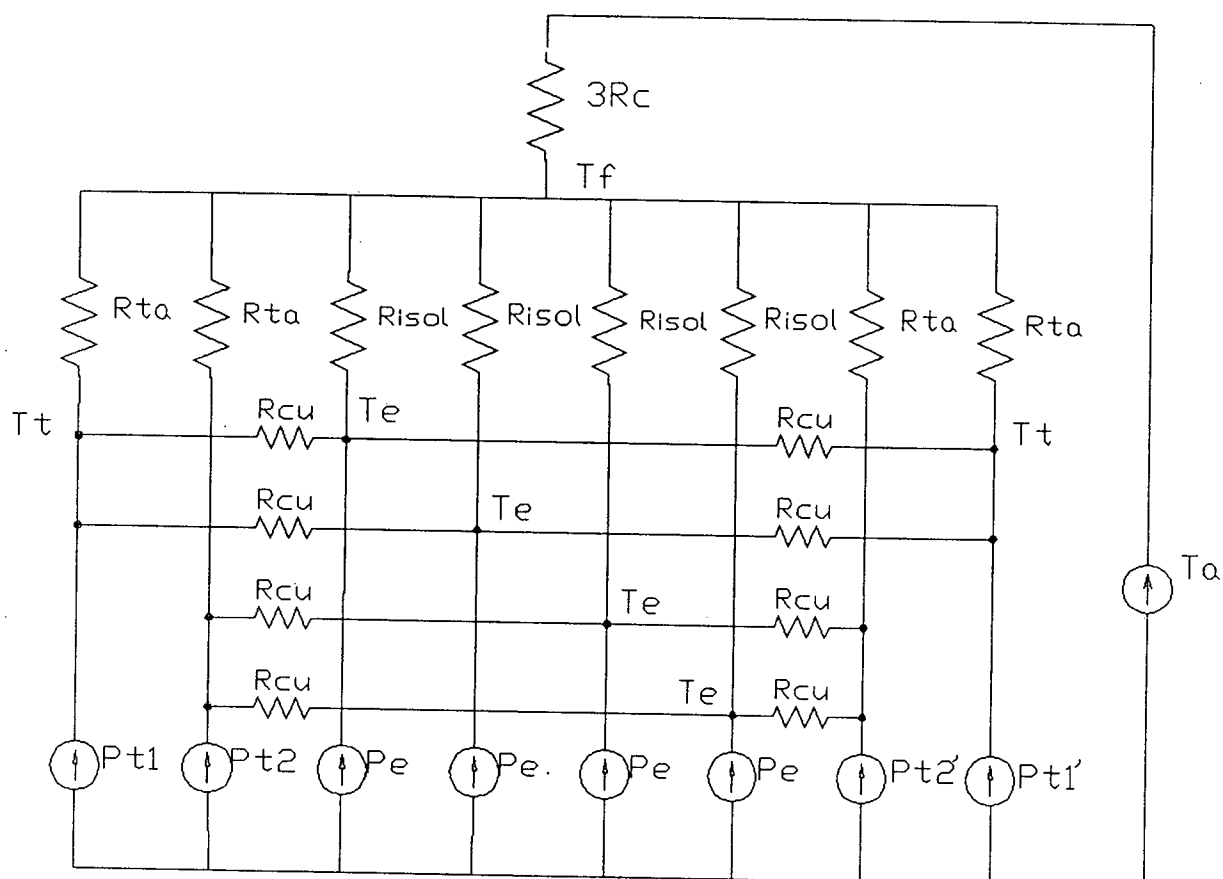


Figura V-3: Circuito elétrico análogo para solução de temperaturas.

Este circuito possui muitos ramos mas tem uma particularidade importante que é a simetria. Este fato faz com que se possa considerar somente uma das bobinas pertencentes à fase estudada sem perda de informação das temperaturas.

Na região de uma das cabeças, a bobina gera calor que se transmite para o ar no interior da máquina e para dentro de duas ranhuras que a acomodam,



enquanto que na região da outra cabeça, é gerado calor que se transmite para o ar e para as mesmas ranhuras.

Como existem duas ranhuras que recebem o calor gerado na cabeça de uma só bobina, pode-se dividir esta fonte em duas fontes em paralelo e atualizar os valores de resistência convenientemente de modo a se manter o mesmo circuito térmico original, como mostra a Figura V-4(A). Este circuito pode ser desmembrado em um circuito mais simples de ser resolvido como o da Figura V-4(B). As resistências que o compõem são examinadas na próxima seção.

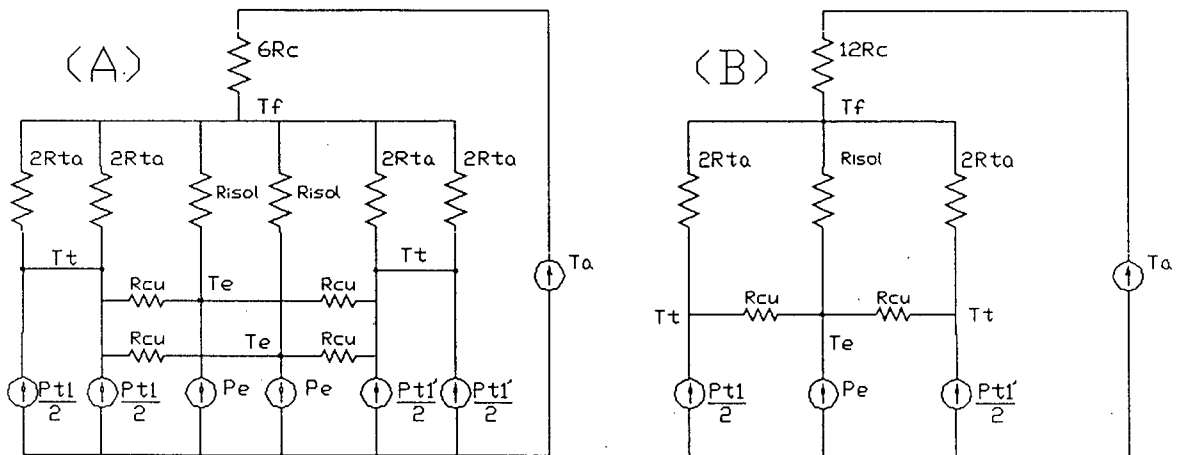


Figura V-4: Circuitos simplificados para cálculo de temperaturas.

## V-6 RESISTÊNCIAS DO CIRCUITO TÉRMICO

### V-6.1 TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO

Resistência entre cabeça e ranhura via condutores ( $R_{cu}$ )

É dada por:

$$R_{cu} = \frac{l_{cu}}{\sum \epsilon_{cu} S_{cu}} \quad (V-1)$$

onde

$l_{cu}$  é o comprimento médio entre uma cabeça de bobina e uma metade de ranhura;

$\Sigma_{cu}$  é a condutividade térmica do material que compõe o enrolamento;

$S_c$  é a área útil de condutores de uma ranhura.

### Resistência entre o cobre das ranhuras e o ferro do estator ( $R_{isol}$ )

É dada por:

$$R_{isol} = \frac{l_i}{\Sigma_i S_i} + \frac{l_v}{\Sigma_v S_v} + \frac{l_{ar}}{\Sigma_{ar} S_{ar}} \quad (V-2)$$

onde

$l_i$  é a espessura do isolante da ranhura;

$S_i$  é a área interna da ranhura;

$\Sigma_i$  é a condutividade térmica do isolante da ranhura (0,2);

$l_v$  é a espessura do verniz;

$S_v$  é a área média do verniz;

$\Sigma_v$  é a condutividade térmica do verniz (0,15);

$l_{ar}$  é a espessura da película de ar;

$S_{ar}$  é a área média da película de ar;

$\Sigma_{ar}$  é a condutividade térmica do ar (0,0242).

Os valores  $l_v$  e  $l_{ar}$  não são fáceis de determinar. Para avaliá-los é feito o seguinte procedimento:

- 1) calcula-se a área da seção reta da ranhura a partir de suas dimensões conhecidas;
- 2) subtrai-se da área da ranhura a área do isolante de ranhura e a área útil dos condutores;
- 3) o que restou é a área do verniz e do ar. Assume-se que a área do ar é bem menor que a do verniz. Pode ser que em algum projeto se assumam um

valor para película de ar. Em caso de ausência de informação assume-se que a película de ar possui 1/9 do comprimento total verniz-película.

## V-6.2 TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

### Resistência entre cabeça de bobina e ar interior ( $R_{ta}$ )

A troca de calor é feita por convecção natural durante o repouso, que é o regime mais crítico, e por convecção forçada quando a máquina gira ou é ventilada. O valor de  $R_{ta}$  é dado por:

$$R_{ta} = \frac{1}{h_t \cdot S_{ta}} \quad (V-3)$$

onde

$h_t$  - Coeficiente de transferência de calor por convecção, calculado como mostrado no item V.6.3;

$S_{ta}$  - Superfície média de contato de uma das cabeças com o ar do interior da cavidade.

### Resistência entre carcaça e ar exterior ( $R_{ca}$ )

A troca de calor é feita por convecção natural. O valor de  $R_{ca}$  é dado por:

$$R_{ca} = \frac{1}{h_c \cdot S_c} \quad (V-4)$$

onde

$h_c$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção, calculado como no item V.6.3;

$S_c$  é a superfície externa total da carcaça considerando as aletas;

### V-6.3 COEFICIENTES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

A convecção natural é a condição mais crítica para o motor, pois é a situação em que a menor quantidade de calor é trocada entre a superfície estudada e o fluido que a cerca. Esta condição pode ser encontrada na prática em servomotores para controle de posição.

Para a avaliação dos coeficientes é necessário que se faça hipóteses simplificativas.

#### Cabeça de bobina e ar exterior

Suposição: a superfície da cabeça de bobina é um cilindro horizontal longo. Esta hipótese se aplica a uma distância bem pequena da cabeça de bobina. Com isto pode-se fazer segundo Incropera (1981):

$$h_t = \frac{Nu \cdot Kar}{D} \quad (V-5)$$

onde

Nu é o número de Nusselt dado como:

$$Nu = \left\{ 0,6 + \frac{0,386 Ra^{\frac{1}{6}}}{\left[ 1 + \left[ \frac{0,559}{Pr} \right]^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2 \quad (V-6)$$

onde

Ra é o número de Rayleigh dado como:

$$Ra = \frac{g \beta_e (T_s - T) De^3}{\nu \alpha t} \quad (V-7)$$

onde

Pr é o número de Prandt ( $\cong 0,7$  para o ar seco);

g é a aceleração da gravidade;

$\beta_e$  é o coeficiente de expansão volumétrica;

$T_s$  é a temperatura da superfície;  
 $T$  é a temperatura do fluido circundante;  
 $D_e$  é o diâmetro externo do cilindro;  
 $\nu$  é a viscosidade cinemática;  
 $\alpha_t$  é a difusão térmica;  
 $K_{ar}$  é a condutividade térmica do ar;

Algumas destas grandezas são variáveis com a temperatura, o que não deve impedir que se assumam valores razoáveis, coerentes com os níveis de temperatura da estrutura estudada, por exemplo entre 50 e 130°C.

Os valores de  $h_t$  devem ser calculados iterativamente até que a precisão requerida seja alcançada. O processo de cálculo basicamente segue os seguintes passos:

- 1 - Arbitra-se o valor final de temperatura para cálculo de  $R_a$  equação (V-7);
- 2 - Calcula-se  $Nu$  e  $h_t$  pelas equações (V-6) e (V-5);
- 3 - Obtém-se a resistência térmica da cabeça de bobina para solução do circuito térmico equivalente. Neste estágio todas as resistências térmicas do circuito devem ter sido calculadas.
- 4 - Resolvendo-se o circuito térmico obtém-se as temperaturas nos elementos.
- 5 - Deve-se verificar se as temperaturas são próximas dos valores arbitrados para o cálculo precedente do coeficiente  $h_t$ , feito no passo 1. Se isto acontecer dá-se por encerrado o processo; porém se não for verificada a precisão requerida deve-se retornar ao passo 1 e recomeçar o processo.

### Carcaça e ar exterior

Supõe-se que a carcaça seja um cilindro suficientemente longo para que as expressões anteriores, utilizadas para cabeças de bobina, sejam válidas também para o caso.

A determinação dos coeficientes  $h_t$  e  $h_e$  envolvem portanto algumas considerações que podem levar a algum erro. Entretanto este fato não deve impedir a utilização destes coeficientes, pois deverão refletir uma tendência aproximada do comportamento real de troca de calor e de temperaturas da máquina.

### V-6.4 TRANSMISSÃO POR RADIAÇÃO

#### Cabeça de bobina para carcaça e carcaça para ar exterior

É considerada a hipótese na qual a cabeça de bobina está totalmente imersa na cavidade da máquina, que o coeficiente de emissão  $\epsilon$  é 0,85 e a transmissão é feita somente para a carcaça. Isto leva a:

$$P = \epsilon St \sigma (T_t^4 - T_c^4) \quad (V-8)$$

onde

$P$  é a potência térmica irradiada entre cabeça de bobina e carcaça;

$\sigma$  é a constante de Boltzman.

A equação (V-8) pode ser colocada na seguinte forma:

$$P = \epsilon St \sigma (T_t - T_c) (T_t^2 + T_c^2) (T_t + T_c) \quad (V-9)$$

Dividindo-se o primeiro membro da equação por  $(T_t - T_c)$  tem-se:

$$\frac{P}{(T_t - T_c)} = \frac{1}{R} = h_r St = \epsilon St \sigma (T_t^2 + T_c^2) (T_t + T_c) \quad (V-10)$$

Obtém-se finalmente o valor de um coeficiente multiplicativo da superfície para cálculo de resistência térmica, semelhante ao de troca de calor por convecção dado por:

$$h_r = 0,85 \sigma (T_t^2 + T_c^2) (T_t + T_c) \quad (V-11)$$

Esta expressão para  $h_r$  é válida tanto para a cabeça de bobina quanto para a carcaça, bastando para tanto substituir as temperaturas de  $T_t$  e  $T_c$  na equação (V-11) para  $T_c$  e  $T_a$ . Nota-se que estes parâmetros são variáveis com a temperatura, o que leva à utilização de processos iterativos.

Para um estudo mais simplificado de temperaturas, é conveniente unir os coeficientes de transmissão de calor por convecção aos coeficientes de radiação, formando um só coeficiente global ( $h_g = h_c + h_r$ ). O coeficiente global tem a mesma característica que um coeficiente de convecção, fato que favorece o cálculo das resistências do circuito térmico pelas equações (V-3) ou (V-4).

## V-7 CÁLCULO ANALÍTICO

A finalidade do método é a obtenção rápida de informações de temperaturas dentro de um motor. Estas informações servirão a outros objetivos, como por exemplo, avaliar o seu projeto verificando se o aumento de temperaturas foi superior a um valor pré-fixado. Outro objetivo pode ser o projeto de aletas ou do sistema de resfriamento.

É necessário fornecer algumas dimensões e grandezas da máquina, processá-las para obtenção das resistências térmicas, e finalmente se calcule as temperaturas nos domínios de interesse através da solução do circuito.

As dimensões e grandezas de entrada são consideradas as seguintes:

- número de polos;
- comprimento de ranhuras;
- corrente de fase;
- número de condutores por fase;
- área de um condutor;
- número de ranhuras;
- comprimento do cotovelo (entre o rotor e a cabeça de bobina);
- diâmetro médio da circunferência da cabeça;
- diâmetro externo do motor;
- comprimento da cavidade ferro - tampa;
- espessura do isolante;
- altura da ranhura;
- largura da ranhura;
- resistividade do material do enrolamento;
- temperatura ambiente.

Como saídas são consideradas as temperaturas de ranhura, de cabeça de bobina e do ferro do núcleo. A temperatura do ar no interior da cavidade é considerada igual a do ferro do núcleo. Esta consideração se deve a pequenas diferenças entre uma e outra obtidas na prática.

#### V-8 EXEMPLOS DE CÁLCULO

O método descrito foi adaptado para aplicação em dois tipos de motores concebidos dentro do LEEI (Laboratório de Eletricidade e Eletrônica Industrial). O primeiro motor é longo, isto é, com comprimento maior que o diâmetro, enquanto o segundo é curto. Resultados teóricos oriundos do cálculo analítico em regime permanente foram confrontados com resultados práticos obtidos através de ensaios.



### V-8.1 MOTOR LONGO

Características de entrada:

- Número de polos = 6
- comprimento de ranhuras = 0,06 m
- corrente de fase = 3 e 4 A
- número de condutores por fase = 27
- área de um condutor =  $0,563 \text{ E}^{-6} \text{ m}^2$
- número de ranhuras = 36
- comprimento do cotovelo = 0,015 m
- diâmetro médio da circunferência da cabeça = 0,12 m
- diâmetro externo do motor = 0,23 m (equivalente)
- comprimento da cavidade ferro - tampa = 0,03 m
- espessura do isolante = 0,0003 m
- altura da ranhura = 0,0103 m
- largura da ranhura = 0,000516 m
- resistividade do enrolamento =  $0,1721 \text{ E}^{-7} \text{ ohm-m}$
- temperatura ambiente =  $20^\circ\text{C}$

#### Resultados experimentais e analíticos

O motor foi ensaiado com aplicação de corrente contínua nas três fases, pois desejava-se simular somente as perdas nos enrolamentos, que são as únicas consideradas no cálculo analítico. O ensaio foi feito com a injeção de corrente de 3A durante oito horas para obtenção do regime permanente e as curvas de temperatura dos domínios ao longo do tempo são mostradas na Figura V-5.

O que interessa para comparação do modelo são os valores finais de temperaturas experimentais que estão assinaladas no desenho.

Em regime permanente, as temperaturas nos elementos considerados do motor são esquematizadas nas Figuras V-6(A) e V-6(B), para corrente de 3A, em sentidos radial e longitudinal respectivamente.

Os resultados provenientes do cálculo estão mostrados nas Figuras V-6(A) e V-6(B), em linhas pontilhadas.

Neste exemplo a diferença entre as temperaturas experimentais e analíticas chegou no máximo a 3% na cabeça de bobina.

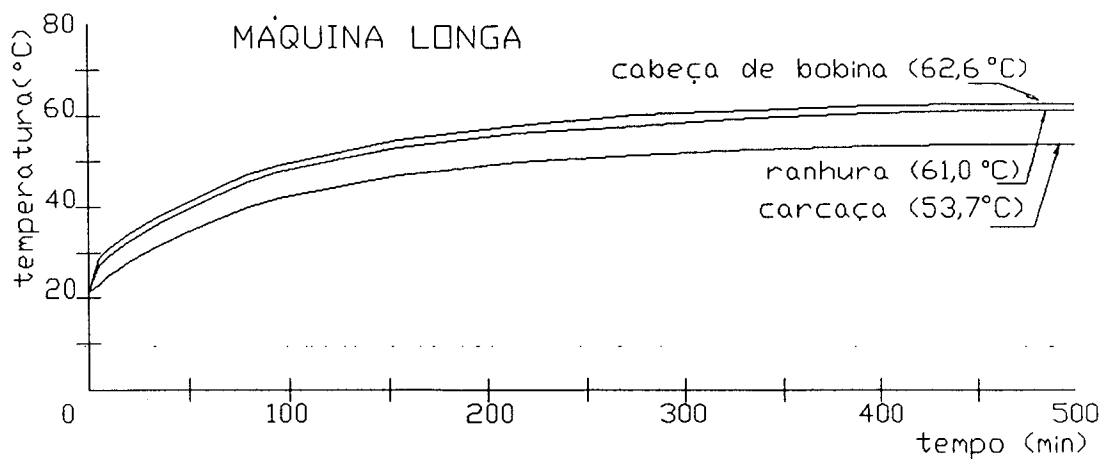
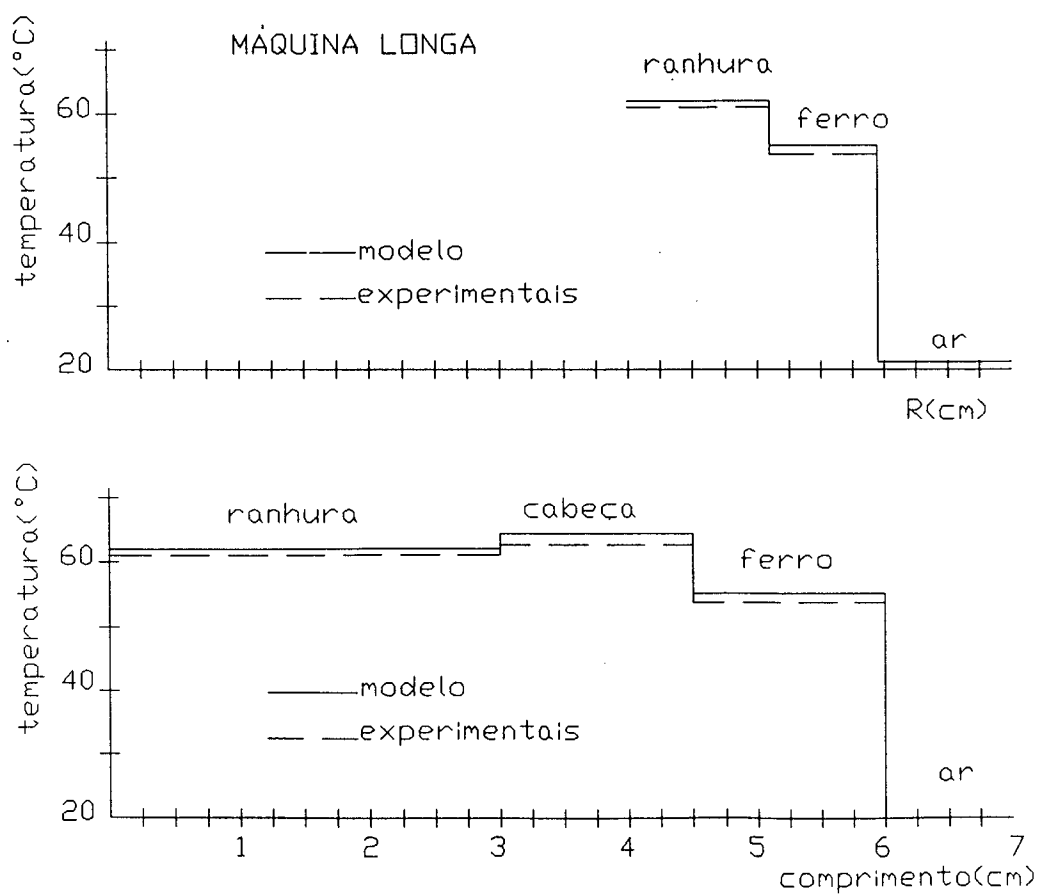


Figura V-5: Evolução de temperaturas em uma máquina longa



Figuras V-6: Temperaturas em regime permanente em uma máquina longa

## V-8.2 MOTOR CURTO

Características de entrada:

- Número de polos = 12
- comprimento de ranhuras = 0,04 m
- corrente de fase = 2,45 A
- número de condutores por fase = 48
- área de um condutor =  $0,85 E^{-6} m^2$
- número de ranhuras = 72
- comprimento do cotovelo = 0,026 m
- diâmetro médio da circunferência da cabeça = 0,173 m
- diâmetro externo do motor = 0,20 (equivalente)
- comprimento da cavidade ferro - tampa = 0,045 m
- espessura do isolante = 0,0003 m
- altura da ranhura = 0,0125 m
- largura da ranhura = 0,0005 m
- resistividade do enrolamento =  $0,1721 E^{-7} ohm\cdot m$
- temperatura ambiente =  $21^{\circ}C$

### Resultados experimentais e analíticos

O motor foi ensaiado com aplicação de corrente contínua nas três fases representando uma corrente eficaz de 2,45 A no estator. As curvas de temperatura dos domínios ao longo do tempo são mostradas na Figura V-7.

Em regime permanente, as temperaturas nos elementos considerados do motor são esquematizadas nas Figuras V-8(A) e V-8(B) em sentidos radial e longitudinal respectivamente.

Os resultados provenientes do cálculo estão mostrados nas Figuras V-8(A) e V-8(B), em linhas pontilhadas.

A diferença entre as temperaturas experimentais e analíticas chegou a 11% no ferro, porém na cabeça de bobina e ranhuras, que são partes mais críticas em um motor, os erros não passaram de 1,8%. Deve-se observar que as temperaturas calculadas analiticamente sempre erraram positivamente, tornando o processo pessimista. Isto vem ao encontro da segurança dos resultados encontrados.

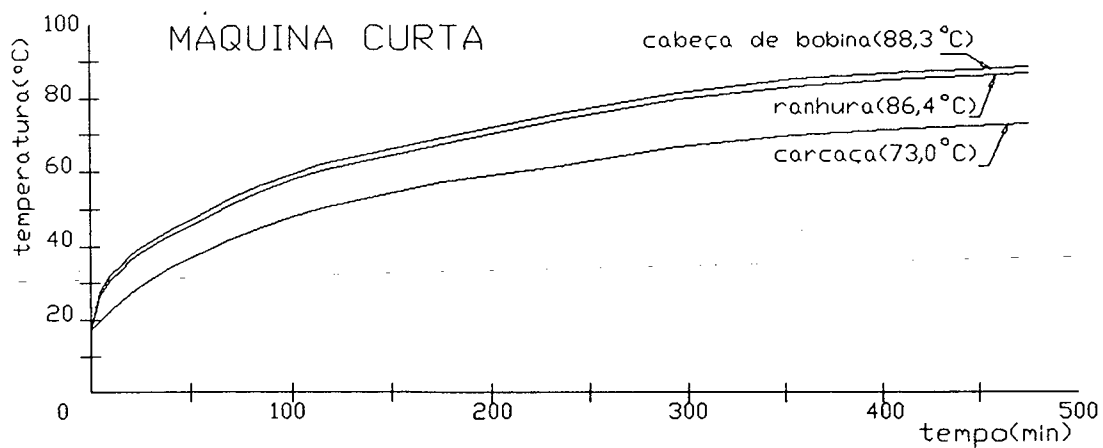


Figura V-7: Evolução de temperaturas em uma máquina curta

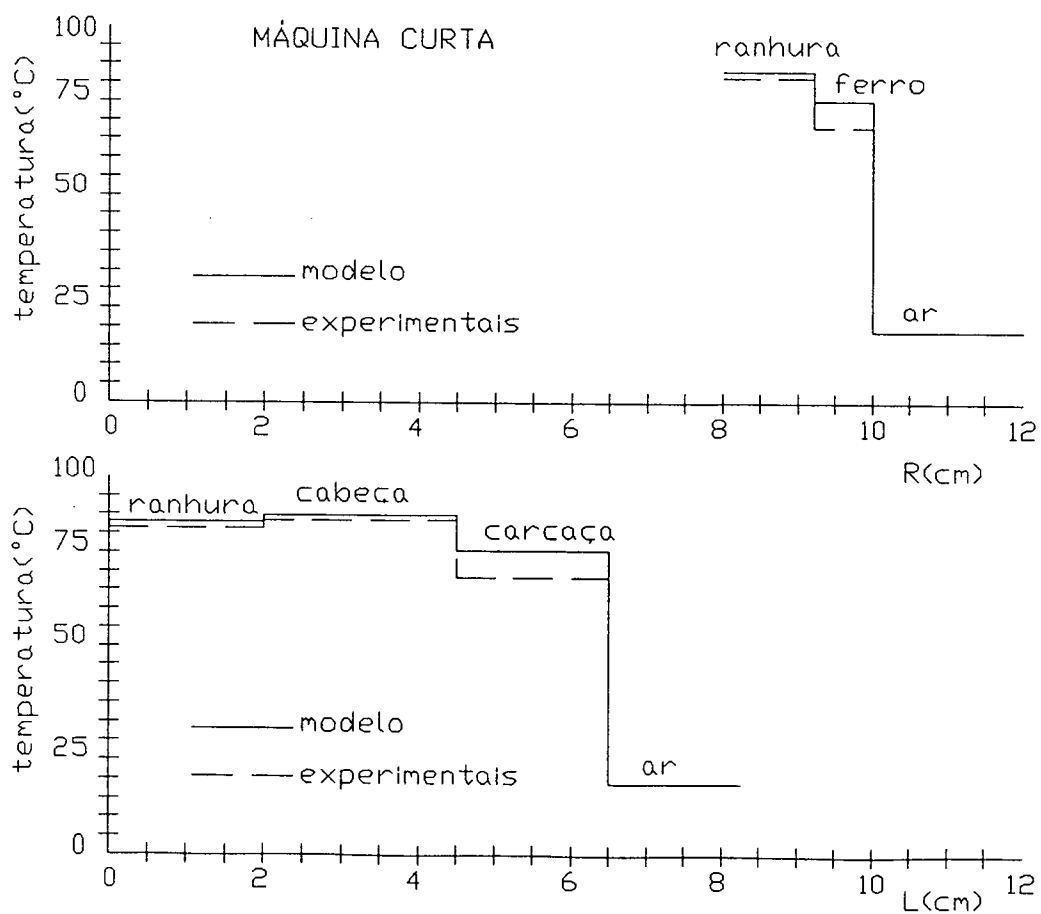


Figura V-8: Temperaturas em regime permanente em uma máquina curta

## V-9 CONCLUSÕES

O método descrito apresentou um modelo térmico de máquinas elétricas que calcula temperaturas em alguns pontos importantes, nomeadamente, no interior das ranhuras, nas cabeças de bobina, e na carcaça. O modelo foi desenvolvido a partir da construção física da máquina levando em conta hipóteses simplificativas de isoterma de elementos e simetria física.

O objetivo principal, que era de obter um modelo simples que pudesse ser resolvido rapidamente e que levasse a resultados coerentes com a realidade, foi plenamente atingido.

O modelo resultante é análogo aos circuitos elétricos resistivos, e cada uma das resistências representadas teve sua expressão indicada.

A aplicação com sucesso do método a duas máquinas com características dimensionais totalmente diferentes comprovou a sua validade.

Os resultados obtidos para temperaturas utilizando o modelo proposto ficaram próximos dos valores medidos em laboratório a menos de um erro de 11% na carcaça do motor curto. Este erro pode ser explicado pela consideração da carcaça como um cilindro longo o que está bem longe da realidade. Por outro lado a temperatura nas cabeças de bobina e ranhuras são muito mais importantes em um projeto, e nestas partes das máquinas as temperaturas são calculadas com erro menor que 2%.

Dentro do estudo de otimização de projetos de MSIP, o modelo apresentado é conveniente, pois, o cálculo térmico é solicitado muitas vezes e os resultados calculados são pessimistas o que vem de encontro da segurança.

## CAPITULO VI

### OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE MSIPs

#### VI-1 INTRODUÇÃO

A partir das considerações feitas nos capítulos IV e V, é possível se abordar o problema de otimização de projetos de MSIPs.

O primeiro passo é a escolha das variáveis de projeto e a função objetivo que deverá ser otimizada. O segundo passo é o equacionamento dos índices de projeto exigidos em função das grandezas definidas de projeto. O terceiro passo é a imposição de restrições complementares, que são necessárias à realização do projeto. Estes passos serão vistos nas próximas seções.

No final do capítulo será realizado um exemplo de otimização de projetos de MSIPs, com magnetizações radial e paralela.

#### VI-2 ESCOLHA DAS VARIÁVEIS DE PROJETO

Devido às características físicas dos MSIPs, existem dimensões que influenciam bastante em seus desempenhos. Dentre estas pode-se citar o diâmetro interno, o comprimento do pacote, espessura e ângulo de abertura de ímãs.

Outras dimensões se relacionam com o circuito magnético, facilitando a obtenção da densidade de fluxo no entreferro da máquina. Entre estas pode-se citar a largura e altura dos dentes, largura dos núcleos de rotor e estator, além da própria espessura do entreferro.

Uma outra grandeza de origem elétrica se faz necessária para o aparecimento de conjugado, e a consequente realização do projeto. Esta grandeza, relacionada com a corrente, pode ser representada por uma densidade de corrente nas ranhuras da máquina.

As dimensões citadas, juntamente com a densidade de corrente nas

ranhuras, são consideradas como variáveis contínuas do projeto de um MSIP.

Outras dimensões necessárias ao projeto, não consideradas como variáveis independentes, também influenciam os índices de projeto. Dentre estas pode-se citar as espessuras máxima e mínima das sapatas dos dentes e o fator de empilhamento das lâminas estatóricas. Estas dimensões são arbitradas ou escolhidas previamente para os cálculos de projeto.

Outras variáveis podem ser escolhidas, tais como número de pólos e número de ranhuras do estator. Elas têm a propriedade de serem discretas. Isto dificulta os algoritmos matemáticos mas, por outro lado existem poucas combinações entre elas, na maioria dos motores encontrados, o que proporciona o estudo separado de cada combinação.

Neste trabalho, foram escolhidas as seguintes variáveis de projeto:

- a) diâmetro interno de estator ( $D_s$ );
- b) comprimento do pacote de lâminas ( $L$ );
- c) razão entre ângulo de abertura do ímã e o passo polar ( $\beta$ );
- d) espessura máxima do ímã ( $l_{i-max}$ );
- e) comprimento do entreferro ( $l_e$ );
- f) densidade de corrente nas ranhuras ( $\delta$ );
- g) largura dos dentes de estator ( $w_d$ );
- h) altura dos dentes do estator ( $h_d$ );
- i) altura do núcleo do estator ( $h_{cs}$ );
- j) altura do núcleo do rotor ( $h_{cr}$ ).

O número de pólos e o número de ranhuras no estator, são fixados segundo alguns critérios de projeto. Por exemplo, o número de ranhuras por pólo e por fase deve ser dois ou três, enquanto que o número de pólos se situa entre seis a dez (Polymotor, (1987)). Pode-se fazer estudos separados para cada combinação de interesse. Alguns casos utilizam uma ranhura por pólo-fase.

### VI-3 EQUACIONAMENTO DOS ÍNDICES DE PROJETO

Primeiramente devem ser escolhidos os índices de projeto mais relevantes. O projeto satisfaz as condições impostas pelo serviço que irá realizar. Existem diferentes ciclos de trabalho, que dependem do processo. A Figura VI-1 mostra um ciclo de trabalho típico de um servomotor. Neste o conjugado varia com o tempo, havendo deslocamento de uma carga.

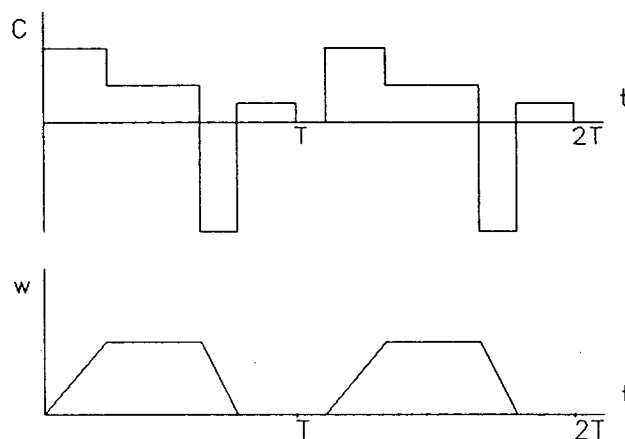


Figura VI-1: Ciclo de trabalho típico de um servomotor

Dependendo do ciclo de trabalho, obtém-se os conjugados necessários para o acionamento adequado das cargas. O conjugado máximo é um dos requisitos principais do servomotor, sendo o primeiro índice de projeto estabelecido.

Outro fator importante em projetos é a máxima elevação de temperatura a que o servomotor estará submetido. Este índice é de suma importância, pois uma variação do ambiente de trabalho pode tornar um projeto totalmente inadequado. Muitos servomotores não tem ventilação forçada, tornando ainda mais crítico o problema. O aumento de temperaturas afeta as características magnéticas dos ímãs permanentes, principalmente os de



neodímio-ferro-boro.

A origem do aumento de temperaturas são as perdas por efeito Joule nos enrolamentos do estator e correntes de Foucault no ferro do núcleo estatórico. As perdas no núcleo devem ser limitadas. Isso se faz por imposição de densidades de fluxo admissíveis nas diferentes partes do circuito magnético. Assim, consideram-se como índices de projeto dos MSIPs o aumento de temperaturas e as densidades de fluxo nos dentes e núcleo do estator.

As dimensões do ímã influenciam os índices indicados, além da indução no interior do núcleo do rotor. Deve-se estabelecer, nesta região, uma indução máxima para que não exista uma saturação muito grande no circuito, obrigando o ímã a vencer uma relutância maior e conseqüentemente, demandando um volume desnecessariamente maior. Portanto, outro índice de projeto escolhido é a indução no interior do núcleo rotórico.

Finalmente, considerando-se o ciclo de trabalho, pode-se encontrar uma velocidade média de funcionamento durante o período. Esta velocidade média multiplicada pelo conjugado máximo equivale a uma potência desenvolvida pelo servomotor. Estimando-se as perdas, através de cálculos apropriados nesta velocidade média, pode-se encontrar o rendimento. Este pode ser considerado um outro índice de projeto que, embora não tenha uma interpretação física, serve para comparar e selecionar vários projetos.

Resumindo-se o que foi dito nos parágrafos anteriores, tem-se que os índices de projeto considerados nos projetos de servomotores à ímãs podem ser:

- a) conjugado eletromagnético máximo ( $T_{max}$ );
- b) aumento máximo de temperaturas ( $\Delta T_{max}$ );
- c) densidade de fluxo magnético nos dentes ( $B_{d-max}$ );
- d) densidade de fluxo no núcleo do estator ( $B_{ns-max}$ );
- e) densidade de fluxo no núcleo do rotor ( $B_{nr-max}$ );
- f) rendimento a uma dada velocidade média ( $\eta$ ).

As equações desenvolvidas ou apresentadas nos capítulos IV e V possibilitam relacionar-se os índices de projeto com as variáveis de projeto. A solução depende da precisão requerida, podendo-se utilizar os circuitos

magnéticos ou as equações analíticas de campo. A sequência de cálculo é apresentada no fluxograma da Figura VI-2, utilizando-se os circuitos magnéticos.

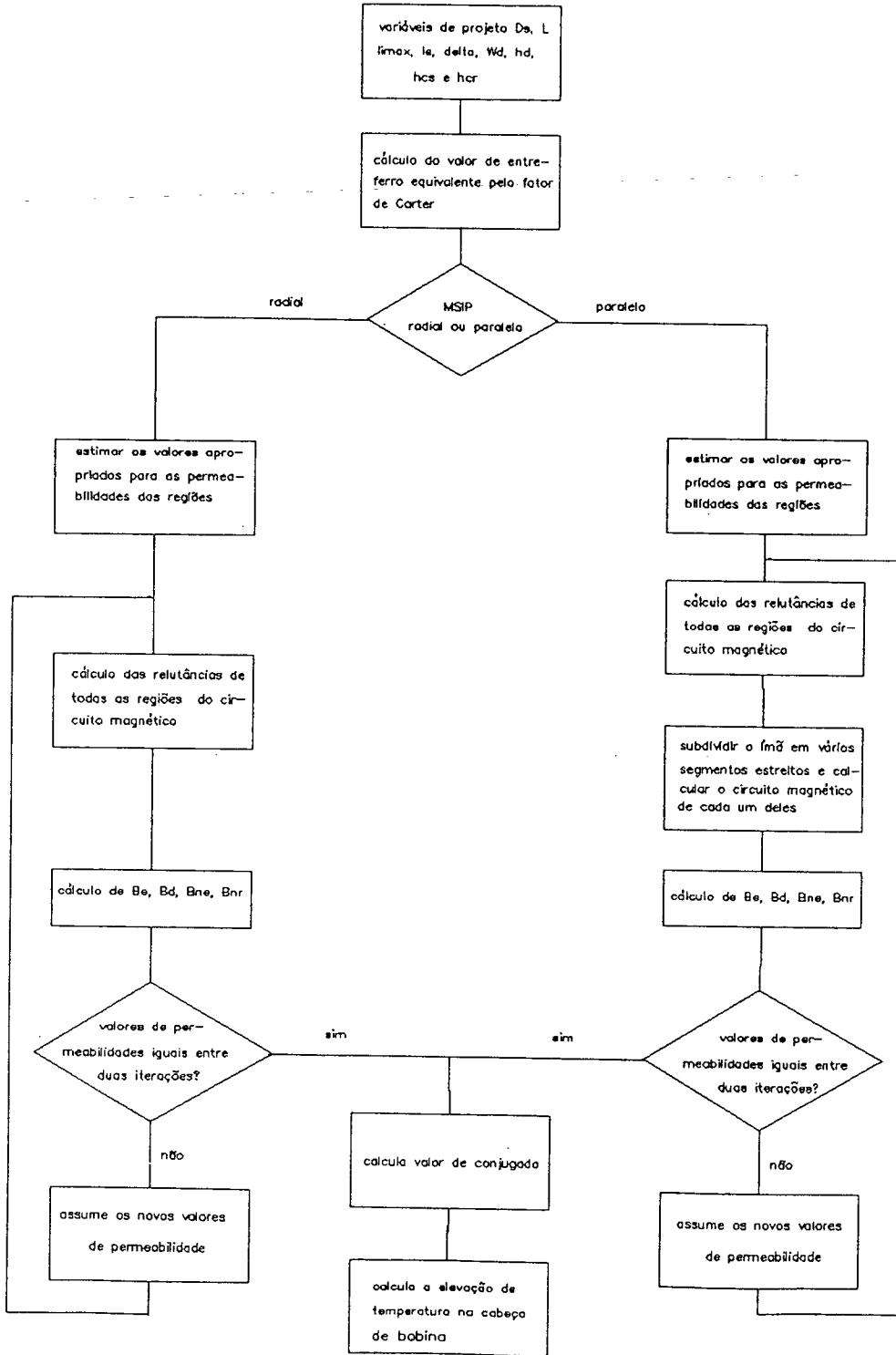


Figura VI-2: Fluxograma para solução de um projeto

Existem outras providências que devem ser tomadas no que diz respeito à realização física. Na maioria dos casos são relações lineares entre as variáveis de projeto que, se não respeitadas, tornam o projeto inviável fisicamente.

As duas primeiras relações são referentes ao raio do eixo que será colocado no rotor. Este eixo tem um raio mínimo e um raio máximo. Matematicamente tem-se:

$$Re-min \leq \frac{D}{2} - l_g - l_{max} - h_{cr} \leq Re-max$$

A terceira se refere à abertura da ranhura. Deve ser preservado o valor mínimo que é  $0,25 \tau_r$ . Matematicamente tem-se:

$$\frac{\pi D}{n_r} - w_d \geq 0,25 \frac{\pi D}{n_r}$$

Esta restrição assegura uma abertura de ranhura maior ou igual a um quarto de passo de ranhura, conforme esquematizado na Figura VI-3.

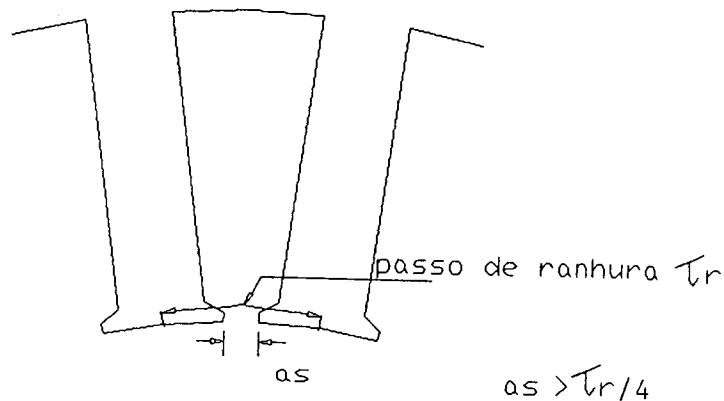


Figura VI-3: Detalhe da abertura de ranhura

Uma relação complementar a ser considerada, relaciona-se com a largura

dos ímãs polares.

Em uma máquina com magnetização radial e alimentação por blocos de corrente, a duração da onda de tensão induzida em uma fase deve ser de  $120^\circ$  elétricos para que o conjugado seja constante. Para que a tensão seja máxima e dure os  $120^\circ$  o ímã deve ter no mínimo um ângulo dado por:

$$\beta \cdot 180^\circ = 120^\circ + (nr-1) \cdot 60^\circ / nr$$

que se transforma na seguinte restrição:

$$\beta \geq 1 - 1/3nr$$

Quando a magnetização é paralela, mantêm-se o mesmo critério, embora não seja absolutamente necessário, pois em se procedendo desta forma faz-se com que a fundamental de tensão seja máxima.

#### VI-4 ESCOLHA DA FUNÇÃO OBJETIVO A SER OTIMIZADA

A função objetivo é relacionada com os interesses dos projetistas. Pode ser o custo, volume ou peso, dependendo das circunstâncias.

Se um motor é fabricado em série para equipar, por exemplo, eletrodomésticos tais como máquinas de lavar ou geladeiras, deve-se tentar fazê-lo com o custo mais reduzido possível.

No caso de um motor que trabalhará em um ambiente de dimensões reduzidas, como, por exemplo, braços de robôs, deve-se tentar reduzir ao máximo o seu volume.

Por outro lado, em aviões ou foguetes, necessita-se de peso mínimo na estrutura.

Se o volume de cada material é conhecido, então o peso e o custo também o é, pois de uma maneira geral tem-se:

$$P_j = \gamma_j V_j$$

$$C_j = c_j V_j$$

onde

$j$  é o material (ímã, ferro, ou cobre);

$\gamma_j$  é o peso específico de cada material;

$c_j$  é o custo específico de cada um dos materiais.

O volume por sua vez é calculado através das variáveis de projeto.

É possível que a prioridade do fabricante seja diferente das três supracitadas. Se isto acontecer, e a prioridade puder ser relacionada com as variáveis de projeto, os algoritmos de otimização poderão ser ainda utilizados com sucesso desde que se façam as mudanças convenientes da formulação do problema. Como exemplo de otimização, pode-se citar o momento de inércia mínimo, corrente mínima, conjugado máximo ou mesmo elevação mínima de temperaturas.

Na realidade, excetuando-se o momento de inércia, todas as grandezas acima estão relacionadas nas restrições impostas ao projeto do MSIP.

## VI-5 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Nesta seção serão apresentados dois exemplos de projeto de MSIP, um com magnetização radial e outro com magnetização paralela. Os projetos originais foram feitos para empresas diferentes, e a tentativa deste trabalho é otimizar cada um deles.

A primeira parte do procedimento de otimização é a síntese do projeto inicial, que pode ser feita por um programa prévio. As equações utilizadas para a síntese foram apresentadas no capítulo IV.

O aumento de temperaturas, para utilização no programa de otimização, é estimado através dos procedimentos descritos no capítulo V.

### VI-5.1 MSIP com magnetização radial e ímãs de ferrita

Este motor deve possuir as seguintes características:

conjugado eletromagnético máximo  $\geq 1$  N-m

aumento máximo de temperaturas  $\leq 100^\circ\text{C}$

densidade de fluxo magnético nos dentes  $\leq 1,2$  T

densidade de fluxo no núcleo do estator  $\leq 1,0$   
 densidade de fluxo no núcleo do rotor  $\leq 1,0$   
 rendimento a velocidade média de 6000 RPM  $\geq 72\%$

As variáveis de projeto podem variar em torno de 40% dos valores iniciais.

Aplicando-se o programa de síntese obtém-se as seguintes dimensões e grandezas iniciais de projeto:

diâmetro interno de estator = 6,7 cm  
 comprimento do pacote de lâminas = 4,8 cm  
 razão entre ângulo de abertura do ímã e o passo polar = 0,833  
 espessura máxima do ímã = 0,535 cm  
 comprimento do entreferro = 0,3 mm  
 densidade de corrente nas ranhuras = 3,50 A/mm<sup>2</sup>  
 largura dos dentes de estator = 0,43 cm  
 altura dos dentes do estator = 1,59 cm  
 altura do núcleo do estator = 1,78 cm  
 altura do núcleo do rotor = 0,95 cm

Foram consideradas duas funções objetivo para este exemplo: a primeira é o custo do material, adotando-se que o preço do cobre é seis vezes o do ferro e que o preço do ímã é equivalente a três vezes o do ferro (ferrita); a segunda é o volume de material, que é importante para aplicações nas quais se exige compactação.

As dimensões e índices de projeto do projeto inicial e projeto otimizado em custo são mostrados nas Tabelas VI-1 e VI-2, enquanto que as dimensões e índices de projeto para o servomotor otimizado em volume se encontram nas Tabelas VI-3 e VI-4. Os valores assinalados são variáveis que se encontram em seus limites permitidos.

Para se verificar a evolução do volume da máquina quando se otimizou o custo e também o comportamento do custo quando se otimizou o volume, pode-se observar nas Tabelas VI-2 e VI-4 os valores iniciais e finais do custo e do volume em cada caso.

Tabela VI-1

## Otimização em custo

variáveis de projeto	projeto inicial	projeto final
Ds (cm)	6,700	7,41
L (cm)	4,800	4,80'
$\beta$	0,833	1,00'
li-max (cm)	0,535	0,34
le (cm)	0,03	0,03'
$\delta$ (A/mm <sup>2</sup> )	3,500	3,43'
wd (cm)	0,43	0,26'
hd (cm)	1,591	1,13
hcs (cm)	1,7855	1,07'
hcr (cm)	0,954	1,33'

Tabela VI-2

## Otimização em custo

Índices de projeto	iniciais	finais	limites
conj(N-m)	0,831	1,00	1,0
temp(°C)	76,89	77,44	100,0
bden (T)	0,450	0,977	1,2
bns (T)	0,324	0,706	1,0
bnr (T)	0,607	0,566	1,0
rend (%)	93,1	92,8	72,0
custo	13,82	11,86	-
volume	0,634	0,498	-



Tabela VI-3

## Otimização em volume

variáveis de projeto	projeto inicial	projeto final
$D_s$ (cm)	6,700	6,50
L (cm)	4,800	3,880
$\beta$	0,833	1,00'
$l_{i-max}$ (cm)	0,535	0,491
$l_e$ (cm)	0,03	0,03'
$\delta$ (A/mm <sup>2</sup> )	3,500	3,43'
$w_d$ (cm)	0,43	0,258'
$h_d$ (cm)	1,591	1,686
$h_{cs}$ (cm)	1,7855	1,071'
$h_{cr}$ (cm)	0,954	0,729

Tabela VI-4

## Otimização em volume

Índices de projeto	iniciais	finais	limites
conj(N-m)	0,831	1,000	1,0
temp(°C)	76,89	99,994	100,0
bden (T)	0,450	0,862	1,2
bns (T)	0,324	0,623	1,0
bnr (T)	0,607	0,915	1,0
rend (%)	93,1	92,6	72,0
volume(l)	0,6336	0,4232	-
custo	13,82	13,05	-

### Observações

Deve-se assinalar que as variáveis iniciais de projeto das Tabelas VI-1 e VI-3 não atendem às especificações de conjugado. Isto acontece porque existem diferenças entre a análise realizada pelo programa de otimização e a feita pela rotina de síntese. Entretanto, todos os projetos são comparados pelas mesmas equações, e além disso a análise feita pela rotina de otimização, mesmo sendo pessimista, forneceu valores que satisfizeram às exigências, conseguindo assim um ganho de 15% em custo ou 33% em volume.

A Figura VI-4 mostra o motor antes e depois da otimização em custo e volume.

Observa-se pelas tabelas e pela figura que a evolução do processo de otimização de custo fez com que o diâmetro interno aumentasse e o comprimento do pacote do estator atingisse o seu valor máximo. O diâmetro externo foi ligeiramente reduzido, diminuindo portanto o volume de ferro. O aumento do diâmetro interno como também o aumento do ângulo de abertura do ímã provocam maior conjugado no motor.

O cobre tem maior peso no custo total e portanto foi a prioridade do processo de otimização que minimizou o volume das ranhuras em aproximadamente 20%. O ímã por sua vez, sofreu um aumento de abertura compensando uma diminuição da altura; teve o seu volume aumentado ligeiramente para proporcionar um ganho substancial de volume de cobre.

O processo de otimização do volume resultou em um aumento importante na temperatura do enrolamento, sendo esta portanto a principal restrição ativa do problema. Se houvesse ainda uma diminuição do diâmetro, ocorreria aquecimento excessivo devido a falta de superfície de troca de calor.

O custo do motor otimizado em volume é menor que o custo do motor original, mas não é o mínimo, como pode ser notado no resultado da otimização de custo.

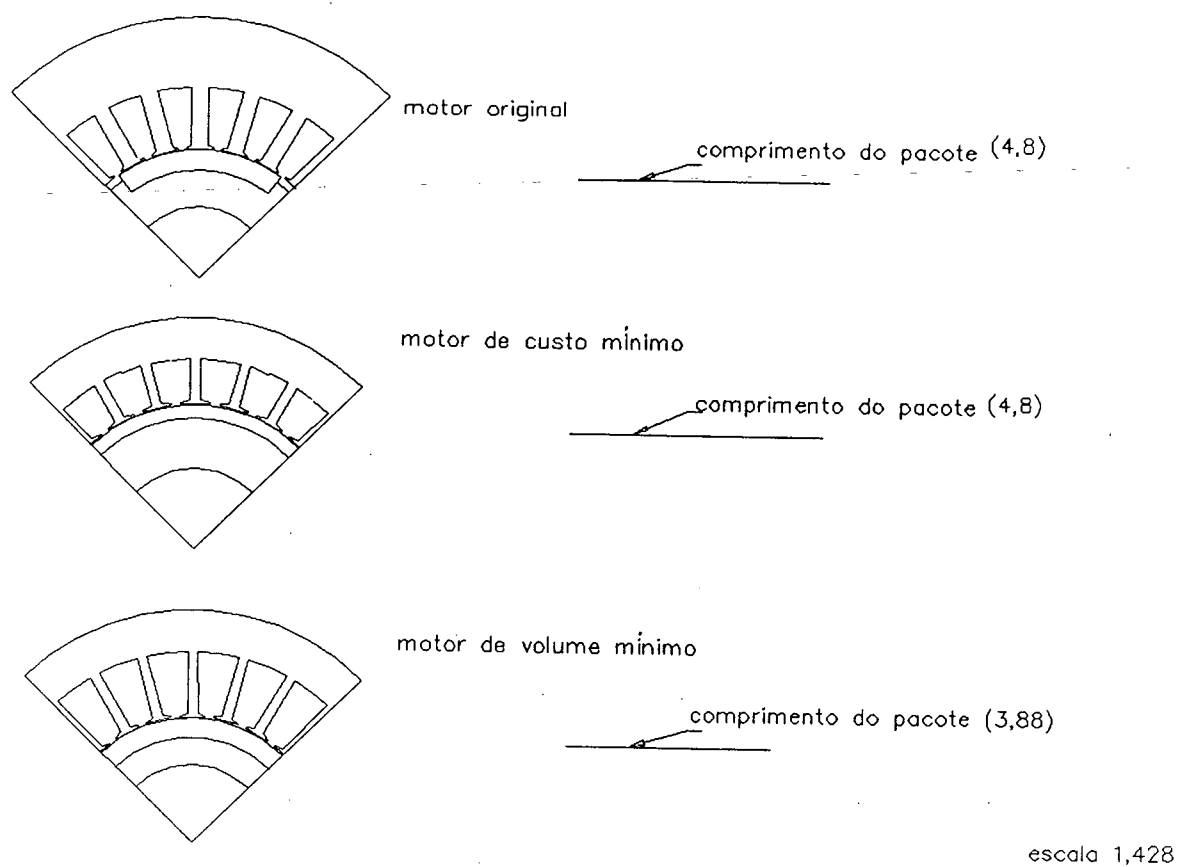


Figura VI-4: O servomotor otimizado em custo e em volume

#### VI-5.2 MSIP com magnetização paralela e ímãs de Sm-Co

Este motor deve possuir as seguintes características:

conjugado eletromagnético máximo  $\geq 6,038$  N-m

aumento máximo de temperaturas  $\leq 115^{\circ}\text{C}$

densidade de fluxo magnético nos dentes  $\leq 1,5$  T

densidade de fluxo no núcleo do estator  $\leq 1,0$

densidade de fluxo no núcleo do rotor  $\leq 1,0$

rendimento a velocidade média de 6000 RPM  $\geq$  92%

As variáveis de projeto podem variar em torno de 40% dos valores iniciais, entretanto, o entreferro não deverá ser inferior a 0,035 cm, a espessura do ímã não deverá ser superior a 0,35 cm, e o comprimento não deve ser superior a 12 cm. Nota-se que este problema tem muitas restrições, o que limita sua otimização. Estas restrições vem da necessidade de se comparar o projeto otimizado com um projeto já realizado, desenvolvido no GRUCAD (Tavares, 1989).

Aplicando-se o programa de síntese obtém-se as seguintes dimensões e grandezas iniciais de projeto:

diâmetro interno de estator = 5,2 cm

comprimento do pacote de lâminas = 12,0 cm

razão entre ângulo de abertura do ímã e o passo polar = 0,70

espessura máxima do ímã = 0,35 cm

comprimento do entreferro = 0,4 mm

densidade de corrente nas ranhuras = 10,33 A/mm<sup>2</sup>

largura dos dentes de estator = 0,375 cm

altura dos dentes do estator = 1,38 cm

altura do núcleo do estator = 0,585 cm

altura do núcleo do rotor = 0,936 cm

Foram consideradas também duas funções objetivo para este exemplo: a primeira é o custo do material, adotando-se que o preço do cobre é seis vezes o do ferro e que o preço do ímã é equivalente a cem vezes o do ferro (Sm-Co); a segunda é o volume de material.

As dimensões e índices de projeto dos projeto inicial e projeto otimizado em custo são mostrados nas Tabelas VI-5 e VI-6, enquanto que as dimensões e índices de projeto para o servomotor otimizado em volume se encontram nas Tabelas VI-7 e VI-8.

Tabela VI-5

## Otimização em custo

variáveis de projeto	projeto inicial	projeto final
$D_s$ (cm)	5,200	5,558
$L$ (cm)	12,000	7,2
$\beta$	0,700	0,834
$l_{i-max}$ (cm)	0,350	0,21
$l_e$ (cm)	0,040	0,035
$\delta$ (A/mm <sup>2</sup> )	10,330	9,01
$w_d$ (cm)	0,375	0,485
$h_d$ (cm)	1,380	1,94
$h_{cs}$ (cm)	0,585	0,591
$h_{cr}$ (cm)	0,936	0,961

Tabela VI-6

## Otimização em custo

Índices de projeto	iniciais	finais	limites
conj(N-m)	5,952	6,038	6,038
temp(°C)	115,450	115,0	115,0
bden (T)	0,838	0,812	1,5
bns (T)	0,805	1,000	1,0
bnr (T)	0,756	0,862	1,0
rend (%)	95,0	95,78	92,0
custo	5,201	2,79	-
volume	0,9092	0,74	-

Tabela VI-7

## Otimização em volume

variáveis de projeto	projeto inicial	projeto final
Ds(cm)	5,200	5,37
L (cm)	12,000	7,200
$\beta$	0,700	1,000
li-max(cm)	0,350	0,310
le(cm)	0,040	0,035
$\delta$ (A/mm <sup>2</sup> )	10,330	9,69
wd (cm)	0,375	0,33
hd (cm)	1,380	1,32
hcs (cm)	0,585	0,707
hcr (cm)	0,936	1,032

Tabela VI-8

## Otimização em volume

Índices de projeto	iniciais	finais	limites
conj (N-m)	5,952	6,038	6,038
temp (°C)	115,450	115,00	115,0
bden (T)	0,838	1,42	1,5
bns (T)	0,805	1,0	1,0
bnr (T)	0,756	0,73	1,0
rend (%)	95,0	96,0	92,0
volume (l)	0,9092	0,596	-
custo	5,201	3,79	-

### Observações

Podem ser feitas as seguintes observações quanto aos resultados encontrados:

- a) O projeto pode ser otimizado em custo resultando em uma economia de 45%
- b) A minimização de volume atinge o valor de 35%.
- c) Na minimização do volume, se tornaram ativas as restrições de temperatura máxima, conjugado e densidade de fluxo nos dentes. Estes três índices de projeto se impõem perante os outros, neste tipo de problema.

A Figura VI-5 mostra o motor antes e depois da otimização em custo e volume.

Pela figura e pelas tabelas pode-se observar que a otimização em custo do motor resultou em uma diminuição substancial do volume de ímãs devido ao seu alto custo perante o cobre e o ferro.

O comprimento do pacote de lâminas diminuiu até o limite permitido.

A abertura da ranhura se tornou grande em relação a largura do dente, porém conseguiu respeitar a restrição imposta pela equação VI-2.

Observa-se ainda que a minimização do volume torna o motor também mais barato em relação ao motor original, devido à redução do volume dos ímãs de Sm-Co. Além disso o motor é muito mais compacto, com diâmetro externo ligeiramente superior ao do motor original e comprimento fixado em seu limite mínimo.

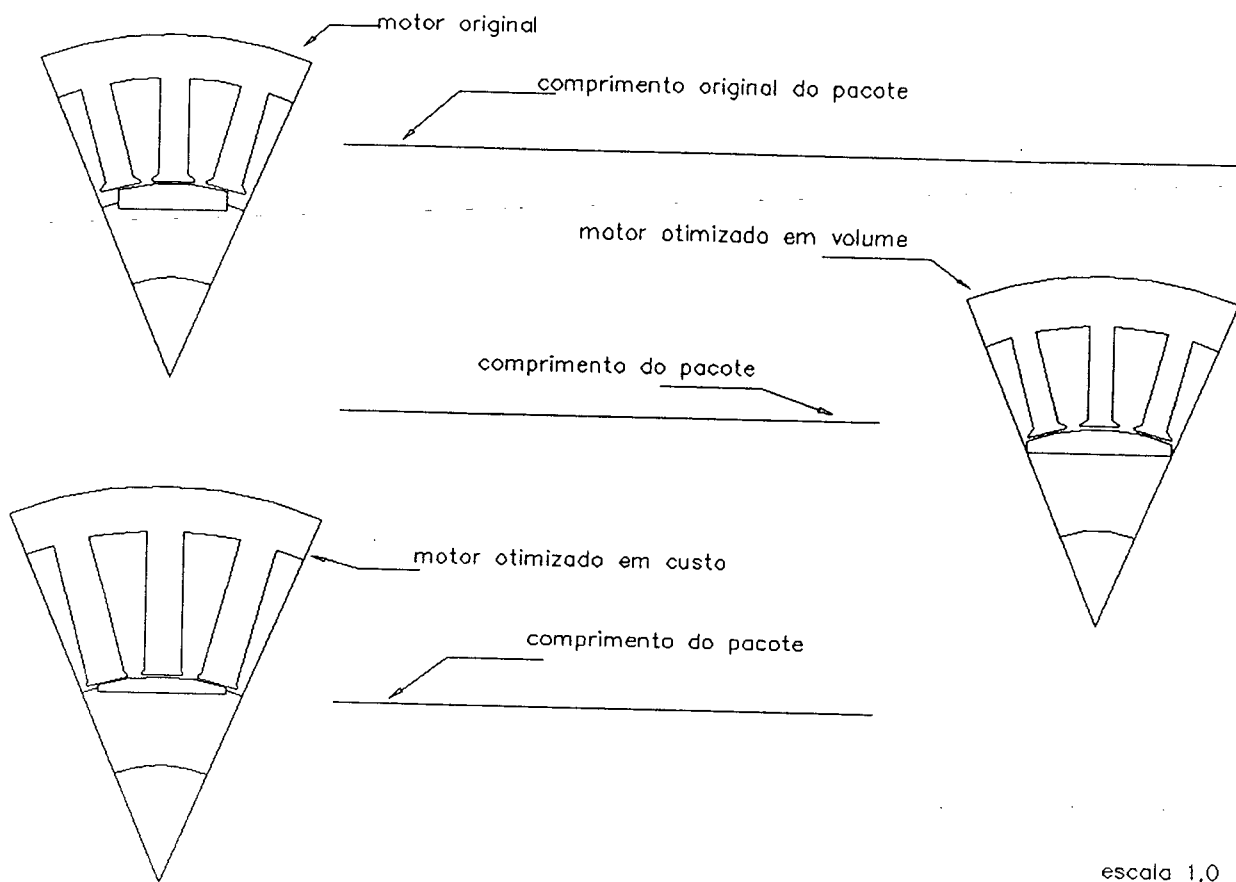


Figura VI-5: Servomotor otimizado em custo e em volume

## VI- CONCLUSÕES

Pelos resultados mostrados neste capítulo pode-se notar que é possível se obter aspectos diferentes de um servomotor a ímãs permanentes segundo funções objetivos diferentes. Se o custo é o mais importante na análise, o motor tende a uma forma diferente daquela que atenderia um volume otimizado.

É possível matematicamente se encontrar um servomotor que atenda as



especificações e seja o melhor em custo ou em volume.

O encaminhamento matemático é bastante simples, porém levando a bons resultados teóricos.

Poder-se-ia introduzir vários critérios restritivos aos projetos, através de inclusões de restrições na formulação do problema de otimização.

## CAPITULO VII

### CONCLUSÕES

A partir dos resultados e observações vistos neste trabalho pode-se concluir que a metodologia proposta para otimização de projetos de máquinas elétricas é robusta e aplicável com facilidade em computadores, podendo fazer parte de pacotes mais amplos de ajuda de projeto por computadores.

Esta metodologia foi utilizada com sucesso em motores síncronos a ímãs permanentes superficiais, mostrando resultados significantes quanto a custo e volume em duas máquinas concebidas no GRUCAD.

A aplicação da metodologia proposta ocorre em quatro etapas: a primeira é a definição das grandezas que entrarão como restrições do projeto e a função objetivo; a segunda é a definição das variáveis de projeto; a terceira é a formulação matemática para análise de grandezas da máquina e cálculo dos seus índices de projeto; a última é a utilização do processo numérico de otimização da função objetivo conjuntamente às restrições escolhidas para cálculo das variáveis de projeto.

O processo numérico adotado no bojo da metodologia utilizou conjuntamente uma adaptação do método dos gradientes com o método simplex de programação linear. O uso de modelos lineares se justificou pelo seu grande poder e facilidade de aplicação nas equações dos motores através de estimativas numéricas, pois não se necessita de funções explícitas, podendo-se lançar mão de tabelas, curvas ou ábacos diversos.

A metodologia, em uma fase inicial do trabalho, foi aplicada em um projeto de motor de indução trifásico, como mostrado no Apêndice C. Pôde-se nesta fase observar algumas características numéricas dos processos matemáticos, tirar-se muitas dúvidas e conclusões, além de se explorar a idéia de maximização do rendimento, mantendo-se as mesmas restrições de custo, fato raro na literatura.

No caso dos motores com ímãs permanentes, como existem várias estruturas possíveis de se analisar e pesquisar, escolheu-se duas máquinas utilizadas como servomotores, uma utilizando ímãs de ferrita superficiais com magnetização radial e outra com ímãs de Sm Co superficiais com magnetização paralela. Esta escolha se deveu à experiência adquirida neste tipo de equipamento pelos membros do GRUCAD, através de serviços em conjunto com empresas.

As equações de projeto destes dois tipos de máquinas para análise dos índices de projeto foram apresentadas no Capítulo IV. Verificou-se entretanto que o cálculo de temperaturas era feito de uma maneira simplificada.

O aumento de temperaturas em algumas partes principais das máquinas, é avaliado, na grande parte dos casos, indiretamente pelo carregamento específico de corrente. Embora este fator seja adequado em muitas aplicações, não permite uma exploração dimensional mais íntima nas diversas partes do motor. Baseado neste fato, foi pesquisado um modelo térmico em regime permanente que viesse ao encontro desta necessidade de projeto e fosse aplicável em MSIPs superficiais, quando se desejasse fazer variar comprimentos de núcleos, dentes, ímãs etc.

Apresentou-se então um modelo térmico análogo a um circuito elétrico e que pode ser resolvido pelas mesmas técnicas de circuitos. Ele calcula temperaturas em alguns pontos importantes, nomeadamente, no interior das ranhuras, nas cabeças de bobina, e na carcaça; foi desenvolvido a partir da construção física da máquina, levando em conta hipóteses simplificativas de isoterma de elementos e simetria física. O objetivo principal era encontrar um modelo simples que, ao mesmo tempo, pudesse ser resolvido rapidamente e obtivesse resultados próximos da realidade. Este modelo análogo aos circuitos elétricos resistivos teve cada uma das resistências representativas indicada no capítulo V.

Além do desenvolvimento teórico, este modelo foi validado através de práticas no Laboratório de Máquinas do INPT (Instituto Nacional Politécnico de Toulouse). Houve pequenos erros relativos entre os valores medidos e os calculados, viabilizando-se portanto sua inclusão em estudos de projetos otimizados.

Partiu-se então para a implementação do modelo térmico como parte integrante da metodologia para otimização de projetos de MSIP superficiais, o que evidenciou a flexibilidade da metodologia em absorver e incluir novos modelos para análise de projetos.

A aplicação da metodologia especificamente nos motores síncronos com ímãs permanentes superficiais, já com o modelo térmico incluído, forneceu os resultados mostrados no capítulo VI. Verificou-se que é possível se modificar o aspecto de um servomotor a ímãs permanentes, segundo um objetivo pré-estabelecido. Se o custo é o mais importante na análise, o motor tende a uma forma diferente daquela que atenderia um volume otimizado.

Pode-se afirmar que a inclusão de novas restrições de projeto assim como a exploração de diferentes funções objetivo são tarefas relativamente simples de serem executadas dentro da abordagem empregada no problema de otimização de projetos.

Finalmente, de todo o trabalho realizado pode-se concluir que a otimização é aplicável, em princípio, a qualquer projeto de equipamento, não demandando para tanto muitos recursos matemáticos, e resultando em grande proveito para todos os interessados em um produto final melhor e mais barato. Estima-se que a metodologia proposta e aplicada nos projetos otimizados de motores síncronos a ímãs permanentes superficiais se constitui em uma ferramenta suplementar disponível aos projetistas destes tipos de máquina e, além disso, ela pode se generalizar a outros equipamentos eletromagnéticos.

Como sugestões para trabalhos futuros neste mesmo campo, pode-se pensar em entradas de dados mais sofisticadas, em conexão com outros aplicativos tais como programas gráficos, utilizar-se técnicas mais poderosas e mais dedicadas de otimização, introduzir-se mais restrições no problema ou retirá-las.

Pode-se vislumbrar um processo iterativo em uma estação de trabalho, onde as restrições podem ser acrescentadas ou retiradas de acordo com a importância naquele estado de projeto. Pode-se pensar também em um aplicativo gráfico que mostre as dimensões dos equipamentos depois de um número definido de iterações, isto enquanto o processo estiver em andamento, com duas ou mais janelas mostrando as diferentes vistas do equipamento que se está otimizando.

Muitas aplicações podem surgir na área de programação, tais como análise

de sensibilidade em relação a variáveis, assim como inclusão de variáveis discretas no cálculo de otimização, pois é muito grande a expansão das capacidades das máquinas modernas. Como foi dito na introdução, a otimização por processos numéricos fica cada vez mais acessível a todos os fabricantes de equipamentos elétricos. Além disso, os tempos de cálculo vão se tornando menores e grandes esforços computacionais de certos programas se tornam secundários em relação a outras características como confiabilidade, estabilidade e segurança de resultados.

Como sugestão específica relativa ao cálculo de elevação de temperatura pode-se propor que futuramente a capacitância térmica seja incluída no modelo térmico para levar em conta os transitórios térmicos, que, combinados com o ciclo de carga do servomotor, poderá avaliar com maior precisão os valores de regime permanente das temperaturas em várias partes dos motores.

## APÊNDICE A

### O MÉTODO SIMPLEX

É um método computacional para encontrar o extremo de uma função objetivo linear de  $n$  variáveis sujeita a  $m$  restrições lineares, de igualdade e/ou desigualdade. Para que o algoritmo de solução funcione, é necessário se considerar o problema em sua forma padrão ou canônica, o que é feito através da introdução de variáveis de folga e variáveis artificiais no sistema formado por inequações. A solução final, se existir, terá um conjunto de variáveis denominado base; a base possui tantos elementos quanto o número de restrições do problema, cujos valores são diferentes ou iguais a zero, enquanto todas as outras variáveis terão seus valores iguais a zero.

O algoritmo Simplex necessita de uma forma padrão para inicialização que é a seguinte:

$$\text{maximizar} \quad \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad (\text{A-1})$$

sujeita a  $m$  restrições da forma:

$$\sum_{j=1}^n a_{kj} X_j \leq b_k \quad p/ \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (\text{A-2})$$

$$\text{sendo que} \quad X_j \geq 0 \quad (\text{A-3})$$

$$b_k \geq 0 \quad (\text{A-4})$$

Porém, não é sempre que isto acontece, pois pode-se encontrar os seguintes casos:

- a) O objetivo do problema não é maximizar e sim minimizar a função objetivo. Neste caso, basta que se maximize a mesma função objetivo com os coeficientes multiplicados por  $(-1)$ , pois o máximo de uma função é o mínimo de sua função simétrica em relação ao eixos das variáveis;

- b) alguma restrição tenha o sinal de desigualdade  $\geq$ . Para transformar o problema para a forma padrão, deve-se introduzir uma variável de folga com o sinal negativo na  $k$ -ésima restrição onde ocorreu o sinal  $\geq$ . Como todas as variáveis de trabalho são positivas, a subtração de um valor positivo de uma função maior que  $b_k$ , faz com que ela baixe seu valor tornando-o menor ou igual a  $b_k$ , que é a forma padrão.
- c) o valor de  $b_k$  é negativo. Este problema é resolvido invertendo-se todos os sinais da função,  $b_k$  e desigualdade. Se agora o sinal da desigualdade ficou sendo  $\geq$ , então procede-se da maneira descrita em b.
- d) existe um ou mais valores de variáveis do problema, que podem ser negativos. Isto não implica em uma inviabilização da solução, pois qualquer valor real pode ser representado como uma subtração de dois valores reais positivos, sendo um deles zero. Assim a solução indicada é introduzir para cada variável original do problema, uma outra variável, além de introduzir uma nova restrição. Por exemplo, considere-se a restrição de um problema a seguinte expressão:

$$X_1 + X_2 \leq 3 \quad (\text{A-5})$$

onde

$X_1$  é irrestrito em sinal

e

$X_2 \geq 0$

A variável  $X_1$  será substituída por uma subtração de duas novas variáveis positivas  $X_1'$  e  $X_1''$ , ou  $X_1 = X_1' - X_1''$ , e as restrições ficam como:

$$X_1' - X_1'' + X_2 \leq 3 \quad (\text{A-6})$$

$$X_1' \geq 0$$

$$X_1'' \geq 0$$

$$X_2 \geq 0$$

O incômodo do artifício é a introdução de uma nova variável, o que não é uma grande dificuldade para os computadores.

Assim todas os casos diferentes da forma padrão devem ser contornados,

deixando o problema preparado para a utilização do algoritmo.

O método Simplex encontra uma solução ótima após um número finito de iterações, que são na verdade, trocas de variáveis básicas. As variáveis básicas aparecem em apenas uma equação e podem ter seus valores diferentes de zero, enquanto todas as outras variáveis são obrigatoriamente nulas.

### Interpretação geométrica

O método Simplex, sempre procura uma solução em um vértice de um conjunto formado no espaço  $\mathbb{R}^n$  por hiperplanos que se interceptam. Estes hiperplanos são as restrições impostas ao problema. Quando existem até três variáveis no problema, é possível interpretá-lo geometricamente, pois o espaço de soluções viáveis será uma figura plana, no caso de duas dimensões, ou uma figura espacial, no caso de três dimensões. No caso de mais de três variáveis o conjunto formado é conhecido como politopo (Simplex). Esta "hiper-figura", se for um conjunto convexo, possui uma solução ótima em um de seus vértices.

Considere-se o seguinte problema em duas dimensões:

$$\text{maximizar} \quad 12X_1 + 15X_2 \quad (\text{A-7})$$

sujeito a:

$$4X_1 + 3X_2 \leq 12 \quad (\text{A-8})$$

$$2X_1 + 5X_2 \leq 10 \quad (\text{A-9})$$

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0 \quad (\text{A-10})$$

Este problema já está em sua forma padrão e as restrições são representadas por semi-planos como o da Figura A-1, formando o espaço das soluções. O espaço de soluções é o conjunto de todas as soluções que satisfazem as restrições impostas. Na Figura A-1 o espaço de soluções é o quadrilátero ABCD. Dentro deste quadrilátero estão representadas algumas curvas de nível do plano representativo de uma função objetiva. Como a direção de maior crescimento de uma função é dada pelo seu gradiente, a função objetiva tem a seu crescimento na direção do vetor (12,15), seu gradiente. O



crescimento da função objetivo pode ser feito até o vértice B sem ferir as restrições impostas. Este vértice, portanto, é a solução ótima do problema proposto.

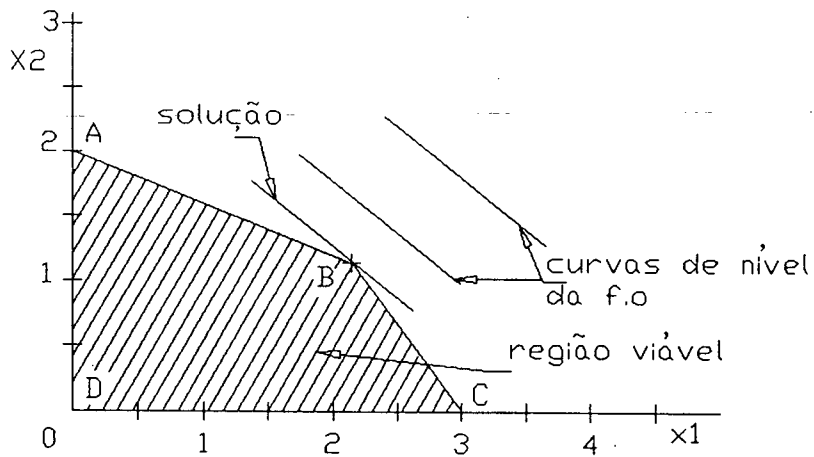


Figura A-1: Problema de otimização em duas variáveis

Outros casos interessantes podem surgir na prática. Considere-se, por exemplo, o problema:

$$\text{maximizar } 4X_1 + 10X_2 \quad (\text{A-11})$$

sujeito a:

$$4X_1 + 3X_2 \leq 12 \quad (\text{A-12})$$

$$2X_1 + 5X_2 \leq 10 \quad (\text{A-13})$$

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0 \quad (\text{A-14})$$

O espaço solução deste problema é o mesmo que o anterior porém a função objetiva é diferente e tem suas curvas de nível representadas na Figura A-2. Vê-se que a solução ótima não é única, podendo estar no lado inteiro (A,B) do quadrilátero. O número de soluções é infinito, porém o algoritmo encontrará solução em um dos dois vértices.

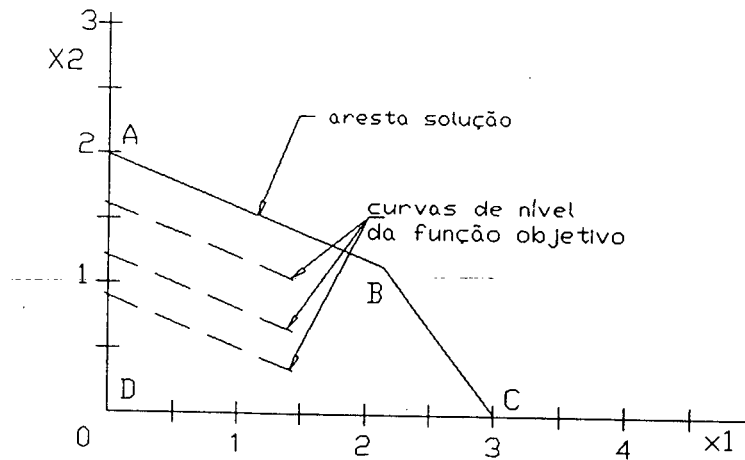


Figura A-2: Problema de otimização com infinitas soluções

Outro caso diferente é o problema ilimitado, que não encontra vértice algum na direção do gradiente da função objetivo. Considere-se o seguinte problema:

$$\text{maximizar} \quad -2X_1 + 6X_2 \quad (\text{A-15})$$

sujeito a

$$-X_1 - X_2 \leq -2 \quad (\text{A-16})$$

$$-X_1 + X_2 \leq 1 \quad (\text{A-17})$$

$$X_1 \geq 0 \quad \text{e} \quad X_2 \geq 0 \quad (\text{A-18})$$

Na Figura A-3 vê-se o conjunto solução e as curvas de nível da função objetivo. Claramente observa-se que a função objetivo pode crescer ilimitadamente, respeitando contudo as restrições impostas.

Neste caso o algoritmo de solução deve parar e avisar que o problema é ilimitado.

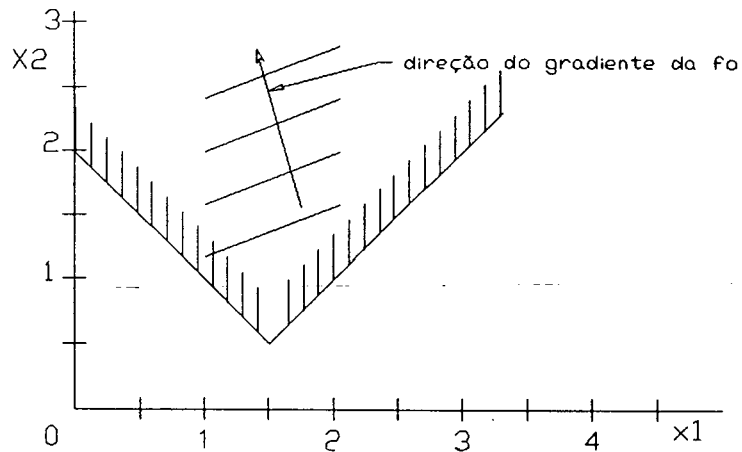


Figura A-3: Problema ilimitado

O último caso que pode aparecer é o problema inviável que possui restrições contraditórias como por exemplo:

$$\text{maximizar } X_1 + X_2 \quad (\text{A-19})$$

sujeito a

$$-X_1 + X_2 \leq -1 \quad (\text{A-20})$$

$$X_1 - X_2 \leq -1 \quad (\text{A-21})$$

$$X_1 \geq 0 \quad \text{e} \quad X_2 \geq 0 \quad (\text{A-22})$$

Na Figura A-4 pode-se ver que enquanto a restrição (A-21) é satisfeita para o conjunto acima da reta (A-21), a restrição (A-20) é satisfeita para o conjunto abaixo da reta (A-20), tendo a função objetivo, o gradiente paralelo a estas duas retas. O algoritmo de solução deve ser capaz de indicar que o problema é inviável.

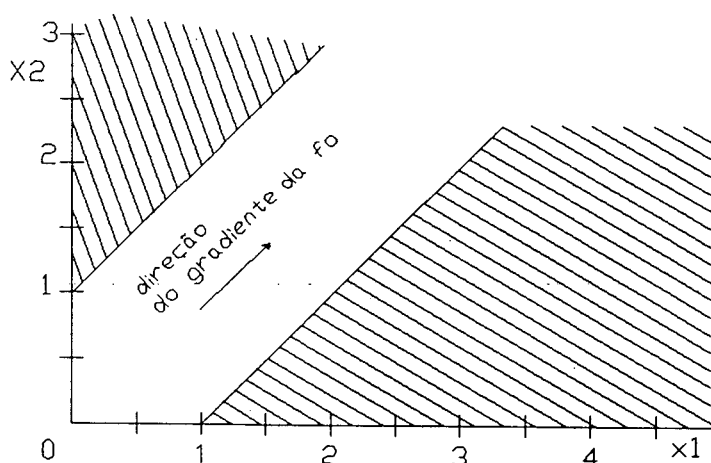


Figura A-4: Problema impossível

### O Algoritmo computacional

Descreveremos brevemente o algoritmo Simplex na tentativa de evidenciar a simplicidade do método.

A primeira providência a ser tomada é a colocação do problema em sua forma canônica. Esta forma possui todos os membros da direita positivos e necessita de variáveis básicas com seus coeficientes unitários também positivos. As variáveis básicas podem ser escolhidas arbitrariamente entre todas as variáveis do problema, desde que estas apareçam em somente uma equação. Como já foi dito a solução final é um conjunto de variáveis básicas com seus valores podendo ser zero ou diferentes de zero, enquanto todas as outras variáveis possuem valor zero. O número de variáveis básicas é o mesmo número de restrições do problema.

O algoritmo sempre procura aumentar o valor da função objetivo através de trocas de variáveis que não são básicas por outras que o são. A escolha das variáveis de base pode ser feita por inspeção das equações do sistema, ou de uma maneira sistemática, que é a mais conveniente, pois torna a inicialização mais fácil. A inicialização supõe uma solução arbitrária e a partir dela, o algoritmo evoluciona até a maximização. Assim é necessário uma inicialização do problema que seja fácil e sistemática; a solução mais simples é o vetor

nulo, isto é, com todas as variáveis iniciais não básicas valendo zero, porém quando existirem restrições que impedem que a função objetivo seja nula, o procedimento não será aplicável. Isto leva a uma outra dificuldade relativa a sistematização do processo.

Todas as dificuldades são contornadas, utilizando-se uma função fantasma que possui as mesmas restrições que a função objetivo, porém pode passar por zero. Esta função é definida como a soma de todas as variáveis artificiais introduzidas no problema, e o objetivo final é a sua maximização sem que apareça alguma variável artificial na base. Se isto acontece, é porque existe uma base viável diferente de zero na função objetivo real. A partir desta base sem variáveis artificiais, o problema começa a ser resolvido para a função objetivo real, desprezando-se completamente a função fantasma.

Para se elucidar tudo o que foi dito nos parágrafos anteriores considere-se um exemplo completo. Seja o problema:

$$\text{maximizar } X_1 + 3X_2 \quad (\text{A-23})$$

sujeito a:

$$X_2 \geq 1 \quad (\text{A-24})$$

$$X_1 + X_2 \leq 2 \quad (\text{A-25})$$

$$X_1 \geq 0 \quad (\text{A-26})$$

Este problema pode ser resolvido graficamente como mostrado na Figura A-5.

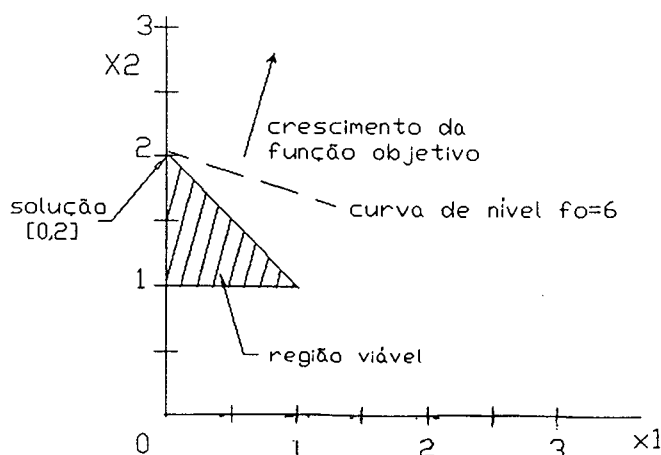


Figura A-5: Espaço solução do problema proposto

Porém, para apresentação do algoritmo deve-se resolvê-lo numericamente. Isto é feito utilizando a forma tabular. A função objetivo será a primeira equação, enquanto as restrições serão as equações seguintes:

$$fo = X_1 + 3X_2 \quad (A-23)$$

$$X_2 \geq 1 \quad (A-24)$$

$$X_1 + X_2 \leq 2 \quad (A-25)$$

$$X_1 \geq 0 \quad (A-26)$$

Deve-se acrescentar variáveis da folga positivas para que as inequações se transformem em equações. Isto é feito, introduzindo-se uma variável arbitrária em cada equação de desigualdade. Assim tem-se:

$$fo - X_1 - 3X_2 = 0 \quad (A-27)$$

$$X_2 - X_3 = 1 \quad (A-28)$$

$$X_1 + X_2 + X_4 = 2 \quad (A-29)$$

Em forma matricial o sistema acima se representa como:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} fo \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (A-30)$$

Como foi dito, existirá uma base que é formada por tantas variáveis quanto forem as equações lineares, excluindo-se a função objetivo. Todas as variáveis poderão sair ou entrar, uma por vez na base. Nos problemas de programação linear, a escolha sistemática da primeira base é difícil, pois, como no problema apresentado, se existir uma desigualdade que seja maior ou igual ( $\geq$ ) entre as equações restritivas, a variável de folga deverá entrar com o sinal negativo, pois ela é sempre positiva. Como uma variável de base

não pode ter o sinal negativo, necessita-se utilizar algum artifício para contornar este impasse. Isto é feito com a introdução das variáveis artificiais, uma em cada equação de restrição e sua soma na função objetivo, que servem para inicializar o problema de uma maneira simples, e que devem ser retiradas todas da base, isto é, devem ser anuladas pois não existem de fato no problema. Quando se chega a uma função objetivo com todas as variáveis artificiais nulas, começa-se realmente o problema original com uma base viável que envolve somente as variáveis originais do problema e as variáveis de folga. A função objetivo agora não deve ser mais função das variáveis artificiais, e sim a função objetivo original do problema. Para sistematizar o algoritmo propõe-se que em todos os casos, mesmo quando não necessário, sejam acrescentadas as variáveis artificiais nas equações.

O problema original se torna:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} fof \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (\text{A-31})$$

onde

$f_{of}$  é a função objetivo fantasma;

$X_5$  e  $X_6$  são as variáveis artificiais.

Pivoteando-se a matriz para excluir as coeficientes de  $X_5$  e  $X_6$  da  $f_{of}$ , tem-se:

$$\begin{array}{c} X_5 \\ X_6 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{of} \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (A-32)$$

A base do sistema é formado pelas variáveis  $X_5$  e  $X_6$  cujos valores são 1 e 2 respectivamente, fazendo-se todas as outras variáveis nulas.

O algoritmo Simplex, segue basicamente dois passos:

- 1) Escolher a variável que entrará na base. Isto é feito pesquisando-se qual o maior componente do gradiente da função objetivo, isto é, a variável que possui o coeficiente mais negativo na primeira linha da matriz de coeficientes da equação (A-32). Se não existir coeficientes negativos, o ótimo já está encontrado. Se houver empate a saída é arbitrária.
- 2) Escolher a variável que sairá da base. Isto é feito pesquisando-se em todas as equações de restrição qual a menor razão entre o valor do lado direito e o coeficiente da variável candidata a entrar na base. Este procedimento faz com que todas as restrições sejam respeitadas. Se a razão for negativa, deve ser desprezada e passa-se adiante na pesquisa.

Aplicando-se o algoritmo ao problema original temos em (A-32) que o valor mais negativo da primeira linha, pertence às variáveis  $X_2$  e  $X_3$  (-1). Então  $X_2$  ou  $X_3$  entrará na base. Escolhe-se  $X_2$ . Verificando-se em todas as restrições qual a menor razão entre os termos do lado direito e os coeficientes de  $X_2$ , tem-se que, na segunda linha de (A-32) a razão vale 1/1, enquanto na terceira linha de (A-32) a razão vale 2/1. A segunda equação tem o único termo de  $X_5$  e tem a menor razão. Então a variável  $X_2$  entrará na base enquanto  $X_5$  sairá da mesma. O que resta a fazer é pivotar a matriz fazendo com que  $X_2$  tenha coeficiente somente na segunda linha. Com isto feito a equação (A-32) se



transforma na equação (A-33):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{fof} \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A-33})$$

Aqui, deve-se verificar se todas as variáveis artificiais já saíram da base. Se isto não ocorre, continua-se o processo, voltando-se ao passo 1 do algoritmo Simplex. Como a base é constituída atualmente por  $X_2$  e  $X_6$ , deve-se continuar pois  $X_6$  é artificial. O passo 1 indica que a variável  $X_3$  deve entrar na base enquanto o passo 2 indica que  $X_6$  deve sair. A equação (A-33) torna-se após o pivoteamento a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{fof} \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A-34})$$

Verificando-se que não há mais variáveis artificiais na base, conclui-se que existe uma base possível ao problema, que servirá para uma nova inicialização. Agora desprezando-se a equação para fof, coloca-se em seu lugar a função objetiva original do problema, fo. Assim o sistema não possui mais variáveis artificiais, e é dado por:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} fo \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (A-35)$$

Pivoteando-se, para anular os coeficientes relativos às variáveis de base, obtém-se a equação:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} fo \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (A-36)$$

Vê-se que o processo atingiu o ótimo, pois não é possível aumentar a função objetivo, que tem o valor 6. As variáveis  $X_2 = 2$  e  $X_3 = 1$  representam o ponto ótimo. Assim a solução é feita em função das variáveis iniciais do problema, isto é,  $X_1$  e  $X_2$ . O resultado concorda com o valor encontrado geometricamente. Assim, o algoritmo Simplex é de fácil programação e, a não ser em casos extremos, atinge uma solução ótima, após um número finito de trocas de base.

A exploração do método Simplex, envolve a análise de sensibilidade da função objetivo em relação às variáveis, utilizando inclusive o conceito do problema dual. Estas explorações não são feitas aqui, mas podem ser encontradas na literatura (Wagner, (1986)).

## APÊNDICE B

### CALCULO DE CAMPOS NO INTERIOR DOS MSIPs PELA SOLUÇÃO DA EQUACÃO DE LAPLACE

O modelo apresentado calcula os campos radial e tangencial nas regiões onde a permeabilidade é baixa (ímãs e entreferro), assumindo que a permeabilidade dos ferros do rotor e estator é infinita.

O efeito das aberturas de ranhuras é levado em conta por funções dos fatores de Carter, fazendo com que o entreferro geométrico seja aumentado de  $\delta$  para  $\delta'$ .

O efeito da saturação dos segmentos de ferro do circuito magnético é levado em conta no modelo aumentando-se o entreferro de  $\delta'$  para  $\delta'' = k_s \delta'$ , onde  $k_s$  é o fator de saturação definido como:

$$k_s = 1 + \frac{M_{Tfe}}{M_{Te}} \quad (B-1)$$

$M_{Tfe}$  é a força magnetomotriz necessária para impor o fluxo no ferro do circuito magnético;

$M_{Te}$  é a força magnetomotriz necessária para impor o fluxo no entreferro.

Estes valores de magnetização não são conhecidos à priori e são calculados iterativamente conforme será visto adiante.

Devido à periodicidade do sistema, o modelo cobre um passo polar da máquina. O ímã é substituído por uma região isotrópica possuindo a permeabilidade de recuo do ímã. A sua força magnetomotriz é substituída por lâminas infinitesimais de corrente superpostas.

A força magnetomotriz relativa à armadura é também representada por uma lâmina única de corrente, situada na fronteira entre o estator e entreferro.

A análise considera somente a primeira harmônica da densidade de fluxo; assim é necessário considerar somente as primeiras harmônicas de densidades de corrente do estator e representativas do ímã.

A lâmina de corrente senoidal da armadura é aquela necessária para provocar a primeira harmônica da  $\mathcal{F}_{mm}$  gerada pelas correntes reais no estator. A Figura B-1 mostra, no instante em que  $\mathcal{F}_a$  é nula, a armadura, a força magnetomotriz e a sua primeira harmônica, além da lâmina de corrente.

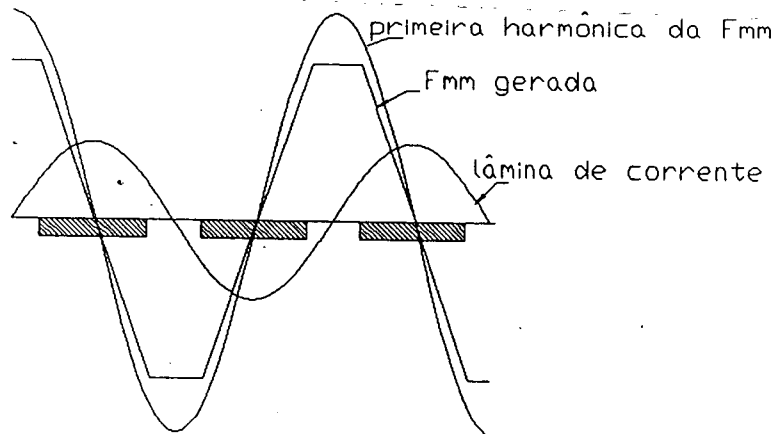


Figura B-1 Força magnetomotriz e lâminas de corrente

O valor de pico da fundamental da  $\mathcal{F}_{mm}$  é provocada pela contribuição de toda a lâmina de corrente. A corrente total que contribui para a  $\mathcal{F}_{mm}$  é a integral da densidade de corrente ao longo do estator entre  $\pi/2p$  e  $\pi/p$ ; assim:

$$\mathcal{F}_{max} = \int_{\pi/2p}^{\pi/p} J_{s1} \sin(p \theta_s) R d\theta_s = \frac{R}{p} J_{s1} \quad (B-2)$$

O passo polar é dado por:

$$\tau = \frac{\pi R}{p} \Rightarrow R = \frac{p \tau}{\pi} \quad (B-3)$$

Substituindo (B-3) em (B-2) tem-se:

$$\mathcal{F}_{max} = \frac{\tau J_{s1}}{\pi} \quad (B-4)$$

A força magnetomotriz máxima é o valor de pico da fundamental mostrada na Figura B-1, que, para a alimentação adotada no MSIP, é calculada por:

$$\mathcal{F}_{max} = \frac{6 \sqrt{3}}{\pi^2} \frac{N_w}{p} k_w I_{max} \quad (B-5)$$

Igualando-se (B-4) e (B-5) obtém-se:

$$J_{s1} = \frac{6 \sqrt{3}}{\pi p \tau} N_w I_{\max} k_w \quad (B-6)$$

A condutividade em todas as regiões é considerada nula.

Considera-se a periferia de todos elementos do MSIP retificadas, logo a utilização de coordenadas cartesianas é conveniente. Entretanto a retificação ignora dois efeitos reais:

- 1 - o passo polar modifica-se em função da altura considerada do ímã ou entreferro, causando variação do comprimento da onda de densidade de fluxo. Esta característica produz dispersão e atenuação da onda de fluxo quando ela se propaga do estator para o rotor ou vice-versa. O modelo retificado comete o maior erro na lâmina que fica mais distante do estator (superfície inferior do ímã), entretanto, na realidade, esta lâmina produz a menor contribuição de fluxo, e portanto o erro final é pequeno e desprezado.
- 2 - O ímã possui largura variável o que afeta a força magnetomotriz imposta por ele ao longo de sua altura. Como o modelo retificado considera uma força magnetomotriz uniformemente distribuída ao longo da altura do ímã, é necessário que se utilize uma largura equivalente de ímã para simular esta força.

Para solução dos campos magnéticos, utiliza-se o princípio da superposição de soluções genéricas.

A Figura B-2 mostra em (a) o sistema retificado para cálculo de campos devidos ao ímã, em (b) o sistema retificado para cálculo dos campos devido aos enrolamentos de armadura, e em (c) o sistema genérico, que serve tanto para o cálculo de campos devidos aos ímãs quanto aos devidos à armadura. A Tabela B-1 mostra a relação entre o sistema genérico e os dois sistemas separados. A vantagem de se trabalhar com o sistema genérico é que basta se resolver uma vez as condições de contorno da solução da equação de Laplace e depois substituir os valores genéricos da primeira coluna da Tabela IV-1 pelos

valores convenientes, dependendo da região que se considera.

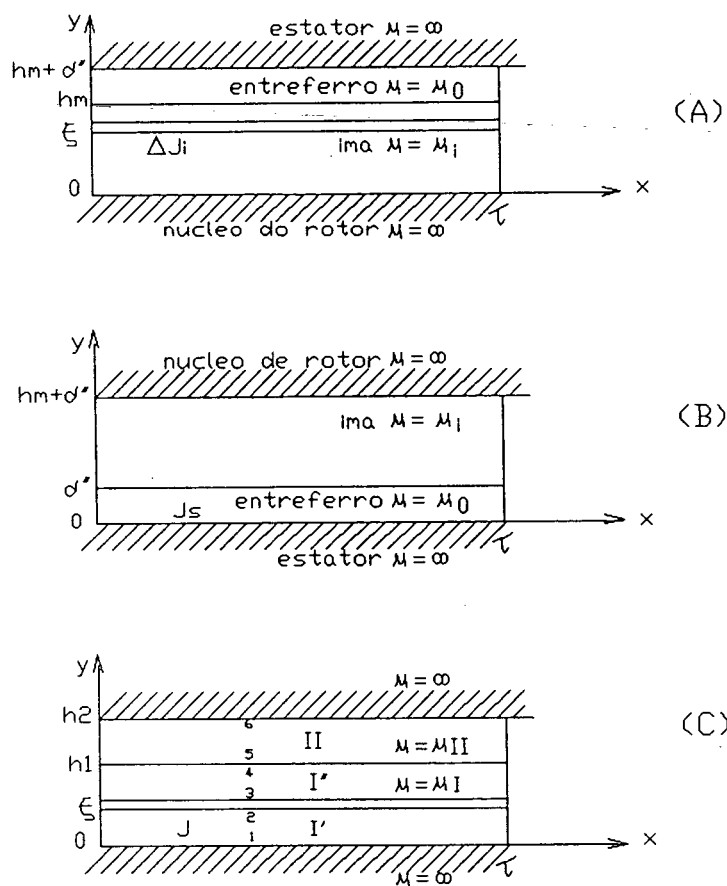


Figura B-2: Esquema generalizado de um pólo retificado

Tabela B-1

Valores de densidade de corrente, alturas e permeabilidades nos diversos meios

Sistema genérico	Modelo para ímãs	Modelo para armadura
J	$J_1$	$J_{s1}$
$h_1$	$h_1$	$\delta''$
$h_2$	$h_1 + \delta''$	$h_1 + \delta''$
$\mu_I$	$\mu_1$	$\mu_0$
$\mu_{II}$	$\mu_0$	$\mu_1$

### Representação dos ímãs por lâminas de corrente

Sabendo-se que existe uma força magnetomotriz no interior do ímã e que não existem correntes, supõe-se a existência de uma corrente em suas extremidades laterais que provocam o mesmo efeito da força. Aplicando-se a lei de Ampère ao ímã com esta corrente hipotética tem-se:

$$\int H_1 \cdot dl = I_1 \quad (B-7)$$

onde

$H_1$  é o campo existente no interior do ímã;

$I_1$  é a corrente hipotética circulante nas extremidades do ímã.

Se a curva de desmagnetização do ímã é uma reta então a solução de (B-7) é:

$$J_1 = \frac{I_1}{l_1} = \frac{B_r}{\mu_0} \quad (B-8)$$

Esta corrente existe somente na superfície lateral do ímã. Ela provoca uma descontinuidade de campo magnético tangencial, o que é uma representação razoável do ímã.

Em uma altura arbitrária  $\xi$ , considerando-se uma lâmina horizontal de espessura  $\Delta\xi$ , a corrente lateral será  $\Delta J_1$  dada por:

$$\Delta J_1 = \frac{B_r}{\mu_1} \Delta\xi \quad (B-9)$$

Esta corrente provoca o campo magnético mostrado na Figura B-3.

A densidade de corrente senoidal, na lâmina considerada, que provocaria a primeira harmônica deste campo magnético é:

$$\Delta J_1 = \frac{4}{\pi} \left\{ -\frac{B_r}{\mu_1} \Delta \xi \operatorname{sen}\left(\alpha_e \frac{\pi}{2}\right) \right\} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \quad (\text{B-10})$$

onde

$$\alpha_e = w_m / \tau \quad (\text{B-11})$$

$w_m$  é a largura média do ímã.

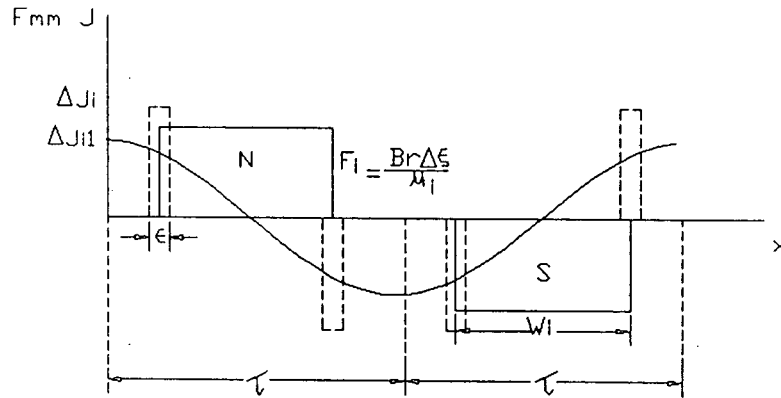


Figura B-3: Campo magnético devido à corrente hipotética do ímã

#### Cálculo da largura média do ímã

Devido à geometria dos ímãs a superfície superior é maior que a inferior. Para encontrar uma largura média pode-se utilizar alguns artifícios. A Figura B-4 mostra uma parte da máquina que deverá ter o ímã retificado com largura transformada para:

$$w_m = \frac{(w_1 + w_2)}{2} \quad (\text{B-12})$$



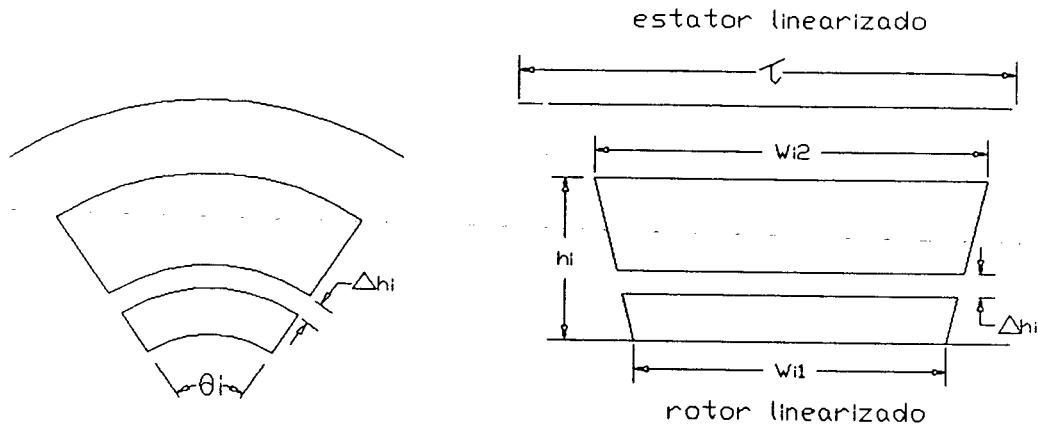


Figura B-4: Parte de uma máquina que terá o ímã retificado

Esta aproximação é coerente pois o ímã equivalente retificado tem o mesmo volume e mesma altura que o ímã real.

Um segundo processo é mais elaborado matematicamente. A força magnetomotriz fundamental do ímã não é uma função linear da sua largura e sim uma proporção do seno de  $w_m \cdot \pi / 2\tau$ , como visto em (B-10). Pode ser feita uma soma de todas as contribuições individuais desta força magnetomotriz.

O valor de pico da fundamental de uma força magnetomotriz infinitesimal na altura  $\xi$  do ímã, segundo (B-9) é:

$$\Delta M\xi = \frac{4}{\pi} \frac{Br}{\mu_1} \Delta\xi \operatorname{sen}\left(\frac{w\xi}{\tau} \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{B-13})$$

onde

$\Delta M\xi$  é a força magnetomotriz infinitesimal na altura  $\xi$ .

Se o ímã é dividido em  $n$  camadas a força magnetomotriz na  $i$ -ésima camada é dada por:

$$\Delta M_i = \frac{M}{n} \operatorname{sen}(\theta_1 + i\Delta\theta) \quad (\text{B-14})$$

onde

$$M = \frac{4}{\pi} \frac{Br}{\mu_1} l_1 \quad (\text{B-15})$$

$$\theta_1 = \frac{w_1 \pi}{2 \tau} \quad (\text{B-16})$$

$$\Delta\theta = \frac{w_2 - w_1}{\tau n} \frac{\pi}{2} \quad (\text{B-17})$$

A força magnetomotriz total é então:

$$M_{iT} = \sum_{i=1}^n \Delta M_i = \sum_{i=1}^n \frac{M}{n} \text{sen}(\theta_1 + i\Delta\theta) \quad (\text{B-18})$$

Quando  $n \rightarrow \infty$  e  $\Delta\theta \rightarrow 0$ ,

$$\text{sen}(\theta_1 + i\Delta\theta) \rightarrow \text{sen}(\theta), \quad \frac{1}{n} \rightarrow \frac{d\theta}{\theta_2 - \theta_1}$$

e assim:

$$M_{iT} = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} M \text{sen}(\theta) d\theta \quad (\text{B-19})$$

Ao se fazer a integração, obtém-se:

$$M_{iT} = M \frac{\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)}{\theta_2 - \theta_1} \quad (\text{B-20})$$

Por outro lado a força magnetomotriz de um ímã com a largura  $w_m$  constante é:

$$M_{iT'} = M \text{sen}\left(\frac{w_m}{\tau} \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{B-21})$$

Igualando-se (B-20) e (B-21) tem-se:

$$w_m = \frac{2 \tau}{\pi} \arcsen\left[\frac{\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)}{\theta_2 - \theta_1}\right] \quad (\text{B-22})$$

Uma terceira alternativa é aplicar a lei de Ampère à máquina real sem correntes. Deve-se lembrar que quando os MSIP senoidais possuem muitos pólos, o formato dos ímãs se assemelham ao dos MSIP trapezoidais. Considerando então que a altura do ímã é constante tanto nas máquinas trapezoidais como nas senoidais esta alternativa pode ser aplicada.

Sabe-se que:

$$\int H_i \cdot dr + \int H_e \cdot dr = 0 \quad (\text{B-23})$$

onde

$H_e$  é o campo no entreferro, e que:

$$\phi = B_g L R \theta_{\text{íma}} = B L r \theta_{\text{íma}} \quad (\text{B-24})$$

onde

$\theta_{\text{íma}}$  é o ângulo de abertura do ímã;

$r$  é um raio arbitrário do setor cilíndrico considerado;

$\phi$  é o fluxo atravessando as paredes de um setor cilíndrico de raio  $r$  e ângulo de abertura  $\theta_{\text{íma}}$ ;

$B_g$  é a densidade de fluxo na superfície interna do estator.

Da equação (B-24) tem-se:

$$B = B_g \frac{R}{r} \quad (\text{B-25})$$

ou seja, a densidade de fluxo varia inversamente com o raio considerado. Sabendo-se que a curva de magnetização do ímã é dada por:

$$H_i = \frac{(B_i - B_r)}{\mu_i} = \frac{B_g R}{r \mu_i} - \frac{B_r}{\mu_i} \quad (\text{B-26})$$

A integral (B-23) fica como:

$$\frac{1}{\mu_i} \int_{R_n}^{R-l_e} \left( \frac{B_g R}{r} - B_r \right) dr + \int_{R-l_e}^R \frac{B_g R}{r} dr = 0 \quad (\text{B-27})$$

onde

$l_e$  é o comprimento do entreferro;

$R_n$  é o raio interno do ímã.

Com esta integral encontra-se o valor de  $B_g$  em função da geometria da máquina, dada por:

$$B_g = \frac{B_r (R - l_e - R_n)}{R \left[ \log \frac{(R-l_e)}{R_n} + \frac{\mu_i}{\mu_0} \log \frac{R}{R-l_e} \right]} \quad (\text{B-28})$$

Se a permeabilidade do ímã é considerada aproximadamente igual à do ar a

expressão acima simplifica-se em:

$$B_g = \frac{B_r l_i}{R \log (R/R_n)} \quad (\text{B-29})$$

O fluxo na superfície interna do estator acima do ímã é:

$$\phi_s = \int_S B_g \cdot dS = \frac{B_r l_i}{\log (R/R_n)} \theta_{\text{ímã}} L \quad (\text{B-30})$$

Um outro ímã de largura constante e mesmas alturas e remanências, que provocasse o mesmo fluxo no estator, teria o fluxo em seu interior dado por:

$$\phi_i = \frac{B_r l_i}{l_i + l_e} w_m L \quad (\text{B-31})$$

Como  $\phi_i = \phi_s$ , igualando-se (B-31) a (B-30) obtém-se:

$$w_m = \frac{l_i + l_e}{\log (R/R_n)} \theta_{\text{ímã}} \quad (\text{B-32})$$

Por exemplo, considere-se um motor com raio interno de ímã, espessura de ímã, entreferro e abertura dados como:  $R_n = 5\text{cm}$ ,  $l_i = 1\text{cm}$ ,  $l_e = 0,05\text{cm}$ , e  $\theta_{\text{ímã}} = 170^\circ$ . Estes valores fazem com que  $w_1 = 5 \cdot \pi \cdot 170/180 = 14,83\text{cm}$ ,  $w_2 = (5+1) \cdot \pi \cdot 170/180 = 17,8\text{cm}$ ,  $\theta_1 = w_1 \cdot \pi/2\tau \text{ rd} = 1,48\text{rd}$ ,  $\theta_2 = w_2 \cdot \pi/2\tau = 1,78\text{rd}$ .

Pela equação (B-12) obtém-se:

$$w_m = \frac{17,80 + 14,83}{2} = 16,32 \text{ cm};$$

Pela equação (B-22) obtém-se:

$$w_m = \frac{2 \cdot 15,7}{\pi} \cdot \text{arcsen}\left[\frac{\cos(1,48) - \cos(1,78)}{1,78 - 1,48}\right] = 14,65 \text{ cm};$$

Pela equação (B-32) obtém-se:

$$w_m = \frac{(1 + 0,05)}{\log (6,05/5)} \frac{170}{180} \pi = 16,34 \text{ cm};$$

O método matemático

Em um meio onde não existem correntes nem altas frequências, a primeira equação de Maxwell se torna:

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (\text{B-33})$$

Definindo-se  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ , onde  $\mathbf{A}$  é o potencial vetor, a equação (B-33) se verifica para um meio isotrópico desde que  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ . A primeira equação de Maxwell se transforma em:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\mu} \Delta \mathbf{A} - \nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (\text{B-34})$$

Em coordenadas cartesianas e em duas dimensões tem-se:

$$\Delta \mathbf{A} = \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{B-35})$$

A solução desta equação para lâminas de corrente senoidais é senoidal em todos os meios considerados dada por:

$$A_1 = [C_1 \sinh(ay) + D_1 \cosh(ay)] \cos(ax) \quad (\text{B-36})$$

onde

$i$  é o meio considerado no problema podendo ser I, I', ou II (ver Figura B-2)

$$a = \frac{\pi}{\tau}$$

Os componentes de densidade de fluxo são calculados pela aplicação do rotacional na equação (B-36) obtendo-se:

$$B_{x1} = \frac{\partial A_1}{\partial y} \quad (\text{B-37})$$

$$B_{y1} = - \frac{\partial A_1}{\partial x} \quad (\text{B-38})$$

ou seja:

$$B_{x1} = a [C_1 \cosh(ay) + D_1 \sinh(ay)] \cos(ax) \quad (\text{B-39})$$

$$B_{yI} = a [C_I \sinh(ay) + D_I \cosh(ay)] \sin(ax) \quad (B-40)$$

As constantes de integração  $C_I'$ ,  $C_I''$ ,  $C_{II}$ ,  $D_I'$ ,  $D_I''$  e  $D_{II}$  são calculados pelas condições de contorno do problema. Deve existir continuidade nos componentes normais de  $B$  e componentes tangenciais de  $H$ . As condições do problema são:

1 - Em  $y = 0$  só existe componente normal de campo ou seja  $B_x(x,0)=0$ ; aplicando-se esta condição em (B-39), conclui-se que  $C_I' = 0$ ;

$$2 - \text{Em } y=\xi, B_{yI}' = B_{yI}'' \text{ e } \frac{B_{xI}'}{\mu_I} - \frac{B_{xI}''}{\mu_I} = \frac{J \cos(ax)}{a \cos(ax)}$$

Aplicando-se estas condições em (B-39) e (B-40) tem-se:

$$(-C_I''). \sinh(a\xi) + (D_I' - D_I''). \cosh(a\xi) = 0 \quad (B-41)$$

$$(-C_I''). \cosh(a\xi) + (D_I' - D_I''). \sinh(a\xi) = \frac{J \mu_I}{a} \quad (B-42)$$

3 - Em  $y=h_1$ ,  $B_{yI}'' = B_{yII}$  e  $\frac{B_{xI}''}{\mu_I} = \frac{B_{xII}}{\mu_{II}}$ ; de (B-39) e (B-40) tem-se:

$$(C_I'' - C_{II}) \sinh(ah_1) + (D_I'' - D_{II}) \cosh(ah_1) = 0 \quad (B-43)$$

$$\left(\frac{C_I''}{\mu_I} - \frac{C_{II}}{\mu_{II}}\right) \cosh(ah_1) + \left(\frac{D_I''}{\mu_I} - \frac{D_{II}}{\mu_{II}}\right) \sinh(ah_1) = 0 \quad (B-44)$$

4 - Em  $y=h_2$ , só existe campo normal ou  $B_{xII} = 0$ . De (B-40) tem-se:

$$\frac{C_{II}}{\mu_{II}} \cosh(ah_2) + \frac{D_{II}}{\mu_{II}} \sinh(ah_2) = 0 \quad (B-45)$$

As cinco equações necessárias à solução podem ser colocadas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \cosh(a\xi) & -\sinh(a\xi) & -\cosh(a\xi) & 0 & 0 \\ \sinh(a\xi) & -\cosh(a\xi) & -\sinh(a\xi) & 0 & 0 \\ 0 & \sinh(ah_1) & \cosh(ah_1) & -\sinh(ah_1) & -\cosh(ah_1) \\ 0 & \frac{\cosh(ah_1)}{\mu_I} & \frac{\sinh(ah_1)}{\mu_I} & -\frac{\cosh(ah_1)}{\mu_{II}} & -\frac{\sinh(ah_1)}{\mu_{II}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cosh(ah_2)}{\mu_{II}} & \frac{\sinh(ah_2)}{\mu_{II}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_I' \\ C_I'' \\ D_I'' \\ C_{II} \\ D_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{J \mu_I}{a} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (B-46)$$

Esta equação resolvida analiticamente dá os valores das constantes. Reaplicando-se as constantes nas equações (B-39) e (B-40) tem-se:

$$By_{I'} = \frac{\mu_I J}{N} \left\{ \cosh[a(h_1 - \xi)] + \frac{\mu_I}{\mu_{II}} \sinh[a(h_1 - \xi)] \cdot \tanh[a(h_2 - h_1)] \right\} \cosh(ay) \quad (B-47)$$

$$By_{I''} = \frac{\mu_I J}{N} \left\{ \cosh[a(h_1 - y)] + \frac{\mu_I}{\mu_{II}} \sinh[a(h_1 - y)] \cdot \tanh[a(h_2 - h_1)] \right\} \cosh(a\xi) \quad (B-48)$$

$$By_{II} = \frac{\mu_I J}{N} \frac{\left\{ \cosh(a\xi) \cdot \cosh[a(h_2 - y)] \right\}}{\cosh[a(h_2 - h_1)]} \quad (B-49)$$

onde

$$N = \sinh(ah_1) + \frac{\mu_I}{\mu_{II}} \cosh(ah_1) \tanh[a(h_2 - h_1)] \quad (B-50)$$

Os valores de pico dos componentes horizontais podem ser calculados facilmente notando-se que:

$$B_{x_i} = \frac{1}{a} \frac{\partial B_{y_i}}{\partial y} \quad (B-51)$$

$i = I', I'', II$

Para se obter a distribuição de campo devido à armadura, substitui-se os valores de  $\mu_{I'}$ ,  $\mu_{II}$ ,  $J$ ,  $h_1$ ,  $h_2$ , encontrados pelo modelo geral, pelos valores da terceira coluna da Tabela B-1. Além disso, faz-se  $\xi=0$ , o que resulta para a região do entreferro em:

$$B_{y_{s-e}} = \frac{\mu_0 J s_1}{N_1} \left\{ \cosh[a(\delta'' - y)] + \frac{\mu_0}{\mu_I} \sinh[a(\delta'' - y)] \tanh(ah_1) \right\} \quad (B-52)$$

$$B_{x_{s-e}} = \frac{\mu_0 J s_1}{N_1} \left\{ -\sinh[a(\delta'' - y)] - \frac{\mu_0}{\mu_I} \cosh[a(\delta'' - y)] \tanh(ah_1) \right\} \quad (B-53)$$

Na região do ímã tem-se:

$$B_{y_{s-i}} = \frac{\mu_0 J s_1}{N_1} \left\{ \frac{\cosh[a(h_1 + \delta'' - y)]}{\cosh(ah_1)} \right\} \quad (B-54)$$

$$B_{x_{s-i}} = \frac{\mu_0 J s_1}{N_1} \left\{ -\frac{\sinh[a(h_1 + \delta'' - y)]}{\cosh(ah_1)} \right\} \quad (B-55)$$

onde

$$N_1 = \sinh(a\delta'') + \frac{\mu_0}{\mu_1} \cosh(a\delta'') \cdot \tanh(ah_1) \quad (B-56)$$

Para se obter a distribuição do campo devido ao ímã, utilizam-se os valores da segunda coluna da Tabela IV-1 para  $\mu_1$ ,  $\mu_{II}$ ,  $J$ ,  $h_1$  e  $h_2$ . Como o campo em uma região qualquer de estudo é uma contribuição de várias parcelas de lâminas de corrente (modelo do ímã), deve-se integrar as equações (B-47), (B-48) e (B-49) convenientemente. Referindo-se à Figura B-2(a), observa-se que um ponto do ímã na altura  $y$ , pertence à região I'' quando a integração ocorrer de 0 a  $y$ , e pertence a região I' quando a integração ocorrer entre  $y$  e  $h_1$ . Assim:

$$B_{yI-I} = \int_0^y B_{yI''} d\xi + \int_y^{h_1} B_{yI'} d\xi \quad (B-57)$$

$$B_{yI-e} = \int_0^{h_1} B_{yII} \cdot d\xi \quad (B-58)$$

Realizando-se as integrais (B-57) e (B-58) tem-se finalmente na região do entreferro:

$$B_{yI-e} = \frac{\mu_1 J_1}{N_2} \left\{ \frac{\sinh(ah_1)}{ah_1} \right\} \left\{ \frac{\cosh[a(h_1 + \delta'' - y)]}{\cosh(a\delta'')} \right\} \quad (B-59)$$

$$B_{xI-e} = - \frac{\mu_1 J_1}{N_2} \left\{ \frac{\sinh(ah_1)}{ah_1} \right\} \left\{ \frac{\sinh[a(h_1 + \delta'' - y)]}{\cosh(a\delta'')} \right\} \quad (B-60)$$

onde

$$N_2 = \sinh(ah_1) + \frac{\mu_1}{\mu_0} \cosh(ah_1) \tanh(a\delta'') \quad (B-61)$$

$$J_1 = \frac{4}{\tau} \frac{Br h_1}{\mu_1} \sin\left(\alpha_e \frac{\pi}{2}\right) \quad (B-62)$$

e na região do ímã:

$$B_{yI-I} = \frac{\mu_1 J_1}{a h_1} \left\{ 1 - \frac{\mu_1}{\mu_0} \frac{\tanh(a\delta'')}{N} \cosh(ay) \right\} \quad (B-63)$$



$$B_{x1-1} = - \frac{\mu_1^2 J_1}{\mu_0 a h_1} \left\{ \frac{\tanh(a\delta'')}{N} \sinh(ay) \right\} \quad (\text{B-64})$$

### Efeito da saturação

O efeito de saturação pode ser levado em conta no aumento do entreferro pelo fator  $k_s$  dado por (B-1). Todas as expressões de campos magnéticos levam em conta um valor  $\delta''$ , que depende de  $k_s$ . A priori pode-se considerá-lo igual a 1. Após os cálculos de campos pelas equações anteriores, verifica-se o novo valor de  $k_s$ , e se ele for diferente do anterior deve-se corrigi-lo e se recalculam os campos; o processo termina quando a diferença entre dois valores consecutivos de  $k_s$  for menor que a tolerância estabelecida.

Para obtenção dos valores de forças magnetomotrizes  $M_{tr}$  e  $M_{re}$  necessários para cálculo de  $k_s$ , observe-se a Figura B-5, onde é mostrado um diagrama fasorial de um motor síncrono sub-excitado. O valor de  $B_t$  é calculado por:

$$B_t = \sqrt{B_i^2 + B_s^2 - 2 B_i B_s \cos \gamma} \quad (\text{B-65})$$

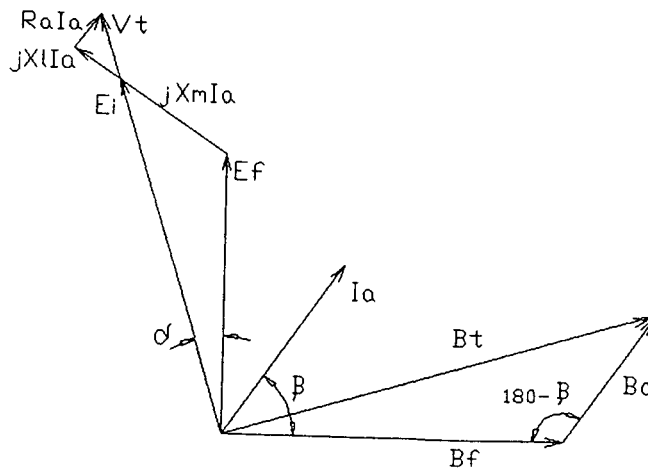


Figura B-5: Diagrama fasorial de um motor síncrono sub-excitado

A força magnetomotriz no entreferro varia com a posição e pode ser calculada pela integral de linha na região:

$$M_{Te-p} = \frac{1}{\mu_0} \int_{h_1}^{h_1+\delta'} B_t dy \quad (B-66)$$

O seu valor médio é o valor de pico multiplicado por  $2/\pi$ , que dá:

$$M_{Te} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\mu_0} B_{tmed} \delta' \quad (B-67)$$

onde

$$B_{tmed} = \sqrt{B_{imed}^2 + B_{smed}^2 - 2 B_{imed} B_{smed} \cos \gamma} \quad (B-68)$$

$B_{imed}$  e  $B_{smed}$  são os valores médios de densidade de fluxo no entreferro devidos ao ímã e ao estator.

$B_{smed}$  é o valor médio de densidade de fluxo no entreferro devido ao estator.

Utilizando-se as integrais para cálculo de valor médio:

$$B_{imed} = \frac{1}{\delta'} \int_{h_1}^{h_1+\delta'} B_{y1-e} dy \quad (B-69)$$

$$B_{smed} = \frac{1}{\delta'} \int_0^{\delta'} B_{ys-e} dy \quad (B-70)$$

obté-m-se:

$$B_{imed} = \frac{\mu_1 J_1}{N_2 a \delta'} \left\{ \frac{\sinh(a h_1)}{(a h_1)} \right\} \tanh(a \delta') \quad (B-71)$$

$$B_{smed} = \frac{\mu_1 J_1}{N_1 a \delta'} \{ \sinh(a \delta') \} + \frac{\mu_0}{\mu_1} \tanh(a h_1) \cdot [\cosh(a \delta') - 1] \quad (B-72)$$

Assim o valor de  $M_{Te}$  é obtido de (B-67), e os termos de (B-68) são obtidos de (B-71) e (B-72).

Necessita-se ainda da força magnetomotriz necessária para vencer a

relutância do ferro,  $M_{rfe}$ . Deve-se calcular o fluxo médio nos caminhos magnéticos mostrados esquematicamente na Figura B-6.

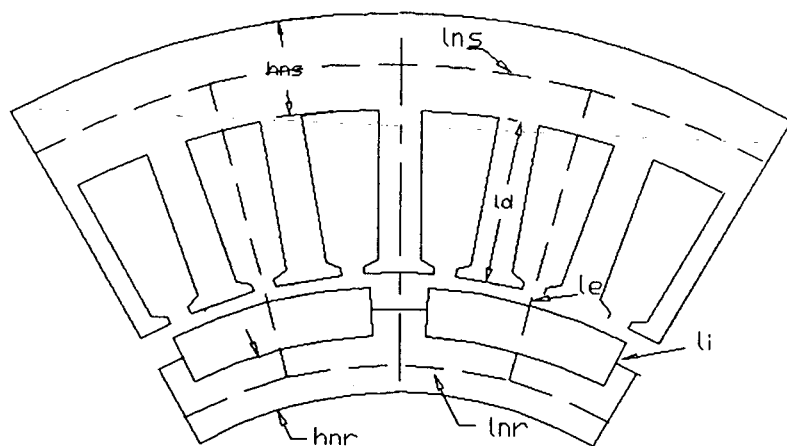


Figura B-6: Esquema dos caminhos de fluxo magnético em um MSIP

No núcleo do rotor o fluxo médio é conhecido pela integração da indução no limite entre ímã e rotor. Esta indução é a superposição das contribuições do ímã (equação (B-63)) e do estator (equação (B-55)) quando  $y=0$ . A resultante em módulo é dada por (B-65) e o valor médio de fluxo no rotor é dado por:

$$\phi_r = \frac{2}{\pi} B_{tr} L_r \tau \quad (B-73)$$

onde  $B_{tr}$  é a densidade de fluxo total calculada na base do rotor ( $y=0$ );

$L_r$  é o comprimento do rotor;

O fluxo que atravessa o estator é calculado de maneira análoga, porém a fronteira considerada é o estator com o entreferro. Utiliza-se as equações (B-52), (B-59) e (B-65), com  $y=h_1+\delta'$ . Obtém-se:

$$\phi_s = \frac{2}{\pi} B_{ts} k_{fe} L \tau \quad (B-74)$$

onde

$B_{ts}$  é a densidade de fluxo total ao nível do estator;

$l_s$  é o comprimento do estator;

$k_{fe}$  é o fator de empilhamento considerado.

Utilizando-se áreas apropriadas, podem ser encontradas densidades de fluxo no núcleo do estator, núcleo do rotor e dentes do estator. Nos dentes, o fluxo não é distribuído igualmente e este fato é levado em conta pela relação dada por:

$$\phi_d = \phi_s \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} \frac{\tau_{ran}}{\tau}\right) \quad (\text{B-75})$$

onde

$\phi_d$  é o fluxo nos dentes;

$\tau_{ran}$  é o passo da ranhura.

Com estes valores de fluxo e as dimensões físicas indicadas na Figura B-6, pode-se calcular a área dos dentes, núcleos de rotor e estator e finalmente os valores de indução nestes elementos. Através de curvas de magnetização, obtém-se a força magnetomotriz necessária, dada por:

$$M_{Ife} = \frac{B_{nr}}{\mu_{nr}} l_{nr} + \frac{B_{ns}}{\mu_{ns}} l_{ns} + \frac{B_d}{\mu_d} l_d \quad (\text{B-76})$$

onde

$B_{nr}$  é a indução no núcleo rotórico;

$B_{ns}$  é a indução no núcleo estatórico;

$B_d$  é indução no dente;

$\mu_{nr}$ ,  $\mu_{ns}$ ,  $\mu_d$ , são as permeabilidades nestas regiões do ferro;

$l_{nr}$ ,  $l_{ns}$ ,  $l_d$  são os comprimentos dos núcleos e dentes.

## APÊNDICE C

### APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE APROXIMAÇÕES LINEARES NA OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Aqui é aplicada a metodologia proposta no Capítulo II para solução do problema de otimização de projeto de um MIRC trifásico.

A aplicação da metodologia necessita de um equacionamento para síntese, que obtém as variáveis iniciais do projeto, além de um modelo para análise; as expressões matemáticas para síntese e cálculo de parâmetros do circuito equivalente para análise são apresentados no Apêndice D.

O que se procura aqui é explorar a metodologia através de uma aplicação envolvendo uma única máquina. Embora seja discutível a otimização de um só motor isoladamente, sem considerar a padronização de dimensões, pode-se contudo avaliar o mérito do processo numérico, que é o objetivo central deste trabalho. Por outro lado, as máquinas de potência elevada (centenas de HP) tem seus projetos feitos dedicadamente, o que então justifica a otimização, em particular, do projeto de uma determinada máquina.

A máquina escolhida é um motor de indução existente na literatura (Say (1967)), que tem suas grandezas físicas calculadas de modo a respeitar certas restrições impostas. Esta máquina é uma referência antiga e estrangeira, fato que leva a um projeto fora das normas brasileiras, porém isto não invalida a aplicação da metodologia, pois os aspectos mais importantes são levados em conta, visto que todas as normas são similares. Procura-se mostrar, através de dois exemplos, a potencialidade e flexibilidade do método.

As variáveis do problema são as grandezas principais de projeto, formando um vetor  $X$  no espaço  $\mathbb{R}^{11}$  cujos componentes são os seguintes:

- X<sub>1</sub> - diâmetro interno do estator;
- X<sub>2</sub> - comprimento do pacote de lâminas;
- X<sub>3</sub> - altura do dente do estator;
- X<sub>4</sub> - largura do dente do estator;
- X<sub>5</sub> - altura da coroa do estator;

- X6 - altura da ranhura do rotor;
- X7 - largura da ranhura do rotor;
- X8 - carregamento magnético específico;
- X9 - largura do anel de curto-circuito;
- X10- profundidade do anel de curto-circuito;
- X11- entreferro.

Os índices de projeto considerados são restringidos pelos valores impostos no projeto ou seja:

conjugado máximo	$\geq T_{\max}$
conjugado de partida	$\geq T_p$
corrente de partida	$\leq I_p$
fator de potência a plena carga	$\geq f_p$
escorregamento a plena carga	$\leq s_n$
aumento de temperatura	$\leq \Delta t_{\max}$

As restrições adicionais são aquelas que pertencem à prática de fabricação do equipamento. Elas são impostas para que os projetos não possuam valores impossíveis de serem implementados( Singh, (1983)). Estas restrições são as seguintes:

$3 \text{ A/mm}^2$	$\leq$	densidade de corrente no estator	$\leq$	$10 \text{ A/mm}^2$
$17500 \text{ A/m}$	$\leq$	carregamento elétrico	$\leq$	$22000 \text{ A/m}$
0,5	$\leq$	razão entre comprimento da pilha e o passo polar	$\leq$	2
$4 \text{ A/mm}^2$	$\leq$	densidade de corrente no rotor	$\leq$	$12 \text{ A/mm}^2$
17,5 mm	$\leq$	núcleo do estator	$\leq$	26 mm
0,45 mm	$\leq$	comprimento do entreferro	$\leq$	0,7mm
2,5	$\leq$	razão entre a profundidade e largura do dente do estator	$\leq$	4,5
1	$\leq$	razão entre a profundidade e largura da ranhura do rotor	$\leq$	2
		máxima densidade de fluxo nos dentes do estator e rotor	$\leq$	2 T

Deve-se limitar as variações das grandezas de projeto em torno de valores básicos de referência; estes valores foram aqueles provenientes da síntese do projeto, feita a priori. A variação máxima permitida neste trabalho foi de 30% em relação aos valores de referência  $X_0$ . Assim,

$$X_i^0 \cdot 0,7 \leq X_i \leq X_i^0 \cdot 1,3 \quad (C-1)$$

sendo  $i = 1, \dots, 11$

A estas restrições deve ser unido o objetivo do problema. Pode-se ter como função objetivo o custo mínimo, volume mínimo de material, peso mínimo do equipamento, ou rendimento máximo entre outros. Se for escolhido o custo, volume ou peso mínimos, pode-se transformar o rendimento em uma restrição do problema. Por outro lado se o objetivo for o rendimento deve-se restringir o custo, ou volume ou peso dentro de uma faixa aceitável.

#### Problema de minimização de volume de material

Neste primeiro problema escolheu-se como objetivo o volume mínimo de material, isto é, a soma dos volumes de ferro e cobre( a gaiola é em cobre). Este objetivo é interessante para o fabricante estimar quanto de material poderia ser economizado em relação ao motor que se fabrica atualmente. O rendimento foi introduzido como uma restrição suplementar de desigualdade. As características do motor são:

Potência	5	HP
Tensão	400	V
Frequência	50	Hz
Pólos	4	
Ranhuras de rotor	30	
Ranhuras de estator	36	
Fator de enchimento do estator	0,4	
Fator de enrolamento do estator	0,955	
Fator de enchimento do rotor	0,9	
Fator de enrolamento do rotor	1,0	
Densidade de corrente no estator	4	A/mm <sup>2</sup>
Fator de contração do pacote	0,9	
Gaiola de cobre		

Os valores iniciais das variáveis de projeto foram encontradas por uma rotina preparada para este fim, e assumiram os seguintes valores:

(X <sub>1</sub> )= 0,15m,	(X <sub>2</sub> )= 0,09m,	(X <sub>3</sub> )=0,024m,
(X <sub>4</sub> )=0,006m,	(X <sub>5</sub> )=0,021m,	(X <sub>6</sub> )=0,0105m,
(X <sub>7</sub> )= 0,0065m,	(X <sub>8</sub> )=0,46T,	(X <sub>9</sub> )=0,012m,
(X <sub>10</sub> )=0,01m,	(X <sub>11</sub> )=0,00045m.	

As especificações exigidas formam as seguintes restrições:

conjugado máximo	≥ 47 N-m
conjugado de partida	≥ 31 N-m
corrente de partida	≤ 25 A
fator de potência a plena carga	≥ 0,84
escorregamento a plena carga	≤ 0,042
aumento de temperatura	≤ 70 °C
rendimento	≥ 0,825
corrente nominal	≤ 4,5

Deve-se notar que o rendimento foi introduzido como uma restrição do problema.

As variáveis de projeto não devem variar além dos limites correspondentes à margem de 30% em relação a seus valores iniciais; entretanto o carregamento magnético específico(X<sub>8</sub>), a altura da coroa estatórica(X<sub>5</sub>) e o entreferro (X<sub>11</sub>) têm outros limites devido a imposições de projeto. As variáveis de projeto devem obedecer às seguintes restrições:

0,105000 ≤	X <sub>1</sub>	≤ 0,19500
0,063000 ≤	X <sub>2</sub>	≤ 0,11700
0,016800 ≤	X <sub>3</sub>	≤ 0,03120
0,004200 ≤	X <sub>4</sub>	≤ 0,00780
0,017500 ≤	X <sub>5</sub>	≤ 0,02730
0,007350 ≤	X <sub>6</sub>	≤ 0,01365
0,004550 ≤	X <sub>7</sub>	≤ 0,00845



0,332200	≤	X <sub>8</sub>	≤	0,65000
0,008400	≤	X <sub>9</sub>	≤	0,01560
0,007000	≤	X <sub>10</sub>	≤	0,01300
0,000450	≤	X <sub>11</sub>	≤	0,000585

### Resultados obtidos

A metodologia utilizando aproximações lineares apresentou os resultados mostrados na Tabela C-1. Nesta, pode-se observar os valores iniciais e finais dos componentes do vetor X e dos índices de projeto correspondentes. Pode-se verificar também a porcentagem de variação das variáveis de projeto.

Os valores que estão assinalados correspondem às restrições ativas, isto é, as restrições que têm no problema o valor igual ao limite.

Na Figura C-1 são mostrados alguns detalhes físicos do MIRG antes e depois da minimização do volume.

### Observações

Quanto ao processo numérico, com ajuda da Figura C-2 pode-se observar, por exemplo, a evolução durante a otimização de uma variável de projeto (diâmetro), uma restrição (rendimento), e a função objetivo (volume). As variações mais bruscas nos gráficos correspondem a iterações do método simplex, enquanto que as mais suaves, porém mais frequentes, são iterações do método dos gradientes.

O resultado do volume final mostra uma redução na ordem de 33%, o que é significativo principalmente quando muitas máquinas serão fabricadas em série.

Tabela C-1

Valores iniciais e finais das variáveis e restrições do problema

variáveis (cm, T)	iniciais	finais	variação (%)
X1	15,000	12,484	16,77
X2	9,000	7,405	17,72
X3	2,400	2.139	10,87
X4	0,600	0,699	16,50
X5	2,100	2,600	23,80
X6	1,050	0,901	14,19
X7	0,650	0,521	19,84
X8	0,460	0,619	34,60
X9	1,200	1,560	30,00
X10	1,000	1,300	30,00
X11	0,045	0,045	0,00

índ. de projeto	iniciais	finais	limite
T <sub>max</sub>	76,8	58,7	47,0
T <sub>p</sub>	43,8	31,1	31,0
I <sub>p</sub>	23,8	20,3	25,0
S	0,039	0,042	0,042
f <sub>p</sub>	0,835	0,850	0,84
Δ T	27,80	50,00	70,00
η(%)	85,8	82,5	82,5
I <sub>n</sub>	4,42	4,50	4,5
A	26900	18100	22000

volume	4,48	2,96	-
--------	------	------	---

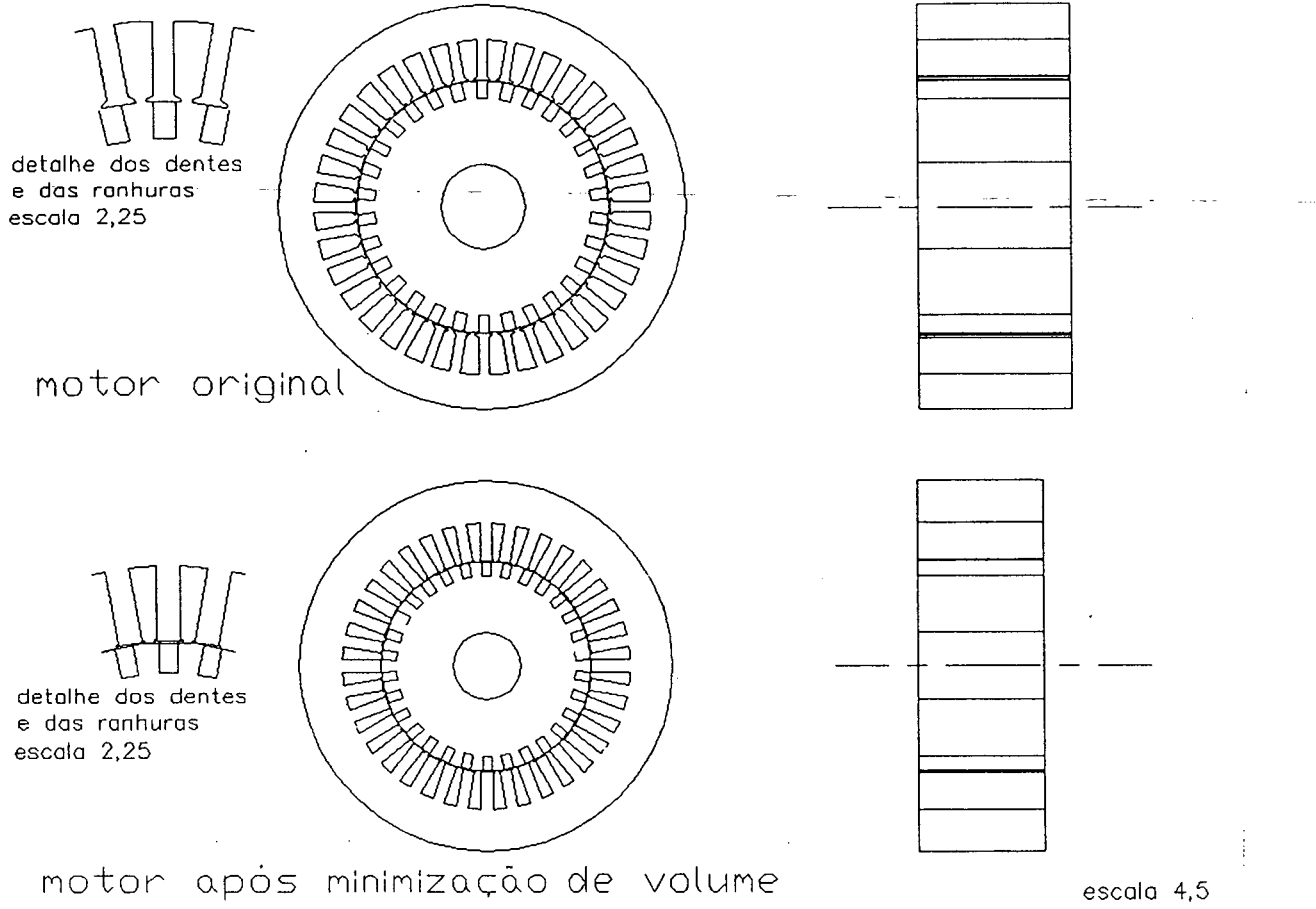


Figura C-1: MIRG antes e depois da minimização do volume

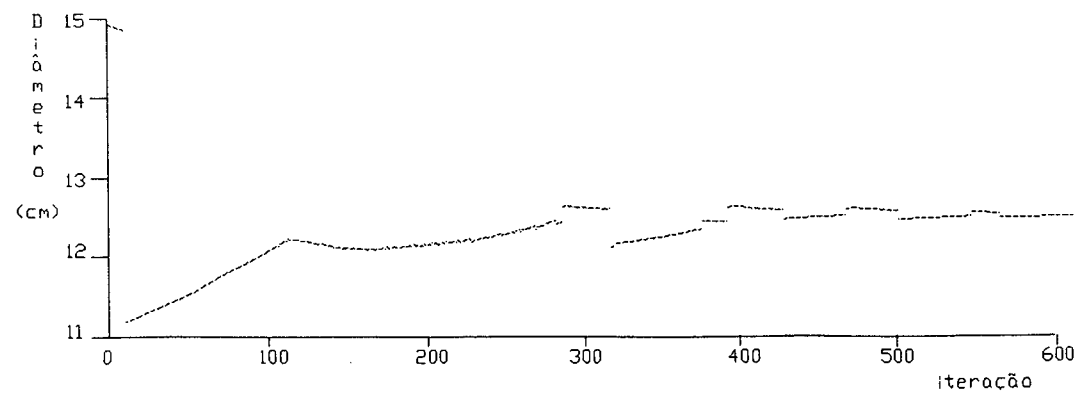
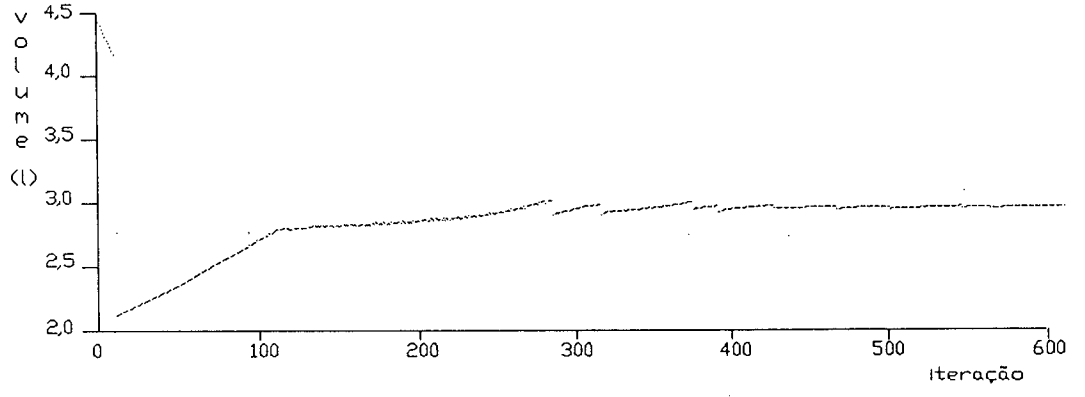
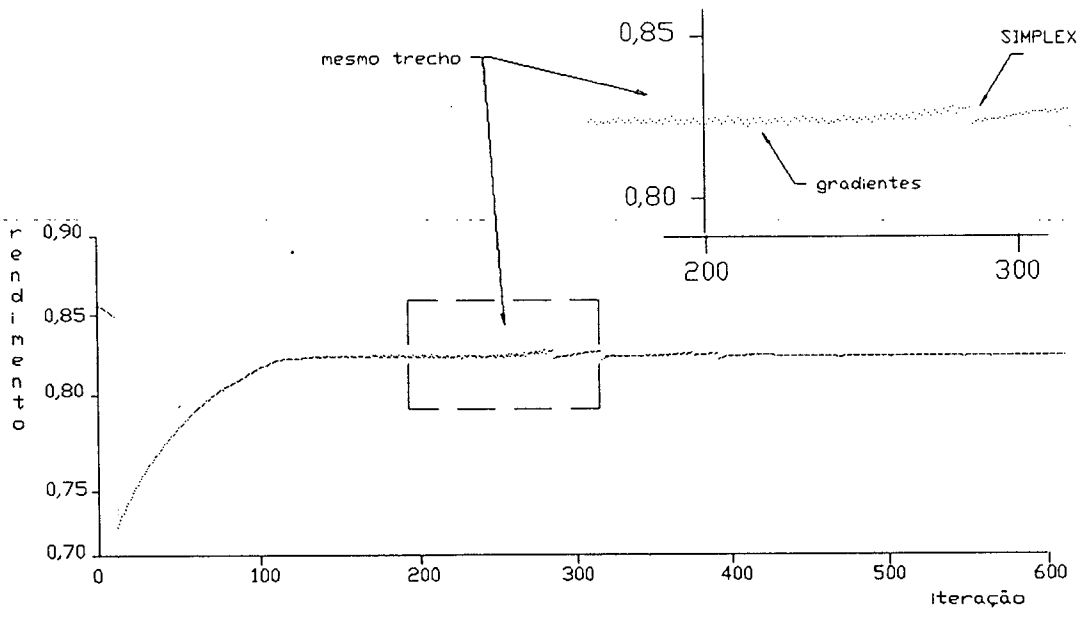


Figura C-2: Evolução rendimento, volume e diâmetro durante a otimização

### Problema de maximização de rendimento

Neste segundo problema escolheu-se como objetivo o rendimento do motor. Sabe-se que o rendimento cresce com o volume da máquina e baseado neste fato, o volume foi introduzido como restrição. A cada aumento do limite de volume, o rendimento melhora, mas em um certo ponto, a região viável se depara com restrições que se tornam ativas (conjugado de partida, corrente de partida e carregamento elétrico específico), o que impossibilita o aumento do rendimento. Se houvesse a eliminação de todas as restrições a não ser o volume, a tendência seria assintótica, ou seja, o rendimento teria um valor limite para volume infinito. Utilizou-se o valor inicial de volume do motor do exemplo anterior com as mesmas restrições, isto é, investiga-se a possibilidade do aumento do rendimento do motor mantendo-se o mesmo volume.

### Resultados obtidos

Os resultados encontrados para volume menor ou igual a 4,48 unidades estão apresentados na Tabela C-2, onde podem ser observados os componentes do vetor X e os índices de projeto correspondentes. Nesta tabela, são assinaladas as restrições ativas.

Na Figura C-3 são mostrados alguns detalhes físicos do MIRC antes e depois da maximização do rendimento.

Foi feito por fim uma pesquisa sobre a evolução do rendimento máximo em relação ao custo. O relaxamento de custo implica em aumento de rendimento, o que pode ser observado na Tabela C-3. Não se foi rigoroso quanto aos valores reais de custos dos materiais, e considerou-se que o cobre é seis vezes mais caro que o ferro da máquina. O aumento de rendimento máximo cessa quando o custo deixa de ser uma restrição ativa, devido a outras restrições que se ativam.

Tabela C-2

Valores iniciais e finais das variáveis e restrições do problema

variáveis (cm, T)	iniciais	finais	variação (%)
X1	15,000	13,901	7,30
X2	9,000	9,937	10,41
X3	2,400	2,252	6,16
X4	0,600	0,670	11,66
X5	2,100	2,245	6,90
X6	1,050	1,269	20,00
X7	0,650	0,635	2,30
X8	0,460	0,484	5,20
X9	1,200	1,559	30,0
X10	1,000	1,297	29,7
X11	0,045	0,045	0,0

índ. de projeto	iniciais	finais	limite
T <sub>max</sub>	76,8	75,6	47,0
T <sub>p</sub>	43,8	31,1	31,0
I <sub>p</sub>	23,8	25,0	25,0
S	0,039	0,025	0,042
f <sub>p</sub>	0,835	0,852	0,84
Δ T	27,80	28,1	70,00
volume	4,48	4,48	4,48
I <sub>n</sub>	4,42	4,27	4,5
A	26900	22000	22000
rendimento(%)	85,8	87,0	-

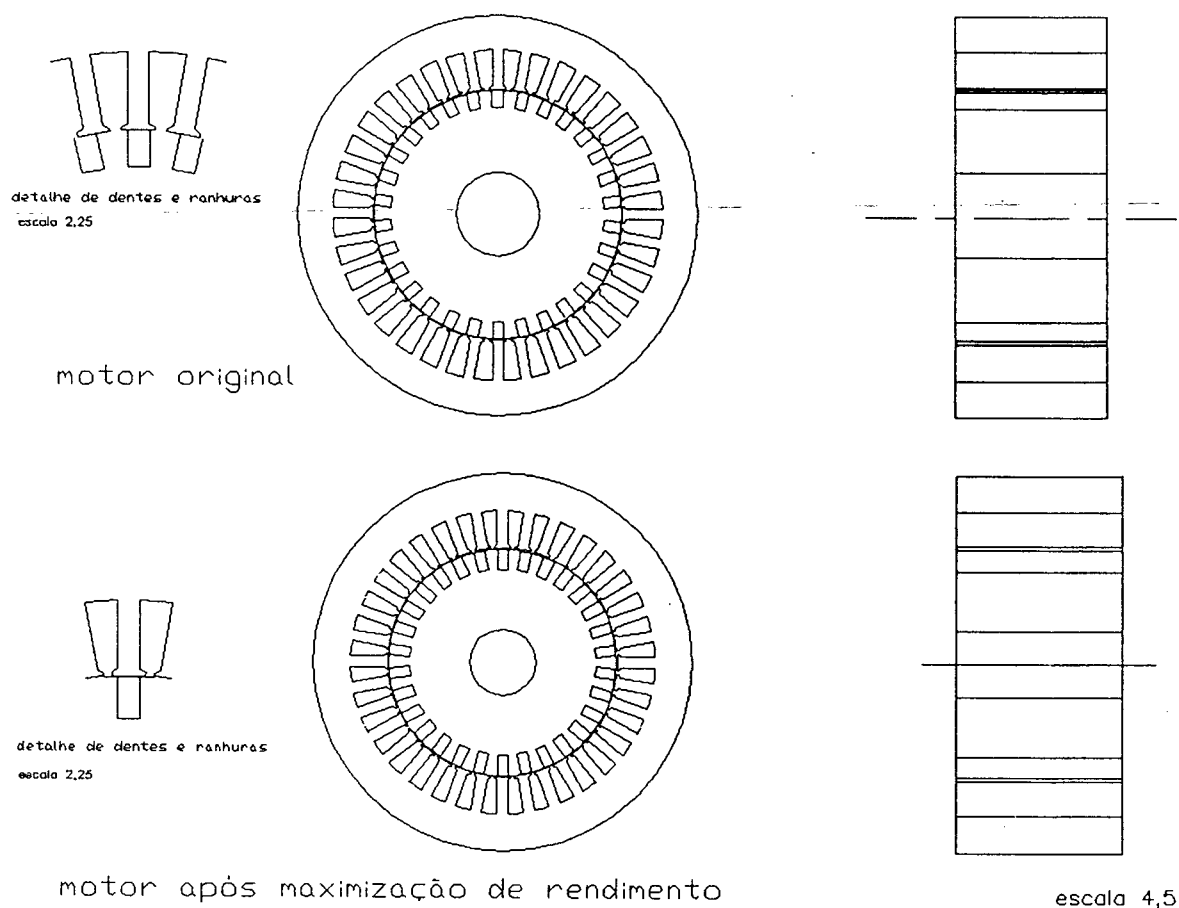


Figura C-3: MIRGs antes e depois da maximização do rendimento

Tabela C-3

Variação de rendimento máximo com custo

custo	rendimento máximo (%)
3,0	83,0
4,0	86,3
5,0	87,8
6,0	88,1
8,0	88,4
8,86	88,4

### Observações gerais

A partir do que foi mostrado, pode-se observar que é possível se otimizar um projeto de motor de indução trifásico utilizando-se a metodologia proposta no Capítulo II. A otimização pode ser de custo, volume ou rendimento entre outras e são escolhidas conforme a conveniência do projetista.

Ao se minimizar o volume de material empregado na fabricação de um motor de 5 CV, obteve-se uma redução da ordem de 34%, reduzindo-se o diâmetro e o comprimento do pacote, e mantendo-se os índices de projeto dentro dos valores pré-estabelecidos. Algumas restrições como o conjugado de partida, o escorregamento, o rendimento e corrente nominais se tornaram restrições ativas deste tipo de problema.

O processo de otimização fez com que a área das ranhuras do estator e a área das ranhuras do rotor diminuíssem. Por outro lado, a coroa estatórica aumentou e o entreferro manteve-se o mesmo. A diminuição da área das ranhuras e o aumento da corrente nominal fazem com que as perdas no cobre sejam maiores, diminuindo o rendimento. Como as resistências aumentaram, houve também o aumento do fator de potência além da diminuição da corrente de partida.

Por sua vez o aumento da coroa estatórica foi necessário para que houvesse menor relutância do circuito magnético, proporcionando maior fluxo, e consequentemente menor corrente de magnetização. Embora o aumento da densidade de fluxo aumente a perda no ferro, os efeitos benéficos de uma corrente magnetizante menor se sobrepõem. Além disso o volume global de ferro foi diminuído, proporcionando desta forma uma compensação dos efeitos de perda no ferro.

Por outro lado ao se maximizar o rendimento da mesma máquina, preservando-se o mesmo volume de material, obteve-se um ganho de 1,2% no rendimento, o que é um resultado interessante e faz muita diferença a longo prazo quando o motor estiver em funcionamento.

Fisicamente, o que ocorreu na máquina foi uma ligeira redução do diâmetro, e um aumento grande do comprimento do pacote de lâminas. Não houve



grande variação da área das ranhuras do estator, porém percebe-se um aumento na área das ranhuras rotóricas. Este aumento diminui a resistência rotórica provoca maior corrente e menor conjugado de partida. Entretanto a potência de perdas por efeito Joule são menores. A menor resistência rotórica também causa um escorregamento nominal menor.

Pode-se concluir também que o processo de otimização pode ajudar na escolha de um projeto que tenha o custo restringido a um valor máximo e ao mesmo tempo tenha o rendimento maximizado. Este procedimento é de grande valia ao se iniciar um novo projeto, e como mostrado na Tabela C-3 o rendimento tem limites ou de custo ou técnicos.

## APENDICE D

### EQUAÇÕES DE PROJETO PARA UM MORG TRIFÁSICO

#### SÍNTESE DE UM MORG

Para que ocorra a síntese de um motor, deve-se estabelecer primeiramente as especificações do mesmo. Pode-se dividi-las em especificações principais e adicionais; as primeiras respeitam as normas vigentes no país, e servem como parâmetros ao consumidor, garantindo-lhe a qualidade do equipamento; as segundas pertencem às experiências de fabricação, isto é, dizem respeito ao modo mais conveniente de manufaturar o produto. Dentre as especificações principais pode-se citar:

- Conjugado máximo;
- conjugado de partida;
- corrente de partida;
- escorregamento;
- fator de potência;
- aumento permissível de temperatura;
- tensão de fase e corrente nominal;
- frequência.

Dentre as especificações adicionais pode-se citar:

- Carregamento específico de corrente;
- densidade de corrente no rotor
- densidade de fluxo nos dentes do estator;
- densidade fluxo nos dentes do rotor.

Outras especificações são arbitradas para diminuição do número de variáveis do projeto, tais como as seguintes:

- Número de pólos;
- fator de enchimento do rotor;
- fator de enchimento do estator;
- densidade de corrente no estator;
- fator de enrolamento do estator.

Pode-se juntar a estes dados os pesos específicos dos materiais utilizados na fabricação da máquina e as curvas de magnetização dos materiais ferromagnéticos.

#### Formulação Necessária

Sabe-se que:

$$S = 3 \cdot 4,44 \cdot k_w \cdot f \cdot N_f \cdot I_f \cdot \phi_{med} \quad (D-1)$$

onde

$S$  é a potência aparente trifásica

$k_w$  é o fator de enrolamento do estator

$f$  é a frequência da rede

$N_f$  é o número de espiras em série do estator por fase

$I_f$  é a corrente de fase

$\phi_{med}$  é o fluxo médio por pólo dado por:

$$\phi_{med} = \frac{\bar{B} \pi D L}{P} \quad (D-2)$$

onde

$\bar{B}$  é a densidade de fluxo média por pólo (carregamento magnético específico)

$P$  é o número de pólos

$D$  é o diâmetro interno da máquina

$L$  é o comprimento efetivo do pacote de lâminas

Sabe-se que:

$$\bar{A} = \frac{3 \cdot 2 N_f I_f}{\pi D} \quad (D-3)$$

onde

$\bar{A}$  é o carregamento específico de corrente e que:

$$f = \frac{P n}{2} \quad (D-4)$$

onde

$n$  é a rotação da máquina em Hz.

Tirando-se  $\phi_{med}$  de (D-2),  $I_f$  de (D-3) e substituindo-se  $\phi_{med}$ ,  $I_f$  e (D-4) em (D-1) tem-se:

$$S = 1,11 K_w \pi^2 \bar{B} \bar{A} (D^2 L n) \quad (D-5)$$

Define-se  $S/D^2L$  como coeficiente de saída e é um dado fundamental para a síntese do projeto. Deve-se observar que  $\bar{B}$  é limitado pela saturação, perdas nos dentes e pela excitação, enquanto  $\bar{A}$  é limitado pelas perdas no cobre do estator.

Alguns procedimentos de projeto são levados em conta para que sejam evitados alguns problemas de desempenho em regime. Pode-se dizer que:

- Para diminuição da dispersão deve-se ter o número de ranhuras por pólo por fase maior ou igual a três;
- por razões mecânicas o passo de ranhura não deve ser menor que 1cm;
- para se limitar os conjugados harmônicos assíncronos deve-se ter:

$$N_2 \leq 1,25 N_1 \quad (D-6)$$

onde

$N_1$  é o número de ranhuras do estator;

$N_2$  é o número de ranhuras do rotor;

- para se limitar conjugados harmônicos síncronos deve-se ter:

$$N_2 \neq 6 \frac{P}{2} k \pm P \quad (D-7.a)$$

$$N_2 \neq 6 \frac{P}{2} k \quad (D-7.b)$$

onde

$k$  é um inteiro

- para redução de harmônicos de ranhura deve-se ter:

$$N_2 \neq N_1 \pm P \quad (D-8.2)$$

$$N_2 \neq N_1 \pm \frac{P}{2} \quad (D-8.b)$$

$$N_2 \neq 0,5 \cdot N_1 \pm \frac{P}{2} \quad (D-8.c)$$

- para redução de vibrações mecânicas deve-se ter:

$$N_2 \neq 3 P k \pm 1 \quad (D-9.a)$$

$$N_2 \neq 3 P k \pm P \pm 1 \quad (D-9.b)$$

Com o auxílio destas expressões matemáticas, das Tabelas D-1 e D-2 (Say (1968)) e de algumas fórmulas vistas mais tarde pode-se chegar a um conjunto de dimensões e grandezas físicas que compõem um projeto viável.

#### Escolha das dimensões e grandezas físicas do MIRG

Baseado em trabalhos diferentes de Ramarathman (1971, 1972), ao longo dos anos optou-se pelo seguinte conjunto de grandezas físicas:

- 1 - Diâmetro interno do estator;
- 2 - Comprimento do pacote de lâminas;
- 3 - Altura do dente do estator;
- 4 - Largura do dente do estator;
- 5 - Altura da coroa do estator;
- 6 - Altura da ranhura do rotor;
- 7 - Largura da ranhura do rotor;

- 8 - Carregamento magnético específico;
- 9 - Largura do anel de curto-circuito;
- 10 - Profundidade do anel de curto-circuito;
- 11 - Entreferro.

Estas grandezas podem ser agrupadas em um vetor  $X \in R^n$  com seus componentes variando de  $X_1$  a  $X_{11}$  segundo a numeração do parágrafo anterior.

Após a escolha das grandezas físicas que serão procuradas pela síntese de projeto, deve-se calculá-las a partir das equações e procedimentos de síntese, colocando-as em um vetor  $X^0$ . É sabido que:

$$S = \frac{P_{eixo}}{\eta \cdot f_p} \quad (D-10)$$

onde

$P_{eixo}$  é a potência requerida no eixo

$\eta$  é o rendimento arbitrado para a máquina

$f_p$  é o fator de potência arbitrado para máquina

Da Tabela D-2 retira-se  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  e densidade de corrente. Como  $\bar{B}$  é uma grandeza física de projeto, esta já fica conhecida. Então:

$$X_8^0 = \bar{B} \quad (D-11)$$

Da equação (D-5) chega-se ao coeficiente de saída  $D^2L$  e da Tabela D-1 obtém-se os valores de D e L e assim:

$$X_1^0 = D \quad (D-12)$$

$$X_2^0 = L \quad (D-13)$$

O entreferro pode ser calculado por uma das seguintes expressões:

$$L_g = 0,2 + 2 \sqrt{DL} \quad (D-14.a)$$

ou

$$L_g = 1,6 \sqrt{D} - 0,25 \quad (D-14.b)$$

$L_g$  em mm e D e L em metros.

Uma vez aplicadas as expressões (D-14.a) ou (D-14.b), obtém-se o componente de  $X^0$  referente ao entreferro:

$$X_{11}^0 = L_g \quad (D-15)$$

TABELA D-1  
Padrões para cálculo de motores

designação da carcaça		diâmetro externo	comprimento do pacote	pólos	diâmetro interno	$D^2 \cdot L$
A	1	21,0	5,0	2 4	11,0 13,0	600 845
	2		7,0	2 4	11,0 13,0	850 1180
B	1	24,0	6,5	2 4 6	13,0 15,0 16,5	1100 1460 1760
	2		9,0	2 4 6	13,0 15,0 16,5	1520 2020 2450
C	1	29,0	9,0	2 4 6	15,0 18,5 20,0	2020 3080 3600
	2		12,0	2 4 6	15,0 18,5 20,0	2700 4400 4800
D	1	34,5	10,5	2 4 6	18,5 22,5 24,5	3600 5300 6300
	2		14,0	2 4 6	18,5 22,5 24,5	4800 7100 8400
E	1	41,5	12,0	4 6	27,0 29,0	8750 10000
	2		15,0	4 6	27,0 29,0	11000 12600
F	1	46,5	12,0	4 6	31,5 34,0	11900 13800
	2		16,0	4 6	31,5 34,0	15900 18500
G	1	53,0	13,0	4,6 8	36,0 40,0	16800 20800
	2		18,0	4,6 8	36,0 40,0	23300 29000
H	1	59,0	16,0	4,6 8	40,0 45,0	25600 32000
	2		20,0	4,6 8	40,0 45,0	32000 40000

TABELA D-2  
Carregamentos específicos e densidades

D	L	ROTOR DE ANEIS			ROTOR EM GAIOLA		
		B	A	$\delta$	B	A	$\delta$
m	D MAX	Wb/m <sup>2</sup>	$\frac{A. \text{cond}}{m}$	A/mm <sup>2</sup>	Wb/m <sup>2</sup>	$\frac{A. \text{cond}}{m}$	A/mm <sup>2</sup>
0,10	0,80	0,30	6000	3,8	0,30	11000	4,0
0,15	0,75	0,35	10000	3,6	0,35	15000	3,8
0,20	0,70	0,40	13000	3,4	0,40	18000	3,6
0,30	0,65	0,43	17500	3,3	0,43	22500	3,5
0,40	0,62	0,45	21500	3,2	0,45	26000	3,5
0,50	0,60	0,46	25000	3,2	0,46	29000	3,5
0,75	0,50	0,47	30000	3,2	0,47	33000	3,5
0,80	0,42	0,48	32500	3,2	0,48	35000	3,5
1,50	0,33	0,50	34000	3,2			
2,00	0,30	0,51	35000	3,2			
3,00	0,30	0,53	37000	3,2			

Os números de ranhuras no estator e no rotor são escolhidos segundo os critérios explicitados nas equações de (D-6) a (D-9), levando-se em conta que o número de ranhuras por pólo e por fase é maior que 2. Com os números de ranhuras de estator e rotor definidos, passa-se ao cálculo das dimensões



dos dentes de estator, das ranhuras do rotor e da coroa. Sabe-se que:

$$y_s = \frac{\pi D}{n_{re}} \quad (D-16)$$

onde

$y_s$  é o passo da ranhura do estator

$n_{re}$  é o número de ranhuras do estator

Arbitra-se:

$$X_4^0 = \frac{y_s}{2} \quad (D-17)$$

Tem-se, também que:

$$y_r = \frac{\pi (D - 2 \cdot L_g)}{n_{rr}} \quad (D-18)$$

onde

$y_r$  é o passo da ranhura do rotor

$n_{rr}$  é o número de ranhuras do rotor

Arbitra-se:

$$X_7^0 = \frac{y_r}{2} \quad (D-19)$$

Para o cálculo da altura do dente do estator, segue-se o raciocínio seguinte:

$$h_{ds} = \frac{S_{rs}}{\frac{y_s}{2}} \quad (D-20)$$

onde

$h_{ds}$  é a altura do dente do estator

$S_{rs}$  é a área da ranhura do estator calculada como

$$S_{rs} = \frac{I_{rs}}{\frac{\delta_s}{f_{es}}} \quad (D-21)$$

onde

$I_{rs}$  é a corrente circulante na ranhura do estator

$\delta_s$  é a densidade de corrente admissível (retirada da Tabela D-2)

$f_{es}$  é o fator de enchimento da ranhura de estator

O valor de corrente de ranhura é dado como:

$$I_{rs} = n_c \cdot I_f = n_c \cdot \frac{S}{3 \cdot V_f} \quad (D-22)$$

onde

$n_c$  é o número de condutores de ranhura

$V_f$  é a tensão de fase

Considerando o enrolamento de camada dupla tem-se:

$$n_c = 2 \cdot \frac{n_{cf}}{n_{rf}} \quad (D-23)$$

onde

$n_{cf}$  é o número de condutores por fase

$n_{rf}$  é o número de ranhuras por fase

O número de espiras por fase é calculado através da equação (D-45) e neste o fluxo médio por pólo calculado como:

$$\phi_{med} = \frac{\bar{B} \cdot \pi \cdot D \cdot L}{P} \quad (D-24)$$

Assim pode ser estimado o valor inicial de altura de dente do estator como:

$$X_3^0 = h_{ds} \quad (D-25)$$

A altura da coroa do estator ( $h_{cs}$ ) é calculada como:

$$h_{cs} = \frac{(D_{ex} - 2 h_{ds} - D)}{2} \quad (D-26)$$

onde

$D_{ex}$  = Diâmetro externo do pacote de lâminas (fornecido pela Tabela D-1)

Assim:

$$X_5^0 = h_{cs} \quad (D-27)$$

Para o cálculo de dimensões dos anéis de curto-circuito e das ranhuras de rotor, deve-se estimar o valor de corrente nestas partes do motor. A corrente no rotor pode ser calculada como em um transformador por:

$$I_{br} = \frac{3 k_w n_{ef} f_p}{N_2} \cdot I_f \quad (D-28)$$

onde

$I_{br}$  é a corrente de barra no rotor

$N_2$  é a número de ranhuras do rotor

A corrente no anel de curto-circuito  $I_{acc}$  é dada como:

$$I_{acc} = \frac{I_{br} \cdot N_2}{\pi \cdot P} \quad (D-29)$$

Assumindo-se uma densidade de corrente conveniente no rotor (retirada da Tabela D-2) calcula-se a área de uma ranhura de rotor como:

$$S_{rr} = \frac{I_{br}}{S_r f_{er}} \quad (D-30)$$

onde

$S_{rr}$  é a área da ranhura do rotor

$S_r$  é a densidade de corrente assumida para o rotor

$f_{er}$  é o fator de enchimento do rotor

A altura da ranhura do rotor ( $h_{rr}$ ) é calculada como:

$$h_{rr} = \frac{S_{rr}}{\frac{(y_r)}{2}} \quad (D-31)$$

Assim pode-se fazer:

$$X_6^0 = h_{rr} \quad (D-32)$$

Para se manter a densidade de corrente inalterada no anel de curto-circuito deve-se ter:

$$S_{Acc} = \frac{I_{Acc}}{I_{br}} \cdot S_{rr} \quad (D-33)$$

onde

$S_{Acc}$  é a área do anel de curto-circuito

Supondo-se que a profundidade do anel seja maior que a largura por um fator variando entre 1,25 e 1,5, obtém-se uma equação suplementar para cálculo das últimas grandezas necessárias ao projeto. Assim, tem-se:

$$S_{Acc} = L_{Acc} \cdot (1,25 \dots 1,5) l_{Acc} \quad (D-34)$$

$$p_{Acc} = (1,25 \dots 1,5) l_{Acc} \quad (D-35)$$

onde

$l_{Acc}$  é a largura do anel de curto-circuito

$p_{Acc}$  é a profundidade do anel de curto-circuito

Tem-se, portanto:

$$X_9^0 = l_{Acc} \quad (D-36)$$

$$X_{10}^0 = p_{Acc} \quad (D-37)$$

Através das expressões matemáticas anteriores chega-se às grandezas físicas escolhidas para o projeto inicial de um MIRC trifásico. Este procedimento de síntese é feito uma vez e a partir das grandezas calculadas e arbitradas deve-se verificar se as especificações principais de projeto são satisfeitas. Esta verificação pode ser realizada pelo cálculo do circuito equivalente do MIRC que acabou de ser sintetizado. Passa-se então a uma outra fase do projeto chamada análise.

## ANÁLISE DE UM MIRG

Um método poderoso para a análise de um projeto de MIRG trifásico é a utilização do circuito equivalente. Deve-se então escolher primeiramente qual deles será empregado e depois calcular os valores dos parâmetros deste circuito equivalente.

O circuito utilizado neste trabalho é apresentado na Figura D-1, e se compõe de duas reatâncias de dispersão, duas resistências, uma reatância de magnetização e uma resistência representante de perdas nos núcleos.

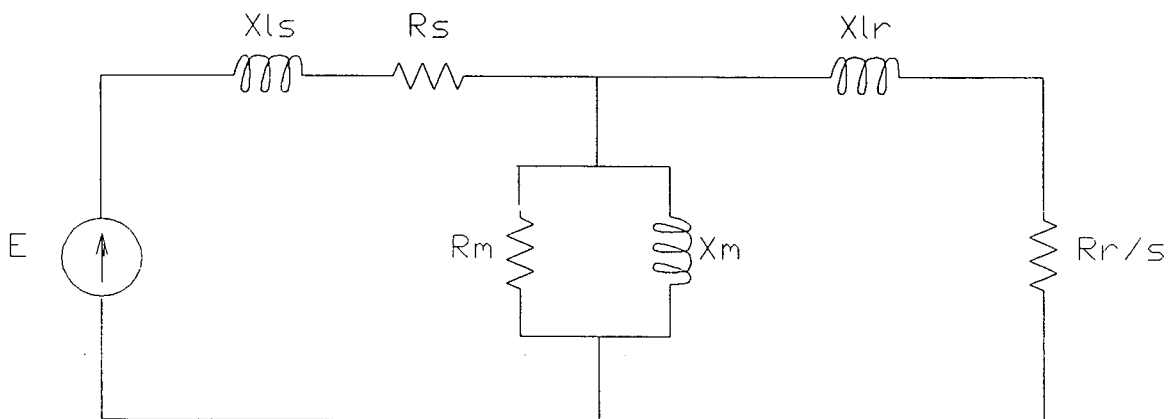


Figura D-1: Circuito equivalente de um MIRG trifásico

O cálculo dos parâmetros do circuito equivalente do MIRG requer alguns passos intermediários que são descritos a seguir.

### Cálculo da resistência do estator

A resistência do estator requer o comprimento total do cobre de uma fase. A fase compreende as espiras ligadas em série que ficam dentro das ranhuras e nas cabeças de bobina. Arbitrou-se que a distância entre a extremidade do pacote do estator onde se encontra a ranhura e a cabeça de bobina é de 6 cm em média para a gama de motores de 5 CV, o que pode ser corrigido convenientemente em outros casos. Uma espira tem o caminho de ida e o caminho

de volta a um passo polar adiante aproximadamente.

Assim o comprimento de meia espira ( $c_{me}$ ), segundo Levi (1987) é:

$$c_{me} = L + 1,15y + 0,12 \quad (D-38)$$

onde

$y$  é o passo polar dado por:

$$y = \frac{\pi \cdot D}{p} \quad (D-39)$$

O comprimento total do enrolamento  $C_{tf}$  de uma fase é:

$$C_{tf} = 2 \cdot C_{me} \cdot n_{ef} \quad (D-40)$$

e a resistência da fase  $r_s$  é finalmente:

$$r_s = \frac{\rho \cdot C_{tf}}{S_c} \quad (D-41)$$

onde

$\rho$  é a resistividade elétrica do material do enrolamento

$S_c$  é a área do condutor da espira que é calculado como:

$$S_c = \frac{I_f}{\delta_s} \quad (D-42)$$

A corrente na fase  $I_f$  é por sua vez calculada como:

$$I_f = h_{ds} \cdot \frac{y_s}{2} \cdot \delta_s \cdot \frac{f_{es}}{n_{cr}} \quad (D-43)$$

onde

$n_{cr}$  é o número de condutores por ranhura dado por:

$$n_{cr} = \frac{2 \cdot n_{ef}}{\tau_1} = \frac{6 \cdot n_{ef}}{N_1} \quad (D-44)$$

O valor de  $n_{ef}$  é conhecido através da equação:

$$n_{ef} = \frac{V}{4,44 \cdot k_w \cdot f \cdot \phi_{med}} \quad (D-45)$$

### Resistência do rotor

A resistência do rotor se estabelece a partir de dois fatores, um que leva em conta os anéis de curto-circuito e outro que considera as barras. Cada barra mais um segmento do anel de curto-circuito pode ser como uma fase constituída de uma metade de espira. Para se encontrar a resistência desta fase pode-se utilizar o circuito da Figura D-2, onde as resistências  $r_a$  e  $r_b$  são calculadas segundo as expressões seguintes:

$$r_a = \pi(D - 2L_g - p_{Acc}) \cdot \frac{\rho_r}{(p_{Acc} \cdot l_{Acc})} \quad (D-46)$$

onde

$\rho_r$  é a resistividade do material que compõe o anel do rotor, e

$$r_b = (L + l_{Acc}) \cdot \frac{\rho_r}{\left[ h_{rr} \cdot \frac{y_r}{2} \right]} \quad (D-47)$$

Na Figura D-2 a gaiola é representada sem indutâncias, o que em regime permanente do motor de indução não leva a grandes erros, pois a força magnetomotriz resultante corta as barras com uma frequência tão pequena (escorregamento multiplicado pela frequência) que as impedâncias indutivas são quase nulas, quando vistas pelo rotor.

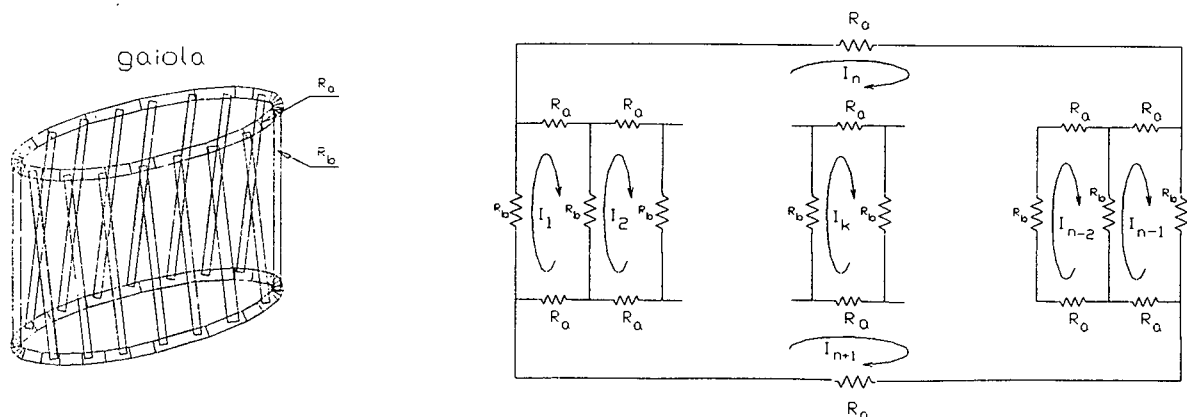


Figura D-2: Circuito formado pelas barras rotóricas

As correntes de malha são representadas passando por duas barras adjacentes, além de duas correntes de malha nos anéis para tornar o sistema de equações solúvel. Vem então o seguinte sistema de equações:

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z} \mathbf{I} \quad (\text{D-48})$$

onde

$\mathbf{V}$  é o vetor de tensões aplicadas nas barras

$\mathbf{I}$  é o vetor de correntes de malha

$\mathbf{Z}$  é Matriz impedância do sistema dada por

$$\mathbf{Z} = \begin{vmatrix} 2R_b+2R_a & -R_b & 0 & 0 & 0 & -R_a & -R_a \\ -R_b & 2R_b+2R_a & -R_b & 0 & 0 & -R_a & -R_a \\ 0 & -R_b & 2R_b+2R_a & -R_b & 0 & -R_a & -R_a \\ \vdots & & & & & & \\ -R_a & -R_a & -R_a & -R_a & -R_a & N_2 R_a & 0 \\ -R_a & -R_a & -R_a & -R_a & -R_a & 0 & N_2 R_a \end{vmatrix}$$

As tensões  $V_1$  a  $V_{N_2}$  são induzidas nas barras pelo corte da onda de indução resultante no entreferro. Supondo-se que a onda de indução é senoidal e se conhecendo o número de pólos do motor, pode-se arbitrar que os valores de tensão de  $V_1$  a  $V_{N_2}$  serão conhecidos pela expressão:

$$V_i = \cos\left[\frac{p(i-1)}{N_2}\right] \pi, \quad i = 1, N_2 \quad (\text{D-49})$$

Com estes valores arbitrados de tensão, o sistema de equações lineares pode ser resolvido para todas as correntes de malha. A resistência ( $r_{fr}$ ) vista por uma barra do rotor, que é uma fase do rotor, é dada como:

$$r_{fr} = \frac{V_1}{I_1} \quad (\text{D-50})$$

Este valor de resistência é devido a uma fase do rotor, e para refletí-la para



o estator, que possui três fases, deve-se considerar a transformação de impedância entre o sistema rotórico e o estatórico dado como:

$$r_{frs} = \frac{3}{N_2} \cdot \frac{(k_w \cdot n_f)^2}{(0,5)^2} \cdot r_{fr} \quad (D-51)$$

onde

$r_{frs}$  é a resistência refletida ao estator

O primeiro fator ( $\frac{3}{N_2}$ ) é a transformação relativa aos números de fases do estator e do rotor, enquanto o segundo termo é a transformação de impedâncias entre dois enrolamentos, o do estator com  $k_w n_f$  espiras e o do rotor com meia espira.

#### Reatância de magnetização

Para se estimar o valor da reatância de magnetização, deve-se calcular a força magnetomotriz necessária para que, no circuito magnético representativo do motor, desenvolvam-se os fluxos magnéticos de projeto. Uma vez conhecida a força magnetomotriz, pode-se calcular o valor da corrente eficaz de magnetização circulante nos enrolamentos estatóricos. Com este valor de corrente, obtém-se o valor de reatância de magnetização dividindo-se a tensão de fase pela corrente magnetizante.

No intuito de se simplificar o circuito magnético, levou-se em conta a saturação nos dentes do estator e rotor de uma maneira indireta. Como a característica magnética do ferro distorce a onda de densidade de fluxo a partir de certo valor de força magnetomotriz, não se pode considerar o circuito magnético linear. Entretanto, a saturação começa aproximadamente em  $60^\circ$  elétricos da onda de indução e termina em  $120^\circ$  elétricos. Isto quer dizer que até os  $60^\circ$  elétricos existe uma relação linear direta entre a indução e a força magnetomotriz, e entre  $60^\circ$  e  $120^\circ$  a relação entre estas duas ondas é não linear. Sendo assim, todos os cálculos de densidade de fluxo magnético podem ser feitos para  $60^\circ$  elétricos e a força magnetomotriz pode ser calculada linearmente. Após o cálculo da força magnetomotriz total para  $60^\circ$  elétricos pode-se finalmente obter o valor correspondente de corrente de fase no

estator, dividindo-se a corrente para  $60^\circ$  por  $\cos(60^\circ)$ . A seguir é apresentado o processo de cálculo da reatância de magnetização.

### Núcleo do estator

A densidade média de fluxo é dada por:

$$B_n = \frac{\phi_{med}}{2 \cdot 0,9 \cdot L \cdot h_{cs}} \quad (D-52)$$

O fator 0,9 considera a redução da área por onde passam os tubos de fluxo. Como o valor é médio deve-se passar ao valor senoidal para utilização da curva de magnetização, relativo aos  $60^\circ$  elétricos, ou seja:

$$B_{n-sen} = B_n \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin 60^\circ = 1,36 B_n \quad (D-53)$$

O comprimento médio do caminho do fluxo entre dois pólos é dado por uma expressão empírica segundo Levi (1987) como:

$$C_1 = \left\{ 1,1 - \frac{B_n}{2} + \frac{P}{2} \cdot \frac{h_{cs}}{\pi(D + 2h_{ds})} \right\} \cdot \pi \cdot \frac{(D + 2h_{ds})}{P} \quad (D-54)$$

### Dentes do estator

Os dentes do estator foram considerados trapezoidais e tem, debaixo de um pólo, a área  $S_{de}$  dada por:

$$S_{de} = \left[ 2\pi \cdot \left( \frac{D}{2} + \frac{h_{ds}}{3} \right) - \frac{y_s}{2} \cdot N_1 \right] \cdot L \cdot \frac{0,9}{P} \quad (D-55)$$

e tem o comprimento  $C_2$  igual a altura do dente de estator dado por:

$$C_2 = h_{ds} \quad (D-56)$$

O valor da densidade de fluxo nesta parte do circuito magnético é:

$$B_{de-sen} = 1,36 \frac{\phi_{med}}{S_{de}} \quad (D-57)$$

### Dentes do rotor

Os dentes do rotor são trapezoidais e a área média  $S_{dr}$  para passagem do fluxo por pólo é:

$$S_{dr} = \frac{0,9 \cdot L \cdot \left[ 2\pi \cdot \left( \frac{D}{2} - L_g - \frac{2h_{rr}}{3} \right) - N_2 \cdot \frac{y_r}{2} \right]}{P} \quad (D-58)$$

O comprimento do dente  $C_3$  é a própria altura da ranhura de rotor, e assim:

$$C_3 = h_r \quad (D-59)$$

A densidade de fluxo nesta parte do circuito é:

$$B_{dr-sen} = \frac{1,36 \phi_{med}}{S_{dr}} \quad (D-60)$$

### Entreferro

O entreferro tem área polar  $S_e$  dada como:

$$S_e = \frac{L \cdot \pi (D - L_g)}{P} \quad (D-61)$$

e o comprimento  $C_4$  é dado como:

$$C_4 = L_g \cdot fat_r \cdot fats \quad (D-62)$$

onde

$fat_r$  e  $fats$  são dados por:

$$fat_r = \frac{y_r}{\left( y_r - f_{Cr} \cdot \frac{y_r}{2} \right)} \quad (D-63)$$

e

$$f_{ats} = \frac{y_s}{\left[ y_s - f_{cs} \cdot \frac{y_s}{2} \right]} \quad (D-64)$$

Nas expressões acima  $f_{cr}$  e  $f_{cs}$  são os fatores de carter retirados de curvas parametrizadas em função de  $\frac{y_r/2}{L_g}$  e  $\frac{y_s/2}{L_g}$ . Estas curvas são mostradas na Figura D-3 (Say (1968)).

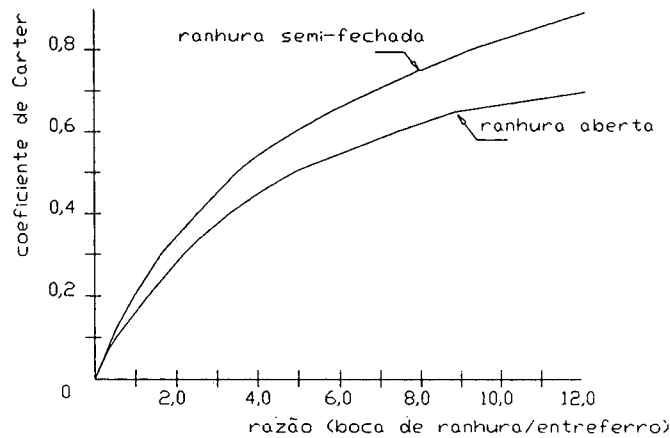


Figura D-3 - Fatores de Carter para correção do entreferro

A densidade de fluxo no entreferro é dada por:

$$B_{e-sen} = \frac{1,36 \phi_{med}}{S_e} \quad (D-65)$$

A força magnetomotriz necessária ao núcleo do rotor foi considerada desprezível.

Os valores de densidade de fluxo nas várias partes do circuito magnético, possibilitam encontrar os valores dos campos magnéticos através da curva de magnetização do material empregado. Então a partir de  $B_{n-sen}$ ,  $B_{d-sen}$ ,  $B_{dr-sen}$ , através da curva de magnetização, encontra-se  $H_{n-sen}$ ,  $H_{d-sen}$ ,  $H_{dr-sen}$ .

valores de campo magnético referentes às diversas partes do motor. O campo magnético no entreferro  $h_{e-sen}$  é dado por:

$$h_{e-sen} = \frac{B_{e-sen}}{\mu_0} \quad (D-66)$$

A força magnetomotriz total  $\mathcal{F}_{mm}$  relativa a estes campos magnéticos é dada por:

$$\mathcal{F}_{mm} = C_1 \cdot h_{n-sen} + C_2 \cdot h_{ds-sen} + C_3 \cdot h_{dr-sen} + C_4 \cdot h_{e-sen} \quad (D-67)$$

Deve-se procurar a corrente estatórica que produzirá esta força magnetomotriz. Se as três fases são equilibradas, o campo magnético é o resultado das três correntes. Ainda deve-se lembrar que o valor de  $\mathcal{F}_{mm}$  foi calculado para  $60^\circ$  elétricos. Assim a relação entre a corrente da fase e a força magnetomotriz  $\mathcal{F}_{mm}$  é:

$$\mathcal{F}_{mm} = \frac{3}{2} \sqrt{2} I_f \cdot \frac{N_{ef}}{P} \cdot k_w \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \sin 60^\circ \quad (D-68)$$

A corrente de fase  $I_f$  é assim calculado como:

$$I_f = \frac{P \cdot \mathcal{F}_{mm}}{2,34 \cdot k_w \cdot N_f} \quad (D-69)$$

Finalmente o valor da reatância de magnetização é:

$$X_M = \frac{V_f}{I_f} \quad (D-70)$$

onde

$V_f$  é a tensão de fase aplicada

### Reatâncias de dispersão

Os parâmetros de reatância de dispersão se compõem de parcelas referentes a ranhuras, cabeças de bobina e Zig-Zag. De acordo com as consultas realizadas, os cálculos devem ser efetuados separadamente. Não há uma forma explícita de quantificar especificamente as dispersões do estator e do rotor, o que leva à adoção de um peso para separá-las

#### Reatância de dispersão de ranhura

Considerando-se as ranhuras retangulares tem-se a seguinte expressão para  $X_s$ :

$$X_s = 15,8 \cdot f \cdot \left[ \frac{6 \cdot n_f^2}{N_1} \right] \cdot L \cdot (\text{fat}_1 + \text{fat}_2) \cdot 10^{-6} \quad (\text{D-71})$$

onde

$$\text{fat}_1 = \frac{h_{ds}}{\left[ \frac{3 \cdot y_s}{2} \right]} \quad (\text{D-72})$$

$$\text{fat}_2 = \frac{h_{rr}}{\left[ \frac{3 \cdot y_r}{2} \right]} \cdot \frac{N_1}{N_2} \cdot k_w^2 \quad (\text{D-73})$$

#### Reatância de cabeça de bobina

A reatância de cabeça de bobina  $X_c$  pode ser calculada por muitas expressões mais ou menos empíricas, entre elas a seguinte:

$$X_c = 15,8 \cdot f \cdot 6 \cdot \frac{n_f^2}{N_1} \cdot L \cdot \text{fat}_3 \cdot 10^{-6} \quad (\text{D-74})$$

onde

$$\text{fat}_3 = y^2 \cdot N_1 / D\pi^2 \quad (\text{D-75})$$

$y$  é o passo polar

### Reatância zig-zag

Esta reatância é provocada por fluxo disperso envolvendo dentes do estator e rotor, tem o seu cálculo feito por:

$$X_z = \frac{5}{6} \cdot X_M \left[ \frac{1}{\left( \frac{N_1}{P} \right)^2} + \frac{1}{\left( \frac{N_2}{P} \right)^2} \right] \quad (D-76)$$

### Reatância total

A reatância total é calculada somando-se as três parcelas encontradas anteriormente. Assim:

$$X_T = X_s + X_c + X_z \quad (D-77)$$

Este valor da reatância é relativo ao estator e o rotor em conjunto. Para a separação desta reatância nas duas reatâncias componentes do circuito equivalente pesa-se  $X_T$  da seguinte maneira:

$$X_{1s} = X_T \cdot \frac{N_2}{(N_1 + N_2)} \quad (D-78)$$

$$X_{1r} = X_T \cdot \frac{N_1}{(N_1 + N_2)} \quad (D-79)$$

### Resistência representante de perdas

Esta resistência, no circuito elétrico equivalente, representa as perdas no núcleo em um regime próximo do nominal. O seu cálculo é feito de maneira indireta, primeiramente calculando-se as perdas no núcleo e nos dentes do estator e depois dividindo-se o quadrado da tensão por um terço destas perdas.

As perdas no ferro estatórico são funções das densidades de fluxo nestas regiões, da frequência de funcionamento, e do peso de ferro empregado. Na Figura D-4 é mostrado um exemplo de curva de perda no ferro para um material magnético.

Como o fluxo varia com a tensão aplicada, mas existe a saturação, o valor de resistência representativa de perda só pode ser considerada constante numa estreita faixa de funcionamento. Numericamente faz-se:

$$R_M = \frac{V_f^2}{P_{nu}} \quad (D-80)$$

onde

$R_M$  é a resistência representativa de perdas no núcleo

$P_{nu}$  é 1/3 da perda no núcleo devido às densidades de fluxo

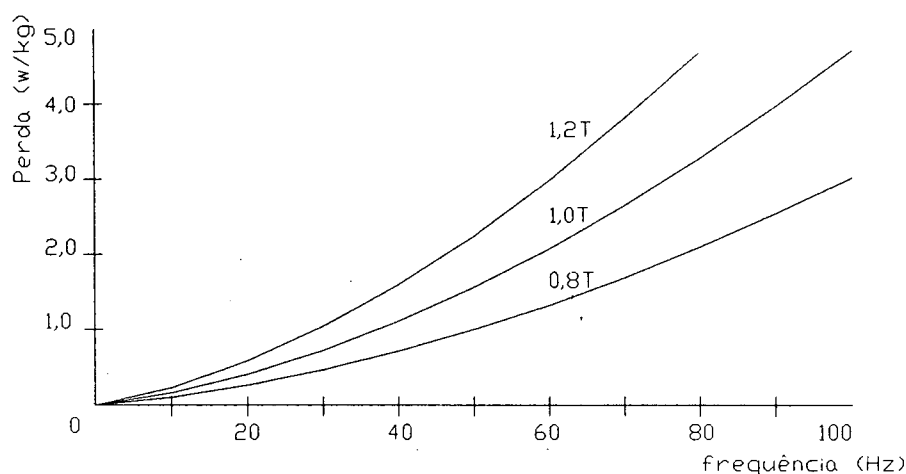


Figura D-4: Curva de perdas em um material ferromagnético

Assim todos os componentes do circuito equivalente do motor são calculados para utilização no processo de análise em pontos de operação de interesse. O analista do projeto pode estar interessado nas correntes de partida e nominal, conjugados de partida e nominal e no conjugado máximo.

Uma verificação extremamente importante, e que não pode ser feita diretamente através do circuito elétrico, é o aumento de temperatura, fator limitante de todos os projetos elétricos. É necessário o cálculo de coeficientes de troca de calor por convecção referentes às cabeças de bobina, às bobinas e a superfície externa do motor. A ventilação do motor proporciona uma velocidade ao ar em seu interior, fazendo com que o coeficiente de troca de calor seja aumentado. A superfície total de troca por convecção forçada é o



cilindro interno do estator mais a área das cabeças de bobina. A superfície de troca de calor por convecção natural é a externa do motor. Então a superfície por convecção forçada  $S_{cf}$  é:

$$S_{cf} = \pi D (L + 0,12) + 2\pi (D + 2h_{cs} + 2h_{ds}) \cdot 2 \frac{N_1}{3P} \cdot h_{ds} \quad (D-81)$$

Esta superfície recebe ar em movimento e quanto maior a velocidade do ar, melhor a convecção, isto é, deve existir um coeficiente multiplicativo, dependente da velocidade do motor, para atualização do valor da superfície. Sugere-se uma função de correção  $k_s$  dada por:

$$k_s = 1 + 0,1 \pi D n \quad (D-82)$$

onde

$n$  é a frequência mecânica em rd/s

Deve-se adicionar agora a superfície externa que troca calor com o exterior por convecção natural, ficando a área total de troca como:

$$S_t = k_s S_{cf} + \pi L (D + 2h_{cs} + 2h_{ds}) \quad (D-83)$$

A potência total de perdas do motor deve ser conduzida ao exterior através da superfície  $S_t$ . Como a potência de perdas é calculada por meio do circuito equivalente, aplica-se a expressão matemática:

$$\Delta T = P \cdot \frac{\sigma}{S_t} \quad (D-84)$$

onde

$\sigma$  é Coeficiente de troca de calor por convecção, assumido como  $0,03 \frac{^\circ\text{C m}^2}{\text{WATT}}$

## REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA

- Abetti P.A.; Willians S.B.; Magnusson E.F. Application of Digital Computers to Transformer Design, AIEE, agosto 1956, p 728-734.
- AIEE COMMITTEE REPORT, Induction Motor Leakage Reactance Calculation, AIEE, maio 1948, p 430-434.
- Andersen O.W., Optimum Design of Electrical Machines, IEEE - Vol. PAS-86, No 6, junho de 1967, p 707-711.
- Appelbaum J.; Fuchs E.F.; White J.C, Optimisation of Three-Phase Induction Motor Design, IEEE, Vol. EC-2, No. 3, setembro 1987, p 407- 422.
- Bandler J. W. and Charalambous, Practical leastpth optimisation of networks, IEEE Trans., MTT-20, p 834-840, 1972.
- Bastos J.P.A; Carlson R.; Lajoie-Mazenc M.; Davat B., Estudo de um servomotor com ímãs permanentes por um método de elementos finitos, 6<sup>o</sup> Congresso Brasileiro de Automática, 25 a 28 de novembro de 1986, Belo Horizonte (MG).
- Ben-Dov E.; Harley R.G., Optimal Rating of an Induction Motor for a Given Load Diagram, IEEE Vol. Pas-99, No. 6, nov/dez 1980, p 2121-2127 .
- Binns, K. J., Kurdali, A., Permanent AC generators, Proc IEE, Vol 126, No 7, julho de 1979.
- Bertin, Y.. Analyse des transferts de chaleur dans un moteur électrique asynchrone developpement d'un environnement CAO - Modelisations Thermoaerauliques. Thèse de Docteur de l'Université de Poitiers - septembre 1987.
- Bharadwal, D.W; Vankatesan K.; Saxena, Induction Motor design optimisation using complex Box algorithm, IEEE Winter Power Meeting, 1979.
- Boules N., Design Optimisation of Permanent Magnet DC Motor, IEEE Trans. on Ind Appl, 1987.

Boules N., Two- Dimensional Field Analysis of Cylindrical Machines with Permanent Magnets Excitation, IEEE - I A S Annual Meeting 1982, p 446-454

Bugig P. K.; Bauer S., Iron losses in thin laminated of rotating machines, ICEM, 1988, p. 39, 44.

Carlson R.; Blauth Y., O servomotor síncrono a ímãs, Máquinas e Metais, novembro 1987, p 48-53.

Carlson R.; Blauth Y., O servomotor síncrono a ímãs, Máquinas e Metais, dezembro 1987, p 20-26.

Carlson R., Uma nova estrutura de máquina síncrona com comutação eletrônica excitado por ímãs terras raras, 1o Congresso Latino Americano de Automático/5o Congresso Brasileiro de Automática, setembro de 1984, Campina Grande (PA).

Carlson R.; E. Lajoie-Mazenc; J.P.A. Bastos; M. Lajoie-Mazenc, Computer aided design of brushless DC machines, IMACS Trans. on Scientific Computing 88, Vol. 6 - Electrical and Power Systems Modeling and Simulation, pp 105-107, J. C. Balzer AG Scientific Publishing Company, Basel (Suíça)

Carlson R.; Blauth Y., O servomotor síncrono a ímãs permanentes-técnicas de comando, 7º Congresso Brasileiro de Automática, 15 a 19 de agosto de 1988, São José dos Campos(SP)

Carlson R.; Tavares A., Modelling of permanent magnet synchronous machines with hysteresis current control by a voltage inverter, AMSE - Modelling and Simulation, 13 a 15 de outubro de 1988, Rio de Janeiro(RJ).

Carlson R.; Tavares A.A. ; Bastos J.P.; Lajoie - Mazenc M., Torque ripple attenuation in permanent magnet synchronous motors, IEEE-IAS Annual Meeting, p 57-62, 1 a 5 de outubro de 1989, San Diego (USA).

Carlson R.; Tavares A.A.; Lajoie-Mazenc M., Operating Analysis and simulation of a brushless DC machine with a 120° hysteresis current controlled voltage inverter, 3rd European Conference on Power Electronics and Applications-EPE 89, p 1507-1511, 9 a 11 de outubro de 1989, Aachen(RFA).

Carlson R.; M. Lajoie-Mazenc M.; Fagundes J.C., Analysis of torque ripple due to phase commutation in brushless dc machines, 1990 IAS/IEEE Annual Meeting, p. 287-292, 7 a 12 de outubro de 1990, Seattle (USA)

Chillet et al. Identification du modèle thermique d'une machine à induction de puissance moyenne. Revue Physique Appliquée - septembre 1989.

Erlicki M.S.; J. Appelbaum, Optimised Parameter Analysis of an Induction Machine, IEEE Vol.PAS-84, No 11, novembro de 1965, p 1017-1024.

Fetih N.H.; El-Shewy H.M., Induction Motor Optimum Design, Including Active Power Loss Effect, IEEE - Vol. EC-1, No. 3, setembro 1986, p 155-160 .

Fei R.; Fuchs E. F.; Huang H., Comparison of Two Optimisation Techniques as Applied to Three-Phase Induction Motor Design, IEEE - Vol. EC-4, No 4, dezembro de 1989, p 651-660.

Fitzgerald, A.E.; Kingsley C. Jr; Kusko A., Máquinas Elétricas, 3a ed. , MacGraw Hill do Brasil, São Paulo, 1976.

Gengwen Y., Mingzhou X., The study of discrete variable problem and mixed random method in the optimum design of induction motor in series, ICEM, 1988, p 391, 393.

Godwin G.L. Optimum Machine Design by Digital Computer, AIEE, agosto de 1959, p 478-488

Herzog G.W.; Andersen O.W.; Scrimgeour J.; Chow W.S. The Application of Digital Computers to Rotating-Machine Design, AIEE, outubro de 1959, p. 814-820

Himmelblaum D.M., Applied Nonlinear Programming, Mac Graw-Hill Book Company EUA 1972

Huang H.; Fuchs E.F.; Zack K., Optimisation of Single-Phase Induction Motor Design, IEEE Vol. EC-3, No.2, junho 1988, p 349-366.

Incropera F.P. Witt D.P.. Fundamentals of Heat Transfer. John Wiley & Sons - USA, 1981.

Jazdzynski W., Influence of material cost on design parameters and properties of optimum designed squirrel-cage induction motor, ICEM, 1988, p 417, 421.

Kenjo T.; Nagamori S., Permanent-magnet and brushless motors, Claredron Press, Oxford, 1985.

Kuhlmann J.H., Diseño de Aparatos Electricos, Compañía Editorial Continental SA, MEXICO 1965.

Krause P.C., Analysis of electrical machinery, Mac Graw-Hill Book Company EUA, 1986.

Kron G., Induction Motor Slot Combination, Convention of the AIEE, N.York, janeiro 1931, p 757-768.

Lajoie-Mazenc M.; Foch H.; Villanueva C., Feeding Permanent Magnet Machines by a Transistorized Inverter, Proc. PCI / MOTORCON, setembro de 1983, p 558-570.

Lajoie-Mazenc M.; Viarouge P., Design and Construction of a Brushless Permanent Magnet Servomotor for Direct Drive Application, IEEE, 1986, p 781-786.

Lajoie-Mazenc M., Permanent Magnet Machines and Electronic Commutation, Nota Técnica, Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle Toulouse, France, 1987.

Latreche, M., Modélisation magnétique et thermique des machines életriques par schémas équivalents. Thèse de Docteur, INPT - Toulouse, juillet 1987.

Levi E., Poliphase Motors, Jonh Wiley & Sons, USA, 1984.

Lloyd T.C., Some Aspects of Electric-Motor Design — Polyphase-Induction-Motor Design to meet fixed specification, AIEE, Vol 63, janeiro 1944, pp 14-20.

Macedo A., Eletromagnetismo, Editora Guanabara SA, Rio de Janeiro 1988.

- Mathieu, P.. Contribution à l'étude et à la conception de machines à aimants permanents destinées à la réalisation de servomoteurs à commutation électronique de puissance massive élevée. Thèse de Docteur - Ingénieur, INPT, Toulouse novembre 1985.
- Menzies R. W., Design of induction motors using nonlinear optimisation techniques, IEEE -PES, Winter Meeting, fevereiro 1980.
- Middendorf W.H., Calculation of Induction Motor Torque and Power, AIEE, dezembro de 1958, p 1055-1059.
- Middendorf W.H., An Approach to Induction Motor Synthesis, AIEE, abril 1962, p 64-69
- Nurdin M., Poloujadoff M., Faure A., Synthesis of Squirrel Cage Motors: A key to Optimisation; IEEE - Vol EC-6, No. 2, junho de 1991, p.327-333.
- Puccini A. L., Introdução à programação linear, Ao Livro Técnico S/A, Rio de Janeiro, Brasil.
- Richter E.; Miller T.J.E., The Ferrite Permanent Magnet A.C. Motor - A Technical and Economical Assessment, IAS Annual Meeting IEEE, 1984, p 1353-1358
- Ramarathnam R.; Desai B.G., Optimisation of Poliphase Induction Motor Design: A Nonlinear Programming Approach, IEEE, Vol. PAS-90, No 2, março/abril 1971 p 570 - 578
- Ramarathnam R.; Desai B. G; Rao S., Comparative study of minimization technics for optimisation of induction motor design, IEEE - PES Winter Meeting, NY, p 1448-1454.
- Ramamoorthy M., RAO P.J, Optimisation of Polyphase Segmented-Rotor Reluctance Motor Design: A Nonlinear Programming Approach, IEEE - Vol.PAS-98, No. 2, abril de 1979, p 527- 535
- Roye, D.. Modelisation Thermique des machines electriques tournantes Application à la machine à Induction. Thèse de Docteur d'Etat INPG - Grenoble - novembre 1983.
- Say M.G. Alternating Current Machines, Longman, Scientific & Tecnical England, 1986.

- Singh B.; Singh B.P.; Murthy S.S; Jha C.S, Experience in Design Optimisation of Induction Motor Using 'SUMT' Algorithm, IEEE - Vol. PAS-102, No.10, outubro de 1983, p 3379-3384
- Slemon. Performance and Design of P.M.A.C. Motors Drives, Tutorial Course IAS. San Diego, 1989.
- Slemon G.R., Modelling and Design of Permanent Magnet Motor, SIMEAR Vol-1, maio de 1991, p 103-119.
- Tavares, A. A., Projeto e análise de motores a ímãs com comutação eletrônica, Tese de Mestrado, UFSC, S.C, 1989.
- Veinott C.G. Induction Machinery Design Being Revolutionized by the Digital Computer, AIEE, fevereiro de 1957, p. 1509-1517.
- Veinnot C.G., Synthesis of Induction Motor Designs on a Digital Computer, AIEE, abril de 1960, p 12-18 .
- Wagner H. M, Pesquisa Operacional, 2a ed., Prentice Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 1986.
- Wechta, A., Design considerations and performance of brushless permanent magnet servomotors, IEEE IAS Annual Meeting, 1982, p 469-475.
- Yihang Z.; Lian H., On establishment of data base in optimum design of electrical machines, ICEM, 1988, p 429, 431.