

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ANÁLISE DO MOTOR DE INDUÇÃO COM ROTOR EM GAIOLA CONSIDERANDO A
SATURAÇÃO, COM O AUXÍLIO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Orlando José Antunes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

Florianópolis, dezembro de 1991

ANÁLISE DO MOTOR DE INDUÇÃO COM ROTOR EM GAIOLA CONSIDERANDO A
SATURAÇÃO, COM O AUXÍLIO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

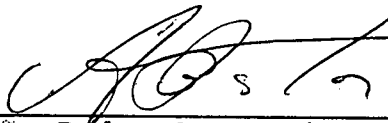
ORLANDO JOSÉ ANTUNES

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO
DE MESTRE EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Sérgio Roberto Arruda, M. Sc.

ORIENTADOR

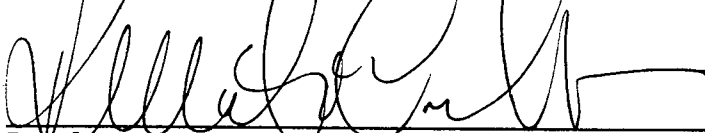


Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. D'Etat
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica

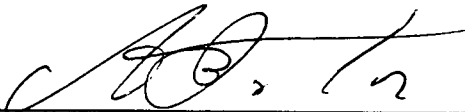
BANCA EXAMINADORA



Prof. Sérgio Roberto Arruda, M. Sc.



Prof. Renato Carlson, Dr. Ing.



Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. D'Etat



Prof. Enio Valmor Kassick Dr.

AGRADECIMENTOS

À CAPES pelo apoio financeiro na realização deste trabalho.

Aos companheiros do GRUCAD pela ajuda e amizade.

Ao Professor Sérgio Roberto Arruda pela orientação segura e amizade.

Aos Professores Renato Carlson e João Pedro Assumpção Bastos por toda a ajuda dada durante o período em que trabalhei no GRUCAD.

Ao professor Enio Valmor Kassick pelas observações e sugestões feitas no trabalho.

À Escola Técnica Federal de Santa Catarina pelo apoio.

SUMÁRIO

SIMBOLOGIA	iv
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
CAPÍTULO I - UM MODELO PARA A MÁQUINA DE INDUÇÃO COM ROTOR EM GAIOLA	1
1.1 - Introdução	1
1.2 - Modelo da máquina nas variáveis originais	1
1.2.1 - Domínio de estudo	1
1.2.2 - Estator	2
1.2.3 - Rotor	2
1.2.4 - Equações nas variáveis originais	3
1.2.5 - Matriz de resistências do rotor	4
1.2.6 - Matriz de resistências do estator	5
1.2.7 - Matriz de indutâncias do estator	5
1.2.8 - Matriz de indutâncias do rotor	6
1.2.9 - Matriz de indutâncias entre estator e rotor	6
1.3 - Aplicação da transformação de componentes simétricas	7
1.3.1 - A transformação de componentes simétricas	7
1.3.2 - Aplicação da transformação de componentes simétricas às equações de tensão	8
1.3.2.1 - Matriz de resistências do estator	9
1.3.2.2 - Matriz de resistências do rotor	9

	ii
1.3.2.3 - Matriz de indutâncias do estator	10
1.3.2.4 - Matriz de indutâncias do rotor	10
1.3.2.5 - Matriz de indutâncias mútuas entre estator e rotor	11
1.3.3 - As equações de tensão após a transformação de componentes simétricas	11
1.3.4 - Aplicação da transformação de componentes simétricas às equações de torque	12
1.4 - Aplicação da transformação de Ku	13
1.4.1 - Definição da transformação	13
1.4.2 - Referencial no campo girante	13
1.4.3 - As equações após a transformação de Ku	14
1.5 - Obtenção das equações de regime permanente	15
1.6 - Extensão do modelo (barras consideradas isoladamente)	17
 CAPÍTULO II - CÁLCULO DAS INDUTÂNCIAS ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS E COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS	 19
2.1 - Apresentação sucinta do método de elementos finitos em duas dimensões	19
2.2 - Cálculo das indutâncias para o modelo considerando as barras duas a duas	21
2.3 - Cálculo das indutâncias para o modelo considerando as barras isoladamente	29
2.4 - Equivalência entre os modelos	35
 CAPÍTULO III - A SATURAÇÃO MAGNÉTICA	 37
3.1 - Introdução	37
3.2 - A formulação do método de elementos finitos	37

3.3 - Interação entre o modelo da máquina e o cálculo de campos	39
3.4 - Obtenção da onda de fluxo resultante considerando a saturação	41
3.5 - Cálculo de L_s	42
3.6 - Cálculo de I_r	45
3.7 - Cálculo de M	47
CAPÍTULO IV - ANÁLISE DOS RESULTADOS	49
4.1 - Introdução	49
4.2 - Simulação para uma velocidade	50
4.2.1 - Obtenção da onda de fluxo resultante	50
4.2.2 - Obtenção do parâmetro L_s	54
4.2.3 - Obtenção do parâmetro I_r	59
4.2.4 - Obtenção do parâmetro M	65
4.2.5 - Obtenção das correntes	68
4.3 - Resultados finais	69
4.3.1 - Torque e correntes	69
4.3.1.1 - Ensaio	69
4.3.1.2 - Análise dos resultados para torque e corrente	72
4.3.2 - Consideração sobre os tipos de saturação	73
4.3.3 - Análise dos parâmetros	80
CAPÍTULO V - CONCLUSÃO	85
REFERÊNCIAS	87

SIMBOLOGIA

\vec{A} : potencial vetor magnético

\bar{A} : potencial vetor magnético complexo

A_{rq}^s : potencial no centro da ranhura q do estator

A_{rp}^r : potencial no centro da ranhura p do rotor

f_p : fator de empilhamento

frel : fator de relaxação

\vec{H} : campo magnético

i_b : vetor de correntes nas barras

\bar{I}_B : fasor corrente em uma barra do rotor

I_B : corrente eficaz em cada barra do rotor

i_{bi} : corrente na barra i do rotor

$i_b^{cs} = \left[i_{b0}^{cs}, i_{b1}^{cs}, \dots, i_{bm-1}^{cs} \right]^T$: componentes simétricas de i_b

i_{b+}^{cs}, i_{b-}^{cs} : componentes de seqüência positiva e negativa das correntes nas barras, obtidas após a transformação de componentes simétricas

i_b^f, i_b^b : componentes f e b das correntes nas barras, obtidas após a transformação de Ku

i_s : vetor de correntes estatóricas

I_s : corrente eficaz em cada enrolamento do estator

\bar{I}_s : fasor corrente em um enrolamento do estator

i_{si} : corrente no enrolamento i do estator

$i_s^{cs} = \left[i_{s0}^{cs}, i_{s1}^{cs}, i_{s2}^{cs} \right]^T$: componentes simétricas de i_s

i_{s+}^{cs}, i_{s-}^{cs} : componentes de seqüência positiva e negativa das correntes estatóricas, obtidas após a transformação de componentes simétricas

i_s^f, i_s^b : componentes f e b das correntes estatóricas, obtidas após a transformação de Ku

\vec{J} : densidade de corrente

\bar{J} : densidade de corrente complexa

L : indutância própria de um enrolamento do estator

L : comprimento da máquina (pacote de lâminas)

L_r : indutância cíclica do rotor, obtida após a transformação de componentes simétricas

L_i : indutância própria do enrolamento i do estator

l_{ii} : indutância própria do enrolamento i do rotor

l_{ij} : indutância mútua entre os enrolamentos i e j do rotor

l_r : indutância própria de um enrolamento do rotor

\mathbb{L}_{rr} : matriz de indutâncias do rotor após a transformação de componentes simétricas

L_{rr} : matriz de indutâncias do rotor

L_{ss} : matriz de indutâncias do estator

\mathbb{L}_{ss} : matriz de indutâncias do estator após a transformação de componentes simétricas

L_s : indutância cíclica do estator, obtida após a transformação de componentes simétricas

\mathbb{L}_{sr} : matriz de indutâncias mútuas entre estator e rotor após a transformação de componentes simétricas

$L_{sr} = L_{rs}^T$: matriz de indutâncias mútuas entre estator e rotor

$l_1, l_2 \dots l_k$: indutâncias mútuas entre os m enrolamentos do rotor

m : número de enrolamentos do rotor

- M : indutância mútua de um enrolamento do estator
 M_{ij} : indutância mútua entre o enrolamento i e j do estator
 M_{sr} : valor de pico da componente fundamental da indutância mútua entre um enrolamento do estator e outro do rotor
 N : número de espiras de uma bobina do estator
 P : número de pólos
 p : operador derivada em relação ao tempo
 r : raio em coordenadas polares
 r_a : resistência de um segmento de anel entre duas barras adjacentes
 r_b : resistência de uma barra do rotor
 rm : número de ranhuras por pólo do rotor
 rn : número de ranhuras por pólo do estator
 R_{rr} : matriz de resistências do rotor após a transformação de componentes simétricas
 R_r : resistência do rotor para as equações após a transformação de componentes simétricas
 R_{rr} : matriz de resistência do rotor
 R_{ss} : matriz de resistência do estator
 R_{ss} : matriz de resistências do estator após a transformação de componentes simétricas
 s : escorregamento
 T_e : torque eletromagnético
 v_{si} : tensão no enrolamento i do estator
 v_s : vetor de tensões estatóricas
 $v_s^{cs} = \left[v_{s0}^{cs}, v_{s1}^{cs}, v_{s2}^{cs} \right]^T$: componentes simétricas de v_s

- V_{s+}^{cs}, V_{s-}^{cs} : componentes de seqüência positiva e negativa das tensões estatóricas, obtidas após a transformação de componentes simétricas
- V_s : tensão eficaz aplicada a cada enrolamento do estator
- V_s^f, V_s^b : componentes f e b das tensões estatóricas, obtidas após a transformação de Ku
- x, y : coordenadas cartesianas
- α : um vetor de variáveis originais qualquer
- α^{fb} : vetor das componentes f e b obtidas da transformação de Ku
- α^{cs} : vetor das componentes simétricas das variáveis originais α
- w : frequência angular
- w_s : velocidade síncrona [radianos elétricos/segundo]
- \emptyset : ângulo mecânico entre o enrolamento 1 do estator e o enrolamento 1 do rotor
- Θ : ângulo elétrico entre o enrolamento 1 do estator e o enrolamento 1 do rotor
- $\delta_s = 2\pi/3$: ângulo elétrico entre dois enrolamentos adjacentes do estator
- $\delta_r = 2\pi/m$: ângulo elétrico entre dois enrolamentos adjacentes do rotor
- φ : matriz da transformação de componentes simétricas
- $\alpha = e^{j2\pi/3}$: elemento da matriz de componentes simétricas para o estator
- $\beta = e^{j2\pi/m}$: elemento da matriz de componentes simétricas para o rotor

- M : indutância mútua cíclica, obtida após a transformação de componentes simétricas
- ϕ_s : fase de \bar{I}_S
- ϕ_r : fase de \bar{I}_B
- μ : permeabilidade magnética
- μ_o : permeabilidade magnética do ar [$4\pi 10^{-7}$ H/m]
- ϕ_{bij} : fluxo que enlaça a bobina i do enrolamento j do estator
- ϕ_i^r : fluxo que enlaça o enrolamento i do rotor
- ϕ_z : ângulo em coordenadas polares
- ν : relutividade magnética
- σ : condutividade magnética
- φ : posição do campo girante em relação ao enrolamento 1 do estator
- γ : posição do campo girante em relação ao enrolamento 1 do rotor
- $\epsilon I_s \%$: erro percentual entre duas iterações para as correntes do estator
- $\epsilon I_B \%$: erro percentual entre duas iterações para as correntes nas barras
- ϕ_f^r : componente fundamental do fluxo que enlaça cada barra do rotor

RESUMO

Este trabalho pretende contribuir para a análise não linear do motor de indução com rotor em gaiola. A máquina de indução é analisada através de um modelo proposto, empregando o Método de Elementos Finitos para o cálculo dos parâmetros. O modelo matemático particulariza a corrente em cada uma das barras do rotor.

É abordado um modelo que considera duas barras, situadas sob um par de pólos e separadas de π rad elétricos, como sendo um enrolamento. É apresentada ainda uma extensão deste modelo que considera as barras isoladamente.

O cálculo das indutâncias para o caso linear é feito a partir do Método de Elementos Finitos. É demonstrada a equivalência entre o modelo que considera as barras aos pares e o que as considera isoladamente.

Para levar em conta o efeito da saturação magnética, com a máquina funcionando em regime permanente, é proposta uma interação entre o Método de Elementos Finitos e as equações do modelo. As indutâncias da máquina, quando o circuito magnético é considerado não linear, dependem das correntes que circulam nas fases do estator e barras do rotor. Isto induz a uma interação entre o modelo da máquina e o Método de Elementos Finitos.

Uma máquina trifásica de 2 CV é ensaiada para comprovar os resultados do método não linear. Também são mostrados resultados lineares. Finalmente, é feita uma análise dos parâmetros do modelo com relação à saturação.

ABSTRACT

This work is a contribution to non-linear analysis of induction motor with squirrel cage rotor. The induction machine is modelled using parameters determined by the use of Finite Elements Method. The model allows the determination of individual current in each rotor bar.

The model considers two bars, π radians apart under a pole pair as a rotor phase. It is presented an extension which takes the bar one by one.

The inductances, in the linear analysis, are determined by the Finite Elements Method. It is shown the equivalence between the two models.

To account for saturation, in steady-state, it is proposed an interaction between the Finite Elements Method and the model equations.

The machine inductances, when the magnetic circuit is non linear, are functions of stator currents and rotor bar currents. This calls for an interaction between the machine model and the Finite Elements Method.

A 2 HP three-phase machine is tested to check the non linear analysis results. Linear analysis results are also shown. In conclusion a parameter analysis as dependent on saturation is shown.

CAPÍTULO I

UM MODELO PARA A MÁQUINA DE INDUÇÃO COM ROTOR EM GAIOLA

1. Introdução

Este modelo pretende, de forma simples, determinar além das correntes estatóricas e torque eletromagnético no eixo, as correntes reais em cada uma das barras do rotor.

Para simplificar o tratamento matemático torna-se necessário desconsiderar os seguintes fenômenos: as harmônicas de força magneto-motriz de entreferro, a saturação do circuito magnético, a histerese magnética e as correntes de Foucault.

Este capítulo apresenta todo o desenvolvimento matemático do modelo, utilizando as transformações de Componentes Simétricas e de Ku para redução da ordem do sistema de equações.

1.2 Modelo da máquina nas variáveis originais1.2.1 Domínio de estudo

O domínio de estudo considerado será um par de pólos (2π elétricos). Numa primeira etapa é considerado o modelo em que as barras do rotor são tomadas duas a duas, formando cada par um enrolamento distinto. Nesse caso é necessário que o número de barras por pólo (π elétricos) seja ímpar. A estrutura da máquina deve apresentar uma condição de antiperiodicidade, ou

seja, correntes e campos que se encontram distantes de π elétricos deverão apresentar sinais opostos. Uma barra distante π elétricos da outra funciona como retorno de corrente formando assim um enrolamento. Apesar do domínio de cálculo ser 2π elétricos da máquina (um par de pólos), para efeito do cálculo das indutâncias utilizando o pacote EFMAQ [17], a condição de antiperiodicidade permite que o domínio de cálculo seja reduzido para π elétricos (um pólo).

1.2.2 Estator

O estator deve apresentar uma estrutura simétrica contendo 3 enrolamentos simétricos defasados de $2\pi/3$ elétricos. Cada enrolamento é definido como sendo o segmento de uma fase sobre um par de pólos (2π elétricos).

1.2.3 Rotor

Numa máquina de N_b barras e P pólos sobre 2π elétricos existirão m enrolamentos, onde $m=N_b/P$. Cada um dos m enrolamentos é formado por duas barras distantes uma da outra de π elétricos. Esses enrolamentos estarão defasados entre si de $2\pi/m$ elétricos. O número de barras por pólo, m (número de enrolamentos), deve ser ímpar, para que os eixos magnéticos não tenham a mesma direção, impossibilitando a definição de um enrolamento. A figura 1 mostra a estrutura de uma máquina de seis polos, onde os números com índice *linha* representam o retorno dos enrolamentos. A máquina apresenta 42 barras no

$$\begin{bmatrix} v_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ss} + pL_{ss} & pL_{sr} \\ pL_{rs} & R_{rr} + pL_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ i_b \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$T_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_s & i_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial L_{ss}}{\partial \vartheta} & \frac{\partial L_{sr}}{\partial \vartheta} \\ \frac{\partial L_{rs}}{\partial \vartheta} & \frac{\partial L_{rr}}{\partial \vartheta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ i_b \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde:

$v_s = \begin{bmatrix} v_{s1}, v_{s2}, v_{s3} \end{bmatrix}^T$: vetor de tensões estatóricas.

$i_s = \begin{bmatrix} i_{s1}, i_{s2}, i_{s3} \end{bmatrix}^T$: vetor de correntes estatóricas.

$i_b = \begin{bmatrix} i_{b1}, i_{b2}, \dots, i_{bm} \end{bmatrix}^T$: vetor de correntes das barras.

R_{ss} : matriz de resistências do estator.

R_{rr} : matriz de resistências do rotor.

L_{ss} : matriz de indutâncias do estator.

L_{rr} : matriz de indutâncias do rotor.

$L_{sr} = L_{rs}^T$: matriz de indutâncias mútuas entre estator e rotor.

T_e : torque eletromagnético.

ϑ : ângulo mecânico ($\vartheta = (P/2)\vartheta$, onde ϑ é o ângulo elétrico) entre o enrolamento 1 do estator e o enrolamento 1 do rotor.

P : número de polos.

p : operador derivada em relação ao tempo.

1.2.5 Matriz de resistências do rotor

A matriz R_{rr} tem a forma apresentada abaixo (expressão (3)). Ela foi deduzida considerando que a corrente que sai de uma barra divide-se igualmente para ambos os segmentos do

anel. A matriz R_{rr} terá dimensão $m \times m$ com m ímpar.

$$R_{rr} = \begin{bmatrix} r_r & r_1 & \dots & r_{k-1} & r_k & r_k & r_{k-1} & \dots & r_1 \\ r_1 & r_r & & r_1 & \dots & r_{k-1} & r_k & & r_{k-1} & \dots \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ r_1 & \dots & r_{k-1} & r_k & r_k & r_{k-1} & \dots & r_1 & & & r_r \end{bmatrix}_{m \times m} \quad (3)$$

onde:

$$r_r = 2r_b + mr_a$$

$$r_k = (2-m)r_a$$

$$r_{k-1} = (6-m)r_a$$

$$r_1 = [(2m-4)-m]r_a$$

onde:

r_b : resistência de uma barra.

r_a : resistência de um segmento de anel entre duas barras adjacentes.

1.2.6 Matriz de resistências do estator

A matriz R_{ss} é da forma $r_s \cdot I_{3 \times 3}$, onde r_s é a resistência do segmento da fase estatórica compreendida em um par de pólos e $I_{3 \times 3}$ é a matriz identidade de dimensão 3×3 .

1.2.7 Matriz de indutâncias do estator

Para uma máquina de 3 enrolamentos simétricos no estator, as indutâncias próprias e mútuas entre estes enrolamentos são consideradas constantes com o deslocamento. A matriz L_{ss} possui a seguinte forma:

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (4)$$

onde:

L : indutância própria de um enrolamento.

M : indutâncias mútua entre enrolamentos.

1.2.8 Matriz de indutâncias do rotor

A matriz de indutâncias do rotor é da mesma forma de L_{ss} podendo ser escrita de forma semelhante:

$$L_{rr} = \begin{bmatrix} l_r & l_1 & l_2 & l_3 & \dots & l_k & l_k & \dots & l_3 & l_2 & l_1 \\ l_1 & l_r & l_1 & l_2 & l_3 & \dots & l_k & l_k & \dots & l_3 & l_2 \\ l_2 & l_1 & l_r & l_1 & l_2 & l_3 & \dots & l_k & l_k & \dots & l_3 \\ \vdots & & & & & \vdots & & & & \vdots & \\ l_1 & l_2 & l_3 & \dots & l_k & l_k & \dots & l_3 & l_2 & l_1 & l_r \end{bmatrix}_{m \times m} \quad (5)$$

onde:

l_r : indutância própria de um enrolamento.

l_1, l_2, \dots, l_k : indutâncias mútuas entre os m enrolamentos.

1.2.9 Matriz de indutâncias entre estator e rotor

Nesta matriz será considerado somente a componente fundamental da indutância mútua entre um determinado enrolamento do rotor e outro do estator.

$$L_{sr} = M_{sr} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta + \delta_r) & \dots & \cos[\theta + (m-1)\delta_r] \\ \cos(\theta - \delta_s) & \cos(\theta + \delta_r - \delta_s) & \dots & \cos[\theta + (m-1)\delta_r - \delta_s] \\ \cos(\theta - 2\delta_s) & \cos(\theta + \delta_r - 2\delta_s) & \dots & \cos[\theta + (m-1)\delta_r - 2\delta_s] \end{bmatrix}_{3 \times m}$$

(6)

onde :

θ : ângulo elétrico entre o enrolamento 1 do estator e o enrolamento 1 do rotor.

δ_s : ângulo elétrico entre dois enrolamentos adjacentes do estator.

δ_r : ângulo elétrico entre dois enrolamentos adjacentes do rotor.

M_{sr} : valor de pico da componente fundamental da indutância mútua entre um enrolamento do rotor e outro do estator.

1.3 Aplicação da Transformação de Componentes Simétricas

A característica do modelo ao considerar as barras agrupadas aos pares, formando enrolamentos bem definidos, faz com que as equações sejam as mesmas da análise de uma máquina $n \times m$, estudada na referência [1], com exceção da matriz de resistências do rotor. Às equações do modelo, pode-se aplicar a transformação de componentes simétricas, pois a matriz de resistências do rotor R_{rr} é circulante simétrica, podendo desta forma, ser diagonalizada pela transformação.

1.3.1 A transformação de Componentes Simétricas

A transformação de Componentes Simétricas, inicialmente desenvolvida por Fortescue, é uma transformação linear complexa de variáveis, definida como:

$$\mathcal{x} = \varphi \mathcal{x}_s \quad (7)$$

Onde \mathcal{x}_s são as componentes simétricas das variáveis originais \mathcal{x} e φ é da forma:

$$\varphi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^{-1} & \alpha^{-2} & \dots & \alpha^{-(n-2)} & \alpha^{-(n-1)} \\ 1 & \alpha^{-2} & \alpha^{-4} & \dots & \alpha^{-2(n-2)} & \alpha^{-2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \alpha^{-(n-1)} & \alpha^{-2(n-1)} & \dots & \alpha^{-(n-1)(n-2)} & \alpha^{-(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (8)$$

onde:

$$\alpha = e^{j2\pi/n}$$

$$\varphi^{-1} = \varphi^*$$

1.3.2 Aplicação da transformação de componentes simétricas às equações de tensão

A matriz da transformação de componentes simétricas para o estator A_3 (dimensão 3×3) é da mesma forma que φ . Para o rotor tem-se a matriz B_M (dimensão $m \times m$) onde α é substituído por $\beta = e^{j2\pi/m}$. Aplicando-se a transformação às equações originais de tensão (1) tem-se:

$$\begin{bmatrix} V_s^{cs} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3^{-1}(R_{ss} + pL_{ss})A_3 & A_3^{-1}(pL_{sr})B_M \\ B_M^{-1}(pL_{rs})A_3 & B_M^{-1}(R_{rr} + pL_{rr})B_M \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s^{cs} \\ i_b^{cs} \end{bmatrix} \quad (9)$$

que implica em:

$$\begin{bmatrix} V_s^{cs} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ss} + pL_{ss} & pL_{sr} \\ pL_{rs} & R_{rr} + pL_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s^{cs} \\ i_b^{cs} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Os termos $(\beta^{-x} + \beta^x)$, que são a soma de complexos conjugados, são reais, portanto R_r também é real.

1.3.2.3 Matriz de indutâncias do estator:

$$\mathbb{L}_{ss} = A_3^{-1} L_{ss} A_3 = \begin{bmatrix} L_{s0} & & \\ & L_{s1} & \\ & & L_{s2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

O termo L_{s0} não é necessário quando as tensões de alimentação são simétricas equilibradas. Quanto aos outros termos tem-se $L_{s1} = L_{s2} = L_s$:

$$L_s = L + (\alpha^{-1} + \alpha)M + (\alpha^{-2} + \alpha^2)M = L + (-0.5)M + (-0.5)M$$

$$L_s = L - M \quad (15)$$

1.3.2.4 Matriz de indutâncias do rotor

Tem a mesma forma que R_{rr} , onde também somente os termos de primeira e última seqüência são necessários.

$$\mathbb{L}_{rr} = B_M^{-1} L_{rr} B_M = \begin{bmatrix} l_{r0} & & & & \\ & l_{r1} & & & \\ & & l_{r2} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & l_{rm-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Tem-se então $l_{r1} = l_{rm-1} = l_r$ onde:

$$l_r = l_r + (\beta^{-1} + \beta)l_1 + (\beta^{-2} + \beta^2)l_2 + \dots$$

$$\dots + (\beta^{-(k-1)} + \beta^{(k-1)})l_{k-1} + (\beta^{-k} + \beta^k)l_k \quad (17)$$

1.3.2.5 Matriz de indutâncias mútuas entre estator e rotor

Aplicando a transformação de componentes simétricas à matriz L_{sr} , obtém-se uma matriz \mathbb{L}_{sr} onde apenas dois elementos são não nulos:

$$\mathbb{L}_{sr} = A_3^{-1} L_{sr} B_M = M_{sr} \cdot \frac{\sqrt{3.m}}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\theta} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & e^{-j\theta} \end{bmatrix}_{3 \times m}$$

(18)

1.3.3 As equações de tensão após a transformação de componentes simétricas

estator:

$$\begin{aligned} v_{s0}^{cs} &= (r_s + pL_{s0}) i_{s0}^{cs} \\ v_{s1}^{cs} &= (r_s + pL_{s1}) i_{s1}^{cs} + p \frac{\sqrt{3.m}}{2} M_{sr} e^{j\theta} i_{b1}^{cs} \\ v_{s2}^{cs} &= (r_s + pL_{s2}) i_{s2}^{cs} + p \frac{\sqrt{3.m}}{2} M_{sr} e^{-j\theta} i_{bm-1}^{cs} \end{aligned} \quad (19)$$

rotor:

$$\begin{aligned} 0 &= (R_r + pL_{r0}) i_{b0}^{cs} \\ 0 &= (R_r + pL_{r1}) i_{b1}^{cs} + p \frac{\sqrt{3.m}}{2} M_{sr} e^{-j\theta} i_{s1}^{cs} \\ 0 &= (R_r + pL_{r2}) i_{b2}^{cs} \\ &\vdots \\ 0 &= (R_r + pL_{rm-1}) i_{bm-1}^{cs} + p \frac{\sqrt{3.m}}{2} M_{sr} e^{j\theta} i_{s2}^{cs} \end{aligned} \quad (20)$$

Observando o sistema de equações (19) e (20) percebe-se que apenas quatro equações são simultâneas. As outras, além de

serem independentes, apresentam solução nula, visto que v_{s0}^{cs} é nulo para tensões de alimentação trifásicas equilibradas. Reescrevendo as equações que interessam, e substituindo os índices "1" por "+" e "2 e m-1" por "-", as indutâncias L_{s1} e L_{s2} por L_s e as indutâncias l_{r1} e l_{rm-1} por l_r tem-se:

$$v_{s+}^{cs} = (r_s + pL_s) i_{s+}^{cs} + p M e^{j\Theta} i_{b+}^{cs} \quad (21)$$

$$v_{s-}^{cs} = (r_s + pL_s) i_{s-}^{cs} + p M e^{-j\Theta} i_{b-}^{cs} \quad (22)$$

$$0 = (R_r + pL_r) i_{b+}^{cs} + p M e^{-j\Theta} i_{s+}^{cs} \quad (23)$$

$$0 = (R_r + pL_r) i_{b-}^{cs} + p M e^{j\Theta} i_{s-}^{cs} \quad (24)$$

onde:

$$M = M_{sr} \cdot \frac{\sqrt{3.m}}{2} \quad (25)$$

Nas equações acima nota-se que (21) e (22) são complexos conjugados, assim como (23) e (24). Assim, pode-se considerar o modelo final da máquina como o conjunto das equações (21) e (23) mais a equação de torque.

1.3.4 Aplicação da transformação de componentes simétricas às equações de torque

Tomando-se a expressão do torque eletromagnético na equação (2), tem-se:

$$T_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_s & i_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial L_{ss}}{\partial \theta} & \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial L_{rs}}{\partial \theta} & \frac{\partial L_{rr}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ i_b \end{bmatrix} \quad (26)$$

Aplicando a transformação de componentes simétricas à

equação acima, resulta:

$$T_e = \frac{P}{2} \mu j \left[(i_{s+}^{cs*} i_{b+}^{cs}) e^{j\Theta} - (i_{s+}^{cs} i_{b+}^{cs*}) e^{-j\Theta} \right] \quad (27)$$

1.4 Aplicação da transformação de Ku

Apesar do modelo final da máquina, após a transformação de componentes simétricas (equações (21), (23) e (27)), ser facilmente simulado por um método numérico, é conveniente realizar ainda uma outra transformação para eliminar o termo $e^{j\Theta}$ e facilitar a obtenção das equações de regime permanente.

1.4.1 Definição da transformação

A transformação de Ku é uma transformação ativa de variáveis (referência [4]) definida como:

$$x^{cs} = K(\psi) x^{fb} \quad (28)$$

onde:

$$x^{cs} = \begin{bmatrix} x_+^{cs} & x_-^{cs} \end{bmatrix}^T \quad (29)$$

$$x^{fb} = \begin{bmatrix} x^f & x^b \end{bmatrix}^T \quad (30)$$

$$K(\psi) = \begin{bmatrix} e^{j\psi} & \\ & e^{-j\psi} \end{bmatrix} \quad K(\psi)^{-1} = K(\psi)_T^* \quad (31)$$

1.4.2 Referencial no campo girante

A matriz $K(\psi)$ para o estator com o referencial girando a velocidade síncrona toma a forma:

$$K_s = \begin{bmatrix} e^{j\omega_s t} & \\ & e^{-j\omega_s t} \end{bmatrix} \quad (32)$$

onde:

ω_s : velocidade síncrona.

Para o rotor tem-se:

$$K_r = \begin{bmatrix} e^{js\omega_s t} & \\ & e^{-js\omega_s t} \end{bmatrix} \quad (33)$$

onde:

s : escorregamento.

1.4.3 As equações após a transformação de Ku

Reescrevendo as equações (21) e (23) na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} v_{s+}^{cs} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + pL_s & pM e^{j\Theta} \\ pM e^{-j\Theta} & R_r + pL_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s+}^{cs} \\ i_{b+}^{cs} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Por desconsiderar as componentes de seqüência negativa as equações, após a transformação de Ku, não apresentam as componentes de índice b. A transformação de Ku elimina os termos $e^{j\Theta}$ tornando as equações mais simples:

$$\begin{bmatrix} v_s^f \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + L_s(p+j\omega_s) & M(p+j\omega_s) \\ M(p+jg\omega_s) & R_r + L_r(p+jg\omega_s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s^f \\ i_b^f \end{bmatrix} \quad (35)$$

A aplicação da transformação de Ku na equação de torque

resulta:

$$T_e = \frac{P}{2} j \mathcal{M} (i_s^{f*} i_b^f - i_s^f i_r^{f*}) \quad (36)$$

1.5 Obtenção das equações de regime permanente

O referencial estando no campo girante possibilita que, em regime, todas as tensões e correntes sejam constantes como mostra-se a seguir. Considerando tensões equilibradas no estator:

$$\begin{aligned} v_{s1} &= V_s \sqrt{2} \cos(\omega_s t) \\ v_{s2} &= V_s \sqrt{2} \cos(\omega_s t - 2\pi/3) \\ v_{s3} &= V_s \sqrt{2} \cos(\omega_s t - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (37)$$

as correntes estatóricas em regime permanente serão:

$$\begin{aligned} i_{s1} &= I_s \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \phi_s) \\ i_{s2} &= I_s \sqrt{2} \cos(\omega_s t - 2\pi/3 - \phi_s) \\ i_{s3} &= I_s \sqrt{2} \cos(\omega_s t - 4\pi/3 - \phi_s) \end{aligned} \quad (38)$$

e as do rotor:

$$\begin{aligned} i_{b1} &= I_B \sqrt{2} \cos(\omega_s st - \phi_r) \\ i_{b2} &= I_B \sqrt{2} \cos(\omega_s st - \delta_r - \phi_r) \\ i_{b3} &= I_B \sqrt{2} \cos(\omega_s st - 2\delta_r - \phi_r) \\ &\vdots \\ i_{bm} &= I_B \sqrt{2} \cos(\omega_s st - (m-1)\delta_r - \phi_r) \end{aligned} \quad (39)$$

Aplicando as transformações de componentes simétricas e Ku

aos três vetores acima (expressões (37),(38) e (39)),
obtem-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned} v_s^f &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s \\ i_s^f &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \bar{I}_s \\ i_b^f &= \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \bar{I}_B \end{aligned} \quad (40)$$

onde:

$$\bar{I}_S = I_S e^{-j\phi_s}$$

$$\bar{I}_B = I_B e^{-j\phi_r}$$

V_s, I_s e I_B são valores eficazes.

Para obter as equações de regime permanente da equação (35) basta fazer $p=0$, devido ao fato das variáveis v_s^f, i_s^f e i_b^f serem constantes para um referencial colocado no campo girante. Desta forma tem-se:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s &= (r_s + jL_s \omega_s) i_s^f + jM \omega_s i_b^f \\ 0 &= jM s \omega_s i_s^f + (R_r + j l_r s \omega_s) i_b^f \end{aligned} \quad (41)$$

isolando i_s^f e i_b^f em (41) e substituindo por seus valores em (40) tem-se:

$$\bar{I}_S = I_S \cdot e^{-j\phi_s} = V_s \frac{R_r / s + j \omega_s l_r}{(r_s + j \omega_s L_s)(R_r / s + j \omega_s l_r) + M^2 \omega_s^2} \quad (42)$$

$$\bar{I}_B = \bar{I}_B \cdot e^{-j\phi_r} = \sqrt{\frac{3}{m}} V_s \frac{-j\omega_s \mathcal{M}}{(r_s + j\omega_s L_s)(R_r/s + j\omega_s L_r) + \mathcal{M}^2 \omega_s^2} \quad (43)$$

onde os termos \bar{I}_S e \bar{I}_B são os fasores corrente de uma fase do estator e uma barra do rotor respectivamente. Substituindo as expressões (42) e (43) nas expressões (40) e posteriormente na equação de torque (36) tem-se:

$$T_e = \frac{3V_s^2}{\omega_s} \frac{\mathcal{M}^2 \omega_s^2}{r_s^2 + L_s^2 \omega_s^2} \frac{R_r/s}{(R_1 + R_r/s)^2 + (X_1 + (L_r - \mathcal{M})\omega_s)^2} \quad (44)$$

com:

$$\frac{1}{R_1 + jX_1} = \frac{1}{j\omega_s \mathcal{M}} + \frac{1}{r_s + j(L_s - \mathcal{M})\omega_s}$$

1.6 Extensão do modelo (barras consideradas isoladamente)

O modelo descrito acima tem a limitação séria de que m (número de barras por pólo, ou número de enrolamentos), deve ser ímpar. Será proposto agora um modelo que considera as barras isoladamente. Este modelo permite que o número de barras por par de pólos (2π elétricos) seja qualquer, desde que seja inteiro. As equações utilizadas serão as mesmas, apenas será necessário redefinir m , e tomar certo cuidado com o cálculo de R_r e das indutâncias.

Agora cada enrolamento m , onde m é o número de barras por par de pólos ($N_p/(P/2)$), será composto por uma única barra de resistência R_r (que representa a resistência de uma barra mais a parcela devido aos anéis). O retorno deste enrolamento se

fará por um condutor de resistência nula situado fora do domínio de estudo. É preciso salientar que a matriz de resistências do rotor não terá mais a mesma forma, no entanto não se dará atenção a sua nova forma, e sim ao valor final de R_r utilizado pelo modelo. No modelo anterior R_r significava a resistência de duas barras mais a contribuição, a cada uma delas, da resistência dos anéis. Portanto, basta tomar a metade do seu valor para obter o valor de R_r para o novo modelo proposto. Existe, no entanto, uma expressão que leva ao mesmo resultado, deduzida na referência [6]:

$$R_r = r_b + \frac{r_a}{2\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} \quad (45)$$

CAPÍTULO II

CÁLCULO DAS INDUTÂNCIAS ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS
E COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS

2.1 Apresentação sucinta do método de elementos finitos em duas dimensões (Formulação estática com potencial vetor \vec{A})

A formulação matemática da magnetostática para o caso em que o domínio de estudo apresenta correntes, como para uma máquina elétrica, recai na equação de Maxwell :

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad (46)$$

onde \vec{H} : campo magnético

\vec{J} : densidade de corrente

Definindo um potencial vetor tal que :

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A} \quad (47)$$

onde \vec{B} : indução magnética

Sabendo que $\vec{B} = \mu\vec{H}$, onde μ é a permeabilidade magnética, e substituindo a equação (47) na equação (46) chega-se na equação seguinte, para o caso de duas dimensões:

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} = - J \quad (48)$$

onde μ : permeabilidade magnética.

Na equação acima A e J são agora considerados escalares, pois o campo magnético tendo apenas duas dimensões (x e y), A e

J terão apenas componentes no eixo z. A equação acima é conhecida por equação de Poisson, que apresenta uma grande dificuldade para ser resolvida analiticamente. O método de elementos finitos é uma técnica numérica, que associada a um método matemático (método variacional ou método de Galerkin), possibilita resolver numericamente a equação de Poisson.

O método de elementos finitos consiste em discretizar o domínio de estudo em pequenas regiões chamadas de *elementos finitos*. Neste trabalho o elemento finito utilizado é o triângulo.

O método de elementos finitos necessita de um método matemático associado a ele. Este método matemático pode ser o método variacional, que tem como princípio básico ao invés de resolver diretamente as equações relativas ao fenômeno físico (no caso equação (48)), minimizar um funcional energético. Este funcional pode então ser decomposto como sendo a soma dos funcionais relativos a cada triângulo. O campo magnético é suposto constante em cada triângulo e o potencial vetor magnético A varia linearmente no interior de um triângulo. A partir das idéias expostas acima chega-se a um sistema como:

$$\begin{bmatrix} SS \\ \text{nxn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v \\ \text{nx1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ \text{nx1} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Onde [SS] e [Q] são matrizes conhecidas e trazem informações a respeito da geometria, dos materiais magnéticos e fontes de corrente. O vetor [V] = [A₁ A₂ ... A_n]^T representa o potencial em cada nó da estrutura. A resolução do sistema

(49) leva ao conhecimento das variáveis magnéticas ligadas ao potencial vetor A , como \vec{B} (indução magnética), \vec{H} (campo magnético) e fluxo.

O traçado das equipotencias do potencial vetor permite uma visualização do fluxo. O tubo formado por duas equipotenciais consecutivas representa um fluxo constante passando por toda a extensão deste tubo. O fluxo magnético por unidade de profundidade entre dois pontos quaisquer na estrutura estudada, pode ser facilmente calculado como sendo igual à diferença de potencial ΔA entre estes dois pontos. Neste trabalho será utilizado o programa EFMAQ [17], para o cálculo das indutâncias dos modelos. Um estudo mais aprofundado acerca do método de elementos finitos está fora do objetivo deste trabalho e pode ser encontrado na referência [2].

2.2 Cálculo das indutâncias para o modelo considerando as barras duas a duas

No cálculo dos parâmetros, neste capítulo, não é considerada a saturação magnética, ou seja, a permeabilidade do ferro é considerada constante e mil vezes maior que a do ar.

Para demonstrar o cálculo das indutâncias é utilizada uma máquina trifásica de 6 pólos, 36 ranhuras no estator, 42 no rotor, 70 mm de raio externo do estator, 46.25 mm de raio interno do estator, 0.3 mm de entreferro e 15 mm de raio interno do rotor. Cada ranhura do rotor, nas quais estão fundidas as barras, tem área igual a 24.5 mm^2 , cada ranhura do estator tem área igual a 44 mm^2 . O pacote tem comprimento L de

100 mm. O enrolamento do estator é construído em camada única com 40 condutores por ranhura e 2 ranhuras por pólo e por fase.

A estrutura da máquina para 2 pólos é mostrada na figura 2, os números nas ranhuras representam as fases do estator e enrolamentos do rotor. Os números com índice *linha* representam o retorno destes enrolamentos. A máquina apresenta um número ímpar de barras por pólo ($m = 7$), condição necessária para a utilização do primeiro modelo (barras consideradas duas a duas). Apenas um pólo da estrutura mostrada na figura 2.1 necessita ser utilizado pelo programa de cálculo de campos, pois a estrutura apresenta a condição de antiperiodicidade.

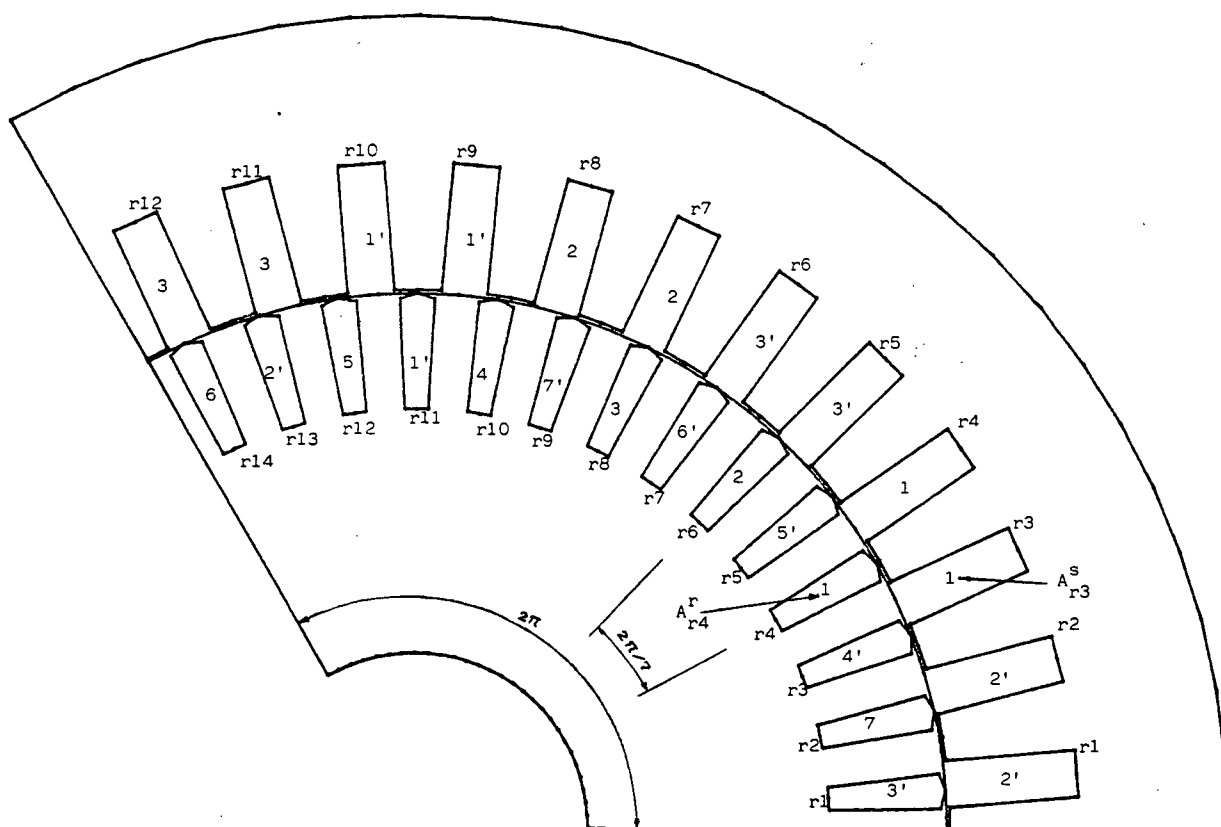


figura 2.1 :Estrutura de uma máquina de seis polos com as convenções para os enrolamentos do rotor e estator

O conhecimento das indutâncias da máquina implica a

determinação das matrizes L_{ss} , L_{rr} e L_{sr} (expressões 4, 5 e 6), o que, após as transformações empregadas, resume-se ao conhecimento de L_s , I_r e M .

Na matriz de indutância do estator L_{ss} deseja-se calcular L e M , indutâncias própria e mútua do estator. Todas as indutâncias das matrizes L_{ss} e L_{rr} serão consideradas constantes com o movimento da máquina. Para o cálculo da indutância própria do estator injeta-se corrente, por exemplo, no enrolamento 1 do estator. Com a condição de linearidade para o circuito magnético é conveniente que esta corrente seja unitária. Assim, o cálculo do enlace de fluxo fornecerá diretamente o valor da indutância. A indutância própria do estator L pode ser calculada como a soma dos fluxos que enlaçam cada uma das duas bobinas que compõe o enrolamento 1 do estator, ou seja:

$$L = \frac{N\phi_{b11} + N\phi_{b21}}{i_{s1}} \quad (50)$$

onde:

ϕ_{b11} : fluxo na bobina 1 do enrolamento 1 do estator.

ϕ_{b21} : fluxo na bobina 2 do enrolamento 1 do estator.

$i_{s1} = 1A$: corrente no enrolamento 1 do estator.

N : número de espiras de uma bobina do estator.

Para efetuar o cálculo de t , impõe-se então uma densidade de corrente $J=N/S_s$, onde S_s é a área da ranhura do estator, nas ranhuras $r3$ e $r4$ do estator. O resultado do cálculo de campos pode então ser visualizado na figura 2.2, que mostra as

equipotenciais do potencial vetor magnético A. Os fluxos ϕ_{b11} e ϕ_{b21} podem ser calculados como:

$$\begin{aligned}\phi_{b11} &= 2 A_{r3}^s L f_p \\ \phi_{b21} &= 2 A_{r4}^s L f_p\end{aligned}\quad (51)$$

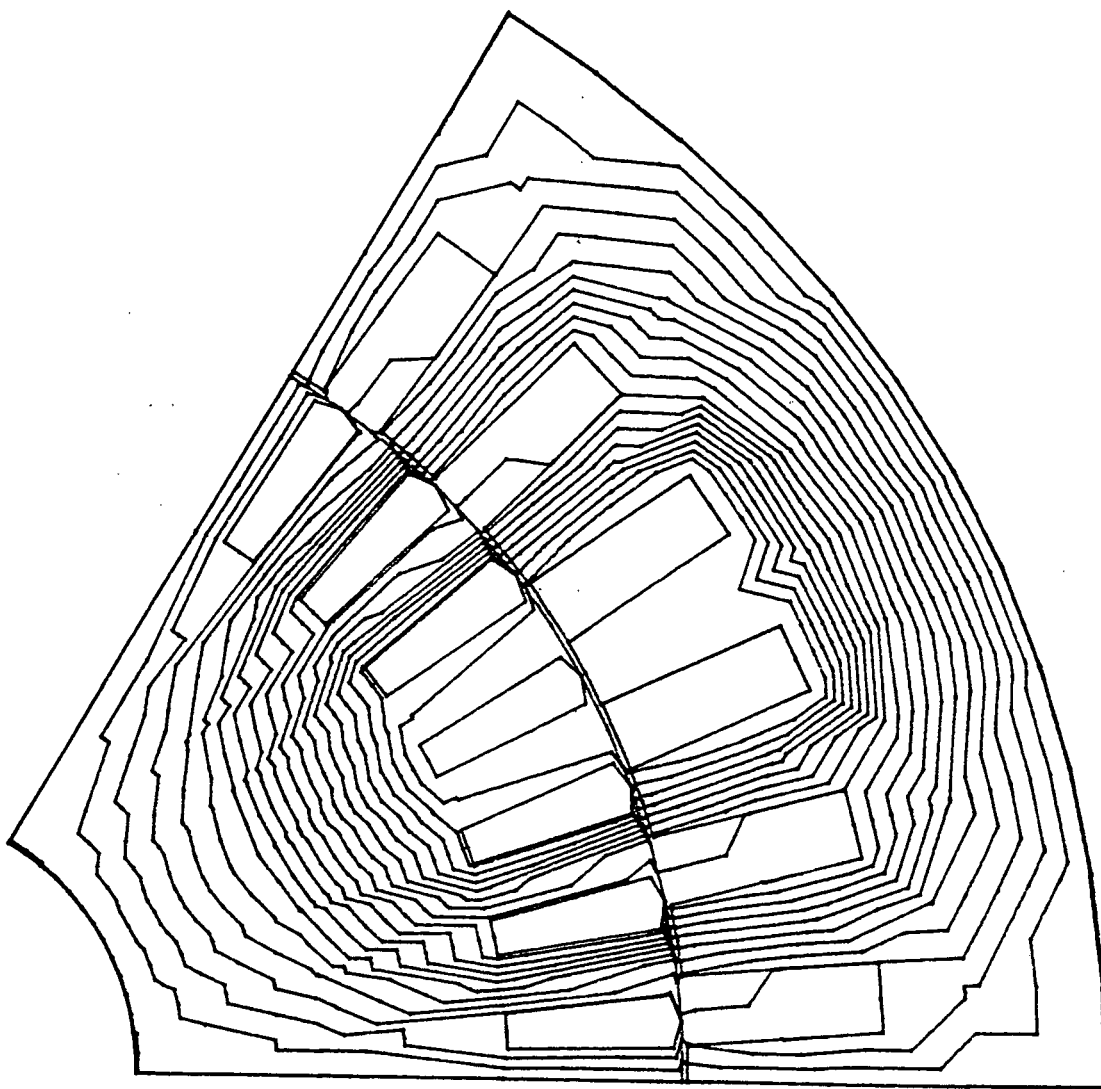


figura 2.2 : Distribuição do fluxo magnético para uma corrente unitária injetada nas ranhuras r3 e r4 do estator

onde :

A_{rq}^s : potencial vetor no centro da ranhura q do estator.

L : comprimento do pacote.

f_p : fator de empilhamento.

O fluxo calculado para a estrutura mostrada na figura 2.2, que representa apenas um pólo da máquina, deve ser multiplicado por 2 para obter o fluxo total que enlaça cada uma das bobinas. A condição de antiperiodicidade garante que, se o potencial em um ponto $X(r, \theta_z)$, onde r é o raio e θ é o ângulo para coordenadas polares, tem valor A_x , o potencial em um outro ponto $X'(r, \theta_z + \pi)$ tem valor $-A_x$. Sendo os lados de uma bobina do estator ou os lados de um enrolamento do rotor sempre separados de π radianos elétricos, o fluxo que enlaça um enrolamento será proporcional a duas vezes o potencial vetor magnético no centro de uma das ranhuras que representa um lado do enrolamento, visto que o fluxo é calculado pela diferença de potencial entre dois pontos. Utilizando as expressões (50) e (51), a partir dos resultados do cálculo de campos mostrado na figura 2.2, encontra-se, para um f_p de .97, $L = 17,6$ mH.

A indutância mútua do estator M pode ser calculada de forma semelhante a indutância própria; utilizando o resultado mostrado na figura 2.2 :

$$M = - \frac{N\phi_{b13} + N\phi_{b23}}{i_{s1}} \quad (52)$$

onde:

ϕ_{b13} : fluxo na bobina 1 do enrolamento 3 do estator.

ϕ_{b23} : fluxo na bobina 2 do enrolamento 3 do estator.

$i_{s1} = 1A$: corrente no enrolamento 1 do estator.

N : número de espiras de uma bobina do estator.

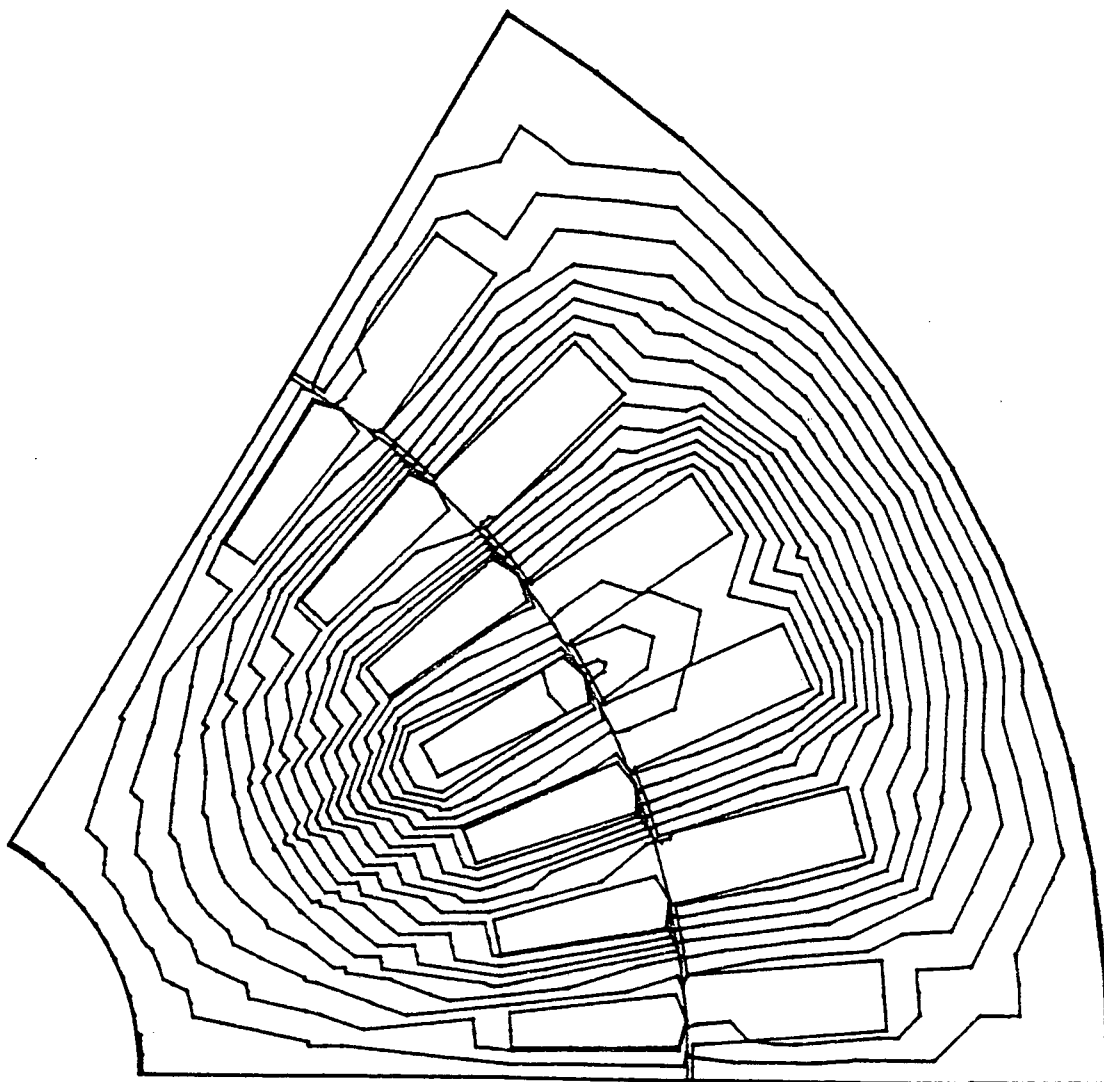


figura 2.3 : Distribuição do fluxo magnético para uma corrente unitária injetada no enrolamento 1 do rotor (ranhura 4).

Os fluxos ϕ_{b13} e ϕ_{b23} são calculados como:

$$\begin{aligned}\phi_{b13} &= 2 A_{r5}^s L f_p \\ \phi_{b23} &= 2 A_{r6}^s L f_p\end{aligned}\quad (53)$$

O sinal negativo aparece na expressão (52) porque nas ranhuras r5 e r6 do estator tem-se o retorno do enrolamento 3 do estator.

Utilizando as expressões (52) e (53) através do cálculo de campos encontra-se $M = -6,26$ mH.

A matriz L_{rr} tem dimensão 7x7 e, portanto, 4 indutâncias distintas a serem calculadas: i_r , i_1 , i_2 e i_3 . A figura 2.3 mostra a distribuição do fluxo magnético para uma corrente unitária injetada no enrolamento 1 do rotor (ranhura 4). Com este resultado do cálculo de campos pode-se calcular as 4 indutâncias.

A indutância própria de um enrolamento do rotor é dada por:

$$i_r = \frac{\phi_1^r}{i_{b1}} \quad (54)$$

onde:

ϕ_1^r : fluxo que enlaça o enrolamento 1 do rotor.

$i_{b1} = 1A$: corrente no enrolamento 1 (barra 1) do rotor.

O fluxo ϕ_1^r é calculado de forma idêntica ao cálculo feito para o estator, ou seja:

$$\phi_1^r = 2 A_{r4}^r L f_p \quad (55)$$

onde:

A_{rp}^r : potencial vetor magnético no centro da ranhura p do rotor.

As demais indutâncias do rotor são dadas pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{\phi_2^r}{i_{b1}} \\ i_2 &= - \frac{\phi_3^r}{i_{b1}} \\ i_3 &= - \frac{\phi_4^r}{i_{b1}} \end{aligned} \quad (56)$$

com:

$$\phi_2^r = 2 A_{r6}^r L f_p$$

$$\phi_3^r = 2 A_{r1}^r L f_p$$

$$\phi_4^r = 2 A_{r3}^r L f_p$$

onde:

ϕ_m^r : fluxo que enlaça o enrolamento m do rotor.

Os valores encontrados para as indutâncias acima foram:

$$i_r = 3.41 \mu\text{H}, \quad i_1 = 1.48 \mu\text{H}, \quad i_2 = -0.396 \mu\text{H} \quad \text{e} \quad i_3 = -2.45 \mu\text{H}.$$

Na matriz L_{sr} existe apenas um parâmetro a ser calculado: M_{sr} . O valor de pico da componente fundamental da indutância mútua, entre um enrolamento do estator e outro do rotor M_{sr} , será aproximado pelo valor de pico da indutância mútua entre um enrolamento do estator e outro do rotor. Desta forma M_{sr} pode ser calculado a partir do resultado mostrado nas figuras 2.2 ou 2.3. Escolhendo o resultado mostrado na figura 2.2, basta

calcular o fluxo enlaçado pelo enrolamento 1 do rotor que, na posição mostrada nas figuras 2.1, 2.2 e 2.3, está alinhado com o enrolamento 1 do estator. A indutância M_{sr} pode ser calculada pela expressão (57):

$$M_{sr} = \frac{\phi_1^r}{i_{s1}} \quad (57)$$

onde:

$i_{s1} = 1A$: corrente no enrolamento 1 do estator.

$$\phi_1^r = 2 A_{r4}^r L f_p$$

A partir da expressão (57) encontrou-se $M_{sr} = .215$ mH.

Com as indutâncias da máquina, para o modelo nas variáveis originais calculadas, deseja-se agora obter os parâmetros das equações após as transformações. As indutâncias L_s , L_r e M são então calculadas pelas expressões (15), (17) e (25) respectivamente. Os valores encontrados foram: $L_s = 23.86$ mH, $L_r = 9.84 \mu H$ e $M = .493$ mH.

2.3 Cálculo das indutâncias para o modelo considerando as barras isoladamente

Para o modelo considerando as barras isoladamente, cada uma como sendo um enrolamento, tem-se 14 enrolamentos distintos ($m=14$). Como já foi dito no item 1.6, cada enrolamento m , onde m é o número de barras por par de pólos, é composto por uma única barra de resistência R_r , que representa a resistência de uma barra mais a parcela devido aos anéis. O retorno deste enrolamento é feito por um condutor de resistência nula situado

fora do domínio de estudo.

No caso do emprego do método de elementos finitos, necessita-se impor às fronteiras do domínio de estudo, condições de contorno. Nas fronteiras f_1 e f_2 , indicadas na figura 2.4, os potenciais nos nós estão relacionados através de uma condição de periodicidade indicando que o domínio de estudo se repete a partir destas fronteiras. Nas fronteiras f_3 e f_4 impõe-se um potencial fixo e igual a zero, indicando que o fluxo não ultrapassa estas fronteiras, o que é uma boa aproximação.

Os condutores de retorno podem, então, ser considerados

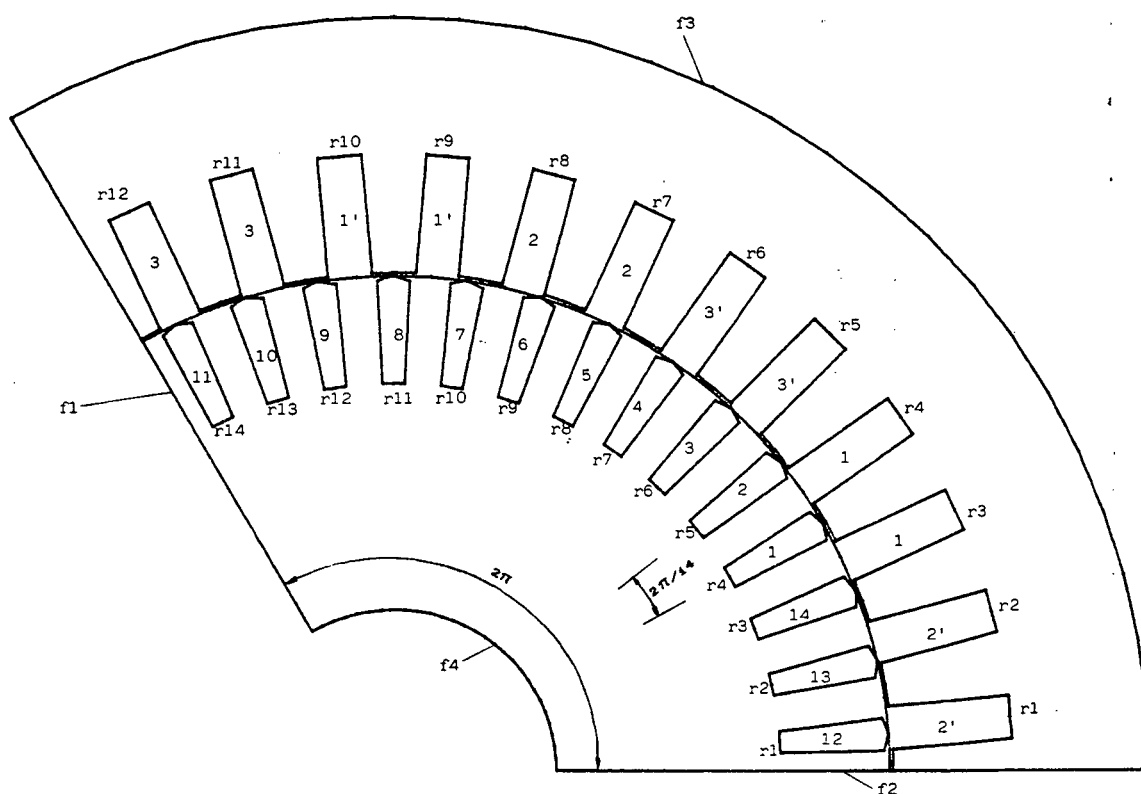


figura 2.4 : Estrutura de uma máquina de seis polos, com as convenções para os enrolamentos do estator e rotor. As barras são consideradas isoladamente.

como condutores fictícios de resistência nula, situados em qualquer ponto das fronteiras f_3 e f_4 , onde o potencial é nulo.

A mesma máquina utilizada no item 2.2 é agora também empregada. Sua estrutura é mostrada na figura 2.4, com a nova consideração para as barras. O domínio utilizado agora pelo cálculo de campos é de 2π elétricos, no entanto, para o estator, onde não houve modificação em relação ao caso

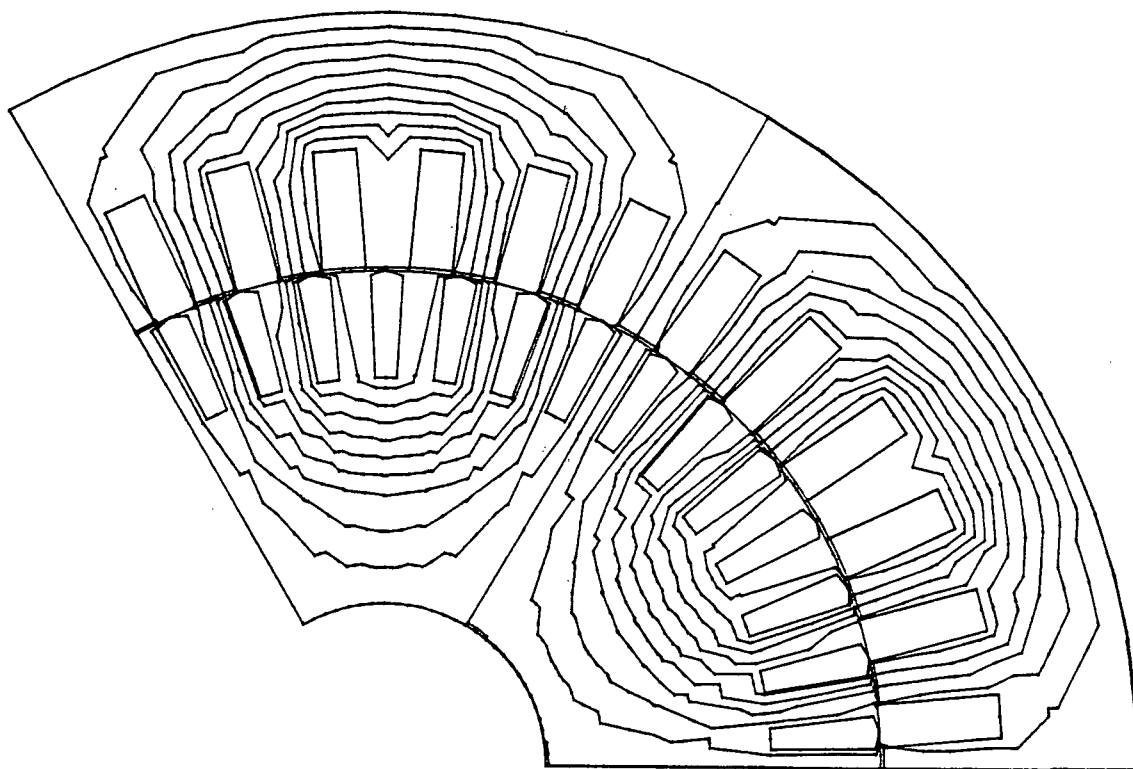


figura 2.5 : Distribuição do fluxo magnético para uma corrente unitária injetada no enrolamento 1 do estator.

anterior, os valores das indutâncias l e m devem ser os mesmos. O processo de cálculo é, também, basicamente o mesmo: injeta-se uma corrente unitária num enrolamento qualquer do estator, por exemplo o enrolamento 1. Neste caso, tem-se acesso ao retorno

1' do enrolamento e o fluxo encontrado através do cálculo de campos é o fluxo total deste enrolamento. O resultado do cálculo de campos para este caso é mostrado na figura 2.5 . A indutância própria do estator é, então, dada pela expressão (50), sendo que os fluxos são calculados pelas expressões seguintes:

$$\begin{aligned}\phi_{b11} &= (A_{r3}^s - A_{r9}^s) L f_p \\ \phi_{b21} &= (A_{r4}^s - A_{r10}^s) L f_p\end{aligned}\tag{58}$$

A indutância mútua M pode ser calculada, utilizando também o resultado mostrado na figura 2.5, pela expressão (52) sendo

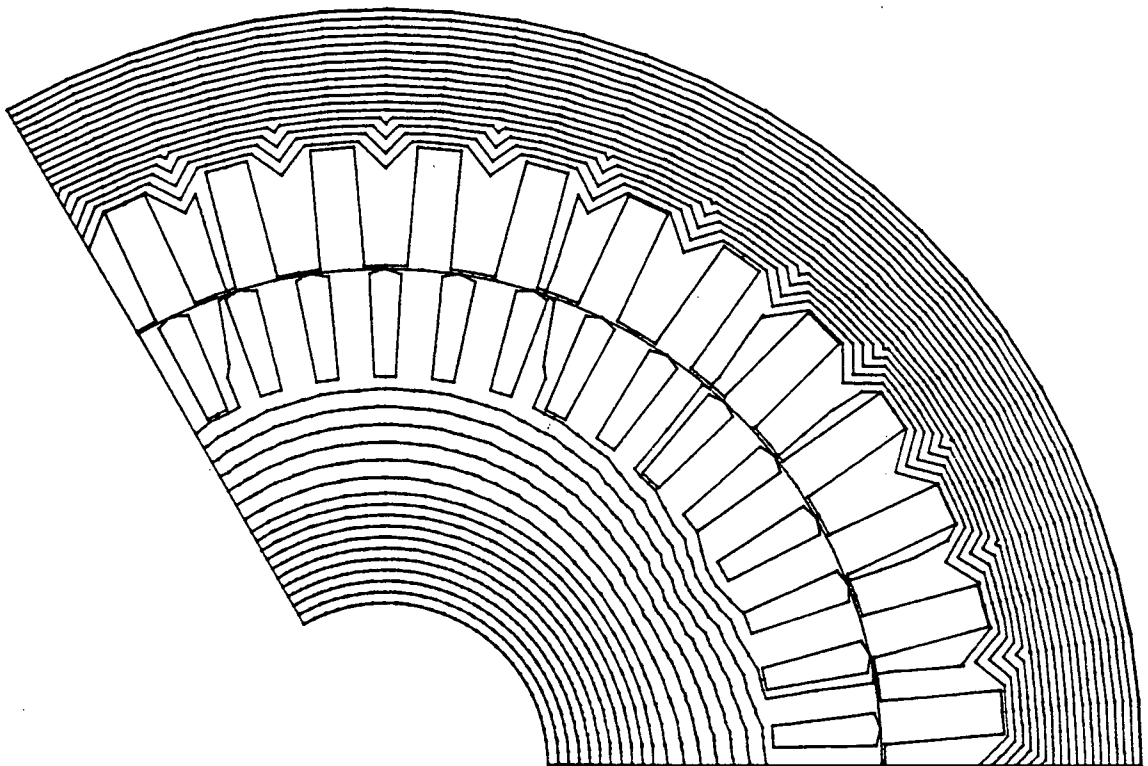


figura 2.6 : Distribuição do fluxo magnético para uma corrente unitária injetada no enrolamento 1 do rotor.

os fluxos calculados por:

$$\begin{aligned} \phi_{b13} &= (A_{r5}^s - A_{r11}^s) L f_p \\ \phi_{b23} &= (A_{r6}^s - A_{r12}^s) L f_p \end{aligned} \quad (59)$$

A matriz L_{rr} tem agora dimensão 14x14, e portanto, 7 indutâncias distintas a serem calculadas: $i_r, i_1, i_2, \dots, i_7$. A figura 2.6 mostra a distribuição do fluxo magnético para uma corrente unitária injetada no enrolamento 1 (barra 1) do rotor (ranhura 4). Com este resultado do cálculo de campos pode-se calcular as 7 indutâncias.

A indutância própria de um enrolamento do rotor, utilizando o resultado da figura 7, é dada por:

$$i_r = \frac{A_{r4}^r * L * f_p}{i_{b1}} \quad (60)$$

As demais indutâncias do rotor são dadas pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{A_{r5}^r * L * f_p}{i_{b1}} \\ i_2 &= \frac{A_{r6}^r * L * f_p}{i_{b1}} \\ &\vdots \\ i_7 &= \frac{A_{r11}^r * L * f_p}{i_{b1}} \end{aligned} \quad (61)$$

Os valores encontrados para as indutâncias acima foram:

$l_r = 10.83 \mu\text{H}$, $l_1 = 10.39 \mu\text{H}$, $l_2 = 9.99 \mu\text{H}$, $l_3 = 9.63 \mu\text{H}$, $l_4 = 9.43 \mu\text{H}$, $l_5 = 9.23$, $l_6 = 9.16 \mu\text{H}$ e $l_7 = 9.14 \mu\text{H}$.

A condição de periodicidade, é importante notar, é uma exigência para que se possa manter a individualidade das barras e, então, calcular as indutâncias. Uma outra barra distante π radianos elétricos da barra considerada, nada tem de comum com esta, do ponto de vista do modelo proposto, e deve ser considerada separadamente.

A indutância M_{sr} , com a mesma aproximação considerada para o modelo anterior e com o resultado mostrado na figura 2.5, é obtida a partir da expressão:

$$M_{sr} = \frac{A_{r4}^r * L * f_p}{i_{s1}} \quad (62)$$

onde:

$i_{s1} = 1\text{A}$: corrente no enrolamento 1 do estator

A partir da expressão (62) encontrou-se $M_{sr} = .107 \text{ mH}$.

Com as indutâncias da máquina, para o modelo nas variáveis originais calculadas, deseja-se agora obter os parâmetros das equações após as transformações. As indutâncias L_s , l_r e M são então calculadas pelas expressões (15), (17) e (25), respectivamente. Na expressão (17) deve-se observar que m é par para a máquina estudada e, portanto, há apenas um termo de índice k . Pode-se reescrevê-la da seguinte forma:

$$l_r = l_r + (\beta^{-1} + \beta)l_1 + (\beta^{-2} + \beta^2)l_2 + \dots \\ \dots + (\beta^{-(k-1)} + \beta^{(k-1)})l_{k-1} + \beta^k l_k \quad (64)$$

Os valores encontrados foram: $L_s = 23.86$ mH, $L_r = 4.90$ μ H e $M = .348$ mH.

2.4 Equivalência entre os modelos

Tomando-se as equações do modelo da expressão (41) e substituindo i_s^f e i_b^f por seus valores em (40), obtém-se:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s &= (r_s + jL_s w_s) \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{I}_s + jM w_s \sqrt{\frac{m}{2}} \bar{I}_B \\ 0 &= jM s w_s \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{I}_s + (R_r + jL_r s w_s) \sqrt{\frac{m}{2}} \bar{I}_B \end{aligned} \quad (65)$$

Admitindo que as equações acima são para o modelo considerando as barras duas a duas, pretende-se encontrar uma relação entre os parâmetros da expressão (65) e os parâmetros da expressão (66), que descreve a mesma máquina representada pela expressão (65) considerando, agora, as barras isoladamente.

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s &= (r_s + jL_s w_s) \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{I}'_s + jM' w_s \sqrt{\frac{m'}{2}} \bar{I}'_B \\ 0 &= jM' s w_s \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{I}'_s + (R'_r + jL'_r s w_s) \sqrt{\frac{m'}{2}} \bar{I}'_B \end{aligned} \quad (66)$$

O parâmetro R_r é o dobro de R'_r , como já discutido no item 1.6. M_{sr} é o dobro de M'_{sr} . Isto pode ser comprovado facilmente observando as equações (57) e (62), então pode-se encontrar uma relação entre M e M' como segue:

$$M' = \sqrt{\frac{3m'}{2}} \quad M'_{sr} = \sqrt{\frac{3(2m)}{2}} \cdot \frac{M_{sr}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{3m}{2}} \quad M_{sr} = \frac{\sqrt{2}}{2} M \quad (67)$$

Através do cálculo de campos pode-se notar que l_r é o dobro de l'_r . Sendo assim, pode-se substituir os parâmetros com índice linha da expressão (66) pelas relações expostas acima:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s &= (r_s + jL_s w_s) \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{I}'_S + j \frac{\sqrt{2}}{2} M w_s \sqrt{\frac{2m}{2}} \bar{I}'_B \\ 0 &= j \frac{\sqrt{2}}{2} M s w_s \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{I}'_S + (R_r/2 + j\{l_r/2\} s w_s) \sqrt{\frac{2m}{2}} \bar{I}'_B \end{aligned} \quad (68)$$

que resulta em:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s &= (r_s + jL_s w_s) \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{I}'_S + j M w_s \sqrt{\frac{m}{2}} \bar{I}'_B \\ 0 &= j M s w_s \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{I}'_S + (R_r + j l_r s w_s) \sqrt{\frac{m}{2}} \bar{I}'_B \end{aligned} \quad (69)$$

As equações (69) são iguais às mostradas na expressão (65), mostrando que os modelos são equivalentes.

CAPÍTULO III

A SATURAÇÃO MAGNÉTICA

3.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado um método para levar em consideração a saturação magnética do ferro. O método propõe uma interação entre as equações do cálculo de campos, para a formulação exposta no capítulo II, e as equações do modelo apresentadas no capítulo I. Existem formulações mais complexas e pesadas, que formam um conjunto de equações acopladas da máquina e do cálculo de campos. Estas formulações são analisadas rapidamente neste capítulo. O objetivo do método proposto é obter bons resultados, especialmente para casos onde a saturação é importante, com uma formulação simples para o método de Elementos Finitos e para as equações da máquina.

Neste capítulo será analisado apenas o modelo que considera as barras aos pares, sendo que o procedimento geral de cálculo apresentado aqui pode ser utilizado também para o modelo que considera as barras isoladamente. Apenas o regime permanente da máquina será estudado.

3.2 A formulação do método de elementos finitos

A formulação utilizada aqui para considerar o problema não linear (saturação magnética) é a mesma utilizada no Capítulo II: formulação estática com potencial vetor. Convém, no

entanto, fazer alguns comentários sobre as outras formulações existentes na literatura para a análise da máquina de indução com o Método de Elementos Finitos. Existem basicamente outras duas formulações:

1) Solução da equação de difusão através de uma discretização no espaço(r, ϕ_z : coordenadas polares) e no tempo t :

$$\frac{\nu}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{(\nu \partial A)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi_z} \frac{(\nu \partial A)}{\partial \phi_z} = -J + \sigma \frac{\partial A}{\partial t}$$

(70)

onde ν : relutividade magnética
 σ : condutividade

A formulação acima pode ser utilizada para o regime permanente bem como para o transitório. A saturação magnética também pode ser considerada. Através de uma relação entre a tensão e o potencial vetor, esta formulação pode representar quase diretamente o comportamento da máquina. Seria necessário ainda considerações sobre a circulação das correntes, visto ser esta formulação bidimensional. Para representar o movimento da máquina seria necessário ainda uma nova malha para cada posição do rotor.

Esta formulação requer um grande tempo de processamento, tornando difícil sua utilização em microcomputadores tipo PC.

2) Solução da equação de difusão através de uma discretização espacial, considerando um potencial vetor complexo \bar{A} :

$$\frac{\nu}{r} \frac{\partial \bar{A}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{(\nu \partial \bar{A})}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \frac{(\nu \partial \bar{A})}{\partial \phi} = -\bar{J} + \sigma j \omega \bar{A}$$

(71)

onde a barra sobre as variáveis implica quantidades complexas.

Esta formulação é utilizada somente para regime permanente, sendo que \bar{A} e \bar{J} são considerados quantidades senoidais. Esta formulação é aplicada somente para problemas lineares.

As formulações apresentadas mostram-se inconvenientes quanto ao tempo de processamento, para o primeiro caso; e para problemas não lineares, no segundo. No entanto elas apresentam a vantagem de, através de algumas considerações, representarem a máquina para o caso em que esta é alimentada em tensão, através de um conjunto de equações acopladas. O método apresentado utiliza a formulação mais simples para o método de Elementos Finitos, porém, serão necessárias algumas simplificações.

3.3 Interação entre o modelo da máquina e o Cálculo de Campos

O modelo apresentado no CAPÍTULO I considera a máquina alimentada em tensão, que é a situação mais comum na prática. No entanto, a entrada para as equações de cálculo de campos são as correntes que circulam nas ranhuras. Quando é considerada a saturação magnética, as indutâncias dependem das correntes que circulam na máquina. Isto força uma interação entre a solução das equações do cálculo de campos e a solução das equações do

modelo.

O fato de considerar a máquina sendo alimentada em tensão, torna o problema mais complexo, porém, mais realista. A solução aqui apresentada propõe uma interação entre a resolução do cálculo de campos, através do método de elementos finitos, e a solução das equações do modelo.

Neste capítulo será estudado apenas o regime permanente da máquina. O método consiste, a princípio, em considerar correntes iniciais, obtida a partir da solução para regime permanente e para uma velocidade próxima da qual se deseja obter uma nova solução. Estas correntes são injetadas nas ranhuras do estator e rotor da máquina; faz-se, então, um cálculo através do método de elementos finitos considerando a saturação. As permeabilidades dos elementos da malha são então armazenadas num vetor.

Após este primeiro cálculo considerando a saturação, faz-se alguns cálculos lineares para a obtenção das indutâncias do modelo, considerando as permeabilidades resultantes da contribuição de todas as correntes da máquina, obtidas no cálculo com saturação. Estes parâmetros são então empregados na solução das equações do modelo. As correntes obtidas são comparadas com as iniciais, se o erro for maior que o estipulado inicia-se uma nova iteração com os novos valores de correntes. O método descrito acima é mostrado no diagrama de blocos da figura abaixo, onde r_n é o número de ranhuras por pólo do estator e r_m o número de ranhuras por pólo do rotor.

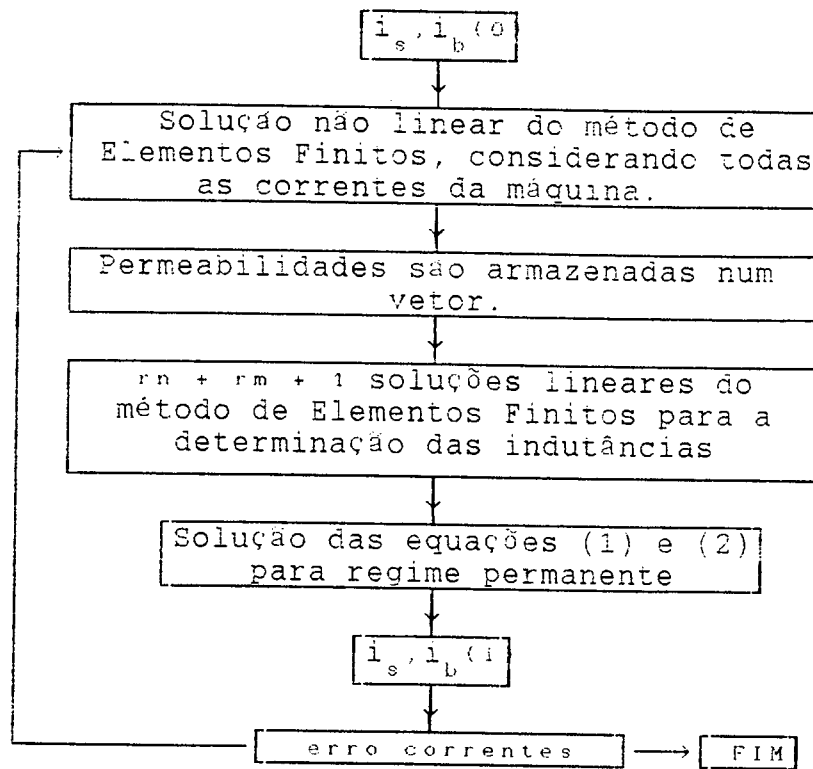


figura 3.1 : Diagrama de blocos do método de análise não linear proposto.

3.4 Obtenção da onda de fluxo resultante considerando a saturação

Os valores para regime permanente das correntes nas fases do estator e nas barras do rotor são dados pelas expressões (38) e (39). Os valores eficazes destas correntes e seus ângulos em relação à tensão de entrada são calculadas pelas equações (42) e (43). Resolvendo-se as equações (42) e (43) através de um cálculo linear das indutâncias e para uma velocidade escolhida, como mostrado no capítulo II, e utilizando estes valores nas expressões (38) e (39) para um tempo igual a zero, obtém-se a distribuição de correntes em

todas as ranhuras do estator e barras do rotor. Estas correntes são utilizadas no cálculo de campos considerando-se a saturação através da característica B-H da chapa no núcleo da máquina. Obtém-se, assim, a configuração da onda de fluxo resultante para $t=0$. Os valores das permeabilidades são, então, armazenados num vetor.

3.5 Cálculo de L_s

A onda de fluxo resultante, embora sendo uma "fotografia" instantânea no tempo, permanece com esta forma praticamente inalterada para outros valores de tempo, considerando uma velocidade constante. Não serão considerados aqui os desvios da forma de onda de fluxo resultante devido à posição relativa entre estator e rotor. Em outras palavras, não serão consideradas as harmônicas espaciais devido ao movimento da máquina. No entanto, a onda de fluxo resultante ao girar, satura de forma diferente cada ponto do circuito magnético. Uma determinada fase do estator " vê " um circuito magnético diferente para cada posição da onda de fluxo resultante.

A consideração do movimento da máquina implicaria num trabalho computacional grande. Como a máquina aqui estudada é simétrica, desprezando o movimento relativo entre estator e rotor, pode-se, no entanto, considerar o movimento do campo girante simplesmente redefinindo os enrolamentos rotóricos e estatóricos.

Para o caso do estator, sabe-se que o campo girante passa por ele na velocidade síncrona. Para simular a passagem do

campo girante pode-se simplesmente redefinir a posição das fases. Após o cálculo saturado e com os valores de permeabilidade armazenados, pode-se calcular o parâmetro L_s basicamente como descrito no capítulo II. Injeta-se corrente num enrolamento do estator, calcula-se a indutância própria deste enrolamento e a mútua deste com os outros através de um

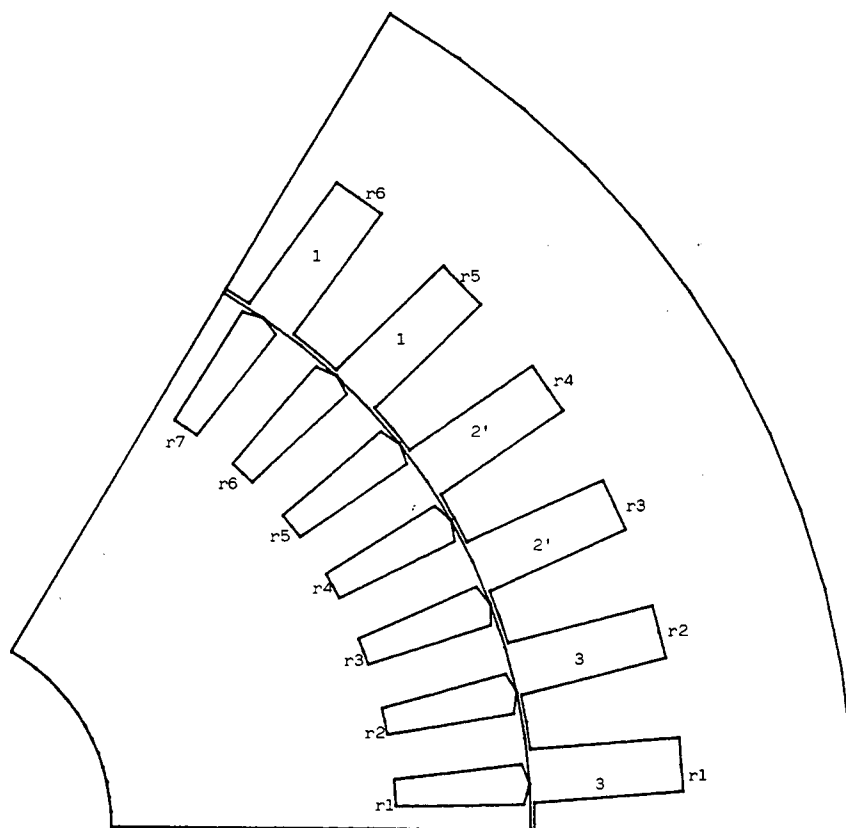


figura 3.2 : Estrutura de uma máquina de seis polos com as convenções mencionadas no capítulo I. O enrolamento 1 do estator está posicionado nas ranhuras r6 e r5 do estator.

cálculo linear utilizando as permeabilidades do cálculo saturado.

Para a estrutura mostrada na figura 3.2 injeta-se primeiro corrente nas ranhuras 5 e 6 do estator, como se o enrolamento 1 estivesse aí posicionado; calcula-se, então, a indutância própria L e a mútua M . Para simular o movimento da onda de fluxo resultante de um passo de ranhura do estator, redefine-se a posição do enrolamento 1, injetando correntes nas ranhuras 5 e 4 ; daí obtém-se um novo valor de L e M . Este processo será repetido um número de vezes igual ao número de ranhuras por pólo do estator. Desta forma tem-se a variação dos parâmetros L e M com a passagem da onda de fluxo resultante.

É importante observar que não interessa a posição da onda de fluxo resultante obtida para $t=0$. Fazendo-se a varredura, redefinindo-se a posição dos enrolamentos, consegue-se a variação total dos parâmetros L e M para um ciclo completo da passagem do campo girante.

A matriz L_{ss} não apresentará mais a forma mostrada no Capítulo I (expressão 4). Seus elementos podem ser representados por um valor médio mais uma função da posição do campo girante:

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} L + f_1(\varphi) & M + f(\varphi) & M + f(\varphi - \pi/3) \\ M + f(\varphi) & L + f_1(\varphi + \pi/3) & M + f(\varphi + \pi/3) \\ M + f(\varphi - \pi/3) & M + f(\varphi + \pi/3) & L + f_1(\varphi - \pi/3) \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

(72)

onde:

L : valor médio da indutância própria do estator.

M : valor médio da indutância mútua do estator.

r, r_1 : funções da posição do campo girante em relação ao enrolamento 1 do estator φ .

Como mostrado na expressão acima as indutâncias tem um mesmo valor médio L e M , e funções r e r_1 que dependem da saturação produzida pela posição do campo girante. As funções r e r_1 não serão consideradas. Estas funções tem uma variação máxima, em torno da média, de 7% aproximadamente, segundo os cálculos efetuados para a máquina aqui estudada. O parâmetro L_s será calculado pela expressão (15). As funções r apresentam uma única forma, no entanto, são defasadas uma da outra, o mesmo acontece para as funções r_1 .

As funções r e r_1 tem período de π radianos. Isto porque os potenciais magnéticos separados de π radianos elétricos têm o mesmo módulo e, portanto, nestes pontos a permeabilidade magnética será a mesma. Isto implica que de π em π radianos de revolução do campo girante se repetirá num ponto qualquer da máquina a mesma condição de saturação.

3.6 Cálculo de L_r

Para o caso do rotor, sabe-se que o campo girante passa por ele na velocidade de escorregamento. Para simular a passagem do campo girante pode-se simplesmente redefinir a posição dos enrolamentos. Com as permeabilidades armazenadas no cálculo não-linear, calcula-se a indutância própria de um enrolamento do rotor e as mútuas entre este enrolamento e os

demais. Este cálculo é repetido um número de vezes igual ao número de ranhuras por pólo do rotor. Desta forma consegue-se a variação das indutâncias com a posição da onda de fluxo resultante.

A matriz L_{rr} não apresentará a mesma forma mostrada no Capítulo I (expressão (5)). Seus elementos, da mesma forma que para o estator, podem ser representados por um valor médio mais uma função da posição da onda de fluxo resultante. A forma da matriz L_{rr} considerando a saturação é mostrada na expressão (73).

$$L_{rr} = \begin{bmatrix} l_r + f(\gamma) & l_1 + f_1(\gamma) & l_2 + f_2(\gamma) & \dots \\ l_1 + f_1(\gamma) & l_r + f(\gamma - 2\pi/m) & l_1 + f_1(\gamma - 2\pi/m) & l_2 + f_2(\gamma - 2\pi/m) \dots \\ l_2 + f_2(\gamma) & l_1 + f_1(\gamma - 2\pi/m) & l_r + f(\gamma - 4\pi/m) & l_1 + f_1(\gamma - 4\pi/m) \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_1 + f_1(\gamma - [m-2]\pi/m) & l_2 + f_2(\gamma - [m-2]\pi/m) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & l_k + f_k(\gamma) & l_k + f_k(\gamma - \pi/m) \dots & l_2 + f_2(\gamma - [m-4]\pi/m) & l_1 + f_1(\gamma - [m-2]\pi/m) \\ \dots & l_k + f_k(\gamma - 2\pi/m) & l_k + f_k(\gamma - 3\pi/m) & \dots & l_2 + f_2(\gamma - [m-2]\pi/m) \\ \dots & l_k + f_k(\gamma - 4\pi/m) & l_k + f_k(\gamma - 5\pi/m) & \dots & l_3 + f_3(\gamma - [m-2]\pi/m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & l_{k-1} + f_{k-1}(\gamma - \pi/m) & l_{k-2} + f_{k-2}(\gamma - 3\pi/m) & \dots & l_r + f(\gamma - [m-2]\pi/m) \end{bmatrix}$$

(73)

onde:

l_r : valor médio da indutância própria do rotor.

l_1, l_2, \dots, l_k : valores médios das indutâncias mútuas do rotor.

r, r_1, r_2, \dots, r_k : funções da posição do campo girante em relação ao enrolamento 1 do rotor γ .

Da mesma forma que para a matriz L_{ss} , os elementos da matriz L_{rr} podem ser representados por um valor médio mais uma função da posição do campo girante. As funções r, r_1, r_2, \dots, r_k serão desconsideradas para simplificar a análise. O parâmetro l_r será calculado pela expressão (17).

Obtida a primeira linha da matriz L_{rr} , as demais são obtidas facilmente deslocando cada linha de uma coluna para a direita, em relação à anterior, e somando ao argumento de cada função $-2\pi/m$ em relação à linha anterior.

3.7 Cálculo de M

Na expressão (25) tem-se: $M = M_{sr} \cdot \frac{\sqrt{3 \cdot m}}{2}$, onde M_{sr} é o valor de pico da componente fundamental da indutância mútua entre estator e outro do rotor.

O cálculo do parâmetro M_{sr} é difícil de ser efetuado considerando a saturação magnética, se for realizado da forma mais direta, mostrada no item 2.2: injetando corrente em uma fase do estator e calculando o enlace de fluxo com uma determinada barra do rotor. Neste caso não só a posição da onda de fluxo resultante seria de efetiva importância, como também a posição relativa entre estator e rotor.

Pode-se conseguir um método para o cálculo do parâmetro M

inspirado na forma clássica de calcular a reatância de magnetização. A expressão (25) pode ser reescrita na forma:

$$\mathcal{M} = m_{sr} \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3 \cdot m}{2}} \quad (74)$$

A parcela $m_{sr} \frac{3}{2}$ representa para o caso linear o fluxo máximo enlaçado por um enrolamento do rotor, produzido pela componente fundamental da força magnetomotriz, gerada por uma distribuição de correntes senoidais colocadas no estator da máquina, dividido pelo valor de pico da corrente em uma fase.

A onda de força magnetomotriz produzida pelo estator gira à mesma velocidade que a onda de fluxo resultante. Utilizando a distribuição de correntes do estator empregada para obter a onda de fluxo resultante, mantendo-se nulas as correntes nas barras, faz-se vários cálculos lineares para obter o enlace de fluxo em cada enrolamento do rotor. Este procedimento simula a passagem da onda de fluxo produzida pelo estator sobre um enrolamento do rotor.

O termo $m_{sr} \frac{3}{2}$ é obtido extraíndo a componente fundamental, através da análise de uma série de Fourier dos fluxos que enlaçam cada uma das barras do rotor.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1-Introdução

Neste capítulo o método exposto no capítulo III é aplicado a uma máquina trifásica de 2CV, 4 pólos, 36 ranhuras no

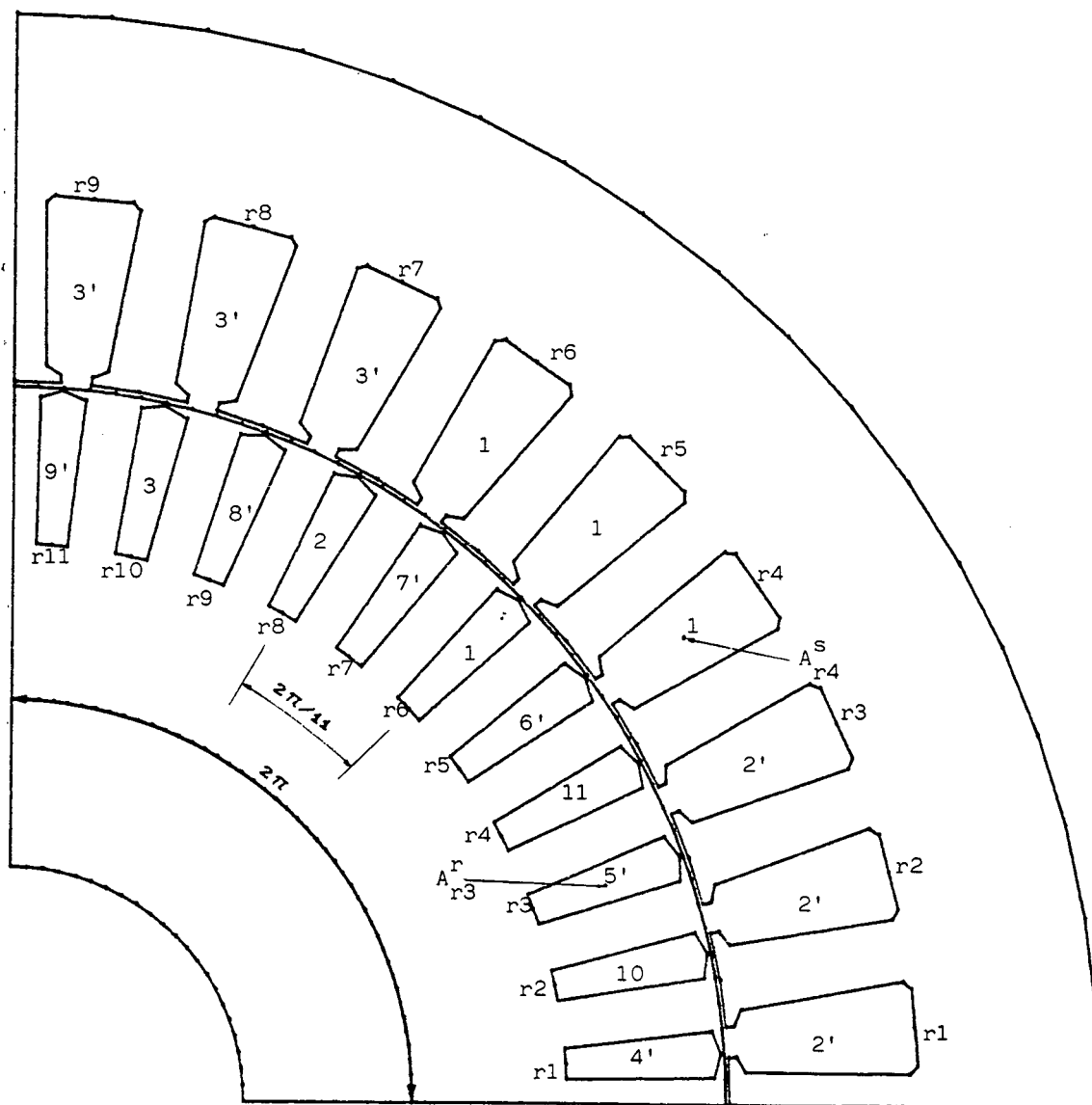


figura 4.1 : Estrutura da máquina utilizada para a análise

estator, 44 barras no rotor. A estrutura da máquina é mostrada na figura 4.1., esta máquina apresenta um número ímpar de barras por pólo, o que permite o emprego do modelo considerando as barras aos pares. A ligação é série com 42 condutores por ranhura. O comprimento do pacote é 90 mm. Os raios externo e interno do estator são respectivamente 70 mm e 46,25 mm, os do rotor são 45,95 mm e 15 mm.

A máquina analisada apresenta as ranhuras do rotor fechadas e uma distância de 0,2 mm entre o topo das ranhuras e o raio externo do rotor. O entreferro da máquina é 0,3 mm.

A simulação foi executada em estação de trabalho SUN. Os resultados obtidos na simulação são analisados, bem como comparados com resultados de ensaio. Também são analisados os resultados lineares, que não consideram a saturação magnética do ferro, mostrando a discrepância entre estes resultados e o método não linear proposto, especialmente para o caso de ranhuras fechadas no rotor.

4.2 Simulação para uma velocidade

4.2.1 Obtenção da onda de fluxo resultante

Para exemplificar o processo de cálculo proposto no Capítulo III, será analisada a máquina descrita acima para uma velocidade de 1718 rpm. As condições iniciais serão as correntes encontradas para a velocidade de 1728 rpm. Foi desprezado o efeito pelicular devido à pequena profundidade das barras (10mm). As indutâncias das cabeças de bobinas também

foram desprezadas. A tabela 4.1 mostra as iterações realizadas para obter a convergência na velocidade de 1718 rpm.

Tabela 4.1

	\bar{I}_S [A]	ϕ_S [rad]	\bar{I}_B [A]	ϕ_r [rad]	ϵI_S %	ϵI_B %
C.I. vel. 1728	3,1450	-0,5530	85,1290	-3,1098		
iteração 1	3,4280	-0,4943	96,2621	-3,1091	10,9	13,1
iteração 2	3,4155	-0,4737	96,6693	-3,0873	4,36	4,61
iteração 3	3,4113	-0,4643	96,8670	-3,0778	2,12	2,12
iteração 4	3,4102	-0,4601	96,9627	-3,0738	1,04	1,02
iteração 5	3,4101	-0,4583	97,0070	-3,0721	0,49	0,47

Na tabela 4.1 aparecem os valores eficazes dos fasores \bar{I}_S e \bar{I}_B , bem como os seus respectivos ângulos ϕ_s e ϕ_r . Os erros para estas variáveis são calculados como:

$$\epsilon I_S \% = \frac{\bar{I}_S(i) - \bar{I}_S(i-1)}{\bar{I}_S(i-1)} \quad (75)$$

$$\epsilon I_B \% = \frac{\bar{I}_B(i) - \bar{I}_B(i-1)}{\bar{I}_B(i-1)} \quad (76)$$

O índice "i" diz respeito a iteração atual. A convergência é aceita para um erro inferior a 1% em ambas as correntes.

Para facilitar a convergência utilizou-se um fator de relaxação segundo as expressões abaixo:

$$\bar{I}_S(i-1) = \bar{I}_S(i-2) + \text{frel}(\bar{I}_S(i-1) - \bar{I}_S(i-2)) \quad (77)$$

$$\bar{I}_B(i-1) = \bar{I}_B(i-2) + \text{frel}(\bar{I}_B(i-1) - \bar{I}_B(i-2)) \quad (78)$$

Se frel for igual a 1 as condições iniciais são as correntes obtidas na iteração anterior (de índice "i-1"). Se frel, por exemplo, estiver compreendido entre 0 e 1 a condição inicial utilizada será um valor intermediário entre o obtido na

iteração "i-1" e "i-2". Para a velocidade analisada utilizou-se um fator de relaxação de 0,7. Isto implica sub-relaxação.

A figura 4.2 mostra a malha utilizada para a análise da máquina. É importante observar que, na região entre o topo das ranhuras do rotor e o entreferro da máquina, foi aumentada a densidade de triângulos. Este procedimento é indispensável para obter uma boa precisão no cálculo do fluxo e das indutâncias,

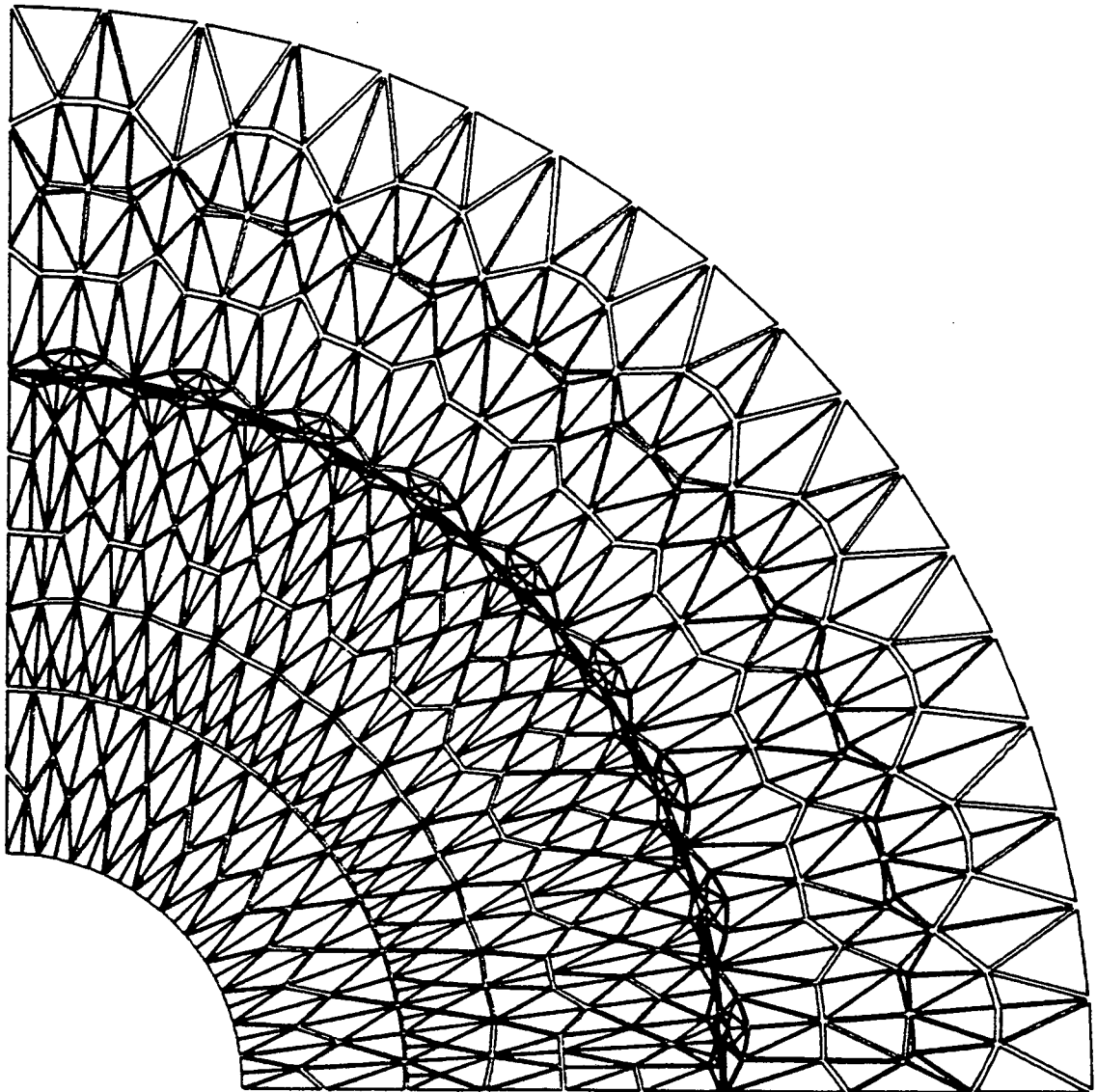


figura 4.2 : Malha utilizada na máquina em análise

visto que esta região satura muito rapidamente devido à pequena

faixa de ferro existente (0,2mm).

Será analisada a iteração 5, tomando como condições iniciais as correntes obtidas na iteração 4, utilizando $f_{rel}=0,7$. As condições iniciais para a iteração 5, após o emprego do fator de relaxação são: $I_s = 3,4088A$, $\phi_s = -3,0764$ rad e $I_B = 96,8130A$, $\phi_r = -3,0764$ rad. Para iniciar o processo proposto no capítulo anterior substitui-se os valores acima nas

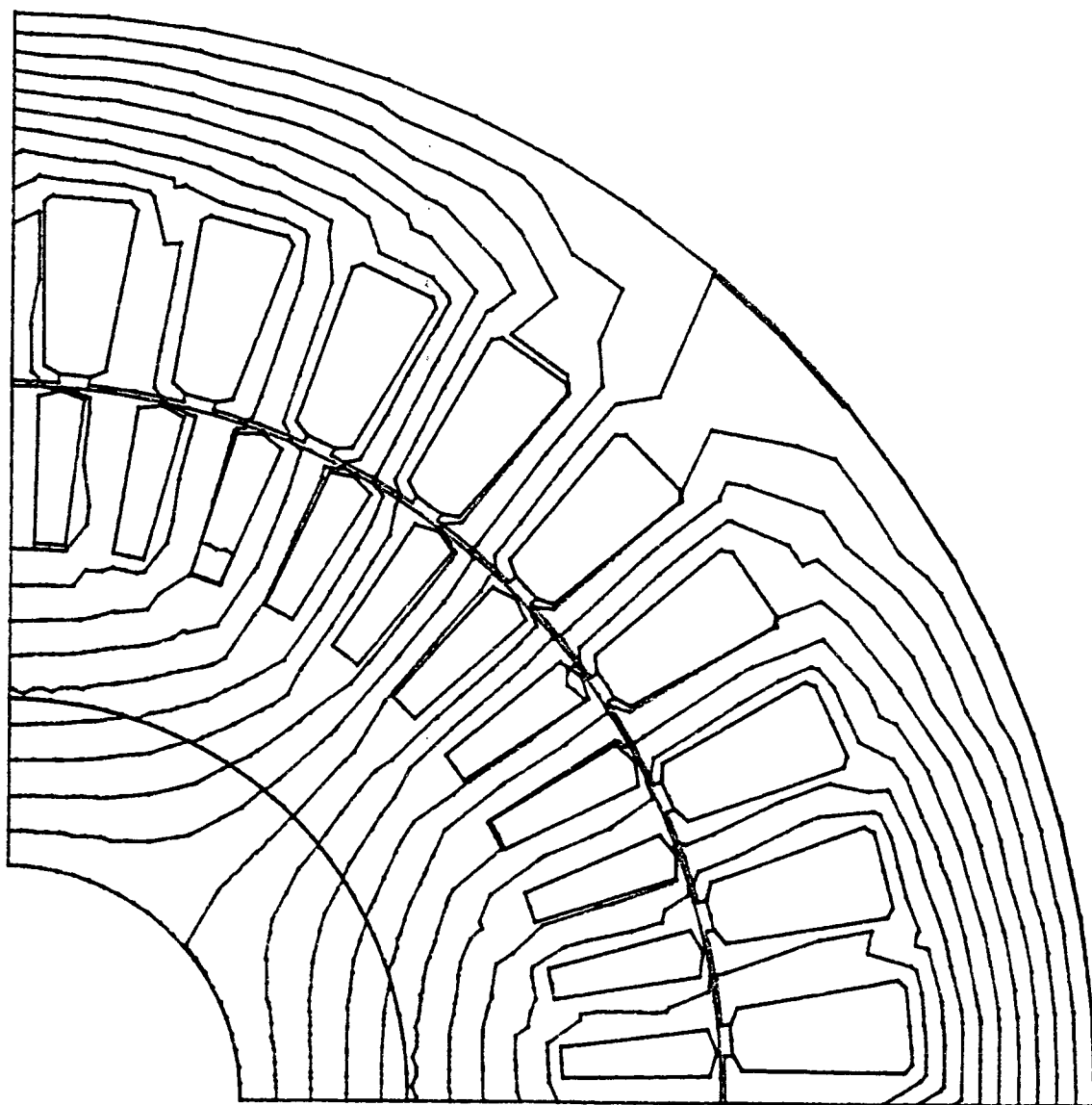


figura 4.3 : Onda de fluxo resultante considerando a saturação do circuito magnético, para a velocidade de 1718 rpm (iteração 5) e $t=0$.

expressões (38) e (39) para $t=0$, e, aplicando estas correntes nas ranhuras da máquina, obtém-se o fluxo resultante para este instante. Este resultado é mostrado na figura 4.3, considerando o circuito magnético como não linear e utilizando a curva B-H do ferro. Como esta é a onda de fluxo resultante que efetivamente satura a máquina, os valores de permeabilidade obtidos neste caso são armazenados num vetor para serem utilizados nos "qn + qm + 1" cálculos lineares necessários para o cálculo das indutâncias da máquina.

4.2.2 Obtenção do parâmetro L_s

No capítulo III a matriz L_{ss} (expressão (72)) tem seus elementos representados como sendo um valor médio mais uma parcela que é função da posição do campo girante. Neste capítulo é conveniente definir $M_{ij}(\varphi)$ como sendo a indutância entre o enrolamento i do estator e o enrolamento j do estator, e $L_i(\varphi)$ a indutância própria do enrolamento i do estator. Desta forma pode-se reescrever L_{ss} :

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} L_1(\varphi) & M_{12}(\varphi) & M_{13}(\varphi) \\ M_{21}(\varphi) & L_2(\varphi) & M_{23}(\varphi) \\ M_{31}(\varphi) & M_{32}(\varphi) & L_3(\varphi) \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (79)$$

Para obter L_s como descrito no item 3.5 basta injetar corrente, inicialmente, nas ranhuras r9, r8 e r7 do estator. Faz-se então um cálculo linear com as permeabilidades armazenadas no cálculo não linear. Este resultado é mostrado na figura 4.4. Calcula-se, então, os parâmetros L_1 , M_{12} e M_{13} .

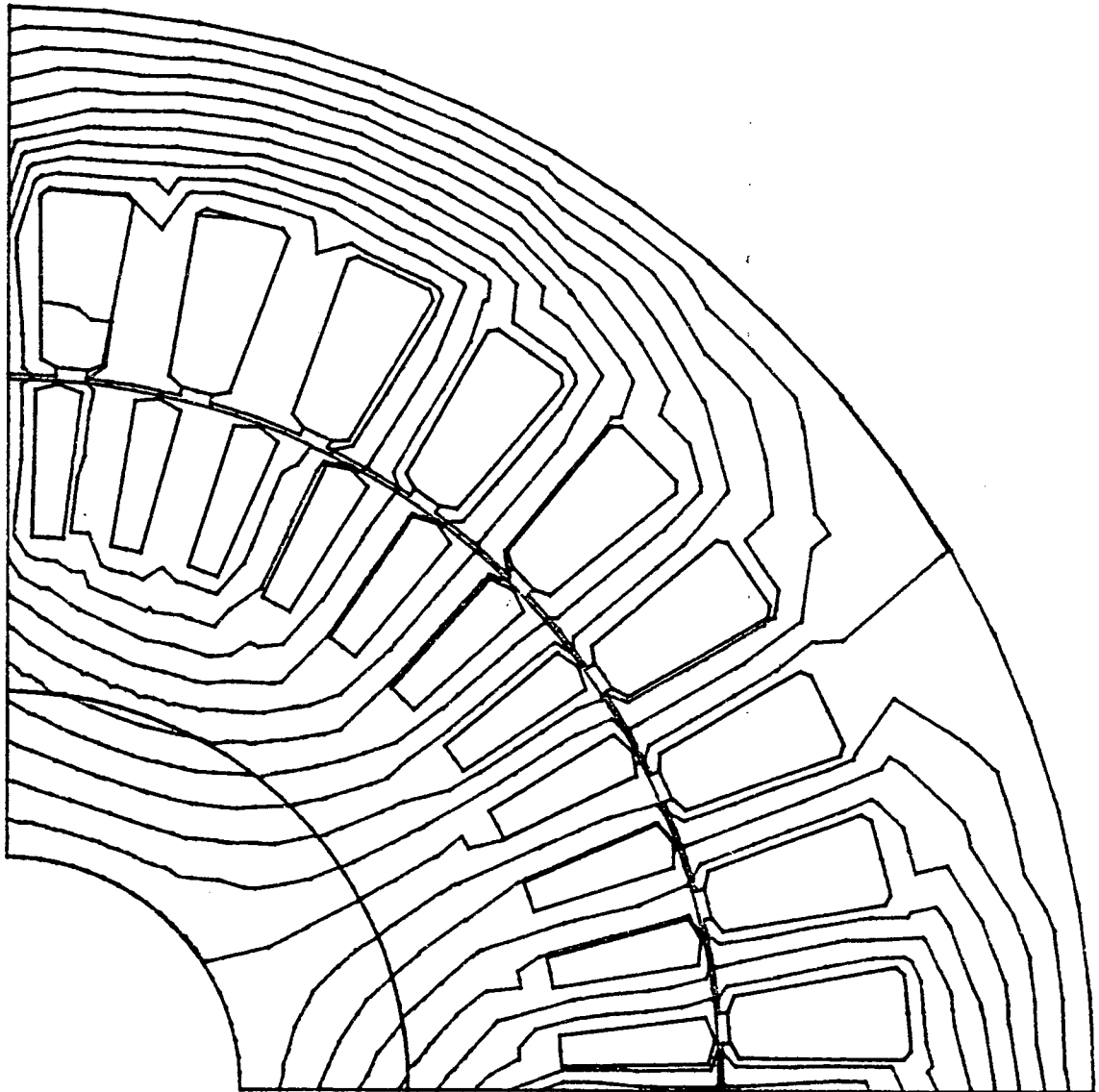


figura 4.4 : Distribuição do campo magnético produzido pelo enrolamento 1 do estator colocado nas ranhuras r9, r8 e r7 do estator. As permeabilidades utilizadas são aquelas do cálculo não linear.

Para o resultado mostrado na figura 4.4 obteve-se os seguintes valores para as indutâncias: $L_1 = 111,4$ mH, $M_{12} = -51,43$ mH e $M_{13} = -36,94$ mH. Os valores de M_{12} e M_{13} são

diferentes devido à assimetria produzida pela onda de fluxo resultante que satura de forma diferente cada ponto da máquina. Injetando corrente nas ranhuras r8, r7 e r6 do estator simula-se o movimento do campo girante de um passo de ranhura.

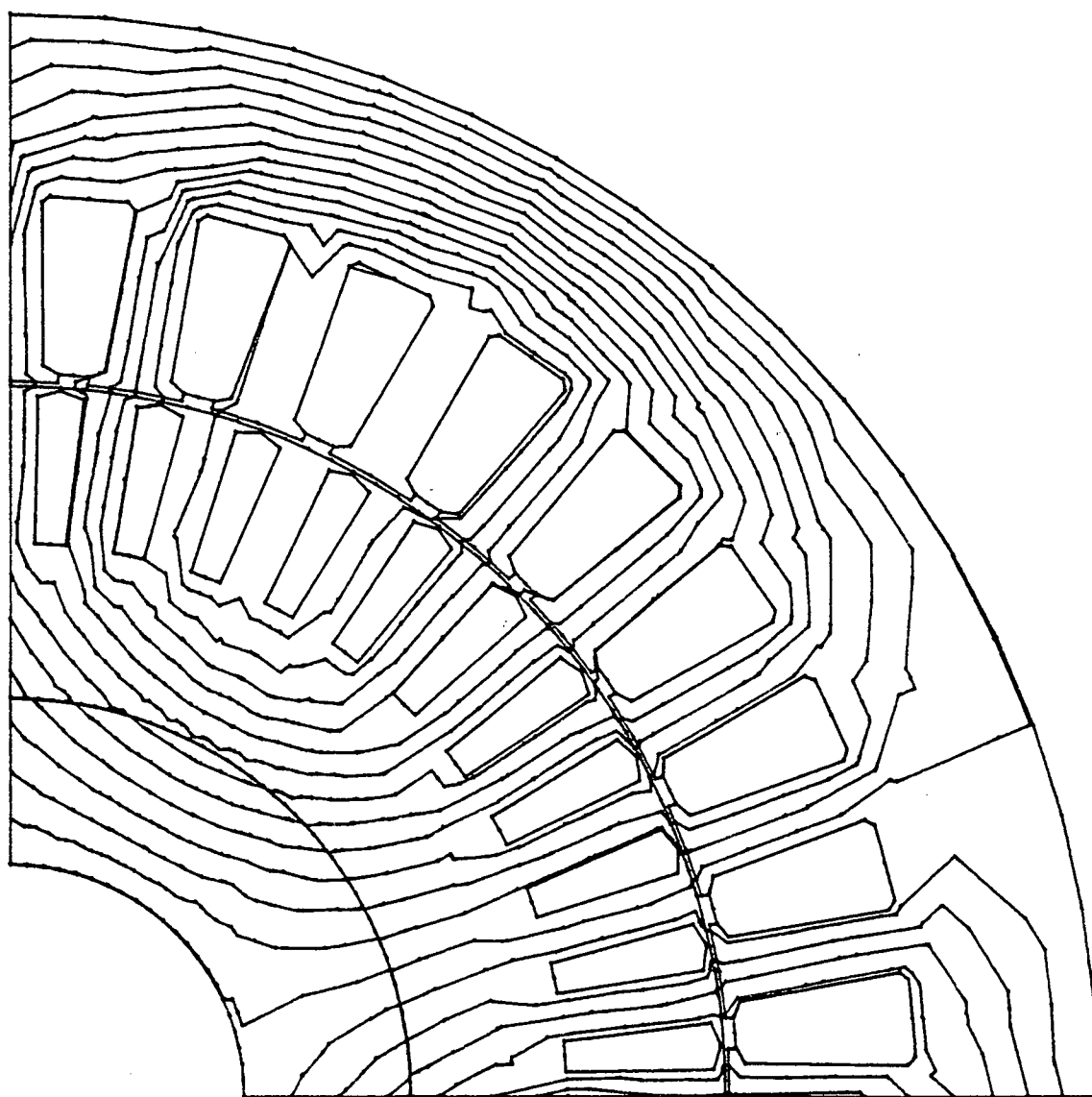


figura 4.5 : Distribuição do campo magnético produzido pelo enrolamento 1 do estator colocado nas ranhuras r8, r7 e r6 do estator. As permeabilidades utilizadas são aquelas do cálculo não linear.

O resultado para este caso é mostrado na figura 4.5.

Os valores das indutâncias obtidas no resultado mostrado na figura 4.5 são : $L_1 = 115,8$ mH, $M_{12} = -54,50$ mH e $M_{13} = -39,71$ mH. Repetindo-se este procedimento para as outras 7 posições possíveis, obtém-se a variação destas indutâncias com a posição do campo girante. Estes resultados são mostrados na figura 4.6, onde nota-se que M_{12} e M_{13} são funções defasadas e que apresentam o mesmo valor médio M , como discutido no capítulo anterior. Os resultados finais encontrados foram

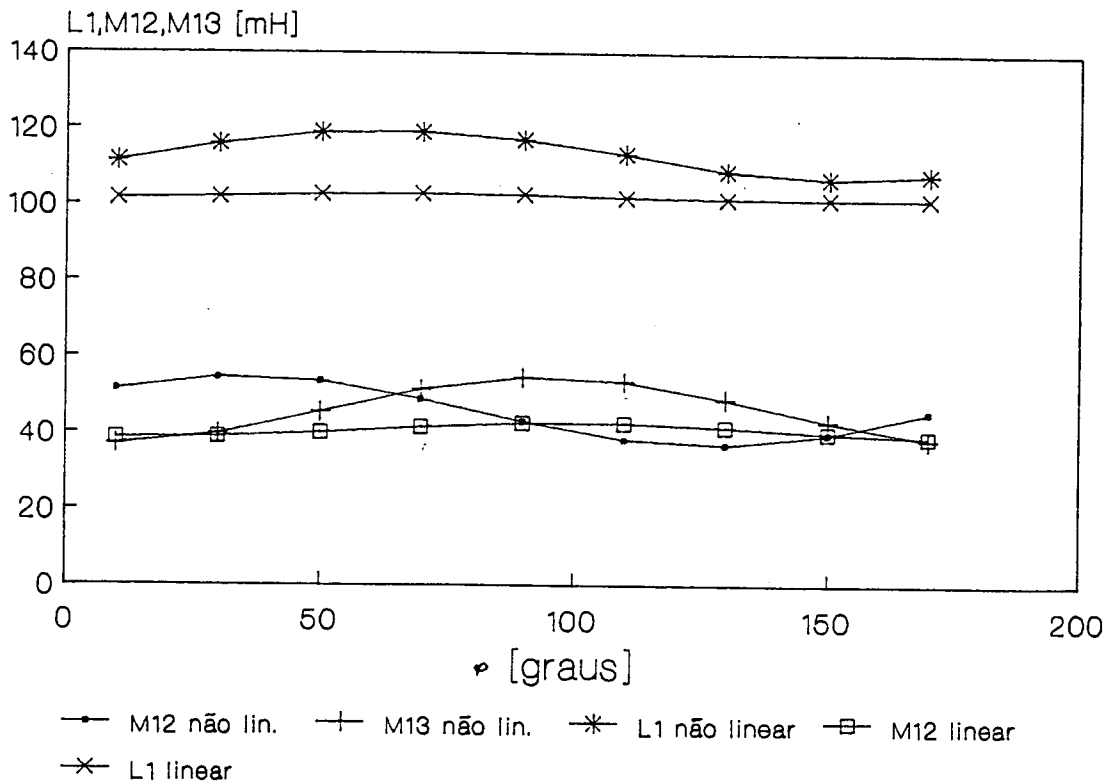


figura 4.6 : Indutâncias próprias e mútuas do estator da máquina para os casos linear ($\mu_{\text{ferro}} = 1000\mu_0$, onde $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m) e não linear, em função da posição onda de fluxo resultante.

$L = 113,4$ mH e $M = -45,74$ mH. Com os parâmetros L e M determinados, utilizando a expressão 15, chega-se a $L_S = 159,0$ mH.

Para fazer a comparação entre o resultado levando em conta a saturação e o caso linear, fez-se o mesmo cálculo para L_S descrito acima, porém, utilizando a mesma permeabilidade magnética para todos os triângulos da malha. Escolheu-se o valor tradicional de 1000 vezes a permeabilidade do ar ($\mu_{\text{ferro}} = 1000\mu_0$, onde $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m). Esta permeabilidade está indicada na figura 4.7, onde é mostrada a curva B-H do ferro utilizado na máquina em análise. A permeabilidade utilizada para o cálculo linear corresponde a uma indução de

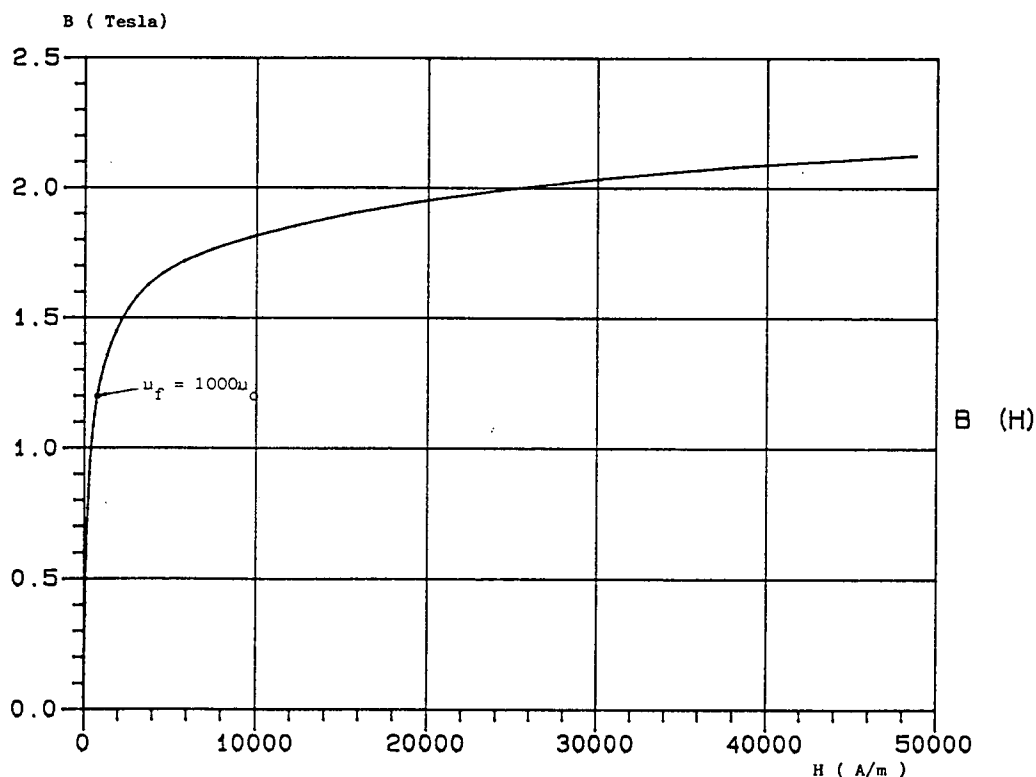


figura 4.7 : Curva B-H do ferro utilizado na máquina sob análise.

aproximadamente 1,2 T.

Na figura 4.6 nota-se que não houve muita diferença entre o cálculo linear e o não linear. As indutâncias próprias e mútuas para o caso linear estão um pouco abaixo do cálculo não linear devido a permeabilidade utilizada para o cálculo linear ($\mu_{\text{ferro}} = 1000\mu_0$). No entanto, pelo menos para este caso, o resultado linear foi satisfatório.

É importante ainda observar que, para o caso linear, não interessando a posição do campo girante, a variação nas indutâncias é muito pequena e existe somente devido à posição relativa entre estator e rotor.

4.2.3 Obtenção do parâmetro L_r

Como para o item anterior é importante reescrever os elementos da matriz L_{rr} (expressão (73)) para o caso não linear. Define-se, então, $l_{ii}(\varphi)$ a indutância própria do enrolamento i do rotor e $l_{ij}(\varphi)$ a indutância entre o enrolamento i e o enrolamento j .

Para obter L_r como descrito no item 3.6 basta injetar corrente, inicialmente, na ranhura r11 do rotor. Faz-se, da mesma forma que para o estator, um cálculo linear com as permeabilidades armazenadas no cálculo não linear. Este resultado é mostrado na figura 4.8. Calcula-se então l_{11}' , l_{12}' , l_{13}' , l_{14}' , l_{15}' , ..., l_{110}' e l_{111}' .

Para este caso obteve-se os seguintes valores: $l_{11}' = 11,58 \mu\text{H}$, $l_{12}' = 4,788 \mu\text{H}$, $l_{13}' = 2,032 \mu\text{H}$, $l_{14}' = -1,054 \mu\text{H}$, $l_{15}' = -3,598 \mu\text{H}$, $l_{16}' = -6,945 \mu\text{H}$, $l_{17}' = -6,533 \mu\text{H}$,

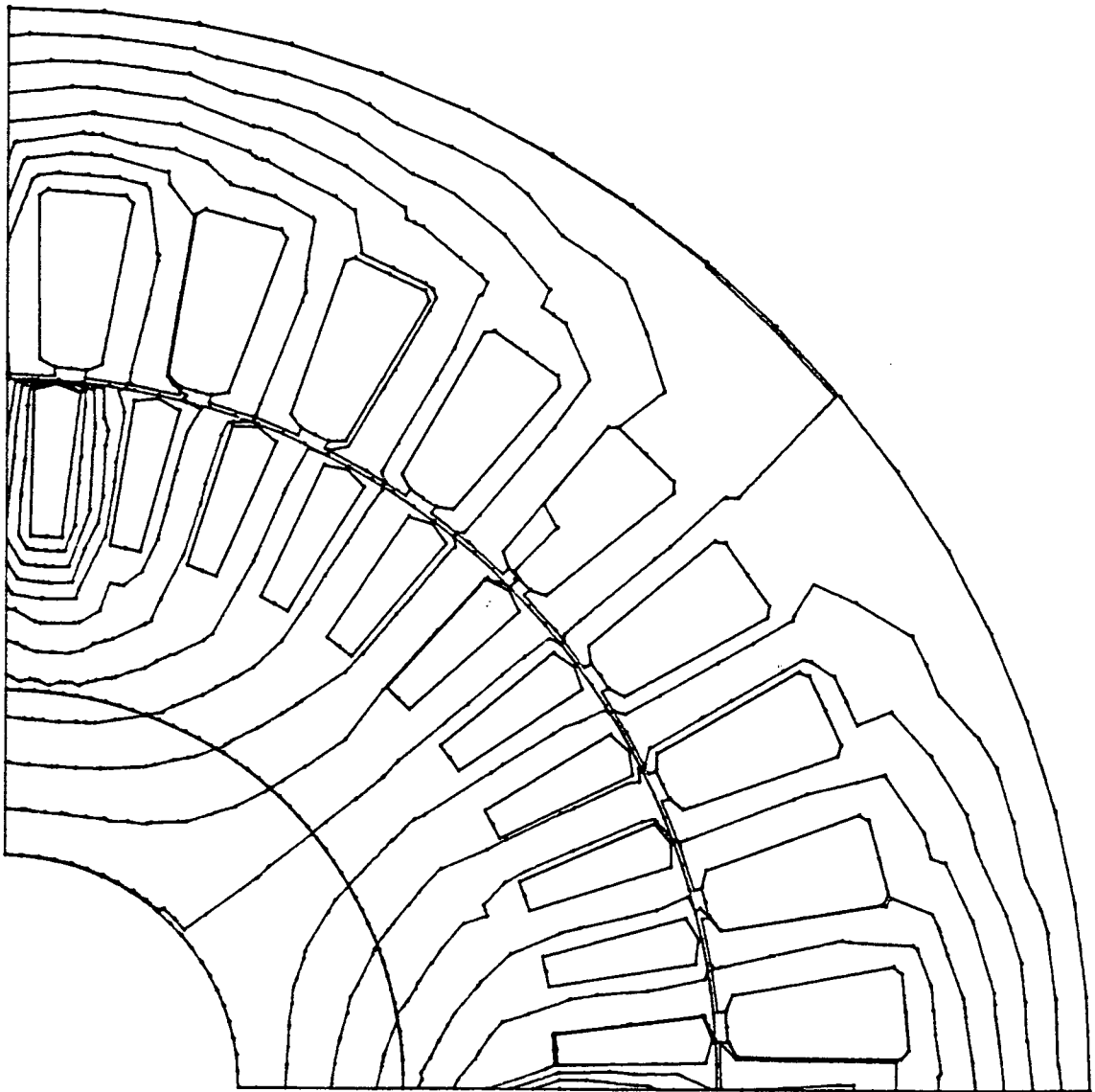


figura 4.8 : Distribuição do campo magnético produzido pelo enrolamento 1 do rotor colocado na ranhura r11 do rotor. As permeabilidades utilizadas são aquelas do cálculo não linear.

$l_{18} = -3,435 \mu\text{H}$, $l_{19} = -4,242 \mu\text{H}$, $l_{110} = 2,383 \mu\text{H}$, $l_{111} = 5,191 \mu\text{H}$. Assim, como para o estator, l_{12} é um pouco diferente de l_{111} , l_{13} de l_{110} , etc..., isto devido à assimetria

produzida pela saturação do ferro.

A figura 4.9 mostra o campo magnético resultante quando injeta-se corrente na ranhura r10 do rotor. Efetuando-se este procedimento para as outras 9 posições possíveis, obtém-se a variação das indutâncias do rotor em função da posição do campo girante.

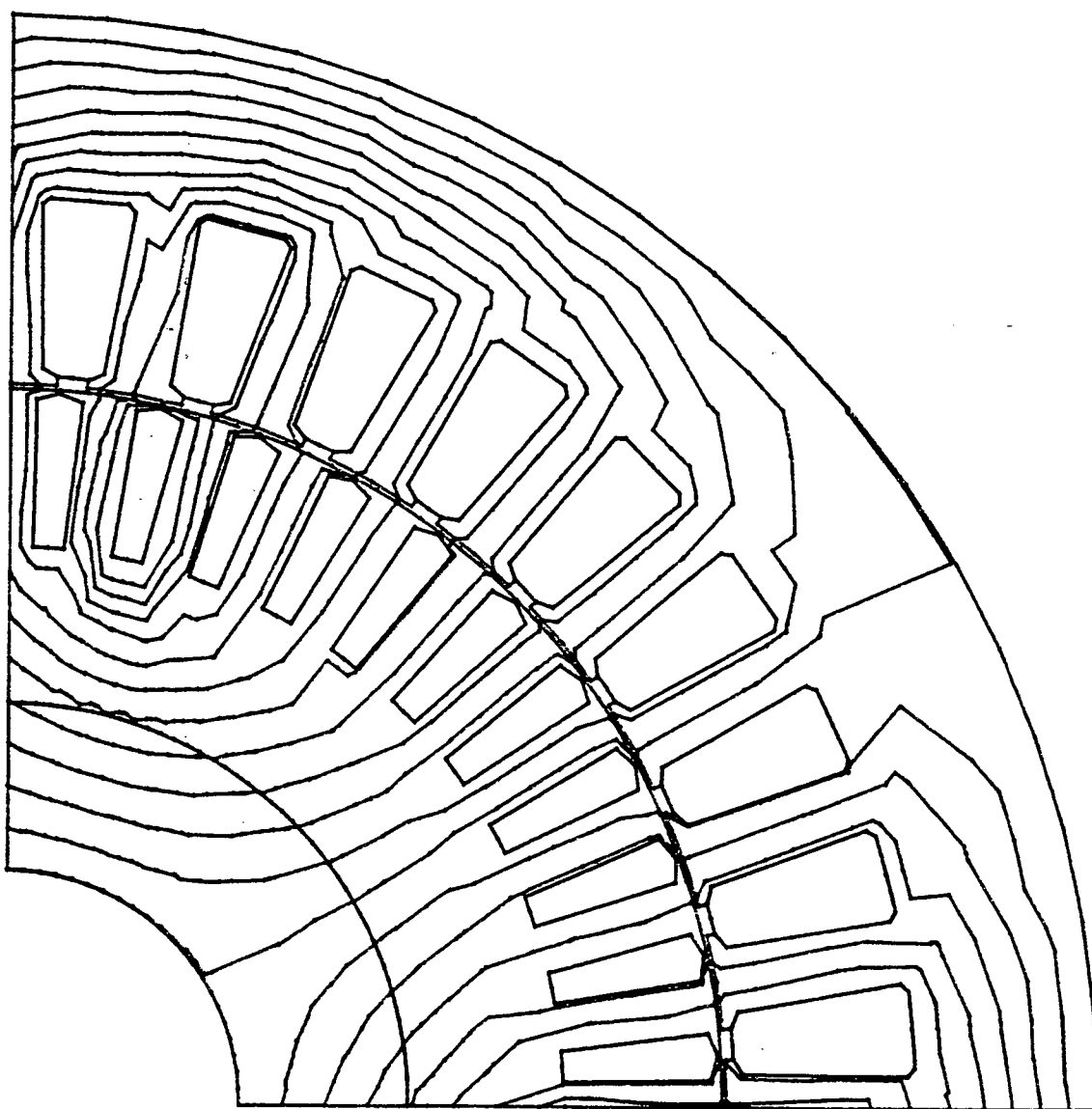


figura 4.9 : Distribuição do campo magnético produzido pelo enrolamento 1 do rotor colocado na ranhura r10 do rotor. As permeabilidades são aquelas do cálculo não linear.

A expressão (80) mostra a matriz L_{rr} para o caso estudado, desconsiderando as parcelas que são função da posição do campo girante resultante.

$$L_{rr} = \begin{bmatrix} l_r & l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_5 & l_4 & l_3 & l_2 & l_1 \\ l_1 & l_r & l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_5 & l_4 & l_3 & l_2 \\ l_2 & l_1 & l_r & l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_5 & l_4 & l_3 \\ l_3 & l_2 & l_1 & l_r & l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_5 & l_4 \\ l_4 & l_3 & l_2 & l_1 & l_r & l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_5 \\ l_5 & l_4 & l_3 & l_2 & l_1 & l_r & l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 \\ l_5 & l_5 & l_4 & l_3 & l_2 & l_1 & l_r & l_1 & l_2 & l_3 & l_4 \\ l_4 & l_5 & l_5 & l_4 & l_3 & l_2 & l_1 & l_r & l_1 & l_2 & l_3 \\ l_3 & l_4 & l_5 & l_5 & l_4 & l_3 & l_2 & l_1 & l_r & l_1 & l_2 \\ l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_5 & l_4 & l_3 & l_2 & l_1 & l_r & l_1 \\ l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_5 & l_4 & l_3 & l_2 & l_1 & l_r \end{bmatrix}$$

(80)

A figura 4.10 mostra as indutâncias l_{12} e l_{111} em função da posição da onda de fluxo resultante. Nota-se na figura 4.10 que l_{12} e l_{111} tem mesmo valor médio, porém são defasadas uma da outra. O valor médio de l_{12} e l_{111} , que corresponde ao parâmetro l_1 na matriz L_{rr} (expressão (80)) é $5,53 \mu\text{H}$.

A figura 4.11 mostra as indutâncias l_{16} e l_{17} em função da posição da onda de fluxo resultante. O valor médio de l_{16} e l_{17} , que corresponde ao parâmetro l_5 na matriz L_{rr} (expressão (80)) é $-7,21 \mu\text{H}$.

As figuras 4.10 e 4.11 mostram, também, resultados lineares dos parâmetros. Estes resultados são satisfatórios.

Os valores encontrados para os parâmetros restantes foram: $l_r = 10,46 \mu\text{H}$, $l_2 = 2,34 \mu\text{H}$, $l_3 = -0,78 \mu\text{H}$, $l_4 = -3,92 \mu\text{H}$. Com estes valores determinados chega-se a $l_r =$

40,82 μH a partir da expressão (17).

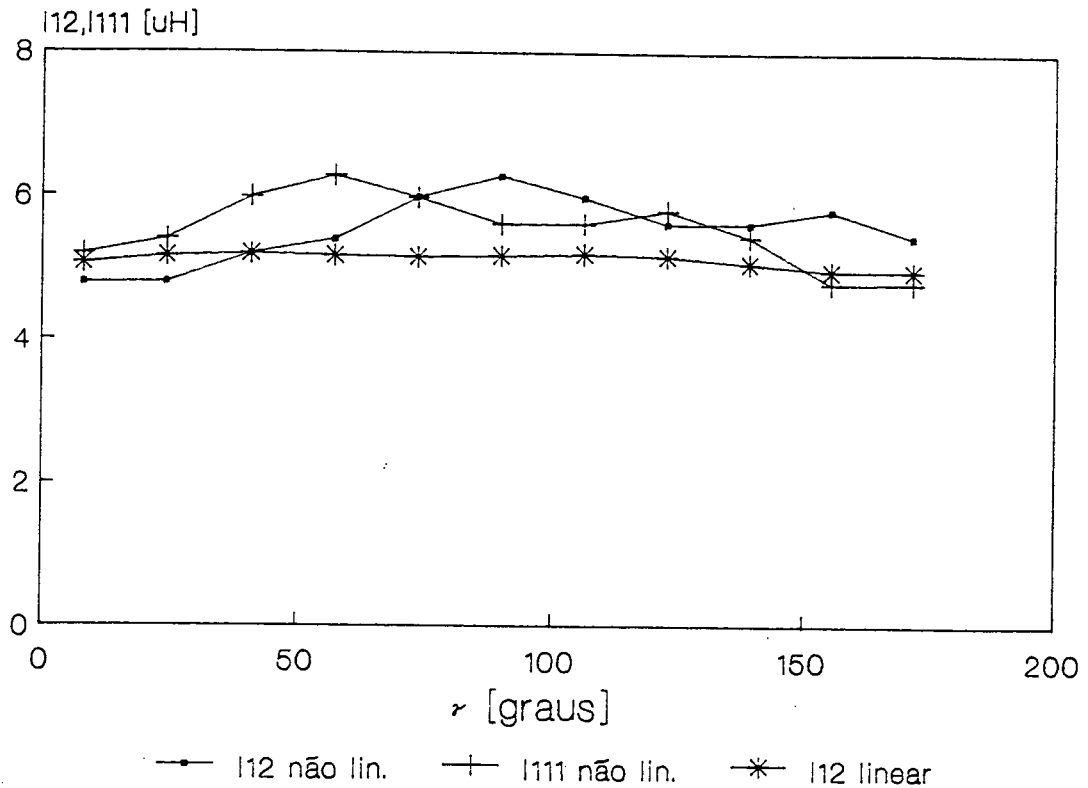


figura 4.10 : Indutâncias mútuas l_{12} e l_{111} para o caso não linear e $l_{12}=l_{111}$ para o caso linear ($\mu_{\text{ferro}} = 1000\mu_0$) em função da posição da onda de fluxo resultante.

Na figura 4.12 tem-se a indutância própria de um enrolamento do rotor l_{11} para os casos linear e não linear. Para o caso linear fez-se as mesmas considerações abordadas no item anterior. Nota-se que existe uma grande diferença entre os resultados. Isto ocorre porque a ranhura do rotor é fechada. Se não for considerada a saturação a região entre o topo da ranhura e o entreferro da máquina torna-se um curto-circuito magnético.

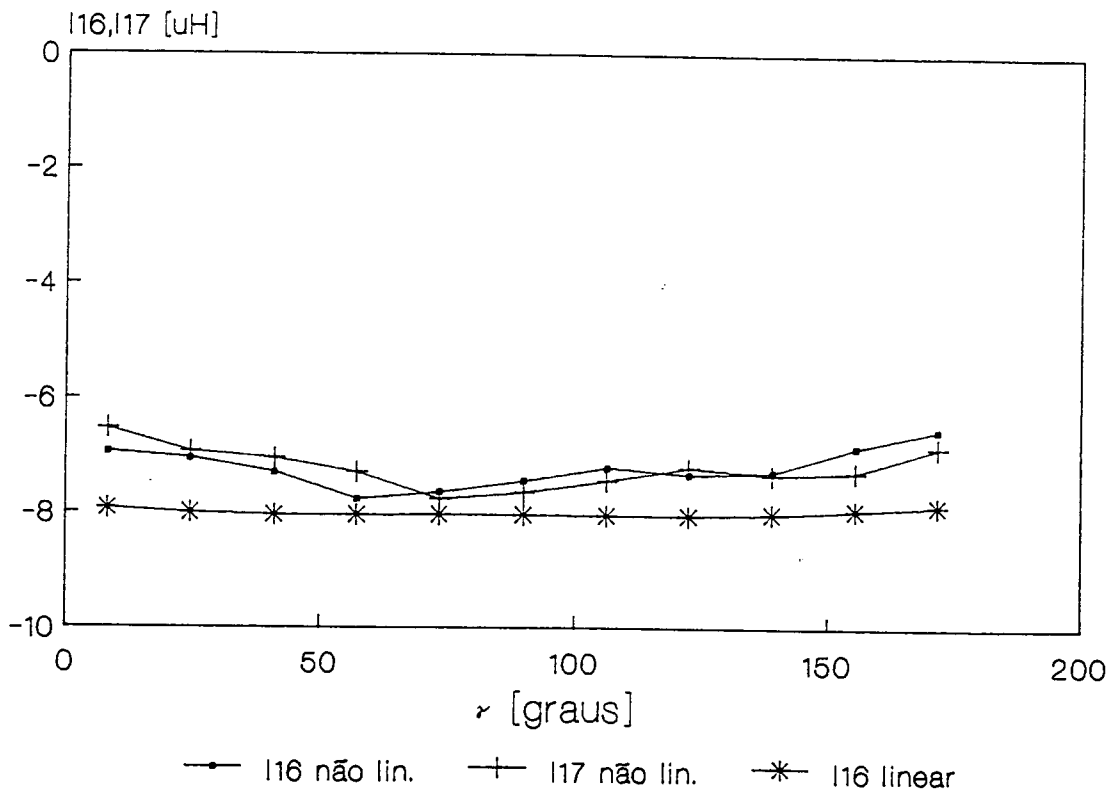


figura 4.11 : Indutâncias mútuas l_{16} e l_{17} para o caso não linear e $l_{16}=l_{17}$ para o caso linear ($\mu_{\text{ferro}} = 1000\mu_0$) em função da posição da onda de fluxo resultante.

A figura 4.13 mostra a distribuição de fluxo magnético para o caso linear ($\mu_{\text{ferro}} = 1000\mu_0$), quando se injeta corrente na ranhura r10 do rotor. O parâmetro l_{11} , cujo valor médio é l_r , é o mais importante no cálculo de I_r . O erro ocasionado pelo cálculo linear inviabiliza sua utilização em máquinas com ranhuras fechadas.

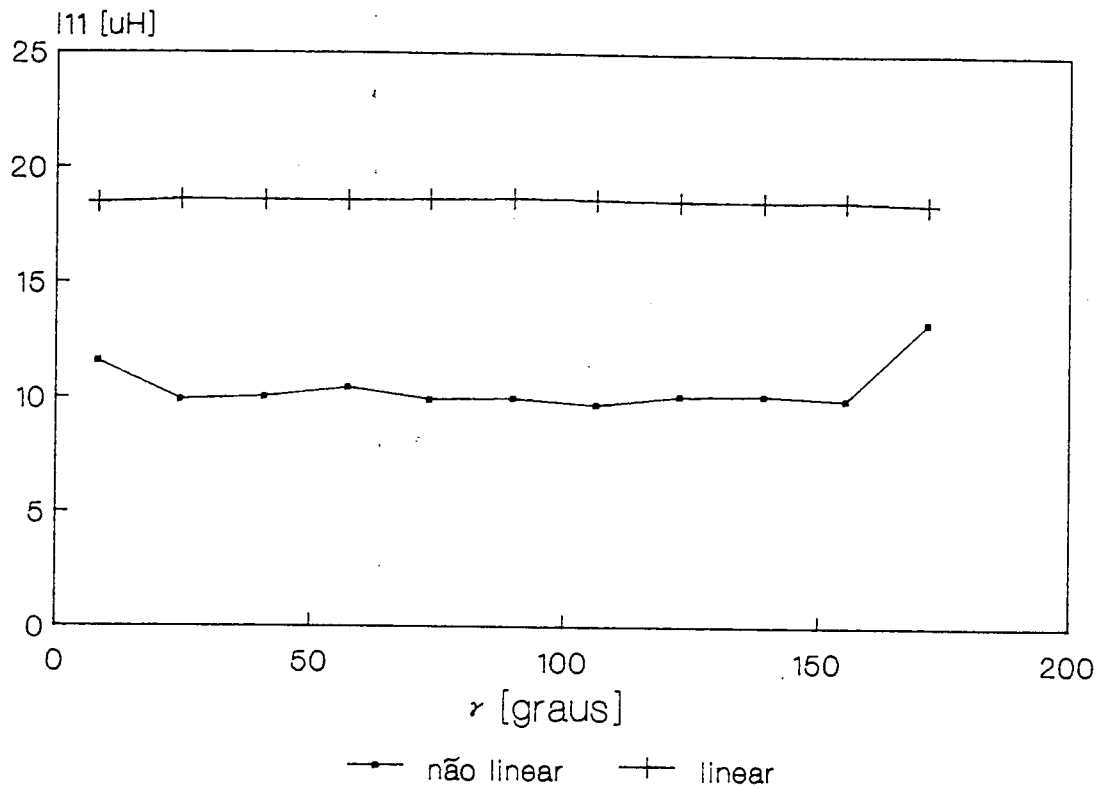


figura 4.12 : Indutância própria de um enrolamento do rotor em função da posição da onda de fluxo resultante para os casos não linear e linear ($\mu_{\text{ferro}} = 1000\mu_0$).

4.2.4 Obtenção do parâmetro M

Pelo procedimento descrito no item 3.7, as correntes no rotor são anuladas e no estator é colocada uma distribuição de correntes. Estas correntes produzem a onda de fluxo resultante do estator para $t=0$. Esta onda é obtida substituindo a condição inicial para a corrente no estator, mostrada na tabela 4.1 ($I_s = 3,04088$ A e $\phi_s = -0,4632$ rad), na expressão (38) para $t=0$. As correntes obtidas da expressão (38) colocadas nas ranhuras do

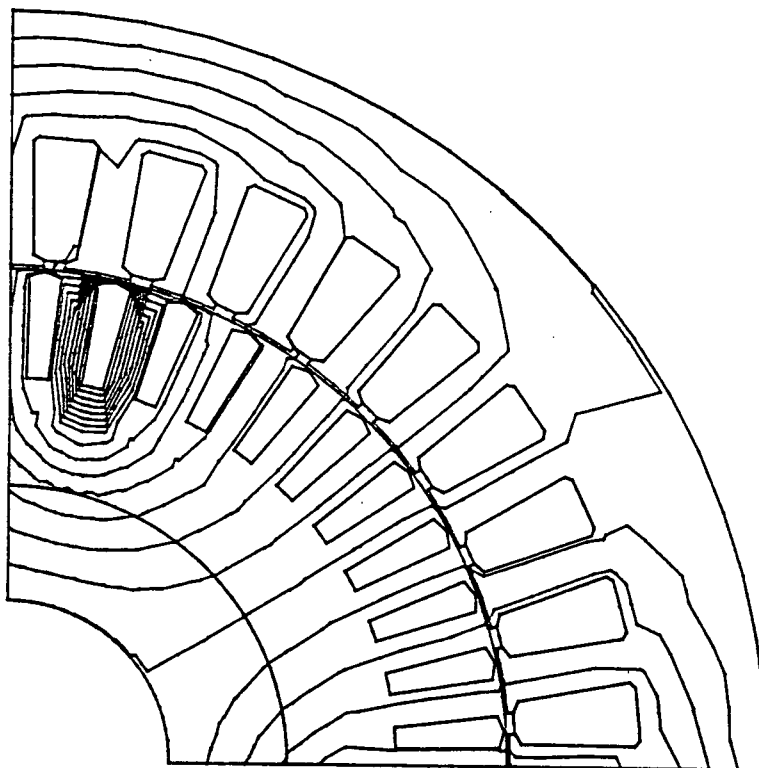


figura 4.13 : Distribuição do campo magnético produzido pelo enrolamento 1 do rotor colocado na ranhura r10 do rotor, caso linear $\mu_{\text{ferro}} = 1000\mu_0$.

estator. Este resultado é mostrado na figura 4.14.

A onda de fluxo do estator mostrada na figura 4.14 foi obtida a partir de um cálculo linear utilizando as permeabilidades encontradas no cálculo não linear, feito no início do processo para obter a onda de fluxo resultante. Os potenciais encontrados no centro de cada ranhura do rotor são respectivamente:

$$\begin{aligned}
 A_{r_1}^r &= -7,72 \times 10^{-3}, & A_{r_2}^r &= 2,35 \times 10^{-3}, \\
 A_{r_3}^r &= 1,25 \times 10^{-2}, & A_{r_4}^r &= 2,18 \times 10^{-2}, & A_{r_5}^r &= 2,81 \times 10^{-2}, & A_{r_6}^r &= \\
 & 3,29 \times 10^{-2}, & A_{r_7}^r &= 3,52 \times 10^{-2}, & A_{r_8}^r &= 3,46 \times 10^{-2}, & A_{r_9}^r &=
 \end{aligned}$$

$3,16 \times 10^{-2}$, $A_{r10}^r = 2,73 \times 10^{-2}$ e $A_{r11}^r = 1,98 \times 10^{-2}$ Wb/m. O enlace de fluxo com o enrolamento m do rotor é:

$$\phi_m^r = 2 A_{rp}^r L \quad (81)$$

onde A_{rp}^r : potencial no centro da ranhura p do rotor

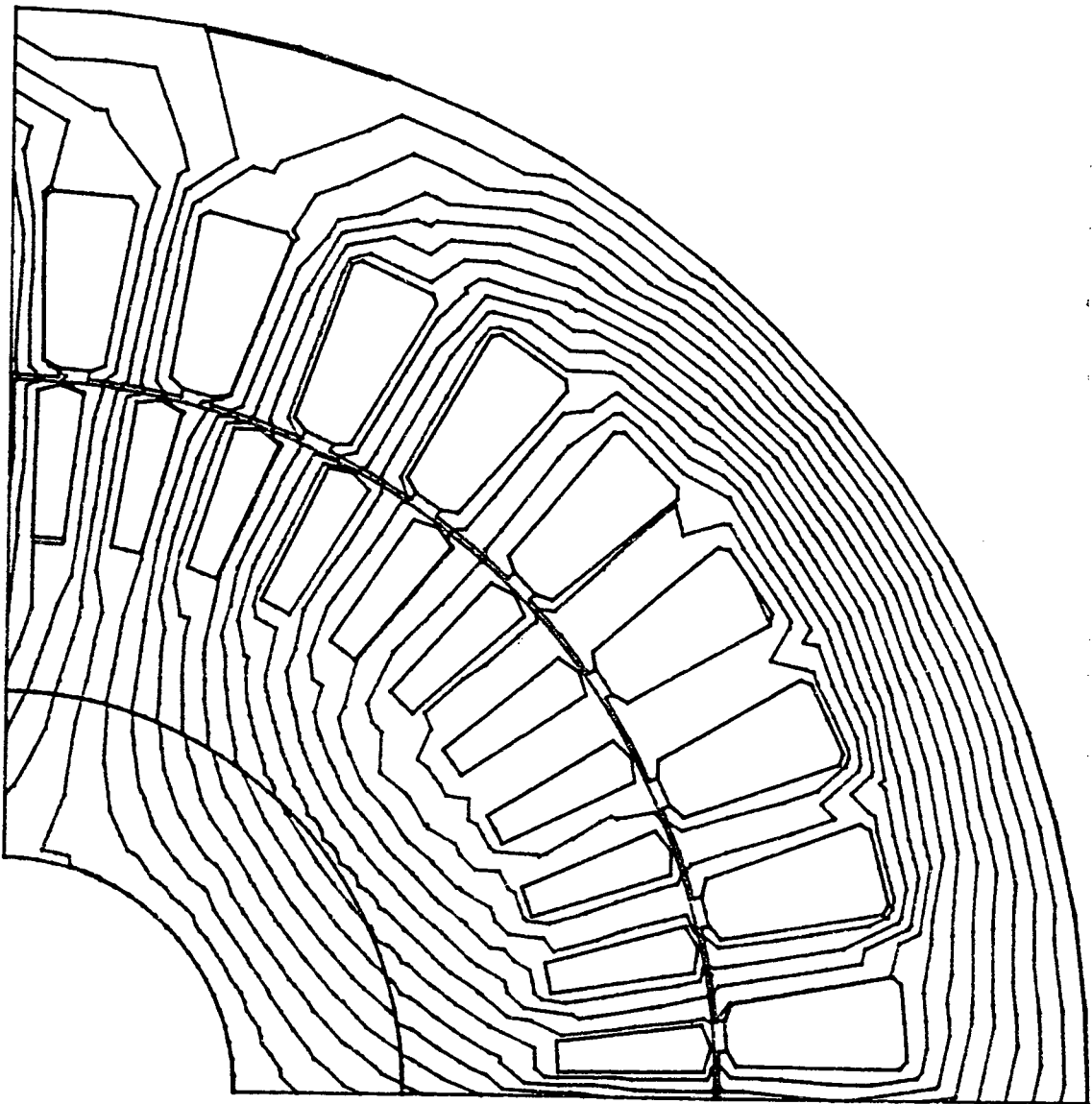


figura 4.14 : Onda de fluxo produzida pela distribuição de correntes no estator utilizadas como condição inicial, deixando nulas as correntes no rotor.

Obtém-se, então, facilmente a componente fundamental da variação do enlace de fluxo com a posição do rotor através de uma série discreta de Fourier dos fluxos ϕ_m^r . Chamando de ϕ_f^r a componente fundamental, calcula-se a parcela $M_{sr}^{3/2}$ da expressão (74) :

$$M_{sr} \frac{3}{2} = \frac{\phi_f^r}{\sqrt{2} I_s} \quad (82)$$

Com este valor obtemos M através da expressão (74). O valor ϕ_f^r encontrado foi $3,60 \times 10^{-2}$ wb/m e finalmente $M = 2,57$ mH.

Efetuada-se um cálculo linear, conforme mostrado acima, porém com todos os elementos da malha tendo a mesma permeabilidade de 1000 vezes a do ar, obtém-se $M = 2,15$ mH.

4.2.5 Obtenção das correntes

A partir dos parâmetros L_s , I_r e M encontrados, obtém-se as correntes através das expressões (42) e (43) e o torque a partir da expressão (44). As correntes são mostradas na tabela 4.1 e o torque encontrado foi 9,85 Nm. Os valores das resistências utilizadas foram: $R_r = 4,087 \times 10^{-4} \Omega$ (a 93°C) e $r_s = 2,307$ (a 80°C). A resistância do rotor foi calculada a partir da expressão (13). Devido à pequena profundidade das barras e à baixa frequência não foi considerado o efeito pelicular, esta conclusão foi baseada na abordagem feita sobre este assunto na referência [3]. A condutividade do alumínio utilizado na gaiola é 52% da condutividade do cobre puro.

4.3 Resultados finais

4.3.1 Torque e correntes

Realizando o procedimento descrito no item 4.2 para outras velocidades, utilizando como condições iniciais as correntes de cálculos já efetuados, obteve-se as curvas mostradas nas figuras 4.15 para a corrente eficaz num enrolamento do estator, 4.16 para a corrente eficaz em cada barra e 4.17 para o torque eletromagnético.

4.3.1.1 Ensaios

Para validar o método proposto foi realizado dois conjuntos de ensaios. O primeiro chamado "ensaio 1" nas figuras 4.15 e 4.17 foi realizado acoplando-se um motor relativamente grande em relação à máquina sob ensaio. Alimentando a máquina sob teste com tensão nominal ela descreve um transitório lento, devido à inércia acoplada ao seu eixo. Este transitório, que na aceleração livre dura menos de um segundo, com o motor acoplado à máquina para aumentar a inércia, aumenta para 13 segundos aproximadamente. Com este procedimento o transitório mecânico fica muito maior que o elétrico, e as curvas de torque e corrente em função da velocidade podem ser consideradas como sendo as curvas de regime permanente da máquina. O sinal de corrente foi captado por um transdutor de corrente e retificado através de amplificadores operacionais, de tal forma que na saída do retificador têm-se uma corrente contínua proporcional

ao valor eficaz da corrente numa fase da máquina.

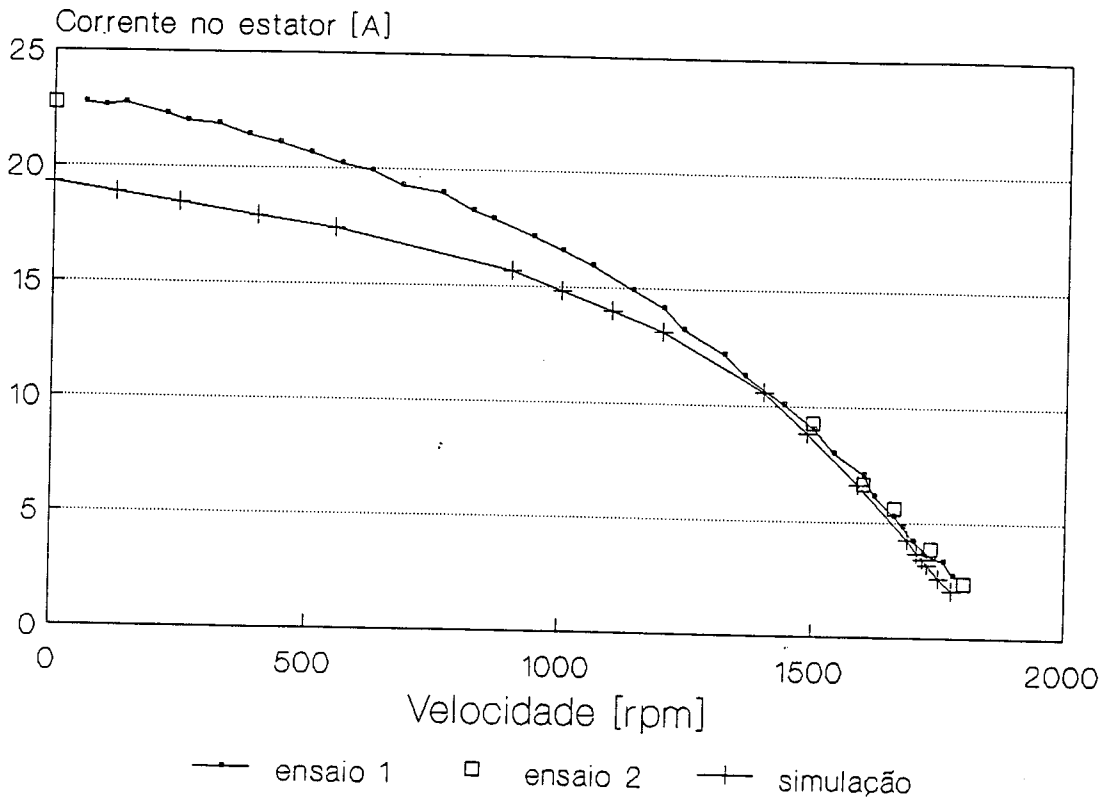


figura 4.15 : Corrente eficaz no estator para a simulação e resultados de ensaio.

O sinal de torque foi captado de uma célula de carga, montada numa plataforma que deixa livre a carcaça da máquina, onde foi acoplado um braço que pressiona a célula. O sinal de velocidade foi obtido através de um tacogerador. Os sinais de torque, corrente e velocidade foram armazenados em um osciloscópio digital no modo XY e posteriormente transferidos para um computador PC, através do qual foi possível sobrepor as curvas de ensaio e simulação.

No outro ensaio realizado, chamado de "ensaio 2" nas

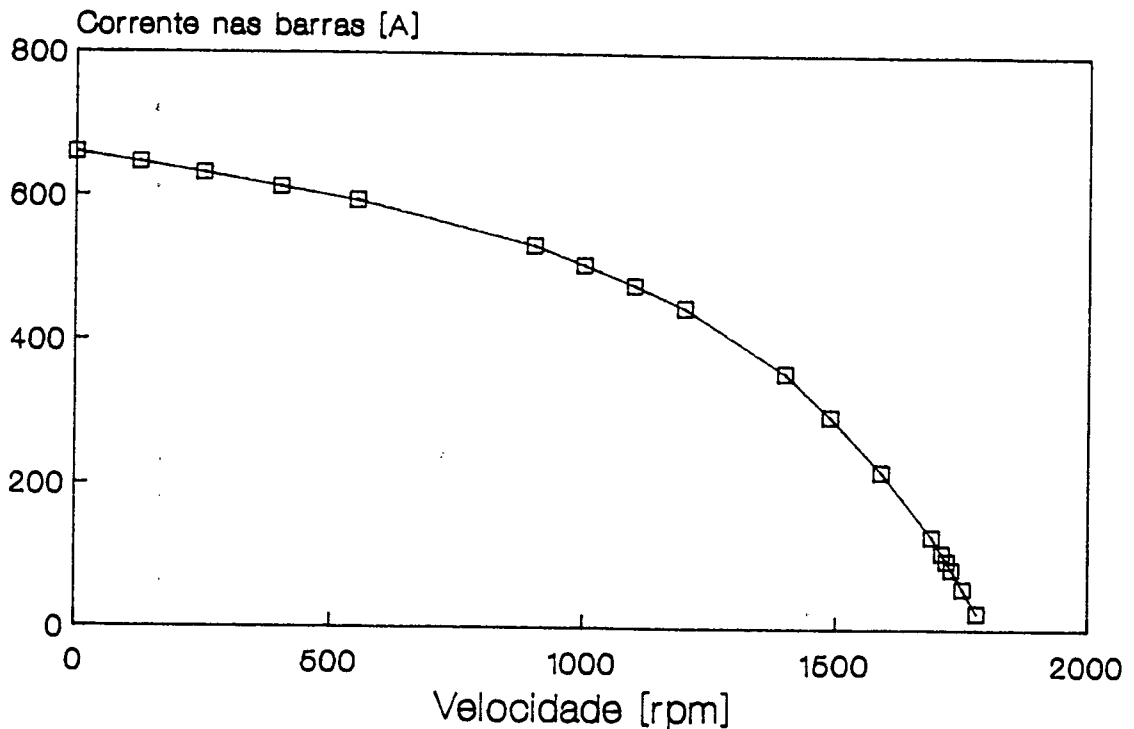


figura 4.16 : Corrente eficaz nas barras do rotor para a simulação

figuras 4.15 e 4.17, acoplou-se ao eixo da máquina um motor de indução Schrage (motor cuja velocidade pode ser controlada mecanicamente). O torque foi obtido da leitura direta do amplificador da célula de carga; a corrente, através da leitura direta no osciloscópio e a velocidade, através de um tacômetro. Para este ensaio realizou-se medições na faixa de funcionamento normal e na partida. Nos ensaios a máquina permaneceu numa temperatura de aproximadamente 80°C nos enrolamentos do estator e 93°C no rotor. Na simulação foram empregadas estas temperaturas no cálculo das resistências do estator e do rotor.

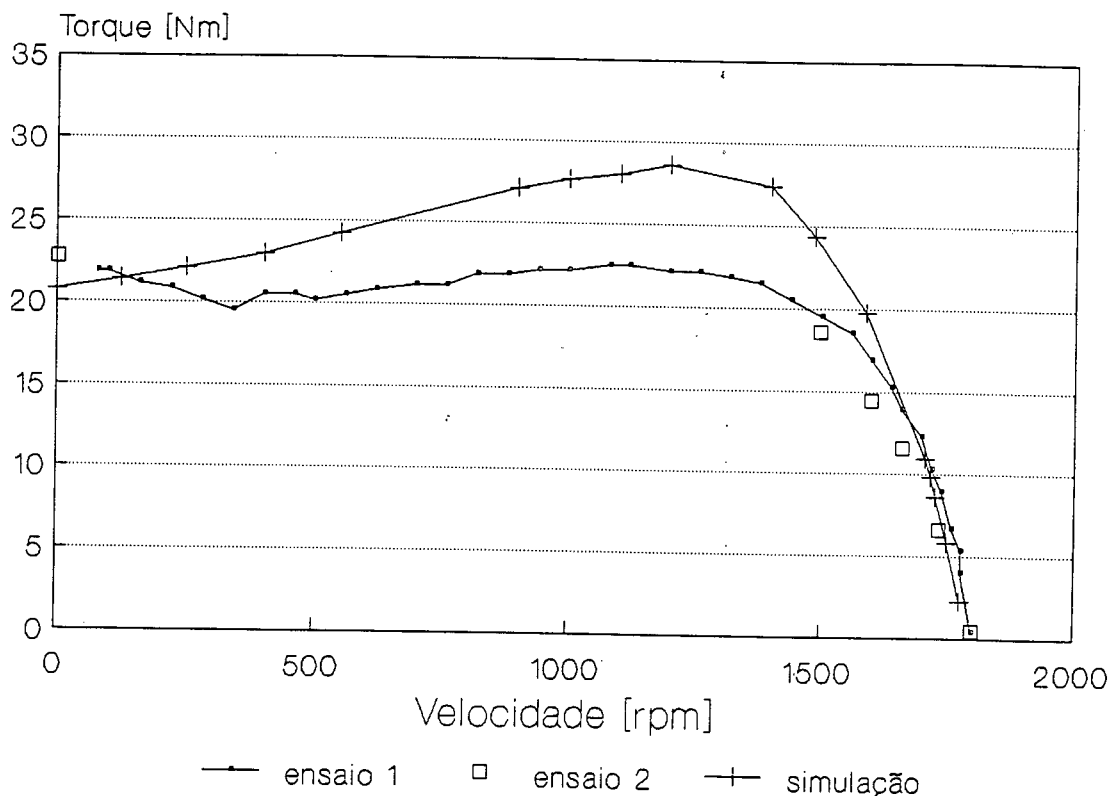


figura 4.17 : Torque eletromagnético no eixo para a simulação e resultados de ensaio.

4.3.1.2 Análise dos resultados para torque e corrente

Quanto à corrente no estator, a figura 4.15 mostra uma boa aproximação entre o método proposto e o ensaio. Como as perdas no ferro não foram consideradas, a simulação deve apresentar uma corrente menor. No que se refere ao torque, a figura 4.17 mostra uma boa aproximação nas regiões de operação normal e na partida com um erro um pouco maior na região intermediária. Convém observar que o modelo matemático empregado, exposto no capítulo I, considera apenas a primeira harmônica da indutância

mútua entre estator e rotor, ou da força magnetomotriz. Isto implica que a curva de torque obtida não deve possuir um mínimo com derivada nula. Além disso, as perdas por ventilação e atrito não foram consideradas.

Um dos objetivos deste trabalho é determinar o valor das correntes nas barras do rotor, mostradas na figura 4.16. Infelizmente, devido à dificuldade da medição destas correntes na prática, não foi possível compará-las com valores medidos.

A análise linear da máquina estudada é imprecisa, devido ao grande erro cometido no cálculo da indutância própria de um enrolamento do rotor (L_r), como comentado no item 4.2.3, visto que as ranhuras do rotor são fechadas. A corrente eficaz no estator, na partida, calculada usando os parâmetros do cálculo linear ($\mu_{\text{ferro}} = 1000\mu_0$), é de 6,04 A, e nas barras é de 139 A.

4.3.2 Consideração sobre os tipos de saturação

Convém, antes de se fazer uma análise qualitativa e quantitativa dos parâmetros L_s , L_r e M em função da velocidade da máquina, examinar o comportamento da onda de fluxo resultante em duas situações limites: na partida e a vazio. As figuras 4.18, 4.19 e 4.20 mostram as ondas de fluxo do estator, do rotor e a resultante respectivamente, para a situação a vazio. Pode-se notar que existe uma defasagem entre as ondas de fluxo do estator e do rotor. A onda de fluxo resultante que é a soma das duas, apresenta uma forma tradicional, com um forte campo no sentido radial nos dentes. Este fluxo que corta o entreferro é relativamente grande e se estabelece devido,

basicamente, à tensão aplicada nos enrolamentos da máquina. Este fluxo produz uma saturação conhecida na literatura como "saturação por tensão". Isto acontece porque, devido à baixa corrente na situação a vazio (corrente magnetizante), a queda de tensão nas reatâncias de dispersão do estator, bem como a

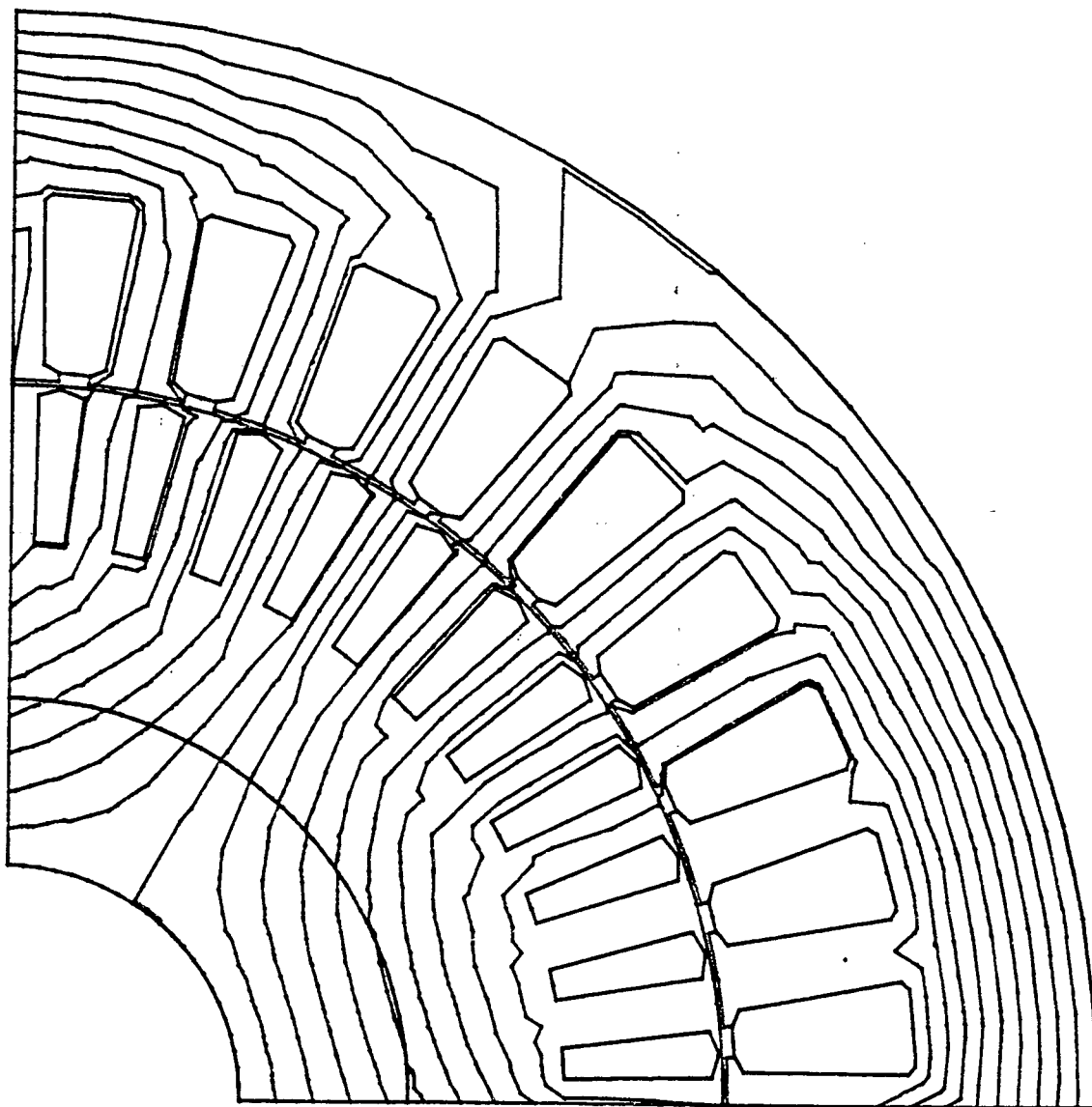


figura 4.18 : Distribuição de fluxo produzido pelas correntes do estator para a situação a vazio

queda na resistência dos enrolamentos são pequenas, e o fluxo no entreferro da máquina tem que contrabalançar praticamente toda a tensão aplicada.

As figuras 4.21, 4.22 e 4.23 mostram as ondas de fluxo do estator, rotor e resultante, respectivamente, para a partida. Neste caso as ondas de fluxo do rotor e estator estão alinhadas

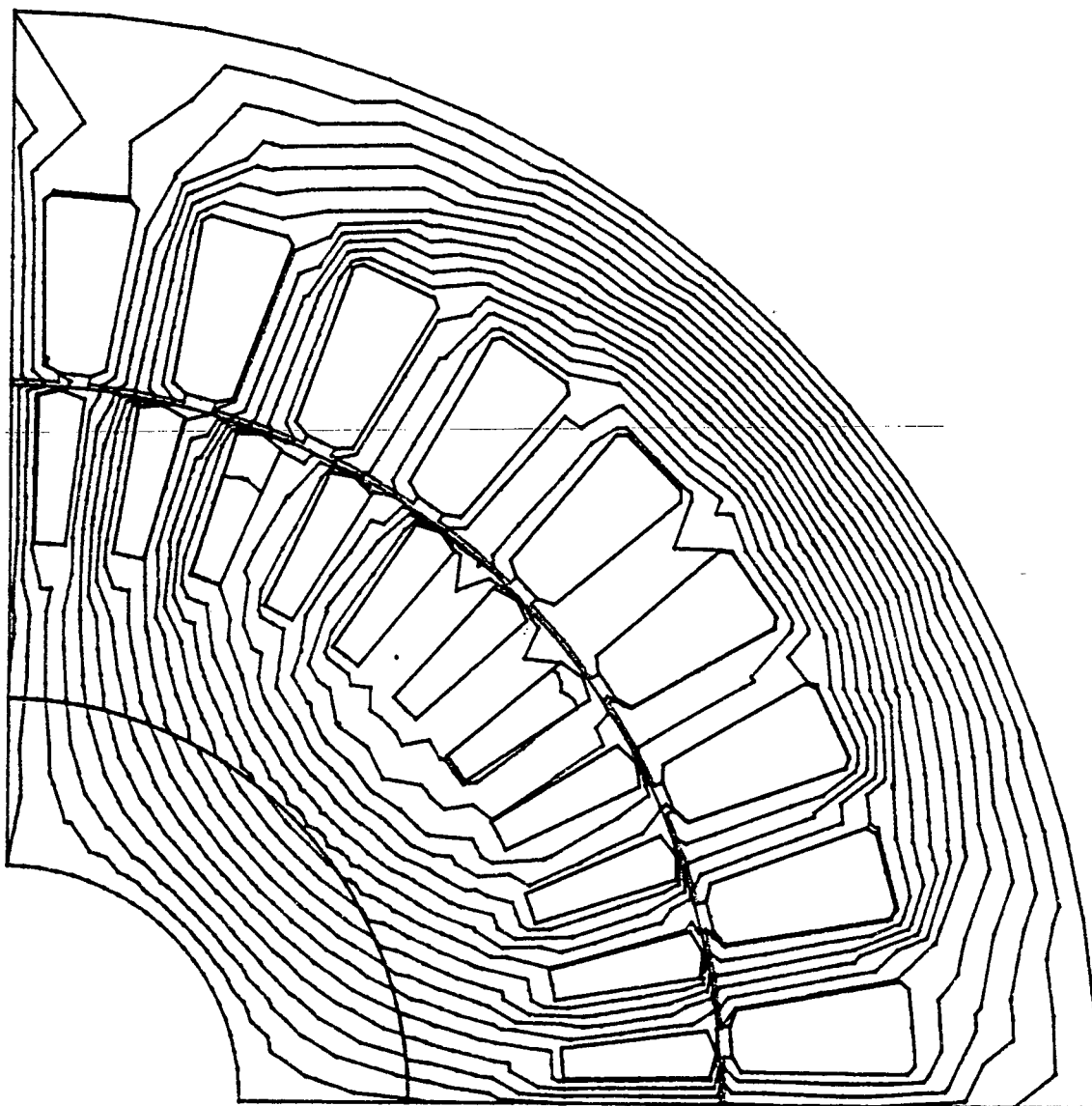


figura 4.19 : Distribuição de fluxo produzido pelas correntes do rotor para a situação a vazio

e em sentidos contrários. Isto implica um baixo fluxo cortando o entreferro da máquina. O fluxo, em sua maior parte, fica confinado ao estator e ao rotor, formando caminhos turbilhonários em relação as correntes. Com isso em alguns dentes pode-se notar uma grande componente de campo magnético no sentido transversal. Este fluxo, originado pelas elevadas

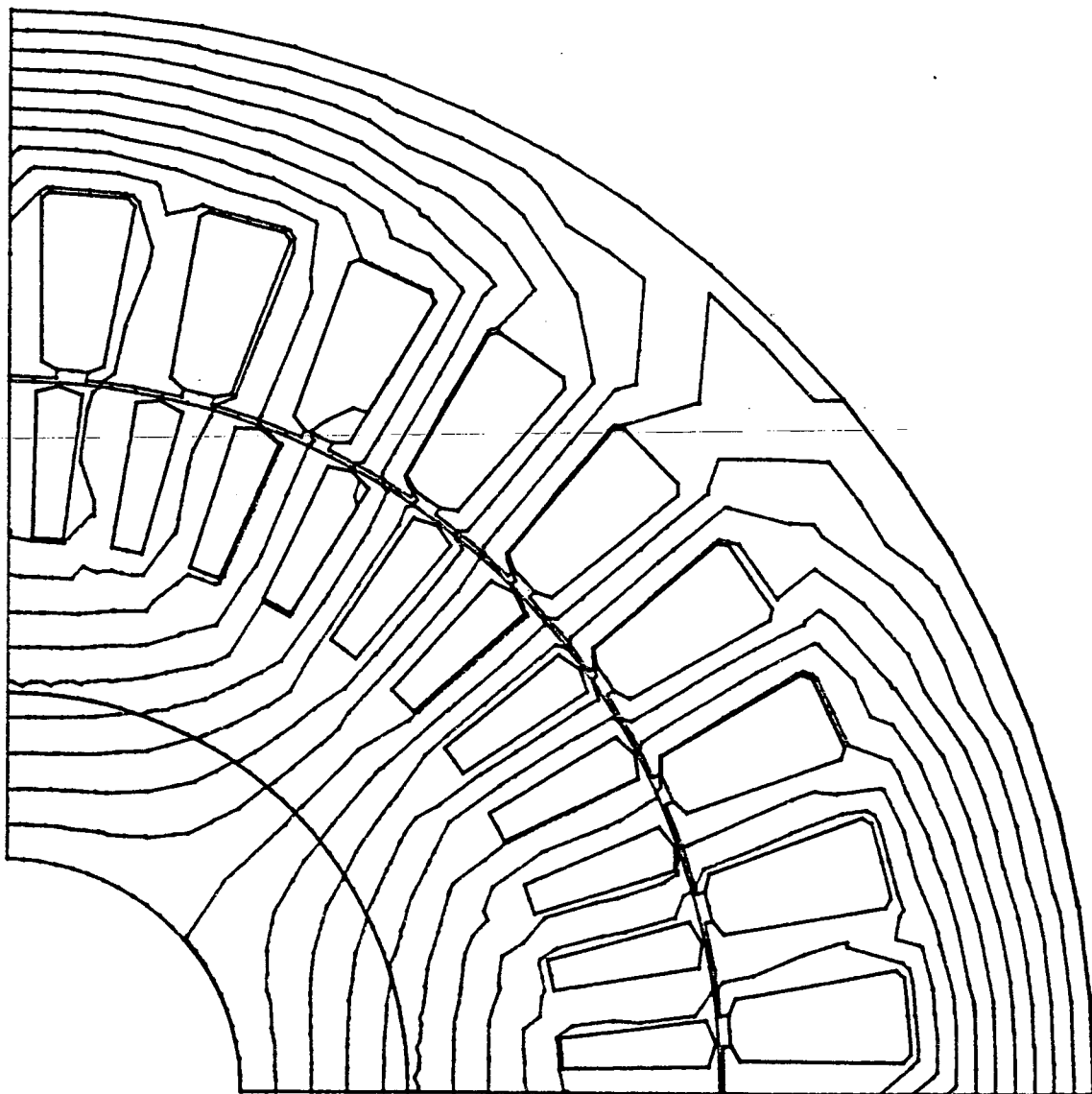


figura 4.20 : Distribuição de fluxo resultante para a situação a vazio

correntes no estator e rotor da máquina, produz uma saturação conhecida como "saturação por corrente". Este fluxo satura as pontas dos dentes do estator e a região entre o topo das ranhuras do rotor e o entreferro da máquina.

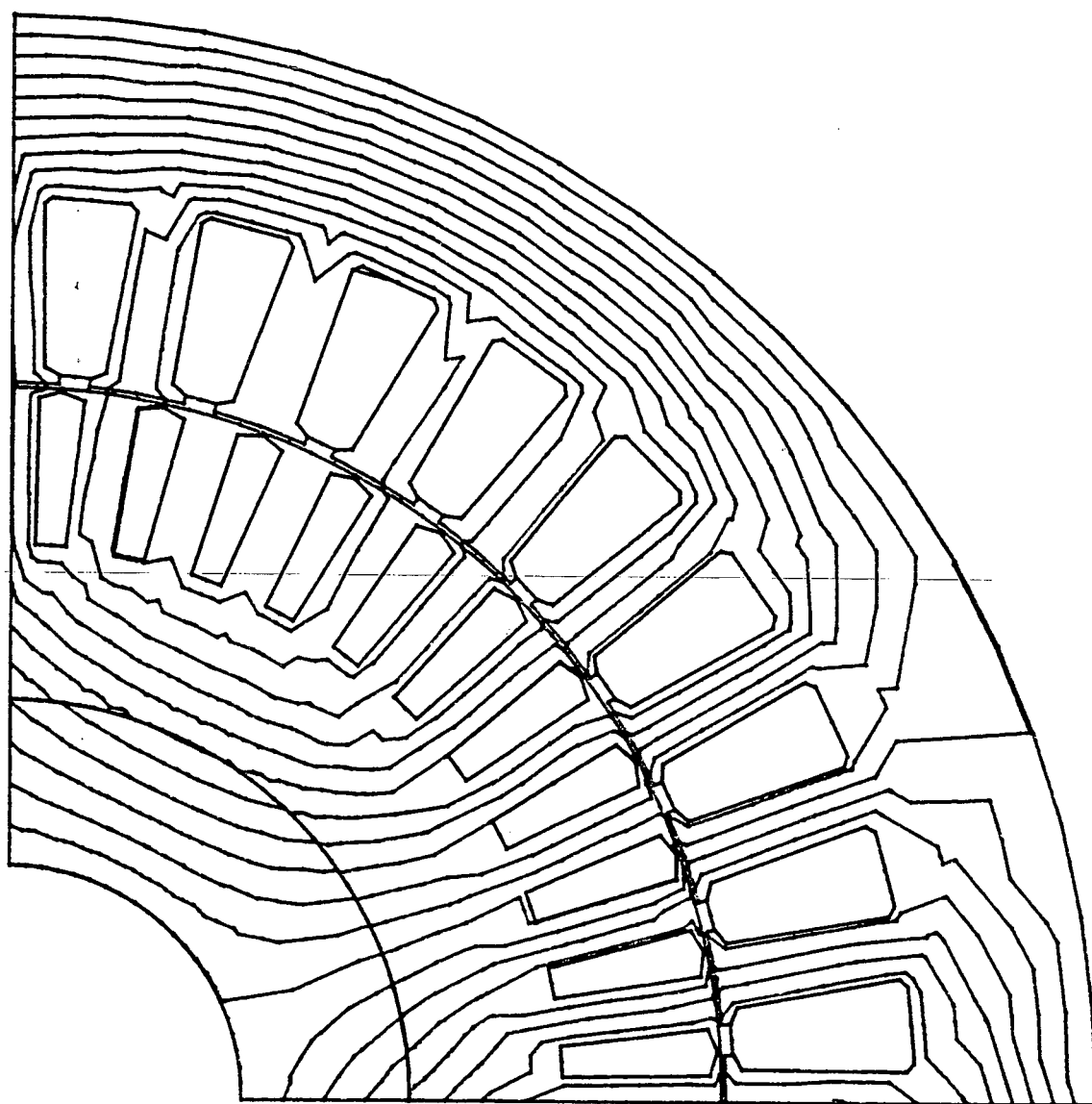


figura 4.21 : Distribuição de fluxo produzido pelas correntes do estator para a partida

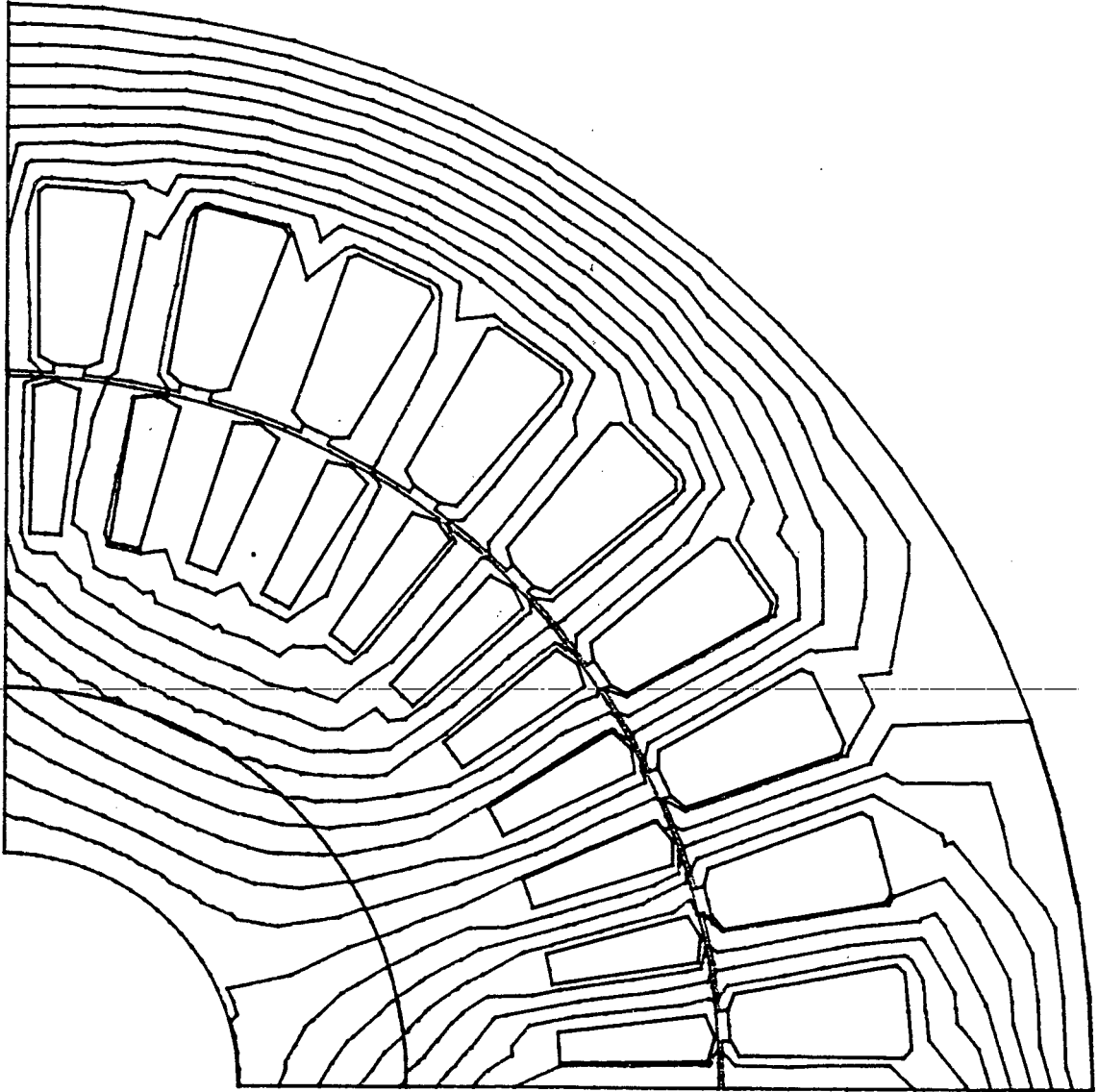


figura 4.22 : Distribuição de fluxo produzido pelas correntes do rotor para a partida

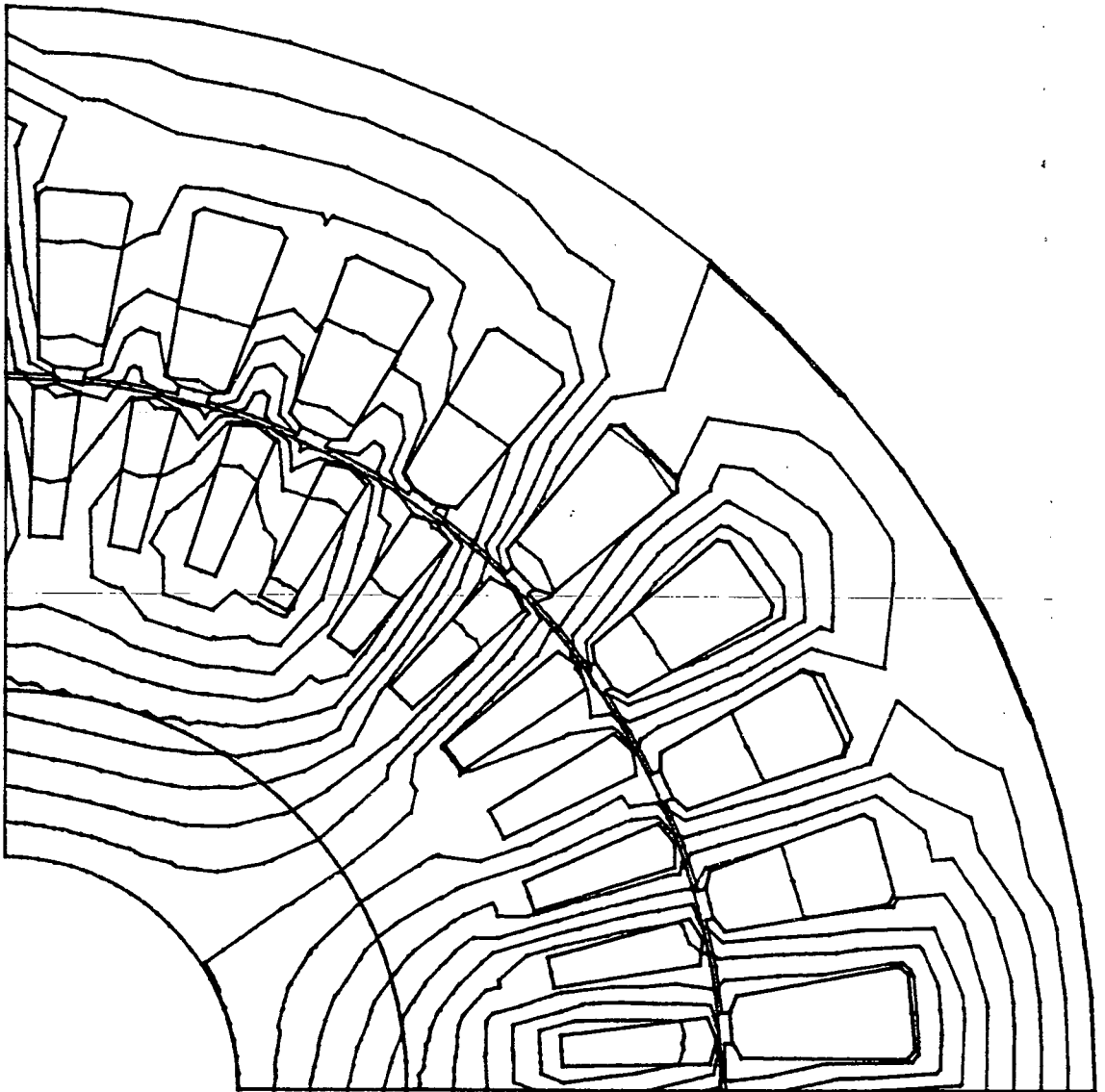


figura 4.23 : Distribuição de fluxo resultante para a partida

4.3.3 Análise dos parâmetros

Neste item será feito um breve comentário sobre como os parâmetros do modelo matemático L_s , I_r e M variam com a velocidade da máquina. Visto que os parâmetros variam devido à saturação da máquina, e como esta saturação é causada pelas correntes da máquina, para uma determinada velocidade, foram contruídas as curvas de variação destes parâmetros com a velocidade e com o valor eficaz da corrente que circula num enrolamento do estator. Estas curvas são mostradas nas figuras 4.24 a 4.29.

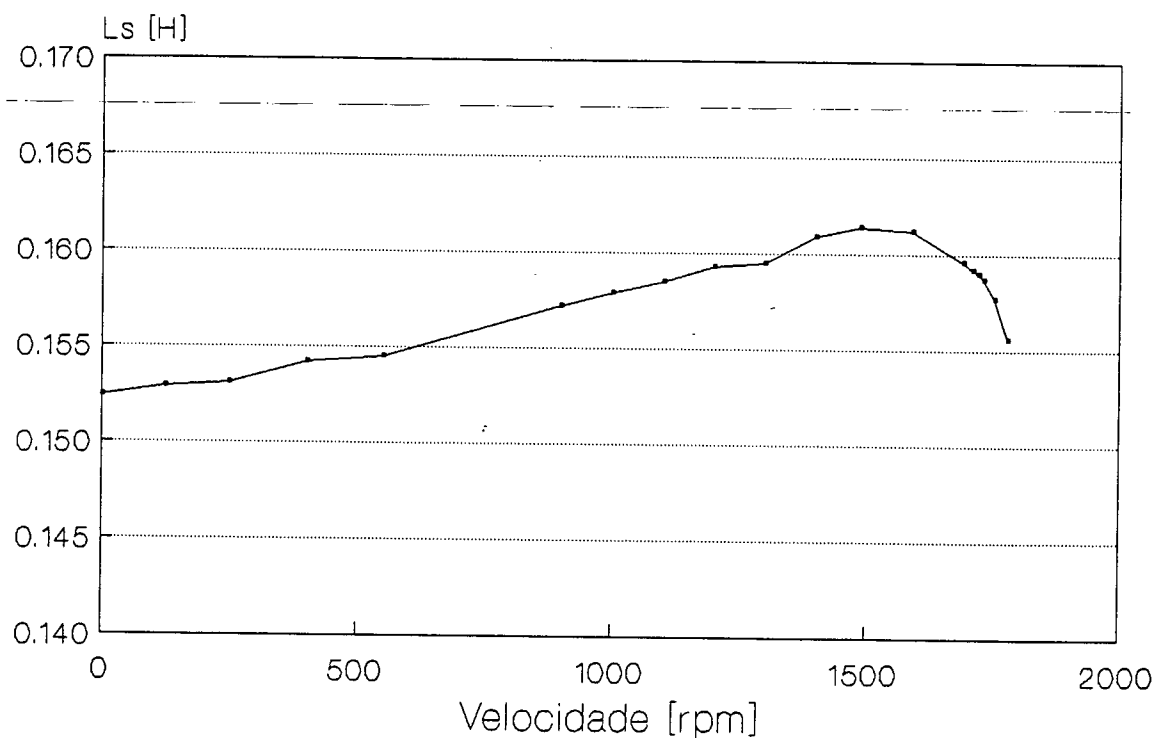


figura 4.24 Parâmetro L_s em função da velocidade da máquina

Nas figuras 4.24 e 4.25 aparece o parâmetro L_S em função da velocidade e corrente eficaz no estator, respectivamente. Para este parâmetro pode-se notar que ele é um pouco baixo nas situações limites das curvas, ou seja na partida e a vazio, onde predominam a saturação por corrente e tensão, respectivamente. Para o parâmetro μ , mostrado nas figuras 4.26 e 4.27, vale o mesmo comentário que para L_S .

Para o parâmetro I_r , mostrado nas figuras 4.28 e 4.29, nota-se um comportamento diferente. O parâmetro I_r é muito influenciado, como já discutido, pela saturação que ocorre entre o topo das ranhuras do rotor e o entreferro da máquina. Na partida esta região fica muito saturada devido à forte

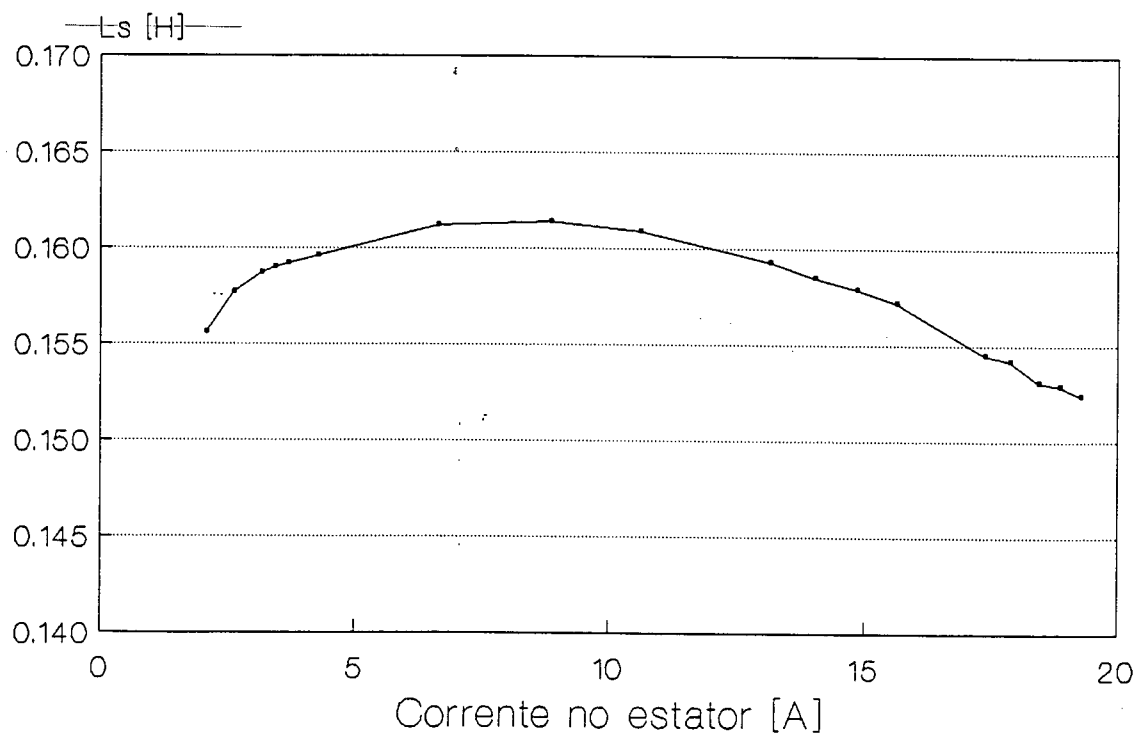


figura 4.25 Parâmetro L_S em função da corrente no estator

componente de fluxo transversal existente produzido pelas altas correntes no estator e rotor da máquina, isto faz com que l_r seja pequeno. Na situação a vazio, ao contrário, o fluxo no sentido radial é muito maior que o transversal, e a região entre o topo das ranhuras do rotor e o entreferro da máquina praticamente não satura, possibilitando um curto-circuito magnético, que eleva o valor do parâmetro l_r .

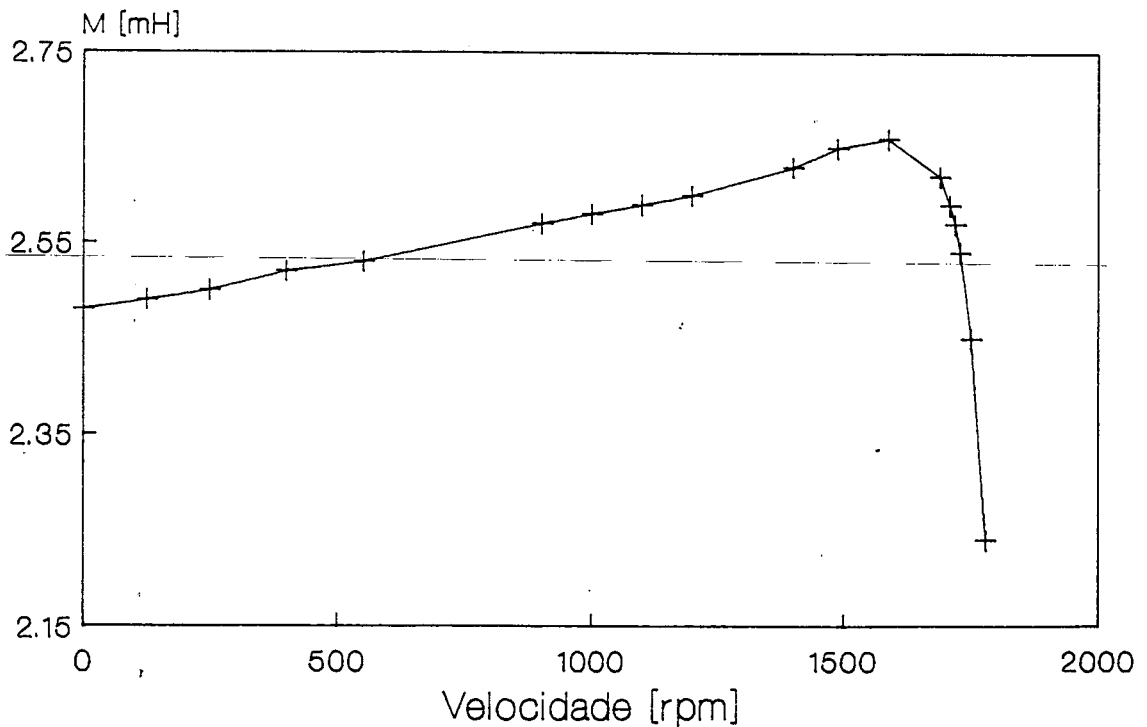


figura 4.26 Parâmetro M em função da velocidade da máquina

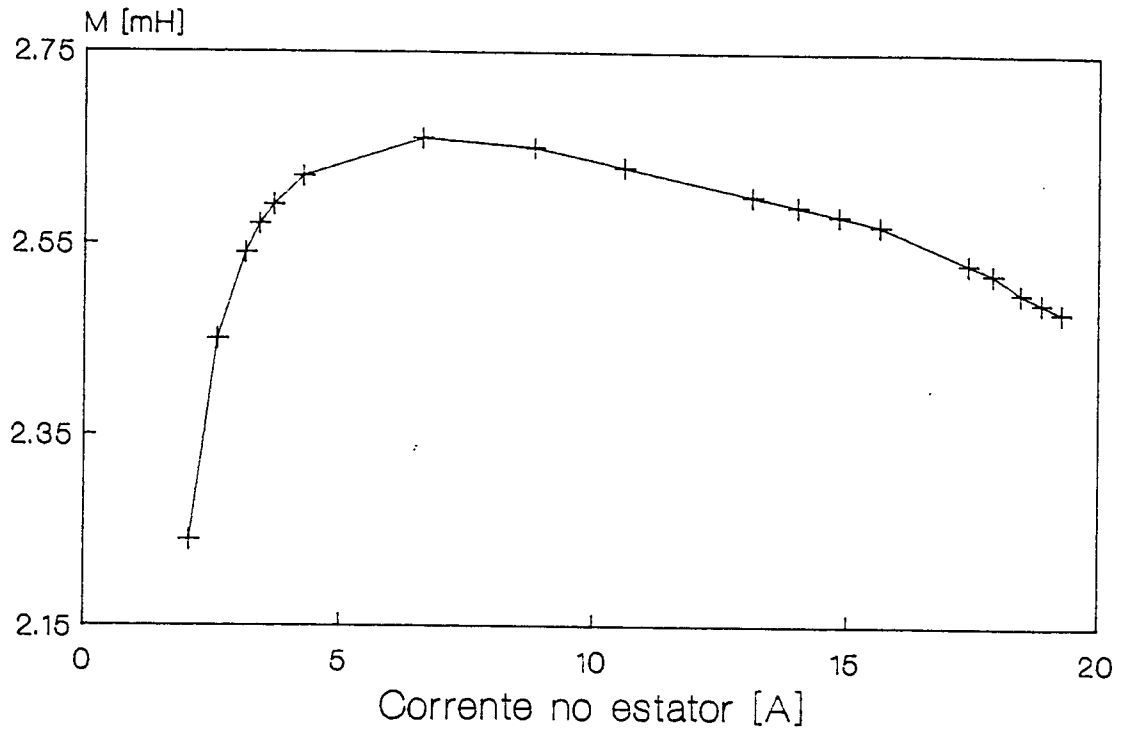


figura 4.27 Parâmetro M em função da corrente no estator

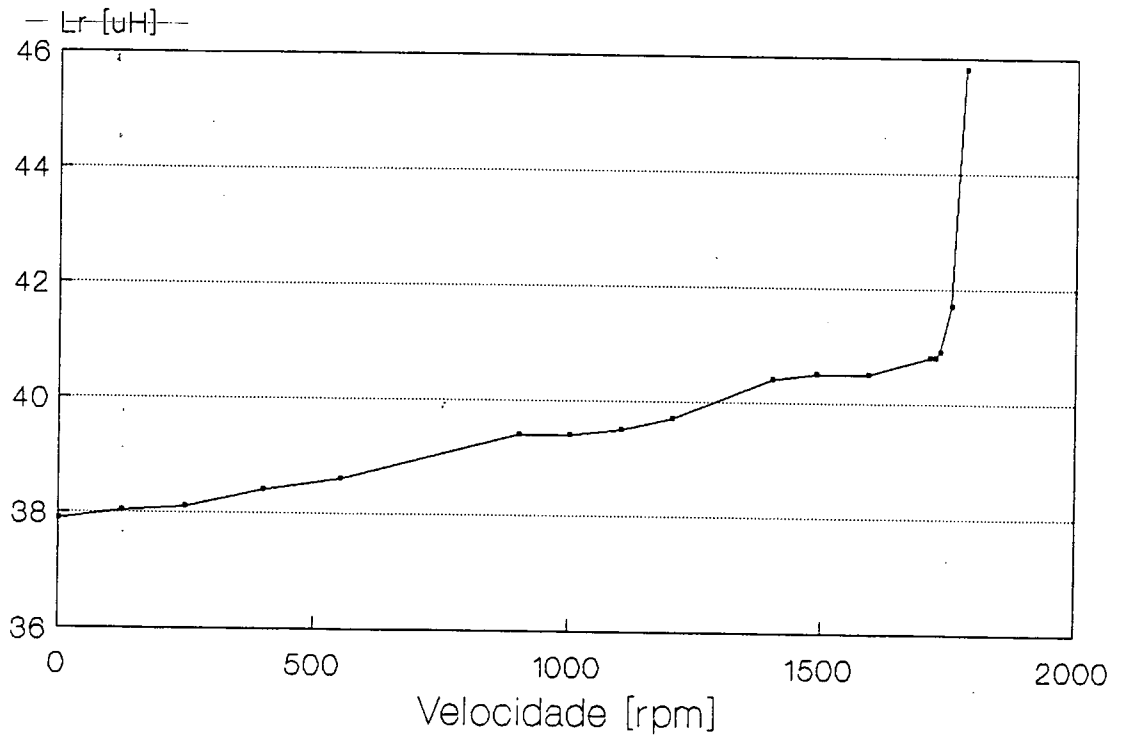


figura 4.28 Parâmetro L_r em função da velocidade da máquina

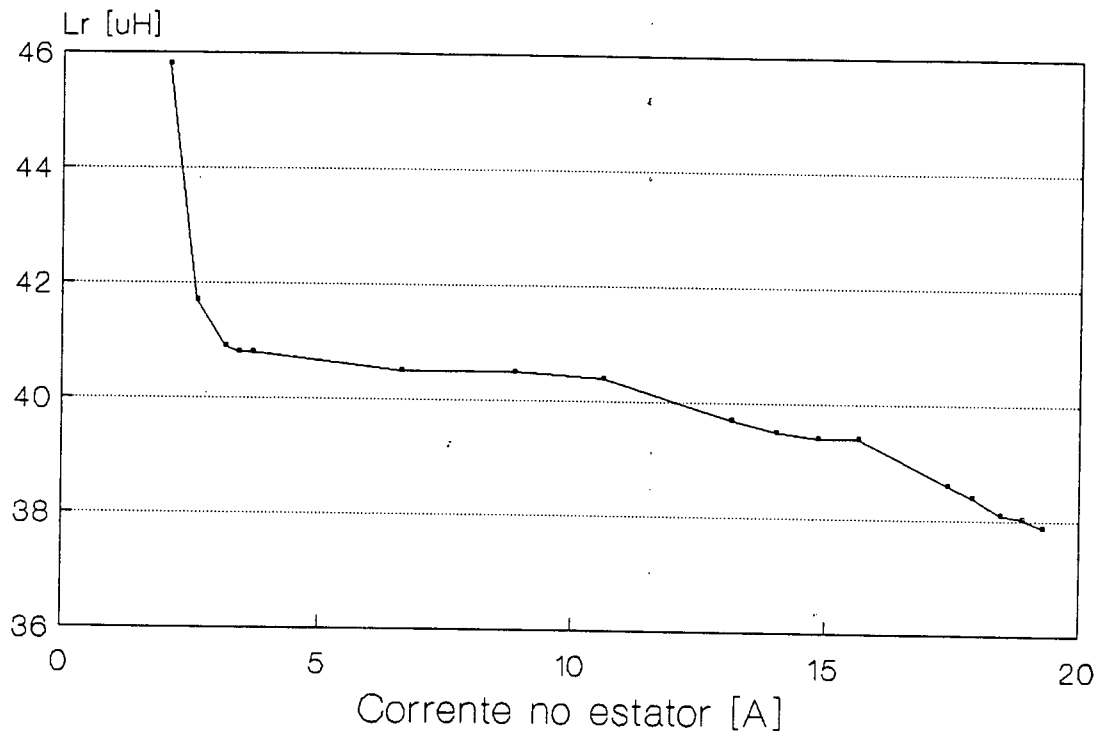


figura 4.29 Parâmetro L_r em função da corrente no estator

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

Foi apresentado um modelo para a máquina de indução com rotor em gaiola, baseado na técnica de circuitos acoplados. Este modelo apresenta uma formulação simples, considerando apenas a primeira harmônica da indutância mútua entre estator e rotor. No entanto, ele particulariza a corrente em cada barra do rotor.

As indutâncias da máquina foram calculadas, inicialmente para o caso linear, utilizando o Método de Elementos Finitos. Um método para levar em consideração a não linearidade do ferro foi proposto para o caso em que a máquina funciona em regime permanente. Uma máquina trifásica de 2 CV foi analisada, comparando-se resultados de ensaio com resultados do método de análise proposto.

Considerando as simplificações adotadas, tais como: desconsiderar as harmônicas de força magnetomotriz, o efeito pelicular, as perdas no ferro, o efeito tridimensional (indutâncias das cabeças de bobina); os resultados obtidos foram satisfatórios e demonstraram uma boa concordância entre ensaio e simulação. A máquina que se tinha a disposição possuía um comprimento do pacote da mesma ordem de grandeza que o diâmetro interno do estator, o que certamente influenciou nos resultados, visto que, em máquinas curtas o efeito tridimensional é importante. A análise linear demonstrou-se inteiramente imprecisa, especialmente para o caso em que as ranhuras da máquina são fechadas, devido ao curto-circuito

magnético existente neste caso.

Foi realizada uma análise dos parâmetros em relação a saturação magnética, bem como dos fluxos magnéticos resultantes na máquina; onde pode-se observar os efeitos dos tipos de saturação ("saturação por corrente" e "saturação por tensão").

Para trabalhos futuros, propõe-se uma formulação mais completa para o modelo matemático da máquina, considerando um número maior de harmônicas, bem como levando em consideração o efeito pelicular, as perdas rotacionais, perdas por correntes parasitas no ferro e perdas por histerese magnética.

REFERÊNCIAS

- [1] D. C. WHITE , H. H. WOODSON, "Eletromechanical Energy Conversion", New York, John Wiley & Sons, 1959.
- [2] J. P. A. Bastos, "Eletromagnetismo e Cálculo de Campos", Florianópolis, Editora da UFSC, 1989.
- [3] C. G. Veinott, "Theory and Design of Small Induction Motors", New York, McGraw-Hill, 1959.
- [4] J. Lesenne, F. Notelet, G. Segulier, "Introduction à l'électrotechnique approfondie", Paris, Technique & Documentation, 1981.
- [5] E. Hommes , G. C. Paap, "The analysis of 3-phase squirrel-cage induction motor with space harmonics", Archiv für Elektrotechnik, pag. 217-226, 1984.
- [6] S. Williamson, A. C. Smith, M. C. Bergg, J. R. Smith, "General techniques for the analysis of induction machines using finite elements", Proceedings International Conference on the Evolution and Modern Aspects of Induction Machines, pag. 389-395, Turim, 1986.
- [7] S. Williamson, L. H. Lim, "Transient analysis of cage-induction motors using finite elements"

- [8] E.F. Fuchs, M. Poloujadoff, G. W. Neal, "Starting performance of saturable three-phase induction motors", IEEE transactions on Energy Conversion, vol. 3, no. 3, 1988.
- [9] S. Williamson, M. C. Begg, "Calculation of the resistance of induction motor end rings", IEE Proceedings, vol. 133, Pt. B, no. 2, 1986.
- [10] S. Williamson, M. C. Begg, "Calculation of the bar resistance and leakage reactance of cage rotors with closed Slots", Proc. IEE, Pt. B, vol. 132, pag 125-132, 1985.
- [11] C. V. Jones, "The unified theory of electrical machines", London, Butterworths, 1967.
- [12] P. L. Alger, "Induction Machines", New York, Gordon and Breach Science Publishers, 1970.
- [13] Melkebeek J. A. A., "Magnetising-field saturation and dynamic behavior of induction machines. Part 1: Improved calculation method for induction machine dynamics", IEE Proc., vol. 130, Pt. B, no. 1, 1983.
- [14] A. K. Wallace, A. Wright, "Novel simulation of cage windings based on mesh circuit model", IEEE PES Summer Meeting and EHV/UHV Conference, Vancouver, Can., 1973.
- [15] S. Williamson, J. W. Ralph, "Finite-element analysis for

magnetic field problems with complex current sources ", IEE Proc., vol.129, Pt A, no. 6, 1982.

[16] P. D. Agarwal, P. L. Alger, " Saturation factors for leakage reactance of induction motors ", AIEE Fall General Meeting, Chicago, 1960.

[17] J. P. A. Bastos, R. Carlson, " EFMAQ - Sistema de Cálculo de Campos para Máquinas Elétricas", GRUCAD - Grupo de Concepção e Análise de Máquinas Elétricas /CTC/UFSC, Florianópolis.