

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA ESTRUTURA
DE CONTROLE ROBUSTO ADAPTATIVA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA A UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE EM ENGENHARIA

J E R S O N B A R B O S A D E V A R G A S

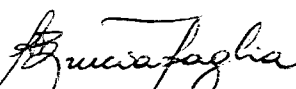
FLORIANÓPOLIS


ABRIL 1988

ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA ESTRUTURA
DE CONTROLE ROBUSTO ADAPTATIVA

JERSON BARBOSA DE VARGAS

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE
EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM
SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. AUGUSTO HUMBERTO BRUCIAPAGLIA, Dr. Ing.
ORIENTADOR

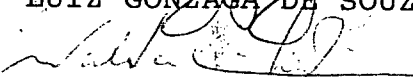

Prof. MÁRCIO CHEREM SCHNEIDER, Dr.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA


Prof. AUGUSTO HUMBERTO BRUCIAPAGLIA, Dr. Ing.


Prof. ALEXANDRE TROFINO NETO, M.Sc.


Prof. LUIZ GONZAGA DE SOUZA FONSECA, D.Sc.


Prof. WALTER CELSO DE LIMA, Dr.

R E S U M O

Este trabalho estuda o problema de servomecanismos para sistemas lineares monovariáveis e discretos. São estudadas duas estratégias de controle robusto: uma não adaptativa e outra adaptativa, e implementadas ambas em computador digital.

A estratégia usada por estes algoritmos é tal que garante uma convergência global do erro entre o sinal de referência a ser seguido e o sinal de saída.

O processo é suposto ser linear, invariante, de fase mínima, com ordem conhecida e sujeito a perturbação determinística persistente.

No caso adaptativo utiliza-se a estrutura do controlador não adaptativo, que por esta razão é também estudado neste trabalho, acrescida de um mecanismo de adaptação paramétrica apropriado. Neste estudo foram considerados os esquemas propostos por Doraiswami e Silveira de tipos a ganho constante e a ganhos decrescentes.

A B S T R A C T

This work studies the servomechanism problem for sampled-data and simple-input simple-output linear systems. Are studied two strategies for robust control: one nonadaptive and another one adaptive, both performed by digital computer.

The strategies used for these algorithms assumes a global convergence of the error between the reference and the output signals.

The process is supposed to be linear, time invariant, with minimal phase and known order and subject persistent deterministic perturbation.

In the adaptive case, it is used the nonadaptive controller structure, that these reason is also studied in these work, added for a proper parametric adaptive mechanism. In this study are considered the Doraiswami and Silveira's schemes, that was analysed for a constant and decreasing gains.

Í N D I C E

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - ESTUDO DO SERVOCONTROLADOR ROBUSTO	5
2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. CONSIDERAÇÕES BÁSICAS	5
2.2.1. CONTROLE ROBUSTO ADAPTATIVO	7
2.3. CONTROLADOR ROBUSTO NÃO ADAPTATIVO	9
2.3.1. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	9
2.3.2. A LEI DE CONTROLE	12
2.3.3. EXPLICITAÇÃO DA ENTRADA DE CONTROLE $V(K)$	16
2.4. CONCLUSÃO	18
CAPÍTULO 3 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	20
3.1. OBJETIVO	20
3.2. FLUXOGRAMA DE PROGRAMAÇÃO	23
3.3. SIMULAÇÃO DIGITAL	21
3.3.1. INTRODUÇÃO	24
3.3.2. EXEMPLO	23
3.3.3. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SEM O EFEITO DE PER- TURBAÇÕES	26
3.3.4. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SOB O EFEITO DE PER- TURBAÇÕES EXTERNAS	28
3.3.5. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SOB O EFEITO DE VARIA- ÇÕES PARAMÉTRICAS	30
3.3.6. ELIMINAÇÃO DE SOBRESINAIS	32
3.4. CONCLUSÃO	32

CAPÍTULO 4 - CONTROLADOR ROBUSTO ADAPTATIVO	35
4.1. INTRODUÇÃO	35
4.2. A LEI DE CONTROLE	36
4.3. ADAPTAÇÃO DOS PARÂMETROS	38
4.3.1. INTRODUÇÃO	38
4.3.2. O ALGORÍTMO DE ADAPTAÇÃO A GANHO DECRESCENTE..	39
4.3.3. O ALGORÍTMO DE ADAPTAÇÃO A GANHO CONSTANTE....	40
4.3.4. EXPLICITAÇÃO DA ENTRADA DE CONTROLE $V(K)$	41
4.4. CONCLUSÃO	42
 CAPÍTULO 5 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	 46
5.1. INTRODUÇÃO	46
5.2. FLUXOGRAMA DE PROGRAMAÇÃO	47
5.3. SIMULAÇÃO DIGITAL	49
5.3.1. EXEMPLO	49
5.3.2. ATUAÇÃO DO MECANISMO DE ADAPTAÇÃO A GANHO DE- CRESCENTE	51
5.3.2.1. SEM O EFEITO DE PERTURBAÇÕES	51
5.3.2.2. COM O EFEITO DE PERTURBAÇÕES	53
5.3.2.3. COM VARIACÃO PARAMÉTRICA	55
5.3.3. ATUAÇÃO DO MECANISMO DE ADAPTAÇÃO A GANHO CONS- TANTE	61
5.4. CONCLUSÃO	66
 CAPÍTULO 6 - CONCLUSÃO GERAL	 68
 APÊNDICE - DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO REGULADOR	 70
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 73

C A P I T U L O 1

INTRODUÇÃO

Um dos problemas enfrentados em automática e a questão do rastreamento de um sinal de referência independente de perturbações ou variações paramétricas incidentes sobre o processo a ser controlado.

Nos últimos anos farta teoria, com desenvolvimento de técnicas de estabilização robusta sobre propostas não adaptativas de controle, foi desenvolvida especialmente no domínio da frequência [1, 2, 3, 4]. Após foi dado um grande impulso para estender os resultados para sistemas não lineares e discretos [5, 6], e mais recentemente, para a extensão aos sistemas de controle adaptativo.

Em [7], Goodwin e Ramadge apresentam resultados relacionados a controle adaptativo determinístico discreto dando ênfase ao problema de estabilidade global e convergência paramétrica através do desenvolvimento de algoritmos globalmente convergentes. Seu interesse foi gerado pelas configurações de controle propostas por Monopoli [9] e em certos aspectos são inspirados nos traba-

lhos de Feuer e Morse [8].

No entanto os métodos adotados em [7, 8, 9] não abordam explicitamente o problema do rastreamento associado a perturbações determinísticas incidindo sobre o processo.

Para a solução deste problema nos últimos anos diversas abordagens tem sido acrescentadas à literatura de controle.

Em [10], Silveira e Doraiswami procurando resolver o problema de rastreamento na presença de perturbações determinísticas desenvolveram algoritmos de controle adaptativo globalmente convergentes dando enfoque a esta necessidade de controle em automação.

Em [11], Cristi apresenta um algoritmo de controle adaptativo para sistemas monovariáveis discretos no tempo abordado sob a necessidade da presença de sinais de perturbações externas persistentes agindo em um intervalo de tempo finito.

Em [12], Narendra e Annaswamy lançam conceitos de excitação persistente em identificação adaptativa, lançando uma estrutura geral para discussão abordando questões relacionadas a robustez em sistemas adaptativos.

Em outra abordagem, apresentada em [13], aborda-se o problema sob o enfoque de controle adaptativo por modelo de referência em um sistema sujeito a perturbações limitadas mostrando, que o comportamento global do sistema adaptativo depende da excitação persistente da estrutura de referência bem como da amplitude das perturbações externas.

O objetivo deste trabalho é o estudo e a análise de uma estrutura de servomecanismo robusto aplicada sob uma proposta não adaptativa de controle e sobre uma proposta adaptativa de controle.

Na proposta não adaptativa, define-se as diretrizes de projeto que garantem através de um sistema servocompensador-regulador a estabilidade assintótica global de um sistema a malha fechada formado pelo processo e pelo servocompensador, o qual força o erro de rastreamento assintoticamente para zero independente de perturbações externas de classes conhecidas, incidentes sobre o processo. Dentro de certos limites, garante-se igualmente a estabilidade global do sistema na presença de variações paramétricas na função de transferência do processo a ser controlado.

Na proposta adaptativa de controle dotou-se a estrutura de um mecanismo de adaptação capaz de resolver o problema de variações paramétricas que comprometam o desempenho do sistema.

Este trabalho foi ordenado em seis capítulos e um apêndice.

No capítulo 1 é apresentada uma introdução ao trabalho. Nela procurou-se mostrar os empenhos realizados para o desenvolvimento de algoritmos de adaptação globalmente convergentes que eliminassem o problema de perturbação e/ou variações paramétricas incidentes sobre o processo. Traçou-se os objetivos do trabalho.

No capítulo 2 é caracterizada a estrutura básica de controle que será utilizada no decorrer deste trabalho. Aborda-se o problema do servocontrolador robusto sobre proposta não adaptativa de controle e faz-se menção ao uso da teoria da robustez em controle adaptativo.

No capítulo 3 apresentam-se os resultados experimentais relativos a simulação digital do projeto desenvolvido no capítulo 2 para um processo de segunda ordem.

No capítulo 4 é apresentado o servocontrolador robusto acrescido de um mecanismo de adaptação capaz de adaptar os parâme

tros variáveis do sistema, estimados por um algoritmo de adaptação a ganho decrescente e posteriormente mediante um algoritmo de adaptação a ganho constante. Constituem respectivamente os sistemas: 'Servocontrolador adaptativo a ganho decrescente' e 'Servocontrolador adaptativo a ganho constante'.

No capítulo 5 apresentam-se os resultados experimentais relativos à simulação digital dos servocontroladores adaptativos estudados no capítulo 4, aplicados a um processo de segunda ordem.

No capítulo 6, apresentam-se as conclusões gerais sobre o trabalho fazendo-se uma comparação entre o uso do servocontrolador robusto não adaptativo e o servocontrolador robusto adaptativo bem como perspectivas para o desenvolvimento de futuros trabalhos.

C A P Í T U L O 2

ESTUDO DO SERVOCONTROLADOR ROBUSTO

2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados tópicos da teoria do rastreamento robusto bem como os tipos de estruturas de um servomecanismo robusto. Estabelecer-se-ão diretrizes para o projeto de um servocompensador linear de tal forma que a saída deste sistema rastreie em regime uma referência desejável apesar de perturbações determinísticas persistentes e de variações paramétricas no processo.

Além disso, faz-se referência a aplicação da teoria da robustez sobre propostas adaptativas de controle, enaltecendo sua vantagem.

2.2. CONSIDERAÇÕES BÁSICAS

As estruturas de um servocontrolador podem ser de um modo geral classificadas como de tipo: servocontrolador robusto e

servocontrolador antecipativo (feedforward) [10].

O servocontrolador robusto visto na Figura 2.1 tem o sinal de erro excitando um servocompensador e um estabilizador (regulador) responsável pela estabilização do sistema formado pelo processo e pelo servocompensador. É garantido que o sinal de erro converge assintomaticamente para zero independente de perturbações e de variações paramétricas afetando o processo [2, 10]. A estrutura de controle funciona quando as variações paramétricas não são grandes o suficiente para causar a instabilidade do sistema a malha fechada.

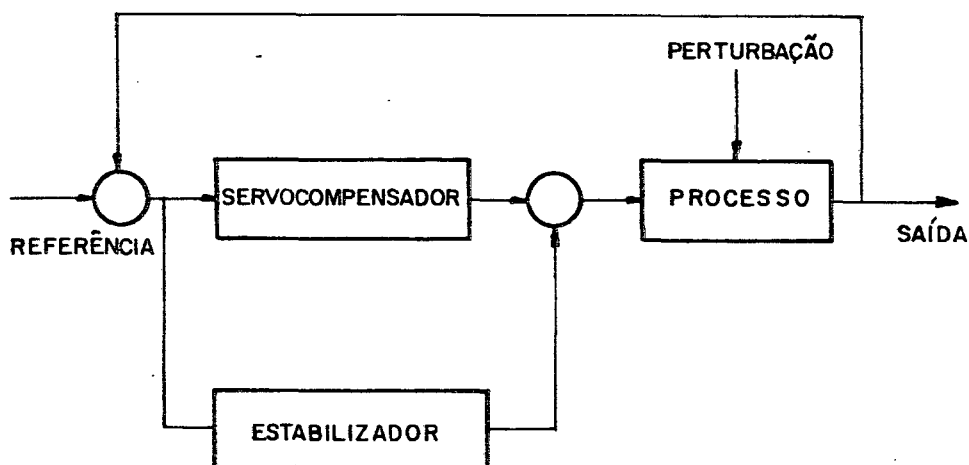


FIGURA 2.1. Servocontrolador Robusto

No servocontrolador antecipativo visto na Figura 2.2 um estabilizador estabiliza somente o processo e, os sinais de referência e perturbação são introduzidos no sistema através de algum sistema linear invariante no tempo contido no bloco antecipativo.

Este servocontrolador não garante a convergência do sinal de erro para zero quando há variação dos parâmetros do processo, em consequência requer freqüente ajuste dos parâmetros de con-

trole.

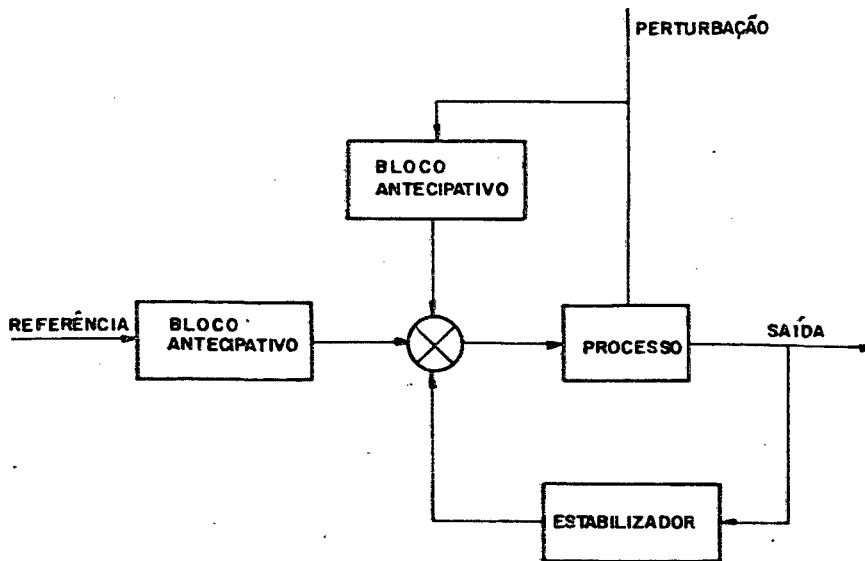


FIGURA 2.2. Servocontrolador Antecipativo

2.2.1. CONTROLE ROBUSTO ADAPTATIVO

Normalmente a aplicação de sistemas de controle adaptativo surge da necessidade de identificação perfeita de parâmetros que por ventura possam estar sujeitos a variações no controle de um dado processo.

Sabe-se igualmente que a propriedade da robustez, a qual garante erro nulo em regime sob perturbações aditivas, não é satisfatória em controle adaptativo visto que perturbações incidentes sobre a planta controlada prejudicam o processo de identificação paramétrica.

Embora a propriedade robustez, que garante erro nulo em regime sob perturbações aditivas e paramétricas, possa parecer não ser essencial em sistemas adaptativos, sua aplicação na síntese de controladores adaptativos permite que o algoritmo de atualiza-

ção dos parâmetros não necessite ser solicitado para quaisquer mudanças nos sinais de referência e/ou perturbação. A adaptação dos parâmetros do controlador é requerida somente quando as variações dos parâmetros do processo degradam além de um certo limite o desempenho a malha fechada.

O servocontrolador robusto adaptativo consiste de um servocompensador e um estabilizador ativados por um erro de rastreamento. Os parâmetros do servocontrolador são adaptados a fim de garantir o rastreamento assintótico do sinal de erro. Se os modos dos sinais externos são desconhecidos, a estrutura do servocompensador e do estabilizador precisam ser atualizados.

Na estrutura de controle robusto adaptativo estudada neste trabalho considerar-se-á que os modos dos sinais externos são conhecidos portanto os parâmetros do servocompensador são fixos e os parâmetros do estabilizador são atualizados.

Nos controladores adaptativos baseados na teoria do controle antecipativo, os parâmetros dos blocos antecipativos bem como o estabilizador precisam ser atualizados.

O estudo do servocontrolador robusto não adaptativo como o estudo do servocontrolador robusto adaptativo será baseado na teoria do rastreamento robusto.

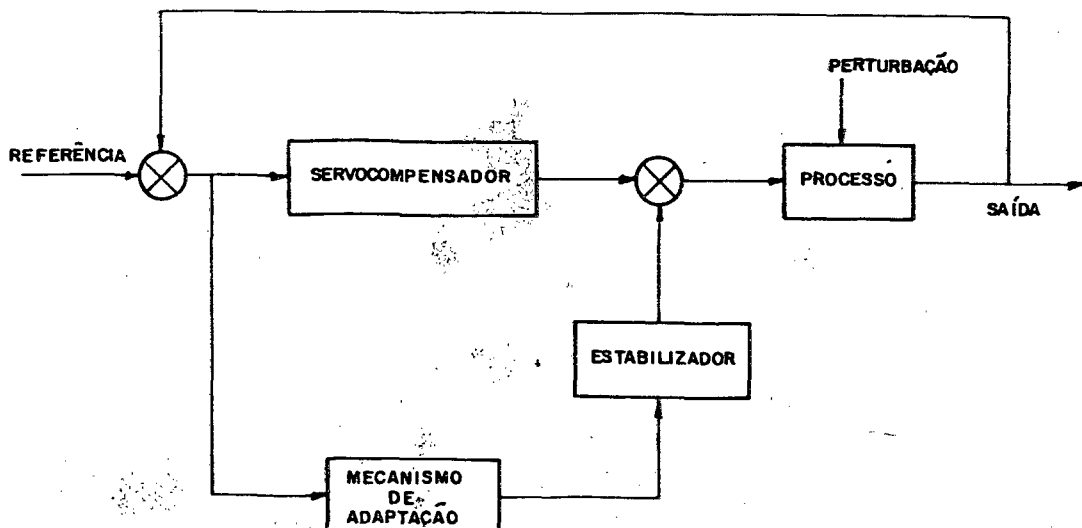


FIGURA 2.3. Servocontrolador Robusto Adaptativo

2.3. CONTROLADOR ROBUSTO NÃO ADAPTATIVO

2.3.1. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O modelo do processo com uma entrada $U(k)$, uma saída $Y(k)$, uma perturbação $W(k)$ incidindo sobre o processo e um atraso de transporte d , é representado pela função discreta

$$Y(k) = \frac{q^{-d} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} U(k) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} W(k) \quad (2.3.1)$$

com os polinômios

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} \quad (2.3.2)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m} \quad (2.3.3)$$

$$C(q^{-1}) = c_0 + c_1 q^{-1} + \dots + c_n q^{-n} \quad (2.3.4)$$

de graus n , m e n respectivamente, onde

$$m + d = n \quad (2.3.5)$$

O processo é considerado ser de fase mínima a parâmetros constantes e conhecidos.

Os sinais $Y_r(k)$ e $W(k)$ são de classes conhecidas.

Objetiva-se encontrar uma estratégia de controle a malha fechada $U(k)$, de tal forma que o erro de rastreamento $E(k)$ entre os sinais $Y_r(k)$ e $Y(k)$

$$E(k) = Y_r(k) - Y(k) \quad (2.3.6)$$

seja assintoticamente estável sendo a trajetória e a rejeição da perturbação alcançadas isto é, para toda condição inicial.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E(k) = 0$$

independente da perturbação $W(k)$ e das variações paramétricas.

Para que o erro de rastreamento em regime seja nulo é necessário que a equação de erro seja autônoma e estável [2, 17], portanto o conjunto servocompensador-processo deve respeitar a condição de que os sinais $Y_r(k)$ e $W(k)$ assumam serem saídas de um sistema linear autônomo e invariante, ou seja, os sinais Y_r e W satisfazem respectivamente as equações

$$D(q^{-1}) Y(k) = 0 \quad (2.3.8)$$

$$D(q^{-1}) W(k) = 0 \quad (2.3.9)$$

onde $D(q^{-1})$ é um polinômio do tipo

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_\ell q^{-\ell} \quad (2.3.10)$$

que define respectivamente as funções polinomiais acima, representativas do sistema linear autônomo.

O polinômio $D(q^{-1})$ é um polinômio capaz de anular simultaneamente os sinais $Y_r(k)$ e $W(k)$.

Os coeficientes d_i e o inteiro ℓ na equação (2.3.10) são conhecidos. As raízes de $D(q^{-1})$ não estão limitadas em nenhum sentido, podendo pertencer a qualquer região do plano complexo.

Quando um sistema satisfaz as condições estabelecidas pelas equações (2.3.8) e (2.3.9), diz-se que o sistema contém os modos dos sinais de referência e perturbação respectivamente. Em geral os servocompensadores são projetados por estas equações pois

cabe a eles a função de incluir no sistema os modos do sinal de referência e perturbação (modelo interno).

Quanto a característica transitória da estratégia de controle abordada, seu comportamento é caracterizado por uma resposta temporal do tipo tempo finito.

O processo (2.3.1) é representado por uma função de transferência. Sabe-se que ela representa apenas a parte controlável e observável de uma equação dinâmica [14]. Considera-se então que a realização mais fiel do processo seja irreduzível isto é, controlável e observável; com isso, os polinômios $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ não possuirão fatores comuns.

Os polinômios $B(q^{-1})$ e $D(q^{-1})$ deverão igualmente não possuírem fatores comuns.

O atraso dado ao sistema é suposto conhecido.

Como última consideração sobre o processo, tem-se que as raízes de $B(q^{-1})$ são extrinsecamente externas ao círculo unitário (fase mínima).

Uma das possíveis justificativas para o processo ser considerado de fase mínima diz respeito da necessidade de se cancelar pólos do controlador com zeros instáveis do processo.

Em [18] mostra-se a inviabilidade dos controladores baseados em cancelamento de zeros do processo por resultarem em instabilidade do sistema a malha fechada formado pelo processo e o servocompensador. Este fato se refletirá diretamente tanto no problema de rastreamento como no problema de regulação a perturbações. Se isso acontecer, os pólos cancelados devem ser repetidos tantas vezes quantas forem necessárias para que (2.3.8) e (2.3.9) sejam satisfeitas [19].

Introduzindo as notações

$$Q_0^T = [-a_1, -a_2, \dots, -a_n, b_0, b_1, \dots, b_m, c_0, c_1, \dots, c_n] \quad (2.3.11)$$

$$V = [y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-n), u(k-d), \dots, u(k-n), w(k), w(k-1), \dots, w(k-n)] \quad (2.3.12)$$

e a equação 2.3.1 pode ser reescrita como segue

$$Y(k) = Q_0^T V_0(k)$$

2.3.2. A LEI DE CONTROLE

O esquema de controle satisfazendo os objetivos citados no sub-item 2.3.1 tem por finalidade o desenvolvimento da estratégia de controle do servocontrolador robusto. O servocontrolador consiste de um controlador formado por um servocompensador e um regulador o qual, estabiliza o sistema a malha fechada formado pelo processo e pelo servocompensador, sendo ambos dirigidos pelo sinal do erro de rastreamento.

O servocompensador é um sistema linear que contém os modos dos sinais $Y_r(k)$ e $W(k)$. É também chamado de modelo interno da entrada de referência $Y_r(k)$ e do sinal de perturbação $W(k)$.

A entrada de controle $U(k)$, é a soma da saída do servocompensador e do sinal estabilizante $V(k)$, filtrado por um sistema conhecido. A entrada de controle $V(k)$ é determinada com o objetivo de regular a trajetória de erro com a dinâmica caracterizada pelas raízes do polinômio $Q(q^{-1})$.

A estrutura de controle proposta garante o rastreamento do sinal de referência $Y_r(k)$ e a rejeição do sinal de perturbação $W(k)$.

A equação (2.3.1) pode ser reescrita na forma

$$A(q^{-1}) Y(k) = q^{-d} B(q^{-1}) U(k) + C(q^{-1}) W(k) \quad (2.3.14)$$

Pela substituição da equação (2.3.6) na equação (2.3.14), segue que

$$A(q^{-1}) Y_r(k) - A(q^{-1}) E(k) = q^{-d} B(q^{-1}) U(k) + C(q^{-1}) W(k) \quad (2.3.15)$$

Multiplicando (2.3.15) por $D(q^{-1})$ obtém-se:

$$D(q^{-1}) A(q^{-1}) Y_r(k) - D(q^{-1}) A(q^{-1}) E(k) = q^{-d} B(q^{-1}) D(q^{-1}) U(k) + C(q^{-1}) D(q^{-1}) W(k) \quad (2.3.16)$$

de onde, considerando (2.3.8) e (2.3.9) chega-se a

$$D(q^{-1}) A(q^{-1}) E(k) = -q^{-d} B(q^{-1}) D(q^{-1}) U(k) \quad (2.3.17)$$

Do esquema de controle, mostrado na figura 2.4, verifica-se que o sinal de controle $U(k)$ é o sinal de saída do servocompensador que é excitado pelo erro de rastreamento $E(k)$ subtraído do sinal de saída do filtro estabilizante que é excitado pelo sinal estabilizante $V(k)$

$$U(k) = \frac{q^{-1}}{D(q^{-1})} E(k) - \frac{1}{D(q^{-1}) Q(q^{-1})} V(k) \quad (2.3.18)$$

ou seja

$$D(q^{-1}) Q(q^{-1}) U(k) = -V(k) + q^{-1} Q(q^{-1}) E(k) \quad (2.3.19)$$

O operador polinomial $Q(q^{-1})$ é conhecido e escolhido tal que suas raízes sejam extrinsecamente exteriores ao círculo unitário.

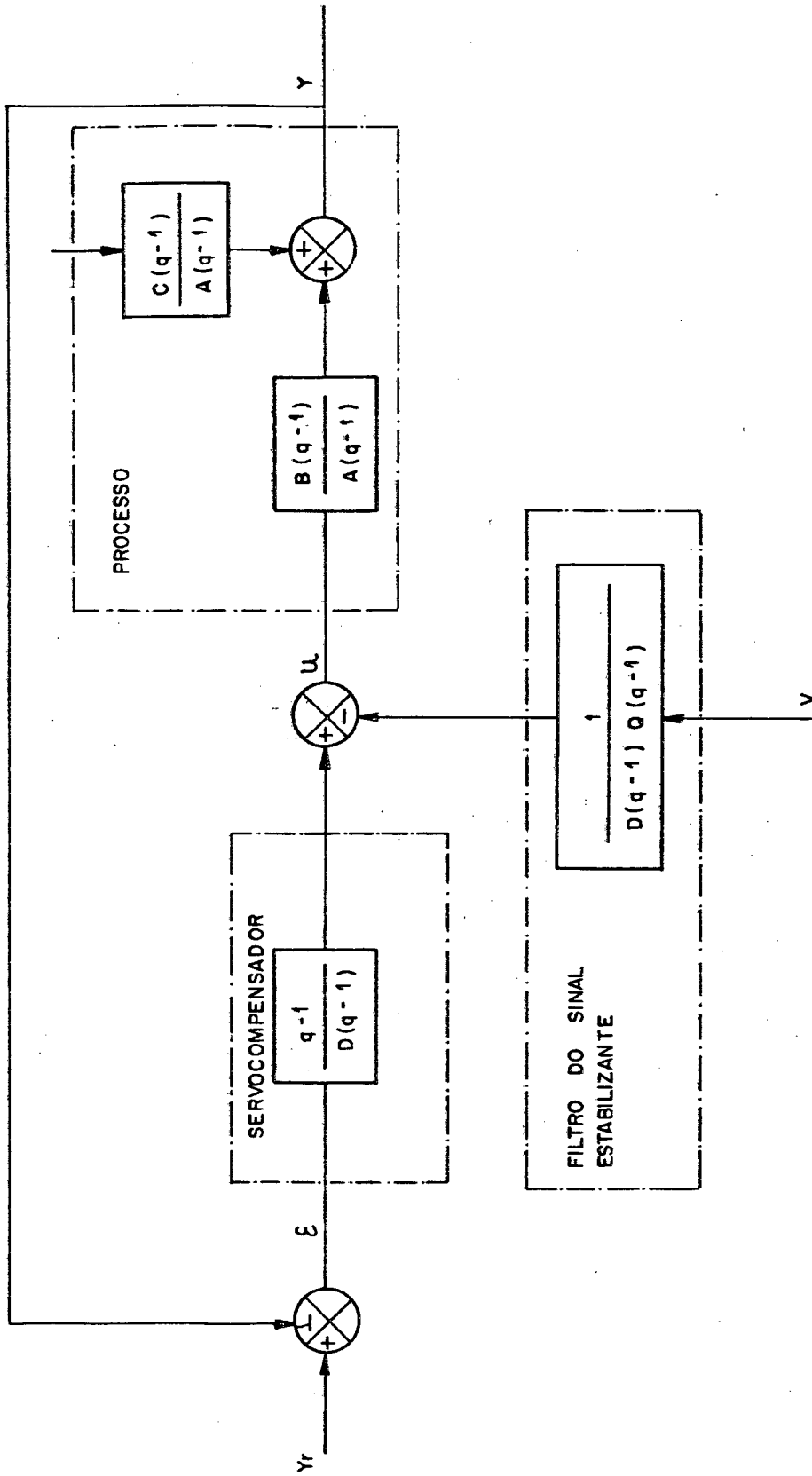


Figura 2.4. Modelo de Controle

Substituindo a equação (2.3.19) em (2.3.17) e definindo

$$v(k) = Q(q^{-1}) E(k) \quad (2.3.20)$$

tem-se que

$$[D(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d-1}B(q^{-1})] v(k) = q^{-d}B(q^{-1})V(k) \quad (2.3.21)$$

A equação (2.3.21) é a equação dinâmica que regula a trajetória de erro de rastreamento $E(k)$ que passa a ser excitado apenas pelo sinal estabilizante $V(k)$ independente do sinal de referência $Y_r(k)$. O problema resume-se em encontrar uma entrada conveniente $V(k)$ de tal forma que o sistema descrito acima seja assintoticamente estável.

Em virtude da suposição feita no sub-item 2.3.1, sobre a irreduzibilidade da função de transferência do processo, o sistema representado pela equação (2.3.21), é completamente controlável e observável portanto, os polinômios constituintes da equação, quais sejam

$$D(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d-1}B(q^{-1})$$

e

$$q^{-d}B(q^{-1})$$

não possuem fatores comuns.

Por substituições sucessivas (7,10) (vide exemplo no apêndice), a equação (2.3.21) pode ser reescrita como

$$v(k+d) = \alpha(q^{-1}) v(k) + \beta(q^{-1}) V(k) \quad (2.3.22)$$

onde

$$\alpha(q^{-1}) = \alpha_1 q^{-1} + \dots + \alpha_\ell q^{-\ell} + \dots + \alpha_{n+1} q^{-n-\ell} \quad (2.3.23)$$

$$\beta(q^{-1}) = \beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \dots + \beta_n q^{-n}; \beta_0 \neq 0 \quad (2.3.24)$$

Afim de compactar a equação (2.3.22) define-se um vetor P de dimensão $2n + \ell + 1$ representativo dos parâmetros do sistema regulador, definido como segue

$$P^T \triangleq [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n+\ell}, \beta_0, \dots, \beta_n] \quad (2.3.25)$$

$$\Psi^T(k) \triangleq [v(k-1), v(k-2), \dots, v(k-n-\ell), V(k), V(k-1), \dots, V(k-n)] \quad (2.3.26)$$

A equação (2.3.22) pode ser reescrita na forma

$$v(k+d) = \Psi^T(k) P \quad (2.3.27)$$

2.3.3. EXPLICITAÇÃO DA ENTRADA DE CONTROLE DO PROCESSO

Para que o sistema descrito em (2.3.27) represente um simples caso de regulação escolhe-se $V(k)$ tal que a equação

$$\Psi^T(k) P = 0 \quad (2.3.28)$$

seja satisfeita.

Tendo em vista as definições (2.3.25) e (2.3.26) a equação acima pode ser reescrita como segue.

$$\alpha_1 v(k-1) + \alpha_2 v(k-2) + \dots + \alpha_{n+\ell} v(k-n-\ell) + \beta_0 V(k) + \beta_1 V(k-1) + \dots + \beta_n V(k-n) = 0 \quad (2.3.29)$$

Aplicando operador q^{-1} em (2.3.29) segue que

$$(\alpha_1 q^{-1} + \alpha_2 q^{-2} + \dots + \alpha_{n+\ell} q^{-n-\ell}) v(k) = - (\beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \dots + \beta_n q^{-n}) V(k) \quad (2.3.30)$$

Definindo,

$$\tilde{A}(q^{-1}) = \frac{1}{\beta_0} (\alpha_1 q^{-1} + \alpha_2 q^{-2} + \dots + \alpha_{n+l} q^{-n-l}) \quad (2.3.31)$$

$$\tilde{B}(q^{-1}) = 1 + \frac{1}{\beta_0} (\beta_1 q^{-1} + \beta_2 q^{-2} + \dots + \beta_n q^{-n}) \quad (2.3.32)$$

a equação (2.3.30) resulta em

$$\tilde{B}(q^{-1}) v(k) = -\tilde{A}(q^{-1}) v(k) \quad (2.3.33)$$

e

$$v(k) = -\frac{\tilde{A}(q^{-1})}{\tilde{B}(q^{-1})} v(k) \quad (2.3.34)$$

Introduzindo as notações seguintes:

$$\bar{P}^T \triangleq [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-l}, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n] \quad (2.3.35)$$

$$\bar{\Psi}^T(k) \triangleq [v(k-1), v(k-2), \dots, v(k-n-l), v(k-1), \dots, v(k-n)] \quad (2.3.36)$$

A equação (2.3.34) pode ser reescrita como segue

$$v(k) = -\frac{1}{\beta_0} \bar{\Psi}^T(k) \bar{P} \quad (2.3.37)$$

As equações (2.3.20), (2.3.22) e (2.3.28) evidenciam que a trajetória do erro satisfaz a seguinte equação de diferença

$$Q(q^{-1}) E(k+d) = 0 \quad (2.3.38)$$

Como polinômio $Q(q^{-1})$ é estável, a equação acima garante que o erro de rastreamento convirja assintoticamente para zero.

A estrutura básica de controle do servocontrolador robusto não adaptativo é mostrado na figura 2.5.

2.4. CONCLUSÃO

Este capítulo apresentou tópicos da teoria do rastreamento robusto e os tipos de estrutura de um servocontrolador. A formulação do problema da robustez deu-se através da estrutura de um servocontrolador não adaptativo formado por um servocompensador e um regulador que estabilizam um sistema a malha fechada formado por um processo e um servocompensador. Lançou-se então, através desta estrutura, as especificações de projeto para a efetivação da robustez.

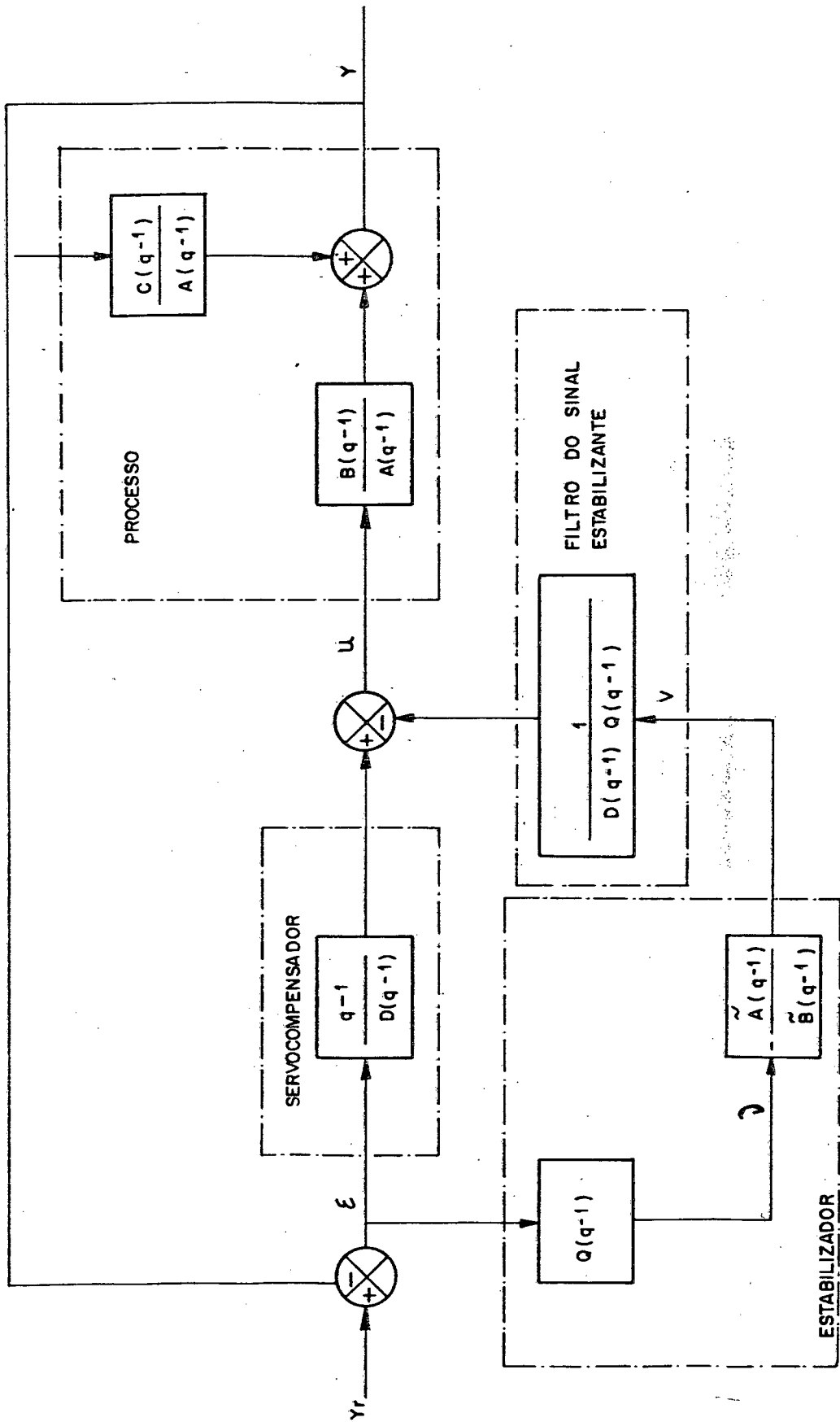


Figura 2.5. Servocontrolador robusto não adaptativo

C A P Í T U L O 3

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

SERVOCONTROLADOR ROBUSTO

3.1. OBJETIVO

O objetivo deste capítulo é mostrar os resultados relativos a simulação digital da estratégia de controle do servocontrolador robusto não adaptativo apresentada no capítulo dois. É também fornecido o fluxograma de programação do servocontrolador.

3.2. FLUXOGRAMA DE PROGRAMAÇÃO

A Figura 3.1 apresenta o fluxograma de programação do servocontrolador robusto não adaptativo.

Os dados de entrada são os parâmetros do processo Q_0 , o atraso d dado ao sistema, os parâmetros do sistema regulador P , o número de iterações desejadas e as condições iniciais.

Após a leitura dos dados o programa gera os sinais Y_r e W (se existente) calculando os sinais Y , E , v , V e U , simulando o sistema. Se o número de iterações corresponde ao valor desejado o programa finaliza senão, incrementa a contagem do número de iterações e realiza novamente o processo descrito acima.

3.3. SIMULAÇÃO DIGITAL

3.3.1. INTRODUÇÃO

Com a finalidade de analisar o desempenho do servocontrolador robusto não adaptativo, este item aborda e simula o projeto do servocontrolador considerando um processo de segunda ordem projetado para rastrear uma referência que apresenta variações do tipo constante e rejeitar perturbações externas do tipo constante, bem como perturbações paramétricas no processo a ser controlado.

Serão apresentados resultados de três tipos de simulação da estratégia, abordando os seguintes aspectos:

- Resposta ao degrau de referência sem perturbações.
- Efeito de perturbações externas sobre o comportamento dinâmico do sistema.
- Efeito da variação de parâmetros do processo sobre o comportamento dinâmico do sistema.

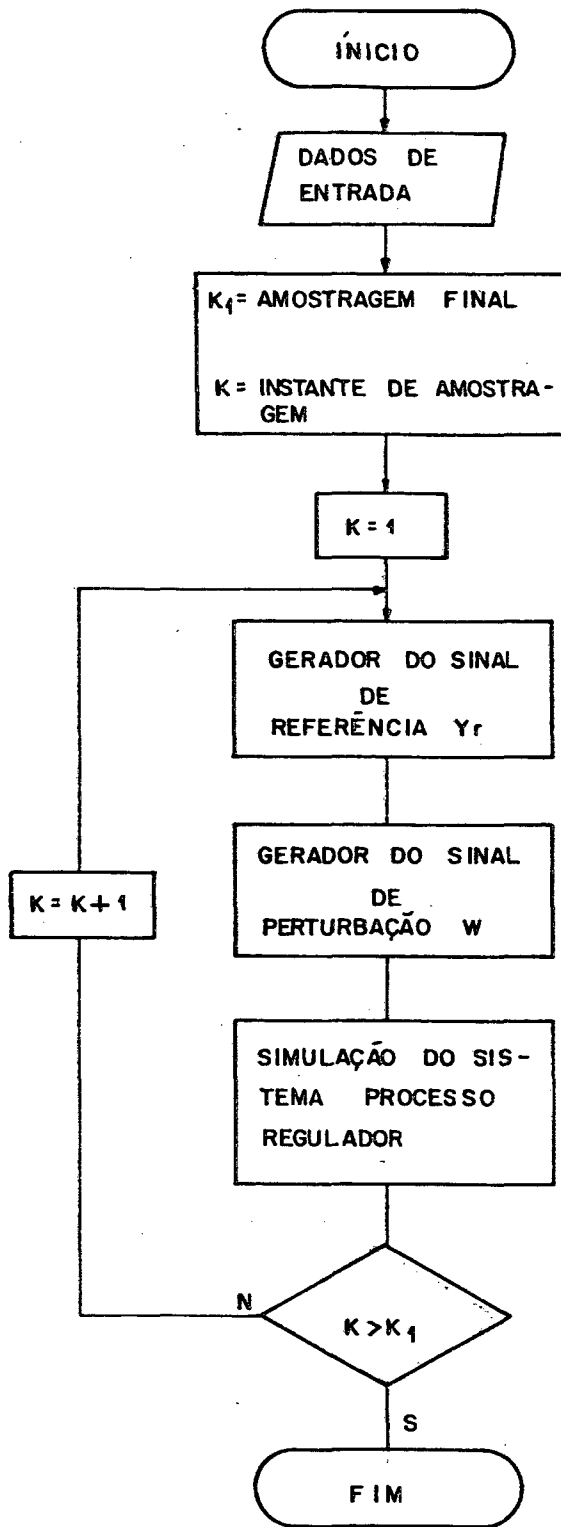


Figura 3.1.

3.3.2. EXEMPLO

O processo é considerado ter a seguinte relação entrada-saída-perturbação.

$$Y(k) = \frac{0,1q^{-1} + 0,05q^{-2}}{1-1,2q^{-1}+0,35q^{-2}} U(k) + \frac{0,2 + 0,1q^{-1}+0,2q^{-2}}{1-1,2q^{-1} + 0,35q^{-2}} W(k) \quad (3.3.1)$$

Como o sinal a ser rastreado Y_r e a perturbação W aplicada ao processo é do tipo constante o polinômio $D(q^{-1})$ é do tipo

$$D(q^{-1}) = 1 - q^{-1} \quad (3.3.2)$$

O operador polinomial $Q(q^{-1})$ é suposto ser de segunda ordem, escolhido de tal maneira que suas raízes sejam extrinsecamente externas ao círculo unitário, é do tipo

$$Q(q^{-1}) = 1 - q^{-1} + 0,25q^{-1} \quad (3.3.3)$$

O esquema de controle é apresentado na Figura 3.2. Para a determinação do regulador foi usada a solução apresentada no sub-item 2.3.3, equação (2.3.28). Na equação (2.3.28) os coeficientes α_i e β_j deverão ser convenientemente calculados a fim de encontrarmos os parâmetros do regulador para a estrutura básica de controle (Figura 2.4). Através de [7,10] é mostrado que este problema pode ser resolvido através de solução algébrica de um sistema de equações lineares resultante de um processo de substituições sucessivas da equação (2.3.21) definindo os coeficientes α_i e β_j , quais sejam

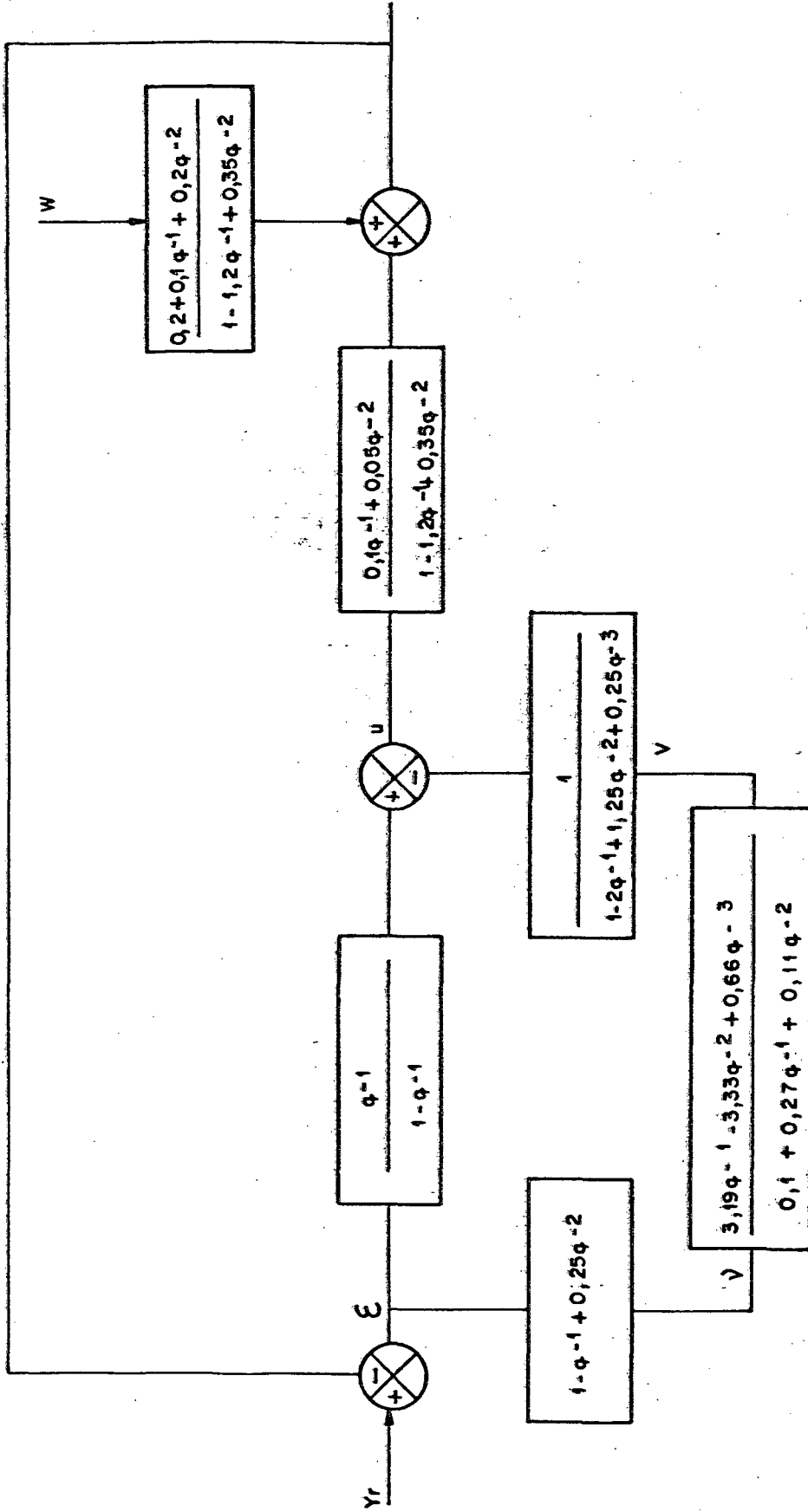


Figura 3.2. Servocontrolador robusto para o processo de segunda ordem

$$\alpha_1 \triangleq (a_1 - 1)^2 - (a_2 - a_1 + b_0) \quad (3.3.4)$$

$$\alpha_2 \triangleq (a_1 - 1) (a_2 - a_1 + b_1 - a_2) - (b_1 - a_2) \quad (3.3.5)$$

$$\alpha_3 \triangleq (a_1 - 1) (b_1 - a_2) \quad (3.3.6)$$

e

$$\beta_0 \triangleq b_0 \quad (3.3.7)$$

$$\beta_1 \triangleq [b_1 - b_0 (a_1 - 1)] \quad (3.3.8)$$

$$\beta_2 \triangleq -b_1 (a_1 - 1) \quad (3.3.9)$$

onde a_1 , a_2 , b_0 e b_1 são os parâmetros do processo.

Considerando os parâmetros arbitrados no exemplo, obtém-se:

$$P^T = [3,19; -3,33; 0,66; 0,1; 0,27; 0,11] \quad (3.3.10)$$

e

$$\Psi^T(k) = [v(k-1); v(k-2); v(k-3); v(k); v(k-1); v(k-2)] \quad (3.3.11)$$

onde pela equação (2.3.20)

$$v(k) = E(k) - E(k-1) + 0,25 E(k-2) \quad (3.3.12)$$

e a dinâmica do erro de rastreamento dada pela equação (2.3.38), é do tipo

$$E(k+1) = E(k) - 0,25E(k-1) \quad (3.3.13)$$

O vetor P^T juntamente com o vetor que contém os sinais de entrada e saída de regulador $\Psi(k)$ explicitam o sinal de entrada $V(k)$ do filtro dado pela equação (2.3.32).

3.3.3. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SEM O EFEITO DE PERTURBAÇÕES

Neste sub-item é analisado o comportamento dinâmico do servocontrolador robusto não adaptativo projetado para rastrear um sinal em degrau sem a presença de perturbações externas incidentes sobre o processo a ser controlado. Tem a finalidade de mostrar a capacidade de rastreamento da estrutura de controle.

Para a determinação do regulador foi usada a solução mostrada no sub-item anterior.

A Figura 3.3 mostra a saída do processo. Nota-se no desempenho da estrutura a presença de sobresinais elevados nas primeiras iterações durante o processo de rastreamento do sinal.

Estes transitórios são conseqüentes do tipo de critério temporal adotado no projeto de controle da estrutura básica. No critério temporal de tempo finito é garantido que o erro de rastreamento convergirá à zero em um número finito de amostragens, caracterizado por uma função de transferência global que apresenta todos os pólos de malha fechada na origem. Disso, resulta sobresinais elevados como conseqüência do tipo de sinal escolhido para ser rastreado.

Apesar destes transitórios é garantida a convergência global da resposta ao sinal de referência.

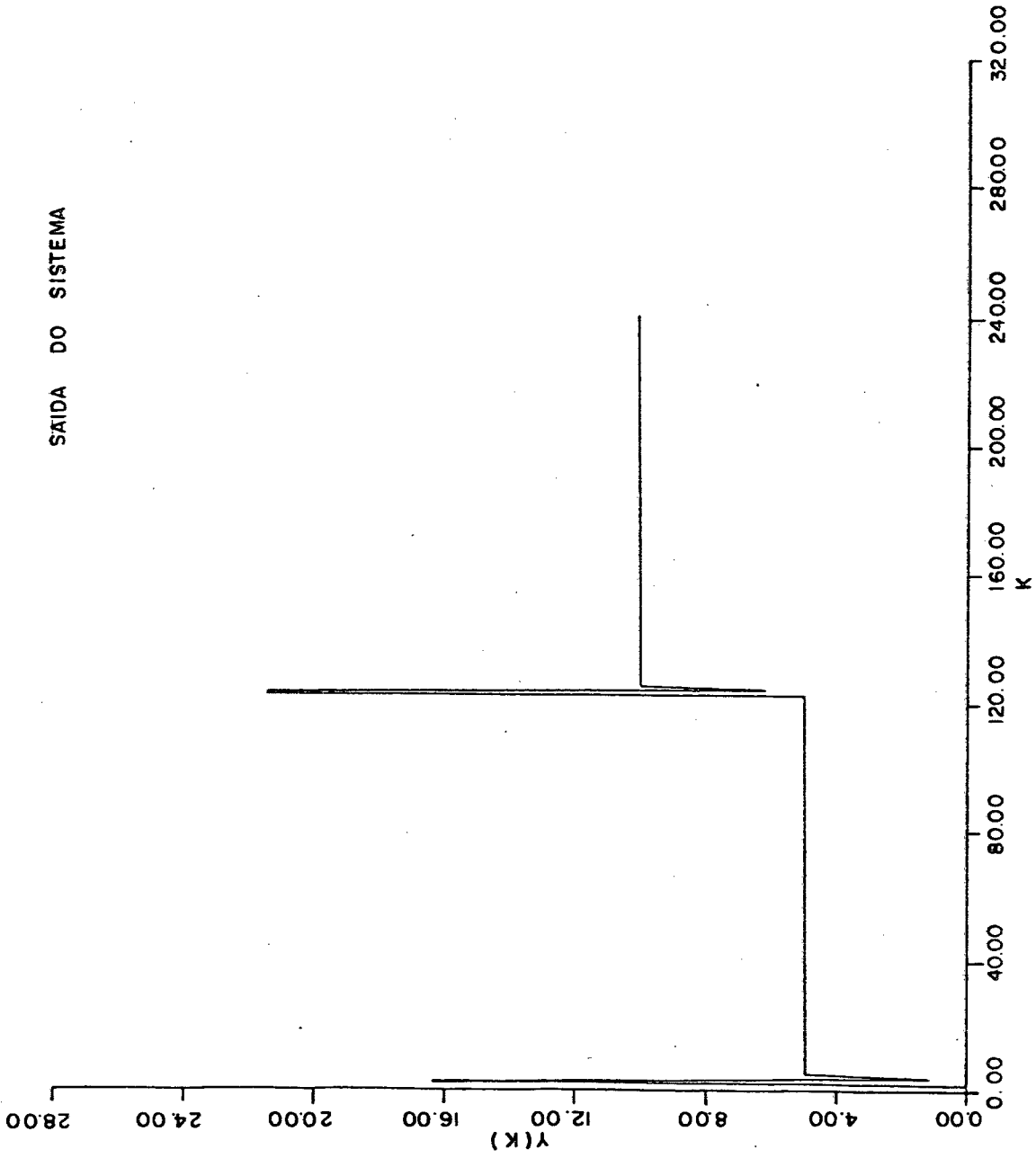


Figura 3.3. Saída do processo sem perturbação

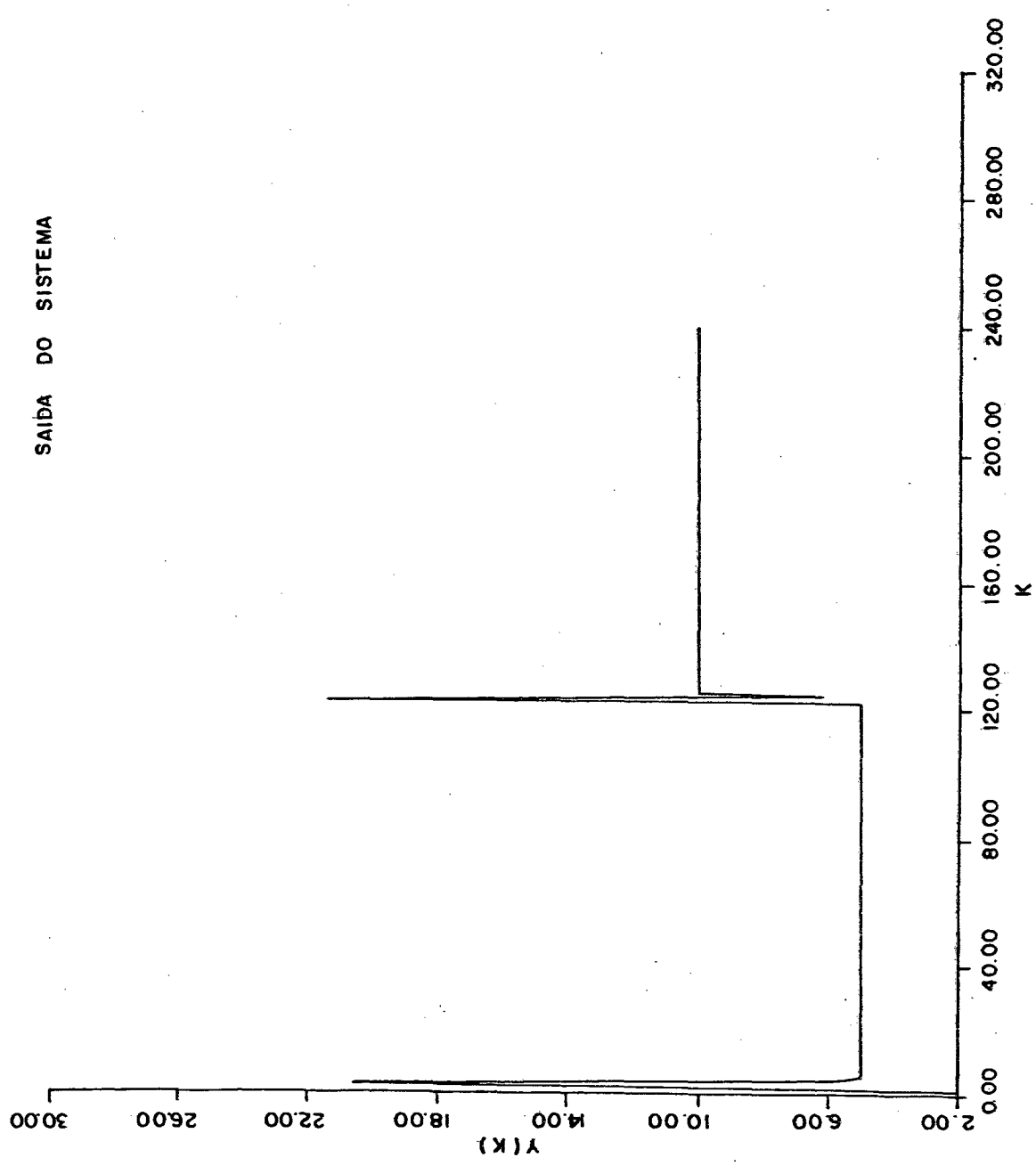
3.3.4. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SOB O EFEITO DE PERTURBAÇÕES EXTERNAS

Neste item é analisado o comportamento dinâmico do servocontrolador robusto não adaptativo quando há incidência de perturbação externa persistente sobre o processo a ser controlado. Objetivando testar a capacidade de rejeição da perturbação incidu-se sobre o processo uma perturbação de amplitude $w = 10$, com a finalidade de mostrar a capacidade de rastreamento da estrutura de controle.

A Figura 3.4 mostra a saída do processo $Y(k)$ para este tipo de solicitação. Observa-se pela característica da resposta que o tipo de controle abordado no projeto acarreta como no caso anterior sobresinais igualmente elevados, proporcionais a amplitude da perturbação escolhida.

A perturbação, como observa-se em comparação ao caso anterior é sentida no primeiro transitório o qual aumenta de amplitude. Observa-se que em poucos períodos de amostragem a robustez do controle é atingida com rejeição de perturbação e um perfeito seguimento do sinal de referência. Confirma-se ainda este fato observando-se o transitório característico ao segundo degrau de referência onde não se percebe mais a influência da perturbação externa incidente pois, o transitório apresenta-se idêntico ao transitório da característica da resposta sem perturbação externa.

Apesar desses transitórios, a estrutura apresenta um rápido tempo de resposta ao degrau garantindo o rastreamento do sinal de referência na presença de perturbação determinística persistente.



SAIDA DO SISTEMA

Figura 3.4. Saída do processo sujeito a perturbação

3.3.5. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SOB O EFEITO DE VARIACÕES PARAMÉTRICAS

Neste item é analisado o comportamento dinâmico do ser vocontrolador robusto não adaptativo quando sobre o processo con sidera-se o efeito de perturbações paramétricas persistentes. A estrutura de controle do sistema regulador permanece com os parâ metros fixos determinados no sub-item 2.3.2.

Objetivando testar a capacidade do rastreamento do si nal de referência pela saída do sistema, perturbou-se os parâme tros do processo descrito em (3.3.1)

O processo de segunda ordem é

$$Y(k) = \frac{0,1q^{-1} + 0,05q^{-2}}{1 - 1,44q^{-1} + 0,42q^{-2}} u(k)$$

e o esquema de controle é apresentado na Figura 3.5.

A Figura 3.5 mostra a saída de processo $Y(k)$ para a perturbação paramétrica no processo. Observa-se que as variações paramétricas a que submeteu-se o processo caracterizam uma res posta não mais em tempo finito mas oscilatória pouco amortecida com tempo de resposta maior que os casos anteriormente analisa dos.

Apesar dos sobresinais e do tempo de resposta, a esta bilidade assintótica é garantida com anulação do erro de rastrea mento. Pode-se então afirmar que a estrutura é robusta para este grau de variação. Deve-se no entanto ressaltar que esta caracte rística de desempenho pode não ser desejável.

Outros resultados de simulação não apresentados aqui, mostram que para uma grande variação paramétrica, o processo

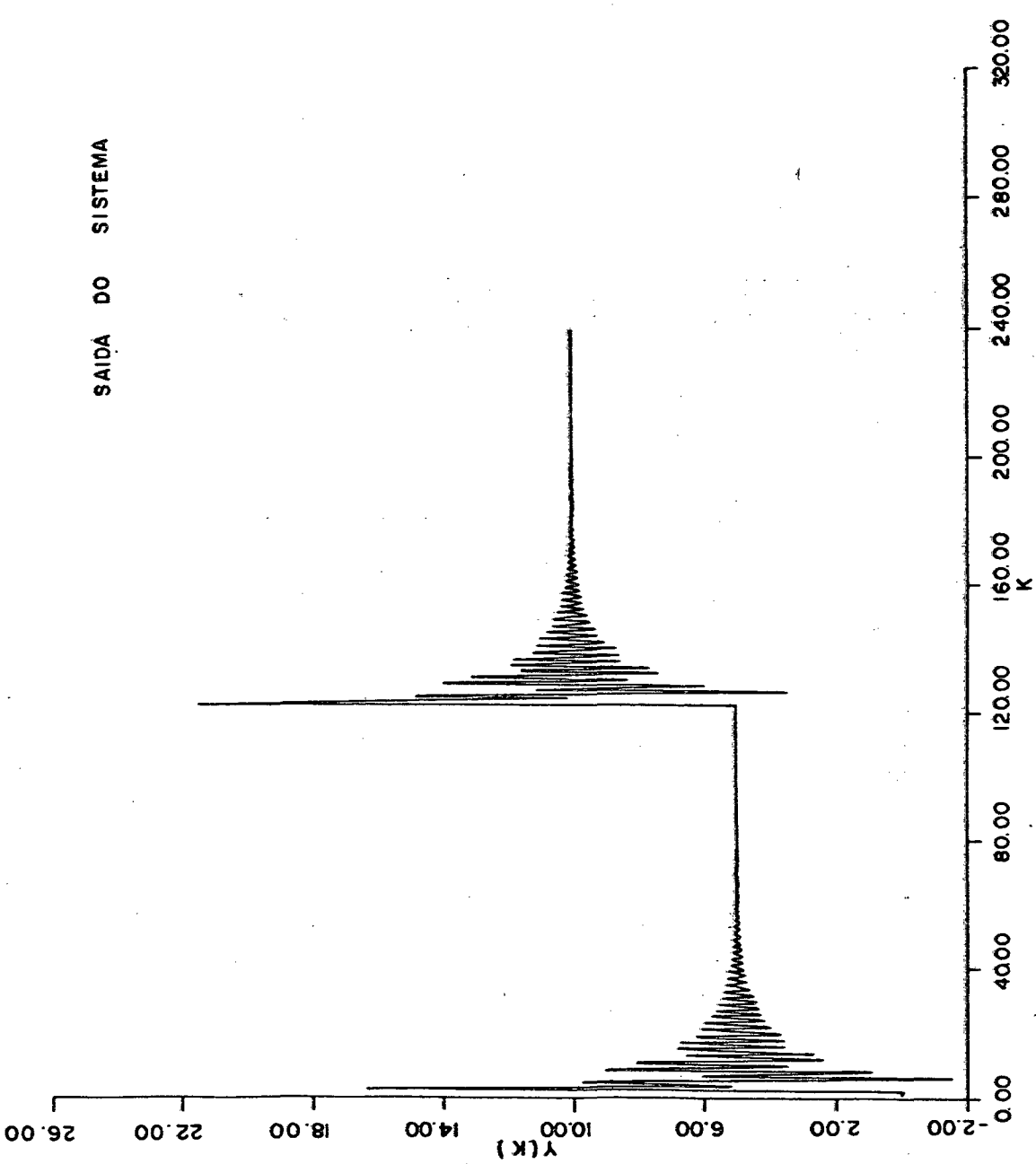


Figura 3.5. Servocontrolador Robusto sujeito a variações paramétricas

de convergência não é atingido levando o sistema a instabilidade.

3.3.6. ELIMINAÇÃO DE SOBRESINAIS

Para os três casos simulados observou-se a presença de sobressinais elevados.

Objetivando solucionar este problema, a redução dos sobressinais se efetivou considerando-se o sinal de referência a ser rastreado do tipo rampa-constante, passando a ser adotado este sinal para a observação do comportamento dinâmico do sistema.

A Figura 3.7 mostra a saída do processo $Y(k)$ para a nova referência. Nota-se a redução dos sobressinais no processo de rastreamento do sinal rampa prevalecendo um pequeno sobressinal na passagem rampa-constante.

3.4. CONCLUSÃO

Através da estrutura proposta em [10] procurou-se analisar o desempenho de controle pelo uso da técnica do rastreamento robusto.

Observou-se durante o processo de simulação que a estrutura do servocontrolador robusto não adaptativo apresentava o desempenho com aparecimento de sobressinais nos casos simulados. No caso de variações paramétricas no processo observou-se um maior tempo de resposta ao sinal de referência mas com garantia de convergência assintótica do sinal de erro para zero.

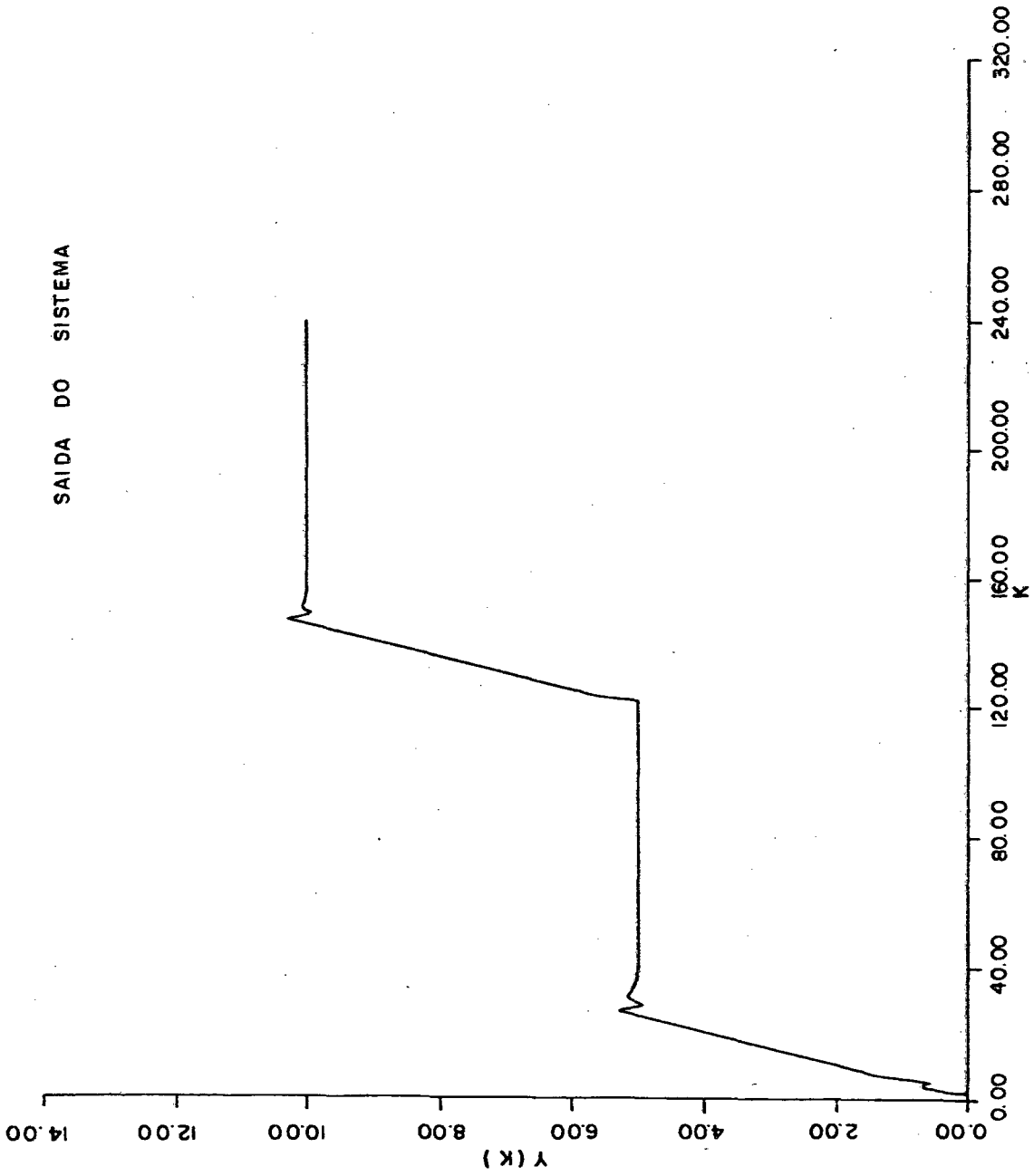


Figura 3.7.

Afim de eliminar os sobresinais, considerou-se o sinal de referência a ser rastreado do tipo rampa-constante objetivando eliminar este problema.

A estrutura robusta, caracterizada pelo erro do servocompensador, se mostrou imune a perturbações determinísticas persistentes além de apresentar-se igualmente imune a variações paramétricas no processo a ser controlado mostrando assim que pode ser usada em problemas que não envolvam adaptação desde que estas variações não levem a instabilidade o sistema a malha fechada formada pelo processo e o servocompensador.

C A P Í T U L O 4

CONTROLADOR ROBUSTO ADAPTATIVO

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é estudada a estrutura de controle mostrada na Figura 2.5 olhando sob ponto de vista de adaptação dos parâmetros do regulador.

Para o processo descrito no sub-item 2.3.1, no capítulo dois, definiu-se uma lei de controle robusta através da qual garantia-se que o erro de rastreamento do sistema a malha fechada convergia para zero apesar das perturbações aditivas (de classes conhecidas) e de estrutura (suficientemente pequenas). Verificou-se por simulação que a estrutura proposta quando sujeita a variações paramétricas apresenta um desempenho deteriorado, função da magnitude das variações. Neste caso torna-se necessário uma adaptação do regulador para controlar devidamente o sistema sob novas condições.

Na proposta do servocontrolador adaptativo visa-se dotar a estrutura de um mecanismo de adaptação capaz de resolver o problema das variações paramétricas.

O mecanismo de adaptação sintetiza a entrada de controle usando um algoritmo de posicionamento de pólos pelo processo de estimação das raízes da equação característica do sistema formado pelo processo e o servocompensador. O método usado foi desenvolvido por Doraiswami e Silveira em [10] baseados nos trabalhos de Goodwin e Ramadge [7], através de um algoritmo de adaptação a ganho decrescente sumarizado neste capítulo.

Primeiramente é apresentada a estrutura do servocontrolador robusto usando um mecanismo de adaptação a ganho decrescente no processo de estimação dos parâmetros do regulador. Após, é apresentada a estrutura usando um mecanismo de adaptação a ganho constante.

4.2. A LEI DE CONTROLE

Considerando o processo e os objetivos de controle definidos no capítulo dois rerepresentamos aqui, para comodidade do leitor, as principais relações obtidas para o servocontrolador robusto. Estas relações servirão de base para o desenvolvimento da estratégia de controle adaptativa.

Processo:

$$Y(k) = \frac{q^{-d} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} U(k) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} W(k) \quad (4.2.1)$$

Sinal de controle:

$$U(k) = \frac{q^{-1}}{D(q^{-1})} E(k) - \frac{1}{D(q^{-1})Q(q^{-1})} V(k) \quad (4.2.2)$$

Sinal intermediário:

$$v(k) = Q(q^{-1}) E(k) \quad (4.2.3)$$

As relações $V(k) - v(k)$

$$[D(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d-1} B(q^{-1})] v(k) = q^{-d} B(q^{-1}) v(k) \quad (4.2.4)$$

$$v(k+d) = \alpha(q^{-1}) v(k) + \beta(q^{-1}) v(k) \quad (4.2.5)$$

$$v(k+d) = \Psi^T(k) P \quad (4.2.6)$$

de onde fazendo $v(k+d) = 0$, obteve-se:

$$\Psi^T P = 0 \quad (4.2.7)$$

com

$$\Psi^T(k) \triangleq [v(k-1), v(k-2), \dots, v(k-n-1), V(k), V(k-1), \dots, V(k-n)] \quad (4.2.8)$$

$$P^T \triangleq [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n] \quad (4.2.9)$$

O vetor $\Psi(k)$ pode ser gerado na ausência do conhecimento do vetor P . Isto, nos sugere a análise da estrutura em termos de controle adaptativo pois pode ser usado um mecanismo de adaptação para estimar o vetor P e assim estimar igualmente o vetor $\Psi(k)$, afim de encontrar uma entrada de controle $U(k)$ tal que supere condições de perturbação mais acentuada imposta ao sistema. Com isto pela equação (4.2.6), permite-se escolher $V(k)$ tal que

$$\Psi^T(k) \hat{P}(k) = 0 \quad (4.2.10)$$

onde o vetor estimado de P , nomeado $\hat{P}(k)$, de parâmetros variantes no tempo é definido por

$$\hat{P}(k) = [\hat{\alpha}_1(k), \hat{\alpha}_2(k), \dots, \hat{\beta}_0(k), \hat{\beta}_1(k), \hat{\beta}_2(k), \dots, \hat{\beta}_n(k)] \quad (4.2.11)$$

e

$$\Psi^T(k) \hat{=} [v(k-1), v(k-2), \dots, v(k-n-1), v(k), v(k-1), \dots, v(k-n)] \quad (4.2.12)$$

A estimação do vetor $\hat{P}(k)$ permite assim explicitar a entrada de controle $U(k)$ do processo. Tal lei é definida por

$$U(k) = \frac{q^{-1}}{D(q^{-1})} E(k) - \frac{1}{D(q^{-1}) Q(q^{-1})} V(k) \quad (4.2.13)$$

onde $V(k)$ é o sinal do filtro estabilizante obtido pelo processo de estimação dos parâmetros P do regulador através de um mecanismo de adaptação conveniente.

4.3. ADAPTAÇÃO DOS PARÂMETROS

4.3.1. INTRODUÇÃO

O vetor de estimação $\hat{P}(k)$ dos parâmetros do sistema é utilizado pelo regulador na definição do sinal de entrada $v(k)$ do filtro estabilizante. Este vetor será atualizado mediante um algoritmo de adaptação a ganho decrescente e posteriormente mediante um algoritmo de adaptação a ganho constante.

Neste item são descritos os mecanismos de adaptação. Trata-se de algoritmos que sintetizam a entrada de controle do processo usando a técnica do posicionamento de pólos pelo processo de estimação das raízes da equação característica do sistema formado pelo processo e o servocompensador.

4.3.2. O ALGORITMO DE ADAPTAÇÃO A GANHO DECRESCENTE

O problema de estimação diz respeito à procura de uma lei para a adaptação dos parâmetros do regulador P tal que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E(k) = 0$$

A solução para o problema de estimação proposto em [10] é dada por

$$\hat{P}(k+1) = \hat{P}(k-d) + \eta(k-d) F(k-d) \Psi(k-d) v(k) \quad (4.3.2)$$

onde

$$\eta(k-d) = \frac{1}{1 + \Psi^T(k) F(k) \Psi(k)} \quad (4.3.3)$$

A equação (4.3.2) mostra como o vetor estimado no instante $k+1$ é dado pela estimação no instante $k-d$ corrigida por um vetor proporcional $\eta(k-d) F(k-d) \Psi(k-d) v(k)$. Nota-se ainda que para encontrar $P(k)$ é necessário o conhecimento de v no instante anterior k , encontrado pela equação (4.2.3) que por sua vez é função de E no instante k .

A dinâmica da seqüência de matrizes $F(k)$ é dada por

$$F(k+d+1) = \frac{1}{\lambda_1(k)} \left[F(k) + \frac{\lambda_2(k) F(k) \Psi(k) \Psi^T(k) F(k)}{\lambda_1(k) + \lambda_2(k) \Psi^T(k) F(k) \Psi(k)} \right] \quad (4.3.4)$$

onde $F(0), F(1), \dots, F(d)$ são matrizes definidas positivas com autovalores finitos.

As seqüências escalares $\lambda_1(k)$ e $\lambda_2(k)$ satisfazem as desigualdades

$$\emptyset \leq \lambda_m \leq \lambda_2(k) \leq \lambda_1(k) \leq 1 \quad (4.3.5)$$

onde λ_m é um escalar positivo. Tais seqüências podem eventualmente serem modificadas com a evolução do processo de adaptação, com informação a respeito da magnitude das variáveis do vetor $\Psi^T(k)$ ou com a dinâmica de variação dos parâmetros desconhecidos do processo [12].

As equações (4.3.2 a 4.3.5), contém o algoritmo com ganho de estimação decrescente.

A prova do algoritmo, apresentada em [10], parte-se de uma função de Liapunov afim de determinar-se a estabilidade global do sistema.

4.3.3. O ALGORITMO DE ADAPTAÇÃO A GANHO CONSTANTE

No ítem anterior a equação (4.3.4) define a dinâmica da matriz de ganho do mecanismo de adaptação utilizando um algoritmo de adaptação a ganho decrescente. Segundo Landau [12] dependendo da escolha de $\lambda_1(k)$ e $\lambda_2(k)$ diferentes tipos de algoritmos de adaptação podem ser obtidos.

É de interesse abordar o problema da adaptação de parâmetros considerando um algoritmo de adaptação a ganho constante na estimação do vetor $\hat{P}(k)$ de parâmetros do regulador. Para isso os valores de $\lambda_1(k)$ e $\lambda_2(k)$ são tais que

$$\lambda_1(k) = 1, \quad \lambda_2(k) = \emptyset \quad \forall k \quad (4.3.6)$$

tem-se então, $F(k+d+1) = F(k)$, ou seja

$$F(k) = F_0 > \emptyset \quad \forall k \quad (4.3.7)$$

Com as condições estabelecidas, o próprio algoritmo de adaptação a ganho decrescente, descrito no item anterior, possui características de um algoritmo de adaptação a ganho constante para o qual

$$\hat{P}(k+1) = \hat{P}(k-d) + \eta(k-d) F_0 \Psi(k-d) v(k) \quad (4.3.8)$$

onde

$$\eta(k-d) = \frac{1}{1 + \Psi^T(k) F_0 \Psi(k)} \quad (4.3.9)$$

As equações (4.3.7 a 4.3.9), contém o algoritmo de adaptação a ganho constante.

4.3.4. EXPLICITAÇÃO DA ENTRADA DE CONTROLE V(K)

Nota-se de (4.2.2) que para explicitar a entrada de controle $U(k)$ do processo é necessário o conhecimento de $v(k)$ que por sua vez depende da estimação do vetor $\hat{P}(k)$ dos parâmetros do sistema regulador como mostra (4.2.10).

A equação (4.2.10) pode ser reescrita tendo em vista as definições (4.2.11) e (4.2.12) qual seja

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_1(k) v(k-1) + \hat{\alpha}_2(k) v(k-2) + \dots + \hat{\alpha}_{n+l}(k) v(k-n-l) + \hat{\beta}_0(k) v(k) + \\ + \hat{\beta}_1(k) v(k-1) + \dots + \hat{\beta}_n(k) v(k-n) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\hat{\alpha}_1(k) q^{-1} + \hat{\alpha}_2(k) q^{-2} + \dots + \hat{\alpha}_{n+l}(k) q^{-n-l}) v(k) = -(\hat{\beta}_0(k) + \hat{\beta}_1(k) q^{-1} + \\ + \dots + \hat{\beta}_n(k) q^{-n}) v(k) \quad (4.3.10) \end{aligned}$$

Definindo

$$\bar{A}(q^{-1}) = \frac{1}{\hat{\beta}_0(k)} (\hat{\alpha}_1(k)q^{-1} + \hat{\alpha}_2(k)q^{-2} + \dots + \hat{\alpha}_{n+1}(k)q^{-n-1}) \quad (4.3.11)$$

$$\bar{B}(q^{-1}) = 1 + \frac{1}{\hat{\beta}_0(k)} (\hat{\beta}_1(k)q^{-1} + \hat{\beta}_2(k)q^{-2} + \dots + \hat{\beta}_n(k)q^{-n}) \quad (4.3.12)$$

a equação (4.3.10) resulta em

$$v(k) = - \frac{\bar{A}(q^{-1})}{\bar{B}(q^{-1})} v(k) \quad (4.3.13)$$

A equação (4.3.10) pode ser reescrita como

$$v(k) = - \frac{1}{\hat{\beta}_0(k)} \tilde{\psi}^T(k) \hat{p}(k) \quad (4.3.14)$$

com $\hat{\beta}_0(k) = \emptyset$, onde

$$\tilde{\psi}^T(k) \triangleq [v(k-1), \dots, v(k-n-1), \hat{v}(k-1), \dots, \hat{v}(k-n)] \quad (4.3.15)$$

$$\hat{p}^T(k) \triangleq [\hat{\alpha}_1(k), \dots, \hat{\alpha}_{n+1}(k), \hat{\beta}_1(k), \dots, \hat{\beta}_n(k)] \quad (4.3.16)$$

A estrutura do servocontrolador robusto adaptativo a ganho decrescente e constante é mostrada na Figura 4.1 e na Figura 4.2 respectivamente.

Durante o processo de estimação pode ocorrer que para algum valor de k , $\hat{\beta}_0(k)$ seja estimado com valor nulo. Isto significa que

$$|\hat{\beta}_0(k)| < \gamma < \emptyset \quad (4.3.17)$$

Quando isso ocorrer a equação (4.3.2) de atualização de

$\hat{P}(k)$, para o algoritmo de adaptação a ganho decrescente é recalculada para

$$\lambda_2'(k-2d-2) = \lambda_2(k-2d-2) + \Delta\lambda_2 \quad (4.2.18)$$

onde $\Delta\lambda_2$ é escolhido tal que

$$|\hat{\beta}_0(k)| > \gamma$$

4.4. CONCLUSÃO

Seguindo as especificações de projeto para o controlador da estrutura abordada no capítulo dois estudou-se neste capítulo uma abordagem adaptativa para o problema do rastreamento robusto. Conceituou-se assim a estratégia de controle robusto adaptativo na qual o vetor P , que representa os parâmetros do regulador, é suposto desconhecido e estimado pelo vetor $\hat{P}(k)$ variante no tempo.

Para este fim, enunciou-se os algoritmos de adaptação a ganho decrescente e a ganho constante os quais, efetivam o processo de estimação dos parâmetros do regulador afim de determinar a entrada $U(k)$ de controle do processo.

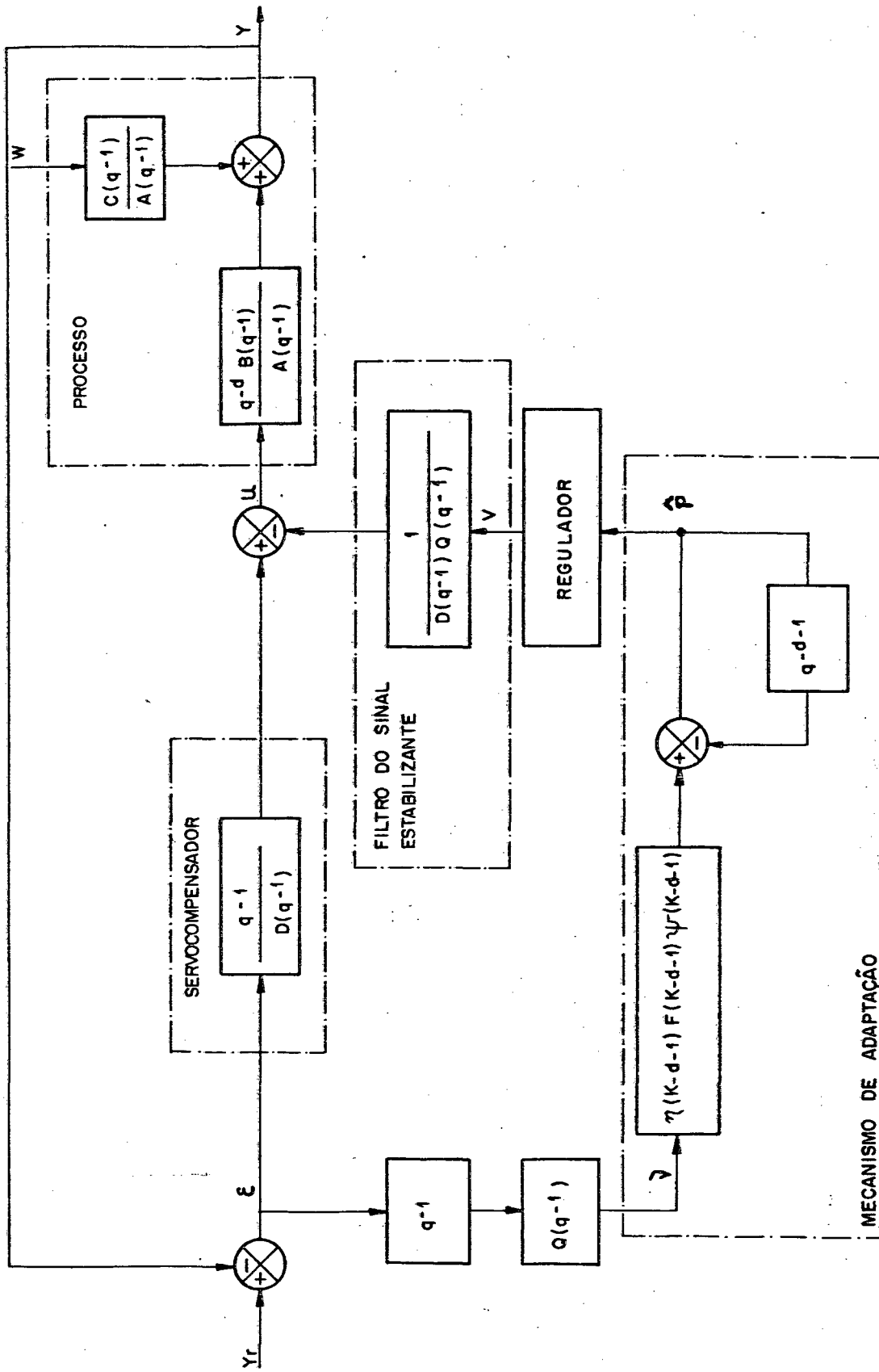


Figura 4.1. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho decrescente

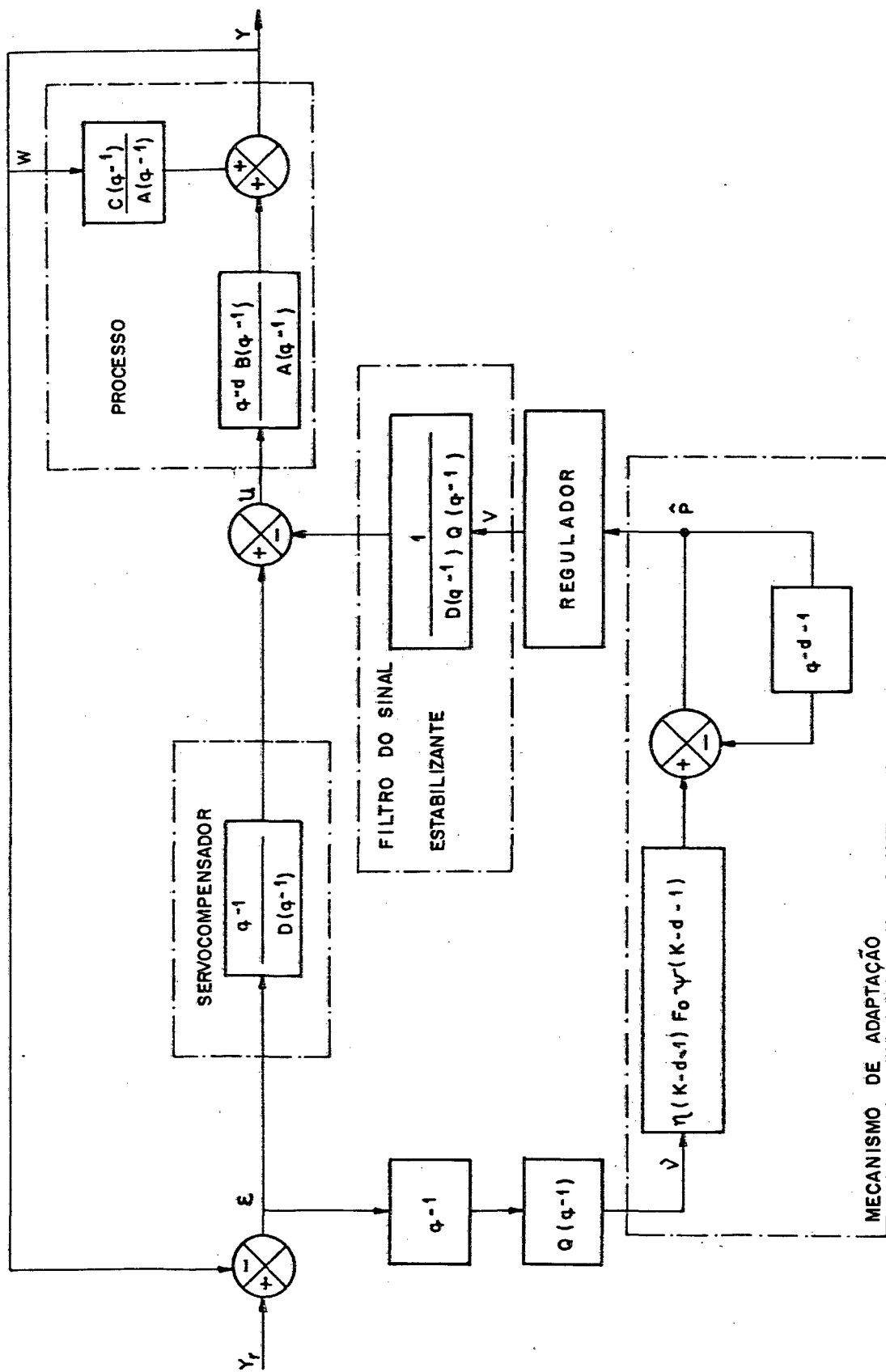


Figura 4.2. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho constante

C A P Í T U L O 5

RESULTADOS EXPERIMENTAIS DO SERVOCONTROLADOR ADAPTATIVO

5.1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar e discutir os resultados relativos à simulação digital das estratégias de controle do servocontrolador robusto adaptativo apresentadas no capítulo 4.

Na hipótese de adaptação perfeita (identificação) a estrutura do servocontrolador robusto proposta no capítulo 2 garante a estabilidade assintótica do erro de rastreamento apesar de variações de referência e/ou perturbação.

Na proposta de servocontrolador robusto adaptativo dotou-se a estrutura anterior de um mecanismo de adaptação capaz de resolver plenamente o problema das variações paramétricas. Especialmente daquelas que comprometem fortemente o desempenho do sistema de controle.

Neste contexto, estudar-se-á primordialmente neste capítulo o desempenho dos algoritmos apresentados em resposta a varia

ções paramétricas que colocariam em risco o funcionamento da estrutura não adaptativa.

Com a finalidade de ser avaliado a desempenho do servocontrolador robusto adaptativo a ganho decrescente e a ganho constante considerou-se o processo de segunda ordem do capítulo 3 com as mesmas especificações funcionais; isto é, rastreamento de referências constantes apesar da incidência no processo de perturbações aditivas constantes e paramétricas.

5.2. FLUXOGRAMA DE PROGRAMAÇÃO

Neste item é apresentado o fluxograma de programação do servocontrolador robusto adaptativo a ganho decrescente e a ganho constante (Figura 5.1).

Os dados de entrada são os parâmetros do processo Q_0 , o atraso d dado ao sistema, os parâmetros da entrada de controle do processo dados pela equação (4.2.13), os parâmetros ajustáveis iniciais do regulador \hat{P} . O atraso d determina o número de condições iniciais da matriz $F(k)$.

Após a leitura dos dados, a cada iteração o programa gera os sinais Y_r e W (se existente) calculando o vetor \hat{P} de estimação dos parâmetros do regulador segundo o tipo de algoritmo desejado, e os sinais Y , E , v , V e U , simulando o sistema. Se o número de iterações corresponde ao valor desejado o programa imprime o valor de P estimado senão, incrementa a contagem do número de iterações e realiza novamente o processo descrito acima.

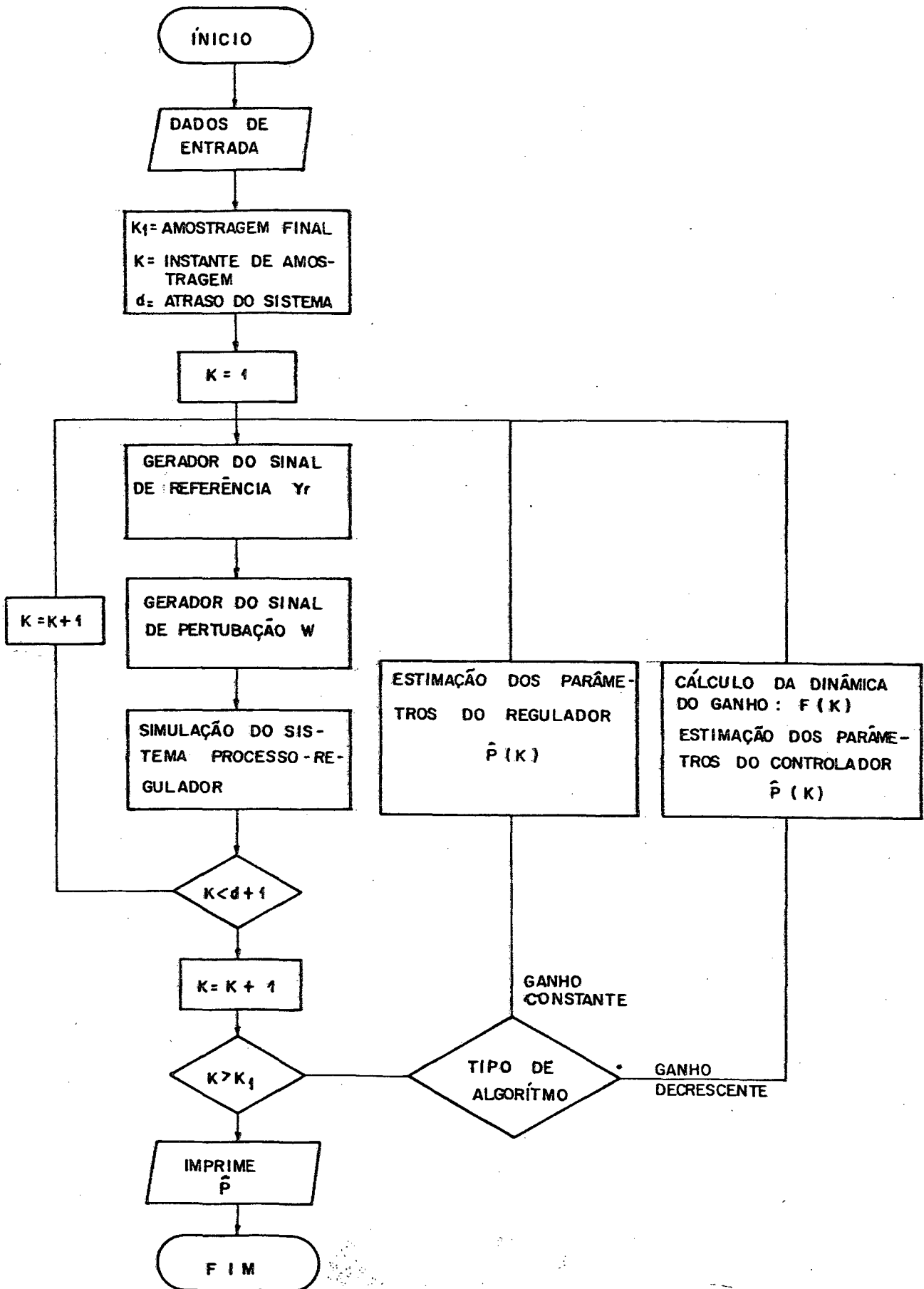


FIGURA 5.1.

5.3. SIMULAÇÃO DIGITAL

Afim de se obter resultados comparativos utilizou-se então o processo mencionado para as simulações efetuadas no caso do servocontrolador robusto não adaptativo considerando variações paramétricas no processo a ser controlado. Utilizou-se também o mesmo ganho e as mesmas condições iniciais para a simulação do servocontrolador robusto adaptativo a ganho constante bem como o mesmo número de iterações.

5.3.1. EXEMPLO

Seja o processo descrito do sub-item 3.3.2 dado por

$$Y(k) = \frac{0,1 q^{-1} + 0,05 q^{-2}}{1 - 1,2 q^{-1} + 0,35 q^{-2}} U(k) \quad (5.3.1)$$

que será submetido a uma variação paramétrica

Considerando:

1. Os polinômios $D(q^{-1})$ e $Q(q^{-1})$ definidos por

$$D(q) = 1 - q^{-1}$$

e

$$D(q) = 1 - q^{-1} + 0,25 q^{-2} \quad (5.3.3)$$

2. Os parâmetros de controle dos sinais $U(k)$ e $v(k)$ dados como especificações do projeto e definidos nas equações dinâmicas abaixo

$$U(k) = (2q^{-1} - 1,25q^{-2} + 0,25q^{-3})U(k) + (q^{-1} - q^{-2} + 0,25q^{-3})E(k) - V(k)$$

$$v(k) = (1 - q^{-1} + 0,25q^{-2}) E(k) \quad (5.3.4)$$

O atraso $d = 1$, dado em (5.3.1) impõe condições iniciais no processo de estimação do vetor $\hat{P}(k)$ dos parâmetros do regulador dado em (4.3.2) para o caso do servocontrolador robusto adaptativo a ganho decrescente e em (4.3.8) para o caso do servocontrolador robusto adaptativo a ganho constante. Considera-se em ambos os casos as mesmas condições iniciais. Impõe também condições iniciais na dinâmica da seqüência de matrizes $F(k)$ dadas em (4.3.4).

Para satisfazer a condição que a seqüência de matrizes $F(k)$ seja definida positiva escolheu-se

$$F(0) = F(1) = GI \text{ com } G \in \mathbb{R} > 0 \quad (5.3.5)$$

sendo G o valor inicial de ganho para a dinâmica da seqüência de matrizes $F(k)$ e, I a matriz identidade.

Para o servocontrolador adaptativo a ganho constante utilizou-se

$$F = G \quad (5.3.6)$$

O ganho inicial no algoritmo de adaptação a ganho decrescente escolheu-se como sendo $10^3 I$ e no algoritmo de adaptação a ganho constante escolheu-se $10^{-4} I$.

As seqüências escalares $\lambda_1(k)$ e $\lambda_2(k)$, definidas em (4.3.5) são tais que

$$\lambda_1(k) = 1$$

e

$$\lambda_2(k) = 1$$

O estado inicial do regulador é escolhido tal que

$$\hat{P}(0) = \hat{P}(1) = [3,19; -3,33; -0,66; 0,1; 0,27; 0,11] \quad (5.3.7)$$

$$\hat{P}(0) = \hat{P}(1) = [1,595; -1,665; 0,330; 0,05; 0,135; 0,055] \quad (5.3.8)$$

para o servocontrolador com ganho de adaptação constante e

$$\hat{P}(0) = \hat{P}(1) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0,05 \quad 0 \quad 0] \quad (5.3.9)$$

para o servocontrolador com ganho de adaptação decrescente.

A seguir são apresentados alguns resultados obtidos por simulação digital e analisado o comportamento dinâmico do sistema.

5.3.2. ATUAÇÃO DO MECANISMO DE ADAPTAÇÃO A GANHO DECRESCENTE

5.3.2.1. SEM O EFEITO DE PERTURBAÇÕES

Neste sub-ítem é analisado o comportamento dinâmico do servocontrolador robusto adaptativo projetado para rastrear um sinal em degrau sem a presença de perturbações externas incidentes sobre o processo a ser controlado. Tem a finalidade de mostrar a capacidade de rastreamento da estrutura de controle.

A Figura 5.2 mostra a saída do processo. Comparando com o resultado da Figura 3.3, obtida para o servocontrolador robusto não adaptativo para as mesmas condições de experimento, observa-se que a estrutura do servocontrolador robusto adaptativo possui um desempenho global semelhante ao do servocontrolador ro-

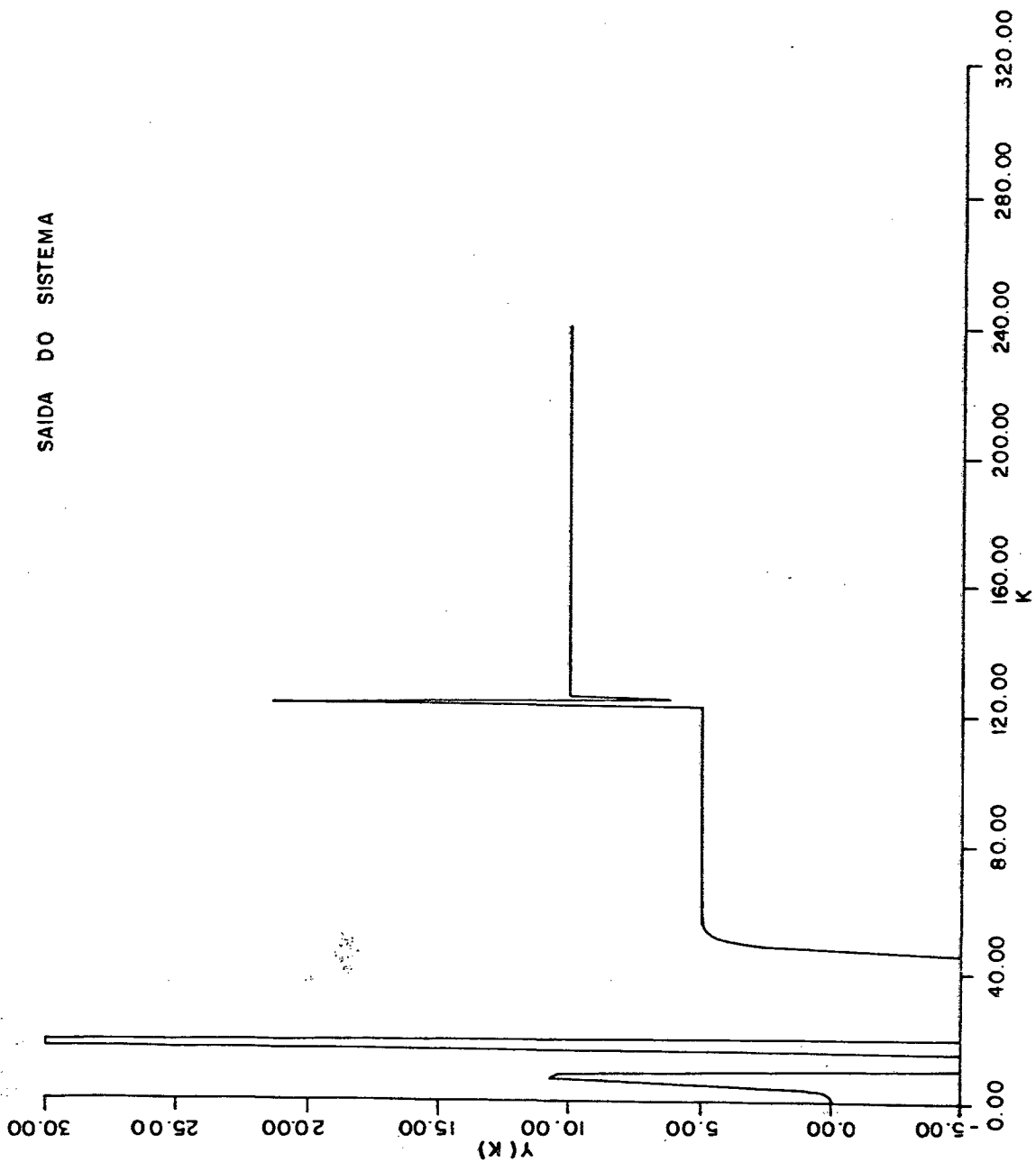


Figura 5.2. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho decrescente sem o efeito de perturbações

busto não adaptativo acompanhado de sobresinais elevados para o primeiro transitório, fato este característico dos algoritmos de adaptação a ganho decrescente devido a inicializações com ganhos elevados.

É garantida a convergência global da resposta ao sinal de referência com identificação dos parâmetros do regulador fato este, exibido pela resposta transitória ao segundo degrau que mostra-se como uma resposta em tempo finito indicando que a identificação realizada no transitório associada ao primeiro degrau foi perfeita.

5.3.2.2. COM O EFEITO DE PERTURBAÇÕES EXTERNAS

Neste sub-ítem é analisado o comportamento dinâmico do servocontrolador robusto adaptativo quando há incidência de perturbação externa persistente sobre o processo a ser controlado. Objetivando testar a capacidade de rejeição da perturbação aplicou-se ao processo uma perturbação de amplitude $W = 10$, com a finalidade de mostrar a capacidade de rastreamento da estrutura controlada.

A Figura (5.3) mostra a saída do processo $Y(k)$ para este tipo de solicitação. Comparando com o resultado da Figura 3.4, obtida para o servocontrolador robusto não adaptativo nas mesmas condições de experimento, observa-se que a estrutura do servocontrolador robusto adaptativo um comportamento semelhante ao do servocontrolador robusto não adaptativo.

Observa-se um período transitório maior acompanhado de sobresinais elevados, característico dos algoritmos de adaptação

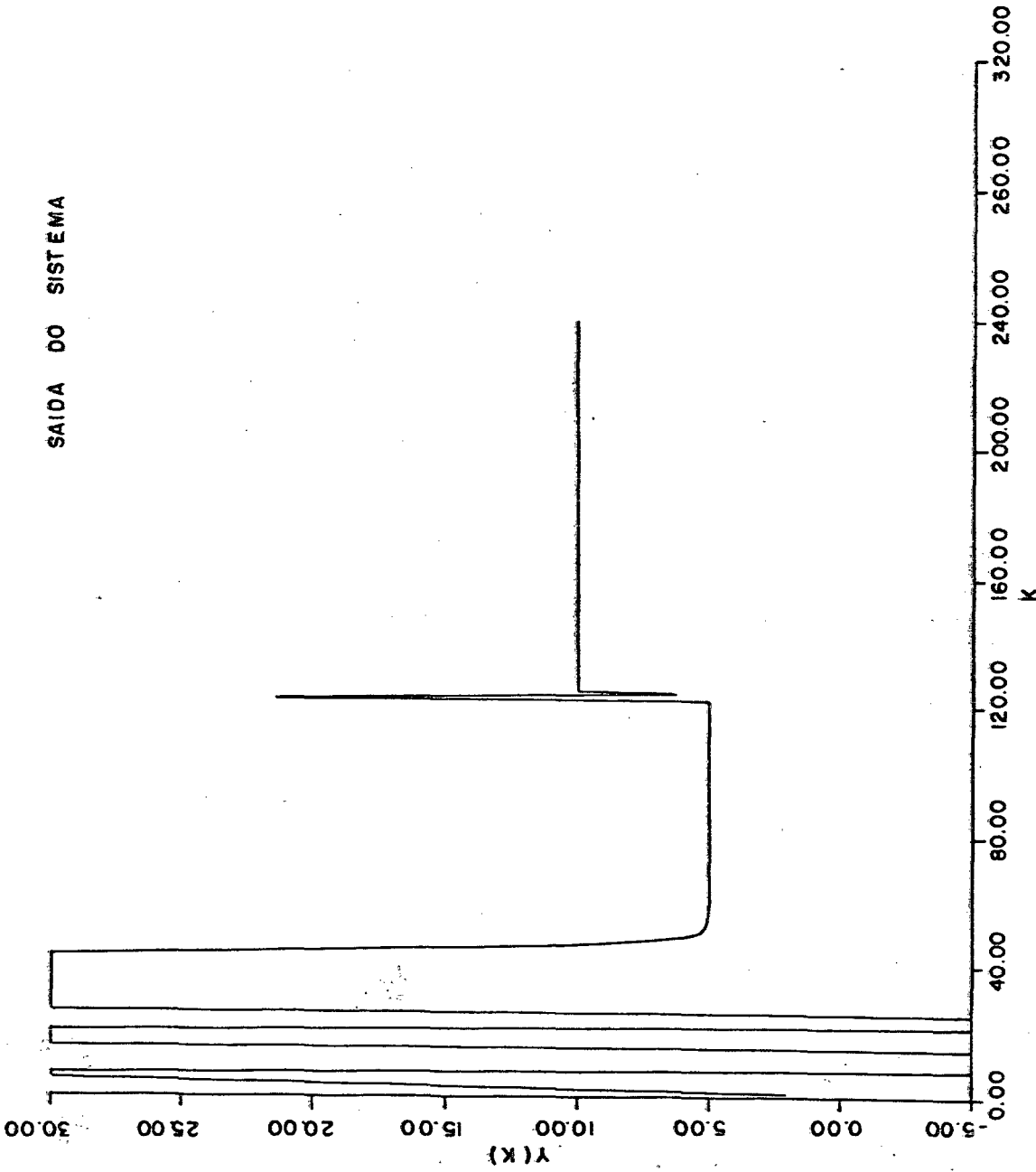


Figura 5.3. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho decrescente com o efeito de perturbações

a ganho decrescente por trabalharem com ganhos iniciais elevados com o fim de melhorarem a estimação (identificação) dos parâmetros verdadeiros do regulador.

Após este período transitório a robustez do controle é atingida com rejeição da perturbação e com perfeito seguimento do sinal de referência. Este fato pode ser visualizado observando-se o transitório característico ao segundo degrau de referência onde não percebe-se mais a influência da perturbação externa pois o transitório apresentou-se idêntico ao transitório característico da resposta para o caso sem perturbação apresentado anteriormente, apresentando-se com um tempo finito de resposta. Este fato evidencia uma perfeita identificação dos parâmetros desconhecidos do regulador realizada no primeiro transitório, apesar da presença de perturbação.

Apesar dos sobresinais a convergência da resposta é garantida no processo de rastreamento do sinal de referência, evidenciando a robustez da estrutura na presença de perturbação externa determinística persistente.

5.3.2.3. COM VARIACÃO PARAMÉTRICA

Este sub-ítem tem a finalidade de mostrar a capacidade de rastreamento da estrutura, na presença de variação paramétrica nos parâmetros do processo.

O processo é descrito pela seguinte relação entrada-saída-perturbação

$$Y(k) = \frac{0,1q^{-1} + 0,05q^{-2}}{1 - 1,4q^{-1} + 0,42q^{-2}} U(k) \quad (5.3.10)$$

Comparando o resultado da Figura 5.4 com o resultado da Figura 3.5, obtida com o servocontrolador robusto não adaptativo para as mesmas condições de experimento, observa-se uma melhoria do sistema global. Na Figura 3.5, observa-se um comportamento dinâmico oscilatório e pouco amortecido caracterizado pelo grau de variação paramétrica imposto ao processo a qual não se encontra sintonizado com os valores de projeto dos parâmetros do regulador.

Na Figura 5.4 observa-se na característica da resposta transitórios iniciais extremamente elevados, justificáveis pela mesma razão atribuída aos casos anteriores, com identificação perfeita dos parâmetros. Este fato pode ser observado quando da aplicação do segundo degrau de referência pois sua forma transitória é caracterizada por uma resposta em tempo finito, semelhante ao caso de identificação perfeita exibida pela característica de resposta do servocontrolador robusto não adaptativo sem variação paramétrica da Figura 3.3.

Na Figura 5.5, objetivando-se observar a robustez da estrutura no sentido de identificação paramétrica apresenta-se o resultado obtido para variações paramétricas de aproximadamente 50% nos parâmetros do processo. Observa-se que o sistema converge para o valor desejado sendo que para o caso não adaptativo o sistema torna-se instável para este grau de variação.

Observa-se igualmente quando da aplicação do segundo degrau de referência que o comportamento dinâmico é caracterizado por uma resposta de tempo finito evidenciando assim uma identificação perfeita dos parâmetros comparando ao caso do servocontrolador não adaptativo sem variação paramétrica da Figura 3.3.

Nas Figuras 5.6 e 5.7, objetivando-se observar o problema da identificação na presença de perturbação externa persistent-

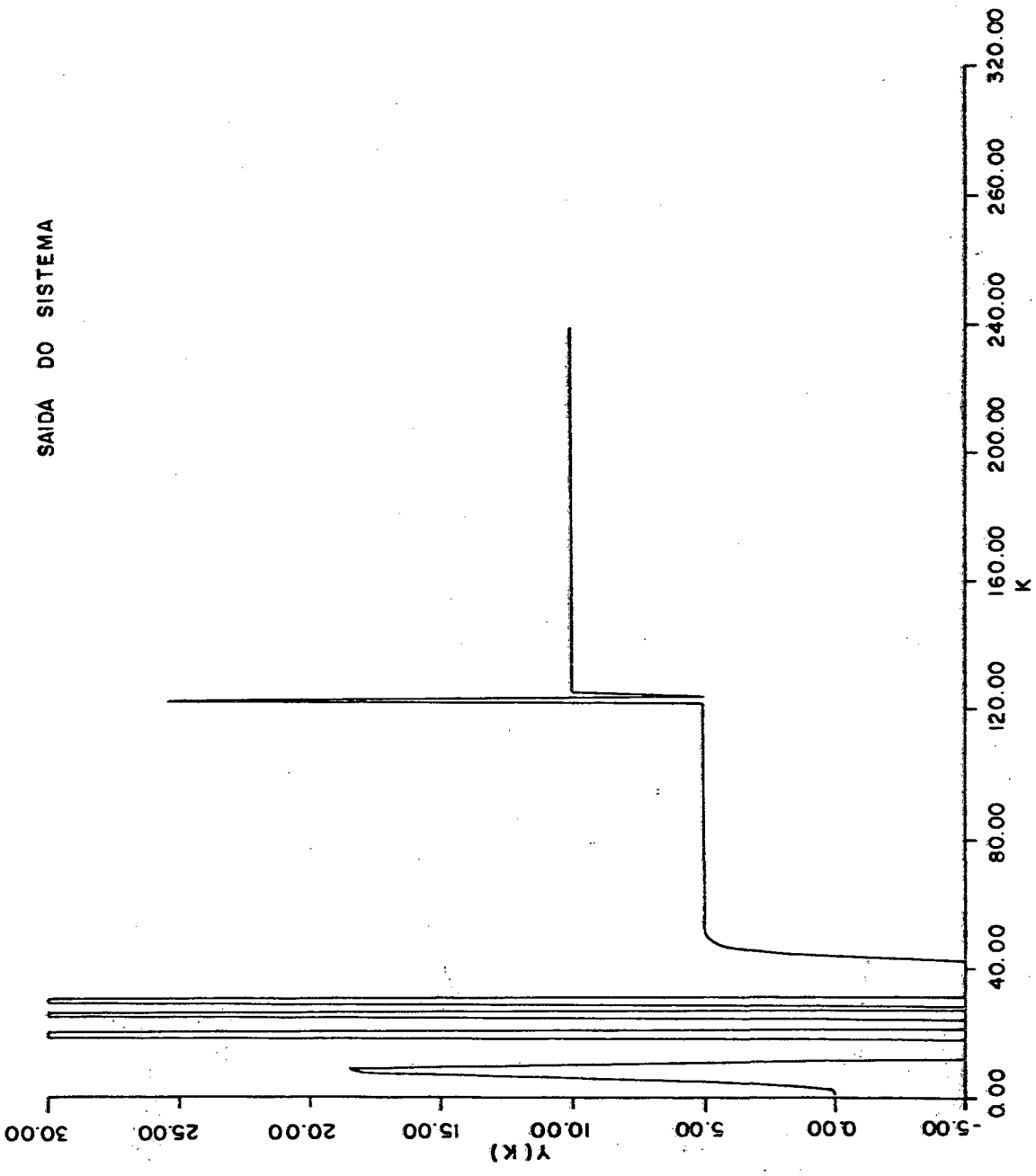


Figura 5.4. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho decrescente sujeito a variação paramétrica

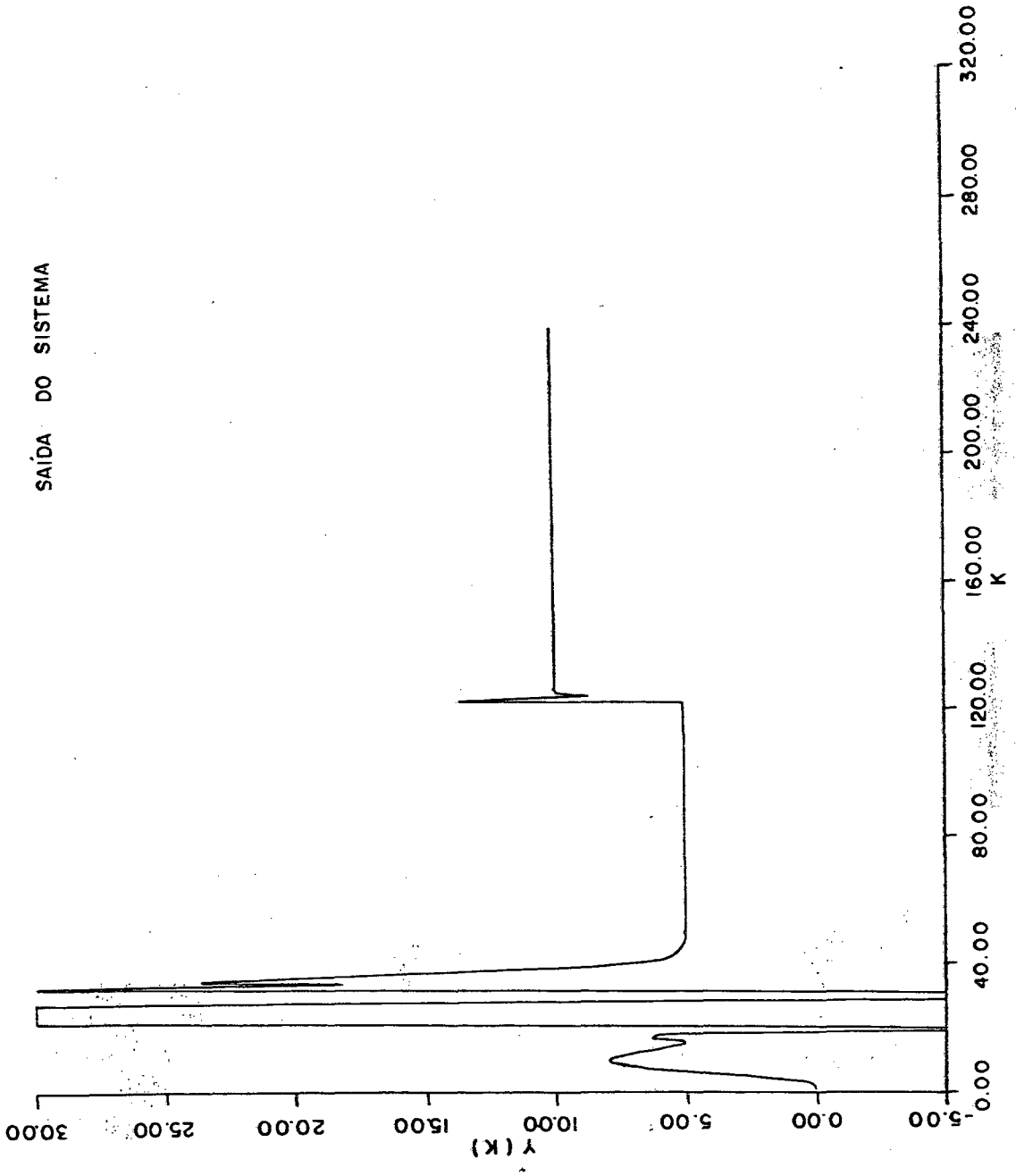


Figura 5.5. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho decrescente su jeito a variação paramétrica

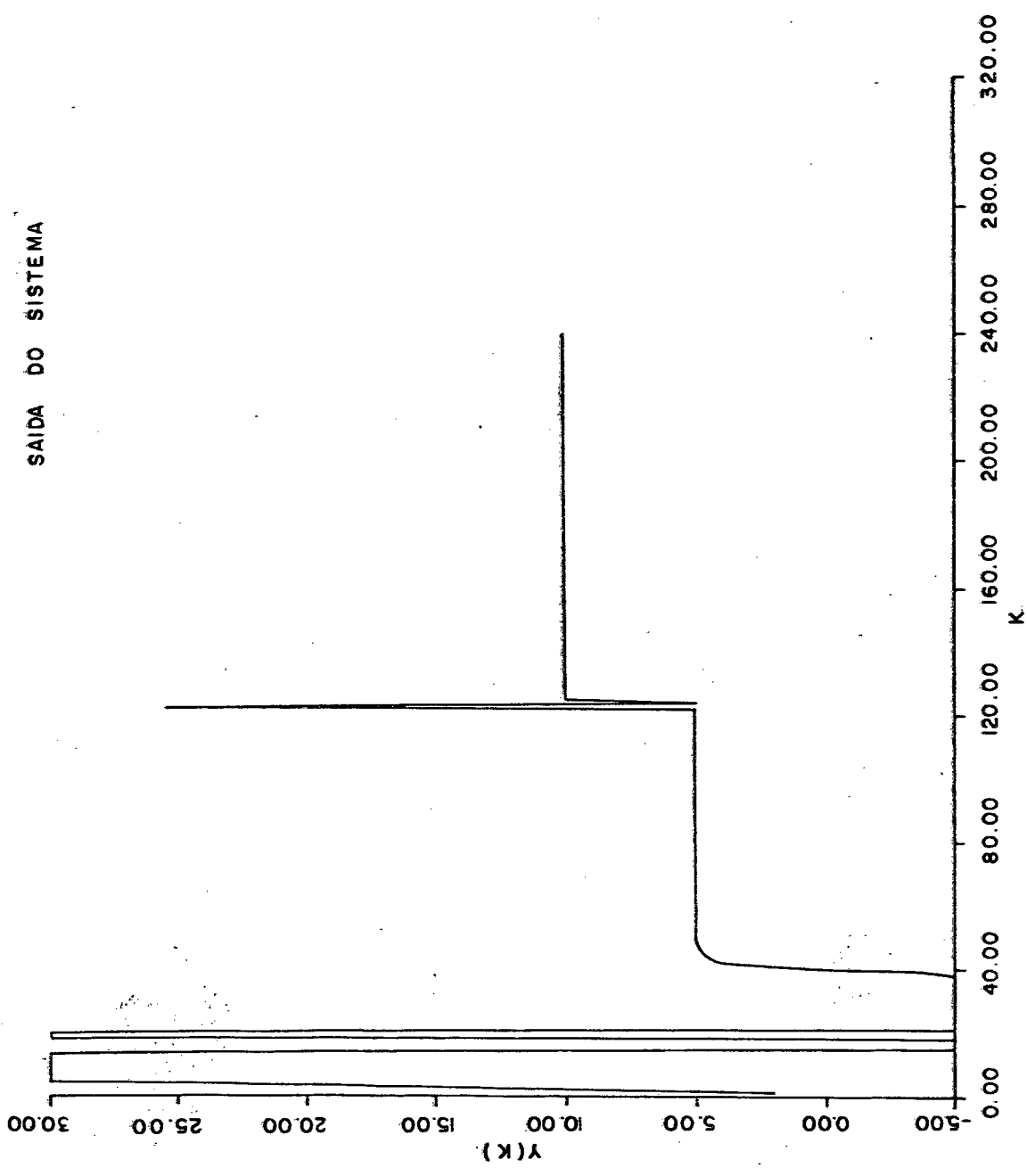


Figura 5.6. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho decrescente sujeito a variaçao paramétrica mais perturbação

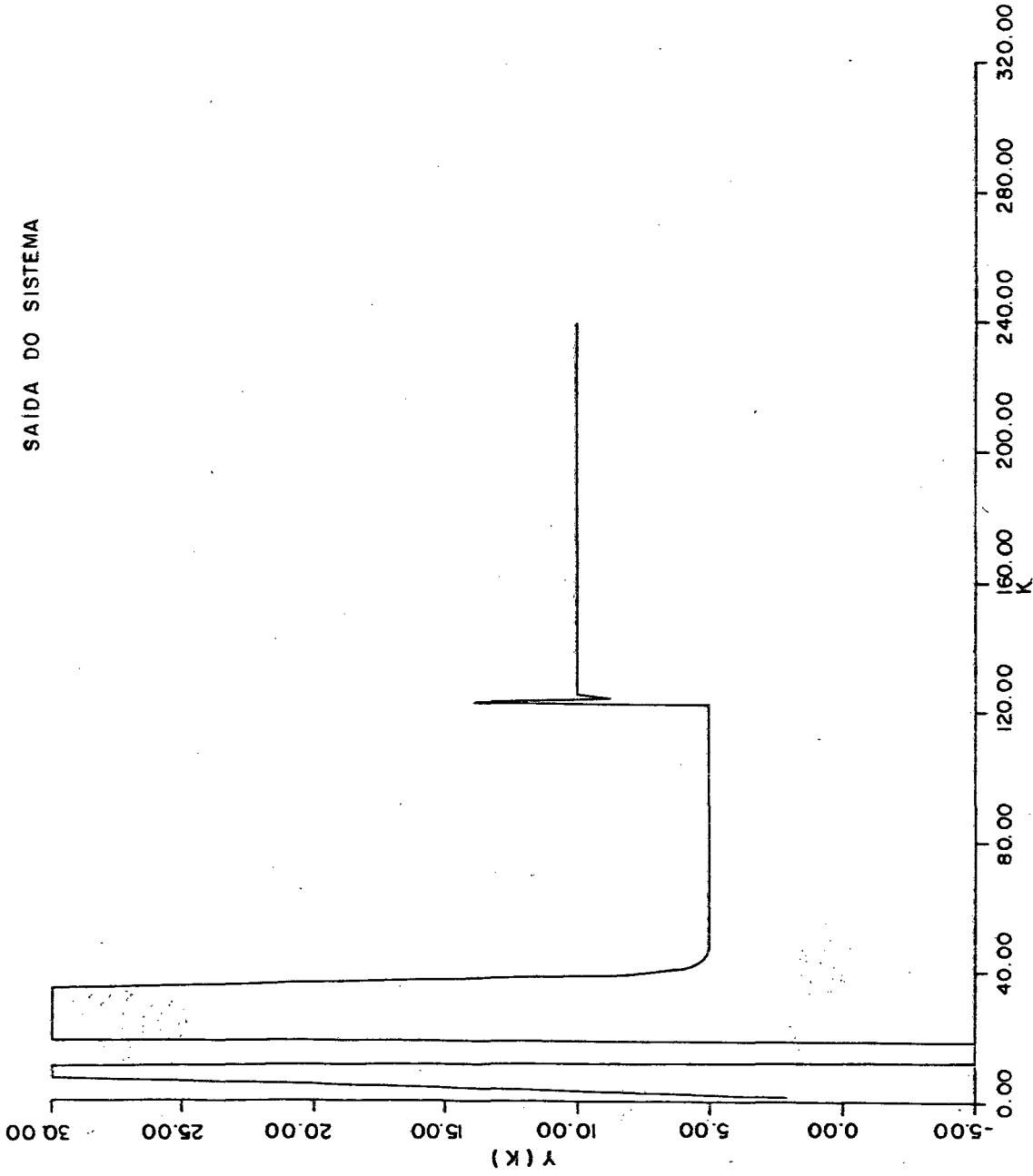


Figura 5.7. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho decrescente sujeito a variaçao paramétrica mais perturbação

te, apresenta-se o resultado para variações de aproximadamente 20% e 50% nos parâmetros do processo e perturbação externa de amplitude $W = 10$.

Observa-se em comparação às Figuras 5.4 (20% de variação) e 5.5 (50% de variação), um aumento do transitório inicial associado ao primeiro degrau proporcional a amplitude da perturbação externa.

Observa-se ainda, quando da aplicação do segundo degrau de referência que o comportamento dinâmico é idêntico aos das Figuras 5.4 e 5.5. Este fato indica, igualmente aos casos anteriormente analisados, que a identificação no transitório associado ao primeiro degrau foi perfeita com rejeição da perturbação apresentando-se a resposta do tipo tempo finito como no caso do servocontrolador robusto não adaptativo que realiza identificação perfeita dos parâmetros com projeto de regulador fixo.

5.3.3. ATUAÇÃO DO MECANISMO DE ADAPTAÇÃO A GANHO CONSTANTE

Neste item é analisado o comportamento do servocontrolador adaptativo com o mecanismo de adaptação que atualiza o vetor $\hat{P}(k)$ dos parâmetros do regulador através do algoritmo de adaptação a ganho constante. Para a determinação dos parâmetros estimados do vetor $\hat{P}(k)$ escolheu-se as condições iniciais dadas em (5.3.7) e (5.3.8) submetendo o processo a uma variação paramétrica.

Tem a finalidade de mostrar a capacidade de rastreamento da estrutura.

O processo é descrito pela seguinte relação entrada-saída.

$$Y(k) = \frac{0,1q^{-1} + 0,05q^{-2}}{1 - 1,4q^{-1} + 0,42q^{-2}} U(k) \quad (5.3.11)$$

A Figura 5.8 mostra a saída do processo, com condições iniciais do regulador dada por (5.3.7). Comparando com o resultado da Figura 3.5 obtida com o servocontrolador robusto não adaptativo para as mesmas condições de experimento observa-se uma melhoria do sistema global. Na Figura 3.5, a resposta é caracterizada por um comportamento oscilatório pouco amortecido. A Figura 5.8. mostra que seu comportamento dinâmico se aproxima mais do obtido para o caso não adaptativo sem perturbação paramétrica indicando que a identificação realizada no transitório associado ao primeiro degrau foi satisfatória.

É de se ressaltar que o comportamento do modelo do processo dado em (5.3.11) mostrou-se instável para as condições iniciais dadas em (5.3.9).

Na Figura 5.9 mostra-se a saída do sistema para uma variação paramétrica de aproximadamente 50% nos parâmetros do processo, com condições iniciais dos parâmetros do regulador dadas em (5.3.8). Observa-se que o sistema converge para o valor desejado sendo que no caso não adaptativo o sistema torna-se instável.

Na Figura 5.10 objetivando-se observar o problema da identificação na presença de perturbação externa persistente apresenta-se o resultado obtido para variação de aproximadamente 50% nos parâmetros e perturbação de amplitude $w = 10$ incidentes sobre o processo.

Deve-se observar ainda que ao final da experiência o vetor de parâmetros identificados aproximava-se pobremente do valor

SAIDA DO SISTEMA

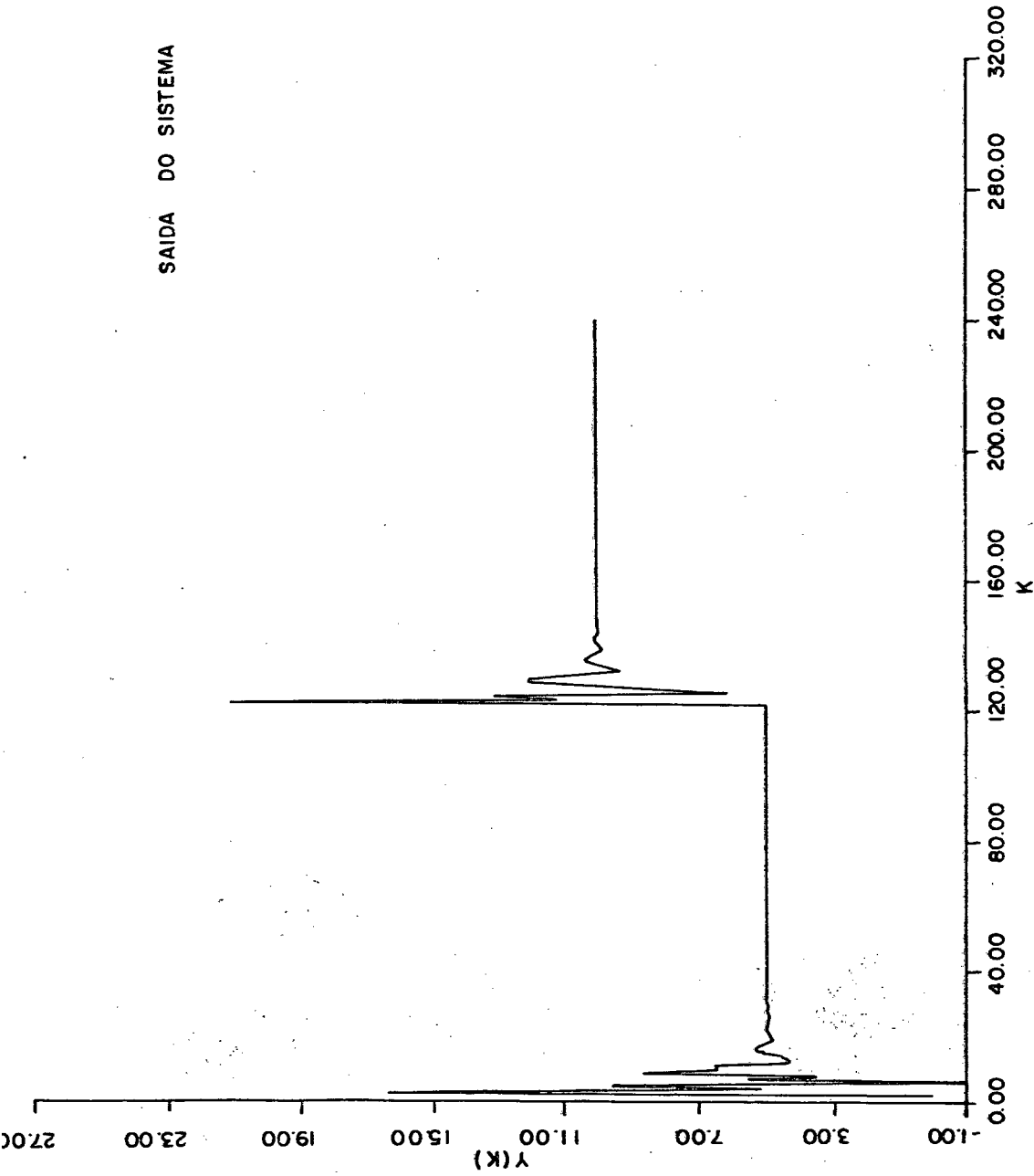


Figura 5.8. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho constante sujeito a a variação paramétrica

SAIDA DO SISTEMA

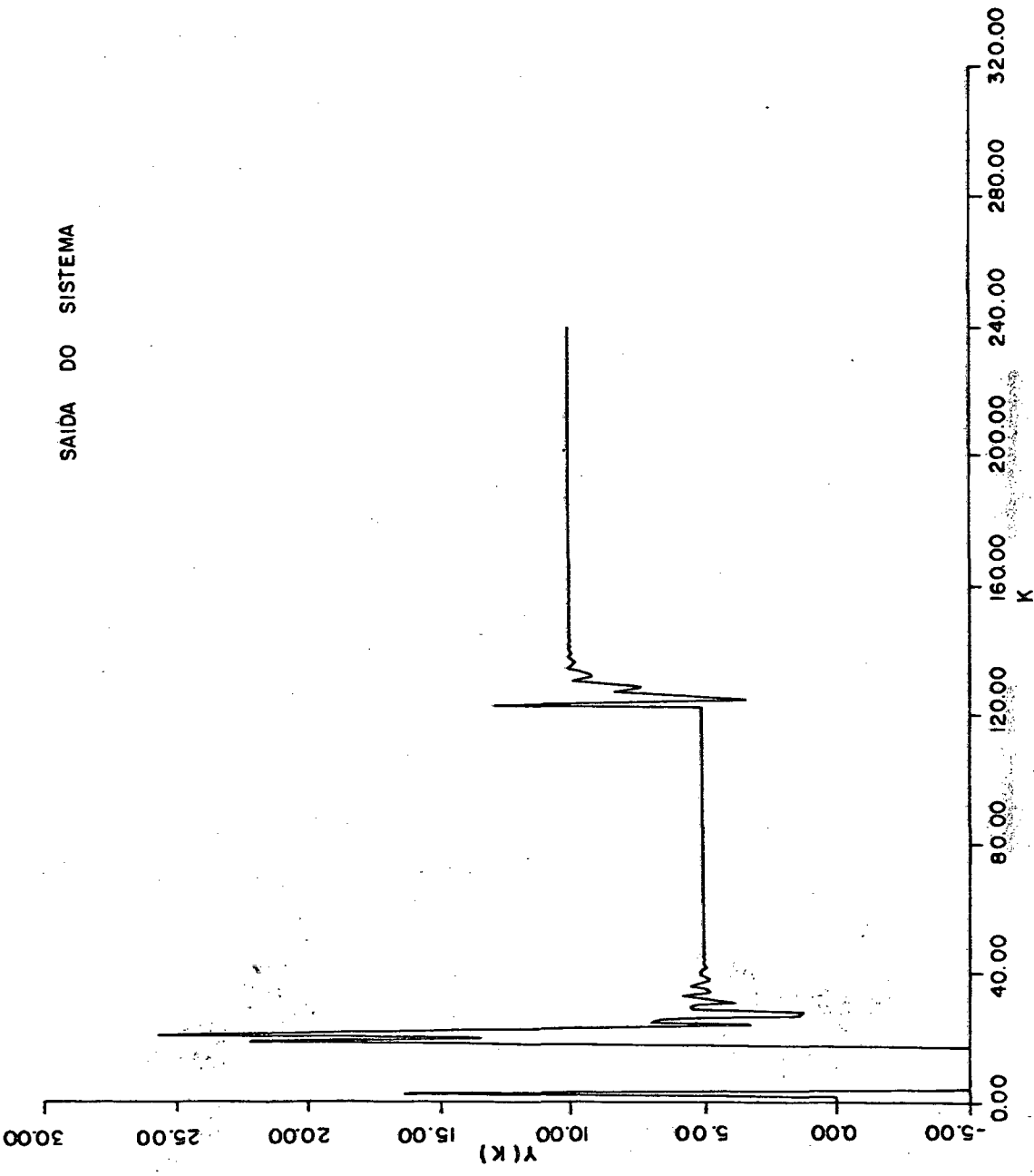
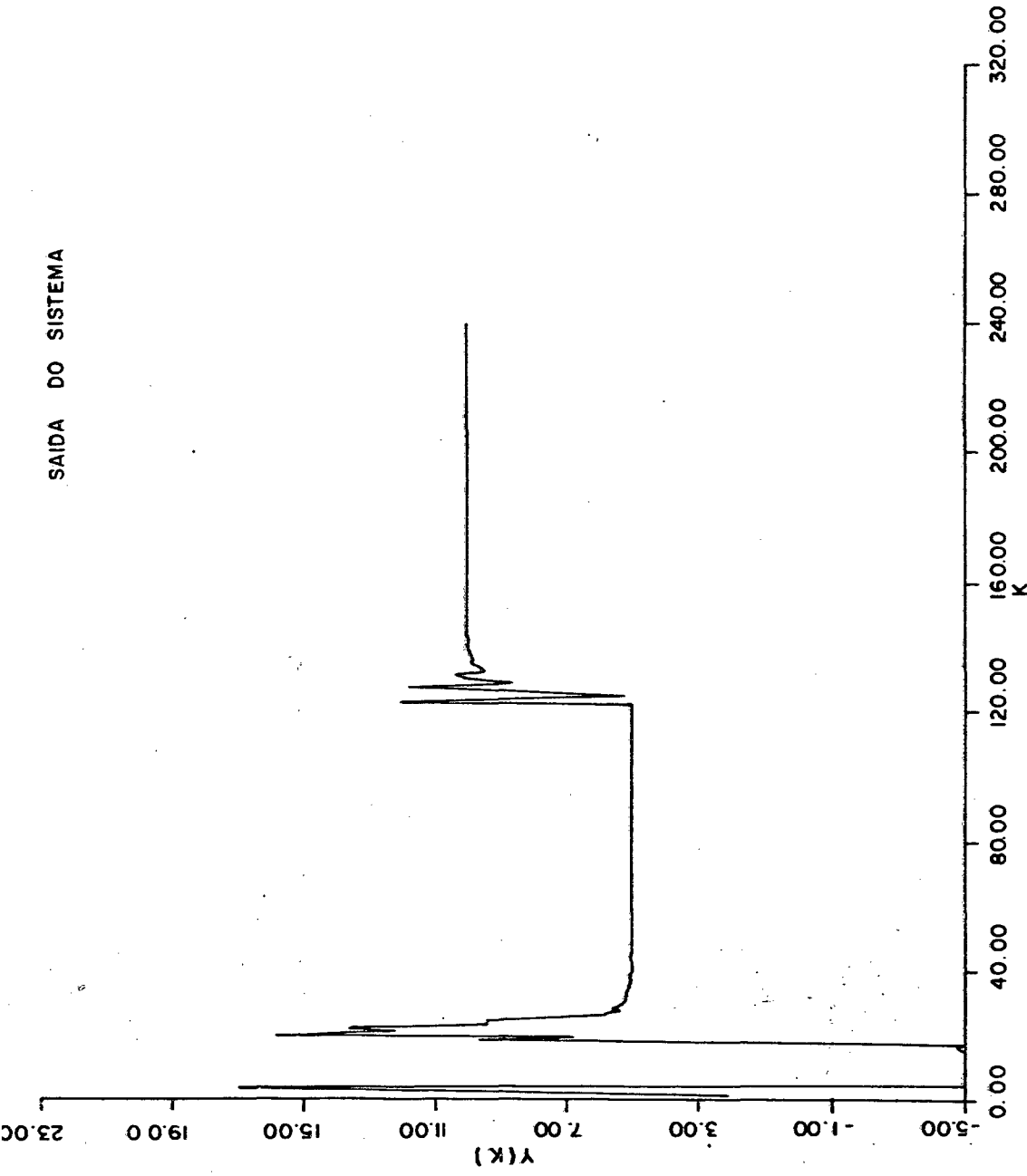


Figura 5.9. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho constante sujeito a a variaçao paramétrica

SAIDA DO SISTEMA



5.10. Servocontrolador Robusto Adaptativo a ganho constante sujeito a variação paramétrica mais perturbação

esperado. Este fato é devido ao baixo conteúdo freqüencial do sinal de identificação demonstrado pela não caracterização de tempo finito de resposta ao segundo degrau de referência.

Para perturbações maiores o servocontrolador robusto adaptativo a ganho constante pode ter seu desempenho prejudicado, pois pode ocorrer que o parâmetro β_0 seja estimado nulo, com o decorrer do tempo, não havendo nada que garanta o funcionamento da estrutura a partir de então.

5.4. CONCLUSÃO

Na hipótese de perturbações paramétricas acentuadas a estrutura do servocontrolador robusto não adaptativo possui um desempenho degradado ou mesmo podendo atingir a instabilidade.

Este capítulo procurou analisar experimentalmente a estrutura do servocontrolador robusto proposto no capítulo 2 sob o enfoque de controle adaptativo.

Observou-se no decorrer das simulações que comparativamente ao servocontrolador não adaptativo, o desempenho apresentado pelo servocontrolador robusto adaptativo a ganho decrescente mostrou-se com melhor desempenho que o servocontrolador robusto adaptativo a ganho constante.

Apesar de ambos apresentarem transitórios elevados observa-se que no caso a ganho decrescente com a aplicação do segundo degrau de referência obteve-se um comportamento dinâmico mais próximo daquele obtido para o caso do servocontrolador robusto não adaptativo sem variação paramétrica caracterizando respostas de tempo finito sugerindo portanto que a identificação realizada no transitório associado ao primeiro degrau foi perfeita.

Além disso, pode-se constatar que o rastreamento perfeito do sinal de referência para o servocontrolador robusto adaptativo a ganho constante dependeu das condições iniciais atribuídas ao vetor de estimação dos parâmetros desconhecidos do regulador, fato este não constatado para a resposta de desempenho do servocontrolador robusto adaptativo a ganho decrescente que em resposta a condições nulas garantiu a perfeita identificação dos parâmetros.

C A P Í T U L O 6

CONCLUSÃO GERAL

Este trabalho contribue para a realização experimental e análise dos conceitos de controle robusto e adaptativo lançados por Doraiswami e Silveira [10]. Apresenta-se uma proposta de servocontrolador robusto não adaptativo sujeito a perturbações determinísticas incidentes sobre o processo e uma proposta de servocontrolador robusto adaptativo na qual dotou-se a estrutura anterior de um mecanismo de adaptação capaz de resolver plenamente o problema das variações paramétricas que comprometiam o funcionamento da estrutura não adaptativa.

A estrutura do controlador consistia de um servocontrolador e um regulador responsáveis pela estabilização do sistema a malha fechada formado pelo servocompensador e o processo a ser controlado. Na proposta não adaptativa lançou-se as diretrizes de projeto da estrutura que garantiam a estabilidade assintótica global do sistema a malha fechada levando o erro de rastreamento assintoticamente para zero independente de perturbações externas incidentes e variações paramétricas no processo.

Realizou-se simulações do servocontrolador robusto não adaptativo abordando os aspectos de projeto para uma resposta ao degrau. Concluiu-se que a estrutura do servocontrolador possui um bom desempenho à perturbações determinísticas e a variações paramétricas não capazes de instabilizar o sistema a malha fechada.

Quando as variações paramétricas incidentes sobre o processo comprometeram o funcionamento da estrutura, dotou-se-lha de um mecanismo de adaptação capaz de resolver o problema das variações paramétricas.

Sob este enfoque o projeto do regulador (suposto desconhecido) passou a ser direcionado pela estimação do vetor P através do vetor $\hat{P}(k)$ que representa seus parâmetros, agora variantes no tempo. Este vetor foi atualizado mediante um algoritmo de adaptação a ganho decrescente e após mediante um algoritmo de adaptação a ganho constante.

Neste sentido, realizou-se simulações utilizando alternativamente o servocontrolador adaptativo a ganho decrescente e a ganho constante verificando o comportamento dinâmico do sistema na presença de variações paramétricas que poriam em risco o desempenho do servocontrolador robusto não adaptativo.

Concluiu-se que a estrutura é robusta na presença de perturbações paramétricas apresentando uma sensível melhoria de desempenho do sistema global.

Como considerações finais pensa-se em realizar um estudo voltado à solução do problema dos transitórios presentes no desempenho da estrutura. Outra possibilidade de aplicabilidade da estratégia seria estender o projeto de controle da estrutura para uma proposta de controle multivariável.

A P Ê N D I C E

DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO REGULADOR

Neste apêndice é mostrado como determinar os coeficientes α_i e β_j da equação 2.3.21, que representam os parâmetros do sistema regulador, considerado para o processo de segunda ordem descrito no exemplo do item 3.3.2 do capítulo 3.

É mostrado que os parâmetros podem ser encontrados através da solução algébrica de um sistema de equações lineares resultante de um processo de substituições sucessivas da equação 2.3.21.

A equação 2.3.21, função polinomial que relaciona as variáveis de entrada e saída do regulador, é dada por

$$[D(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d-1}B(q^{-1})]v(k) = q^{-d}B(q^{-1})V(k) \quad A-1$$

onde, considerando o exemplo dado

$$D(q^{-1}) = 1 - q^{-1} \quad A-2$$

a $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ definidos por

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} \quad A-3$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} \quad A-4$$

A substituição de A-2, A-3, A-4 em A-1, considerando um atraso unitário dado ao sistema, resulta em

$$[(1-q^{-1})(1+a_1 q^{-1}+a_2 q^{-2}) + q^{-2}(b_0+b_1 q^{-1})] v(k) = q^{-1}(b_0+b_1 q^{-1}) v(k) \quad A-5$$

Fazendo as multiplicações polinomiais e isolando $v(k)$ tem-se que

$$v(k) = -(a_1 - 1)v(k-1) - (a_2 - a_1 + b_0)v(k-2) - (b_1 - a_2)v(k-3) + b_0 v(k-1) + b_1 v(k-2) \quad A-6$$

Fazendo um atraso em A-6 vem que

$$v(k-1) = -(a_1 - 1)v(k-2) - (a_2 - a_1 + b_0)v(k-3) - (b_1 - a_2)v(k-4) + b_0 v(k-2) + b_1 v(k-3) \quad A-7$$

Substituindo A-7 em A-6 sêgue que

$$v(k) - [(a_1-1) - (a_2-a_1+b_0)]v(k-2) - [(a_1-1)(a_2-a_1+b_0) - (b_1-a_2)]v(k-3) - [(a_1-1)(b_1-a_2)]v(k-4) = b_0 v(k-1) + [b_1 - b_0(a_1-1)]v(k-2) + [-b_1(a_1-1)]v(k-3) \quad A-8$$

Fazendo

$$\alpha_1 \triangleq [(a_1-1)^2 - (a_2-a_1+b_0)]$$

$$\alpha_2 \triangleq [(a_1-1)(a_2-a_1+b_0) - (b_1-a_2)]$$

$$\alpha_3 \hat{=} [(a_1-1) (b_1-a_2)]$$

$$\beta_0 \hat{=} b_0$$

$$\beta_1 \hat{=} b_1 - b_0(a_1-1)$$

$$\beta_2 \hat{=} -b_1(a_1-1)$$

A equação A-8 pode ser reescrita usando as definições acima

$$v(k) = \alpha_1 v(k-2) + \alpha_2 v(k-3) + \alpha_3 v(k-4) + \beta_0 v(k-1) + \beta_1 v(k-2) + \beta_2 v(k-3) \quad \text{A-9}$$

de onde resulta que

$$v(k) = q^{-1} [(\alpha_1 q^{-1} + \alpha_2 q^{-2} + \alpha_3 q^{-3}) v(k) + (\beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \beta_2 q^{-2}) v(k)] \quad \text{A-10}$$

que expressa na forma

$$v(k+1) = (\alpha_1 q^{-1} + \alpha_2 q^{-2} + \alpha_3 q^{-3}) v(k) + (\beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \beta_2 q^{-2}) v(k)$$

representa os parâmetros do sistema regulador dados pelos coeficientes α_i e β_j , $i = 1, 2, 3$ e $j = 0, 1, 2$.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ROSENBROCK, H.H. The Stability of Multivariable Systems', IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-25, pp. 339-412, june 1980.
2. DAVISON, E.J. The Robust Control of a Servomechanism Problem for Linear Time Invariant Multivariable Systems. IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-21, pp. 25-34, FEB 1976.
3. OWENS, D.H. & CHOTAI, A. Robust Controller Design for Linear Dynamic Systems Using Approximate Models, IEE Proceedings, vol. 130, PT.D., pp. 45-56, Mar. 1983.
4. PEARSON, J.B. & STARTS, P.W. JR. Robust Controllers for Linear Regulators', IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-29, pp. 231-234, june 1974.
5. DORAISWAMI, R. Robust Control of a Class of Nonlinear Servomechanism Problem', IEE Proceedings D, Control Theory & Appl., vol. 130, pp. 63-71, 1983.

6. DORISWAMI, R. A Robust Control Strategy for a Linear Time Invariant Multivariable Sampled-Data Servomechanism Problem' IBID., 129(6), pp. 283-292, 1982.
7. GOODWIN, G.C.; RAMADGE, P.J. & CAINES, P.E. Discret Time Multivariable Adaptive Control', IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-25, pp. 449-456, 1980.
8. FEUER, A. & MORSE, A.S. Adaptive Control of Single - Input Single-Output Linear System', IEEE Trans. Automatic Control Vol. AC-23, pp. 557-570, 1978.
9. MONOPOLI, R.V. Model Reference Adaptative Control With an Augmented Error Signal', IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-19, pp. 474-485, Oct. 1974.
10. SILVEIRA, H.M. & DORAISWAMI, R. 'New Structure for An Adaptive Servomechanism Problem', IEE Proceedings, vol. 131, PT.D., Mar. 1984.
11. CRISTI, R. Adaptive Control With Finite Time Persistency of Excitation', IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-31, pp. 982-985, Out. 1986.
12. NARENDRA, K.S. & ANNASWAMY, A.M. Persistent Excitation In Adaptative Control', Internacional Journal of Control, vol. 45, pp. 127-160, Jan. 1987.
13. NARENDRA, K.S. & ANNASWAMY, A.M. 'Robust Adaptive Control In The Presence of Bounded Disturbances', IEE Trans. Automatic Control, vol. AC-31, pp. 306-315, Abr. 1986.
14. CHEN, C.T. Introduction to Linear System Theory', New York, Holt-Rinehart & Winston, Inc., 1970.
15. LANDAU, Y.D. Adaptive Control. The Model Reference Approach'. Marcel Dekker, Inc., New York & Basel.

16. GOODWIN, G.C.; HILL, D.J. & PALASWAMI, M. 'A Perspective on Convergence of Adaptive Control Algorithms', Automatica, vol. 20, pp. 519-531, 1984.
17. OGATA, K. 'Engenharia de Controle Moderno'. Prentice / Hall, 1980.
18. DO PRADO JR., Alcindo. 'Sobre Controle Adaptativo de Fase Não Mínima', Tese de Doutorado, USP, 1985.
19. RODRIGUES, Arthur R.S. 'Proposição de uma Metodologia Sistematizada para o Projeto de Controladores de Carga Freqüência'. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1981.
20. LJUNG, L. 'On Positive Real Transfer Functions and The Convergence of Some Recursive Schemes', IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-22, pp. 539-551, Aug. 1977.
21. NARENDRA, K.S. & VALAVANI, L.S. 'State Adaptive Controller Designs Direct Control', IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-23, pp. 570-583, Aug. 1978.
22. IONESCU, T. & MONOPOLI, R.V. 'Discret Model Reference Adaptive Control With an Augmented Error Signal', Automatica, vol. 13, pp. 507-517, Sep. 1977.
23. BHAYA, A. & DESOER, C.A. 'Robust Stability under Additive Perturbations', IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-30, pp. 1233-1234, Dec. 1985.
24. ORTEGA, R.; PRALY, Laurent & LANDAU, Y. 'Robustness of Discret-Time Adaptive Controllers', IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-30, pp. 1179-1187, Dec. 1985.
25. HAIMO, V.T. 'Finite Time Controllers', Siam Journal of Control and Optimization, v. 24, pp. 760-770, jul. 1986.

26. KREISSELMEIER, G. 'Robust Indirect Adaptive Control Approach' Internacional Journal Control, vol. 43, pp. 161-175., Jan. 1986.
27. JOHNSTON, R.D. 'Control System Performance Robustness', International Journal of Control, Vol. 45, pp. 641-648, Feb. 1987.
28. NARENDRA, K.S. & ANNASWAMY, A.M. 'New Adaptive Law for Robust Adaptation Without Persistent Excitation', IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-32, pp. 134-145, Feb. 1987.
29. BEHR, A.T. 'Estudo sobre Identificadores e Seguidores de Variância Mínima'. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1982.