

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**CONTROLE MULTIVARIÁVEL ROBUSTO DE UM SISTEMA
TÉRMICO: COMPARAÇÃO ENTRE TÉCNICAS DE CONTROLE.**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

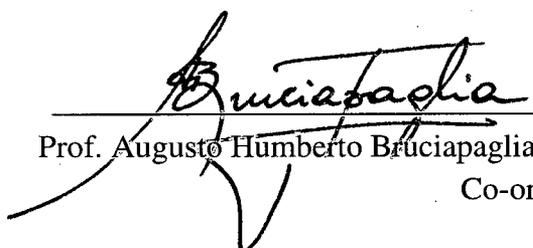
ANDRÉ BITTENCOURT LEAL

FLORIANÓPOLIS, MAIO DE 1996.

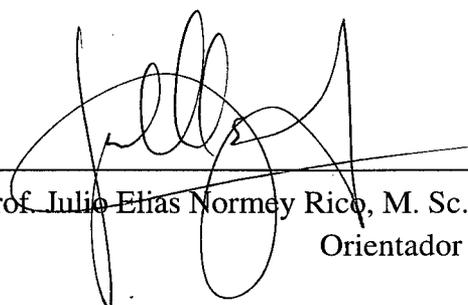
CONTROLE MULTIVARIÁVEL ROBUSTO DE UM SISTEMA TÉRMICO: COMPARAÇÃO ENTRE TÉCNICAS DE CONTROLE.

ANDRÉ BITTENCOURT LEAL

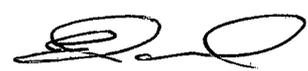
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA, ÁREA DE
SISTEMAS DE CONTROLE, AUTOMAÇÃO E INFORMÁTICA INDUSTRIAL.
E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.



Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr. Ing.
Co-orientador

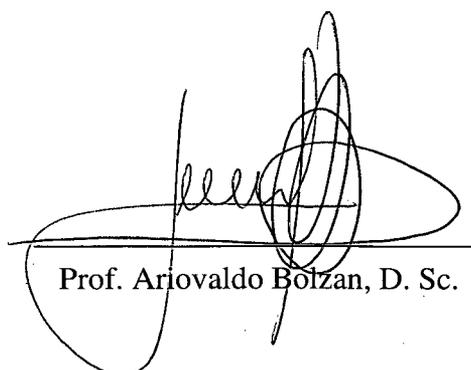


Prof. Julio Elias Normey Rico, M. Sc.
Orientador

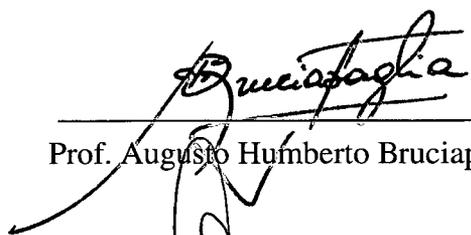


Prof. Enio Valmor Kassick, Dr. Ing.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Eng. Elétrica

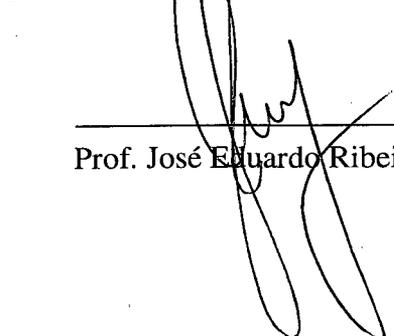
BANCA EXAMINADORA



Prof. Ariovaldo Bolzan, D. Sc.



Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr. Ing.
Presidente



Prof. José Eduardo Ribeiro Cury, Dr. D'Etat.

*"Mais vale lançar-se à luta, alcançar triunfo e glória,
mesmo expondo-se ao insucesso, do que formar fila com pobres
de espírito, que não amam muito nem sofrem muito, mas vivem
nessa penumbra cinzenta sem conhecer vitória nem derrota."*

Franklin D. Roosevelt

À Deus.

AGRADECIMENTOS

Agradeço principalmente aos meus pais pelo amor, educação e apoio que venho recebendo durante toda a minha vida. Sua participação foi fundamental para que eu tivesse todas as condições de desenvolver minhas potencialidades.

Ao professor e caro amigo Júlio Elias Normey Rico pela orientação, apoio e estímulo, e ao professor Augusto Humberto Bruciapaglia pela co-orientação e apoio na realização deste trabalho.

Aos demais membros da banca, professores Ariovaldo Bolzan e José Cury, pela avaliação críticas e comentários apontados durante a apresentação deste trabalho.

Aos professores, funcionários e amigos do LCMI, em especial aos professores Edson Roberto de Pieri e José Eduardo Ribeiro Cury e aos colegas da PGEEL Danielle Nishida, Emerson Raposo, Max Mauro Santos e Ricardo Martins pela amizade e apoio em todo momento.

Em especial à minha esposa pelo incansável apoio, estímulo, compreensão e carinho demonstrados tanto nos momentos bons quanto nos difíceis.

SUMÁRIO

Simbologia Utilizada	viii
Abreviações	ix
Resumo	x
Abstract.....	xi
Capítulo 1: Introdução.....	01
Capítulo 2: Análise da Planta Piloto: Sistema Térmico	03
2.1 Introdução	03
2.2 Princípio de Funcionamento	03
2.3 Modelamento Matemático.....	05
2.3.1 Formulação Matemática	06
2.3.2 Aplicação ao Sistema Térmico	07
2.3.3 Linearização do Modelo Matemático	13
2.3.4 Representação Entrada-Saída: Matriz Função de Transferência.....	14
2.3.4.1 Aplicação da Transformada de Laplace.....	15
2.3.4.2 Matriz Função de Transferência	17
2.4 Análise do Comportamento do Sistema.....	18
2.4.1 Determinação da Faixa de Operação do Sistema.....	18
2.4.2 Comportamento Estático do Sistema	19
2.4.3 Comportamento dos Pólos com a Mudança no Ponto de Operação	20
2.4.4 Escolha do Ponto de Operação	23
2.4.5 Comportamento Dinâmico do Sistema	24
2.5 Conclusão.....	28
Capítulo 3: Estudo dos Problemas de Controle	29
3.1 Introdução	29
3.2 Definição dos Objetivos de Controle	29
3.3 Problemas de Controle	31

3.3.1 Problema do Desacoplamento.....	31
3.3.2 Problema do Posicionamento de Pólos.....	36
3.3.3 Problema da Rejeição de Perturbações.....	40
3.3.3.1 Problema de Rejeição Assintótica de Perturbações.....	43
3.4 Conclusão.....	48
Capítulo 4: Aplicação das Técnicas Estudadas à Planta Piloto e Simulações	50
4.1 Introdução	50
4.2 Problema do Desacoplamento	51
4.2.1 Cálculo do Compensador de Desacoplamento	51
4.2.2 Análise do Comportamento do Sistema com o Desacoplador	55
4.3 Projeto dos Controladores Locais.....	57
4.3.1 Estrutura de Controle em Cascata	57
4.3.2 Estrutura de Controle em Cascata mais Retroação.....	59
4.4 Comparação entre os Controladores	65
4.4.1 Seguimento de Referências	65
4.4.2 Rejeição de Perturbações	66
4.5 Projeto Robusto do Controlador PID	71
4.6 Testes Finais com o Controlador Proposto	75
4.7 Conclusão.....	77
Capítulo 5: Conclusões e Perspectivas	78
Referências Bibliográficas	80
Apêndice A - Resumo sobre a Teoria Polinomial.....	83
Apêndice B - Dados Práticos sobre o Sistema Térmico.....	86
Apêndice C - Representação do Sistema em Diagrama de Blocos	89
Apêndice D - Ajuste Robusto de Controladores PID	92

SIMBOLOGIA

- \in $a \in A$ = a é um elemento de A; a pertence à A.
- \subset $A \subset B$ = conjunto A está contido no conjunto B; A é um subconjunto de B.
- \supset $A \supset B$ = conjunto A contém o conjunto B; B é um subconjunto de A.
- \mathbb{R} = campo dos números reais.
- \mathbb{C} = campo dos números complexos.
- \mathbb{C}^+ = números complexos com parte real positiva ou nula.
- \mathbb{C}^- = números complexos com parte real negativa.
- \mathbb{C}_b = região de alocação dos pólos de malha fechada.
- \mathbb{C}_r = complemento da região de alocação dos pólos de malha fechada.
- $\mathbb{R}(s)$ = anel das funções racionais reais
- $\mathbb{R}[s]$ = anel dos polinômios de coeficientes reais.
- $\mathbb{R}^{n \times p}(s)$ = anel das matrizes racionais reais com dimensão $n \times p$.
- $\mathbb{R}^{n \times p}[s]$ = anel das matrizes polinomiais de coeficientes reais com dimensão $n \times p$.
- $\mathcal{L}[f]$ = transformada de Laplace da função f.
- $\mathcal{L}[H]$ = transformada de Laplace da matriz H.
- $P(s)$ = matriz função de transferência (malha aberta) da planta.
- $\mathcal{P}[P(s)]$ = conjunto de pólos da matriz função de transferência da planta P(s).
- $\mathcal{Z}[P(s)]$ = conjunto de zeros da matriz função de transferência da planta P(s).
- $\det A$ = determinante da Matriz A

ABREVIACOES

SLM	= Sistema Linear Multivariável.
f.c.d	= fração coprima pela direita.
f.c.e	= fração coprima pela esquerda.
d.d.	= divisor pela direita.
d.e.	= divisor pela esquerda.
m.d.	= múltiplo pela direita.
m.e.	= múltiplo pela esquerda.
m.d.c.d	= máximo divisor comum pela direita.
m.d.c.e	= máximo divisor comum pela esquerda.
PPP	= Problema de Posicionamento de Pólos.
PD	= Problema de Desacoplamento.
PDT	= Problema do Desacoplamento Total.
PDTPP	= Problema do Desacoplamento Total com Posicionamento de Pólos
PRP	= Problema de Rejeição de Perturbações.
PRAP	= Problema de Rejeição Assintótica de Perturbações.
DE	= Desacoplamento Estático.
DT	= Desacoplamento Dinâmico Total.
PI	= Controlador Proporcional Integral.
PID	= Controlador Proporcional Integral Derivativo.
FT	= Função de Transferência.
MFT	= Matriz Função de Transferência.
MA	= Malha Aberta.
MF	= Malha Fechada.
MFTMA	= Matriz Função de Transferência de Malha Aberta.
LR	= Lugar das Raízes.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal o desenvolvimento de um sistema de controle robusto para ser aplicado no controle de um sistema térmico multivariável.

Tendo em vista a abordagem prática deste trabalho, e sabendo-se que o controlador mais utilizado em ambientes industriais é o controlador PI, é projetado então um controlador que do ponto de vista do operador de planta se assemelha muito a este, sendo portanto de fácil aceitação em ambientes industriais. O projeto dos controladores é feito utilizando-se as técnicas clássicas de controle, técnicas estas que são bastante conhecidas nos ambientes mencionados.

São feitas comparações entre estratégias de controle e verifica-se, através de simulações, a estratégia mais adequada para o controle deste processo.

“Num país que precisa de soluções simples, de baixo custo e eficientes, não se pode aceitar que o conhecimento desenvolvido através das universidades não tenha aplicação nos problemas que as empresas enfrentam no dia-a-dia.”

ABSTRACT

This work has as its main goal the development of a robust control system to be applied to the control of a multivariable thermal system.

Keeping the practical approach of this work in mind, and knowing that the controller most often used in industrial environments is the PI controller, we have designed a controller that is very similar from the point of view of the plant operator, for easy acceptance in industrial environments. The design of the controllers is done using classical control techniques, which are well known in the above mentioned environments.

Comparisons among control strategies have been done and we have verified, through simulations, the most adequate strategy to the control of this process.

“In a country that needs simple solutions, both efficient and low-cost, we can not accept that the knowledge developed in universities is not applied in the day to day problems of industry.”

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Uma grande parte das plantas industriais existentes hoje em dia são processos complexos, geralmente não lineares, com várias entradas e várias saídas. Muitas vezes as saídas destes processos dependem de mais de uma entrada e então é dito que existe um acoplamento entre os mapas de entrada e saída, ou de forma mais simples, que o sistema é acoplado.

Nas últimas décadas várias técnicas de controle multivariável foram desenvolvidas para o controle de tais sistemas e, hoje em dia, problemas como seguimento de referência e rejeição de perturbações já foram amplamente estudados e várias soluções foram propostas. No entanto estas técnicas não foram bastante difundidas em ambientes industriais, onde principalmente em nível nacional utilizam-se os conceitos da teoria clássica de controle. Isto se deve, principalmente, à complexidade das soluções propostas por estas novas teorias e à dificuldade encontrada pelos operadores de planta para realizar os ajustes destes controladores.

Para o controle de sistemas não lineares normalmente são utilizadas duas abordagens: (i) quando se trata de sistemas bastante não lineares e requer-se robustez na resposta, geralmente são utilizadas técnicas de controle adaptativo; e (ii) quando o sistema é bastante não linear mas não exige-se robustez na resposta, ou o sistema é considerado pouco não linear, utilizam-se técnicas simples baseadas no modelo linearizado do processo.

Trabalhos recentes de Nozaka [NOZAKA 93] e de Persson & Aström [PERSSON 93] afirmam que mais de 91% dos controladores industriais são PID, 6.5% estão em malha aberta e somente 2.5% são controladores mais sofisticados. Estes dados não significam que os controladores PID são os mais indicados para todas as malhas de controle industrial, mas mostram que as técnicas mais modernas têm encontrado grandes dificuldades de ordem técnica e econômica para serem aceitas em tais ambientes, o que leva à existência de uma grande distância entre a teoria de controle de sistemas e sua implementação prática.

O processo utilizado aqui como planta piloto se encontra no Laboratório de Controle de Processos do Departamento de Engenharia Química desta Universidade e foi utilizado também como protótipo por Coutinho [COUTINHO 93]. No decorrer deste trabalho serão feitas então algumas comparações com os resultados obtidos naquele trabalho. Este processo não é utilizado em larga escala nas indústrias, mas tem o importante aspecto de reunir características comumente encontradas na grande maioria dos processos químicos, como não linearidades e acoplamento entre os mapas de entrada e saída.

Neste trabalho procurou-se propor uma estratégia simples, que permita a utilização das técnicas clássicas, para o controle de sistemas multivariáveis bastante não lineares em que a robustez da resposta é um fator importante, mantendo-se assim um compromisso entre a robustez do controle e sua simplicidade, de forma que este possa ser aceito nos ambientes industriais. As soluções analisadas neste trabalho podem então ser estendidas para outros processos industriais com maior escala de utilização, diminuindo desta forma a distância entre a teoria e a prática.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. O capítulo 2 será dedicado à análise da planta piloto. Neste será apresentado o processo a ser controlado e seu princípio de funcionamento, será feito seu modelamento matemático e analisado detalhadamente seu comportamento através de simulações do sistema em malha aberta, bem como através da análise de suas não linearidades.

No capítulo 3 serão estudados os problemas de controle normalmente encontrados em ambientes industriais - Problema do Desacoplamento (PD), Problema de Posicionamento de Pólos (PPP) e Problema de Rejeição de Perturbações (PRP). Serão analisadas, então, algumas técnicas utilizadas para resolver tais problemas, observando-se as soluções mais apropriadas para este trabalho. Também no capítulo 3 serão definidos os objetivos de controle a serem alcançados com o sistema em malha fechada, após a inclusão do controlador.

No capítulo 4 as técnicas anteriormente estudadas serão aplicadas à planta piloto e serão feitas várias simulações para verificar os resultados obtidos. Será calculado um compensador de desacoplamento para um determinado ponto de funcionamento e será feito então o projeto dos controladores locais considerando-se que o sistema está desacoplado. A estrutura de controle em cascata, normalmente utilizada nas indústrias (controlador em série com a planta) será comparada com a estrutura proposta (controlador em cascata-retroação) e será escolhido o melhor controlador para que sejam feitos outros testes sobre este. Serão mostrados então os resultados de seguimento de referência e rejeição de perturbações através de várias simulações.

Por fim, no capítulo 5 serão apresentadas as conclusões gerais deste trabalho e as perspectivas para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE DA PLANTA PILOTO: SISTEMA TÉRMICO

2.1 - Introdução

Este capítulo será inteiramente dedicado à análise do processo a ser controlado. Com esta análise pretende-se conhecer bem o funcionamento do sistema térmico e obter um modelo matemático que o represente de forma fiel, para que desta forma possa ser escolhida uma estratégia adequada para seu controle. O capítulo está organizado conforme mostrado a seguir.

Na seção 2.2 será apresentado o sistema a ser controlado explicando-se seu princípio de funcionamento. Na seção 2.3 será introduzida a teoria necessária para o modelamento matemático de sistemas físicos, será levantado o modelo matemático da planta piloto, e será feita a linearização deste modelo. Ainda na seção 2.3, será obtida a representação entrada-saída do sistema através de sua Matriz Função de Transferência. Na seção 2.4 será feita a análise do comportamento estático e dinâmico do sistema através de análises nas equações e de simulações. Por fim, na seção 2.5 serão apresentadas as principais conclusões obtidas neste capítulo de análise da planta piloto.

2.2 - Princípio de Funcionamento

A planta utilizada como exemplo neste trabalho consiste num sistema térmico similar àqueles existentes nas indústrias de laticínios. Este sistema é utilizado para fazer o aquecimento de água, o que é feito em dois estágios (tanques) distintos: no primeiro - tanque 1, água fria é misturada diretamente a vapor saturado e transportada através de um cano de conexão ao segundo estágio - tanque 2, onde se deseja controlar, separadamente, a temperatura e o nível da água neste estágio.

Tem-se então como entradas de controle do sistema a vazão de água fria e a vazão de vapor; e como saídas à controlar, a temperatura e o nível de água no tanque 2. A figura 2.1 mostra uma representação esquemática do sistema térmico.

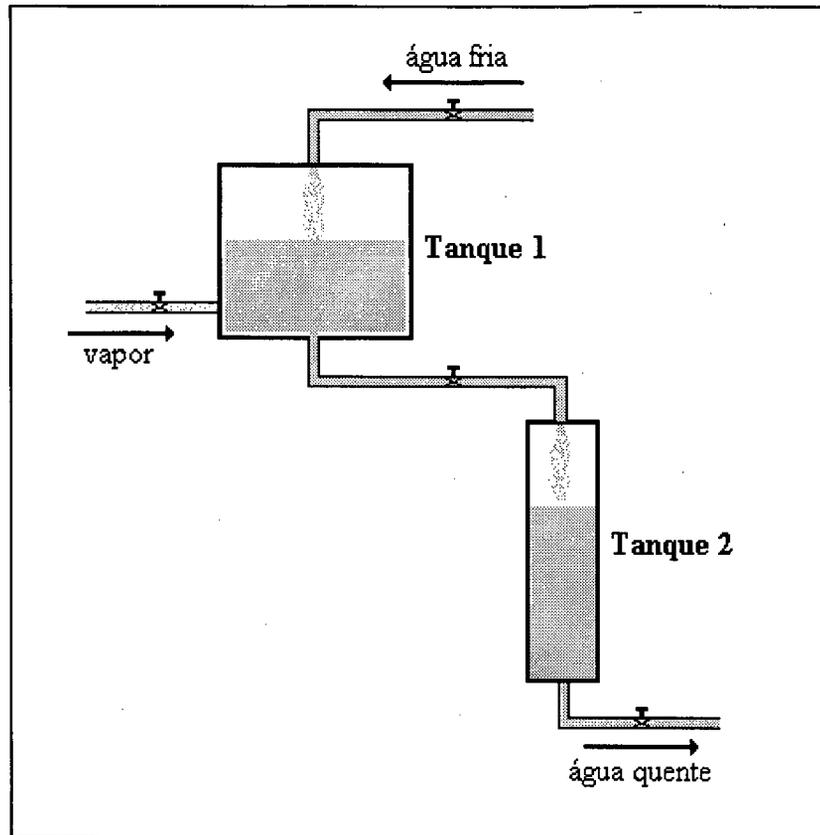


Figura 2.1: Representação do Sistema Térmico.

As vazões de água fria e de vapor na entrada são controladas através de duas válvulas pneumáticas representadas por V_{ae} e V_{ve} - válvula de água de entrada e válvula de vapor de entrada, respectivamente. A monitoração das saídas é feita através de dois transdutores, um termopar (TT) que permite a leitura da temperatura da água, e um sensor de pressão diferencial (LT) que permite a medição do nível uma vez que a densidade da água é constante.

Existem ainda duas válvulas manuais V_1 e V_2 nas saídas dos dois estágios, que têm o objetivo de possibilitar ajustes no ponto de operação e/ou simular perturbações no processo.

As dimensões físicas do sistema se encontram no Apêndice B, juntamente com os demais dados sobre o sistema.

Na figura 2.2 tem-se um esquema completo do sistema térmico.

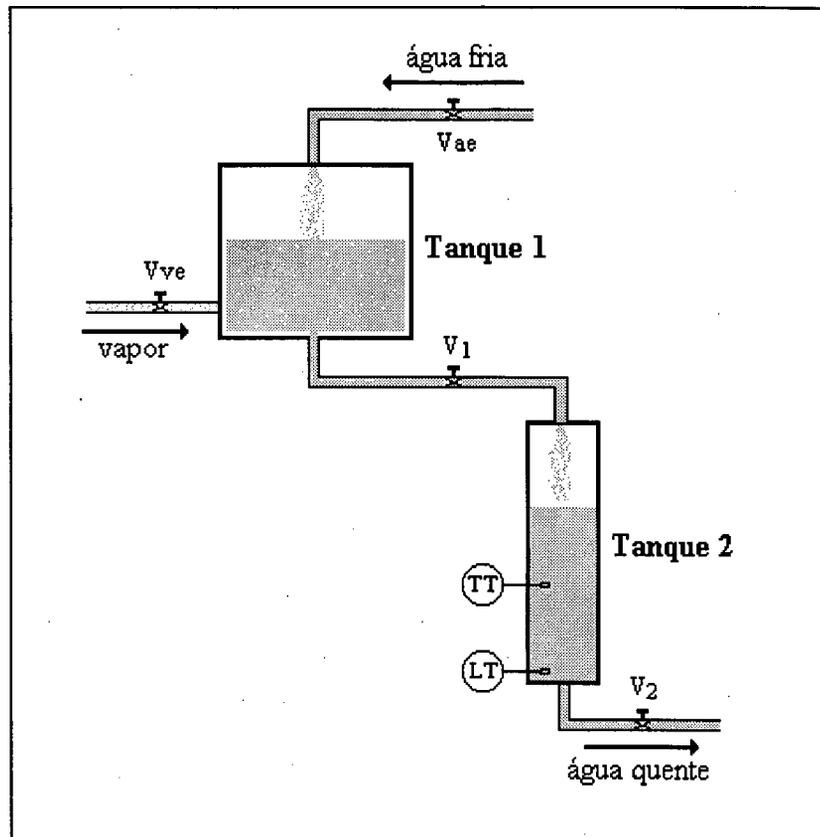


Figura 2.2: Representação Completa do Sistema Térmico.

2.3 - Modelamento Matemático

O modelamento matemático de um sistema dinâmico pode ser definido com a determinação de um conjunto de equações que o representam sob determinadas condições.

Vale destacar que um sistema pode ser representado de muitas maneiras diferentes e, portanto, podem haver muitos modelos matemáticos que representem o comportamento deste. Por isso, durante a modelagem deve-se utilizar algumas regras práticas como, por exemplo, tomar o cuidado de se ter o número de variáveis globais igual ao número de equações, evitando equações redundantes e também de difícil solução. Deve-se ainda optar entre uma descrição simplificada e uma mais rigorosa, tendo em mente o compromisso entre a simplicidade do modelo e sua fidelidade na representação, sempre levando em conta que a obtenção de um modelo matemático razoável é a parte mais importante de toda a análise.

2.3.1 - Formulação Matemática

A dinâmica de muitos sistemas, sejam eles mecânicos, elétricos, térmicos, econômicos, biológicos, etc., pode ser descrita em termos de equações diferenciais, que podem ser obtidas utilizando-se as leis que os governam, como por exemplo, as leis de Newton dos sistemas mecânicos ou as leis de Kirchhoff dos sistemas elétricos. Como o sistema proposto é físico, utiliza-se leis fundamentais da física para o desenvolvimento de seu modelo matemático. Para a maioria dos casos, utiliza-se as seguintes leis fundamentais [LUYBEN 73]:

- ⇒ **Conservação de massa;**
- ⇒ **Conservação de energia;**
- ⇒ **Conservação de espécie química.**

Como o sistema térmico envolve processos termodinâmicos com fluxo de massa, aplica-se a este processo apenas as duas primeiras leis fundamentais apresentadas acima: a de conservação de massa e a de conservação de energia. De uma maneira geral, estas leis são apresentadas da seguinte forma:

⇒ **Conservação de Massa**

A equação que representa esta lei pode ser descrita como:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Acumulação de} \\ \text{massa do sistema} \\ \text{no tempo} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Velocidade de} \\ \text{entrada de massa} \\ \text{no sistema} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Velocidade de} \\ \text{saída de massa} \\ \text{do sistema} \end{array} \right]$$

ou seja,

$$\frac{dm}{dt} = Q_e - Q_s \quad (2.1)$$

onde,

- m - massa
- Q - vazão mássica do fluido

e os subíndices “e” e “s” indicam:

- e - entrada
- s - saída

⇒ Conservação de Energia

O princípio da Conservação de Energia é colocado através da primeira Lei da Termodinâmica. Escrevendo esta equação para um sistema geral aberto, onde o fluxo pode entrar e sair, tem-se:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Velocidade de entrada} \\ \text{de energia interna,} \\ \text{cinética e potencial.} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Velocidade de saída} \\ \text{de energia interna,} \\ \text{cinética e potencial.} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Calor adicionado} \\ \text{ao sistema por} \\ \text{condução e radiação.} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Trabalho executado} \\ \text{pelo sistema nas} \\ \text{suas redondezas} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Perdas} \\ \text{externas} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Taxa de variação de energia} \\ \text{interna, cinética e potencial,} \\ \text{dentro do sistema} \end{array} \right]$$

2.3.2 - Aplicação ao Sistema Térmico

Para aplicação das leis apresentadas no item anterior ao sistema térmico, faremos as seguintes considerações:

- *A densidade da água é constante na faixa de temperatura de trabalho do sistema;*
- *A energia interna é muito maior que a energia cinética e que a energia potencial;*
- *Nenhum calor é adicionado ao sistema;*
- *O trabalho executado pelo sistema e nas suas redondezas é nulo;*
- *As perdas externas são por condução e convecção com o meio ambiente;*
- *A área de transferência de calor entre o fluido do sistema e o meio ambiente é constante e igual à área total de contato do sistema com o meio;*
- *O sistema possui agitação perfeita (a temperatura da água nos tanques é homogênea).*

Com a consideração de que a densidade da água é constante para a faixa de temperatura de operação do sistema e, tendo em vista a geometria cilíndrica dos tanques, ou seja, seu volume é igual ao produto da área pela altura, podemos escrever a seguinte equação para o princípio de conservação de massa:

$$\rho A \frac{d(\ell)}{dt} = Q_e - Q_s \quad (2.2)$$

onde,

- ρ - densidade do fluido dentro do sistema
- A - área da seção transversal do sistema
- ℓ - nível do fluido no sistema

Da mesma forma, com as considerações feitas anteriormente podemos escrever a seguinte equação para o princípio de conservação de energia:

$$\rho C_p A \frac{d(\ell T)}{dt} = (Q_e H_e) - (Q_s H_s) - [U_o A_o (T - T_o)] \quad (2.3)$$

onde,

- C_p - capacidade calorífica do fluido a pressão constante
- H - entalpia do fluido de entrada (H_e) e de saída (H_s)
- T - temperatura do fluido
- T_o - temperatura ambiente
- U_o - coeficiente global de transmissão de calor entre o sistema e o meio ambiente
- A_o - área de contato do sistema com o meio ambiente

Para aplicação das leis apresentadas no item anterior ao sistema térmico, pode-se subdividir o processo em três partes: o primeiro estágio (tanque 1), o cano de conexão do primeiro com o segundo estágio e o segundo estágio (tanque 2). Desta forma, os dois princípios enunciados acima serão agora aplicados separadamente a cada parte do processo utilizando as equações (2.2) e (2.3). É importante destacar que, por simplicidade, não será indicada expressamente a dependência de cada variável com o tempo.

a) Princípio da Conservação de Massa

a.1) Tanque 1

Aplicando a equação 2.2 ao tanque 1, considerando que todo vapor injetado no tanque 1 se condensa, tem-se:

$$\frac{d\ell_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left[\frac{Q_{ve}}{\rho_a} + q_{ae} - q_l \right] \quad (2.4)$$

- ℓ_1 - nível da água no tanque 1
 A_1 - área da seção transversal do tanque 1
 Q_{ve} - vazão mássica de entrada de vapor
 q_{ae} - vazão volumétrica de entrada de água fria
 q_1 - vazão de saída da mistura água-vapor no tanque 1
 ρ_a - densidade da água

sendo que,

$$Q_{ve} = Q_{ve_{max}} a_{ve} \quad e \quad q_{ae} = q_{ae_{max}} a_{ae} \quad (2.5)$$

onde,

- $Q_{ve_{max}}$ - máxima vazão mássica de entrada de vapor
 a_{ve} - abertura da válvula V_{ve} de entrada de vapor
 $q_{ae_{max}}$ - máxima vazão volumétrica de entrada de água fria
 a_{ae} - abertura da válvula V_{ae} de entrada de água

Para obter uma relação entre o nível ℓ_1 e a vazão de saída q_1 , pode-se utilizar o teorema de Bernoulli para escoamento de fluidos [LYDERSEN 79]. Considera-se que a seção reta do tanque é muito maior que a seção reta do cano de escoamento e que o nível ℓ é suficientemente pequeno para que se possa desconsiderar a diferença de pressão atmosférica devida à altura. Assim:

$$q_1 = a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} \quad (2.6)$$

onde,

- a_1 - abertura da válvula V_1
 k_1 - constante de proporcionalidade

substituindo então as equações 2.5 e 2.6 em 2.4, tem-se:

$$\frac{d\ell_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left[\frac{Q_{ve_{max}} a_{ve}}{\rho_a} + q_{ae_{max}} a_{ae} - a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} \right] \quad (2.7)$$

a.2) Cano de Conexão

Considera-se como hipótese que não há acumulação no cano.

a.3) Tanque 2

Aplicando a equação 2.2 ao Tanque 2 tem-se:

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{1}{A_2} [q_1 - q_2] \quad (2.8)$$

onde,

- ℓ - nível da água no tanque 2
- A_2 - área da seção transversal do tanque 2
- q_2 - vazão de saída da água no tanque 2

sendo que
$$q_2 = a_2 k_2 \sqrt{\ell} \quad (2.9)$$

onde,

- a_2 - abertura da válvula V_2
- k_2 - constante de proporcionalidade

Substituindo então as equações 2.6 e 2.9 em 2.8, tem-se:

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{1}{A_2} [a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} - a_2 k_2 \sqrt{\ell}] \quad (2.10)$$

b) Princípio da Conservação de Energia**b.1) Tanque 1**

Aplicando a equação 2.3 ao Tanque 1 tem-se:

$$\rho_a C_{pa} A_1 \frac{d(\ell_1 T_1)}{dt} = (Q_{ve} H_{SL} + \rho_a q_{ae} C_{pa} T_a) - (\rho_a q_1 C_{pa} T_1) - [U_{01} A_{01} (T_1 - T_o)] \quad (2.11)$$

onde,

- C_{pa} - capacidade calorífica a pressão constante da água
- H_{SL} - entalpia específica do vapor
- T_1 - temperatura da mistura água-vapor no tanque 1
- T_a - temperatura da água de entrada no tanque 1
- T_o - temperatura ambiente
- A_{01} - área de contato do tanque 1 com o meio ambiente
- U_{01} - coeficiente global de transmissão de calor entre o tanque 1 e o meio ambiente

Substituindo as equações 2.5 e 2.6, tem-se

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{A_1 \ell_1} \left[\frac{Q_{v\max} H_{SL} a_{ve}}{\rho_a C_{pa}} + q_{ac\max} a_{ac} T_a - a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} T_1 - \frac{U_{01} A_{01} (T_1 - T_0)}{\rho_a C_{pa}} \right] - \frac{T_1}{\ell_1} \frac{d\ell_1}{dt} \quad (2.12)$$

b.2) Cano de Conexão

Aplicando a equação 2.3 ao cano de conexão tem-se:

$$\rho_a C_{pa} A_c X_c \frac{d(T_c)}{dt} = (\rho_a q_1 C_{pa} T_1) - (\rho_a q_1 C_{pa} T_c) - [U_{0c} A_{0c} (T_c - T_0)] \quad (2.13)$$

onde,

- A_c - área da seção reta do cano de conexão
- X_c - comprimento do cano de conexão
- T_c - temperatura d'água no cano de conexão dos tanques 1 e 2
- A_{0c} - área de contato do cano de conexão com o meio ambiente
- U_{0c} - coeficiente global de transmissão de calor entre o cano e o meio ambiente

Substituindo a equação 2.6 tem-se:

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{1}{A_c X_c} \left[a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} (T_1 - T_c) - \frac{U_{0c} A_{0c} (T_c - T_0)}{\rho_a C_{pa}} \right] \quad (2.14)$$

b.3) Tanque 2

Aplicando a equação 2.3 ao Tanque 2 tem-se:

$$\rho_a C_{pa} A_2 \frac{d(T)}{dt} = (\rho_a q_1 C_{pa} T_c) - (\rho_a q_2 C_{pa} T) - [U_{02} A_{02} (T - T_0)] \quad (2.15)$$

onde,

- T - temperatura no tanque 2
- A_{02} - área de contato do tanque 2 com o meio ambiente
- U_{02} - coeficiente global de transmissão de calor entre o tanque 2 e o meio ambiente

Substituindo as equações 2.6 e 2.9, tem-se:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{A_2 \ell} \left[a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} (T_c - T) - \frac{U_{02} A_{02} (T - T_0)}{\rho_a C_{pa}} \right] - \frac{T}{\ell} \frac{d\ell}{dt} \quad (2.16)$$

EQUAÇÕES FINAIS: MODELO MATEMÁTICO NÃO LINEAR DO SISTEMA TÉRMICO.**Equação 2.7:**

$$\frac{d\ell_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left[\frac{Q_{v\max} a_{ve}}{\rho a} + q_{ae\max} a_{ae} - a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} \right]$$

Equação 2.10:

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{1}{A_2} \left[a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} - a_2 k_2 \sqrt{\ell} \right]$$

Equação 2.12:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{A_1 \ell_1} \left[\frac{Q_{v\max} H_{SL} a_{ve}}{\rho a C_{pa}} + q_{ae\max} a_{ae} T_a - a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} T_1 - \frac{U_{01} A_{01} (T_1 - T_0)}{\rho a C_{pa}} \right] - \frac{T_1}{\ell_1} \frac{d\ell_1}{dt}$$

Equação 2.14:

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{1}{A_c X_c} \left[a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} (T_1 - T_c) - \frac{U_{0c} A_{0c} (T_c - T_0)}{\rho a C_{pa}} \right]$$

Equação 2.16:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{A_2 \ell} \left[a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} (T_c - T) - \frac{U_{02} A_{02} (T - T_0)}{\rho a C_{pa}} \right] - \frac{T}{\ell} \frac{d\ell}{dt}$$

2.3.3 - Linearização do Modelo Matemático

Nota-se que o sistema é não linear e estas não linearidades provocam algumas dificuldades. A principal delas é o fato de não existirem técnicas gerais para a análise de sistemas multivariáveis não lineares. Desta forma, para se utilizar os resultados conhecidos para sistemas lineares, pode-se aproximar as equações não lineares que representam o processo por equações lineares em torno de um determinado ponto de operação.

A técnica de linearização é válida na vizinhança da condição de operação. Se as condições de operação variam muito, as equações linearizadas não são mais adequadas. Considera-se então que as variáveis variam muito pouco em relação à condição de operação, assumindo-se, com isso, que a resposta do modelo aproximado representa adequadamente o sistema real numa região próxima do ponto de operação.

A seguir apresentamos as equações que descrevem o processo na forma linearizada, onde a variável genérica \underline{x} é o valor de x no ponto de operação e Δx é a nova variável ($x = \underline{x} + \Delta x$). É importante salientar, neste ponto, que consideramos que ocorrem variações apenas nas variáveis a_{ae} , a_{ve} , ℓ , ℓ_1 , T_1 , T_c e T . Não consideramos, por enquanto, que existem variações em $Q_{ve_{max}}$, $Q_{ae_{max}}$, T_a , T_o , a_1 e a_2 , muito embora estas possam variar.

a) Linearização das equações que descrevem o princípio da conservação de massa:

a.1) Tanque 1:

$$\frac{d\Delta\ell_1}{dt} = \left[\frac{Q_{ve_{max}}}{A_1 \rho a} \right] \Delta a_{ve} + \left[\frac{Q_{ae_{max}}}{A_1} \right] \Delta a_{ae} - \left[\frac{a_1 k_1}{2 A_1 \sqrt{\ell_1}} \right] \Delta \ell_1 \quad (2.17)$$

a.2) Tanque 2:

$$\frac{d\Delta\ell}{dt} = \left[\frac{a_1 k_1}{2 A_2 \sqrt{\ell_1}} \right] \Delta \ell_1 - \left[\frac{a_2 k_2}{2 A_2 \sqrt{\ell}} \right] \Delta \ell \quad (2.18)$$

b) Linearização das equações que descrevem o princípio da conservação de energia:

b.1) Tanque 1:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta T_1}{dt} = & \left[\frac{Q_{ae_{max}} T_a}{A_1 \ell_1} \right] \Delta a_{ae} + \left[\frac{Q_{ve_{max}} H_{SL}}{\rho a C_{pa} A_1 \ell_1} \right] \Delta a_{ve} - \left[\frac{a_1 k_1 T_1}{2 A_1 \ell_1 \sqrt{\ell_1}} \right] \Delta \ell_1 + \\ & - \left[\frac{a_1 k_1}{A_1 \sqrt{\ell_1}} + \frac{U_{01} A_{01}}{\rho a C_{pa} A_1 \ell_1} \right] \Delta T_1 - \left[\frac{T_1}{\ell_1} \right] \frac{d\Delta \ell_1}{dt} \end{aligned} \quad (2.19)$$

b.2) Cano de conexão:

$$\frac{d\Delta T_c}{dt} = \left[\frac{a_1 k_1}{2A_c X_c \sqrt{\ell_1}} (T_1 - T_c) \right] \Delta \ell_1 + \left[\frac{a_1 k_1 \sqrt{\ell_1}}{A_c X_c} \right] \Delta T_1 - \left[\frac{1}{A_c X_c} \left(a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} + \frac{U_{oc} A_{oc}}{\rho a C_{pa}} \right) \right] \Delta T_c \quad (2.20)$$

b.3) Tanque 2:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta T}{dt} = & \left[\frac{a_1 k_1 T_c}{2A_2 \ell \sqrt{\ell_1}} \right] \Delta \ell_1 + \left[\frac{a_1 k_1 \sqrt{\ell_1}}{A_2 \ell} \right] \Delta T_c - \left[\frac{a_2 k_2 T}{2A_2 \ell \sqrt{\ell}} \right] \Delta \ell + \\ & - \left[\frac{U_{02} A_{02}}{\rho a C_{pa} A_2 \ell} + \frac{a_2 k_2}{A_2 \sqrt{\ell}} \right] \Delta T - \left[\frac{T}{\ell} \right] \frac{d\Delta \ell}{dt} \end{aligned} \quad (2.21)$$

2.3.4 - Representação Entrada-Saída: Matriz Função de Transferência (MFT)

Na teoria de controle de sistemas monovariáveis, funções denominadas “funções de transferência” são extremamente usadas para caracterizar as relações entrada-saída de sistemas lineares invariantes no tempo.

A função de transferência de um sistema linear monovariável invariante no tempo é definida como sendo a relação da transformada de Laplace da saída (função resposta) para a transformada de Laplace da entrada (função excitação), considerando-se nulas todas as condições iniciais. Da mesma forma, a matriz função de transferência de um sistema linear multivariável invariante no tempo é a matriz que relaciona a transformada de Laplace do vetor de saída com a transformada de Laplace do vetor de entrada, considerando-se nulas todas as condições iniciais.

Devido à semelhança com a representação entrada-saída de sistemas monovariáveis, utilizamos a representação de nosso sistema através de sua MFT. E por poder ser tratada como uma extensão natural da teoria frequencial clássica para o caso multivariável, além da maior simplicidade dos algoritmos de controle implementados através da mesma [NORMEY RICO 89], [COUTINHO 93], usamos neste trabalho a abordagem polinomial. Procuramos diminuir, desta forma, a distância existente entre as propostas existentes para solução dos problemas de controle e sua utilização prática em ambientes industriais.

Nesta seção aplicamos a transformada de Laplace ao modelo linearizado do sistema térmico e obtemos sua Matriz Função de Transferência. Cabe salientar neste momento que, por simplicidade, não utilizamos a notação “(s)” nas equações resultantes da transformada de Laplace.

2.3.4.1 - Aplicação da Transformada de Laplace

a) Aplicação da transformada de Laplace nas equações que descrevem o princípio da conservação de massa:

a.1) Tanque 1:

$$\Delta \ell_1 = \frac{1}{A_1(s-p_1)} \left[\frac{Q_{v\max}}{\rho_a} \Delta a_{ve} + q_{a\max} \Delta a_{ae} \right] \quad (2.22)$$

onde

$$p_1 = -\frac{a_1 k_1}{2 A_1 \sqrt{\ell_1}}$$

a.2) Tanque 2:

$$\Delta \ell = \frac{a_1 k_1}{2 A_1 A_2 \sqrt{\ell_1}} \frac{1}{(s-p_1)(s-p_2)} \left[\frac{Q_{v\max}}{\rho_a} \Delta a_{ve} + q_{a\max} \Delta a_{ae} \right] \quad (2.23)$$

onde

$$p_2 = -\frac{a_2 k_2}{2 A_2 \sqrt{\ell}}$$

b) Aplicação da transformada de Laplace nas equações que descrevem o princípio da conservação de energia:

b.1) Tanque 1:

$$\Delta T_1 = \frac{1}{A_1 \ell_1 (s-p_3)} \left[\frac{Q_{v\max} (H_{SL} - \underline{T}_1) C_{pa}}{\rho_a C_{pa}} \Delta a_{ve} + q_{a\max} (T_a - \underline{T}_1) \Delta a_{ae} \right] \quad (2.24)$$

onde

$$p_3 = -\left[\frac{a_1 k_1}{A_1 \sqrt{\ell_1}} + \frac{U_{01} A_{01}}{\rho_a C_{pa} A_1 \ell_1} \right]$$

b.2) Cano de conexão:

$$\Delta T_c = \left[\frac{a_1 k_1}{2 A_c x_c (s-p_4) \sqrt{\ell_1}} (\underline{T}_1 - \underline{T}_c) \right] \Delta \ell_1 + \left[\frac{a_1 k_1 \sqrt{\ell_1}}{A_c x_c (s-p_4)} \right] \Delta T_1 \quad (2.25)$$

onde

$$p_4 = -\left[\frac{1}{A_c x_c} \left(a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} + \frac{U_{0c} A_{0c}}{\rho_a C_{pa}} \right) \right]$$

Como será mostrado através da análise do comportamento estático dos pólos, na seção 2.4.1, mais adiante, o pólo p_4 tem uma dinâmica muito rápida com relação aos demais pólos. Desta forma, a fim de facilitar a continuidade do equacionamento matemático, desprezamos a partir deste ponto a dinâmica do mesmo.

Esta simplificação é obtida substituindo-se $(s-p_4)$ por $(-p_4)$. Assim:

$$\Delta T_c = \left[\frac{a_1 k_1}{2A_c x_c (-p_4) \sqrt{\ell_1}} (\underline{T}_1 - \underline{T}_c) \right] \Delta \ell_1 + \left[\frac{a_1 k_1 \sqrt{\ell_1}}{A_c x_c (-p_4)} \right] \Delta T_1 \quad (2.26)$$

b.3) Tanque 2:

$$\Delta T = \frac{a_1 k_1}{2A_1 A_2 A_c x_c \sqrt{\ell_1} \ell} \left[\frac{(Q_{v\max}/\rho a) A(s + \frac{B}{A})}{(-p_4)(s - p_1)(s - p_3)(s - p_5)} \Delta a_{ve} + \frac{q_{a\max} C(s + \frac{D}{C})}{(-p_4)(s - p_1)(s - p_3)(s - p_5)} \Delta a_{ae} \right] \quad (2.27)$$

onde,

$$p_5 = - \left(\frac{a_2 k_2}{A_2 \sqrt{\ell}} + \frac{U_{02} A_{02}}{\rho a C_{pa} A_2 \ell} \right)$$

$$A = a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} \left(2 \frac{H_{SL}}{C_{pa}} - \underline{T}_1 - \underline{T} \right) + \frac{U_{oc} A_{oc}}{\rho a C_{pa}} (\underline{T}_c - \underline{T})$$

$$C = a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} (2 T_a - \underline{T}_1 - \underline{T}) + \frac{U_{oc} A_{oc}}{\rho a C_{pa}} (\underline{T}_c - \underline{T})$$

$$B = a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} \left[(-2 p_1) \left(\frac{H_{SL}}{C_{pa}} - \underline{T}_1 \right) + (-p_3) (\underline{T}_1 - \underline{T}) \right] + (-p_3) \frac{U_{oc} A_{oc}}{\rho a C_{pa}} (\underline{T}_c - \underline{T})$$

$$D = a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} \left[(-2 p_1) (\underline{T}_a - \underline{T}_1) + (-p_3) (\underline{T}_1 - \underline{T}) \right] + (-p_3) \frac{U_{oc} A_{oc}}{\rho a C_{pa}} (\underline{T}_c - \underline{T})$$

2.3.4.2 - Matriz Função de Transferência

Através da análise da planta piloto feita na seção 2.2, onde se estudou o seu funcionamento, determinou-se as entradas de controle e as saídas a serem controladas. Montando então os vetores de entrada e saída, tem-se:

⇒ **Vetor de Entrada:**

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta a_{ve} \\ \Delta a_{ae} \end{bmatrix}$$

⇒ **Vetor de Saída:**

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta \ell \end{bmatrix}$$

Utilizando as equações obtidas na seção anterior (equações 2.23 e 2.27) de forma a obter a representação entrada-saída através da Matriz Função de Transferência, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta \ell \end{bmatrix} = \frac{a_1 k_1}{2A_1 A_2 \sqrt{\ell_1} (s-p_1)(s-p_2)} \begin{bmatrix} \frac{Q_{v\max} A \left(s + \frac{B}{A}\right) (s-p_2)}{\rho_a \ell A_c X_c (-p_4)(s-p_3)(s-p_5)} & \frac{q_{ac\max} C \left(s + \frac{D}{C}\right) (s-p_2)}{\ell A_c X_c (-p_4)(s-p_3)(s-p_5)} \\ \frac{Q_{v\max}}{\rho_a} & q_{ac\max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a_{ve} \\ \Delta a_{ae} \end{bmatrix}$$

ou seja, a Matriz Função de Transferência da planta $P(s)$ é:

$$P(s) = \frac{a_1 k_1}{2A_1 A_2 \sqrt{\ell_1} (s-p_1)(s-p_2)} \begin{bmatrix} \frac{Q_{v\max} A \left(s + \frac{B}{A}\right) (s-p_2)}{\rho_a \ell A_c X_c (-p_4)(s-p_3)(s-p_5)} & \frac{q_{ac\max} C \left(s + \frac{D}{C}\right) (s-p_2)}{\ell A_c X_c (-p_4)(s-p_3)(s-p_5)} \\ \frac{Q_{v\max}}{\rho_a} & q_{ac\max} \end{bmatrix}$$

2.4 - Análise do Comportamento do Sistema

Nesta seção faz-se a análise do comportamento do sistema em quatro etapas. Na seção 2.4.1 determina-se sua faixa de operação, na seção 2.4.2 analisa-se seu comportamento estático, na seção 2.4.3 verifica-se o comportamento dos pólos com a mudança no ponto de operação e na seção 2.4.4 escolhe-se um ponto de operação para o sistema. Alguns dados sobre o sistema são apresentados quando se fazem necessários para estas análises e os demais podem ser encontrados no Apêndice B.

2.4.1 - Determinação da Faixa de Operação do Sistema

A determinação da faixa de operação do sistema é importante para que se conheça a região de variação das saídas onde se deseja que estas sejam controladas.

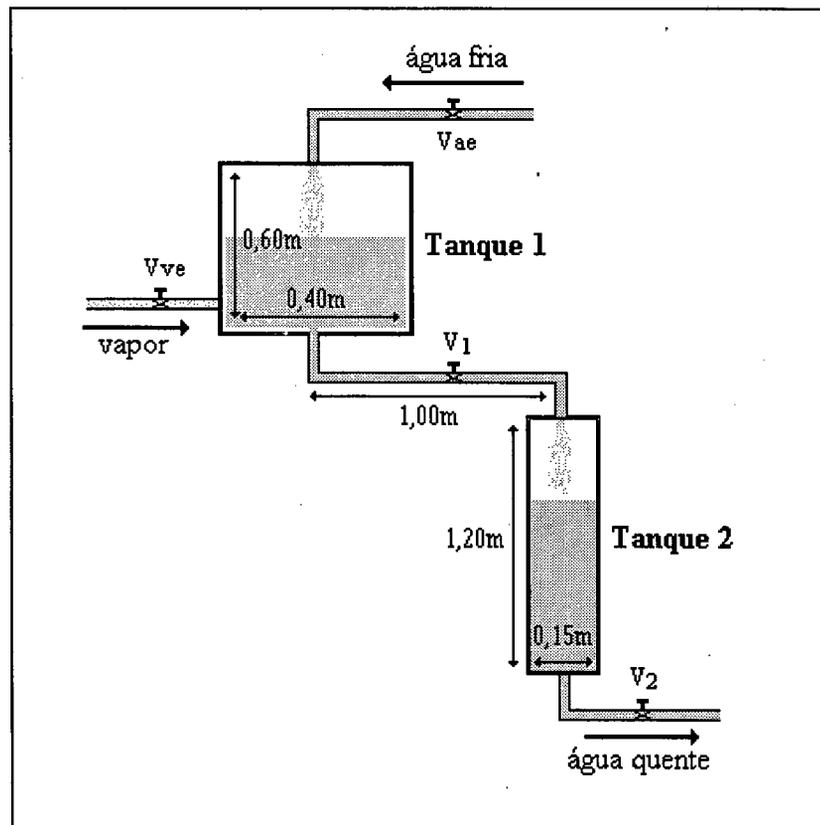


Figura 2.3: Representação do Sistema Térmico com suas Dimensões.

Tendo em vista as dimensões físicas do sistema, apresentadas na figura 2.3, e que o objetivo consiste em controlar a temperatura e o nível da água no tanque 2, considera-se a seguinte faixa de operação do sistema:

$$T \in [35^{\circ}\text{C} \text{ à } 95^{\circ}\text{C}]$$

$$l \in [0,20\text{m} \text{ à } 1,00\text{m}]$$

2.4.2 - Comportamento Estático do Sistema

Na seção anterior determinou-se que o nível da água no tanque 2 deve ser controlado numa faixa compreendida entre 0,2m e 1,0m.

Sabe-se entretanto que o nível neste tanque depende diretamente da abertura da válvula colocada na sua saída, e após alguns testes verificou-se que a partir de uma determinada abertura de a_2 não é mais possível atingir o nível de 1m, mesmo com a máxima abertura da válvula de entrada de água (a_{ae}).

Utilizando as equações 2.7 e 2.10 do modelo matemático não linear do sistema obtém-se a seguinte equação que relaciona o nível ℓ e a abertura de válvula a_2 :

$$\ell = \left[\frac{1}{a_2 k_2} \left(\frac{Q_{ve\max} a_{ve}}{\rho a} + Q_{ae\max} a_{ae} \right) \right]^2$$

A partir desta equação pode-se obter o valor máximo que deve ter a abertura da válvula V_2 ($a_{2\max}$) de forma que se possa atingir o nível superior da faixa de operação do sistema (1m).

Observe que o nível (ℓ) independe da abertura da válvula de saída do tanque 1 (a_1) em regime permanente, o que é lógico pois, após o transitório, toda água que entra no tanque 1 deve sair deste independentemente de a_1 , desde que esta abertura não seja nula.

Utilizando então a abertura máxima para a válvula a_{ae} e considerando que a temperatura desejada seja baixa, o que implica numa pequena abertura da válvula de entrada de vapor ($a_{ve}=0,4$) e conseqüentemente numa pequena quantidade de água adicionada através desta, pode-se traçar a curva mostrada na figura 2.4 que mostra o comportamento estático do nível no tanque 2 (ℓ) com a abertura da válvula de saída deste tanque (a_2).

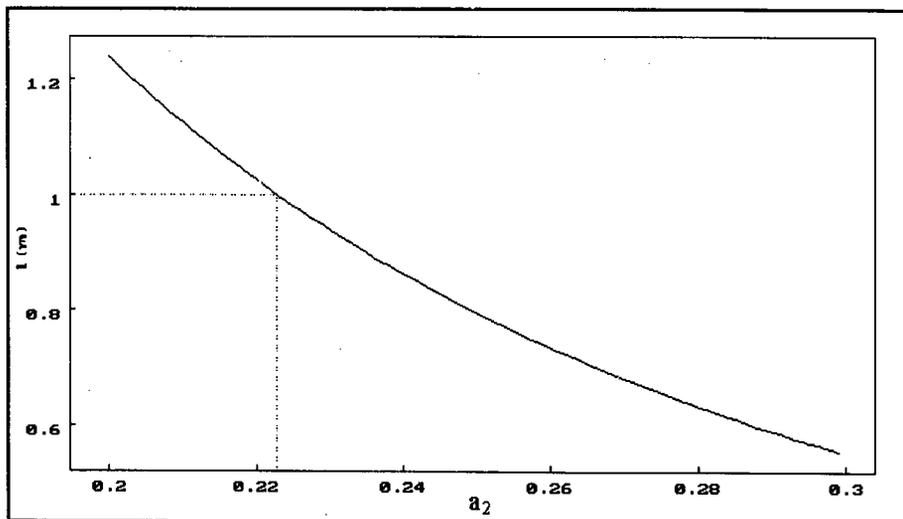


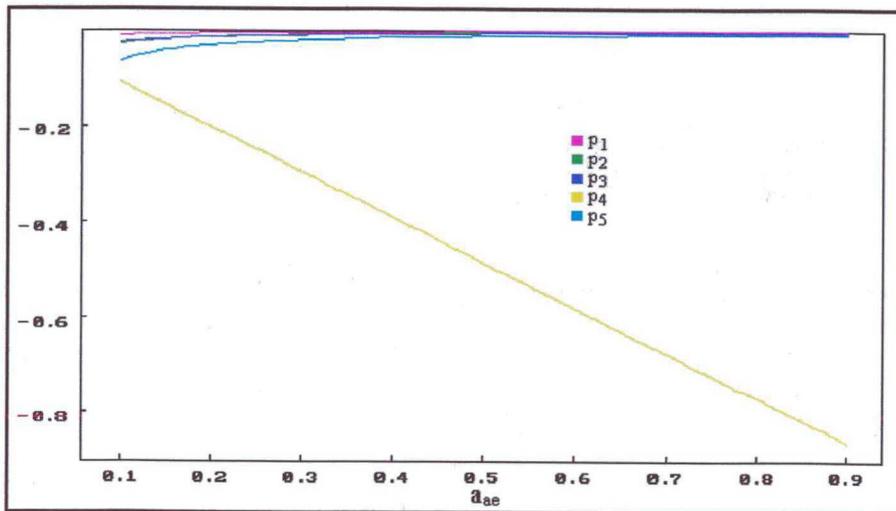
Figura 2.4: Comportamento estático de ℓ com a variação de a_2 .

Pode-se observar, através da figura 2.4, que a abertura máxima recomendada para a_2 é de 0,22 (22% de seu valor máximo). Utilizamos portanto $a_2 = 0,15$, de forma a permitir que mesmo ocorrendo variações sobre sua abertura, ainda possamos atingir o nível de 1m.

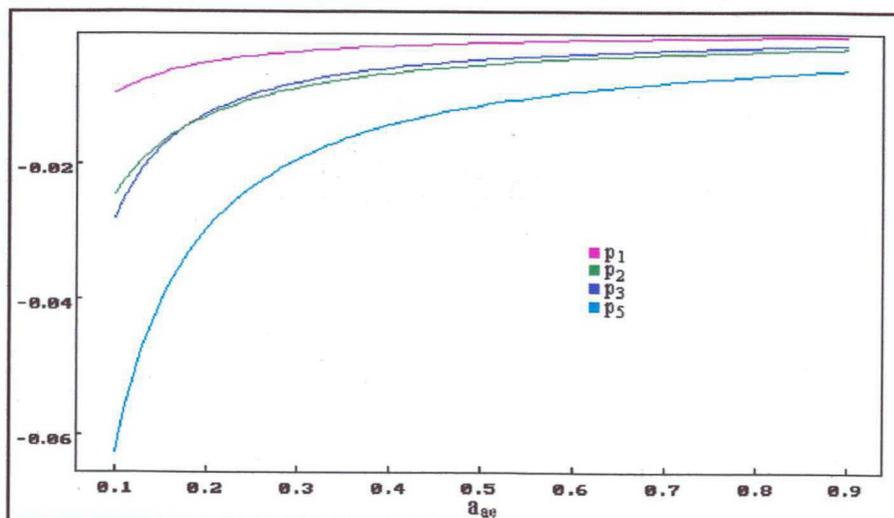
2.4.3 - Comportamento dos Pólos com a Mudança no Ponto de Operação

Para verificar o comportamento de pólos com a mudança no ponto de operação analisamos o comportamento destes, separadamente, para variações na abertura da válvula de entrada de água (a_{ae}) e para variações na abertura da válvula de entrada de vapor saturado (a_{ve}).

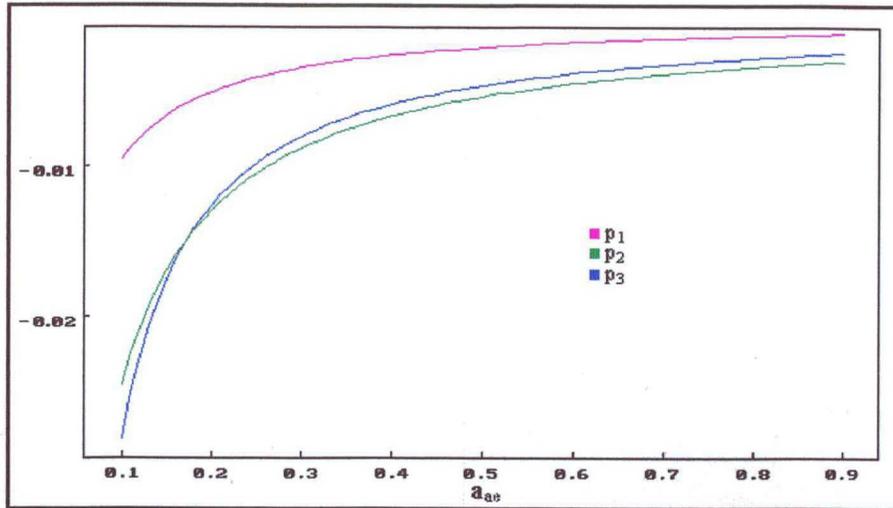
Mostramos a seguir o comportamento dos pólos do sistema em função da abertura da válvula de entrada de água fria (a_{ae}). O primeiro gráfico mostra o comportamento dos 5 pólos, mas como a escala usada para mostrar todos os pólos num só gráfico prejudica uma visualização do comportamento de cada um deles, mostramos outros gráficos eliminando um ou mais pólos para melhorar esta visualização. Estes gráficos são mostrados através das figuras 2.5 (a, b, c).



(a)



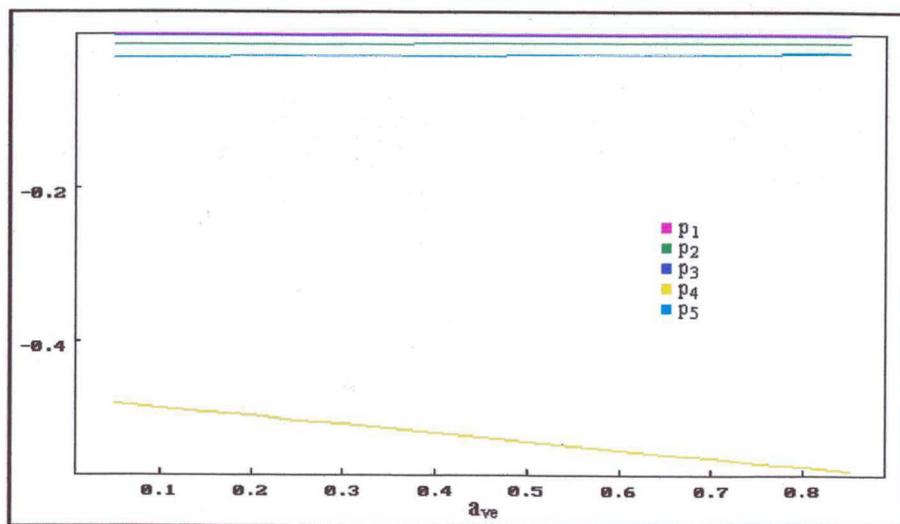
(b)



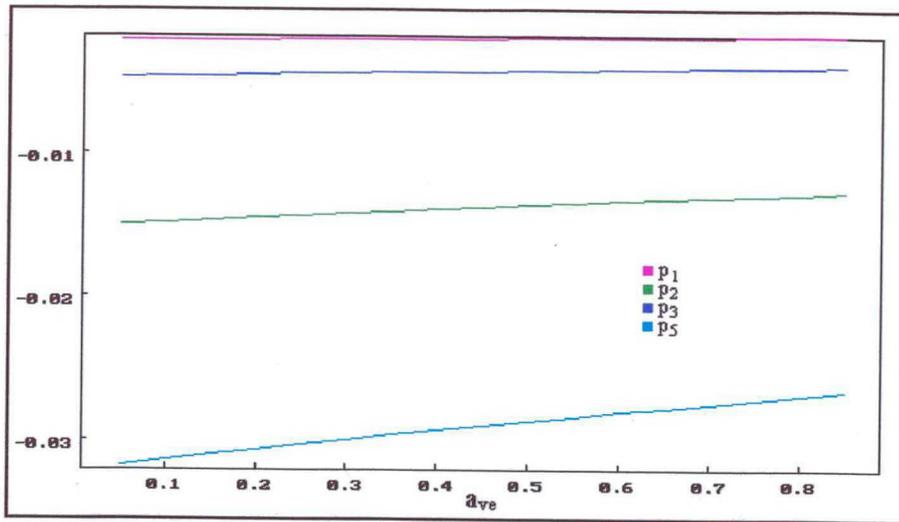
(c)

Figura 2.5 (a, b, c): Comportamento dos pólos com a variação de a_{ave} .

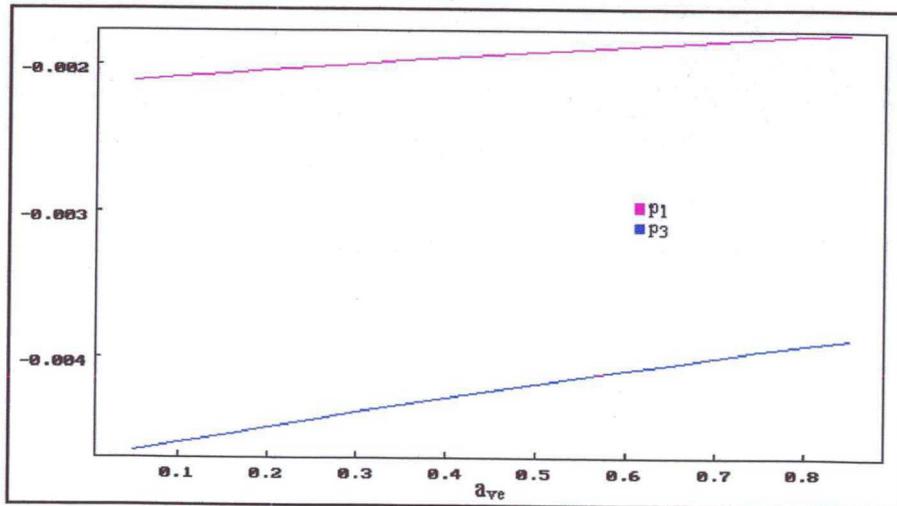
Mostramos também, através das figuras 2.6 (a, b, c), o comportamento dos pólos do sistema em função da abertura da válvula de entrada de vapor saturado (a_{ve}). Novamente, o primeiro gráfico mostra o comportamento dos 5 pólos, mas depois mostramos outros gráficos eliminando um ou mais pólos para melhorar a visualização.



(a)



(b)



(c)

Figura 2.6 (a, b, c): Comportamento dos pólos com a variação de a_{ve} .

Analisando os gráficos apresentados nas figuras 2.5 e 2.6 podemos fazer as seguintes observações:

- a) A dinâmica do pólo “p4” pode ser desprezada uma vez que esta não influi na dinâmica do sistema. Observa-se que tanto para variações em a_{ae} quanto em a_{ve} o módulo da parte real do pólo p4 é muito maior (mais afastado da região de dominância) que dos demais pólos do sistema. Desta forma tem-se uma simplificação nas equações que descrevem o modelo do sistema, conforme feito anteriormente na seção 2.3.4.1.

- b) Os pólos do sistema sofrem uma grande alteração com a variação na abertura da válvula V_{ae} , mas quase não são alterados com a variação da válvula V_{ve} . Podemos concluir então que os pólos sofrem uma grande influência do nível d'água no tanque 2, mas que quase não são alterados com a mudança da temperatura da mesma.
- c) A variação dos pólos com a abertura da válvula V_{ae} é bastante não linear, ao passo que para a válvula V_{ve} esta variação é linear. Isto já era esperado uma vez que um sistema de fluxo é bastante não linear, ao passo que um sistema de transferência de calor é quase linear.

2.4.4 - Escolha do Ponto de Operação

Tendo em vista que o sistema é fortemente não linear, quando nos afastamos muito do ponto de operação para o qual o seu modelo foi linearizado, este passa a não representar de forma fiel o processo real. Desta forma, escolheremos um ponto de operação na faixa central da região de funcionamento do sistema ($\ell \cong 0,60\text{m}$ e $T \cong 65^\circ\text{C}$) a fim de que os deslocamentos positivos e negativos sejam aproximadamente iguais quando desejamos alcançar os limites superior e inferior, respectivamente, desta faixa de operação.

Mostramos aqui apenas os valores das aberturas de válvulas (a_1, a_2, a_{ae}, a_{ve}) e das temperaturas ambiente (T_o) e da água fria (T_a), os demais valores¹ podem ser encontrados no Apêndice B.

DADOS	RESULTADOS
$a_1 = 0,25$	$p_1 = -1,95 \times 10^{-3}$
$a_2 = 0,15$	$p_2 = -4,99 \times 10^{-3}$
$a_{ae} = 0,50$	$p_3 = -4,28 \times 10^{-3}$
$a_{ve} = 0,40$	$p_4 = -518 \times 10^{-3}$
	$p_5 = -10,6 \times 10^{-3}$
$T_o = 25^\circ\text{C}$	$\ell = 0,601\text{ m}$
$T_a = 20^\circ\text{C}$	$T = 66,86^\circ\text{C}$

Observa-se aqui, novamente, que o módulo da parte real do pólo p_4 é muito maior (mais afastado da região de dominância) que dos demais pólos do sistema.

¹ Alguns destes valores foram obtidos em [SCHMIDT 85] e [KREITH 77].

2.4.5 - Comportamento Dinâmico do Sistema

Para fazer a análise do comportamento dinâmico do sistema utilizamos o software VisSim². O VisSim possui uma biblioteca com blocos que contêm as funções mais usadas na simulação de sistemas não lineares, como integração, soma, multiplicação e etc. Desta forma, utilizando as equações do modelo não linear completo, montamos alguns diagramas em blocos do sistema térmico para possibilitar o uso deste software. Estes diagramas em blocos podem ser vistos no Apêndice C.

⇒ Simulação do Sistema em Malha Aberta

Nesta seção realizamos três simulações do processo em malha aberta, utilizando para isto seu modelo não linear. Nas duas primeiras simulações aplicamos um degrau nas entradas de controle a_{ve} e a_{ae} , respectivamente, de forma a conhecer algumas características importantes do sistema, como tempos de estabilização de MA e acoplamento entre as saídas. Na terceira simulação aplicamos um degrau na entrada não controlável a_2 a fim de simular uma perturbação na malha de nível. Conforme veremos mais adiante (seção 4.4.1), muito embora existam perturbações também na malha de temperatura, não nos preocuparemos com elas pois são facilmente rejeitadas.

A planta piloto pode ser representada então como um sistema composto por duas entradas controláveis (a_{ve} e a_{ae}), uma entrada não controlável (a_2) e duas saídas a controlar (T e ℓ). A figura abaixo representa o processo desta maneira.

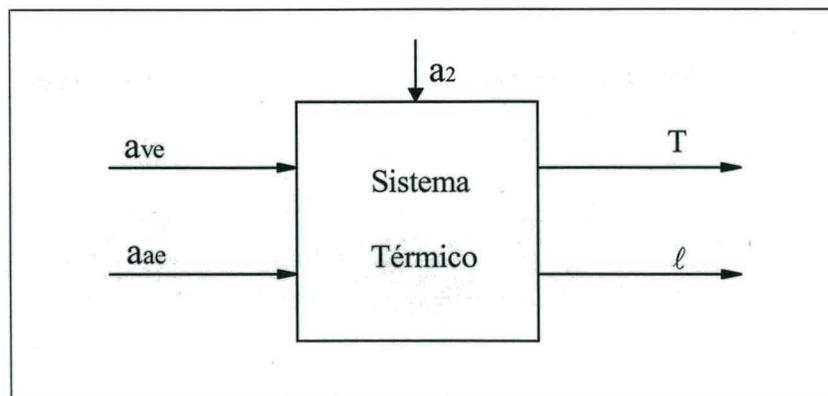


Figura 2.7: Representação do Sistema Térmico.

² VisSim ® é um software para simulação de sistemas não lineares produzido pela Visual Solutions.

Simulação I - Aplicação de um degrau na válvula de entrada de vapor saturado.

Na simulação I aplicou-se um degrau negativo em a_{ve} ($\Delta a_{ve} = -0,08$), no instante $t = 300s$, e manteve-se constante a abertura da válvula de entrada de água ($a_{ae} = 0,5$). A representação desta simulação pode ser vista na figura 2.8.

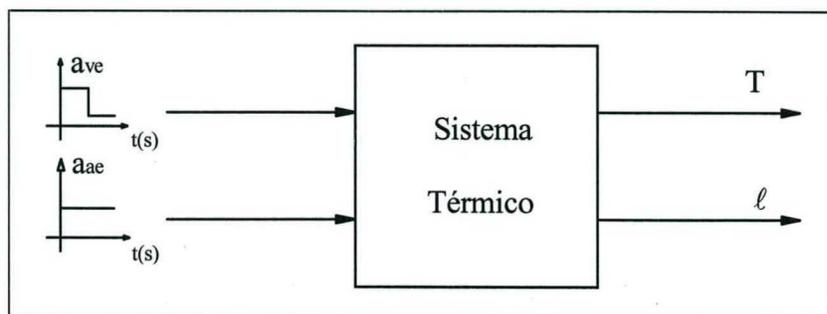
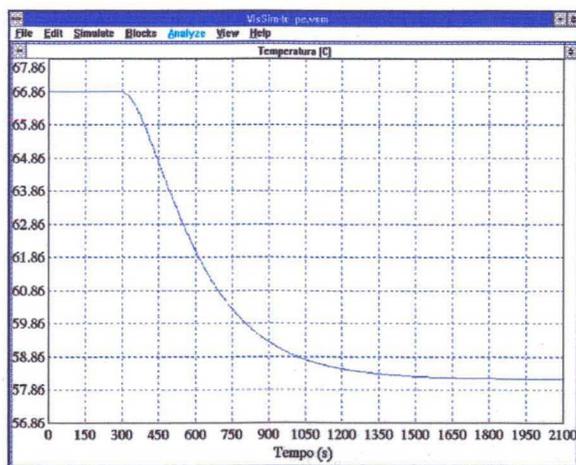
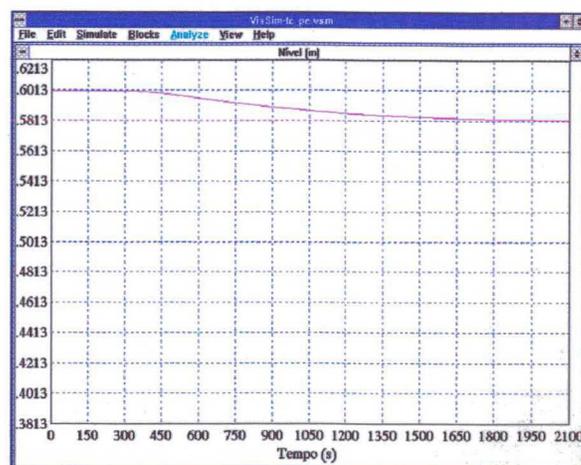


Figura 2.8: Representação da simulação com degrau em a_{ve} .

Nesta simulação, com o fechamento da válvula de entrada de vapor, a temperatura diminui aproximadamente $9^{\circ}C$, mas o nível permanece quase inalterado, diminuindo apenas 2 cm. Obteve-se como ponto de equilíbrio $T = 58,18^{\circ}C$ e $\ell = 0,581$ m, conforme pode ser visto na figura 2.9.



(a) Temperatura



(b) Nível

Figura 2.9: Resposta do sistema em MA para um degrau em a_{ve} .

Analisando a figura 2.9 podemos observar que a variação na abertura da válvula de entrada de vapor altera bastante a temperatura, mas no entanto quase não altera o nível de água no tanque 2, ou seja, existe um fraco acoplamento entre as saídas para variações na válvula de vapor. Esta característica já era esperada, uma vez que a capacidade calórica do vapor é elevada, mas o volume de água adicionado pelo mesmo é muito pequeno.

Observa-se ainda que a variação na entrada a_{ve} leva a tempos de resposta diferentes para as saídas de temperatura e de nível, que são de 1200s e de 2200s, respectivamente.

Simulação II - Aplicação de um degrau na válvula de entrada de água fria.

Na simulação II aplicou-se um degrau negativo em a_{ae} ($\Delta a_{ae} = -0,1$), no instante $t = 300s$, e manteve-se constante a abertura da válvula de entrada de vapor ($a_{ve} = 0,4$). A representação desta simulação pode ser vista na figura 2.10.

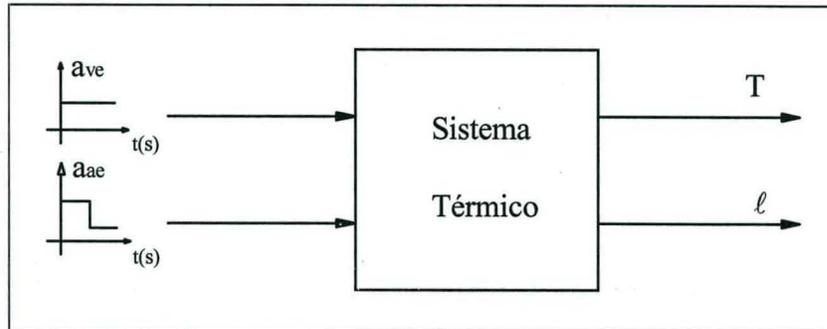
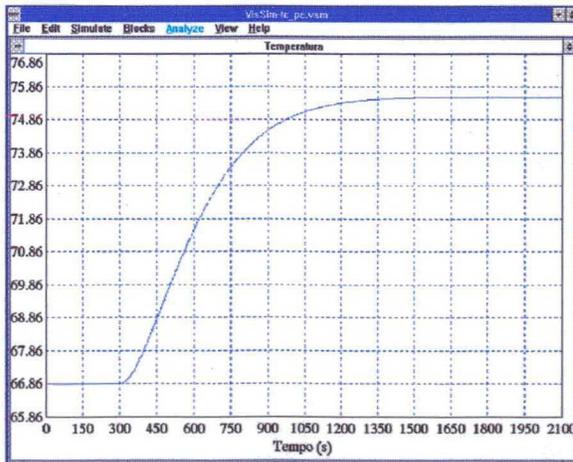
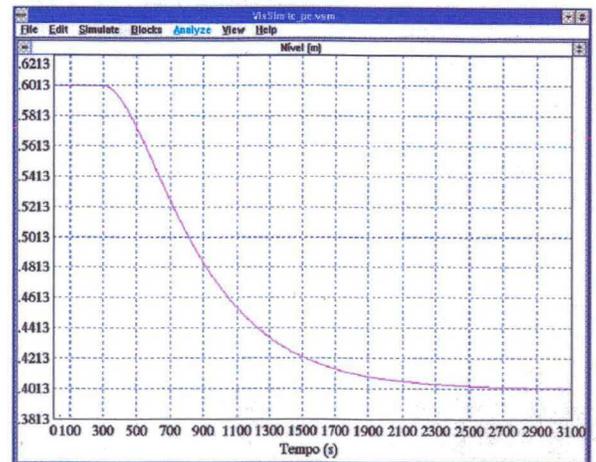


Figura 2.10: Representação da simulação com degrau em a_{ae} .

Nesta simulação, com o fechamento da válvula de entrada de água fria, o nível diminuiu 20 cm e a temperatura aumentou mais de $8^{\circ}C$. Obteve-se como ponto de equilíbrio $T = 75,53^{\circ}C$ e $l = 0,401 m$, Conforme pode ser visto na figura 2.11, a seguir.



(a) Temperatura



(b) Nível

Figura 2.11: Resposta do sistema em MA para um degrau em a_{ae} .

Ao contrário da simulação anterior, observamos neste caso que existe um forte acoplamento entre as saídas, ou seja, a variação na abertura da válvula de entrada de água provoca uma variação considerável tanto na temperatura, por estar entrando menos água fria, quanto no nível da água no tanque 2, já que a vazão da água na entrada é menor.

Observa-se ainda que a variação na entrada a_{ae} leva a tempos de estabilização semelhantes aos obtidos anteriormente, ou seja, de 1200s para a saída de temperatura e de 2200s para a saída de nível.

Simulação III - Aplicação de um degrau na válvula de saída de água do tanque 2.

Na simulação III aplicou-se um degrau negativo em a_2 com amplitude igual a 25% de seu valor no ponto de operação ($\Delta a_2 = -0,0375$) e manteve-se constante as aberturas das válvulas de entrada de vapor ($a_{ve}=0,4$) e de água ($a_{ae}=0,5$). O instante de aplicação do degrau foi novamente em $t=300s$. A representação desta simulação pode ser vista na figura 2.12.

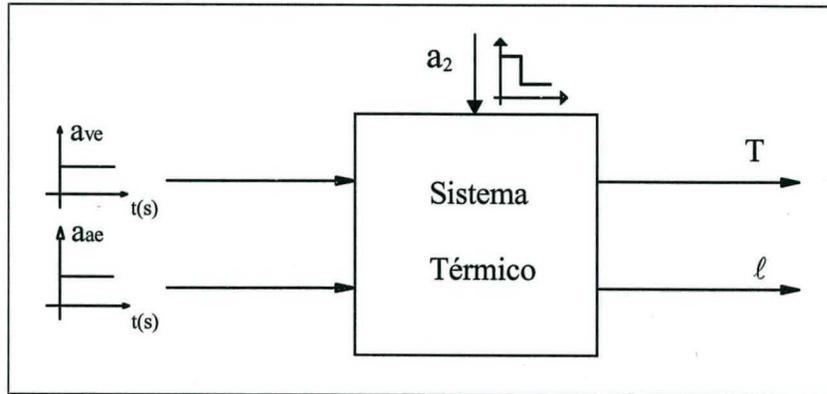
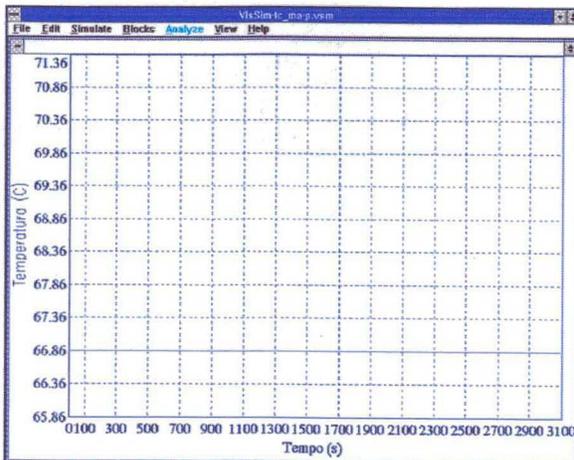


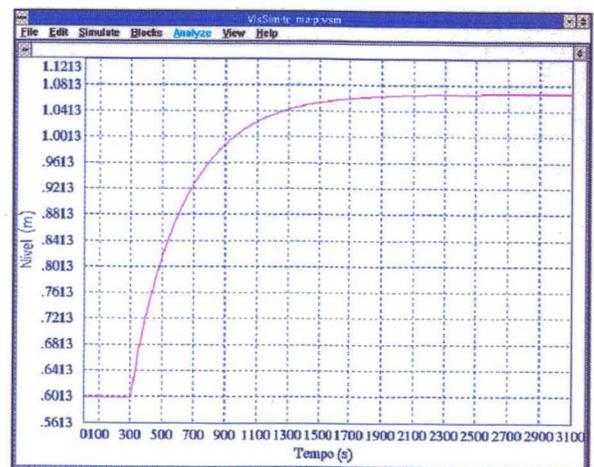
Figura 2.12: Representação da simulação com degrau em a_2 .

Observa-se nesta simulação, que com o fechamento da válvula de saída de água do tanque 2 o nível aumentou mais de 45 cm, o que mostra a grande sensibilidade do nível a ser controlado para variações em a_2 .

A temperatura, no entanto, permaneceu inalterada, pois a área de transferência de calor foi considerada constante, obtendo-se como ponto de equilíbrio $T= 66,86\text{ }^\circ\text{C}$ e $l= 1,069\text{ m}$, conforme pode ser visto na figura 2.13, a seguir.



(a) Temperatura



(b) Nível

Figura 2.13: Resposta do sistema em MA para um degrau em a_2 .

2.5 - Conclusão

Neste capítulo estudou-se detalhadamente a planta piloto. Foi feita uma análise de seu princípio de funcionamento e levantado seu modelo matemático não linear, bem como seu modelo linearizado. Obteve-se a representação entrada-saída do processo através de sua Matriz Função de Transferência e fez-se ainda algumas simulações, utilizando tanto o modelo não linear quanto o linearizado, a fim de conhecer melhor certas características do sistema, como acoplamento entre as saídas e tempos de estabilização.

Como pontos mais importantes a serem observados pode-se ressaltar (i) a existência de um forte acoplamento entre as variações na abertura da válvula V_{ae} e a temperatura da água no tanque 2, (ii) o fraco acoplamento entre as variações na abertura da válvula V_{ve} e o nível da água neste mesmo tanque e (iii) a diferença entre os tempos de estabilização das malhas de temperatura e de nível, que são de 1200s e 2200s respectivamente.

Pode-se destacar ainda, a grande sensibilidade do nível a ser controlado para variações na válvula de saída do tanque 2 (a_2) e que a abertura desta válvula deve ser menor que 0,25 (25% da abertura máxima) para que se possa alcançar um nível de um metro (1,0 m) neste tanque.

O levantamento destas características é um passo muito importante dentro da etapa de análise, pois é a partir destas que será escolhida a estratégia de controle mais adequada para ser utilizada na resolução dos problemas de controle, além de possibilitar um melhor entendimento na fase de implementação desta estratégia.

CAPÍTULO 3

ESTUDO DOS PROBLEMAS DE CONTROLE

3.1 Introdução

No capítulo anterior foi feita uma análise completa do sistema a ser controlado. Estudou-se seu princípio de funcionamento, fez-se seu modelamento matemático e obteve-se as suas características estáticas e dinâmicas em malha aberta.

Na seção 3.3 deste capítulo será apresentado um estudo sobre vários dos problemas de controle comumente encontrados em ambientes industriais e serão analisadas algumas técnicas utilizadas para resolver tais problemas, verificando-se as soluções que são mais apropriadas para o nosso sistema. Antes porém, na seção 3.2 deste capítulo, serão definidos os objetivos a serem alcançados com o sistema em malha fechada, após da inclusão do controlador.

Por fim, na seção 3.4 serão apresentadas as principais conclusões deste capítulo.

Como mencionado na seção 2.3.4, por poder ser tratada como uma extensão natural da teoria frequencial clássica para o caso multivariável, além da maior simplicidade dos algoritmos de controle implementados através da mesma, utiliza-se neste trabalho a abordagem polinomial. Ao longo deste capítulo serão utilizados diversos conceitos e resultados desta teoria, sem que se faça no entanto uma exposição dos mesmos. Será apresentado porém, através do Apêndice B, um resumo da teoria polinomial contendo as principais definições e resultados necessários para um bom entendimento deste capítulo. Para um estudo completo da “*teoria polinomial*” referir-se à [CALLIER 82], [VIDYASAGAR 85] e [NORMEY RICO 90].

3.2 Definição dos Objetivos de Controle

Antes de definir os objetivos de controle, é importante lembrar que existem várias estratégias que podem ser aplicadas no intuito de controlar um sistema multivariável não linear onde existe um acoplamento entre os mapas de entrada e saída. Nas últimas décadas várias técnicas foram desenvolvidas para o controle de tais sistemas e hoje em dia problemas como seguimento de referência e rejeição de perturbações já foram amplamente estudados e várias soluções foram propostas.

No entanto estas soluções envolvem a teoria de controle multivariável, não suficientemente difundida em ambientes industriais onde, principalmente em nível nacional, se utilizam os conceitos da teoria clássica de controle. Isto se deve principalmente à complexidade das soluções propostas por estas novas teorias e à dificuldade encontrada pelos operadores de planta para realizar os ajustes destes controladores.

Para resolver este impasse foi criada uma estratégia de desacoplamento que faz com que cada saída do sistema dependa de apenas uma entrada. Desta forma o sistema (desacoplado) pode ser visto como um conjunto de subsistemas monovariáveis independentes, possibilitando a utilização das técnicas clássicas de controle. Esta estratégia é bastante antiga e tem sido bastante utilizada principalmente em sistemas lineares invariantes no tempo [LING 91], [LINNERMENN 93], [FALB 67] e [WONHAM 70]. Para o controle de sistemas não lineares no entanto, normalmente utilizam-se duas abordagens: quando se trata de sistemas bastante não lineares e requer-se boa robustez na resposta, geralmente são utilizadas estratégias de controle adaptativo [PENG 90]; quando o sistema é bastante não linear mas não se exige robustez na resposta, ou o sistema é considerado pouco não linear, utilizam-se técnicas mais simples baseadas no modelo linearizado do processo, como a do desacoplamento estático [ZHUANG 87].

Conforme pode-se observar no capítulo anterior, o processo a ser controlado consiste num sistema multivariável que possui um acoplamento entre os mapas de entrada e saída. Sendo assim, ao tentarmos levar uma das saídas para um dado ponto desejado, influenciaremos também, de forma indesejada, nas outras. Um dos objetivos a serem alcançados com a inclusão do controlador é o de eliminar este acoplamento, possibilitando que o controle de cada uma das saídas seja feito de forma independente.

Tendo em vista que o objetivo maior deste trabalho é o de propor um controlador para ser usado em ambientes industriais, e que em tais ambientes a aceitação de controladores sofisticados é bastante difícil, é importante que o controlador proposto aqui seja, do ponto de vista do operador de planta, semelhante aos controladores normalmente utilizados nas indústrias.

Como o sistema é bastante não linear e o controlador deve ser simples - o que implica numa técnica não adaptativa - uma das dificuldades adicionais impostas é obter respostas satisfatórias mesmo para grandes variações na referência, de forma a percorrer toda faixa de operação do processo, mesmo que isto implique em prejuízos para outros objetivos. Esta característica é chamada de robustez da resposta a variações na referência.

Observamos, também no capítulo anterior, através de simulações do processo em malha aberta, que os tempos de resposta de ambas as malhas são bastante elevados. Sendo assim, estipularemos como um dos objetivos de controle em MF que os tempos de resposta sejam de 2 à 3 vezes menores que os de MA, mas que por outro lado, as respostas não apresentem sobrepassagens maiores que 5%. Estes serão portanto os objetivos relacionados à melhora da resposta dinâmica do sistema.

Outro objetivo a ser alcançado, e que é uma exigência na grande maioria das especificações de controle, é o seguimento de referências. Este seguimento pode se dar de várias formas, mas para o nosso sistema colocaremos como objetivo o seguimento assintótico de referências, com erro nulo para as variações na referência que sejam na forma de degrau (este tipo de sinal é o mais utilizado em ambientes industriais).

Por fim, desejamos também que o controlador rejeite perturbações de forma assintótica, e que o sistema apresente erro nulo para perturbações na forma de degrau.

Podemos resumir então os objetivos de controle a serem alcançados, nos seguintes itens:

- [1] *seguimento assintótico de referência, com erro nulo para entradas em degrau;*
- [2] *controle, de forma independente, das duas saídas do sistema (temperatura e nível);*
- [3] *melhora da resposta dinâmica do sistema (t_{RMF} 2 à 3 vezes menor que t_{RMA} e pico $\leq 5\%$);*
- [4] *simplicidade do controlador e ajuste dos parâmetros utilizando técnicas clássicas;*
- [5] *robustez na resposta das saídas desacopladas;*
- [6] *rejeição assintótica de perturbações, com erro nulo para perturbações em degrau.*

3.3 Problemas de Controle

Apresentamos a seguir os principais problemas de controle a serem solucionados, bem como seus respectivos resultados, de forma a alcançar os objetivos de controle estipulados anteriormente. Fazemos assim uma análise das soluções existentes e escolhemos as que mais se adaptam ao nosso caso.

3.3.1 Problema do Desacoplamento (PD)

Podemos analisar um SLM como uma interconexão de vários subsistemas de menor dimensão, e em alguns casos como um conjunto de sistemas monovariáveis. Quando um sistema é acoplado existe uma interdependência entre as relações de entrada e saída que impede que seja feito um estudo independente para cada subsistema.

O estudo de técnicas de desacoplamento se torna então um ponto importantíssimo na teoria de controle de SLM, principalmente devido à possibilidade de analisarmos cada subsistema de forma independente.

Existem diversas técnicas de desacoplamento que se diferenciam pelo tipo de especificação (des. dinâmico total ou parcial e des. estático), pelo tipo de realimentação (estados ou saída) e pela abordagem utilizada para a construção dos algoritmos (podemos citar, por exemplo, os derivados das teorias geométrica e polinomial).

Apresentamos a seguir as duas técnicas consideradas mais importantes e fazemos uma análise voltada para nossa aplicação.

⇒ **Desacoplamento Estático (DE)**

O desacoplamento estático consiste em determinar uma matriz de pré-compensação que torne o sistema bloco diagonal em regime permanente. Esta é a forma mais simples de desacoplamento e por isso é, hoje em dia, a técnica mais usada nas indústrias para obter o desacoplamento. No entanto, alguns estudos mostram que em muitos casos esta não seja uma boa solução, sobretudo quando o acoplamento entre as malhas é forte e os tempos de estabilização das mesmas é similar [COUTINHO 93] e [ZHUANG 87]. Nestes casos é mais apropriado usar um desacoplamento dinâmico total.

⇒ **Desacoplamento Dinâmico Total (DT)**

O desacoplamento dinâmico consiste em determinar uma matriz de pré-compensação que torne o sistema bloco diagonal não somente em regime permanente, mas também no transitório. Esta técnica também é muito simples, embora implique em uma maior quantidade de cálculos que para o desacoplamento estático [HA 86]. No entanto, ela é mais adequada para aplicação ao nosso sistema uma vez que é mais robusta [PASSINO 89] e não necessita que o processo tenha malhas com tempos de estabilização diferentes.

A seguir apresentamos a formulação do PDT.

Dada uma planta $P(s) \in \mathbb{R}[s]^{n_o \times n_i}$ e um esquema com estrutura genérica de controle para realimentação unitária de saída, como o da figura 3.1:

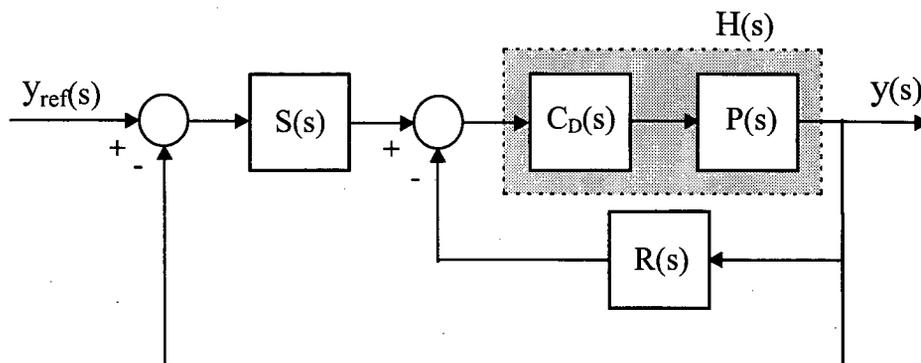


Figura 3.1: Estrutura Genérica de Controle.

O problema do desacoplamento pode ser tratado de duas formas diferentes. Numa delas busca-se uma realimentação que transforme um sistema acoplado em malha aberta, num conjunto de subsistemas que possam ser controlados de forma independente em malha fechada. A outra é a de se obter o desacoplamento em malha aberta, através de um pré-compensador $C_D(s)$, e mantê-lo desacoplado através de um fechamento apropriado da malha de retroação.

A diferença entre as duas metodologias é que a primeira é menos restritiva, uma vez que o sistema em malha aberta não precisa ser desacoplado, mas por outro lado ela requer que o problema de posicionamento de pólos seja tratado conjuntamente a fim de que as especificações do sistema em MF sejam alcançadas (dinâmica da resposta, erro estacionário, etc.).

Neste trabalho deseja-se que o problema de posicionamento de pólos seja tratado separadamente, após o desacoplamento, pois desta forma, conforme veremos mais adiante, sua solução se tornará muito simples.

O problema que se coloca então é achar um compensador $C_D(s) \in \mathbb{R}[s]^{n_i \times n_o}$ de forma tal que a matriz função de transferência em malha aberta $H(s)=P(s)C_D(s)$ seja:

- (*) não singular;
- (*) bloco diagonal;
- (*) internamente estável em \mathbb{C}^+ , o que significa dizer que não haverá cancelamento dos modos instáveis da planta.

Caso Particular

Para o caso particular de um sistema com dimensão dois, como é o nosso processo, o uso do desacoplador dinâmico resulta numa função de transferência em malha aberta $H(s)=P(s)C_D(s)$ diagonal, ao invés de bloco diagonal. Desta forma o sistema multivariável de dimensão dois pode ser tratado como dois subsistemas monovariáveis independentes.

Na figura 3.2 é mostrado o esquema de utilização do desacoplador, onde $P(s)$ é a planta (sistema térmico) e $C_D(s)$ é o compensador de desacoplamento .

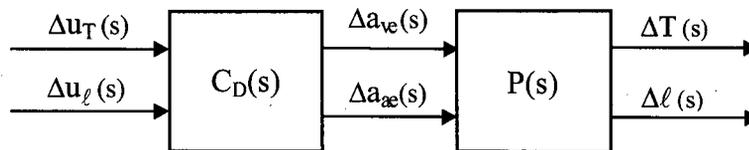


Figura 3.2: Desacoplador + Processo

Com o desacoplamento do sistema cada saída passa a ser controlada por uma única entrada, resultando em duas malhas independentes, malha de temperatura e malha de nível, conforme mostrado na figura 3.3 colocada a seguir.

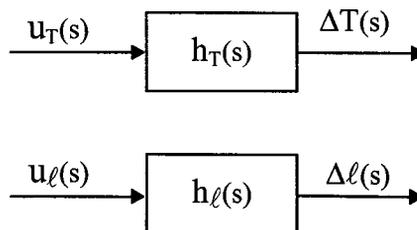


Figura 3.3: Subsistemas monovariáveis.

Assim, com a utilização do desacoplador, alcançamos dois dos objetivos de controle estipulados anteriormente: (i) podemos controlar as saídas do sistema de forma independente e (ii) podemos utilizar as técnicas clássicas de controle de sistemas monovariáveis (como lugar das raízes e Bode, por exemplo) que são mais difundidas nos ambientes industriais.

A solução do Problema do Desacoplamento Total (PDT) na teoria polinomial produz um algoritmo que permite a alocação de pólos do sistema em MA em uma determinada região \mathbb{C}_b do plano complexo [NIJMEIER 88].

A seguir apresentaremos o algoritmo de síntese do pré-compensador de desacoplamento. Consideraremos que o processo a ser desacoplado tem dimensão dois, de forma a facilitar sua aplicação em nosso caso específico.

ALGORITMO DE SÍNTESE DO PRÉ-COMPENSADOR DE DESACOPLAMENTO.

Passo 1: Obter uma representação coprima pela direita de $P(s)$:

$$P(s) = N_d(s) D_d(s)^{-1}, \text{ onde } N_d(s) \text{ e } D_d(s) \in \mathbb{R}[s]^{2 \times 2};$$

Passo 2: Calcular os polinômios maiores de $N_d(s)$ e $D_d(s)$, $\underline{a}_n(s)$ e $\underline{a}_d(s)$ respectivamente:

$$\underline{a}_n(s) = \det[N_d(s)];$$

$$\underline{a}_d(s) = \det[D_d(s)].$$

Passo 3: Obter $a_n(s)$ e $a_d(s)$, sendo que:

$$\underline{a}_n(s) = a_n(s) * a_n'(s);$$

$$\underline{a}_d(s) = a_d(s) * a_d'(s).$$

Onde $a_n'(s)$, $a_d'(s)$, $a_n(s)$ e $a_d(s)$ são tais que:

$$Z[\underline{a}_n(s)] \text{ e } Z[\underline{a}_d(s)] \in \mathbb{C}^+; Z[a_n'(s)] \text{ e } Z[a_d'(s)] \notin \mathbb{C}^+.$$

Passo 4: Calcular $N_d(s)^{-1}$, onde $N_d(s)^{-1} \in \mathbb{R}[s]^{2 \times 2}$;

Passo 5: Calcular o pré-compensador de desacoplamento $C_D(s)$ dado por:

$$C_D(s) = \frac{a_n(s) k_0}{a_d(s) m(s)} D_d(s) N_d(s)^{-1}$$

Passo 5.1: Escolher o polinômio $m(s)$:

A escolha de $m(s)$ deve ser feita de modo que $Z[m(s)] \in \mathbb{C}_b$ e $C_D(s) \in \mathbb{R}_0^{2 \times 2}$.

Passo 5.2: Calcular a constante k_0 da seguinte forma:

$$k_0 = m(0)$$

Sendo que k_0 é uma constante que serve para ajustar o ganho estático do controlador.

Passo 5.3: Obter $C_D(s)$:

$$C_D(s) = \frac{a_n(s) k_0}{a_d(s) m(s)} D_d(s) N_d(s)^{-1}$$

Pode-se observar que a função de transferência do desacoplador possui um termo que consiste na inversa da planta, denotado por $D_d(s)N_d(s)^{-1}$. Para garantir que não haja cancelamento dos modos instáveis da planta, surgem os termos $a_n(s)$ e $a_d(s)$ que são os zeros instáveis e os pólos instáveis da planta, respectivamente. Assim, caso a planta tenha modos instáveis, o termo $\frac{a_n(s)}{a_d(s)} D_d(s)N_d(s)^{-1}$ consiste na sua pseudo-inversa.

A utilização do desacoplador leva portanto à seguinte FT de malha aberta $H(s)$:

$$H(s) = P(s)C_D(s) = \frac{a_n(s) k_o}{a_d(s) m(s)} \mathbf{I}^{2 \times 2}$$

Observe que as funções de transferência de MA dos dois subsistemas desacoplados são idênticas. Observe também que as raízes do polinômio $m(s)$ serão pólos destes subsistemas em MA. Assim, com uma escolha apropriada deste polinômio pode-se posicionar pólos em MA em uma região particular \mathbb{C}_b no semiplano esquerdo \mathbb{C}^- do plano complexo, de forma a facilitar o projeto dos controladores locais.

A estratégia proposta aqui se baseia então na utilização de um desacoplador dinâmico total, que será ajustado num ponto de funcionamento do sistema de acordo com o modelo linearizado nesse ponto, e que será transparente para o operador. Desta forma o controle do sistema será feito apenas com o ajuste de controles locais, que como veremos terão uma estrutura muito simples e bem conhecida no ambiente industrial. A seguir estudaremos o problema do posicionamento de pólos.

3.3.2 Problema de Posicionamento dos Pólos (PPP)

O estudo do posicionamento de pólos é muito importante na teoria de controle, pois através deste posicionamento podemos assegurar certas características do sistema em malha fechada, como por exemplo o seguimento de referência e tempo de estabilização, além é claro da estabilidade do sistema, que pode ser interpretada como um caso particular do PPP.

Na seção anterior foi mostrado que o algoritmo que soluciona o PDT, além de resolver o problema do desacoplamento, permite fazer o posicionamento dos pólos do sistema em MA. Também na seção anterior foi visto que com a inclusão do compensador de desacoplamento, um sistema multivariável pode ser tratado como um conjunto de subsistemas monovariáveis desacoplados, e que desta forma, pode ser projetado um controlador monovariável para cada uma das malhas do processo. Estes controladores permitem então que os pólos de MF destas malhas sejam alocados numa determinada região do plano complexo, garantindo assim as características de desempenho e robustez especificadas para as respostas.

A seguir fazemos a comparação entre duas estruturas de controle nas quais os controladores locais monovariáveis podem ser utilizados.

A estrutura de controle em série (chamada de controle em cascata neste trabalho) é a mais usada nas indústrias e o controlador mais utilizado é o controlador do tipo PI, que é fácil de ajustar e os operadores de planta conhecem bem. No entanto, a utilização de um controlador PI em série com a planta cria um zero em malha fechada que amplifica as diferenças geradas pelas incertezas do processo, gerando uma solução com desempenho pouco robusto frente a mudanças na referência. Uma solução para este problema é a utilização de um filtro “passa-baixas” na entrada do processo, como mostramos na figura 3.4, onde $S_i = PI$ e $T =$ filtro. Este filtro tem a função de cancelar o zero introduzido pelo PI e permitir um desempenho similar na rejeição de perturbações e no seguimento de referências. Cabe mencionar aqui que, sem a utilização do filtro, um único ajuste do PI não permite boas respostas em ambas entradas (perturbações e referências) [ASTRÖM 84]. Um exemplo típico desta característica é o ajuste do PI cancelando o pólo lento do processo, que leva a respostas muito lentas para entradas de perturbação.

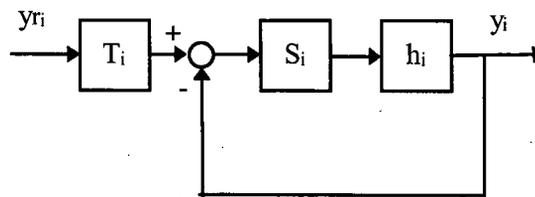


Figura 3.4: Estrutura PI + Filtro.

Este filtro apesar de apresentar bons resultados não é utilizado na prática, pois além de acrescentar um novo ajuste, aumenta a ordem do controlador total. Propomos então uma estrutura modificada para o controlador que substitui o uso do filtro e tem o mesmo efeito. Mostramos esta estrutura na figura 3.5, abaixo.

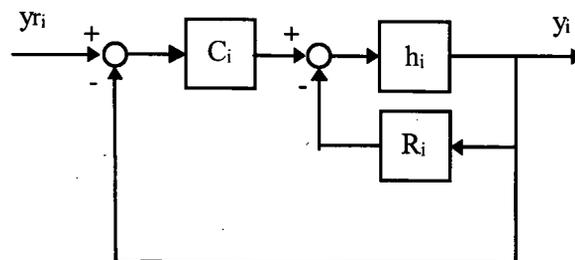


Figura 3.5: Estrutura P + I.

Esta estrutura é baseada numa estratégia chamada de Cascata + Retroação, que para o nosso caso consiste de um integrador em cascata com o processo ($C=I$) e de um ganho proporcional na malha de retroação ($R=P$). A equivalência das duas estruturas pode ser provada fazendo-se:

$$S = C + R \quad \text{e} \quad T = C / (C + R)$$

Uma forma mais geral de definir esta estrutura é apresentada por Hang [HANG 91] onde é introduzido um fator para dividir a ação proporcional do controle PI ou PID entre as partes Cascata e Retroação do controle.

O projeto destes controladores pode ser feito utilizando-se as técnicas clássicas como o lugar das raízes ou Bode, e é muito simples provar as suas características de robustez. Para isso basta observar que se o ganho da retroação (R) é ajustado apropriadamente então as incertezas do processo (representadas aqui por ε) são bem reduzidas, e o projeto do controlador em cascata é feito para um processo quase sem incertezas, pelo menos para a faixa de frequências de operação do sistema. Para entender o efeito prejudicial dos zeros do controle na resposta do sistema e sua influencia na robustez ver [NORMEY RICO 95].

$$G = \frac{P_{real}}{1 + RP_{real}} = \frac{P_{nom}(1 + \varepsilon)}{1 + RP_{nom}(1 + \varepsilon)}$$

$$\text{se } |R P_{nom}(1 + \varepsilon)| \ll 1 \quad \text{então } G = P_{nom}(1 + \varepsilon)$$

$$\text{se escolhemos } R \text{ para } |R P_{nom}(1 + \varepsilon)| \gg 1 \quad \text{então } G = \frac{1}{R}$$

Desta forma para uma dada faixa de frequências o sistema se comporta como se fosse a inversa do controle em retroação. Outro controlador bastante conhecido em ambientes industriais é o PID. A utilização de um derivador na malha direta produz, no entanto, picos elevados na saída no momento da troca de referência. Sendo assim, utilizamos a ação derivativa apenas na malha de retroação, eliminando este efeito indesejado.

Utilizaremos então, ao longo deste trabalho, os controladores monovariáveis locais do tipo PI e PID dispostos nas duas estruturas de controle apresentadas aqui. Mostramos a seguir a representação destas estruturas, sendo que $C(s)$ é o controlador em Cascata, $R(s)$ é o controlador da Retroação e $h(s)$ é a planta de cada malha desacoplada. Os índices “T” e “l” indicam as malhas de temperatura e nível, respectivamente.

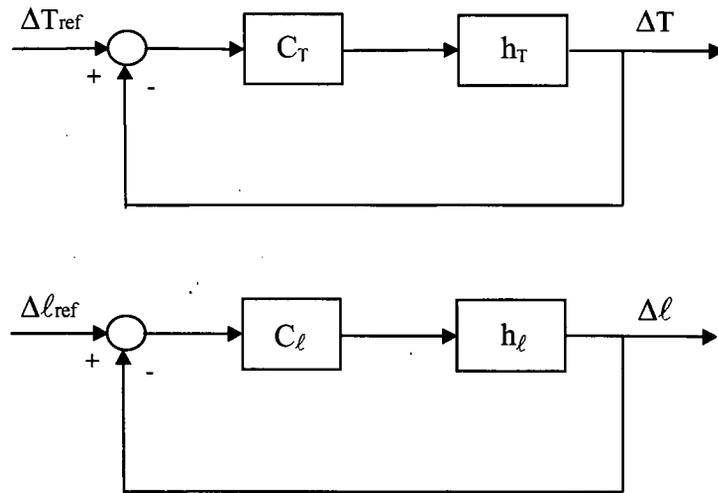


Figura 3.6: Estrutura de Controle Cascata

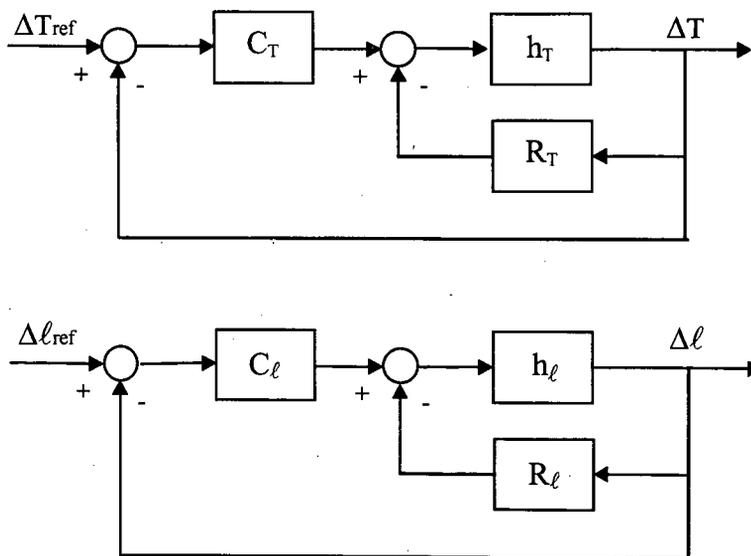


Figura 3.7: Estrutura de Controle Cascata mais Retroação

3.3.3 Problema de Rejeição de Perturbações (PRP)

A maioria dos processos de geração de energia ou de produtos (indústria química, cerâmica, etc.) opera em regime permanente durante a maior parte do tempo. Isto é, fixa-se um ponto de operação para o sistema e trabalha-se neste por grandes períodos de tempo. Existem no entanto perturbações que interferem no sistema de forma indesejada, tirando este de seu ponto de operação.

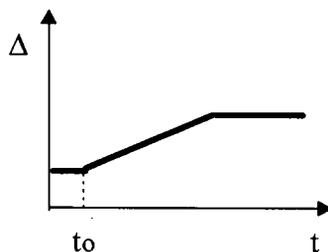
Sendo assim, o estudo de técnicas de rejeição ou redução de perturbações é de grande importância, e será feito aqui em duas etapas. Analisaremos primeiro soluções de índole mais prática e que se aplicam geralmente de forma local nos processos industriais, depois estudaremos o problema com uma abordagem teórica, considerando o sistema como uma função de transferência global.

A seguir analisamos as perturbações que interferem em nosso processo e a forma com que elas se apresentam. Apresentamos ainda algumas regras práticas que podem ser usadas para diminuir os efeitos das perturbações no sistema.

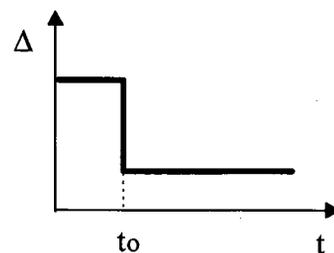
⇒ Análise Prática

As perturbações mais comuns em sistemas de transferência de calor são aquelas provocadas por variações de temperatura. Para o nosso sistema podem ocorrer variações na temperatura ambiente (ΔT_o) e na temperatura da água fria (ΔT_a). Estas perturbações normalmente se apresentam na forma de “degraus suaves”, e são facilmente rejeitadas pois tem uma variação bastante lenta com o tempo e estabilizam num valor constante (ver figura 3.8-a).

Em sistemas de fluxo (nível), as perturbações mais comuns são aquelas provocadas por variações nas aberturas de válvulas que não as de controle. Consideraremos que no sistema térmico podem ocorrer variações na abertura da válvula de saída do tanque 2 (Δa_2), e que estas variações se apresentam na forma de degraus (ver figura 3.8-b).



(a) Perturbação na Forma de Degrau Suave



(b) Perturbação na Forma de Degrau

Figura 3.8: Forma dos Sinais de Perturbações.

Para o nosso processo existem ainda perturbações na quantidade de entrada dos fluidos devido a variações de pressão na rede de fornecimento de tais fluidos. Estas perturbações agem tanto sobre a temperatura quanto sobre o nível e se apresentam na forma de degraus.

Na análise das perturbações feita anteriormente consideramos que o sistema já estava construído e, desta forma, não tratamos das perturbações que podem ser evitadas, ou ao menos reduzidas, por atuação na sua fonte. Reduzir as perturbações onde elas são geradas pode ser, no entanto, a maneira mais eficiente de melhorar o desempenho do sistema.

Esta técnica está claramente vinculada à etapa de projeto do sistema a ser controlado. Deve-se considerar os efeitos de algumas características do processo que podem transformar-se em perturbações e tentar diminuí-los na hora do projeto. Exemplos destes são:

- *Usar tanques de mistura eficientes para evitar perturbações pelos erros de composição de substâncias e pela não homogeneização da mistura;*
- *Reduzir atritos em sistemas mecânicos;*
- *Alocar os sensores em posições onde as perturbações externas (ruídos, etc.) produzem efeitos menores;*
- *Usar circuitos eletrônicos e sensores eletrônicos de baixo ruído e respostas rápidas;*
- *Usar períodos de amostragem adequados ao desempenho e às características do sistema.*

Para o nosso sistema térmico em específico, onde existe mistura dos dois fluidos, é importante que estes tenham uma mistura homogênea. Sendo assim, o uso de um tanque com artificios (misturador) para que a mistura seja eficiente é uma maneira de reduzir perturbações na sua fonte de geração.

Outra maneira está relacionada com a correta alocação do sensor de pressão e principalmente do sensor de temperatura (termopar), de forma que estes sofram menos os efeitos externos ao sistema.

⇒ Análise Teórica

A seguir faremos uma análise do problema de rejeição considerando o sistema como uma função de transferência global. É importante destacar que para esta análise será utilizada a teoria de sistemas multivariáveis pois, a rigor, o sistema continua com um acoplamento entre as malhas mesmo depois que utilizamos o desacoplador.

O conjunto de entradas de um SLM pode ser dividido em dois grupos:

- (a) Entradas de controle e referência, que são comandadas pelo projetista;
- (b) Perturbações, ou entradas não controláveis.

Como o objetivo é de se ter um controle sobre as saídas do sistema, deseja-se então que estas sejam fortemente dominadas pelas entradas de controle - entradas tipo (a), e com mínima dependência das perturbações - entradas do tipo (b). Este objetivo é conhecido como Rejeição de Perturbações (RP) e trata-se do mesmo como o Problema de Rejeição de Perturbações (PRP). Existem basicamente três tipos de RP que podem ser classificadas em ordem decrescente pelo grau de rejeição, da seguinte forma:

- (i) **Rejeição Total:** O sistema em malha fechada é tal que a saída independe da perturbação para todo o tempo e para qualquer tipo de sinal de perturbação;
- (ii) **Rejeição Parcial:** Os efeitos da perturbação na saída do sistema em malha fechada podem ser mantidos abaixo de um certo máximo aceitável (não nulo) para todo tipo de sinal de perturbação;
- (iii) **Rejeição Assintótica:** Os efeitos da perturbação são rejeitados somente em regime permanente e para uma dada classe de sinais de perturbação (degrau, rampa, etc.).

Os problemas (i) e (ii) têm um caráter mais acadêmico [CURY 90], [NORMEY RICO 89] e [WONHAM 79] dado que as condições de solução restringem muito o conjunto de plantas que possam verificá-las, tendo portanto pouca aplicabilidade prática.

Já o Problema de Rejeição Assintótica de Perturbações (PRAP) tem um interesse mais prático, e será analisado a seguir pois é a forma de rejeição especificada nos objetivos de controle estipulados no capítulo 2.

3.3.3.1 Problema de Rejeição Assintótica de Perturbações (PRAP)

Dada a estrutura de controle genérica mostrada na figura abaixo, onde a entrada “q” representa uma perturbação no sistema.

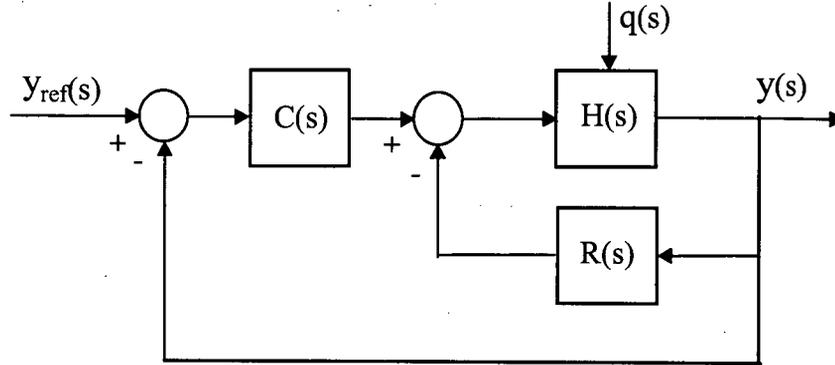


Figura 3.9: Estrutura Genérica de Controle com Entrada de Perturbação.

O Problema de Rejeição Assintótica de Perturbações consiste em achar um estrutura de controle tal que a saída do sistema em malha fechada, em regime permanente, dependa somente da entrada de controle e não dependa da perturbação.

$$y(t) \underset{t \rightarrow \infty}{\Rightarrow} f(u(t); t) \tag{3.1}$$

É importante observar que o problema em questão tem sentido somente quando a perturbação $q(t)$ é persistente no tempo (gerada por modos instáveis), pois caso isto não se verifique a saída do sistema $y(t)$ estará livre dos efeitos da perturbação $q(t)$ para $t \rightarrow \infty$ simplesmente garantindo a estabilidade do sistema em MF.

No caso em que $q(t) \not\rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$ será necessário construir um compensador tal que em MF garanta a condição 3.1. É claro que para o projeto deste compensador é necessário conhecer os modos da perturbação, e também que é preciso estabilizar o sistema em MF.

Antes de continuar o estudo do PRAP, normalizaremos a definição de perturbação da seguinte forma:

\mathcal{Q} = conjunto de todas as perturbações $q_i(t)$ instáveis que atuam sobre o sistema.

Equivalentemente:

$\mathcal{Q} = \{ q(t) \in \mathbb{R}^r \text{ tal que } q_i(s) \text{ é estritamente própria. Sendo que}$

$$q_i(s) = \frac{n_{q_i}(s)}{d_{q_i}(s)} \text{ é uma fração irredutível e } \mathcal{Z}[d_{q_i}(s)] \in \mathbb{C}^+ \}.$$

Para estudar adequadamente o problema, devemos modelar o ponto de entrada da perturbação de forma mais detalhada. Utilizaremos então a representação mostrada na figura abaixo.

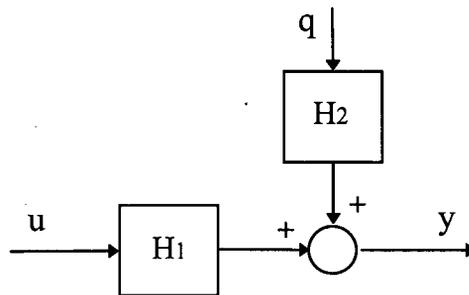


Figura 3.10: Processo com Perturbação Aditiva

Este diagrama permite representar de forma geral todo tipo de perturbação aditiva no sistema. Para cada caso particular escolhem-se H_1 e H_2 adequadamente.

A seguir estudaremos o PRP para as duas estruturas de controle, em cascata e em cascata mais retroação, considerando que o processo é representado conforme mostrado acima.

⇒ Rejeição de Perturbações usando Controle em Cascata

Seja a seguinte representação matemática da planta $P(s)$:

$$y(s) = H_1(s) u(s) + H_2(s) q(s) \quad (3.2)$$

onde
$$H_1(s) = D_1(s)^{-1} N_1(s) \text{ e } H_2(s) = D_2(s)^{-1} N_2(s) \quad (3.3)$$

são frações próprias coprimas pela esquerda de $H_1(s)$ e $H_2(s)$, respectivamente.

Seja ainda a representação do controlador em cascata $C(s)$ dada pela seguinte fração própria coprima pela direita:

$$C(s) = N_c(s) D_c(s)^{-1} \quad (3.4)$$

O objetivo do estudo consiste então em determinar o compensador $C(s)$ para que em MF se verifique:

$$y(t) \underset{t \rightarrow \infty}{\Rightarrow} 0 \quad \forall q(t) \in \mathcal{Q} \quad \text{e} \quad y_{\text{ref}}(t) = 0 \quad (3.5)$$

Assim, a função de transferência do sistema em MF para $y_{\text{ref}} = 0$ fica:

$$y(s) = [I + H_1(s)C(s)]^{-1} [H_2(s)q(s)] \quad (3.6)$$

Substituindo as equações 3.3 e 3.4 tem-se:

$$y(s) = D_c(D_1 D_c + N_1 N_c)^{-1} D_1 (D_2^{-1} N_2) q(s) \quad (3.7)$$

Mas $q(s)$ pode ser representado como $q(s) = d_q(s)^{-1} n_q(s)$, com $d_q(s)$ contendo todos os modos da classe \mathcal{Q} e $n_q(s)$ um vetor polinomial de dimensão r . Assim:

$$y(s) = D_c(D_1 D_c + N_1 N_c)^{-1} D_1 D_2^{-1} N_2 d_q^{-1} n_q \quad (3.8)$$

$$y(s) = T(s) n_q(s)$$

Vale lembrar que a inversa de uma matriz $M \in \mathbb{R}[s]^{n \times n}$ é dada por:

$$M^{-1} = \frac{1}{\det(M)} [\text{adj}(M)]$$

Então podemos concluir que os pólos da Função de Transferência de MF (FTMF) $[T(s)]$, que relaciona $y(s)$ com $n_q(s)$, estão divididos em:

- (i) Zeros $[\det(D_1 D_c + N_1 N_c)] =$ modos de MF;
- (ii) Zeros $[\det(D_2)] =$ modos da transferência perturbação-saída de MA;
- (iii) Zeros $[\det d_q(s)] =$ modos da perturbação.

Assim, para garantir a solução do PRAP deve-se verificar o seguinte:

- (a) que o sistema em MF seja estável $\Rightarrow \mathcal{Z}[\det(D_1 D_c + N_1 N_c)] \in \mathbb{C}^-$;
- (b) que os modos instáveis de $H_2(s)$ sejam cancelados sempre que existirem;
- (c) que os modos da perturbação sejam cancelados.

Observe que a condição (a) é idêntica para sistemas monovariáveis, e que a condição (b) deve ser exigida unicamente para aqueles modos instáveis não comuns entre $H_1(s)$ e $H_2(s)$ pois o produto $D_1 D_2^{-1}$ de $T(s)$ cancela automaticamente os modos comuns [NORMEY RICO 90].

Formalizaremos agora os resultados através do seguinte teorema:

Teorema 3.1: Condições Suficientes para Solução do PRAP.

Seja a estrutura de controle em cascata e seja a representação matemática do sistema em MA dada por:

$$y(s) = H_1(s) u(s) + H_2(s) q(s)$$

Sejam também as representações internamente próprias de $H_1(s)$ e $H_2(s)$ dadas pelas seguintes frações coprimas pela esquerda

$$H_1(s) = D_1(s)^{-1} N_1(s) \quad \text{e} \quad H_2(s) = D_2(s)^{-1} N_2(s)$$

Seja ainda a representação internamente própria de $C(s)$ dada pela seguinte fração coprima pela direita:

$$C(s) = N_c(s) D_c^{-1}(s)$$

E além disso vale que:

- (i) A planta não possui zeros nos modos da perturbação;
- (ii) A planta tem nº entradas \geq nº saídas;
- (iii) Os modos instáveis da planta não comuns a $H_1(s)$ e $H_2(s)$ são considerados como perturbações e incluídos em $d_q(s)$.

Assim, SE:

- (a) o sistema em MF é estável;
- (b) o compensador é tal que D_c pode ser fatorado como $D_c = d_q(s) D_c^*$.

ENTÃO: O SISTEMA REJEITA ASSINTÓTICAMENTE TODA PERTURBAÇÃO $q \in \mathcal{Q}$.

É importante observar que estas condições são suficientes para que haja solução do PRAP, mas que no entanto não são necessárias [NORMEY RICO 90].

A condição (b) colocada no teorema 3.1 exige que o controlador contenha os modos instáveis $d_q(s)$ da perturbação, mas se a planta possuir estes modos na parte que precede a entrada destas (H_1), o problema é resolvido somente garantindo estabilidade. Este resultado é equivalente ao obtido no caso monovariável, onde diz-se que um tipo de sistema garante a rejeição de um tipo de perturbação ou seja, se a planta possuir um integrador por exemplo, o sistema em malha fechada rejeitará perturbações do tipo degrau, desde que seja estável em MF.

⇒ Rejeição de Perturbações usando Controle em Cascata mais Retroação

Para estudar o PRP usando a estrutura de cascata mais retroação faremos a comparação entre sua função de transferência e aquela obtida com a estrutura em cascata. Para uma entrada de referência nula, tem-se as seguintes FT para as estruturas em cascata e cascata mais retroação, respectivamente:

$$y(s) = [I + H_1(s)C(s)]^{-1} [H_2(s)q(s)]$$

$$y(s) = [I + H_1(s)C^*(s)]^{-1} [H_2(s)q(s)] \quad \text{onde } C^* = C + R$$

Analisando as duas funções de transferência colocadas acima observa-se que o controlador em cascata mais retroação $C^* = (C + R)$ deve verificar a mesma condição que o controlador em cascata C , ou seja, deve possuir pólos nos modos da perturbação que se deseja rejeitar. Como no cálculo de C^* não podem ser obtidos pólos diferentes dos de C e R , uma das partes de C^* deve verificar a condição acima colocada.

Sendo assim, para que o sistema rejeite assintoticamente as perturbações é suficiente que o controlador (ou o próprio sistema, se a perturbação for na sua saída) possua os modos instáveis desta perturbação, ou seja, para que o sistema em malha fechada rejeite perturbações do tipo degrau na saída, é suficiente que sua função de transferência em MA (que liga o ponto de entrada da perturbação ao ponto de entrada de controle) possua um integrador e que o sistema seja estável em MF.

3.4 Conclusão

Neste capítulo foram definidos os objetivos de controle a serem alcançados em malha fechada, após a inclusão do controlador. Foram estudados ainda os problemas mais comumente encontrados no controle de sistemas multivariáveis, bem como analisadas as soluções mais adequadas ao nosso sistema. Por fim, foram apresentadas as técnicas mais utilizadas para resolver estes problemas, de forma a alcançar os objetivos de controle anteriormente estipulados.

A seguir são apresentadas as principais conclusões de cada um dos problemas estudados:

⇒ Problema do Desacoplamento

- A utilização de um compensador de desacoplamento serve para que se possa alcançar um dos objetivos de controle estipulados, que é o de controle de forma independente das saídas;
- O Desacoplamento Estático é a forma mais simples e mais utilizada nas indústrias para obter o desacoplamento, mas a técnica do “*desacoplamento dinâmico total*” é a mais indicada para o nosso sistema, uma vez que o acoplamento entre as malhas é forte e que os tempos de estabilização destas são similares;
- Com a utilização do desacoplador o sistema térmico pode ser visto como um conjunto de dois subsistemas monovariáveis independentes e, desta forma, pode ser projetado um controlador local para cada malha, utilizando-se para tal as técnicas clássicas de controle;

⇒ Problema do Posicionamento dos Pólos

- O posicionamento dos pólos tem como objetivo assegurar certas características do sistema em malha fechada, como por exemplo o seguimento de referência (estabilidade) e a melhoria da resposta dinâmica do sistema;
- Após o desacoplamento do sistema, este posicionamento pode ser feito através da inclusão de controladores locais monovariáveis, que são conhecidos e bastante utilizados em ambientes industriais;

- A estrutura de controle em “*cascata*” (ou série) é a mais usada nas indústrias e o controlador mais utilizados é o controlador do tipo PI, que é fácil de ajustar e os operadores de planta conhecem bem;
- A utilização do controlador PI em cascata com a planta não gera uma solução robusta. Propõe-se então a utilização de controladores PI e PID dispostos numa estrutura denominada de “*cascata mais retroação*”, que é uma estrutura que melhora as características de robustez.

⇒ Problema de Rejeição de Perturbações

- Reduzir as perturbações onde elas são geradas pode ser a maneira mais eficiente de melhorar o desempenho do sistema. Deve-se considerar os efeitos de algumas características do processo que podem transformar-se em perturbações e tentar diminuí-los na hora do projeto;
- Existem basicamente três tipos de rejeição de perturbações, que podem ser classificadas em ordem decrescente pelo grau de rejeição, da seguinte forma: (i) Rejeição Total, (ii) Rejeição Parcial e (iii) Rejeição Assintótica. Analisou-se no entanto apenas o problema (iii) - PRAP - que tem um interesse mais prático, pois os problemas (i) e (ii) têm um caráter mais acadêmico;
- Para que o sistema em malha fechada rejeite perturbações do tipo degrau na saída, é suficiente que o controlador possua um integrador e que o sistema seja estável em MF;

CAPÍTULO 4

APLICAÇÃO DAS TÉCNICAS ESTUDADAS À PLANTA PILOTO E SIMULAÇÕES

4.1 Introdução

No capítulo anterior foram definidos os objetivos a serem alcançados com o sistema em malha fechada e estudados os principais problemas de controle e seus respectivos resultados, analisando-se a adequação destes ao nosso sistema. Ainda no capítulo anterior, propôs-se algumas técnicas de controle para solucionar tais problemas e alcançar os objetivos de controle estipulados.

No presente capítulo estas técnicas serão aplicadas à planta piloto e serão mostrados os resultados obtidos com tais técnicas através de simulações. Este capítulo está organizado da seguinte forma.

Na próxima seção será calculado o compensador de desacoplamento utilizando-se para tanto o algoritmo apresentado no capítulo anterior, referente ao desacoplamento total, e será feita uma análise do comportamento do sistema desacoplado. Na seção 4.3 será feito o projeto dos controladores locais utilizando-se a técnica do lugar das raízes, que é amplamente conhecida em ambientes industriais. A seção 4.4 será dedicada à comparação entre os controladores projetados, tanto para o seguimento de referências quanto para a rejeição de perturbações. Na seção 4.5 será proposto um projeto robusto para o controlador PID e na seção 4.6 serão feitos alguns testes finais para verificar o comportamento deste controlador frente a problemas semelhantes aos encontrados na realidade. Por fim, na seção 4.7 serão apresentadas as principais conclusões obtidas neste capítulo.

4.2 Problema do Desacoplamento

Nesta seção a técnica do desacoplamento dinâmico total será aplicada à planta piloto de forma a resolver o problema do desacoplamento.

4.2.1 Cálculo do Compensador de Desacoplamento

Sendô a MFT do sistema térmico, representada abaixo por P(s):

$$P(s) = \frac{a_1 k_1}{2A_1 A_2 \sqrt{\ell_1} (s-p_1)(s-p_2)} \begin{bmatrix} \frac{Q_{ve\max} A \left(s + \frac{B}{A}\right) (s-p_2)}{\rho_a \ell_{Ac} X_c (-p_4)(s-p_3)(s-p_5)} & \frac{Q_{ae\max} C \left(s + \frac{D}{C}\right) (s-p_2)}{\ell_{Ac} X_c (-p_4)(s-p_3)(s-p_5)} \\ \frac{Q_{ve\max}}{\rho_a} & Q_{ae\max} \end{bmatrix}$$

Aplicando o algoritmo apresentado na seção 3.3.1 do capítulo anterior obtém-se o seguinte compensador de desacoplamento:

$$C_D(s) = \frac{k_o}{m(s)} \frac{2A_1 A_2 \sqrt{\ell_1}}{a_1 k_1 (A-C)} \begin{bmatrix} \frac{\ell_{Ac} X_c \rho_a (-p_4)(s-p_3)(s-p_5)}{Q_{ve\max}} & -\frac{\rho_a C \left(s + \frac{D}{C}\right) (s-p_2)}{Q_{ve\max}} \\ -\frac{\ell_{Ac} X_c (-p_4)(s-p_3)(s-p_5)}{Q_{ae\max}} & \frac{A \left(s + \frac{B}{A}\right) (s-p_2)}{Q_{ae\max}} \end{bmatrix}$$

onde $(A-C) = 2a_1 k_1 \sqrt{\ell_1} \left[\frac{H_{sl}}{C_{pa}} - T_a \right]$

Substituindo os valores obtidos para o ponto de equilíbrio escolhido na seção 2.4.2.2 do capítulo anterior, bem como os demais valores³ (dimensões físicas, aberturas de válvulas, vazões máximas, etc.) obtém-se:

$$C_D(s) = \frac{k_o}{m(s)} 67,0199 \begin{bmatrix} 2,8630 \left(s^2 + 1,4838 \times 10^{-2} s + 4,5162 \times 10^{-5} \right) & 455,9957 \left(s^2 + 6,8843 \times 10^{-3} s + 9,4310 \times 10^{-6} \right) \\ -0,3305 \left(s^2 + 1,4838 \times 10^{-2} s + 4,5162 \times 10^{-5} \right) & 642,0958 \left(s^2 + 6,9541 \times 10^{-3} s + 9,7801 \times 10^{-6} \right) \end{bmatrix}$$

³ Todos os valores necessários para este cálculo se encontram no Apêndice B.

É importante observar que, para o desacoplador obtido, as duas malhas do sistema (temperatura e nível) passam a ter a mesma função de transferência de malha aberta e que no ponto de operação escolhido as raízes do polinômio $m(s)$ serão os pólos do sistema em malha aberta $H(s)$. Isto pode ser verificado fazendo-se:

$$H(s) = P(s) C_D(s) = \frac{k_o}{m(s)} I^{2 \times 2}$$

Desta forma, para o ponto de operação tem-se duas malhas desacopladas cujos pólos são determinados pelo polinômio $m(s)$ e o ganho em regime permanente é dado pela relação $k_o/m(o)$.

Sendo assim, consegue-se fazer a alocação dos pólos do sistema em MA através de uma escolha adequada para este polinômio. Esta escolha deve ser feita de forma a facilitar o projeto dos controladores locais, ou seja, deve-se escolher $m(s)$ tal que $Z[m(s)] \in \mathbb{C}_b$ e $C_D(s) \in \mathbb{R}_o^{2 \times 2}$.

Antes de escolher o polinômio $m(s)$ deve-se determinar, portanto, a região de alocação dos pólos de malha fechada, o que será feito a seguir.

⇔ Determinação da Região de Alocação dos Pólos de MF (\mathbb{C}_b).

Conforme mostrado anteriormente, após a inclusão do compensador de desacoplamento as duas malhas do sistema (temperatura e nível) passam a ter a mesma função de transferência de malha aberta. Sendo assim, usaremos a malha de temperatura como referência para o cálculo da região \mathbb{C}_b . Esta escolha foi feita uma vez que a malha de temperatura possui menor tempo de resposta em MA, portanto se fizermos com que este seja 2 ou 3 vezes menor em MF, estaremos garantindo que a malha de nível tenha seu tempo de resposta dentro das especificações. Desta forma temos:

$$tr_{MA} = 1200 \text{ s}$$

Utilizando uma faixa de tolerância de $\pm 2\%$ para estabilização da resposta temos:

$$\tau_{MA} = \frac{tr_{MA}}{4}$$

$$\tau_{MA} = 300 \text{ s}$$

Ou seja

$$\sigma_{MA} = 3,33 \times 10^{-3}$$

Como o objetivo é obter uma dinâmica de MF em torno de 2 à 3 vezes mais rápida que de MA, temos que:

$$tr_{MF} = 400 \text{ à } 600 \text{ s}$$

Logo a parte real dos pólos ($s=\sigma+j\omega$) de malha fechada deve ser:

$$\sigma_{MF} \leq (-10 \times 10^{-3} \text{ à } -6,67 \times 10^{-3})$$

Utilizaremos,

$$\sigma_{MF} \leq -6,67 \times 10^{-3}$$

Considerando agora que a resposta não deve apresentar ultrapassagem superior a 5%, temos que o *fator de amortecimento* vale:

$$\xi \geq 0,7$$

O que implica em uma relação $\frac{Im}{Re} \leq 1$ ($\beta \leq 45^\circ$).

Desta forma podemos definir as seguintes regiões conforme mostrado na figura abaixo:

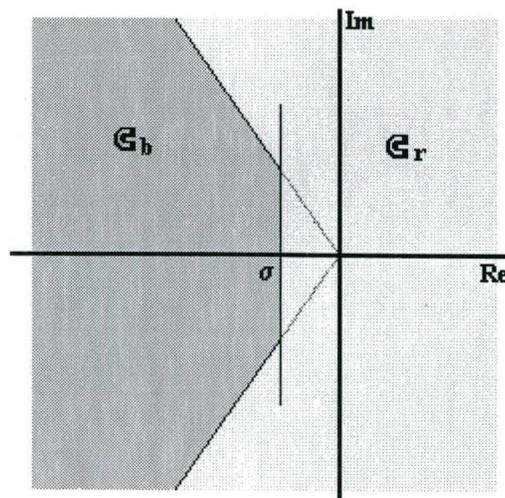


Figura 4.1: Região de Alocação dos Pólos de MF (\mathcal{C}_b) e seu complemento (\mathcal{C}_r).

Com a determinação da região de alocação dos pólos do sistema em malha fechada podemos fazer a escolha do polinômio $m(s)$.

⇨ Escolha do Polinômio $m(s)$

Tendo em vista que as raízes de $m(s)$ são os pólos do sistema em MA, e que a dinâmica do sistema é determinada pelo posicionamento de seus pólos em MF, a escolha de $m(s)$ deve ser feita considerando-se que após o fechamento da malha estes pólos terão um posicionamento diferente.

Poderíamos pensar em alocar estes pólos numa região bem à esquerda do eixo imaginário (parte real bastante negativa), a fim de que com seu deslocamento provocado pelo fechamento da malha, estes ainda se encontrassem na região \mathbb{C}_b - região escolhida para alocação dos pólos de MF - (lembramos aqui que o controle cascata inclui um integrador e isto, em geral, leva a piorar a resposta transitória em MF). Entretanto, esta escolha implicaria em controladores pouco apropriados (ganhos elevados, etc.), resultando em respostas ruins (pouco robustas e com grandes ultrapassagens).

Alocaremos então nossos pólos de malha aberta um pouco afastados da região de dominância. Utilizaremos:

$$s_1 = -20 \times 10^{-3}$$

$$s_2 = -50 \times 10^{-3}$$

O que resulta no seguinte polinômio:

$$m(s) = (s + 0,02)(s + 0,05) = s^2 + 0,07 s + 0,001$$

Para a determinação de k_0 calculamos o valor de $m(s)$ em regime permanente:

$$m(0) = 0,001$$

Então,

$$k_0 = 0,001$$

Desta forma obtém-se o seguinte $C_D(s)$:

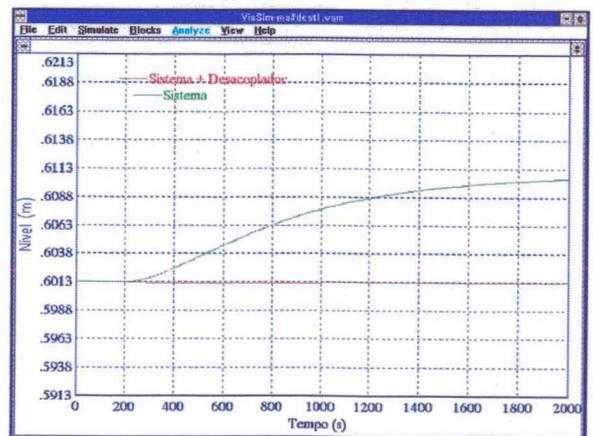
$$C_D(s) = \frac{0,001 * (67,0199)}{s^2 + 0,07 s + 0,001} \begin{bmatrix} 2,8630(s^2 + 1,4838 \times 10^{-2} s + 4,5162 \times 10^{-5}) & 455,9957(s^2 + 6,8843 \times 10^{-3} s + 9,4310 \times 10^{-6}) \\ -0,3305(s^2 + 1,4838 \times 10^{-2} s + 4,5162 \times 10^{-5}) & 642,0958(s^2 + 6,9541 \times 10^{-3} s + 9,7801 \times 10^{-6}) \end{bmatrix}$$

4.2.2 Análise do Comportamento do Sistema com o Desacoplador

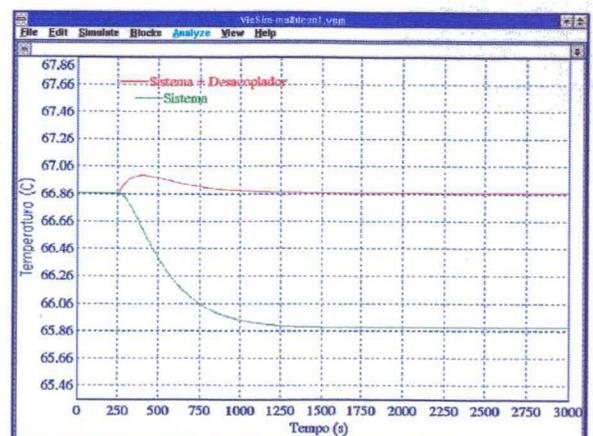
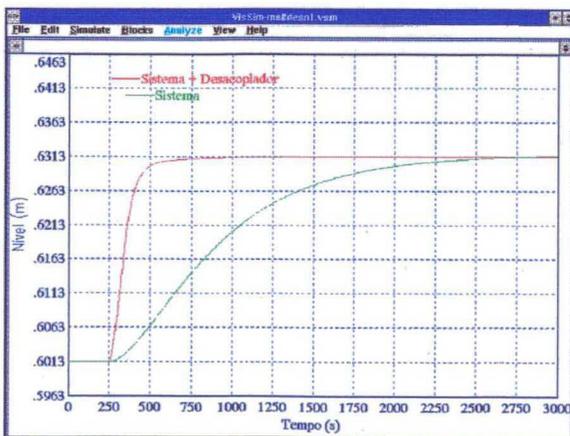
Nesta seção serão feitas algumas simulações para verificar o comportamento do sistema após a inserção do compensador de desacoplamento. Serão comparadas, então, as respostas do sistema em malha aberta com e sem o desacoplador.

É importante lembrar que o compensador de desacoplamento, além de desacoplar as malhas, também serve para posicionar os pólos do sistema em malha aberta. Sendo assim, escolheu-se um polinômio $m(s)$ de forma a tornar a resposta do sistema desacoplado mais rápida, e o sistema idealmente desacoplado deveria ter um tempo de resposta de aproximadamente 200 segundos. No entanto, tendo em vista que o desacoplador foi obtido a partir do modelo linearizado do sistema para um determinado ponto de operação, considera-se que este atue de forma satisfatória em regiões próximas a este ponto, e que para grandes variações seu comportamento pode ser bastante comprometido. Para verificar esta característica serão feitas simulações tanto com pequenas variações no ponto de operação, quanto para variações maiores.

⇒ Pequenas Variações



(a): Pequenas Mudanças na Referência de Temperatura.

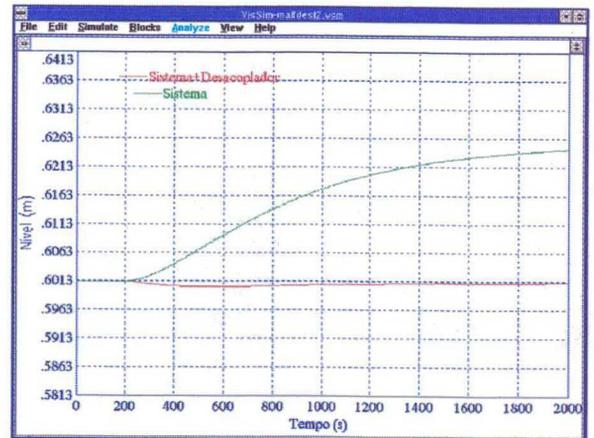
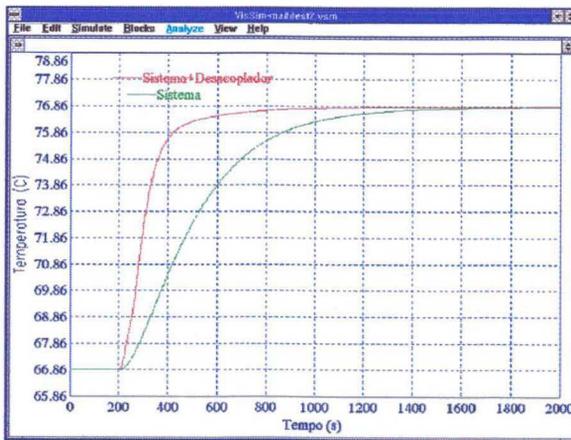


(b): Pequenas Mudanças na Referência de Nível.

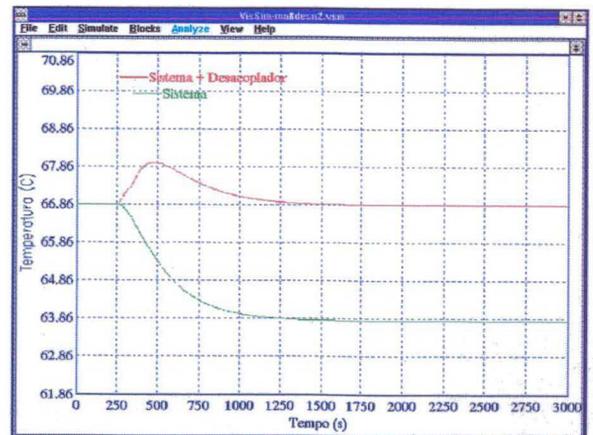
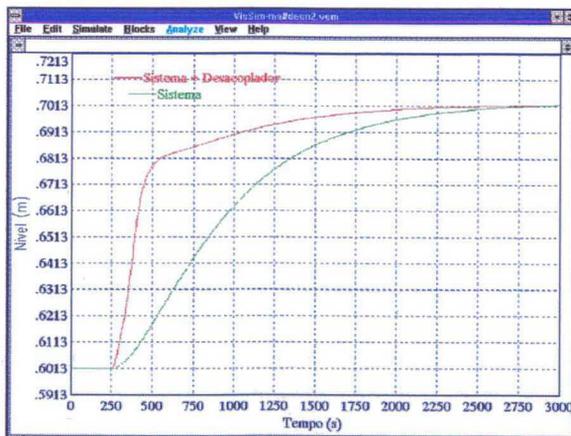
Figura 4.2: Resposta do Sistema em MA para Pequenas Mudanças nas Referências.

Pode-se observar que para pequenas mudanças na referência de temperatura o sistema com desacoplador se comporta da forma esperada, ou seja, apresenta uma resposta perfeitamente desacoplada e muito mais rápida que o sistema sem o desacoplador. Para pequenas variações na referência de nível o sistema com o desacoplador também apresenta uma resposta rápida, mas ocorre uma pequena variação no regime transitório da resposta de temperatura, que embora seja desprezível, indica que o desacoplamento é imperfeito.

⇒ **Grandes Variações**



(a): Grandes Mudanças na Referência de Temperatura.



(b): Grandes Mudanças na Referência de Nível.

Figura 4.3: Resposta do Sistema em MA para Grandes Mudanças nas Referências.

Observa-se que para grandes mudanças na referência temperatura o sistema com desacoplador apresenta uma resposta desacoplada e mais rápida que o sistema sem o desacoplador. Para variações maiores na referência de nível, entretanto, a resposta apresenta uma dinâmica mais lenta que a desejada e o desacoplamento é perdido durante o transitório.

Conclui-se então que para mudanças na referência de nível, principalmente para grandes mudanças, ocorre uma variação no regime transitório da temperatura da água no tanque 2, o que

mostra que o sistema não está perfeitamente desacoplado.

O desacoplamento imperfeito, para variações na referência de nível, resulta em um efeito diferente em cada uma das saídas, ou seja, provoca uma variação na resposta de temperatura e leva a uma resposta de nível com uma dinâmica mais lenta que a esperada.

Consideraremos que esta variação na resposta de temperatura é resultado de uma perturbação nesta mesma malha e que as duas malhas do sistema estão desacopladas. É importante observar que este efeito cessa após um intervalo de tempo (transitório). Assim, podemos interpretar que a perturbação não é gerada por modos instáveis, e então não precisamos nos preocupar com sua rejeição, conforme colocado na seção 3.3.3.1 do capítulo anterior.

Esta consideração de que as duas malhas estão desacopladas é muito importante pois permite que seja projetado um controlador monovariável local para cada uma das malhas. A seguir faremos o projeto dos controladores locais na expectativa de que as variações na dinâmica da malha de nível não tenha consequências significativas.

4.3 Projeto dos Controladores Locais

Nesta seção faremos o projeto dos controladores locais utilizando simples conceitos de alocação de pólos. Vale lembrar que utilizaremos duas estruturas de controle - Controle em Cascata e Controle em Cascata mais Retroação, sendo que com a primeira usaremos apenas o controlador do tipo PI, e com a segunda os do tipo PI e PID, conforme abordado anteriormente.

Tendo em vista que as duas malhas desacopladas têm a mesma função de transferência em MA, faremos um único projeto para cada tipo de estrutura e o controlador obtido será testado em ambas as malhas do sistema.

Utilizaremos então a seguinte função de transferência para a realização destes projetos:

$$h(s) = \frac{k_o}{m(s)} = \frac{0,001}{(s+0,05)(s+0,02)}$$

4.3.1 Estrutura de Controle em Cascata

⇨ Projeto do Controlador PI em Cascata

A estrutura de controle normalmente utilizada nas indústrias consiste num controlador PI em cascata com a planta, utilizando realimentação da saída. A figura abaixo mostra esta estrutura:

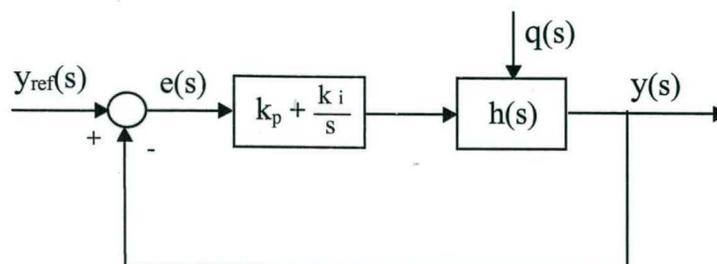


Figura 4.4: Controlador PI em Cascata com a Planta.

Analisando o lugar das raízes (LR) do sistema após a inclusão do pólo do integrador na origem, pode-se observar que um simples ganho da ação integral é suficiente para posicionar todos os pólos de MF dentro da região determinada por \mathbb{C}_b . Veja figura abaixo.

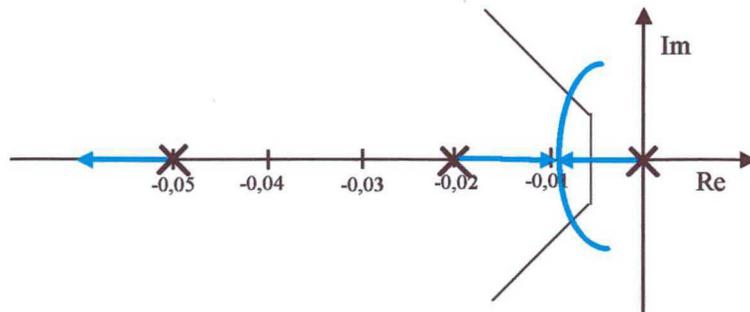


Figura 4.5: Lugar das Raízes do Sistema com o Integrador do PI.

Com auxílio de um software de análise do LR pode-se determinar o ganho mínimo necessário para que os pólos dominantes de MF pertençam à região \mathbb{C}_b . É importante notar também que deve ser determinado um valor máximo para K_i de forma que, após se tornarem complexos, estes pólos não saiam de tal região. Assim:

$$0,004 \leq K_i \leq 0,007$$

Fazendo algumas simulações no VisSim determinou-se o ganho mais adequado:

$$K_i = 0,0055$$

O controlador resultante é portanto um integrador puro dado por:

$$I = \frac{0,0055}{s}$$

Desta forma os pólos de MF são:

$$s_1 = (-8,44 \times 10^{-3} + j5,69 \times 10^{-3})$$

$$s_2 = (-8,44 \times 10^{-3} - j5,69 \times 10^{-3})$$

$$s_3 = -53,13 \times 10^{-3}$$

Observe que todos os pólos pertencem à região \mathbb{C}_b e que os pólos dominantes são complexos conjugados.

4.3.2 Estrutura de Controle em Cascata mais Retroação

O projeto de controle com malhas de retroação e cascata se baseia nos seguintes pontos:

- A malha de retroação deve ser usada para melhorar as características dinâmicas da resposta do sistema.
- O controlador em cascata deve ser usado para melhorar o funcionamento em regime permanente e ao mesmo tempo complementar a compensação dinâmica gerada pela retroação.

Além disso a utilização dos dois controladores permite atingir simultaneamente especificações transitórias diferentes para entradas de referência e perturbação dado que as transferências referência-saída e perturbação-saída dependem de forma diferente das transferências dos compensadores. Este problema é conhecido na literatura [ASTRÖM 84] como projeto com dois graus de liberdade.

Uma forma simples de projetar estes controladores usando o método de LR consiste em realizá-lo em duas etapas: primeiro projeta-se o compensador em retroação (C_R) para estabelecer uma alocação de pólos e zeros favorável à síntese do compensador em cascata (C_C); depois projeta-se C_C pelo LR de forma normal. Desta forma consegue-se, em geral, melhores respostas transitórias e condições de regime permanente similares às obtidas usando apenas o controlador em cascata. Cabe destacar aqui que esta metodologia é muito simples e permite que o ajuste seja feito também por simulação ou ajuste manual na própria planta.

No procedimento de cálculo de C_R deve-se prever também a influência dos pólos de C_R que tornam-se zeros da função de transferência de MF do sistema.

Como regra geral o projeto de C_R se realiza tentando afastar os pólos do sistema da origem e isto somente é conseguido quando os zeros de C_R estão à direita de seus pólos, ou seja, a fase introduzida pelo controlador é sempre positiva.

⇒ Projeto do Controlador PI em Cascata mais Retroação (P+I)

Conforme colocado anteriormente, a malha de retroação deve ser usada para melhorar as características dinâmicas da resposta do sistema, e o controlador em cascata deve ser usado para melhorar o funcionamento em regime permanente. Desta forma o controlador PI será utilizado na forma apresentada na figura 4.6.

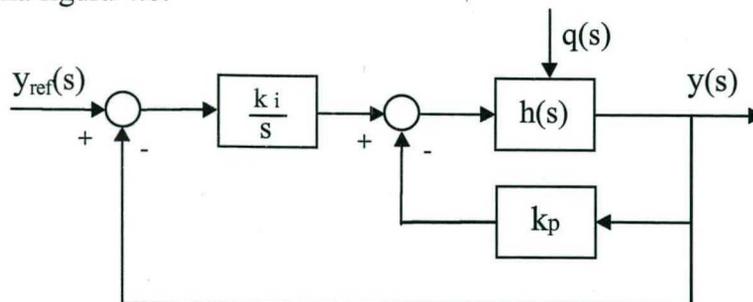


Figura 4.6: Controlador PI em Cascata mais Retroação (P+I).

Seja a FT dada por

$$h(s) = \frac{k_o}{m(s)} = \frac{0,001}{(s^2 + 0,07s + 0,001)}$$

a) Determinação de K_p :

Fechando a malha mais interna (malha de retroação) temos:

$$g(s) = \frac{0,001}{s^2 + 0,07s + 0,001(1 + K_p)}$$

O ganho K_p deve ser escolhido de forma a afastar ainda mais o pólo lento de $m(s)$ da região de dominância, para que mesmo com a inclusão do pólo do integrador na origem possamos obter todos os pólos de MF dentro da região \mathbb{C}_b . Limitaremos o ganho máximo de forma que os pólos não se tornem complexos, o que dificultaria o projeto do controlador em cascata. Assim, utilizando um software que possibilite a análise do LR podemos determinar que $K_p < 0,22$.

Utilizaremos então um valor aproximadamente 10% menor como margem de segurança, obtendo:

$$K_p = 0,2$$

Abaixo é mostrado o lugar das raízes do sistema. Observe que o pólo mais lento de $m(s)$ se desloca de -0,02 para -0,03 e o outro pólo de -0,05 vai para -0,04

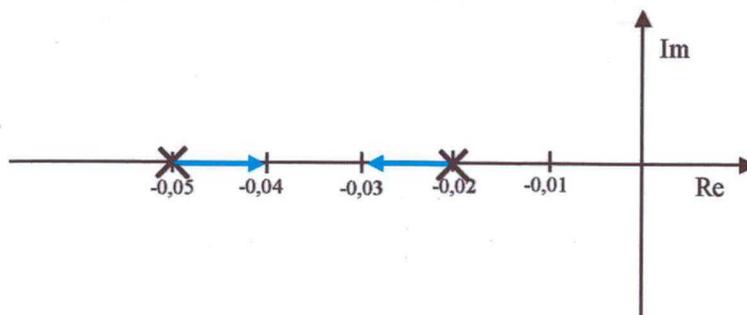


Figura 4.7: Lugar das Raízes para Variação do Ganho K_p .

b) Determinação de K_i :

Fechando a malha mais externa temos:

$$FTMF(s) = \frac{0,001 K_i}{s^3 + 0,07s^2 + 0,0012s + 0,001 K_i}$$

O ganho K_i deve ser maior que o ganho mínimo necessário para que o pólo do integrador entre na região \mathbb{C}_b , mas também deve ser menor que um certo valor caracterizado pela saída dos pólos desta região após se tornarem complexos, conforme pode ser visto na figura abaixo.

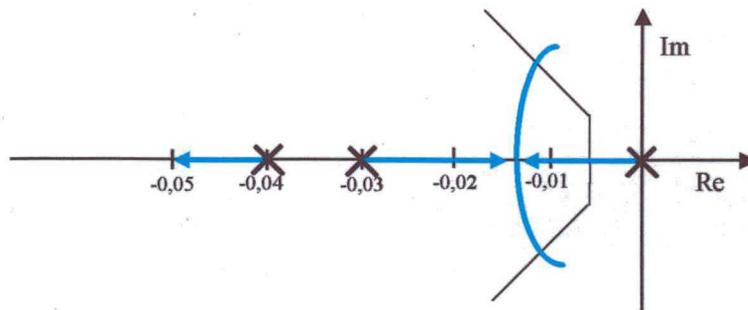


Figura 4.8: Lugar das Raízes para Variação do Ganho K_i .

Desta forma o ganho K_i deve ser limitado dentro da seguinte faixa de valores, a qual pode ser determinada com auxílio de um software adequado.

$$0,0052 < K_i < 0,01.$$

Fazendo algumas simulações no VisSim determinou-se que o ganho mais adequado é:

$$K_i = 0,0078$$

Desta forma obtém-se os seguintes pólos de MF:

$$s_1 = (-10,69 \times 10^{-3} + j6,79 \times 10^{-3})$$

$$s_2 = (-10,69 \times 10^{-3} - j6,79 \times 10^{-3})$$

$$s_3 = -48,62 \times 10^{-3}$$

Observe que todos os pólos pertencem à região \mathbb{C}_b e que os pólos dominantes são complexos conjugados.

⇨ Projeto do Controlador PID em Cascata mais Retroação (PD+I)

No controlador PID em cascata mais retroação utiliza-se a ação derivativa para melhorar a dinâmica do sistema antes da aplicação da cascata. Desta forma este controlador tem a estrutura conforme mostrado na figura abaixo:

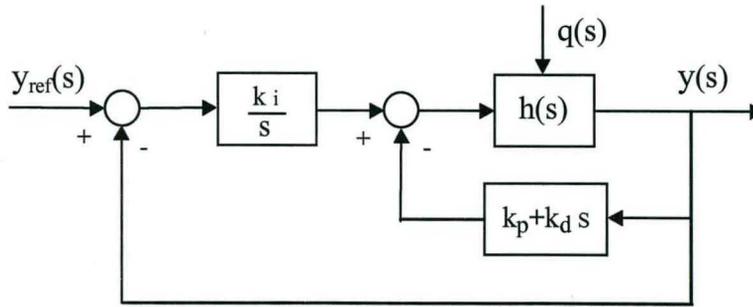


Figura 4.9: Controlador PID em Cascata mais Retroação (PD+I).

a) Determinação de K_p e K_d:

O controlador PD colocado na malha de retroação tem a seguinte forma:

$$PD = K_p + K_d s = K_d (s - z) \quad \text{onde } z = -\frac{K_p}{K_d}$$

Note que para que este controlador seja realizável é necessário que seja incluído um pólo na sua FT. Antes de escolher este pólo é importante lembrar que os pólos do controlador da retroação transformam-se em zeros da FT do sistema em MF. Desta forma, este pólo deve ser alocado longe da região onde os demais pólos se encontram. Utilizaremos então um valor vinte vezes menor que o pólo mais rápido de m(s), ou seja, p = -1. Assim:

$$PD = \frac{K_d (s - z)}{(s + 1)}$$

O zero do controlador PD será colocado entre os dois pólos de m(s) com o objetivo de atrair o pólo mais lento (-0,02) para a esquerda. Utilizaremos então:

$$PD = \frac{K_d (s + 0,046)}{(s + 1)}$$

Com a inclusão do controlador da retroação a FT do sistema em MA é dada por:

$$\frac{0,001K_d(s+0,046)}{(s+1)(s+0,02)(s+0,05)}$$

O ganho K_d deve ser escolhido de forma a afastar um pouco mais o pólo lento de $m(s)$ da região de dominância, para que mesmo com a inclusão do pólo do integrador, possamos obter todos os pólos de MF dentro de \mathbb{C}_b . Na figura abaixo mostramos o LR para esta etapa do projeto.

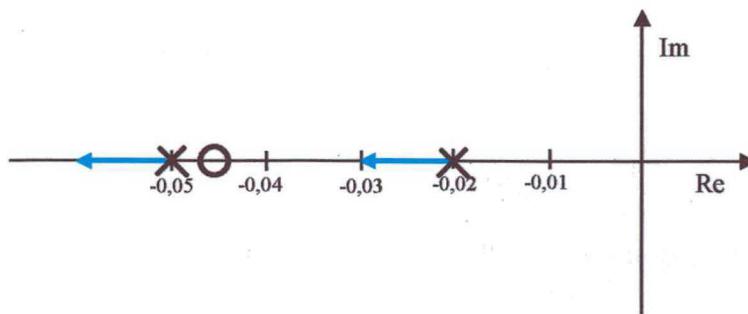


Figura 4.10: Lugar das Raízes para Variação do Ganho K_d .

Utilizando-se um software para análise do LR determinou-se o seguinte valor para K_d :

$$K_d = 50$$

Fechando a malha de retroação obtém-se a seguinte FT:

$$\frac{0,001(s+1)}{(s^3 + 1,07s^2 + 0,121s + 0,0033)}$$

Cujos pólos estão em:

$$s_1 = -42,88 \times 10^{-3}$$

$$s_2 = -81,37 \times 10^{-3}$$

$$s_3 = -0,946$$

Observe que com o fechamento da malha de retroação o zero introduzido pelo PD desaparece e o pólo colocado em -1 se transforma num zero, exatamente como explicado anteriormente.

O ganho K_p é obtido pela expressão $K_p = z K_d$. Assim:

$$K_p = 2,3$$

b) Determinação de K_i :

Fechando a malha mais externa tem-se a seguinte FTMF:

$$FTMF(s) = \frac{0,001K_i(s+1)}{s^4 + 1,07s^3 + 0,121s^2 + (0,0033 + 0,001K_i)s + 0,001K_i}$$

Da mesma forma que no projeto do P+I o ganho K_i deve ser limitado em um valor mínimo para que o pólo do integrador entre em \mathbb{C}_b , e num valor máximo para que os pólos não saiam desta região após se tornarem complexos conjugados.

Utilizando um software para análise do LR pode-se determinar a seguinte faixa de valores para K_i :

$$0,017 \leq K_i \leq 0,044$$

Fazendo algumas simulações determinou-se que o ganho mais adequado é:

$$K_i = 0,035$$

Desta forma obtém-se os seguintes pólos de MF:

$$s_1 = (-17,07 \times 10^{-3} + j10,92 \times 10^{-3})$$

$$s_2 = (-17,07 \times 10^{-3} - j10,92 \times 10^{-3})$$

$$s_3 = -90 \times 10^{-3}$$

$$s_4 = -0,946$$

Observe que todos os pólos pertencem à \mathbb{C}_b e que os pólos dominantes de MF são complexos conjugados.

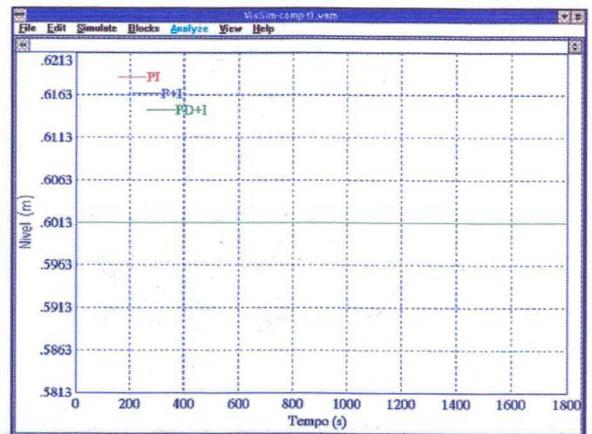
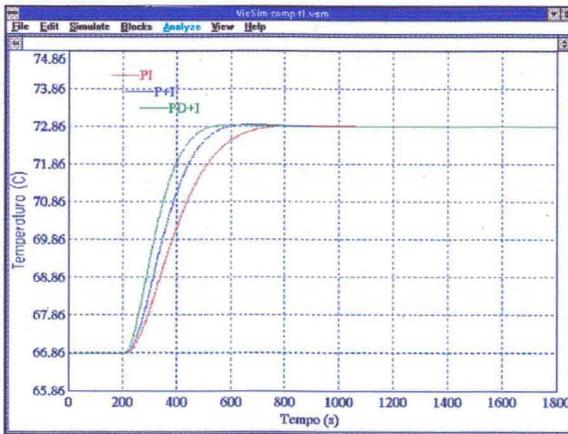
A seguir são feitas algumas simulações para verificar o comportamento do sistema com os controladores projetados.

4.4 Comparação entre os Controladores

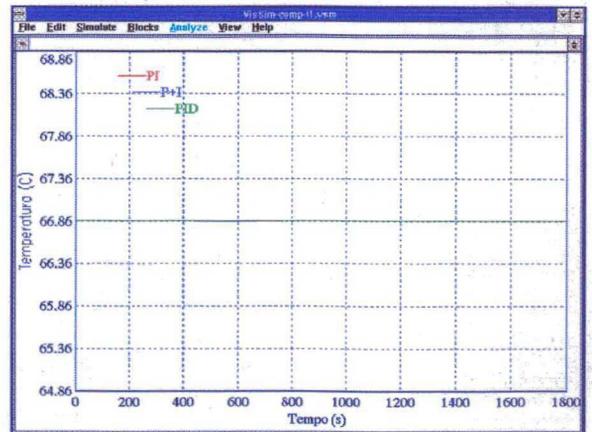
Nesta seção serão feitos alguns testes nos controladores locais projetados anteriormente, tanto para o seguimento de referência quanto para rejeição de perturbações a fim de que se possa compará-los.

4.4.1 Seguimento de Referência

⇒ Pequenas Variações



(a) Pequena Mudança na Referência de Temperatura.

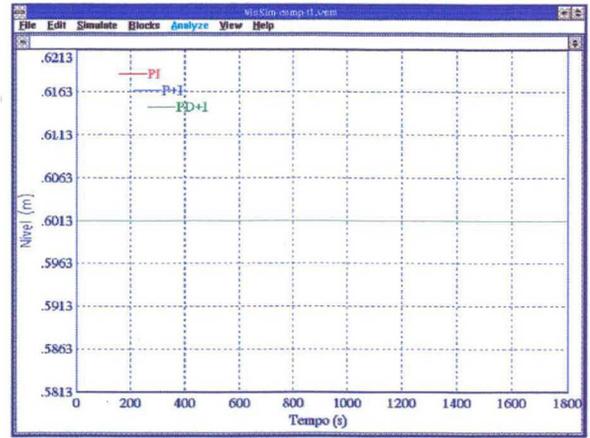
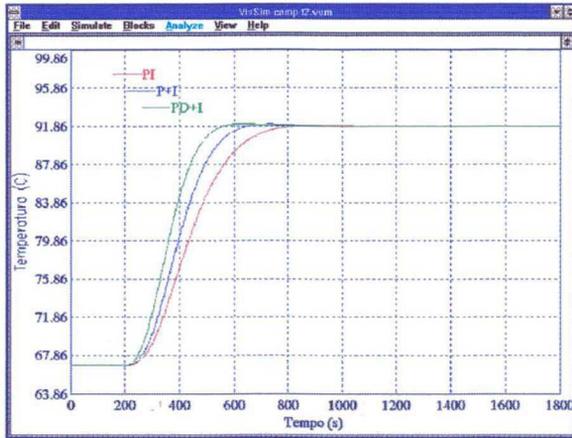


(b) Pequena Mudança na Referência de Nível.

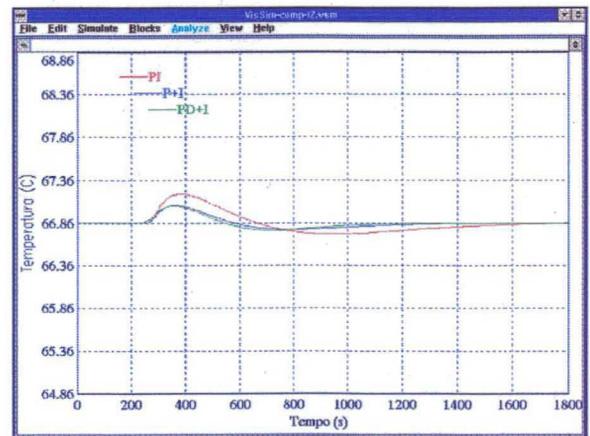
Figura 4.11: Respostas do Sistema em MF para Pequenas Mudanças nas Referências.

Pode-se observar que para pequenas variações nas referências de temperatura e de nível as respostas obtidas com os controladores projetados estão de acordo com as suas especificações, ou seja, seguem referências com erro nulo para entradas em degrau e com a dinâmica de MF de 2 à 3 vezes mais rápida que a de MA. Observa-se também que o controlador PD+I é sensivelmente melhor que os demais no seguimento de referência.

⇨ **Grandes Variações**



(a) Grande Mudança na Referência de Temperatura.



(b) Grande Mudança na Referência de Nível.

Figura 4.12: Respostas do Sistema em MF para Grandes Mudanças nas Referências.

Observa-se através das figuras 4.12 (a) e (b) que as respostas obtidas com os três controladores para grandes variações na referência de temperatura estão de acordo com as suas especificações, mas que para a malha de nível estas respostas não são boas pois apresentam ultrapassagens maiores que as desejadas e o desacoplamento é piorado.

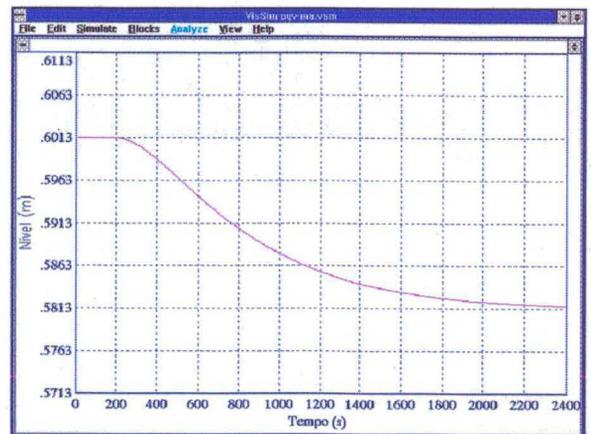
4.4.2 Rejeição de Perturbações

Nesta seção será analisada a questão de rejeição de perturbações tanto para a malha de nível quanto para a malha de temperatura. Em cada simulação será mostrado primeiro o comportamento do sistema em malha aberta frente à perturbação e depois as respostas alcançadas com a utilização dos controladores, propiciando assim que seja feita uma comparação entre os resultados obtidos.

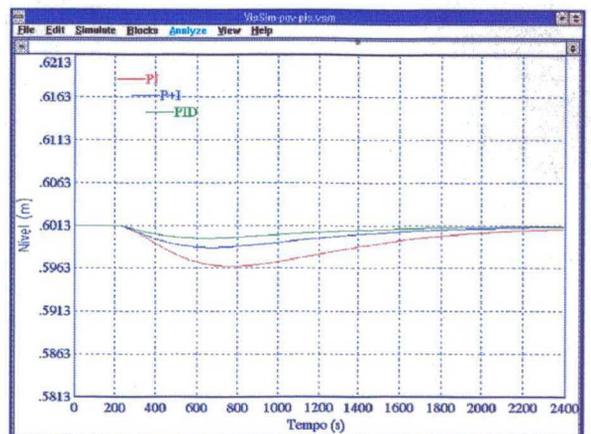
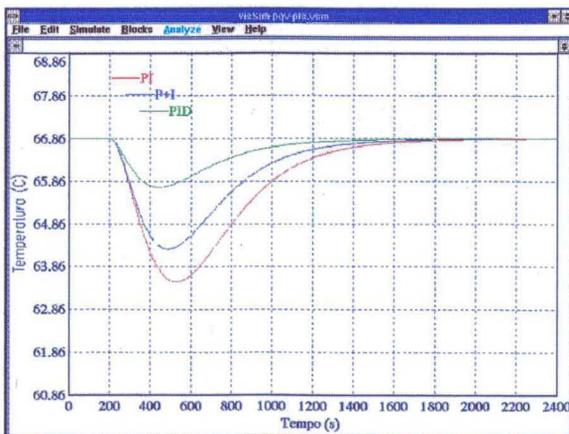
Conforme visto no Capítulo 3, para que o sistema rejeite assintoticamente as perturbações é suficiente que o controlador possua os modos instáveis destas perturbações. Sendo assim, tendo em vista que os controladores possuem um integrador em cascata com a planta, as perturbações em forma de degrau devem ser rejeitadas assintoticamente.

⇒ Perturbação em $Q_{ve_{max}}$

Nesta simulação produziu-se uma variação negativa de 20% no valor nominal da vazão máxima do vapor de entrada $Q_{ve_{max}}$. As variações na vazão de vapor são bastante comuns nos sistemas térmicos que utilizam o vapor como fonte de calor, e acontecem devido a variações na pressão do vapor injetado.



(a): Resposta do Sistema em Malha Aberta.



(b): Resposta do Sistema com os Controladores PI, P+I e PD+I.

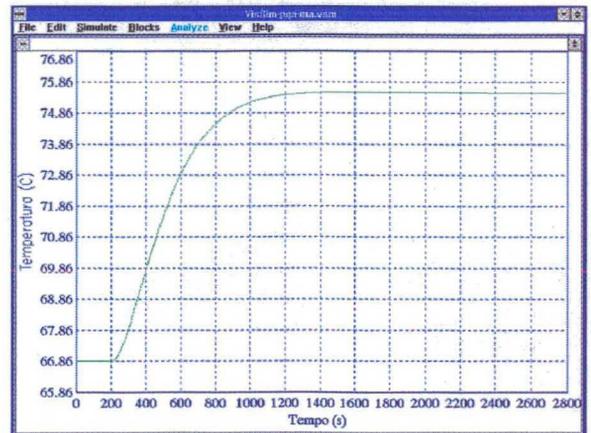
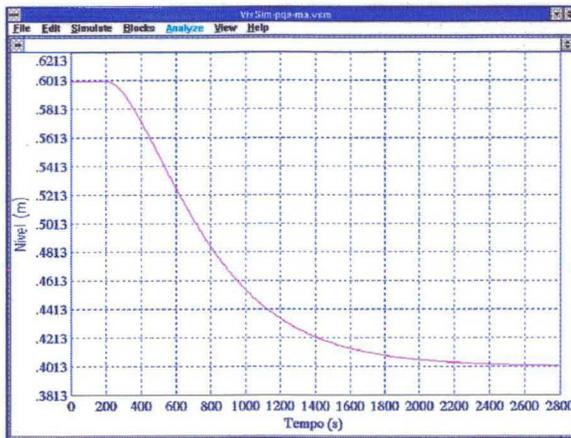
Figura 4.13: Resposta do Sistema para Perturbação em $Q_{ve_{max}}$.

Observa-se na figura 4.13 (a) que em malha aberta ocorreu uma variação bastante grande na temperatura ($\Delta T = -8,7^{\circ}\text{C}$), e que o nível sofreu uma alteração menor ($\Delta \ell = -0,02\text{m}$). Quando utilizamos os controladores projetados observa-se que o sistema rejeita assintoticamente a perturbação nas duas malhas, o que pode ser visto na figura 4.13 (b).

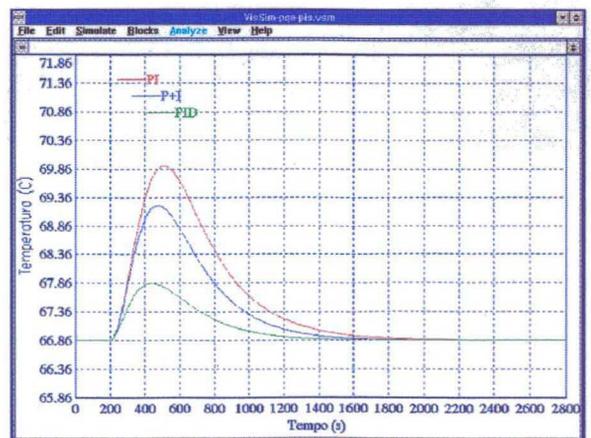
Comparando as respostas obtidas com cada controlador, pode-se destacar a superioridade do controlador PID sobre os demais, principalmente na malha de temperatura onde o pico foi de apenas 1°C e o tempo de estabilização foi semelhante ao de malha aberta. Observa-se ainda que o sistema com o controlador PI em cascata é o que teve o pior comportamento.

⇨ **Perturbação em $q_{ae\max}$**

Esta simulação foi feita considerando-se uma variação negativa de 20% no valor nominal da vazão máxima da água de entrada $q_{ae\max}$. Esta perturbação é frequente nos processos de fluxo, e ocorre devido às variações na pressão na rede de fornecimento de água.



(a): Resposta do Sistema em Malha Aberta.



(b): Resposta do Sistema com os Controladores PI, P+I e PD+I.

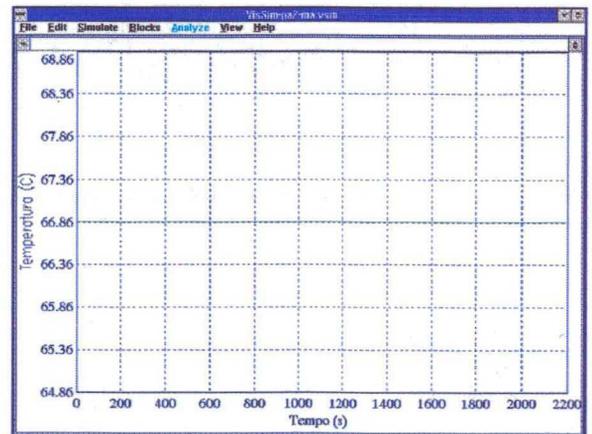
Figura 4.14: Resposta do Sistema para Perturbação em $q_{ae\max}$.

Observa-se na figura 4.14 (a) que em malha aberta ocorreu uma variação muito grande tanto no nível ($\Delta\ell=-0,20\text{m}$) quanto na temperatura ($\Delta T=8,7^\circ\text{C}$). Quando utilizamos os controladores projetados observa-se que o sistema rejeita assintoticamente a perturbação nas duas malhas, o que pode ser visto na figura 4.14 (b).

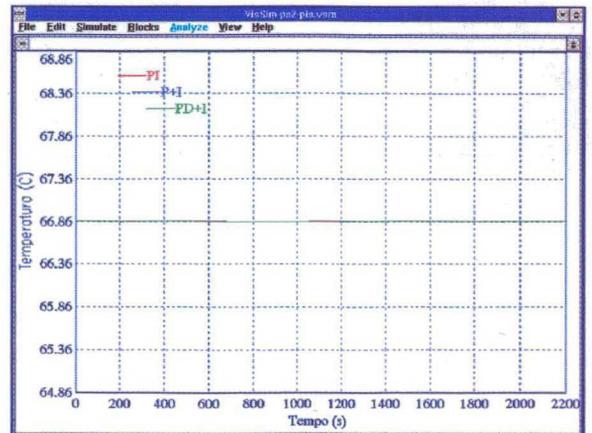
Comparando as respostas obtidas com cada controlador, pode-se novamente destacar a superioridade do controlador PID sobre os demais, e que o sistema com o controlador PI em cascata é o que teve o pior comportamento.

⇒ Perturbação em a_2

Esta simulação foi feita aplicando-se um degrau negativo com amplitude aproximadamente igual à 17% do valor nominal da abertura da válvula a_2 ($\Delta a_2=-0,025$).



(a): Resposta do Sistema em Malha Aberta.



(b): Resposta do Sistema com os Controladores PI, P+I e PD+I.

Figura 4.15: Resposta do Sistema para Perturbação em a_2 .

Observa-se que em malha aberta ocorreu uma variação muito grande no nível. Esta variação foi de aproximadamente 33% ($\Delta\ell=0,20\text{m}$) com relação ao seu valor de equilíbrio, o que mostra a grande sensibilidade do nível para perturbações na válvula a_2 .

Quando utilizamos os controladores projetados observa-se que o sistema rejeita assintoticamente a perturbação de forma bastante eficiente, e comparando as respostas obtidas com cada controlador, pode-se dizer que os controladores P+I e PD+I foram bem melhores que o controlador PI.

É importante lembrar que a área de transmissão de calor entre a água nos tanques e o meio ambiente foi considerada constante, desta forma a variação do nível provocada pela perturbação em a_2 não interfere na temperatura da água no tanque 2.

Com base nas comparações feitas anteriormente podemos concluir que o controlador PID utilizado com a estrutura de cascata mais retroação (PD+I) é o controlador mais adequado para o controle de nosso sistema térmico, principalmente pela sua superioridade na rejeição de perturbações.

Podemos concluir também que o projeto deste controlador não levou a um ajuste robusto de seus parâmetros para a malha de nível, pois muito embora as respostas obtidas no seguimento de referência tenham sido muito boas para pequenas variações na referência de nível, foram ruins para variações maiores nesta mesma referência.

É importante lembrar que, conforme observado na análise do comportamento do sistema com o desacoplador (seção 4.2.2), para grandes variações na referência de nível o desacoplamento do sistema é imperfeito, o que leva a uma resposta de nível com uma dinâmica mais lenta que a esperada. Consideraremos então este efeito como sendo resultado de variações paramétricas na função de transferência da malha de nível.

Desta forma, o projeto do controlador PD+I para a malha de nível será refeito considerando-se estas variações paramétricas de forma a obter um controlador robusto frente às variações no ponto de funcionamento do sistema.

Segundo [NORMEY RICO 96]⁴, a robustez do ajuste de controladores PID que posiciona pólos complexos em MF é maior que aquela que posiciona pólos reais, considerando-se tempos de respostas equivalentes, quando se deseja um sistema em MF mais rápido que em MA.

Este novo projeto será feito considerando estes resultados, e buscará obter pólos dominantes de MF que pertençam à região \mathbb{C}_b e que sejam complexos conjugados, pois desta forma além de garantir as especificações de regime transitório, teremos um ajuste mais robusto do controlador. Não nos preocuparemos, no entanto, em comprovar este aumento da robustez através do posicionamento dos pólos.

⁴ No Apêndice D foi colocado o resultado principal deste trabalho de forma bastante simplista.

4.5 Projeto Robusto do Controlador PID

Consideraremos a seguinte função de transferência desacoplada resultante de uma variação paramétrica.

$$h_{\ell}(s) = \frac{0,0004}{(s + 0,04)(s + 0,01)} = \frac{0,0004}{(s + 0,05s + 0,0004)}$$

Na figura abaixo é mostrada uma região de variação dos pólos da malha de nível.

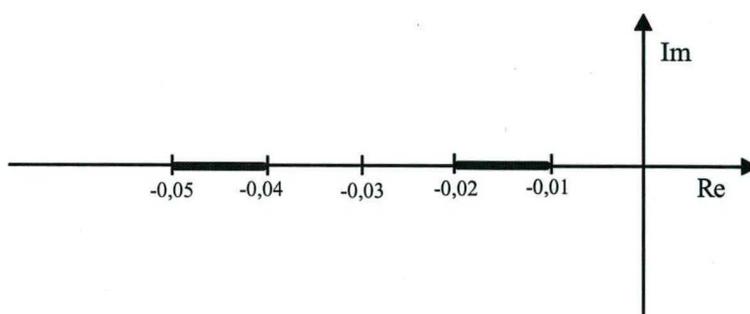


Figura 4.16: Região de Variação dos Pólos.

a) Determinação de K_p e K_d :

Pode-se mostrar que o projeto do PID feito anteriormente resulta em pólos dominantes que não pertencem à região \mathbb{C}_b quando consideramos a variação paramétrica.

Pode-se mostrar também que com o fechamento da malha de retroação os pólos se tornavam complexos, o que deve ser evitado para facilitar o projeto do controlador da cascata. Sendo assim, colocaremos o zero do PD um pouco à direita da região de variação do pólo lento da nova FT a fim de evitar que isto aconteça. Veja figura colocada abaixo.

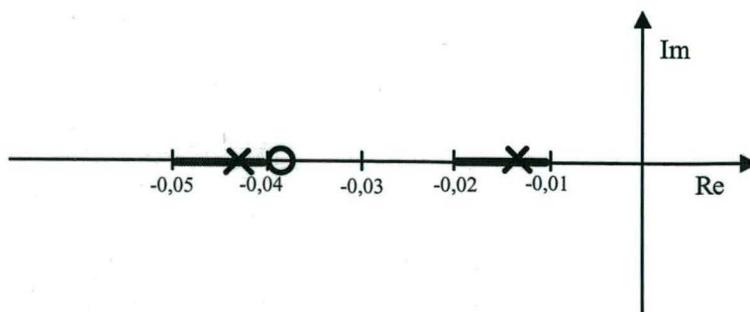


Figura 4.17: Posicionamento do Zero do Controlador PD.

Utilizaremos então o seguinte controlador $C_R(s)$:

$$PD = \frac{K_d(s + 0,039)}{(s + 1)}$$

Com a inclusão do controlador da retroação a FT do sistema em MA é dada por:

$$\frac{0,0004K_d(s + 0,039)}{(s + 1)(s + 0,01)(s + 0,04)}$$

O ganho K_d deve ser escolhido de forma a afastar um pouco mais o pólo lento de $m(s)$ da região de dominância para que mesmo após a inclusão do pólo do integrador possamos obter todos os pólos de MF dentro de \mathbb{C}_b .

Utilizaremos o seguinte ganho:

$$K_d = 40$$

Obtendo os seguintes pólos:

$$s_1 = -25 \times 10^{-3}$$

$$s_2 = -41 \times 10^{-3}$$

$$s_3 = -0,98$$

Cuja função de transferência é dada por:

$$g_t(s) = \frac{0,0004(s + 1)}{s^3 + 1,05s^2 + 0,0664s + 0,001024}$$

O ganho K_p é obtido pela expressão $K_p = Z K_d$. Assim:

$$K_p = 1,56$$

b) Determinação de K_i :

Fechando a malha mais externa tem-se a seguinte FTMF:

$$FTMF_{\ell}(s) = \frac{0,0004K_i(s+1)}{s^4 + 1,05s^3 + 0,0664s^2 + (0,001024 + 0,0004K_i)s + 0,0004K_i}$$

Da mesma forma que no projeto do PID feito anteriormente, o ganho K_i deve ser limitado em um valor mínimo para que o pólo do integrador entre na região \mathbb{C}_b , e em um valor máximo para que os pólos não saiam desta região após se tornarem complexos conjugados. Utilizando um software para análise do lugar das raízes determinou-se esta faixa:

$$0,0105 \leq K_i \leq 0,0195$$

Fazendo algumas simulações obtém-se o ganho mais adequado:

$$K_i = 0,017$$

Resultando nos seguintes pólos de MF:

$$s_1 = (-9,4 \times 10^{-3} + j7,53 \times 10^{-3})$$

$$s_2 = (-9,4 \times 10^{-3} - j7,53 \times 10^{-3})$$

$$s_3 = -47,65 \times 10^{-3}$$

$$s_4 = -0,98$$

E para o modelo nominal:

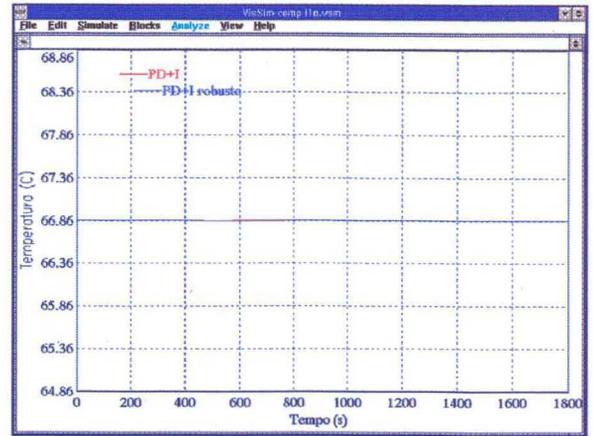
$$s_1 = -12,74 \times 10^{-3}$$

$$s_2 = -16,64 \times 10^{-3}$$

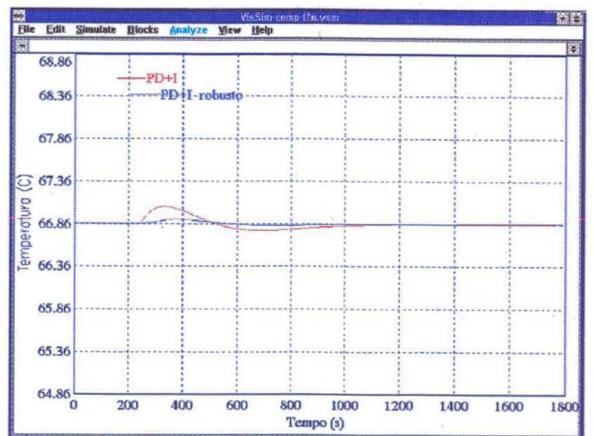
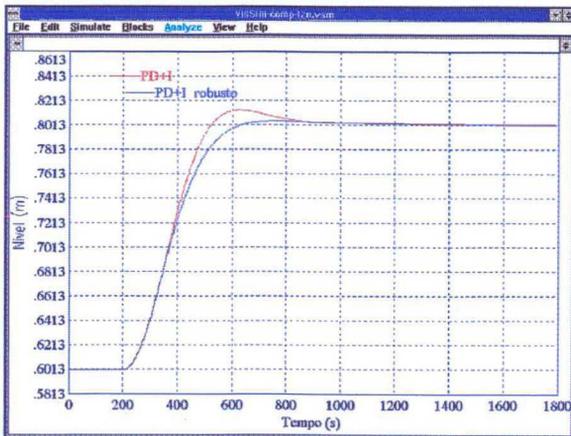
$$s_3 = -83,84 \times 10^{-3}$$

$$s_4 = -0,957$$

A seguir será feita a comparação entre o controlador PID obtido com o projeto robusto e aquele projetado anteriormente sem considerar as variações paramétricas.



(a) Pequenas Mudanças na Referência de Nível.



(a) Grandes Mudanças na Referência de Nível.

Figura 4.18: Respostas do Sistema com os Controladores PID projetados para a Malha de Nível.

Observa-se através das figuras 4.18 (a) e (b) que a resposta obtida com o novo controlador PID para pequenas variações na referência de nível se torna um pouco mais lenta, mas que para variações maiores este apresenta uma resposta melhor, com ultrapassagem dentro das especificações e com desacoplamento mais eficiente.

Pode-se dizer então que o controlador obtido com o novo projeto, considerando-se as variações paramétricas na FT da malha de nível, é mais robusto que o obtido a partir do modelo nominal.

4.6 Testes Finais com o Controlador Proposto

Tendo em vista que o controlador PID apresentou os melhores resultados de uma forma geral, nesta seção serão feitos alguns testes simulando problemas mais próximos aos encontrados na realidade. Nestes testes as mudanças nas referências serão seguidas de perturbações, e será considerado que os sinais de saída são medidos em presença de ruído elétrico.

TESTE 1

A simulação apresentada na figura abaixo foi feita aplicando-se um degrau de 10°C na referência de temperatura no instante $t = 500\text{s}$. No instante $t = 2000\text{s}$ foi simulada uma diminuição de 20% na vazão máxima de entrada de vapor ($\Delta Q_{ve_{\max}}$), e para $t = 4000\text{s}$ aplicou-se outro degrau de 10°C na referência de temperatura.

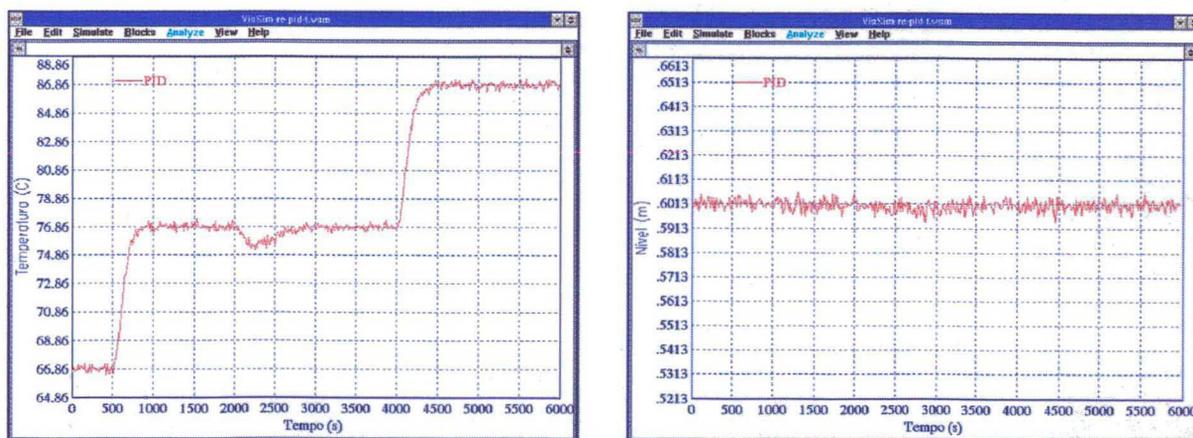


Figura 4.19: Resposta do Sistema para o Teste 1.

Pode-se observar através da figura 4.19 que o sistema segue as referências com erro nulo para entradas em degrau e rejeita assintoticamente as perturbações do mesmo tipo mesmo quando trabalhamos bastante fora do ponto de operação. Observa-se ainda, mais uma vez, que o nível da água no tanque 2 não sofre alterações quando mudamos a temperatura da mesma.

TESTE 2

A simulação apresentada na figura abaixo foi feita aplicando-se um degrau de 0,1m na referência de nível no instante $t = 500s$. No instante $t = 2000s$ foi simulada uma variação negativa de 17% na abertura da válvula de saída do tanque 2 ($\Delta a_2 = -0,025$) e em $t = 4000s$ aplicou-se outro degrau de 0,1m na referência de nível.

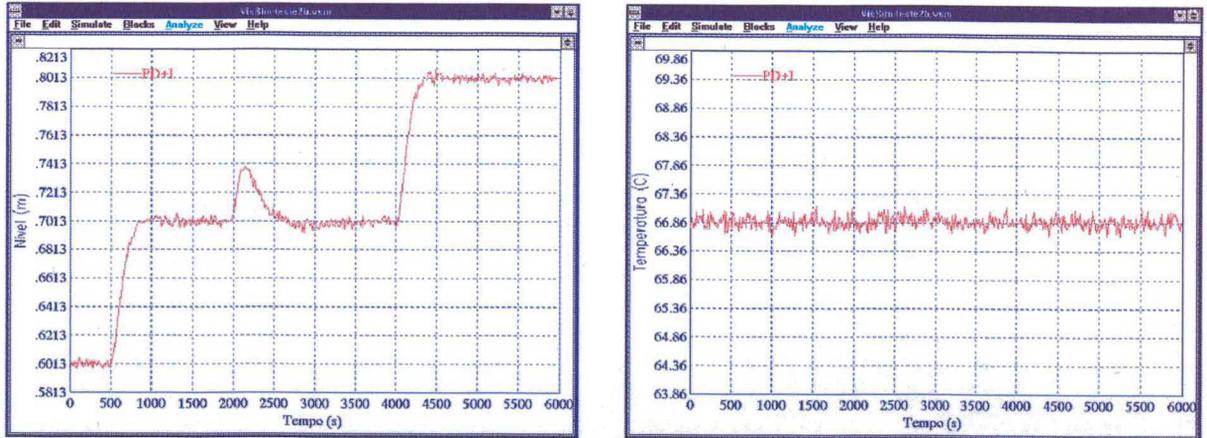


Figura 4.20: Resposta do Sistema para o Teste 2.

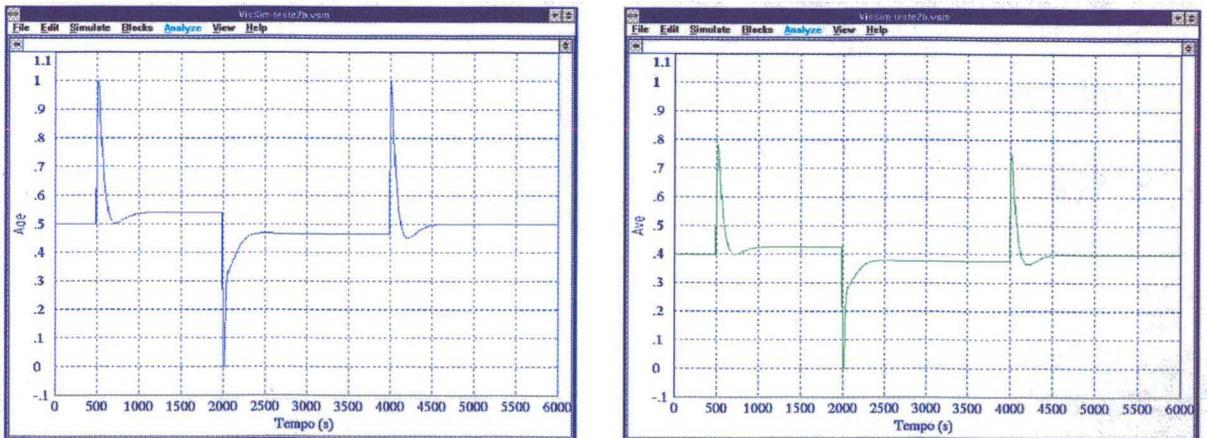


Figura 4.21: Ações de Controle do Sistema para o Teste 2.

Pode-se observar novamente, através da figura 4.20, que o sistema segue as referências com erro nulo para entradas em degrau e rejeita assintoticamente as perturbações do mesmo tipo mesmo quando trabalhamos bastante fora do ponto de operação, e que a mudança no nível da água no tanque 2 praticamente não altera a temperatura da mesma.

Observe que na mudança de referência feita com o objetivo de aumentar o nível de água no tanque 2 ocorre um aumento na abertura na válvula de entrada de água (figura 4.21) de forma a permitir uma maior vazão de água fria. Observe ainda que no mesmo instante ocorre um esforço de controle sobre a válvula de entrada de vapor a fim de manter constante a temperatura da água neste tanque, compensando o aumento da vazão de água fria e mantendo o sistema desacoplado.

Quando a abertura da válvula a_2 sofre uma perturbação e o nível l tende a aumentar ocorre um esforço de controle fechando a válvula a_{ae} , diminuindo a quantidade de água fria que entra no sistema, a fim de que tal perturbação seja rejeitada. Observe que no mesmo instante ocorre um esforço de controle fechando a válvula a_{ve} de forma a manter constante a temperatura da água no tanque 2 mesmo com uma menor vazão de entrada de água fria no sistema, mantendo o sistema desacoplado.

Com os testes realizados anteriormente pode-se observar que a utilização do controlador PID na estrutura de cascata mais retroação leva a respostas muito boas para problemas semelhantes aos que ocorrem na realidade, considerando-se inclusive o ruído elétrico presente nas medições das grandezas.

4.7 Conclusão

Neste capítulo as técnicas estudadas anteriormente foram aplicadas à planta piloto a fim de solucionar os problemas de controle e alcançar os objetivos estipulados no capítulo 2. Foi obtido então o controlador de desacoplamento, baseado na técnica de desacoplamento total, a ser utilizado com o objetivo de desacoplar as malhas de nível e temperatura.

Testes em MA mostraram que para pequenas variações nas referências o sistema com o desacoplador apresentou um desacoplamento perfeito, justificando assim o esforço feito para o modelamento matemático do processo. Pequenas interferências na malha de temperatura foram observadas quando nos afastamos do ponto de operação na malha de nível, indicando um desacoplamento imperfeito entre estas. Considerou-se estas interferências como perturbações aditivas na malha de temperatura, permitindo então que cada uma das malhas possa ser controlada de forma independente, uma vez que estas cessam após um intervalo de tempo.

Projetou-se então os controladores locais monovariáveis apresentados no capítulo anterior e foram feitas diversas simulações para verificar o comportamento destes, concluindo-se que o controlador PID utilizado na estrutura de cascata mais retroação é controlador mais adequado para o controle de nosso sistema térmico, principalmente devido aos melhores resultados obtidos com este na rejeição de perturbações.

O ajuste dos controladores não se mostrou robusto para grandes variações na referência de nível, projetou-se então um novo controlador para esta malha considerando-se que sua função de transferência sofre variações paramétricas resultantes do desacoplamento imperfeito do sistema.

Simulações foram feitas em condições muito próximas as reais, considerando-se saturações das válvulas e outros problemas encontrados no controle de tal processo a nível industrial. Resultados mostraram a validade das considerações feitas e os benefícios decorrentes da utilização do controlador PID na estrutura de cascata mais retroação.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

O presente trabalho trata do controle de um sistema térmico multivariável que reúne importantes características presentes em grande variedade de processos químicos, tais como acoplamentos e não linearidades.

O sistema considerado é o mesmo utilizado por Coutinho [COUTINHO 93] quem coloca como perspectiva para futuros trabalhos a melhoria dos resultados obtidos. Assim, a presente dissertação apresenta-se como a continuidade desse trabalho na perspectiva de aprimorar o controle simultâneo de nível e temperatura do sistema térmico.

Diferentemente da abordagem seguida por Coutinho, cuja modelagem do sistema foi resultado do uso de técnicas de identificação implementadas sobre o processo real, optamos pela obtenção de um modelo de conhecimento da instalação.

De posse do modelo, utilizando a técnica de desacoplamento total, projetou-se um pré-compensador para o desacoplamento dinâmico dos mapas entrada-saída num ponto específico de funcionamento da instalação. Estudos em simulação permitiram verificar o comportamento do sistema desacoplado (desacoplador em série com o processo), tanto nas vizinhanças do ponto de funcionamento escolhido quanto em regiões mais afastadas, onde sofria degradação, principalmente em nível das respostas dinâmicas esperadas e, em menor grau, do aparecimento de componentes não nulas nos termos externos à diagonal principal.

Projeteram-se e foram testadas estratégias de controle por realimentação, com controladores em cascata e em cascata-retroação, para o processo desacoplado nas vizinhanças do ponto de funcionamento escolhido e afastados deste. Verificou-se então:

- os benefícios decorrentes da utilização do controlador PID, com a ação integral, em cascata com o processo desacoplado, e as ações proporcional e derivativa na realimentação;
- a possibilidade de se considerar os efeitos decorrentes do desacoplamento imperfeito como sendo (i) o resultado de perturbações aditivas agindo sobre os termos da diagonal secundária; e (ii) o resultado de variações paramétricas agindo sobre os termos da diagonal principal do conjunto desacoplador/processo.

Estes resultados permitiram, então, recalcular os parâmetros das estruturas de controle testadas de forma a torná-las robustas a essas variações. Resultados de simulação, em toda a faixa de funcionamento da instalação e não apenas no ponto de funcionamento, permitem ilustrar o adequado desempenho da estrutura proposta.

Lamentavelmente, por motivos completamente alheios à nossa vontade, os resultados obtidos em simulação não puderam ser implementados sobre o processo real como era a nossa intenção. Assim, como primeira sugestão para futuros trabalhos, entendemos que seria de grande interesse que se procedesse ao desenvolvimento das seguintes pesquisas:

- ⇒ adequação do modelo de conhecimento desenvolvido neste trabalho ao processo real disponível no Laboratório de Controle de Processos do Departamento de Engenharia Química;
- ⇒ implementação e teste de um desacoplador discreto determinado conforme apresentado neste trabalho (linearização do modelo num ponto de funcionamento, definição de um período de amostragem adequado ao problema, discretização do modelo e cálculo do desacoplador);
- ⇒ projeto e implementação e testes das estruturas de controle propostas;
- ⇒ Investigação sobre o aumento da robustez do ajuste dos controladores pelo uso de pólos dominantes complexos conjugados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [ASTRÖM 84] ASTRÖM, K.J. & WITTENMARK, B. "*Computer Controlled Systems: Theory and Design*". Prentice-Hall. New Jersey, 1984.
- [CALLIER 82] CALLIER, F.M. & DESOER, C.A. "*Multivariable Feedback Systems*". Springer Verlag. New York, 1982.
- [COUTINHO 93] COUTINHO, Daniel F. "*Controle Multivariável de um Trocador de Calor*". (Dissertação de Mestrado). Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFSC, 1993.
- [CURY 90] CURY, José E.R. "*Sistemas Lineares I (1ª parte)*". Apostila do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFSC, 1990.
- [FALB 67] FALB, P.L. and WOLOVICH, W.A. "*Decoupling in the Design and Synthesis of Multivariable Control Systems*". IEEE Trans. Automat. Control, vol AC-12, nº 6, 1967.
- [FERREIRA 88] FERREIRA, P.M.G. "*Coments on Internal Estabilization and Decoupling in Multivariable Systems by Unit Feedback Compensation*". IEEE Trans. Automat. Control, Dec. 1988.
- [HA 86] HA, I.J. and GILBERT, E.G. "*A Complete Characterization of Decoupling Control Laws for a General Class of Nonlinear Systems*". IEEE Trans. Automat. Control, vol. AC-31, nº 9, 1986.
- [HANG 91] HANG, & ASTRÖM, K.J. "*Refinements of the Ziegler Nichols Tuning Formula*". IEE part D 138:2, pp 111-118, 1991.
- [KREITH 77] KREITH, Frank. "*Princípios da Transmissão de Calor*". Edgard Blucher, 1977.

- [LING 91] LING, Ching-An and HSIEH, Tung-Fu "Decoupling Controller Design for Linear Multivariable Plants". IEEE Trans. Automat. Control, vol. AC-36, nº 4, Apr 1991.
- [LINNERMENN 93] LINNERMENN, Arno and MAIER, Rolf "Decoupling by Precompensation while Maintaining Stabilizability". IEEE Trans. Automat. Control, vol. AC-38, no 4, Apr 1993.
- [LUYBEN 73] LUYBEN, William L. "Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers". McGraw-Hill. Tokio, 1973.
- [LYDERSEN 79] LYDERSEN, J. "Fluid Flow and Heat Transfer". John Wiley & Sons. New York, 1979.
- [NIJMEIJER 88] NIJMEIJER, Henk and RESPONDEK, Witold "Dynamic Input-Output Decoupling of Nonlinear Control Systems". IEEE Trans. Automat. Control, vol. AC-33, nº 11, 1988.
- [NORMEY RICO 89] NORMEY RICO, J.E. "Teoria de Controle de Sistemas Lineares Multivariáveis: Uma Análise Comparativa das Teorias Geométrica e Polinomial". (Dissertação de Mestrado). Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFSC, 1989.
- [NORMEY RICO 90] NORMEY RICO, J.E. "Sistemas Lineares II (2ª parte)". Apostila do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFSC, 1990.
- [NORMEY RICO 95] NORMEY RICO, J.E. "Teaching Classical Controller Design in a Basic Control Course". II LASAC. Chile, 1995
- [NORMEY RICO 96] NORMEY RICO, J.E. "Relatório Técnico NR2/96". Dpto de sistemas y automatica da Universidade de Sevilla - Espanha, 1996.
- [NOZAKA 93] NOZAKA, Y. "Trend of New Control Theory Application in Industrial Process Control (Survey)". 12th World Congress International Federation of Automatic Control. Sydney, Austrália. v.6, p. 51-54, 1993.
- [PASSINO 89] PASSINO, K.M. "Disturbance Rejection in Nonlinear Systems: Examples". IEEE Proceedings, vol. 136, nº 6, Nov 1989.

- [PENG 90] PENG, Youbin "A General Decoupling Precompensator for Linear Multivariable Systems with Application to Adaptive Control". IEEE Trans. Automat. Control, vol. AC-35, nº 3, Mar 1990.
- [PERSSON 93] PERSSON, Per & ASTRÖM, Karl J. "PID Control Revisited". 12th World Congress International Federation of Automatic Control. Sydney, Austrália. v.8, p. 241-244, 1993.
- [SCHMIDT 85] SCHMIDT, F.W., HENDERSON, R.G. & WOLGEMUTH, C.H. "Introduction to Thermal Sciences". John Wiley & Sons. New York, 1985.
- [VIDYASAGAR 85] VIDYASAGAR, M. "Control System Synthesis: A Factorization Approach". The MIT Press. Cambridge. Massachusetts, 1985.
- [WONHAM 70] WONHAM, W.M. and MORSE, A.S. "Decoupling and Pole Assignment in Linear Multivariable Systems: A Geometric Approach". SIAM J. Control & Optim., 1970.
- [WONHAM 79] WONHAM, W.M. "Linear Multivariable Control: A Geometric Approach". Springer Verlag. New York, 1979.
- [ZHUANG 87] ZHUANG, H., BAI, F. & XUE, J. "Modeling, Simulation and Control of an Oil Heater". IEEE Control Systems Magazine, Aug 1987.

APÊNDICE A

RESUMO SOBRE A TEORIA POLINOMIAL

Nesta seção fazemos um breve resumo sobre a teoria polinomial, contendo os principais conceitos e notações que se são utilizados neste trabalho. Para uma revisão geral desta teoria referir-se à [RICO 89], [CALLIER 82] ou [VIDYASAGAR 85].

⇒ Matrizes Polinomiais

Assim como no caso monovariável, onde a Função de Transferência da planta é dada por:

$$p(s) = \frac{n(s)}{d(s)}$$

onde $n(s)$ e $d(s)$ são polinômios, é possível escrever que:

$$P(s) = N(s) \bullet D(s)^{-1}$$

onde $N(s)$ e $D(s)$ são matrizes polinomiais, isto é, seus elementos são polinômios.

Um sistema linear multivariável e invariante no tempo pode então ser representado no plano s por uma equação matricial do tipo:

$$Y(s) = P(s) \bullet U(s)$$

Onde $Y(s)$ é a saída, $U(s)$ é a entrada e $P(s)$ a Matriz Função de Transferência da planta. Sendo que $\dim[Y(s)] = n_o$, $\dim[U(s)] = n_i$ e $\dim[P(s)] = n_o \times n_i$.

⇒ Múltiplos e Divisores de uma Matriz

Sejam $A, A_1, A_2, B, B_1, B_2, R$ e L matrizes polinomiais tais que:

$$\Leftrightarrow A = B C$$

$$\Leftrightarrow A = A_1 R = L A_2$$

$$\Leftrightarrow B = B_1 R = L B_2$$

Então diz-se que:

- ① C é divisor pela direita de A (d.d) e A é múltiplo pela esquerda de C (m.e);
- ② B é divisor pela esquerda de A (d.e) e A é múltiplo pela direita de B (m.d);
- ③ R é divisor comum pela direita de A e B (d.c.d);
- ④ L é divisor comum pela esquerda de A e B (d.c.e).

É claro que podem existir vários divisores comuns pela direita ou esquerda de A e B . Mas entre todos eles existe um elemento maior. Se R é múltiplo pela esquerda de **todos** divisores comuns pela direita de A e B , então ele é o **maior divisor comum pela direita (m.d.c.d)**. Da mesma forma, se L é múltiplo pela esquerda de **todos** os divisores comuns pela esquerda de A e B , então ele é o **maior divisor comum pela esquerda (m.d.c.e)**.

⇒ Matrizes Coprimas pela Direita e Esquerda

Quando representamos um sistema monovariável por função de transferência $p(s) = n(s) / d(s)$, interessa saber, por exemplo, se existem ou não raízes comuns entre os polinômios $n(s)$ e $d(s)$. Quando não existem diz-se que **n e d** são coprimos (ou primos entre si). Quando não são coprimos é possível extrair de ambos, o maior divisor comum e tornar a fração irredutível. No caso multivariável ao invés de polinômios temos matrizes polinomiais, mas podemos fazer uma analogia:

Duas matrizes polinomiais A e B , com igual número de colunas (linhas), são ditas **coprimas pela direita c.d (pela esquerda, c.e) SE E SOMENTE SE** possuem um **m.d.c.d (m.d.c.e)** unimodular.

É importante lembrar, neste momento, que uma matriz M é dita unimodular (ou inversível) se possuir um determinante constante e diferente de zero ($\det M = \text{cte} \neq 0$).

Nota-se que quando dois polinômios são coprimos, o único fator comum é o polinômio de grau zero, ou seja, uma constante. No caso de matrizes coprimas o fator comum é uma matriz com determinante constante e diferente de zero. É importante observar ainda que a necessidade da definição pela direita e esquerda está associada aos mapas não quadrados, e como neste nossa planta possui um mapa quadrado, trabalhamos apenas com a definição pela direita.

⇒ **Identidade de Bezout**

Sejam $Nd \in \mathbb{R}[s]^{n_o \times n_i}$ e $Dd \in \mathbb{R}[s]^{n_i \times n_i}$, Dd não singular. Então o par (Nd, Dd) é coprimo pela direita SE E SOMENTE SE existem Ud e Vd polinomiais tais que $Ud \cdot Nd + Vd \cdot Dd = I_{n_i}$, ou na forma matricial:

$$[Ud \quad Vd] \bullet \begin{bmatrix} Nd \\ Dd \end{bmatrix}_{ni}^{no} = [I_{ni}]$$

Note que $[Ud \quad Vd]$ é inversa pela esquerda de $\begin{bmatrix} Nd \\ Dd \end{bmatrix}$.

Existe um resultado análogo para matrizes coprimas pela esquerda. A identidade generalizada de Bezout relaciona estes resultados:

$$\begin{bmatrix} Vd & Ud \\ -Ne & De \end{bmatrix}_{ni}^{no} \bullet \begin{bmatrix} Dd & -Ue \\ Nd & Ve \end{bmatrix}_{no}^{ni} = \begin{bmatrix} I_{ni} & 0 \\ 0 & I_{no} \end{bmatrix}$$

⇒ **Teste do Posto**

Sejam $Nd \in \mathbb{R}[s]^{n_o \times n_i}$ e $Dd \in \mathbb{R}[s]^{n_i \times n_i}$, Dd não singular. Então o par (Nd, Dd) é coprimo pela direita SE E SOMENTE SE:

$$\text{posto} \begin{bmatrix} Dd(s) \\ Nd(s) \end{bmatrix}_{no}^{ni} = ni \quad \forall s \in \mathbb{C}.$$

⇒ **Descrição da MFT usando Frações Polinomiais**

Seja $P(s) \in \mathbb{R}[s]^{n_o \times n_i}$ uma MFT. Diz-se que $(Nd, Dd) \in (\mathbb{R}[s]^{n_o \times n_i} \times \mathbb{R}[s]^{n_i \times n_i})$ é uma fração coprima pela direita de $P(s)$ SE E SOMENTE SE:

- ① $\det(Dd) \neq 0$;
- ② $P(s) = Nd Dd^{-1}$;
- ③ (Nd, Dd) é coprima pela direita.

⇒ **Pólos e Zeros**

Seja $P(s) \in \mathbb{R}[s]^{n_o \times n_i}$ e posto $[P(s)] = r = \min(n_o, n_i)$. E seja o par (Nd, Dd) uma fração coprima pela direita de $P(s)$. Assim tem-se:

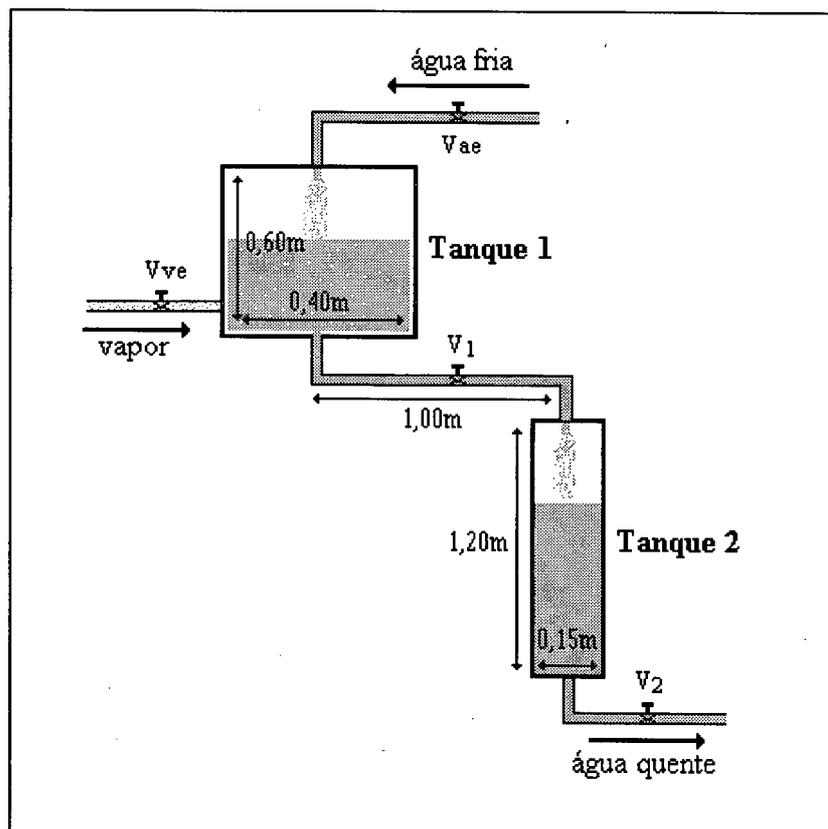
- ① $p \in P[P(s)] \Leftrightarrow \det[Dd(p)] = 0$;
- ② $z \in Z[P(s)] \Leftrightarrow \det[Nd(z)] = 0$.

Onde p são os pólos e z são os zeros do sistema.

APÊNDICE B

DADOS PRÁTICOS DO SISTEMA TÉRMICO

Neste Apêndice se encontram os dados práticos do sistema térmico utilizado no presente trabalho, tais como dimensões físicas, os valores das vazões máximas de entrada de água fria e de vapor saturado, e todos os dados necessários para as simulações.



- A_1 : área da seção transversal do tanque 1
 A_2 : área da seção transversal do tanque 2
 S_c : seção reta do cano de conexão
 S_{CS} : seção reta do cano de saída do tanque 2
 A_c : área da seção reta do cano de conexão
 x_c : comprimento do cano de conexão
 ρ_a : densidade da água
 C_{pa} : capacidade calorífica a pressão constante da água
 H_{SL} : entalpia específica do vapor
 q_{ae} : vazão volumétrica da água de entrada
 Q_{ve} : vazão mássica do vapor de entrada
 q_1 : vazão de saída da mistura água-vapor no tanque 1
 q_2 : vazão de saída da água no tanque 2
 a_{ve} : abertura da válvula de entrada de vapor (V_{VE})
 a_{ae} : abertura da válvula de entrada de água (V_{AE})
 a_1 : abertura da válvula V_1
 a_2 : abertura da válvula V_2
 ℓ_1 : nível de água no tanque 1
 ℓ : nível de água no tanque 2
 T_O : temperatura ambiente
 T_a : temperatura da água de entrada no tanque 1
 T_c : temperatura (da água) no cano de conexão dos tanques 1 e 2
 T_1 : temperatura (da mistura água-vapor) no tanque 1
 T : temperatura da água no tanque 2
 A_{o1} : área de contato do tanque 1 com o meio ambiente
 A_{oc} : área de contato do cano de conexão com o meio ambiente
 A_{o2} : área de contato do tanque 2 com o meio ambiente
 U_{o1} : coeficiente global de transmissão de calor entre o tanque 1 e o meio ambiente
 U_{oc} : coeficiente global de transmissão de calor entre o cano de conexão e o meio ambiente
 U_{o2} : coeficiente global de transmissão de calor entre o tanque 2 e o meio ambiente

$$\begin{aligned}A_1 &= \pi r_1^2 = 0.125664 \text{ m}^2 \\A_2 &= \pi r_2^2 = 0.017671 \text{ m}^2 \\A_c &= \pi r_c^2 = 0.00020612 \text{ m}^2 \\A_{01} &= 2\pi r \ell + 2\pi r^2 = 1.005310 \text{ m}^2 \\A_{oc} &= 2\pi r_{ec} x_c = 0.066602 \text{ m}^2 \\A_{02} &= 2\pi r \ell + 2\pi r^2 = 0.600830 \text{ m}^2 \\T_a &= 20 \text{ }^\circ\text{C} (293.15 \text{ K}) \\T_o &= 25 \text{ }^\circ\text{C} (298.15 \text{ K}) \\\rho_a &= 990 \text{ kg / m}^3 \\C_{pa} &= 1 \text{ kcal / kg }^\circ\text{C} \\H_{SL} &= 656 \text{ kcal / kg} \\Q_{ve\max} &= 80 \text{ kg / h} \\q_{ae\max} &= 0.7 \text{ m}^3 / \text{h} \\k_1 &= k_2 = 0.000913 \\U_{01} &= U_{oc} = U_{02} = 0.01\end{aligned}$$

Características Físicas do Sistema Térmico

Tanque 1

material : aço

diâmetro = 0.4 m

altura = 0.6 m

área da seção transversal = 0.125664 m²

área de contato com o meio ambiente = 1.005310 m²

Cano de Conexão

material : ferro zincado

diâmetro interno = 16.2 mm

diâmetro externo = 21.2 mm

comprimento = 1.0 m

área da seção transversal = 0.00020612 m²

área de contato com o meio ambiente = 0.066602 m²

Tanque 2

material : aço

diâmetro = 0.15 m

altura = 1.2 m

área da seção transversal = 0.017671 m²

área de contato com o meio ambiente = 0.600830 m²

APÊNDICE C

REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA EM DIAGRAMA DE BLOCOS

Para facilitar a compreensão, dividimos o sistema térmico em três partes, conforme feito no modelamento matemático, e montamos um diagrama de blocos para cada parte. As três partes são: tanque 1, cano de conexão e tanque 2. Na figura C.1 tem-se uma representação geral deste sistema.

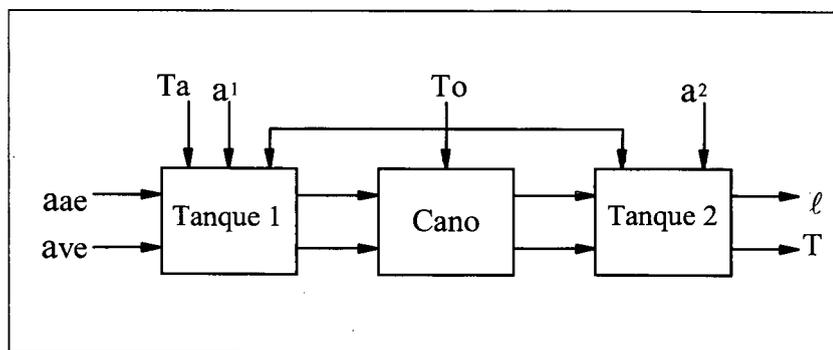


Figura C.1: Diagrama em Blocos do Sistema Térmico.

A representação do Tanque 1 é dada no esquema a seguir:

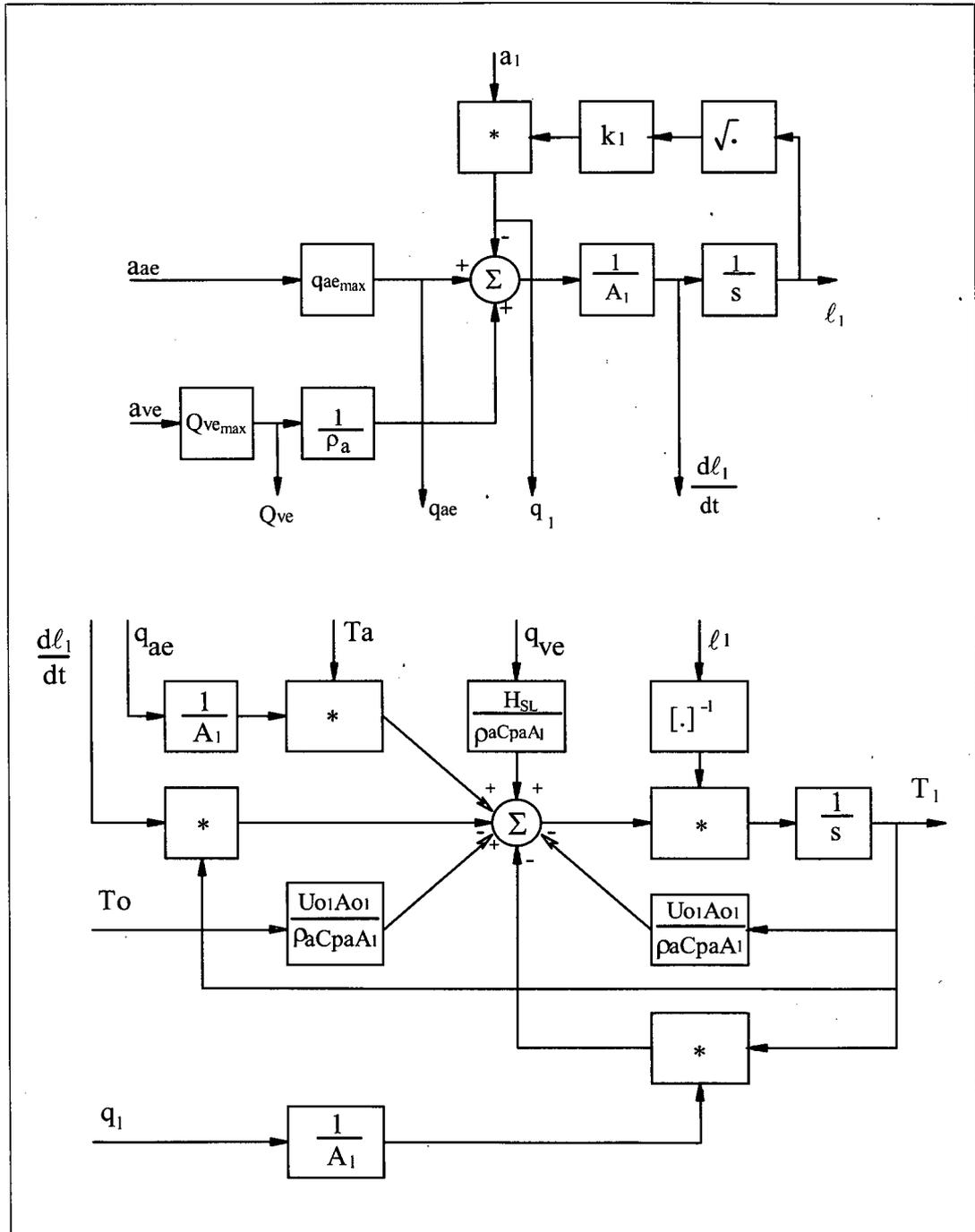


Figura C.2: Diagrama em Blocos do Tanque 1.

O diagrama em blocos do cano de conexão é representado abaixo:

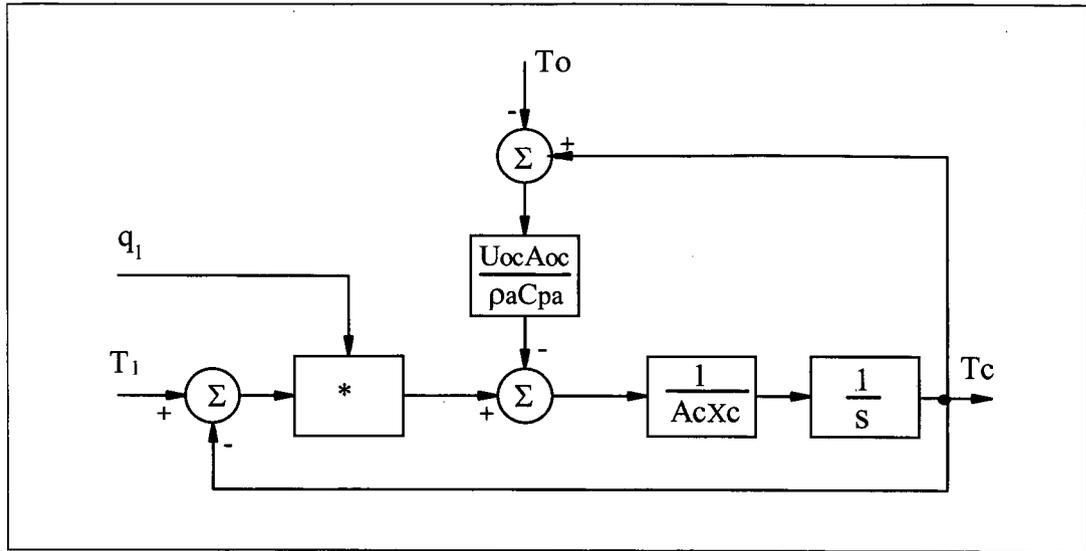


Figura C.3: Diagrama em Blocos do Cano de Conexão.

Por fim, a representação do Tanque 2 é a seguinte:

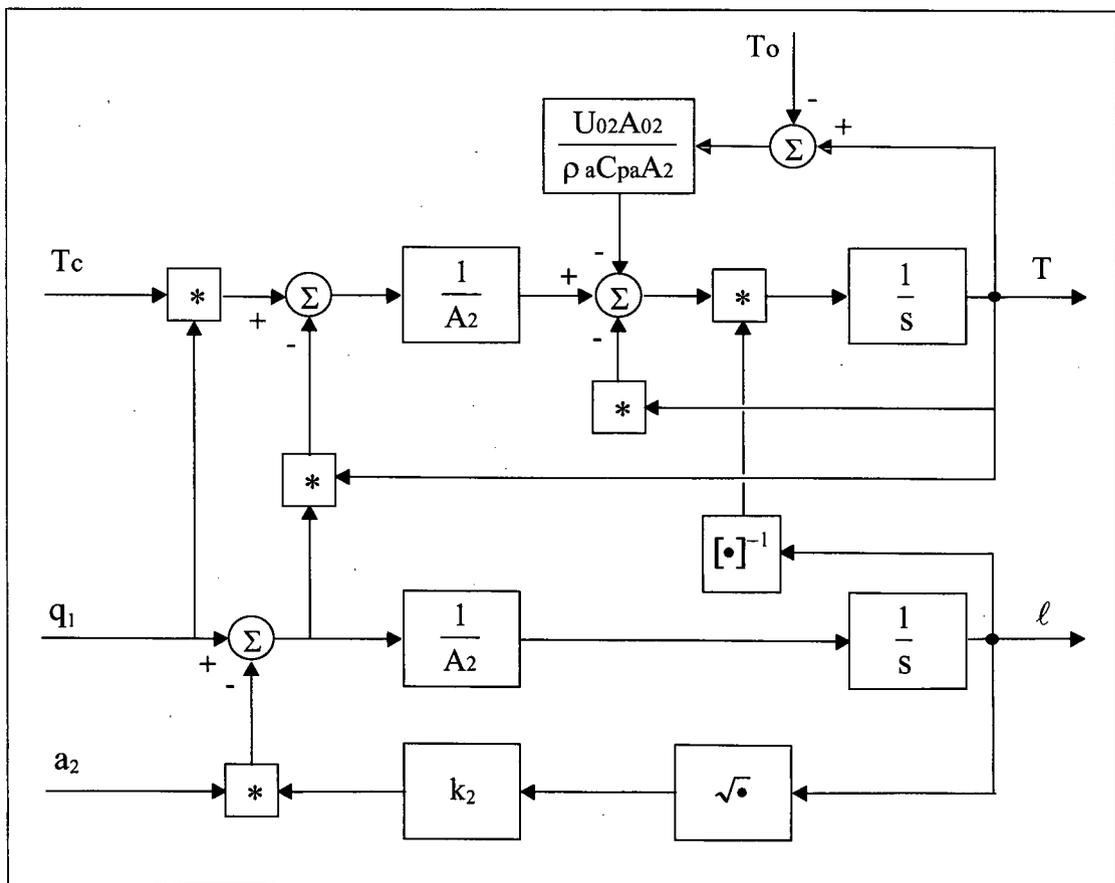


Figura C.4: Diagrama em Blocos do Tanque 2.

APÊNDICE D

AJUSTE ROBUSTO DE CONTROLADORES PID ATRAVÉS DE POSICIONAMENTO DE PÓLOS

Conforme é bem sabido da literatura clássica, o tempo de resposta em MF está associado ao módulo dos pólos dominantes e o pico máximo à relação entre as partes real e imaginária dos mesmos. Desta forma, pode-se definir uma região (conforme feito na seção 4.2.1) onde devem ser posicionados os pólos dominantes de MF para que o sistema cumpra as especificações.

A planta utilizada neste trabalho pode ser considerada como um processo com incertezas produzidas pelos erros de modelamento, principalmente quando trabalhamos fora de seu ponto de operação. Sendo assim, estipulou-se como um dos objetivos de controle a robustez das respostas (manutenção da performance e do desacoplamento dentro de certos limites).

Surge então, neste momento, uma questão muito importante:

“É possível encontrar diferentes ajustes para um controlador PID que levem a respostas transitórias em MF equivalentes, mas que apresentem diferentes características de robustez?”

Buscando resposta para este questionamento [NORMEY RICO 96]¹ propôs algumas regras para o ajuste robusto de controladores PID. Estas regras levam a equações que relacionam os parâmetros do controlador com a incerteza máxima da Planta (DP_{max}), considerando-se um processo com incerteza aditiva ($P=P_n+DP$).

Utilizaremos neste trabalho apenas o resultado principal obtido neste estudo, o qual é colocado a seguir de forma bastante simplificada.

“A robustez do ajuste que posiciona os pólos complexos é sempre maior que aquela que posiciona os pólos reais, considerando-se tempos de resposta equivalentes (valores de σ iguais), sempre que se deseje um sistema em MF mais rápido que em MA.”

¹ Este estudo é parte do trabalho de doutorado de J.E.Normey Rico e consta como uma nota interna do GAR ETSII Sevilla.