

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PROJETO E ANÁLISE DE MOTORES A ÍMÃS  
COM COMUTAÇÃO ELETRÔNICA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA  
CATARINA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

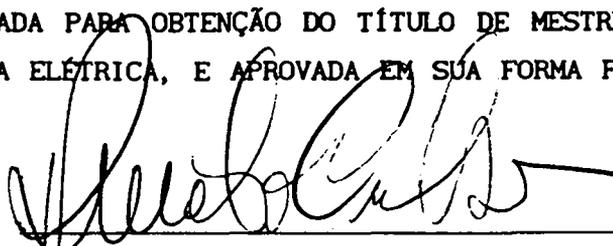
ALVACIR ALVES TAVARES

FLORIANÓPOLIS, MAIO DE 1989

PROJETO E ANÁLISE DE MOTORES A ÍMÃS COM COMUTAÇÃO ELETRÔNICA

ALVACIR ALVES TAVARES

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA, E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO



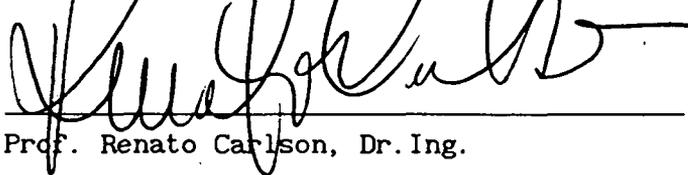
Prof. Renato Carlson, Dr. Ing.

ORIENTADOR

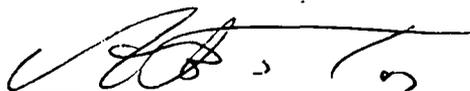


Prof. José Carlos Moreira Bermudez, Ph. D  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA



Prof. Renato Carlson, Dr. Ing.



Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. d'État



Prof. Orlando Sílvio Lobosco, Dr.



Alvacir Rogério Sens, Eng.



Prof. Sérgio Roberto Arruda, M. Sc.

Dedico:

Ao trabalhador brasileiro que, através do sacrifício seu e de sua família,  
patrocinou anonimamente este trabalho.

AGRADEÇO:

A Deus, que me deu saúde, oportunidades e disposição para o trabalho;

À Neiva e ao Vinicius, pelo amor, compreensão e apoio;

A toda a minha família pelo carinho e estímulo;

Ao prof. João Manoel de Souza Peil, Diretor da Escola Técnica Federal de Pelotas, pela viabilização do meu trabalho.

Ao prof. Jandir Zanotelli, Reitor da Universidade Católica de Pelotas, pela obtenção de recursos junto à CAPES.

Aos meus amigos da Escola Técnica e da Universidade Católica, pelo incentivo;

Ao prof. Renato Carlson pela orientação segura, incentivo e a amizade;

Ao prof. Assumpção, pela amizade e apoio no cálculo de campo;

A todos os professores e colegas com quem tive contato no nivelamento e fase de obtenção de créditos pelo tratamento afetivo;

Aos amigos do Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos pela camaradagem e constante troca de idéias;

Aos amigos Eng. Eric Lajoie-Mazenc, prof. Arnaldo José Perin, doutorando Márcio Vinagre e Dr. Michel Lajoie-Mazenc pelo apoio decisivo em assuntos específicos da dissertação.

Ao prof. Ildemar Cassana Decker pelo incentivo e amizade;

A WEG MÁQUINAS, WEG AUTOMAÇÃO e EMBRACO pela troca de informações e fornecimento de protótipos.

Aos funcionários da UFSC e da FEEESC pelo trabalho de base.

## SUMÁRIO

SIMBOLOGIA

RESUMO

ABSTRACT

### CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS SERVOMOTORES A ÍMÃS

1.1 - Comparação entre servo-motores CC e AC .....	1
1.2 - Análise dos ímãs permanentes .....	3
1.3 - Formas construtivas e materiais empregados .....	9
1.4 - Comando do inversor e auto-pilotagem .....	12
1.5 - Modelização da máquina síncrona a ímãs superficiais ....	15

### CAPÍTULO 2 - ANÁLISE DA F.E.M. INDUZIDA

2.1 - Introdução .....	20
2.2 - Cálculo analítico da f.e.m. ....	20
2.3 - Forma de onda de f.e.m. para ímãs com magnetização radial .....	23
2.4 - Cálculo numérico da f.e.m. ....	26
2.4.1 - Cálculo da f.e.m. em enrolamento concentrado de passo pleno.....	30
2.4.2 - Cálculo da f.e.m. em enrolamento distribuído de passo pleno .....	32
2.4.3 - Cálculo da f.e.m. em enrolamento distribuído de passo encurtado .....	33
2.4.4 - Inclinação das ranhuras e desalinhamento alternado dos ímãs .....	37
2.4.5 - Desalinhamento contínuo dos ímãs e ranhuras inclinadas .....	41
2.4.6 - Desalinhamento dos ímãs com ranhuras não inclinadas .....	42
2.4.7 - Comparação entre resultados simulados e medidos	43

### CAPÍTULO 3 - EQUACIONAMENTO DO TORQUE ELETROMAGNÉTICO

3.1 - Introdução .....	45
3.2 - Cálculo analítico do torque eletromagnético .....	46

### CAPÍTULO 4 - ANÁLISE DO TORQUE DE RELUTÂNCIA

4.1 - Introdução .....	51
4.2 - Cálculo numérico do torque de relutância .....	51
4.2.1 - Ranhuras inclinadas e ímãs desalinhados alternadamente.....	52
4.2.2 - Ranhuras inclinadas e ímãs desalinhados continuamente .....	54
4.2.3 - Ranhuras retas e ímãs desalinhados.....	57
4.3 - Cálculo analítico simplificado .....	59
4.4 - Exemplos aplicativos .....	61
4.5 - Relação entre as oscilações de torque causadas por torque de relutância e pelas harmônicas de f.e.m.....	63

### CAPÍTULO 5 - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA LARGURA DOS ÍMÃS SOBRE AS HARMÔNICAS DE F.E.M. E DE TORQUE DE RELUTÂNCIA

5.1 - Introdução .....	66
5.2 - Análise das harmônicas de indução no entreferro .....	66
5.3 - Análise da f.e.m. induzida .....	69
5.4 - Análise do torque de relutância .....	70
5.5 - Uso de ímãs de larguras diferentes entre si .....	72

### CAPÍTULO 6 - ARTIFÍCIO USADOS PARA REDUZIR AS HARMÔNICAS DE F.E.M. E DE TORQUE DE RELUTÂNCIA

6.1 - Introdução .....	76
6.2 - Ranhuras estatóricas inclinadas .....	77
6.3 - Desalinhamento dos ímãs parciais do rotor .....	79
6.4 - Desalinhamento de dois blocos e inclinação de ranhuras	81

6.5 - Desalinhamento de vários blocos e inclinação de ranhuras .....	82
6.5.1 - Desalinhamento contínuo dos ímãs .....	82
6.5.2 - Desalinhamento alternado de vários blocos de ímãs .....	87
6.6 - Comparação dos métodos .....	89
6.7 - Combinação dos métodos apresentados com a escolha da largura dos ímãs .....	92
6.8 - Análise da sensibilidade do torque de relutância à pre- cisão dimensional da inclinação das ranhuras do estator	95
6.9 - Enrolamento distribuído e de passo encurtado .....	95
6.10- Conclusão .....	97

## CAPÍTULO 7 - MINIMIZAÇÃO DA OSCILAÇÃO DO TORQUE ELETROMAGNÉTICO PELA IMPOSIÇÃO DE HARMÔNICAS DE CORRENTE

7.1 - Introdução .....	100
7.2 - Equacionamento do torque .....	100
7.3 - Cálculo das harmônicas de corrente por inversão de matriz .....	101
7.4 - Otimização da onda de corrente por programação linear ..	103

## CAPÍTULO 8 - CRITÉRIOS DE PROJETO DE MÁQUINA SÍNCRONA COM ÍMÃS SUPERFICIAIS

8.1 - Introdução .....	108
8.2 - Equações de dimensionamento da máquina senoidal .....	108
8.3 - Equações de dimensionamento da máquina trapezoidal ....	113
8.4 - Comparação entre os torque dos motores senoidal e trapezoidal .....	117
8.5 - Análise da reação da armadura .....	117
8.6 - Obtenção das grandezas fundamentais .....	123
8.7 - Cálculo do enrolamento da armadura .....	124
8.8 - Especificação das dimensões dos pacotes magnéticos ....	126
8.9 - Cálculo das perdas no cobre e no ferro .....	130
8.10- Exemplo de um projeto de uma máquina síncrona senoidal	132
8.10.1 - Dados fornecidos ao programa .....	132
8.10.2 - Resultados do dimensionamento .....	132

8.10.3 - Traçado do desenho do motor .....	133
8.10.4 - Resultados de cálculo de campo .....	134
8.11- Exemplo de projeto de uma máquina síncrona trapezoidal	136
8.11.1 - Dados fornecidos ao projeto .....	136
8.11.2 - Resultados de dimensionamento .....	136
8.11.3 - Resultados de cálculo de campo .....	137

## CAPÍTULO 9 - SIMULAÇÃO DO FUNCIONAMENTO DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA TRAPEZOIDAL COM SEU CONVERSOR DE 120 GRAUS

9.1 - Introdução .....	140
9.2 - Análise do funcionamento .....	141
9.2.1 - Descrição do inversor e do motor .....	141
9.2.2 - Análise entre comutações .....	144
9.2.3 - Análise da comutação da corrente entre duas fases .....	147
9.2.4 - Fluxograma do programa de simulação .....	150
9.2.5 - Resultados de simulação e de experimentação num protótipo .....	151
9.3 - Conclusões.....	156

## CAPÍTULO 10 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

10.1 - Conclusões .....	157
10.2 - Sugestões para trabalhos futuros.....	160

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	161
APÊNDICES .....	164

## SIMBOLOGIA

$a$	Ângulo correspondente à boca da ranhura
$A$	Densidade linear de corrente
$a_i$	Amplitude da harmônica $i$ da grandeza $x(\theta)$
$a_s$	Largura da boca da ranhura
$a'_s$	Largura corrigida da boca da ranhura
$a_{sr}$	Largura da boca da ranhura em relação ao passo de ranhura
$\alpha_{di}$	Ângulo de posição do início do dente em relação ao centro do ímã
$\alpha_{df}$	Ângulo de posição do fim do dente em relação ao centro do ímã
$\alpha_m$	Ângulo de um ponto do rotor em relação ao centro do pólo ( ou em relação à zona neutra noutro caso )
$\alpha_{ri}$	Ângulo de posição do início da ranhura em relação ao centro do ímã
$\alpha_{rf}$	Ângulo de posição do fim da ranhura em relação ao centro do ímã
$\alpha_{xxa}$	Limite anterior do elemento $xx$ no sentido de $l$ crescente
$\alpha_{xpx}$	Limite posterior do elemento $xx$ no sentido de $l$ crescente
$b$	Ângulo correspondente à largura superficial do dente
$B$	Indução normal
$B_{ce}$	Indução na carcaça estatórica
$B_{cr}$	Indução na carcaça rotórica
$B_d$	Indução no dente
$B_{dmax}$	Indução máxima no dente
$B_{dr}$	Indução sobre um dente em relação à indução com estator liso
$B_{gmax}$	Indução máxima em função do raio interno do ímã
$B_{mp}$	Indução média sobre a metade do ímã com maior indução
$B_g$	Indução de pico no entreferro
$B_{g1}$	Indução no ímã devido apenas à presença do entreferro
$B_{g1}$	Primeira harmônica da indução no entreferro
$B_i$	Harmônica $i$ da indução no entreferro
$B_i$	Indução intrínseca ou magnetização
$B_{is}$	Indução intrínseca de saturação
$b_{m0}$	Indutância na qual forma medidas as perdas no ferro
$B_{rr}$	Indução sobre uma ranhura em relação à indução com estator liso
$B_r$	Indução residual
$b_t$	Largura do dente ao nível do entreferro
$b'_t$	Largura do dente ao nível do entreferro corrigida
$\beta$	Relação entre a largura do ímã e o passo polar

$C_f$	Capacitância de filtro
$c_h$	Variável lógica atribuída ao estado do comparador c/histerese(1,-1)
$d_{\text{encaixe}}$	Profundidade do encaixe para os ímãs
$\delta$	Diferença entre a largura do ímã e o número inteiro de passos de ranhura imediatamente superior
$\Delta$	Ângulo de inclinação das ranhuras medido num plano perpendicular ao eixo do motor
$e'$	F.e.m. por unidade de velocidade ( c/ sinal trocado )
$E_b$	F.e.m. de uma bobina
$E_i$	Amplitude da harmônica de ordem i da f.e.m.
$e_k$	F.e.m. instantânea da fase k
$E_m$	F.e.m. máxima por fase (trapezoidal)
$e_{\text{sap}}$	Espessura da sapata do dente
$e_{\text{sap1}}$	Espessura da sapata do dente junto ao dente
$f$	Frequência elétrica
$F$	Coeficiente de atrito viscoso
$f_c$	Fator de Carter
$F_{ij}$	Elemento da matriz composta de harmônicas de f.e.m.
$f_0$	Frequência em que foram medidas as perdas no ferro
$F_1$	Fundamental da f.m.m. da armadura
$F_p$	F.m.m. de pico da armadura
$f_{sk}$	Fator de inclinação das ranhuras
$\phi_{ce}$	Fluxo na carcaça estática
$\phi_{cr}$	Fluxo na carcaça rotórica
$\phi_g$	Fluxo no entreferro
$\phi_r$	Percentual de fluxo em relação ao fluxo com estator liso
$g$	Comprimento do entreferro
$g_a$	Comprimento do entreferro visto pela armadura
$g_{ef}$	Comprimento efetivo obtido pelo fator de Carter
$g_r$	Comprimento do entreferro em relação ao comprimento do ímã
$\gamma$	Deslocamento entre ímãs do rotor
$\gamma_1$	Contribuição do deslocamento dos ímãs na posição do elemento de integração

$H_a$	Campo da armadura no canto do ímã
$H_c$	Força coercitiva
$H_{cl}$	Força coercitiva intrínseca
$h_{ce}$	Altura da coroa estatórica
$h_{cr}$	Altura da coroa rotórica
$H_g$	Intensidade de campo no entreferro
$H_l$	Intensidade de campo magnético no ímã
$H_{ig}$	Campo no ímã devido apenas ao entreferro
$H_k$	Variável lógica atribuída ao estado dos sensores Hall para a fase k
$H_m$	Intensidade de campo magnético máxima que não desmagnetiza o ímã
$H_r$	Campo no ímã resultante
$h_r$	Altura da ranhura
$H_s$	Intensidade de campo de saturação
$i$	Índice da ordem da harmônica genérica e de f.e.m.
$i_c$	Corrente no capacitor de filtro
$i_d$	Índice do dente
$i_e$	Ordem da harmônica elétrica
$I_{ef}$	Corrente eficaz
$I_j$	Amplitude da harmônica j da corrente
$i_k$	Intensidade de corrente instantânea na fase k
$I_m$	Corrente média na onda retangular ( durante $120^\circ$ )
$i_m$	Ordem da harmônica mecânica
$i_q$	Índice da bobina [ 1 - q ]
$i_r$	Corrente na saída do retificador
$i_s$	Índice de somatório
$I_{1t}$	Corrente fundamental no motor trapezoidal
$I_{1p}$	Fundamental da corrente prevista
$I_{1s}$	Corrente fundamental no motor senoidal
$i_o$	Corrente de entrada do inversor
$j$	Densidade de corrente nos condutores
$j$	Índice da ordem da harmônica de corrente
$J$	Momento de inércia
$k_{alt}$	Relação comprimento axial/ raio
$k_{al}$	Fator de atenuação da harmônica de ordem i
$k_{ch}$	Relação entre o torque com corrente chaveada e c/corrente idealizada

$k_d$	Coefficiente angular de reta definido empiricamente
$k_e$	Relação entre f.e.m.máxima de linha e a tensão da fonte ( $V_{cc}$ )
$k_{ench}$	Fator de enchimento da ranhura
$k_f$	Coefficientes de perdas por correntes Foucault
$k_f$	Coefficiente angular da reta definida empiricamente
$k_h$	Coefficiente de perdas histeréticas
$k_{r1}, k_{r2}$	Coefficientes lineares e angulares de retas definidas empiricamente
$k_r$	Proporção altura sobre largura da ranhura
$\kappa$	Suscetibilidade absoluta
$l_b$	Comprimento ativo do condutor da bobina
$l_l$	Comprimento do ímã (espessura )
$l_l$	Limite de integração inicial no sentido de $l$ crescente
$l_f$	Limite de integração final no sentido de $l$ crescente
$l_{imax}$	Espessura máxima do ímã
$l_{imin}$	Espessura mínima do ímã
$L$	Comprimento axial do motor
$L$	Indutância própria de uma fase
$\lambda$	Fluxo concatenado com cada fase
$m$	Número de fases
$M$	Indutância mútua entre fases
$\mu$	Permeabilidade de um material
$\mu_0$	Permeabilidade do vácuo
$\mu_r$	Permeabilidade de recuo do ímã
$n_b$	Número de blocos de ímãs deslocados
$N_{cpf}$	Número de condutores por pólo e fase
$N_{cr}, n_{cr}$	Número de condutores por ranhura
$n_d$	Número de dentes
$N_{eb}$	Número de espiras por bobina
$N_{ef}$	Espiras por fase
$N_{epf}$	Número de espiras por pólo e fase
$n_r$	Número de ranhuras
$\nu$	Ângulo em que a energia armazenada no entreferro permanece constante

$\omega$	Velocidade angular elétrica
$\omega_{c1}$	Frequência angular da fundamental do torque de relutância
$\omega_m$	Velocidade angular mecânica
$\omega_{mr}$	Velocidade angular mecânica (rpm)
$\omega_{tem1}$	Frequência angular da harmônica de torque eletromagnético de menor ordem
$p$	Perda específica no ferro (W/kg)
$p$	Número de pares de pólos
$P_f$	Perdas por correntes de Foucault
$P_h$	Perdas histeréticas
$P_j$	Perdas joule
$P_x$	Massa da parte x do motor
$\psi$	Ângulo de inclinação da ranhura medida num plano paralelo à superfície do rotor
$q$	Número de ranhura por pólo e fase
$Q$	Calor gerado
$\zeta$	Contribuição da inclinação da ranhura no ângulo de posição do elemento de integração
$R$	Resistência de uma fase
$R$	Raio interno do estator
$r'$	Resistividade elétrica do cobre
$R_{ext}$	Raio externo do estator
$r_f$	Resistência do resistor de filtro
$R_{int}$	Raio interno da coroa rotórica
$R_n$	Raio interno dos ímãs
$R_{nmax}$	Raio interno dos ímãs que produz a máxima indução no entreferro
$R_{ri}$	Raio da ranhura ao nível da sapata do dente
$R_{rf}$	Raio da ranhura ao nível do fundo
$R_s$	Raio na superfície dos ímãs
$\rho_x$	Massa específica do material x
$S_{cu}$	Secção de cobre na ranhura
$S_i$	Secção transversal do ímã
$S_g$	Secção transversal do entreferro
$S_r$	Secção da ranhura
$t$	Tempo

$t, T$	Torque eletromagnético instantâneo
$T_i$	Amplitude da harmônica de ordem $i$ do torque de relutância
$T_C$	Torque de relutância
$T_{ci}$	Harmônica de ordem $i$ do torque de relutância
$T_L$	Torque resistente da carga
$T_s$	Torque do motor senoidal
$T_t$	Torque do motor trapezoidal
$\tau_{ri}$	Passo de ranhura ao nível da sapata do dente
$\tau_{rf}$	Passo de ranhura ao nível do fundo da ranhura
$\tau_r$	Passo de ranhura ( $rd_{mec}$ )
$\tau_s$	Passo de ranhura (mm)
$\theta_1$	Ângulo em que inicia a f.e.m. da fase considerando coincidentes os eixos de fase e do pólo em $\theta_m = 0$
$\theta_i$	Largura do ímã ( $^{\circ}E$ ou $^{\circ}mec$ )
$\theta_m$	Ângulo de posição do rotor em relação ao estator
$\theta$	Ângulo elétrico de posição do rotor em relação ao estator ou ângulo temporal transcorrido
$v_b$	Velocidade tangencial dos condutores em relação ao ímã
$V_{ca}$	Tensão na entrada do retificador
$V_{cc}$	Tensão contínua de alimentação do inversor
$V_{di}$	Tensão no diodo $i$
$V_k$	Tensão da fase $k$ em relação ao neutro
$v_r$	Tensão na saída do retificador
$w$	Densidade volumétrica de energia ou co-energia
$W$	Energia ou co-energia armazenada
$W_d$	Largura do dente
$W_i$	Largura do ímã
$W_{ri}$	Largura da ranhura ao nível da sapata do dente
$W_{rf}$	Largura da ranhura no fundo
$x_i$	Harmônica de ordem $i$ da variável genérica unitária $x$
$X_i$	Harmônica de ordem $i$ da variável $X$ genérica
$X_i$	Variável auxiliar positiva na programação linear
$Y_{(i \pm j)}$	Variável lógica que pode ser 1 ou 0
$\xi$	Largura do pulso do torque de relutância

## RESUMO

Este trabalho tem por finalidade a análise do funcionamento, estabelecimento de critérios de projeto e simulação de motor a ímãs permanentes com comutação eletrônica.

Inicialmente é feita uma comparação deste motor com o motor c.c. e o de indução tendo em vista as suas utilizações em automação industrial.

São estabelecidas equações que, usando resultados de cálculo de campo, permitem determinar a forma de onda da f.e.m. e a partir daí as harmônicas de torque eletromagnético.

Ênfase é dada ao estudo do torque de relutância causado por dentes e ranhuras do estator a fim de obter um movimento suave mesmo nas baixas rotações.

Está implementado um procedimento que permite calcular a forma de onda de corrente a ser imposta pelo inversor nas fases do motor para minimizar as harmônicas de torque eletromagnético causadas pela distribuição espacial de indução no entreferro.

As relações de dimensionamento estão apresentadas tanto para motor com filosofia senoidal quanto para trapezoidal usando o método da tentativa e erro sem terem sido exploradas as técnicas de otimização.

Ê apresentado um modelo para acionamentos com motor a ímã permanente e inversor de tensão a 120 graus e a simulação daí resultante e comparada com os resultados obtidos em ensaios num protótipo.

## ABSTRACT

This work is concerned with the analysis of the operation, the establishment of design criteria and simulation of electronically operated permanent magnet motors.

Firstly, a comparison is made between these motors, brush-type DC motors and induction motors regarding their applications in automation purposes.

Secondly, equations are established using the results of finite elements methodology, in order to determine the waveform of e.m.f. and electromagnetic torque.

Emphasis is given to the study of cogging torque caused by stator teeth and slots in order to obtain smooth running, even in low speeds.

A routine is implemented that allows the calculation of current waveform to be imposed to the motor so as to minimize the electromagnetic torque harmonics caused by airgap induction harmonic contents.

Sizing relationships are presented for trapezoidal and sinusoidal design technique using trial and error method without the use of optimization routines.

It is presented a model of a drive consisting of a permanent magnet motor fed by a 120 degrees voltage inverter and the simulations are compared to results of a prototype tests.

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS SERVOMOTORES A ÍMÃS

#### 1.1 - COMPARAÇÃO ENTRE SERVO-MOTORES DC E AC

Na última década, com o avanço da tecnologia dos semicondutores, as chaves de alta velocidade, como o transistor bipolar e o MOS-FET, passaram a ter capacidade de comandar tensões e correntes altas o que está possibilitando a substituição do servomotor CC por servomotores CA com comutação eletrônica.

O motor de CC é muito usado para servomecanismos porque o seu controle de torque pela corrente de armadura é linear desde corrente nula até bem acima da corrente nominal permitindo que as leis de controle sejam fáceis de serem implementadas.

O motor de CC também permite trabalhar com enfraquecimento do campo dos pólos, com controle simples, nas situações em que se necessita velocidade acima da obtida com tensão nominal da armadura.

Apesar destas boas características, o motor de CC apresenta alguns inconvenientes que podem ser sérias limitações em certas aplicações. A comutação mecânica, desde a sua idealização por Gramme, tem sofrido grandes melhorias com o uso de escovas especiais, uso de interpólos, enrolamentos compensadores e algumas alterações na armadura sem chegar, no entanto, à perfeição.

Pode-se apontar as seguintes limitações do motor de CC:

- Necessidade de manutenção adicional devido ao desgaste das escovas e do comutador, que além de prejudicar a transferência de energia, polui o ambiente interno do motor.

- Alguma dificuldade de manter o rotor numa posição fixa sob torque pois há sobreaquecimento localizado das lâminas do comutador que se encontram imóveis sob as escovas.

- Limitação do trabalho em alta rotação pelo faiscamento devido à tensão causada pela rápida inversão do fluxo disperso da bobina comutada.

- Grande inércia devido ao enrolamento da armadura estar no rotor e ser difícil fazer um diâmetro muito pequeno devido ao estreitamento dos dentes.

- Dificuldade de dissipar o calor gerado pelas perdas joule e no ferro da armadura pois há pequena área de troca térmica com o ambiente pois o estator se interpõe no caminho do fluxo de calor. Parte do calor sai pelo

eixo transmitindo-o à máquina acionada podendo afetar a sua precisão dimensional .

Como alternativas mais viáveis ao motor de CC de comutador mecânico existe o motor síncrono a ímãs permanentes (MSIP) e o motor de indução (MI) com rotor em gaiola alimentado por inversores eletrônicos a frequência variável. O motor síncrono a relutância não tem sido estudado porque não há linearidade entre a corrente de armadura e o torque e a sua relação peso-potência é grande.

Será traçada uma rápida comparação entre o motor síncrono a ímãs permanentes e o motor de indução com vistas ao uso em servo-acionamentos. [28,29,30]

- O MSIP tem menos perdas no cobre da armadura por não conduzir a corrente de excitação e também perdas desprezíveis no rotor porque, além de não haver corrente de campo, os ímãs têm alta impedância às correntes de alta frequência induzidas pelo chaveamento da corrente do estator.

- O torque do MSIP tem naturalmente relação linear com a corrente de armadura .

- As estratégias de controle, principalmente controle vetorial, são muito mais simples no MSIP porque o campo tem uma posição relativa definida e é facilmente determinada pelo uso de sensores de posição como encoders ou resolvers. No MI são necessários micro-processadores fazendo operações matemáticas em tempo real para realizar o controle.

Por outro lado o MI tem outras vantagens sobre o MSIP tais como:

- O custo de um MI para servo-acionamento, apesar de ser maior do que o de um MI convencional, é muito menor do que de um MSIP devido ao preço dos ímãs de terras raras e o especial cuidado na montagem dos mesmos.

- A operação na faixa de enfraquecimento de campo é natural para o MI enquanto que no MSIP só é possível na alimentação senoidal com fortes correntes de armadura no eixo d causando altas perdas no cobre.

A escolha de um ou de outro não é uma tarefa fácil pois depende das características exigidas pela carga e o quanto se pode investir no acionamento e, mesmo entre especialistas, pode-se obter respostas conflitantes.

Na próxima década, com a redução esperada dos preços dos ímãs e dos micro-processadores dedicados, provavelmente haverá uma definição sobre este assunto.

O presente trabalho, no entanto, é dedicado exclusivamente ao estudo dos motores síncronos a ímãs permanentes.

## 1.2 - ANÁLISE DOS ÍMÃS PERMANENTES

Este sub-ítem não apresenta nenhum conceito novo, porém estabelece uma interface entre este trabalho, feito todo no sistema de unidades MKS, e a literatura tradicional que está no sistema CGS. [2,12,27]

Suponha-se um material magnetizável sendo submetido à f.m.m. de um magnetizador que possua ajuste de corrente e de polaridade. Se este material estiver magneticamente virgem e for submetido a um forte campo indutor  $H$  num certo sentido a sua indução crescerá até atingir a chamada saturação magnética conforme mostra a fig.1.1.

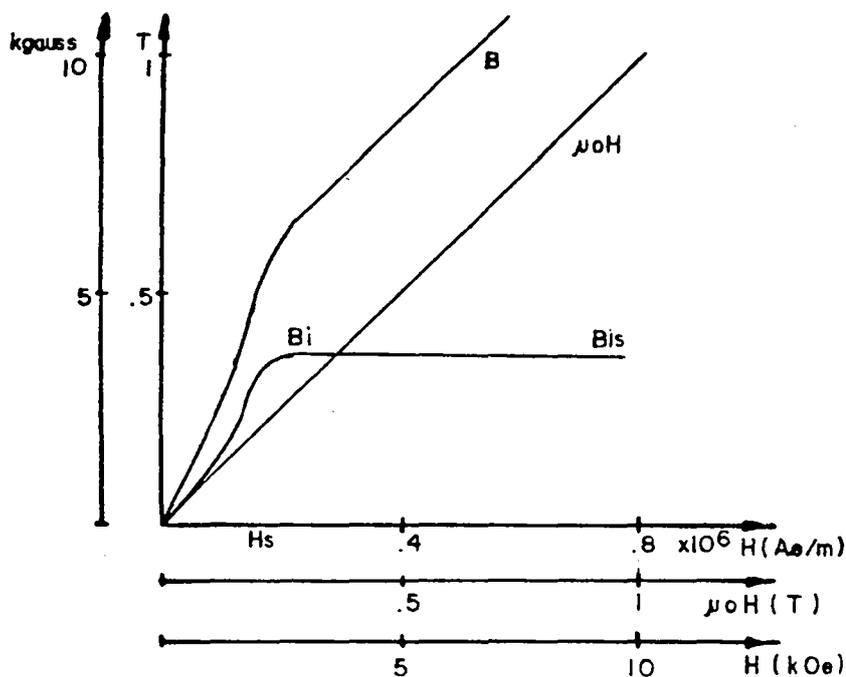


Fig.1.1 - Curva de primeira magnetização de um material

A indução resultante está decomposta em duas partes:

a) A primeira componente da indução é devida apenas ao campo magnetizante  $H$  e independe da existência ou não de matéria no espaço em questão.

b) A segunda componente da indução é devida à imantação do material sob a ação do campo indutor. Esta componente será chamada de indução intrínseca, imantação ou magnetização. No sistema MKS ela tem a mesma unidade de indução, ou seja, Tesla.

Tem-se então:

$$B = \mu_0 H + B_1 \quad (1.1)$$

onde:  $\mu_0$  = permeabilidade absoluta do vácuo (  $4.\pi.10^{-7}$  H/m )

H = Intensidade de campo magnético ( Ae/m )

$B_1$  = Indução intrínseca, imantação ou magnetização ( T )

B = Indução magnética ou densidade de fluxo ( T )

A fig. 1.1 foi feita com a abscissa multiplicada por  $\mu_0$  para que se torne semelhante à curva de histerese no sistema CGS onde a declividade da reta correspondente ao vácuo é 1, ou seja, 1 Oersted produz 1 gauss.

Quando é atingida a saturação do material ( $B_{1s}$ ) a indução intrínseca pára de crescer mesmo que o campo indutor seja aumentado; o mesmo não se pode dizer da indução total que continuará crescendo porém com a declividade igual à do vácuo.

Tomando-se um ponto sobre a curva de B ( curva normal) e dividindo-se por H tem-se a declividade da reta que une este ponto à origem que é definida pela permeabilidade.

$$\mu = B / H \quad (1.2)$$

$$\mu = \mu_0 + B_1 / H \quad (1.2b)$$

Entre outras formas, no sistema MKS, pode-se definir:

$$\kappa = B_1 / H \quad (1.3)$$

onde:  $\kappa$  = suscetibilidade do material que no sistema MKS tem dimensão de permeabilidade (H/m)

$$\mu = \mu_0 + \kappa \quad (1.4)$$

Embora  $\mu_0$  seja constante a permeabilidade é variável porque a suscetibilidade varia grandemente com o campo indutor.

Quando o material é ar  $\kappa = 0$  e  $\mu = \mu_0$ , porém se o material é ferro-magnético  $\kappa$  pode atingir facilmente milhares de vezes a permeabilidade do vácuo. No caso de ímas  $\kappa$  é muito pequena, menor até que a permeabilidade do ar.

Obs: Esta não é a definição de suscetibilidade adotada por [6] onde é usada a suscetibilidade incremental.

Uma vez que tenha sido atingida a saturação reduz-se o campo magnetizante H até zero, inverte-se-lhe o sentido e aumenta-se-o até atingir a saturação em sentido contrário. Repetindo-se o procedimento no sentido inverso obtém-se o tradicional laço de histerese mostrado na fig.1.2.

Quando H é zero obtém-se a indução residual que é igual à indução intrínseca residual porque não há contribuição de  $\mu_0 H$ . A declividade da reta de descida de B é levemente superior a  $1/\mu_0$  porque a declividade da

reta de descida de  $B_1$  não é exatamente nula conforme se vê na fig. 1.2 .

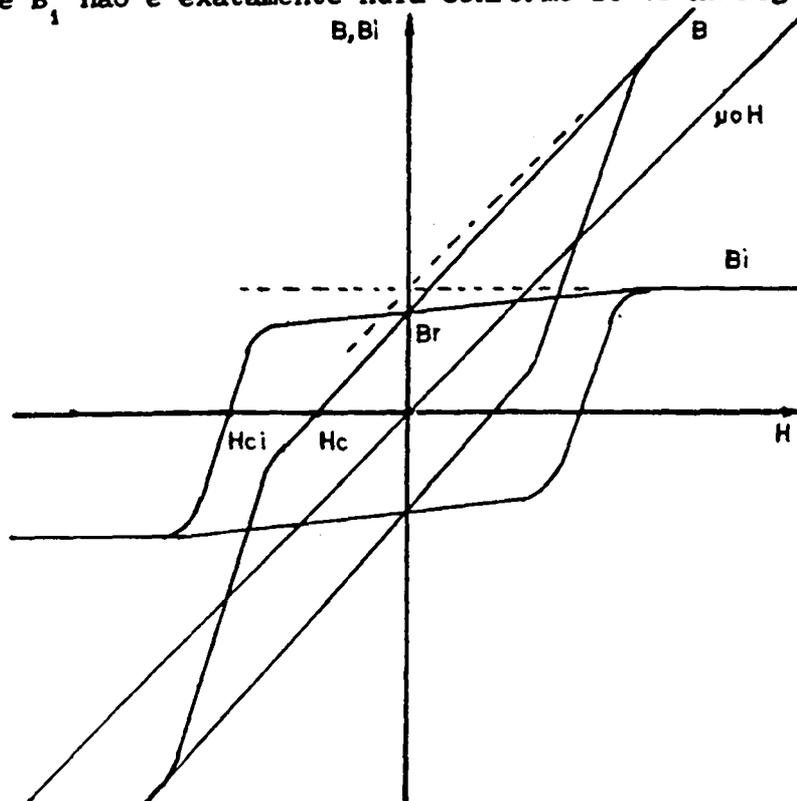


Fig. 1.2 - Laço de histerese típico de um material duro (ímã)

À medida em que o campo indutor é aumentado no sentido negativo, a indução normal e a intrínseca diminuem até zerar a última. Este valor de campo é chamado de força coercitiva.

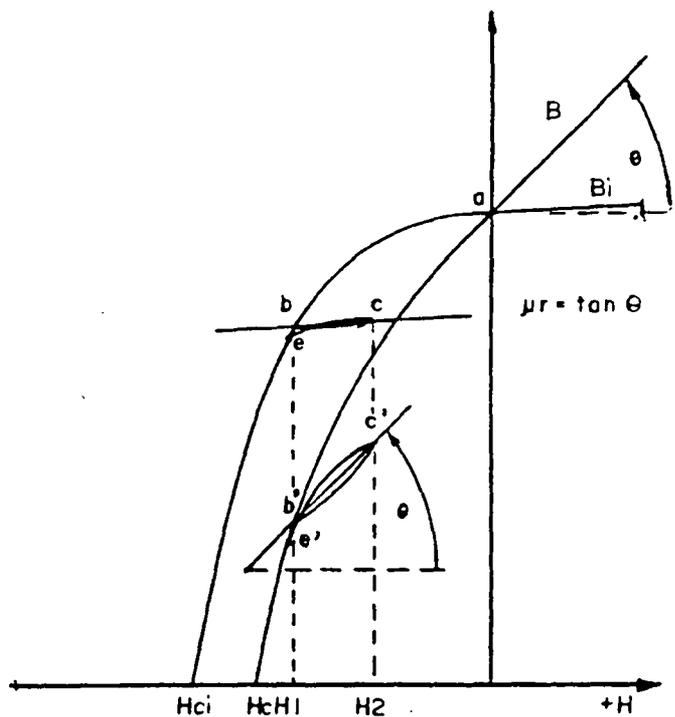


Fig. 1.3 - Laços menores e permeabilidade de recuo

Continuando a aumentar o campo indutor chega-se ao ponto em que a indução normal é negativa e a intrínseca é nula. Tal campo é chamado de força coercitiva intrínseca. é no segundo quadrante que se encontra o ponto de operação dos ímãs logo é nesta região que serão concentradas as atenções.

Imagine-se que o campo desmagnetizante seja aumentado até  $H_1$  e depois diminuído até  $H_2$ . Observa-se tanto na curva normal quanto na curva intrínseca que as linhas  $CD$  e  $C_1D_1$  não retraçam a linha original e sim passam sob a mesma. Aumentando novamente o campo indutor de  $H_2$  até  $H_1$  fecham-se os dois laços menores  $CDE$  e  $C_1D_1E_1$  onde nota-se que houve uma redução do valor final da indução. Repetindo-se este processo algumas vezes há uma perda de indução até que os laços menores começam a se retraçar.

Este processo é chamado de estabilização do ímã.

Como os laços são estreitos a declividade incremental de cada ponto dos mesmos e a declividade média são aproximadamente constante. Com relação a curva normal de indução esta declividade é chamada de permeabilidade de recuo ( $\mu_r$ ).

A permeabilidade de recuo é aproximadamente igual à declividade do laço maior da curva normal no ponto de passagem do primeiro ao segundo quadrante ( ponto A).

A curva da fig. 1.3 se aproxima à do material Alnico em que o processo de estabilização é muito importante para o encontro do seu ponto de operação. O ideal é que a curva intrínseca não tenha nenhuma curvatura para que os laços menores sempre retracem a curva original e não haja perda de indução. Isto é aproximadamente o que acontece para os ímãs de ferrite e terras raras.

Neste caso a suscetibilidade incremental do material é zero na região de operação portanto a declividade da curva normal é igual à permeabilidade do vácuo assim como a permeabilidade de recuo também o é.

Desta forma se o campo desmagnetizante não alcançar o valor  $H_m$  sempre haverá retraço nos laços menores de indução e o ímã sempre retornará à indução residual uma vez tenha cessado o campo desmagnetizante. Como o trabalho se desenvolverá sobre ímãs de ferrites e terras raras a regra básica de projeto é não deixar que o ponto de operação atinja o joelho da curva intrínseca de desmagnetização.

Será examinado agora a influência da presença de entreferro e de f.m.m. desmagnetizantes no estabelecimento do ponto de operação dos ímãs que tem a característica acima mencionada. Seja um circuito magnético simples onde a permeabilidade do ferro é considerada infinita e que o entreferro seja variável assim como a f.m.m. da bobina.

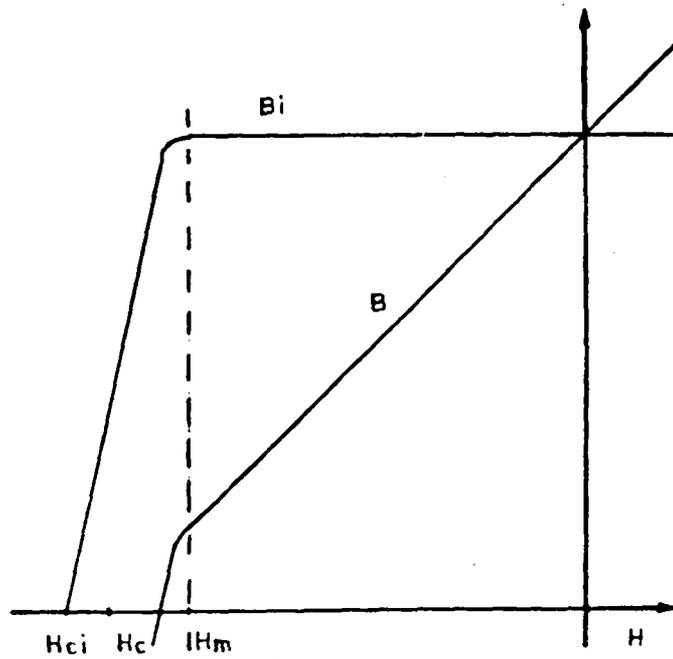


Fig. 1.4 - Curva de magnetização de ímãs quase ideais

Da lei de Ampere tem-se:

$$H_1 \cdot l_1 + H_g \cdot g = n \cdot I \quad (1.5)$$

onde:  $H_1, H_g$  = Intensidade de campo no ímã e no entreferro

$l_1, g$  = Comprimento do ímã e do entreferro

$n \cdot I$  = F.m.m da bobina

Da lei da conservação de fluxo tem-se:

$$B_1 \cdot S_1 = B_g \cdot S_g \quad (1.6)$$

onde:  $S_1, S_g$  = Secções do ímã e do entreferro

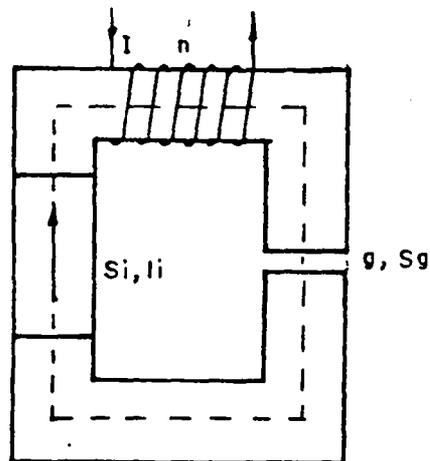


Fig.1.5 - Circuito magnético para análise do ponto de operação

Assim tem-se:

$$B_1 = B_g \cdot S_g / S_1 \quad (1.7)$$

Mas

$$B_g = \mu_0 \cdot H_g \quad (1.8)$$

De (1.5) tem-se:

$$H_g = (n \cdot I - H_1 \cdot l_1) / g \quad (1.9)$$

Substituindo (1.9) e (1.8) em (1.7) tem-se:

$$B_1 = \mu_0 \cdot S_g / (S_1 \cdot g) \cdot (n \cdot I - H_1 \cdot l_1) \quad (1.10)$$

$$B_1 = \mu_0 \cdot S_g \cdot n \cdot I / (g \cdot S_1) - \mu_0 \cdot S_g \cdot l_1 \cdot H_1 / (g \cdot S_1) \quad (1.10a)$$

Esta expressão representa a reta de carga do circuito magnético. O ponto de encontro desta reta com a curva de desmagnetização do ímã é o ponto de operação do mesmo.

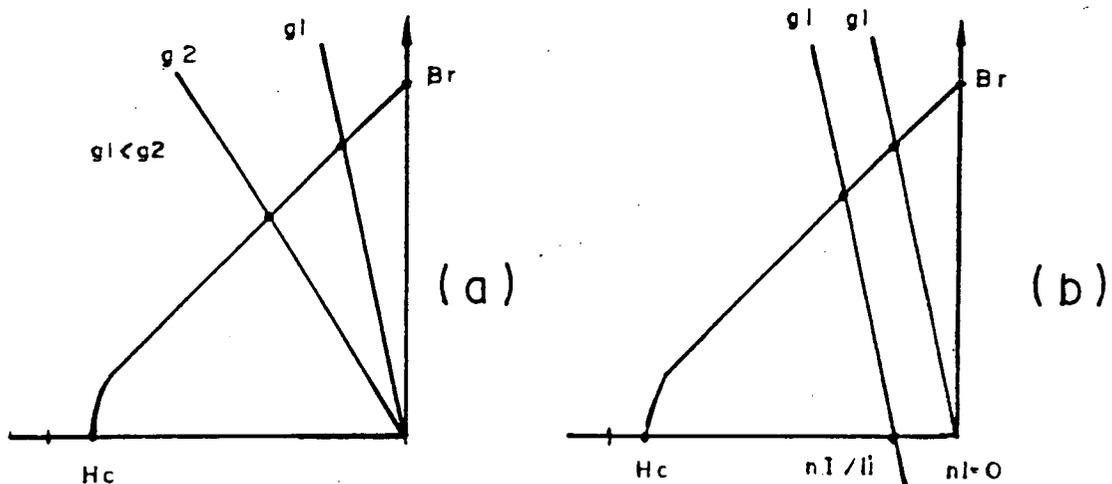


Fig. 1.6 - Ação do entreferro e da f.m.m. desmagnetizante no ponto de operação do ímã.

O segundo termo é o parâmetro angular da reta. Como este valor é negativo a reta passa no segundo quadrante e quanto maior o entreferro menor declividade da mesma.

O primeiro termo é o parâmetro linear da reta. Uma vez fixado o entreferro quanto maior a f.m.m. (no sentido negativo) mais a reta se translada para a esquerda.

Nestes ímãs, como ferrite e terras raras, a equação do ímã no segundo quadrante, dentro da parte reta da curva, é dada pela indução residual.

$$B_1 = B_r + \mu_r \cdot H_1 \quad (1.11)$$

Num ímã ideal  $H_c$  é igual a  $B_r/\mu_0$ , ou seja, a curva no segundo quadrante é uma reta em toda a extensão e tem declividade igual à permeabilidade do ar. Com (1.12) e (1.13) e considerando a permeabilidade de recuo igual a do ar pode-se encontrar analiticamente o ponto de operação do ímã.

$$H_1 = -B_r/\mu_0 \cdot S_1 \cdot g / (S_1 \cdot g + S_g \cdot l_1) + n \cdot I \cdot S_g / (S_1 \cdot g + S_g \cdot l_1) \quad (1.12)$$

$$B_1 = B_r \cdot S_g \cdot l_1 / (S_1 \cdot g + S_g \cdot l_1) + \mu_0 \cdot n \cdot I \cdot S_g / (S_1 \cdot g + S_g \cdot l_1) \quad (1.13)$$

Estas equações serão usadas nos capítulos seguintes com as restrições cabíveis em cada caso.

### 1.3 - FORMAS CONSTRUTIVAS E MATERIAIS EMPREGADOS

O motor síncrono a ímãs permanentes tem no estator um enrolamento trifásico tradicional ligado normalmente em estrela com neutro flutuante. Isto permite que sejam medidas somente a corrente em duas fases e que seja impossibilitada a circulação de harmônicas de corrente múltiplas de três. Já o rotor apresenta uma grande variedade de formas construtivas procurando atender mais a esta ou àquela característica. [29,28,19,20]

O trabalho desenvolvido está concentrado nos motores síncronos com ímãs superficiais em virtude do interesse atual das empresas que auxiliaram no patrocínio da pesquisa: WEG Máquinas, WEG Automação e Embraco.

Nesta forma de construção há a possibilidade de magnetizar os ímãs radial ou paralelamente a fim de obter certas características como mostra a fig. 1.7.

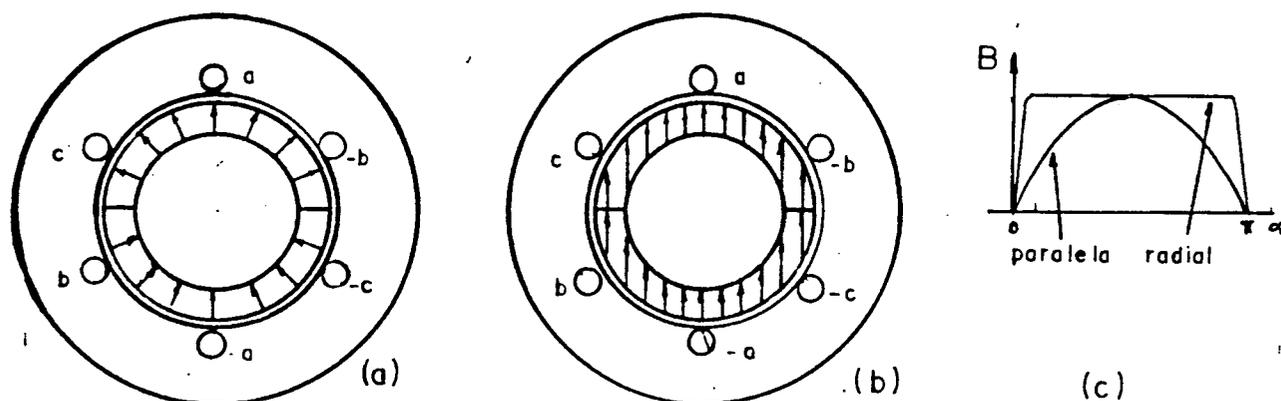


Fig. 1.7 - Máquinas síncronas com ímãs superficiais

Como os ímãs têm permeabilidade praticamente igual a do ar (com exceção dos Alnicos) a indutância das bobinas do estator não mudam com a posição do rotor e a máquina pode ser tratada como de pólos lisos, isto é, a indutância de eixo em quadratura é igual à de eixo direto.

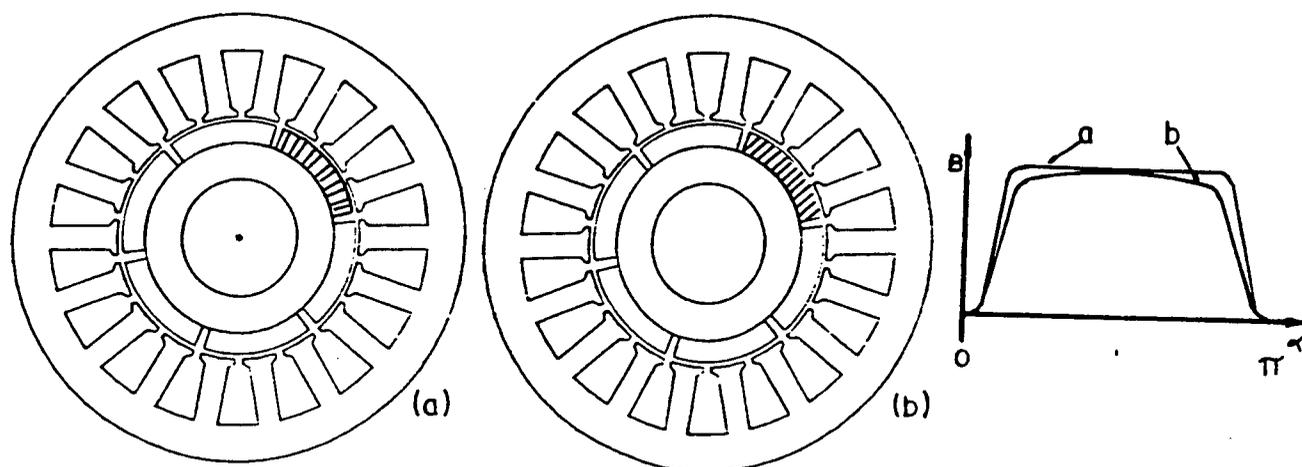


Fig. 1.8 - Máquinas a ímãs permanentes multipolares

Geralmente, a fim de diminuir a espessura da coroa do estator, reduzir a reação da armadura e também obter uma otimização geral da máquina, esta é feita com um número grande de pólos (de 4 a 10). Neste caso a magnetização radial e a paralela se aproximam bastante conforme foi bem estudado por Nady Boules [6].

Uma outra forma de magnetização paralela é obtida com ímãs em forma de paralelepípedos não apresentando grande diferença com relação aos anteriores a não ser por uma pequena diferença (menor que 6 %) entre as indutâncias de eixo  $q$  e eixo  $d$  [24].

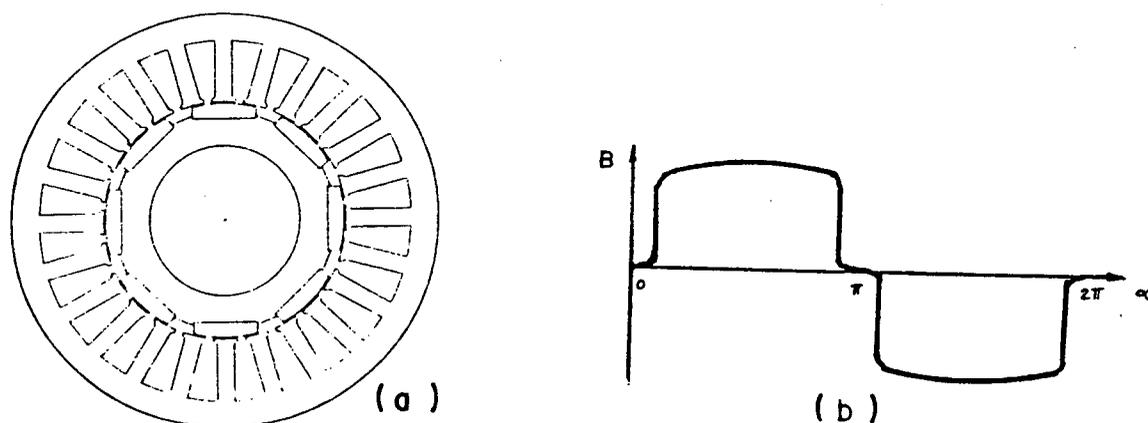


Fig. 1.9 - Máquina com ímãs em forma de paralelepípedos

Em qualquer dos casos mencionados os ímãs são colados à superfície do rotor com cola de alta resistência mecânica e depois são cintados com fibra de vidro ou de carbono (isolantes) ou mesmo fixados por anéis metálicos não-magnéticos (condutores) colocados por cima dos ímãs.

Os materiais disponíveis para a construção de ímãs que mais se destacam são os alnicos, ferrites e terras raras. Uma das características mais interessantes dos ímãs, que é a características de desmagnetização, está mostrada na fig. 1.10 para os materiais típicos. [2,12,27]

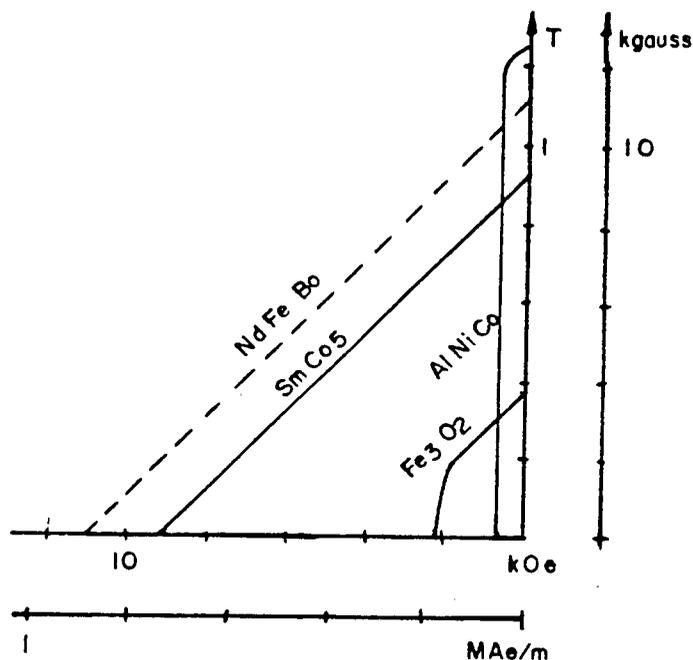


Fig.1.10 - Características de desmagnetização dos ímãs

Os alnicos apresentam uma alta indução residual porém têm pouca força coercitiva a ponto de ter que se montar a máquina para depois magnetizá-la pois, em caso contrário, o próprio ar no circuito magnético põe o mesmo na região de desmagnetização permanente. Não é adequado à máquinas que apresentem forte reação de armadura pois pode desmagnetizá-la facilmente. A sua resistividade é baixa ficando em torno de  $0.65 \mu\Omega.m$ .

Por outro lado a ferrite tem pequena indução residual e considerável força coercitiva sendo largamente usada em motores CC e motores síncronos a ímãs por ser barata. Tem muito alta resistividade ( $1.0 \times 10^9 \mu\Omega.m$ ).

Nesta década foi produzido industrialmente o íma de terras raras composto por ferro, samário e cobalto sendo o mais adequado até a presente data para o uso em máquinas elétricas devido à sua alta indução residual e à alta força coercitiva. Tem basicamente dois problemas: é muito caro e tem resistividade relativamente baixa ( $0.5 \mu\Omega.m$ ) o que pode, em certas

aplicações, criar uma perda adicional por correntes parasitas.

Um outro material que está sendo estudado recentemente (1983) é o neodímio-ferro-boro cujas características excedem as do samário-cobalto com custo bem mais acessível. Seus inconvenientes são a perda de magnetização com temperaturas em torno de  $60^{\circ}\text{C}$  e a resistividade ser baixa ( $1.44 \mu\Omega\cdot\text{m}$ ). Ensaio feitos por pesquisadores [34] mostraram que esta condutibilidade de um modo geral produz efeitos desprezíveis.

#### 1.4 - COMANDO DO CONVERSOR E AUTO-PILOTAGEM

Os motores síncronos a ímãs permanentes devem ser alimentados por corrente alternada trifásica obtida eletronicamente por chaveamentos adequados de uma fonte CC conforme mostra a fig. 1.11.

O retificador e o filtro RC ou LC são os tradicionais usados para fornecer uma tensão contínua com pouca ondulação. O sensor de posição informa continuamente a posição do rotor digitalmente de modo que o inversor possa fornecer as correntes de cada fase com o valor instantâneo adequado à cada posição a fim de formar o campo girante corretamente e obter um torque contínuo.

Isto é a auto-pilotagem. Não há possibilidade de perda de sincronismo pois a frequência do inversor é ditada pela velocidade do rotor. Em função disto alguns pesquisadores preferem não usar a expressão Máquina Síncrona e sim Máquina a ímãs com Comutação Eletrônica. Realmente esta auto-pilotagem faz o mesmo papel do comutador de um motor CC só que neste último a etapa de comando e de potência são a mesma peça.

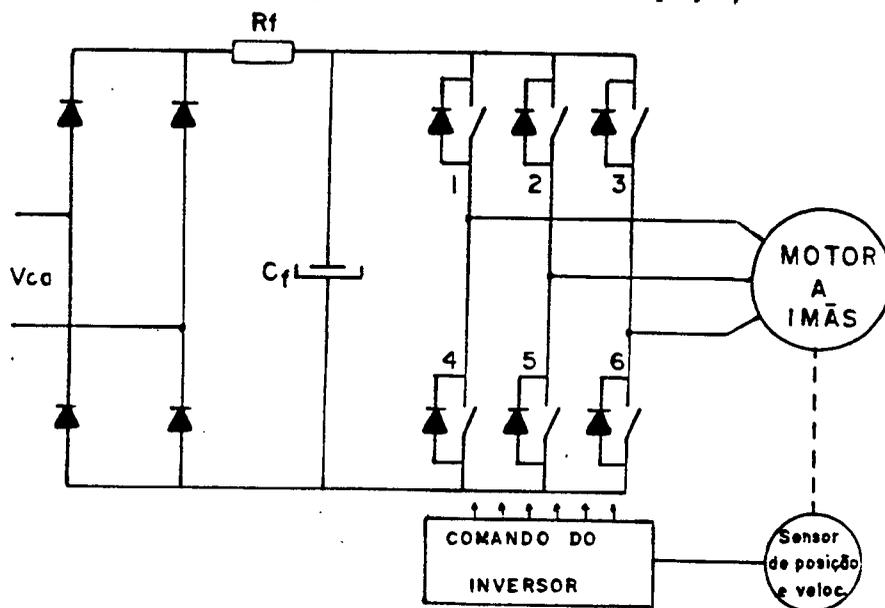


Fig.1.11 - Esquema do acionamento a motor síncrono a ímãs

Praticamente todos os inversores trabalham impondo o valor da corrente em cada fase a fim de controlar o torque já que este é proporcional à corrente de armadura . Para que isto seja possível há uma referência de corrente para cada fase gravada em memórias EPROM ou criadas analogicamente com as quais as correntes reais de cada fase são comparadas. Quando a corrente está abaixo da referência as chaves são fechadas e a corrente cresce; quando a corrente ultrapassar de um certo valor a corrente de referência a chave daquela fase é aberta e a corrente flui em roda livre (pelo diodo em anti-paralelo do outra chave do mesmo braço) contra a tensão da fonte diminuindo o seu valor .

A corrente de uma fase é invertida trabalhando-se com as chaves complementares de cada braço do inversor . Desta forma pode-se impor a corrente com a forma de onda que for mais própria desde que o inversor tenha chaves rápidas como transistores bipolares e MOS-FETs e o motor tenha indutância pequena .

Destacam-se aí duas formas de controle da corrente de fase:

- a) controle por banda de histerese .
- b) controle por modulação da largura dos pulsos (PWM).

No controle por banda de histerese [35,29,19,20] é usado um comparador integrado que compara sinais de tensão gerados pela referência e pela corrente medida mudando o seu estado de saída com um certo retardo pré-determinado. A saída do comparador atua nas chaves de maneira a manter a corrente dentro da janela de histerese, isto é, dentro de um entorno pré-determinado da corrente de referência. Esta forma de controle de corrente tem como característica a constância dos valores extremos da corrente enquanto que a frequência de chaveamento é livre.

No controle de corrente por modulação da largura dos pulsos (PWM) [35,29,19] a frequência de chaveamento do inversor é uma constante e o controle da corrente é feito pela razão cíclica que é a razão entre o tempo em que a chave fica fechada em relação ao período de chaveamento. Quando a corrente medida está abaixo da referência a malha de regulação PWM atua aumentando o tempo de condução dos transistores e vice-versa.

Como será provado nos próximos capítulos o torque do motor é função da forma de onda espacial da indução no entreferro (ou temporal da f.e.m. induzida) e da forma de onda temporal da corrente imposta em cada fase. Há, então, certas combinações de forma de onda de f.e.m. e de corrente que produzem potência instantânea constante e portanto torque sem ondulação devendo então ser adotadas. [4,40]

Duas técnicas de projeto da máquina síncrona a ímãs permanentes se destacam:

- a) técnica trapezoidal
- b) técnica senoidal.

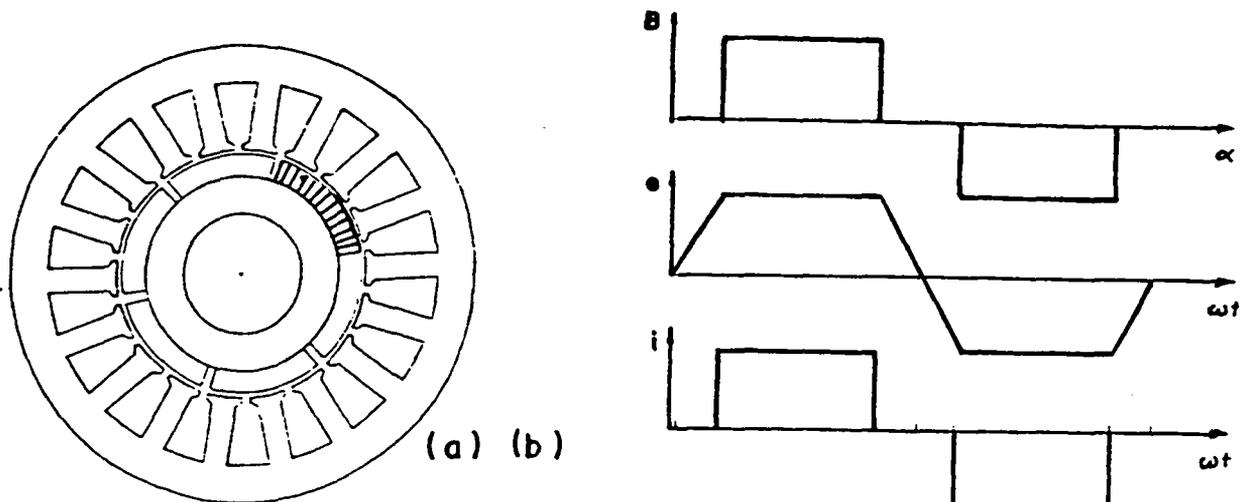


Fig.1.12 - Máquina síncrona trapezoidal

Na máquina trapezoidal a indução no entreferro é constante numa ampla extensão do passo polar gerando, a princípio, uma f.e.m. com valor constante durante este mesmo ângulo. O inversor deve fornecer portanto uma corrente de fase constante durante 120 graus elétricos para que a potência instantânea seja constante.

A f.e.m. não segue exatamente a forma de onda da indução devido a artifícios usados na máquina tais como inclinação de ranhuras, enrolamento distribuído, etc. Devido ao fato da corrente ser constante na armadura por um longo trecho sob densidade de fluxo constante este funcionamento é assemelhado ao de um motor de CC por isto esta máquina é chamada por muitos autores de motor de CC sem escovas ( Brushless DC motor ).

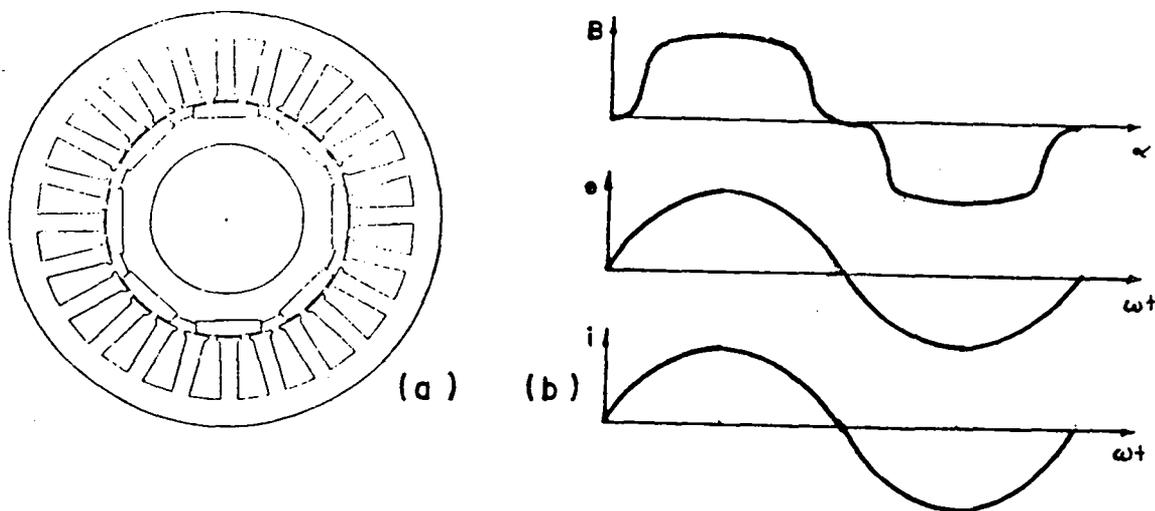


Fig.1.13 - Máquina senoidal

Na máquina senoidal a indução no entreferro deve ser trabalhada de forma a ter o menor conteúdo harmônico espacial possível para que a f.e.m. seja senoidal. Vários recursos são usados para atenuar ao máximo o conteúdo harmônico da f.e.m.. Para que o torque seja constante é necessário que a f.e.m. e a corrente sejam senóides puras conforme já está provado na literatura clássica de máquinas elétricas. [13,14,17]

O presente trabalho de pesquisa será a análise, simulação e o estabelecimento de equações de projeto destes tipos de máquinas síncronas a ímas permanentes.

### 1.5 - MODELAÇÃO DA MÁQUINA SÍNCRONA A ÍMÃS SUPERFICIAIS

O âmbito do estudo está limitado às máquinas síncronas de ímas permanentes superficiais semelhantes às mostradas nas fig.1.7, fig.1.8 e fig.1.9.

Os ímãs utilizados nos protótipos foram justamente os mais comuns : ferrite e samário-cobalto.

A ferrite tem uma indução residual de aproximadamente 0.38 T e uma força coercitiva de 200 kAe/m com permeabilidade relativa de recuo de 1.05 a 1.10, resistividade de  $1.0 \times 10^{10} \mu\Omega.m$  e temperatura de Curie de  $400^{\circ}C$ .

O samário-cobalto por sua vez tem uma indução residual de aprox. 0.9 T ,força coercitiva de 500 kAe/m ,permeabilidade de recuo de 1.05 a 1.10 , resistividade de aprox.  $0.5 \mu\Omega.m$  e temperatura de Curie de  $250^{\circ}C$ . [2]

Seguindo o raciocínio da maioria dos autores de trabalhos a permeabilidade de recuo dos ímãs é considerada igual à do ar ( 1.0 ) o que simplifica muito o raciocínio e a formulação sem perder a precisão .

A indutância de eixo direto e de quadratura de cada fase do estator são estabelecidas como se o entreferro efetivo fosse a distância entre a superfície interna do estator e a superfície externa da coroa rotórica. Se a coroa rotórica é redonda como mostrado pelas fig.1.7 e fig.1.8 podemos considerar o rotor cilíndrico e dizer que as indutâncias próprias e mútuas não variam com a posição do rotor e simplificar toda a modelização.

Quanto às máquinas do tipo mostrado na fig.1.9 onde os ímãs são planos em forma de paralelepípedos o rotor não é mais perfeitamente redondo e as indutâncias próprias e mútuas das fases variarão com a posição do rotor. Foram calculadas as indutâncias de eixo d e eixo q para o protótipo do apêndice A conforme as fig.1.14a e fig.1.14b.

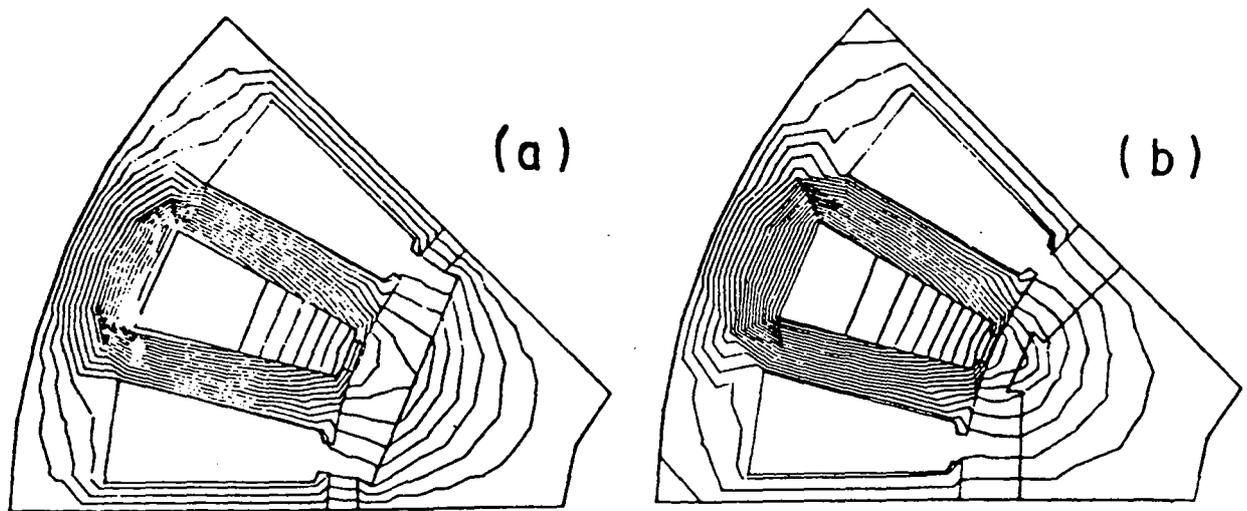


fig.1.14 - Cálculo das indutâncias de eixo q e eixo d

Foi considerada uma densidade de corrente de  $2.0 \text{ A/mm}^2$  média em toda a ranhura e 100 condutores na ranhura o que corresponderia a  $1.361 \text{ A}$  em cada espira uma vez que a ranhura tem  $68.05 \text{ mm}^2$ . Foi encontrada a indutância  $L_d = 31.97 \text{ mH/m}$  e  $L_q = 33.84 \text{ mH/m}$  para cada pólo. A relação entre as mesmas foi de  $L_q/L_d = 1.058$ . Relação semelhante foi encontrada por Thomas N. Nehl [24] onde foi encontrada a relação  $1.048$  entre as indutâncias máxima e mínima quando o rotor é girado.

Esta pequena diferença entre o nosso trabalho e o mencionado é que lá não há as guias (encaixes) dos ímãs como no nosso protótipo. Quando o número de pólos é diminuído as variações das indutâncias com a posição do rotor cresce podendo atingir valores da ordem de 50%; neste caso a teoria dos pólos salientes deve ser usada [35].

Seguindo então a sugestão de [24] e de [14] considerar-se-á, para o modelo, como se não houvesse saliências no rotor. Assim sendo as indutâncias próprias e mútuas do estator são tomadas como independentes da posição do rotor.

Quanto a enrolamentos amortecedores pode-se dizer que fisicamente não existem. As correntes parasitas que poderiam simular tal enrolamento não existem nos ímãs de ferrite e podem ser desprezadas nos ímãs de terras raras e nos anéis de fixação dos ímãs [31,33,34].

Alguns pesquisadores, interessados na otimização do rendimento do motor modelam as correntes parasitas e perdas por histerese no estator como um resistor ligado em paralelo com a f.e.m. da fase.[11].

No nosso caso será considerada a perda no ferro como uma perda

a ser descontada, junto com as perdas mecânicas, da potência mecânica interna para a potência líquida no eixo e conseqüentemente o torque líquido.[14]

Com estas considerações o circuito equivalente do motor síncrono de ímãs superficiais fica representado como na fig.1.15.

As equações de tensão podem então ser escritas em forma matricial como usado em [31,24].

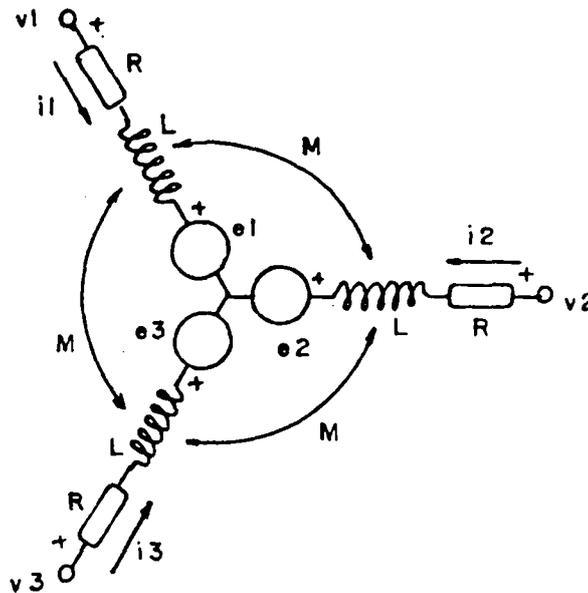


fig.1.15- Modelo do motor síncrono com ímãs superficiais

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

onde:  $v_1$  = tensão por fase ( V )

$e_1$  = f.e.m. <sub>s</sub> por fase ( V )

$i_1$  = corrente por fase ( A )

R = resistência do estator por fase

$L_{11}, L_{22}, L_{33}$  são as indutâncias próprias de cada fase

$L_{12}, L_{13}, L_{23}$ , etc são as indutâncias mútuas entre as fases (M) .Seus valores são negativos devido ao sentido do fluxo criado por uma fase dentro da outra.

As f.e.m. <sub>s</sub> induzidas em cada fase são originadas pela variação do fluxo concatenado nas bobinas de cada fase gerado pelos ímãs. Os ímãs podem ser considerados como fontes de fluxo no entreferro e poderiam ser modelizados por uma fonte de corrente alimentando uma bobina de campo no eixo direto.

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \omega_m \begin{bmatrix} d\lambda_1/d\theta_m \\ d\lambda_2/d\theta_m \\ d\lambda_3/d\theta_m \end{bmatrix} \quad (1.14a)$$

onde :  $\omega_m$  = velocidade mecânica do rotor  
 $\theta_m$  = ângulo mecânico de posição do rotor  
 $\lambda$  = fluxo concatenado com cada fase

Devido à ligação estrela sem neutro tem-se:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad (1.15)$$

onde :  $i_i$  = correntes instantâneas em cada fase

Com isto tem-se:

$$M i_2 + M i_3 = - M i_1 \quad (1.16)$$

Introduzindo (1.16) em (1.14) chega-se a:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L-M & 0 & 0 \\ 0 & L-M & 0 \\ 0 & 0 & L-M \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Esta forma é útil pois quando a indutância é medida entre duas fases com a ligação estrela obtém-se  $2(L-M)$ .

Explicitando as derivadas tem-se :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = 1/(L-M) \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \right\} \quad (1.18)$$

As f.e.m. instantâneas de cada fase são descritas por formas de onda que podem ser senoidais, trapezoidais ou uma onda genérica descrita pela sua série de Fourier.

O fato das f.e.m. não serem necessariamente senoidais complica uma transformação para os eixos d e q não trazendo nenhum benefício adicional por isto só será usado o modelo nas variáveis de fase. Desta forma pode-se calcular o torque eletromagnético pela potência elétrica fornecida contra a ação das f.e.m.s dividida pela velocidade mecânica, como é usual.

$$T = (e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3) / \omega_m \quad (1.19)$$

onde : T = torque eletromagnético instantâneo ( Nm)

Sabendo que:

$$\omega_m = d(\theta_m)/dt \quad (1.20)$$

Em termos de fluxo concatenado a equação do torque fica:

$$T = - \left[ d/dt(L_1) i_1 + d/dt(L_2) i_2 + d/dt(L_3) i_3 \right] / (d\theta_m/dt) \quad (1.21)$$

Resulta então em :

$$T = - \left[ (d/d\theta_m(L_1) i_1 + d/d\theta_m(L_2) i_2 + d/d\theta(L_3) i_3) \right] \quad (1.22)$$

Para completar as equações do motor basta acrescentar a equação mecânica tradicional .

$$T = J. d(\omega_m)/dt + F \omega_m + T_L \quad (1.23)$$

onde : J = momento de inércia do motor-carga (kg.m<sup>2</sup>)

F = coeficiente de atrito viscoso ( Nm /rd<sub>mec</sub> )

T<sub>L</sub> = torque de atrito independente de velocidade (Nm)

Colocando em forma de equação de estado tem-se:

$$d(\omega_m)/dt = - F \omega_m / J + (T - T_L) / J \quad (1.24)$$

Estas equações serão usadas no programa de simulação mostrado no capítulo 9.

## CAPÍTULO 2

## ANÁLISE DA FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA

## 2.1 - INTRODUÇÃO

É muito utilizado o cálculo do torque eletromagnético de um motor através da potência elétrica instantânea e da velocidade mecânica [40,32,5]. Para tal propósito o conhecimento exato da forma de onda da f.e.m. ou o seu conteúdo harmônico é de fundamental importância, tanto no momento de projeto como na análise do funcionamento. Duas abordagens serão utilizadas para a obtenção da forma de onda da f.e.m. a vazão: método analítico e método numérico a partir de dados de cálculo de campo .

## 2.2 - CÁLCULO ANALÍTICO DA F.E.M.

Será suposto que a máquina tenha enrolamento concentrado de passo pleno, os ímãs sejam alinhados, as ranhuras não sejam inclinadas e que o efeito das ranhuras seja desprezível. As outras possibilidades serão estudadas nos próximos itens e no capítulo 6 com o estabelecimento de fatores de atenuação de cada harmônica em particular.

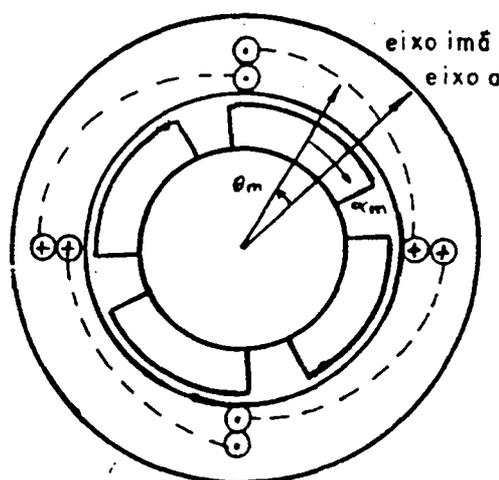


Fig.2.1 - Definição dos ângulos na máquina

Será definido  $\theta_m$  como o ângulo mecânico existente entre o eixo da fase 1 e o eixo que passa pelo centro do pólo (ângulo que varia com a rotação da máquina) e  $\alpha_m$  como o ângulo mecânico de posição de um ponto do rotor em relação ao centro do pólo (do ímã):

$$\theta_m = \omega_m \cdot t \quad (2.1)$$

Os ímãs do rotor geram no entreferro uma indução  $B(\alpha_m)$  que será considerada radial e simétrica em relação ao eixo que passa pelo centro do pólo ( simetria par ) podendo então ser descrita por uma série de Fourier em termos de cossenos apenas. Caso haja simetria de meia-onda só haverá harmônicas ímpares.

$$B(\alpha_m) = \sum_{i=1,2}^{\infty} B_i \cos(i.p.\alpha_m) \quad (2.2)$$

Considerando que os ímãs podem ter larguras diferentes e portanto induções diferentes deve-se calcular o fluxo concatenado por par de pólos. A bobina do segundo pólo é ligada invertida em relação ao primeiro portanto deve-se trocar lhe o sentido do fluxo concatenado.

$$\lambda(t) = N_{epf} \int_0^L \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} B(\alpha_m) \cdot R \cdot d\alpha_m \cdot dl - N_{epf} \int_0^L \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} B(\alpha_m) \cdot R \cdot d\alpha_m \cdot dl \quad (2.3)$$

$$\text{onde : } \alpha_1 = -\pi/2p + \omega_m \cdot t$$

$$\alpha_2 = \pi/2p + \omega_m \cdot t$$

$$\alpha_3 = 3\pi/2p + \omega_m \cdot t$$

$$p = \text{número de pares de pólos}$$

$$N_{epf} = \text{número de espiras por pólo e fase}$$

$$R = \text{raio interno do estator}$$

$$L = \text{comprimento axial do estator}$$

Considerando que  $B(\alpha_m)$  não varia com  $l$  tem-se :

$$\lambda(t) = N_{epf} \cdot L \cdot R \left[ \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sum_{i=1,2}^{\infty} B_i \cdot \cos(i.p.\alpha_m) d\alpha_m - \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} \sum_{i=1,2}^{\infty} B_i \cdot \cos(i.p.\alpha_m) d\alpha_m \right] \quad (2.3a)$$

$$\lambda(t) = N_{epf} \cdot R \cdot L \left[ \sum_{i=1,2}^{\infty} B_i / (i.p) \left[ \text{sen}(ip\alpha_2) - \text{sen}(ip\alpha_1) \right] - \sum_{i=1,2}^{\infty} B_i / (i.p) \left[ \text{sen}(ip\alpha_3) - \text{sen}(ip\alpha_2) \right] \right] \quad (2.4)$$

$$\lambda(t) = N_{epf} \cdot R \cdot L \sum_{i=1,2}^{\infty} B_i / (i.p) \left[ 2 \text{sen}(ip\alpha_2) - 2 \text{sen}(ip\alpha_1) \right] \quad (2.5)$$

De [36] obtém-se a relação matemática :

$$\text{sen}(A) - \text{sen}(B) = 2 \cos(A+B) \cdot \text{sen}(A-B) \quad (2.6)$$

Então:

$$\lambda(t) = N_{epf} \cdot R \cdot L \cdot 4/p \sum_{i=1,2}^{\infty} (B_i/i) \cos(ip \cdot \omega_m \cdot t) \cdot \text{sen}(i\Pi/2) \quad (2.7)$$

Nota-se aqui que as harmônicas pares de indução não produzem harmônicas pares de fluxo concatenado já que :

$$\text{sen}(i \Pi/2) = 0 \quad \text{para } i = 0, 2, 4, 6 \dots \quad (2.8)$$

De agora em diante o somatório só considerará harmônicas ímpares.

A f.e.m. numa fase considerando todos os pares de pólos em série será:

$$e(t) = - p \cdot d\lambda(t)/dt \quad (2.9)$$

$$e(t) = 4 N_{epf} \cdot L \cdot R \sum_{i=1,3}^{\infty} B_i \cdot p \cdot \omega_m \cdot \text{sen}(ip \cdot \omega_m \cdot t) \cdot \text{sen}(i \Pi/2) \quad (2.10)$$

A f.e.m. numa fase com p pares de pólos ligados em série será:

$$e(t) = 4 \cdot p \cdot N_{epf} \cdot L \cdot R \cdot \omega_m \sum_{i=1,3}^{\infty} B_i \cdot \text{sen}(i \Pi/2) \cdot \text{sen}(ip \cdot \omega_m \cdot t) \quad (2.11)$$

Se a velocidade do rotor ( $\omega_m$ ) for constante e as hipóteses iniciais forem satisfeitas as harmônicas temporais da f.e.m. são proporcionais às harmônicas espaciais ímpares de indução no entreferro logo tem-se:

$$E_i = 4 \cdot p \cdot N_{epf} \cdot R \cdot L \cdot \omega_m \cdot B_i \cdot \text{sen}(i \Pi/2) \quad (2.12)$$

Como i é ímpar tem-se :

$$\text{sen}(i \Pi/2) = 1 \quad \text{para } i = 1, 5, 9 \dots \quad (2.13)$$

$$\text{sen}(i \Pi/2) = -1 \quad \text{para } i = 3, 7, 11 \dots \quad (2.14)$$

Esta troca de sinal se deve ao fato da indução no entreferro ser uma série em cossenos e a f.e.m. uma série em senos porém a forma de onda temporal da f.e.m. é igual à forma de onda espacial de indução no entreferro (sem as harmônicas pares), se as hipóteses acima forem respeitadas.

Se houver no motor um ou mais artifícios para corrigir o conteúdo harmônico da f.e.m. a equação fica:

$$E_i = 4.p.N_{epf}.R.L.\omega_m.B_i.\text{sen}(i \Pi/2).k_{ai} \quad (2.15)$$

onde:  $k_{ai}$  = é o fator de atenuação da harmônica de ordem  $i$  em função dos artifícios usados (ver cap.6 )

Para uma máquina de  $m$  fases a f.e.m. na  $k$ -ésima fase será:

$$e_k(t) = E_i.\text{sen}[ip(\omega_m.t - 2 \Pi(k-1)/(p.m))] \quad (2.16)$$

$$e_k(t) = E_i.\text{sen}[i(\omega.t - 2 \Pi(k-1)/m)] \quad (2.17)$$

$$\text{onde: } \omega = p.\omega_m \quad (2.18)$$

### 2.3 - FORMA DE ONDA DA F.E.M. PARA ÍMÃS COM MAGNETIZAÇÃO RADIAL IDEAL

Apesar da eq.2.15 ser correta dentro das restrições apresentadas é necessário frequentemente ter-se uma visão da forma de onda da f.e.m. sem ter que resolver através da série de Fourier.

Isto é bastante fácil e útil quando o ímã tem magnetização radial o que dá uma indução idealmente retangular no entreferro com a mesma abrangência do ímã.

Para obter a forma de onda e seu valor máximo, novamente serão desprezados os efeitos das ranhuras e as mesmas serão consideradas sem inclinação. Desprezados os efeitos das ranhuras, pode-se utilizar a tradicional equação da f.e.m. para movimento rotativo entre condutor e campo magnético .

$$E_b = B_g.l_b.v \quad (2.20)$$

$$v_b = \omega_m.R \quad (2.21)$$

$$l_b = 2 L.N_{eb} \quad (2.22)$$

onde:  $E_b$  = f.e.m. numa bobina

$N_{eb}$  = número de espiras por bobina

$v_b$  = velocidade linear do condutor em relação ao ímã

$l_b$  = comprimento ativo do condutor da bobina

$B_g$  = indução no entreferro

Logo a f.e.m. numa bobina será:

$$E_b = 2 B_g.N_{eb}.\omega_m.R \quad (2.23)$$

Esta expressão dá o valor máximo da f.e.m. numa bobina de passo pleno e a duração do valor máximo corresponde à largura do ímã.

Por meio da fig.2.2 será analisada a influência da largura do ímã e do número de ranhuras por pólo e fase sobre a forma da f.e.m..

Sabe-se que:

$$\tau_r = \Pi / (3 q) \quad (2.24)$$

onde:  $\tau_r$  = passo de ranhura (rd<sub>mec</sub>)

Por inspeção da fig 2.2, para diferentes números de ranhuras por pólo, tem-se:

$$\theta_1 = 1.5 \tau_r - \beta \Pi / 2 \quad \text{para } q = 1 \quad (2.25)$$

$$\theta_1 = 2.5 \tau_r - \beta \Pi / 2 \quad \text{para } q = 2 \quad (2.26)$$

$$\theta_1 = 3.5 \tau_r - \beta \Pi / 2 \quad \text{para } q = 3 \quad (2.27)$$

onde:  $\theta_1$  = ângulo onde inicia a f.e.m. na bobina da fase considerando coincidentes os eixos da fase e do pólo em  $\theta_m = 0$ .

Dai:

$$\theta_1 = (q + 1) \tau_r - \beta \Pi / 2 \quad (2.28)$$

Logo

$$\theta_1 = \left[ (2 q + 1) / (3 q) - \beta \right] \cdot \Pi / 2 \quad (2.29)$$

Também da fig 2.2 obtém-se a largura do patamar em que a f.e.m. se mantém constante no valor máximo . Para diferentes números de ranhuras por pólo e fase tem-se:

$$\sigma = \beta \Pi \quad \text{para } q = 1 \quad (2.30)$$

$$\sigma = \beta \Pi - \tau_r \quad \text{para } q = 2 \quad (2.31)$$

$$\sigma = \beta \Pi - 2 \tau_r \quad \text{para } q = 3 \quad (2.32)$$

Usando (2.28) tem-se genericamente :

$$\sigma = \beta \Pi - (q - 1) \Pi / (3 q) \quad (2.33)$$

$$\sigma = \left[ \beta - (q - 1) / (3 q) \right] \Pi \quad (2.34)$$

Como será visto no capítulo seguinte a f.e.m. deve ser constante durante, no mínimo,  $120^\circ$  E para que não haja oscilações de torque eletromagnético. Assim, da eq.(2.34) com  $\sigma = 2\Pi/3$  obtém-se a menor largura admissível do ímã.

$$\left[ \beta_{\min} - (q - 1) / (3 q) \right] \Pi = 2 \Pi / 3 \quad (2.35)$$

$$\beta_{\min} = 2/3 + (q - 1) / (3 q) \quad (2.36)$$

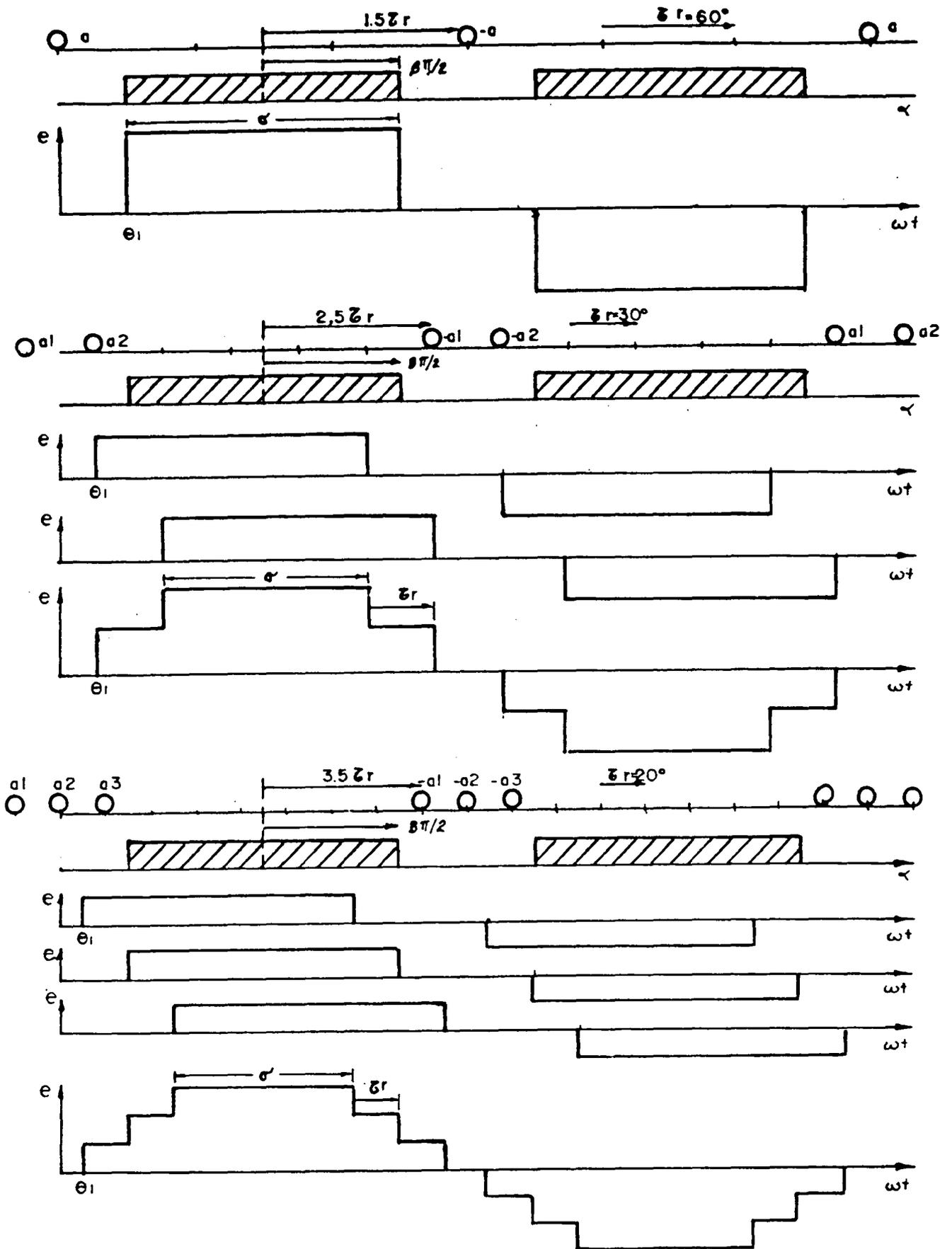


Fig 2.2 - F.e.m. em função da largura do ímã

Se forem observadas a eq. (2.30-2.32) tem-se:

$$\beta_{\min} \Pi = 2 \Pi/3 + (q - 1) \tau_r \quad (2.37)$$

Substituindo o número de ranhuras por pólo e fase por 1,2 e 3 obtem-se as razões polares mínimas

q	$\beta_{\min}$	$\theta_{i \min}$
1	2/3	120°E
2	5/6	150°E
3	8/9	160°E

Tab 1- Razão polar mínima do ímã para obter torque constante

Além do mais, se forem usadas ranhuras inclinadas de um passo de ranhura, tem-se uma redução na largura do patamar de f.e.m. constante igual ao passo de uma ranhura mantendo constante o valor de pico de f.e.m. . Assim :

$$\beta_{\min} = 2 \Pi/3 + (q - 1) \tau_r + \tau_r \quad (2.38)$$

Usando (3.28) chega-se a:

$$\beta_{\min} = 1 \quad (2.38a)$$

Então, com ranhuras inclinadas, o ímã deve ter largura igual ao passo polar para manter uma f.e.m. constante por 120° E.

Para obter o valor máximo da f.e.m. por fase parte-se da eq. 2.23 . A f.e.m. de uma bobina deve ser multiplicada pelo número de ranhuras por pólo e fase e pelo número de pólos para obter a f.e.m. da fase.

Sabendo-se que o número de espiras por bobina ( $N_{eb}$ ) é a metade do número de condutores por ranhura ( $N_{cr}$ ) ( enrolamento de dupla camada) chega-se diretamente a:

$$E_m = 2 \cdot B_g \cdot R \cdot L \cdot N_{cr} \cdot q \cdot \omega \quad (2.39)$$

#### 2.4 - CÁLCULO NUMÉRICO DA F.E.M.

O método apresentado é uma modificação do método usado em [5,33] e leva em consideração a abertura das ranhuras, inclinação das ranhuras, deslocamento dos ímãs parciais do rotor, enrolamento distribuído e passo encurtado.

O ponto de partida é o conhecimento da forma de onda da indução no entreferro  $B(\alpha_m)$  considerando-se o estator liso . A princípio,

como manda a teoria tradicional de máquinas elétricas, este entreferro deve ter sua dimensão corrigida pelo fator de Carter.[38]

$$f_c = \tau_s (5g + a_s) / \left[ \tau_s (5g + a_s) - a_s (0.5g + a_s) \right] \quad (2.40)$$

onde :  $\tau_s$  = passo de ranhura (mm)  
 $g$  = entreferro (mm)  
 $a_s$  = abertura da ranhura (mm)

O fator de Carter foi idealizado para compensar a redução de fluxo causada pelas ranhuras em relação ao caso em que o estator é liso. Este fator é um número maior que 1 (1.15 a 1.25) que multiplicado pelo entreferro real dá um entreferro equivalente que reduz o fluxo como as ranhuras o fariam.

No entanto a eq.(2.40) obtida dos livros clássicos [38] é válida para motores de indução e síncronos normais onde o entreferro contém a maior parte da relutância total da máquina .

No caso de máquinas síncronas a ímãs permanentes a grande relutância está nos ímãs cuja permeabilidade é aprox. igual à do ar. Aplicando a eq. (2.40) num protótipo com  $\tau_s = 6.807$  mm,  $a_s = 1.7$  mm,  $g = 0.4$  mm e  $l_1 = 3.5$  mm obteve-se  $f_c = 1.147$  e o entreferro efetivo fica :

$$g_{ef} = f_c \cdot g = 1.147 \times 0.4 = 0.46 \text{ mm} \quad (2.41)$$

onde:  $l_1$  = espessura do ímã

Tal como foi comprovado por cálculo de campo e por equações analíticas simples, este aumento do entreferro não é significativo frente à espessura do ímã que neste caso é 3.5 mm .

Para comprovação do comportamento dos fluxos e das induções na máquina com e sem ranhura foram realizados vários cálculos de campo (usando duas malhas no sentido radial do entreferro). Nesta análise variaram-se o entreferro , a abertura da ranhura e a posição relativa dos dentes e ranhuras em relação ao centro do pólo (dente centrado e ranhura centrada no pólo) como mostra a Tab 2.

Fazendo a média dos valores da tabela 2 para dente centrado e ranhura centrada no pólo obtém-se a fig.2.3.

Sem a pretensão de generalidade, pode-se estabelecer uma regra para calcular a indução sob o dente e sob a ranhura e o fluxo polar  $\phi_r$  em função dos valores destas grandezas.

entre ferro (mm)		estator liso	abert. ran=20% $\tau_r$		abert. ran=50% $\tau_r$	
			dente centrado	ranhura centrada	dente centrado	ranhura centrada
0.4	Bdr	100	102.7	103.3	110.0	109.5
	Brr	100	58.3	65.6	51.5	51.6
	$\phi$ mWb/m	5.524	5.301	5.246	4.956	4.823
	$\phi$ %	100	96.0	95.0	89.7	87.3
	$\phi$ med	100	96.5		88.5	
0.8	Bdr	100	110.0	109.6	124.2	119.2
	Brr	100	61.3	62.5	53.1	52.8
	$\phi$ mWb/m	4.955	4.793	4.759	4.532	4.283
	$\phi$ %	100	96.7	96.0	91.5	86.4
	$\phi$ med	100	96.35		88.95	

Tab.2 - Comparação de valores com e sem ranhuras no estator

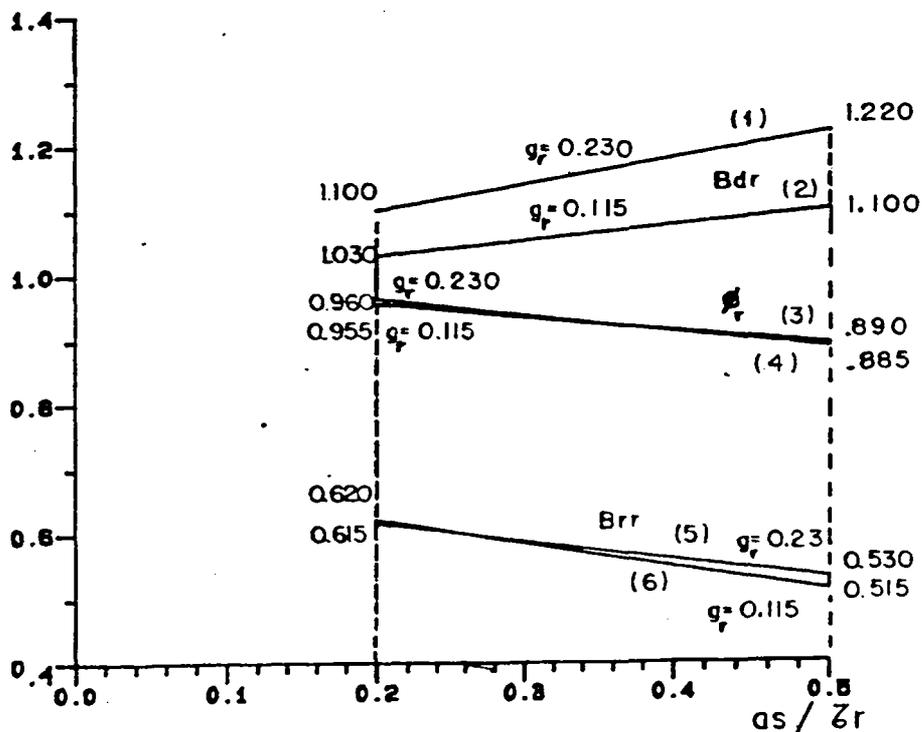


Fig. 2.3 - Alteração da indução e do fluxo devido à presença das ranhuras (esp.do ímã( $l_i$ )= 3.5 mm , larg.do ímã( $w_i$ )= 14.4 mm)

Definindo-se  $B_{dr}$  e  $B_{rr}$  como a indução relativa dos dentes e ranhuras com respeito ao valor que haveria com estator liso e  $g_r$  como o entreferro relativo com respeito à espessura do ímã obtém-se:

$$B_{dr} = 1 + K_d \cdot a_{sr} \cdot g_r \quad (2.42)$$

$$B_{rr} = k_{r1} - k_{r2} \cdot a_{sr} \quad (2.43)$$

$$\phi_r = 1 - k_f \cdot a_{sr} \quad (2.44)$$

onde:  $B_{dr}, B_{rr}, \phi_r$  são induções e fluxo relativos aos valores com estator liso

$k_d, k_{r1}, k_{r2}, k_f$  são constantes tiradas da fig.2.3

$a_{sr}$  é a abertura relativa da ranhura com relação ao passo de ranhura

Para o cálculo de  $k_d$  considerou-se que as retas  $r_1$  e  $r_2$  passam pelos pontos (0,1) e pelos pontos médios observados na abscissa média(0.35). Desta forma obteve-se:

$$k_d = 0.813 \quad (2.45)$$

Para o cálculo de  $k_{r1}$  e  $k_{r2}$  as retas  $r_5$  e  $r_6$  foram modelizadas considerando-se que as mesmas passem pelos pontos médios obtidos nas abcissas 0.20 e 0.50 uma vez que a espessura do entreferro não teve efeito muito importante. Assim obteve-se:

$$k_{r1} = 0.681 \quad (2.45)$$

$$k_{r2} = 0.316 \quad (2.47)$$

Quanto ao fluxo as retas  $r_3$  e  $r_4$  foram consideradas como passando pelo ponto (0,1) e pelo ponto médio na abscissa 0.35 obteve-se :

$$k_f = 0.219 \quad (2.48)$$

Para máquinas deste tipo este equacionamento mostrou-se bastante coerente; em função disto todos os cálculos realizados foram feitos considerando o entreferro real e adotando as correções acima expostas.

A indução no entreferro com o estator liso é obtida do centro de um pólo ao centro do adjacente impondo-se condições de Dirichlet em todas as fronteiras. Foram usados os programas EFMAQ e EFCAD que são sistemas de cálculo de campo por elementos finitos criados no GRUCAD da UFSC. Os pontos da curva de indução rebatidos para obter um ciclo completo ficando a curva com simetria par (simetria especular em relação a um eixo colocado no centro da onda) o que permite a sua representação por uma série de cossenos apenas (fig.2.4).

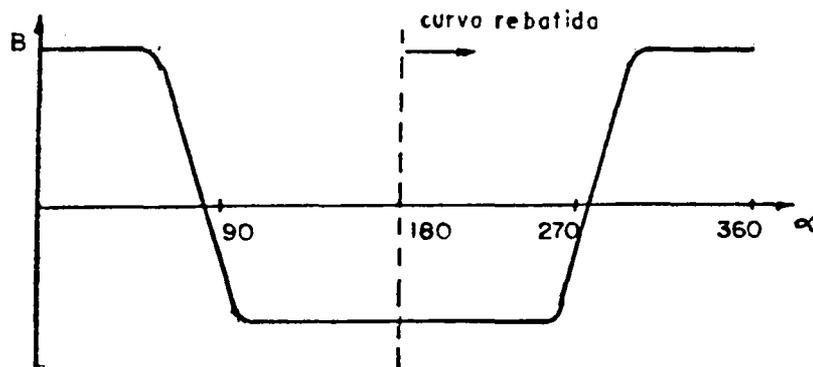


fig 2.4 - Indução no entreferro sem ranhuras com ímãs diferentes

Caso os ímãs norte sejam de largura ou espessura diferente das dos ímãs sul a série ainda contém só termos em cosseno porém surgem harmônicas pares e ímpares .

$$B(\alpha_m) = \sum_{i=1,2}^{\infty} B_i \cos(ip \cdot \alpha_m) \quad (2.49)$$

Se os ímãs são iguais há simetria de meia onda e só há harmônicas ímpares . A obtenção da série de Fourier da indução no entreferro foi feita pelo programa de análise harmônica ( PAH ) baseado na transformada rápida de Fourier.

O cálculo da f.e.m. é baseado na derivada do fluxo concatenado em relação ao tempo. No cálculo do fluxo concatenado com cada bobina será considerado que a proporção entre a indução sob o dente e a indução sob a ranhura são corrigidos segundo as eq.(2.42) e (2.43) contrariamente ao usado por [5,33] onde é suposto que o fluxo que entra num passo de ranhura é canalizado todo pelo dente e nenhum pela ranhura .

Segundo [5, 33] ter-se-ia :

$$B_{dr} = 1 + a_s / b_t \quad (2.50a)$$

$$B_{rr} = 0 \quad (2.50b)$$

onde:  $a_s$  = abertura da ranhura

$b_t$  = largura superficial do dente

Isto pressupõe que o fluxo é o mesmo com ou sem ranhuras o que é uma aproximação. A consideração de indução nula defronte a ranhura também é contestada por [10] que a considera em torno de 50% da indução com estator sem ranhuras.

Nos cálculos realizados, para levar em conta o efeito de borda [5], a largura do dente é acrescida de um comprimento de entreferro e a largura da ranhura reduzida da mesma quantidade. Defronte o dente e a ranhura efetivos os valores das induções são alterados considerando os coeficientes dados pelas eq.(2.42) e (2.43).

#### 2.4.1 - CÁLCULO DA F.E.M. EM ENROLAMENTO CONCENTRADO DE PASSO PLENO

Num primeiro momento será considerado apenas enrolamento concentrado de passo pleno ,ranhuras retas no estator e ímãs alinhados no rotor a fim de evidenciar o método.Mais tarde então serão feitas considerações adicionais para os outros casos.

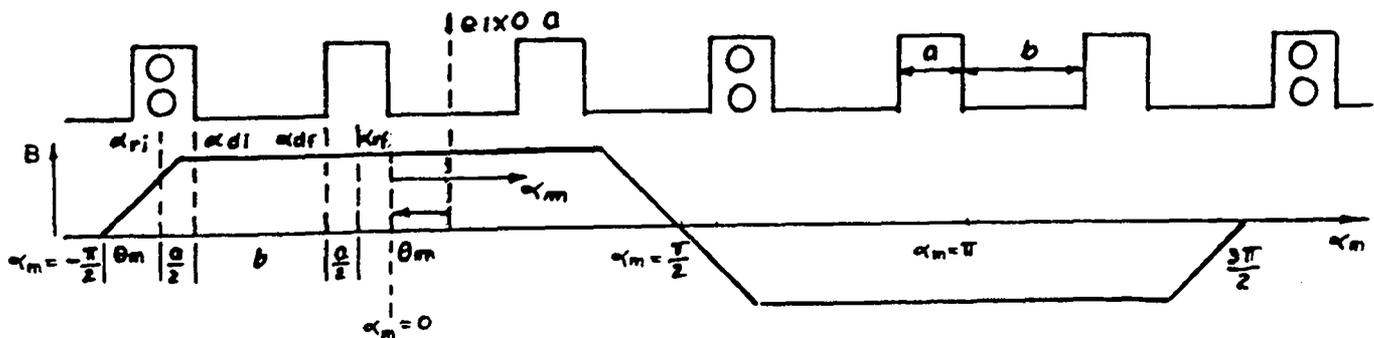


Fig 2.5 - Enrolamento concentrado de passo pleno

O fluxo concatenado com uma bobina devido à primeira meia-ranhura que ladeia o primeiro dente é dado por:

$$\lambda(\theta_m)_{r1} = N_{eb} \int_{\alpha_{r1}}^{\alpha_{d1}} B_{rr} B(\alpha_m) L.R. d\alpha_m \quad (2.51)$$

Os limites da primeira meia-ranhura são calculados por:

$$\alpha_{r1} = -\pi/(2p) + \theta_m \quad (2.52)$$

$$\alpha_{d1} = \alpha_{r1} + a/2 \quad (2.53)$$

$$\text{onde : } a = a_g / R \quad (rd_{mec}) \quad (2.54)$$

$$b = b_t / R \quad (rd_{mec}) \quad (2.55)$$

O fluxo concatenado devido ao primeiro dente e à segunda meia-ranhura são calculados por :

$$\lambda(\theta_m) = N_{eb} \int_{\alpha_{d1}}^{\alpha_{df}} B_{dr} B(\alpha_m) L.R. d\alpha_m + N_{eb} \int_{\alpha_{df}}^{\alpha_{rf}} B_{rr} B(\alpha_m) L.R. d\alpha_m \quad (2.56)$$

onde os limites de integração são calculados por :

$$\alpha_{df} = \alpha_{d1} + b \quad (2.57)$$

$$\alpha_{rf} = \alpha_{df} + a/2 \quad (2.58)$$

Então o fluxo concatenado devido ao primeiro dente e às duas meias ranhuras vizinhas é dado por:

$$\lambda(\theta_m) = N_{eb} L.R. \left[ \int_{\alpha_{r1}}^{\alpha_{d1}} B_{rr} B(\alpha_m) d\alpha_m + \int_{\alpha_{d1}}^{\alpha_{df}} B_{dr} B(\alpha_m) d\alpha_m + \int_{\alpha_{df}}^{\alpha_{rf}} B_{rr} B(\alpha_m) d\alpha_m \right] \quad (2.59)$$

Para considerar a contribuição dos outros dentes e ranhuras deve-se somar o passo de ranhura ( $\tau_r$ ) a todos os limites de integração a cada

novo dente até completar todos os dentes abraçados por uma bobina ( passo de bobina ). Para encontrar o fluxo concatenado com um par de pólos deve-se continuar integrando os fluxos na segunda bobina seguindo a mesma regra porém invertendo o sinal porque a bobina tem sua ligação invertida em relação à primeira justamente para que haja soma de f.e.m.s .

Se os ímãs são iguais, o fluxo por par de pólos é calculado multiplicando o fluxo de uma bobina por 2. Então o fluxo concatenado por fase é:

$$\lambda_{fase}(\theta_m) = p \cdot N_{ob} \cdot R \cdot L \left[ \sum_{i_d=1}^{n_d} \int_{\alpha_{r1}}^{\alpha_{d1}} B_{rr} \cdot B(\alpha_m) \cdot d\alpha_m + \int_{\alpha_{d1}}^{\alpha_{df}} B_{dr} \cdot B(\alpha_m) \cdot d\alpha_m + \int_{\alpha_{df}}^{\alpha_{rf}} B_{rr} \cdot B(\alpha_m) \cdot d\alpha_m \right] \quad (2.60)$$

$$\text{onde: } \alpha_{r1} = -\Pi/(2p) + (i_d - 1) \cdot \tau_r + \theta_m \quad (2.61)$$

$n_d$  = número de dentes do estator  
 $i_d$  = índice do dente

e continuam valendo as equações (2.53), (2.57) e (2.58)

#### 2.4.2 - CÁLCULO DA F.E.M. EM ENROLAMENTO DISTRIBUIDO DE PASSO PLENO

Será considerado agora o enrolamento distribuído de passo pleno aproveitando os conhecimentos já vistos.

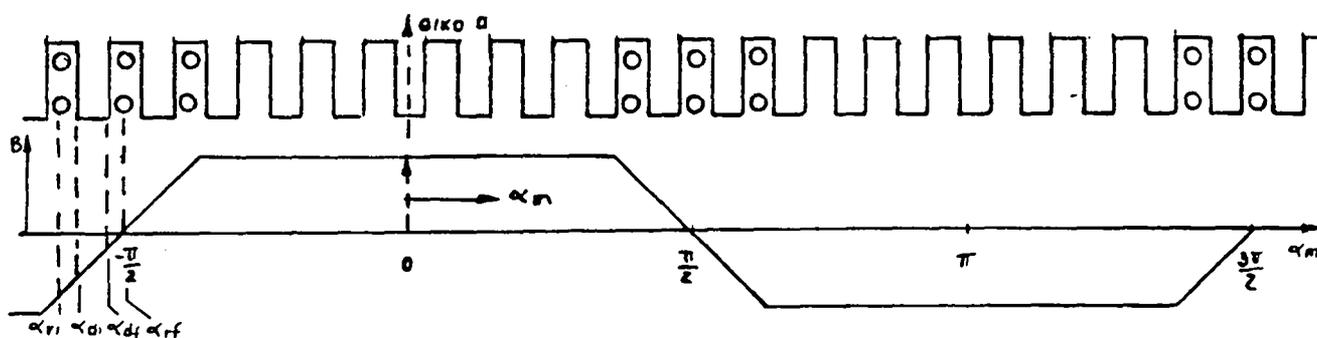


Fig 2.6 - Enrolamento distribuído de passo pleno

A regra geral continua a mesma. Deve-se, no entanto, verificar que os limites de primeiro dente mudaram em relação a zona neutra do ímã. Para manter a f.e.m. representada por uma série de senos deve-se tomar  $t = 0$  ( $\theta_m = 0$ ) quando o eixo do pólo confronta o eixo da fase 1 produzindo f.e.m. nula .

À medida em que é aumentado o número de ranhuras por pólo e

fase em uma unidade, a região abraçada por uma fase aumenta em uma ranhura, logo o limite inicial da primeira meia-ranhura da primeira bobina se desloca no sentido negativo de  $\alpha_m$  de  $\tau_r/2$ .

Para q ranhuras por pólo e fase o recuo do limite inicial da primeira meia-ranhura será  $(q-1)\tau_r/2$ .

Conhecido o limite inicial da primeira meia ranhura da primeira bobina descobre-se os outros limites através de (2.53), (2.57) e (2.58). Para achar os limites correspondentes aos outros dentes é só somar  $\tau_r$  a todos os limites correspondentes ao dente anterior.

Integra-se até o dente  $i_d = n_d/p$  invertendo o sinal do fluxo concatenado quando  $i_d > n_d/(2p)$ .

Para considerar todas as bobinas por pólo e fase repete-se o passo anterior somando-se  $\tau_r$  para encontrar os limites da meia-ranhura inicial da segunda bobina e assim por diante. Conforme a bobina em questão há um avanço no sentido positivo de  $\alpha_m$  de  $(i_q - 1)\tau_r$  onde  $i_q$  é o índice que corresponde a cada bobina por pólo e fase.

Assim obtém-se:

$$\lambda(\theta_m) = p \cdot N_{eb} \cdot R \cdot L \sum_{i_q=1}^q \sum_{i_d=1}^{n_d} \left\{ \int_{\alpha_{ri}}^{\alpha_{rf}} B_{rr} \cdot B(\alpha_m) d\alpha_m + \int_{\alpha_{di}}^{\alpha_{df}} B_{dr} \cdot B(\alpha_m) d\alpha_m + \int_{\alpha_{df}}^{\alpha_{rf}} B_{rr} \cdot B(\alpha_m) \cdot d\alpha_m \right\} \quad (2.62)$$

onde :

$$\alpha_{ri} = -\pi/2p + \theta_m + (i_q - 1)\tau_r - (q-1)\tau_r/2 + (i_q - 1)\tau_r \quad (2.63)$$

e continuam valendo as expressões (2.53), (2.57) e (2.58).

### 2.4.3 - CÁLCULO DA F.E.M. EM ENROLAMENTO DISTRIBUIDO COM PASSO ENCURTADO

Será agora levado em conta a possibilidade do passo de bobina ser fracionário.

A cada ranhura em que o passo de bobina é encurtado a primeira meia-ranhura da primeira bobina avança no sentido positivo de  $\alpha_m$  de um ângulo igual a  $\tau_r$  porém o eixo do ímã também se desloca de  $\tau_r/2$  para acompanhar o deslocamento do eixo da fase 1. Assim a cada ranhura em que é encurtado o passo de bobina os limites da primeira meia-ranhura da primeira bobina se desloca efetivamente no sentido positivo de  $\alpha_m$  de um ângulo de  $\tau_r/2$ .

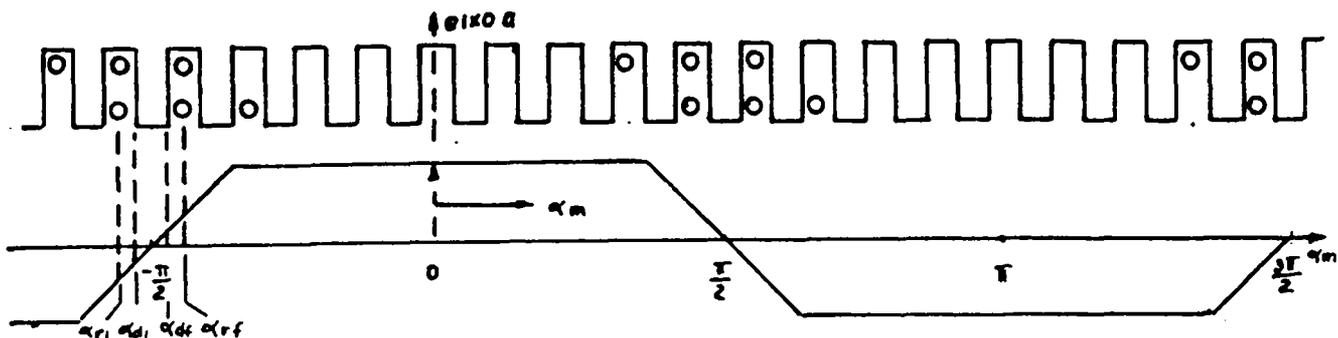


Fig. 2.7 - Enrolamento distribuído com passo encurtado

Para cada bobina, ao invés de integrar o fluxo, sob todos os dentes cobertos por um par de pólos deve-se fazê-lo de  $i_d = 1$  a  $i_d = \tau_b$  e depois, invertendo o sinal, de  $i_d = \tau_p + 1$  a  $i_d = \tau_p + \tau_b$ .

$$\lambda(\theta_m) = p \cdot N_{eb} \cdot R \cdot L \sum_{i_q=1}^q \left\{ \sum_{i_d=1}^{\tau_b} \left[ \int_{\alpha_{r1}}^{\alpha_{d1}} B_{rr} \cdot B(\alpha_m) d\alpha_m + \int_{\alpha_{d1}}^{\alpha_{df}} B_{dr} \cdot B(\alpha_m) d\alpha_m + \int_{\alpha_{df}}^{\alpha_{rf}} B_{rr} \cdot B(\alpha_m) d\alpha_m \right] - \sum_{i_d=\tau_p+1}^{\tau_p+\tau_b} \left[ \int_{\alpha_{r1}}^{\alpha_{d1}} B_{rr} \cdot B(\alpha_m) d\alpha_m + \int_{\alpha_{d1}}^{\alpha_{df}} B_{dr} \cdot B(\alpha_m) d\alpha_m + \int_{\alpha_{df}}^{\alpha_{rf}} B_{rr} \cdot B(\alpha_m) d\alpha_m \right] \right\} \quad (2.64)$$

Usando eq (2.63) e as considerações acima tem-se:

$$\alpha_{r1} = -\pi/2p + \alpha_m + (i_d - 1)\tau_r + (q-1)\tau_r/2 + (i_q - 1)\tau_r + (\tau_p - \tau_b)\tau_r/2 \quad (2.65)$$

onde:  $\tau_p = n_r/2p$  (passo polar em número de ranhuras)  
 $\tau_b =$  passo de bobina em número de ranhuras

Para achar os outros limites do primeiro dente da primeira bobina usam-se as eq. (2.53), (2.57) e (2.58).

O valor da f.e.m. é obtido pela lei de Faraday.

$$e(t) = - d\lambda(\theta_m)/dt \quad (2.66)$$

ou

$$e(\theta_m) = - d\lambda(\theta_m)/d\theta_m \cdot d\theta_m/dt \quad (2.67)$$

mas

$$\omega_m = d\theta_m / dt \quad (2.68)$$

Assim:

$$e(\theta_m) = -d\lambda(\theta_m) / d\theta_m \cdot \omega_m \quad (2.69)$$

Seja

$$e'(\theta_m) = d\lambda(\theta_m) / d\theta_m \quad (2.69a)$$

onde  $e'(\theta_m)$  é a f.e.m. por unidade de velocidade (v/rdm/s) com sinal trocado ou a derivada do fluxo em relação ao deslocamento.

Substituindo (2.49) em (2.64) e procedendo à integração e posterior derivação chega-se na f.e.m. por unidade de velocidade. Com o objetivo de simplificar a equação foi adotada um simbologia pouco usual no segundo somatório.

$$\lambda(\theta_m) = p \cdot N_{eb} \cdot R \cdot L \left\{ \sum_{i_d=1}^q \sum_{i_d=1(\tau_p+1)}^{\tau_b(\tau_p+\tau_b)} \left[ \int_{\alpha_{r1}}^{\alpha_{d1}} B_{rr} \sum_{i=1}^{\infty} B_i \cdot \cos(ip \alpha_m) d\alpha_m + \int_{\alpha_{d1}}^{\alpha_{df}} B_{dr} \sum_{i=1}^{\infty} B_i \cdot \cos(ip \alpha_m) d\alpha_m + \int_{\alpha_{df}}^{\alpha_{rf}} B_{rr} \sum_{i=1}^{\infty} B_i \cdot \cos(ip \alpha_m) d\alpha_m \right] \right\} \quad (2.70)$$

onde o sinal de integração deve ser trocado quando  $i_d > \tau_p$ . Integrando obtém-se:

$$\lambda(\theta_m) = -p \cdot N_{eb} \cdot R \cdot L \left\{ \sum_{i_d=1}^q \sum_{i_d=1(\tau_p+1)}^{\tau_b(\tau_p+\tau_b)} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i / ip \cdot \text{sen}(ip \alpha_m) \right]_{\alpha_{r1}}^{\alpha_{d1}} + \sum_{i=1}^{\infty} B_{dr} \cdot B_i / ip \cdot \text{sen}(ip \alpha_m) \right]_{\alpha_{d1}}^{\alpha_{df}} + \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i / ip \cdot \text{sen}(ip \alpha_m) \right]_{\alpha_{df}}^{\alpha_{rf}} \right\} \quad (2.71)$$

Substituindo os valores dos limites de integração e derivando em relação à  $\alpha_m$  chega-se a:

$$\begin{aligned}
e'(\theta_m) = & - p \cdot N_{ob} \cdot R \cdot L \left\{ \sum_{l_q=1}^q \tau_b(\tau_p + \tau_b) \sum_{l_d=1(\tau_p+1)}^{\tau_b} \right\} \\
& \sum_{l=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_l \left[ \cos(l p \alpha_{dl}) - \cos(l p \alpha_{rl}) \right] \\
& + \sum_{l=1}^{\infty} B_{dr} \cdot B_l \left[ \cos(l p \alpha_{df}) - \cos(l p \alpha_{dl}) \right] \\
& + \sum_{l=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_l \left[ \cos(l p \alpha_{rf}) - \cos(l p \alpha_{df}) \right] \left. \right\} \quad (2.72)
\end{aligned}$$

onde  $\alpha_{rl}$ ,  $\alpha_{dl}$ ,  $\alpha_{df}$ ,  $\alpha_{rf}$  são calculados por (2.65), (2.53), (2.57) e (2.58).

As f.e.m.s das três fases são calculadas como segue:

$$e_1(\theta_m) = - e'(\theta_m) \cdot \omega_m \quad (2.73)$$

$$e_2(\theta_m) = e_1(p \cdot \theta_m - 2 \pi/3) \quad (2.74)$$

$$e_3(\theta_m) = e_1(p \cdot \theta_m - 4 \pi/3) \quad (2.75)$$

Tendo em vista a escolha de  $\theta_m = 0$  quando os eixos da fase 1 e do ímã se encontram a f.e.m.  $e_1(\theta_m)$  terá simetria ímpar, isto é, poderá ser representada por uma série de senos. A f.e.m. entre fases é obtida pela subtração ponto a ponto das f.e.m.s das respectivas fases.

Serão agora analisados os casos em que as ranhuras do estator são inclinadas e os ímãs do rotor são desalinhados. Tais recursos, como será visto nos próximos capítulos, servirão para atenuar o conteúdo harmônico da f.e.m. e principalmente para diminuir o torque de relutância do motor.

O desalinhamento dos ímãs pode ser realizado de duas maneiras básicas: alternado e contínuo.

Se os ímãs são deslocados de um pequeno ângulo ora no sentido horário ora no sentido anti-horário o desalinhamento é alternado. (fig.2.8a)

Se os ímãs forem deslocados de um pequeno ângulo sempre no mesmo sentido o desalinhamento é contínuo. (fig.2.8b)

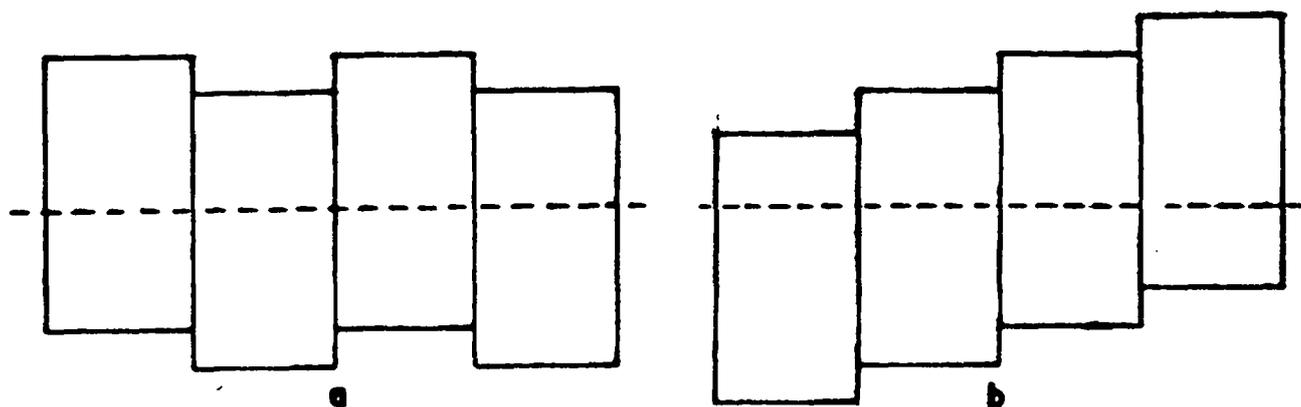


Fig.2.8 - Desalinhamentos dos ímãs do rotor a) alternado b) contínuo

#### 2.4.4 - INCLINAÇÃO DAS RANHURAS E DESALINHAMENTO ALTERNADO DOS ÍMÃS

Num primeiro momento será equacionado o deslocamento alternado dos ímãs combinado com inclinação das ranhuras do estator como mostra a fig.(2.9).

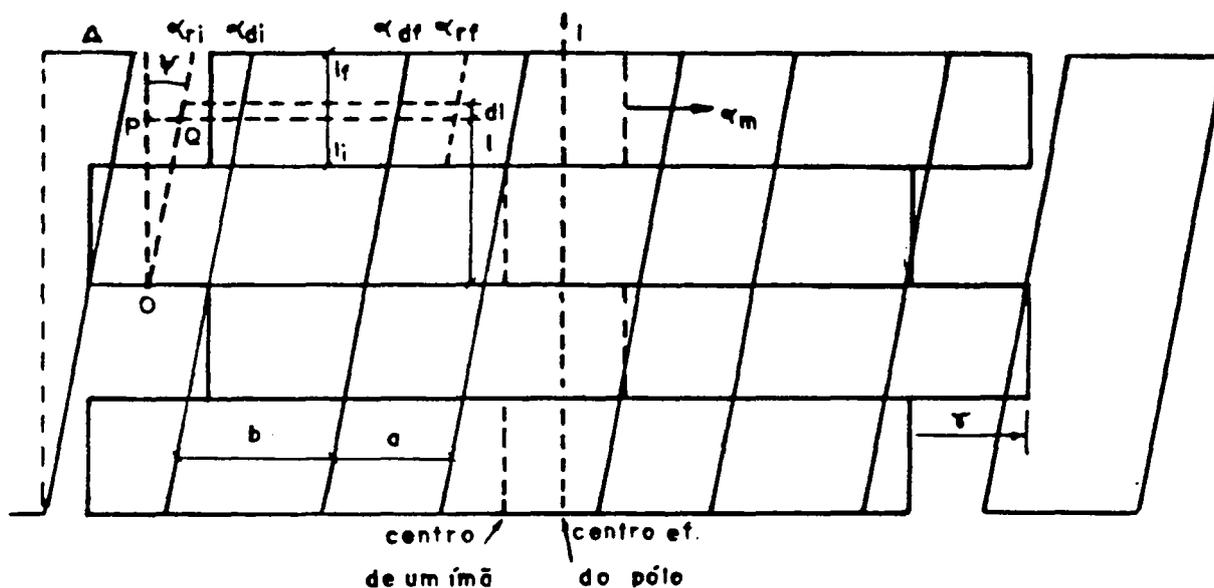


Fig.2.9 - F.e.m. com ranhura inclinada e ímãs deslocados

Neste caso a integração do fluxo não pode ser feita de 0 a L de uma única vez pois as parcelas de dentes e ranhuras estão em posições distintas em relação aos ímãs parciais ou seja em relação ao ângulo  $\alpha_m$ .

Será considerado então um elemento infinitesimal de comprimento  $d_l$  e largura igual ao passo de ranhura. Este elemento terá uma parcela defronte ao dente e duas parcelas defronte as duas meias ranhuras que o rodeiam. Conforme se percorre o entreferro no sentido axial este elemento de

integração assume posições distintas em relação aos ímãs. Isto é determinante nos limites de integração em  $\alpha_m$ .

Por inspeção do triângulo OPQ calcula-se o segmento PQ que representa o avanço dos limites da faixa infinitesimal de dente e ranhura no sentido positivo de  $\alpha_m$ .

$$PQ = l \cdot \tan \psi \quad (2.76)$$

mas

$$\tan \psi = \Delta \cdot R / L \quad (2.77)$$

onde:  $\Delta$  = ângulo de inclinação da ranhura medido num plano perpendicular ao eixo da máquina. ( $rd_{mec}$ )

$\psi$  = ângulo de inclinação da ranhura medido num plano tangente à superfície interna do estator. ( $rd_{mec}$ )

O segmento linear PQ pressupõe um ângulo  $\zeta$  medido no plano perpendicular ao eixo da máquina que é calculado por:

$$\zeta = PQ / R \quad (rd_{rdm}) \quad (2.78)$$

$$\zeta = l \cdot \tan \psi / R \quad (2.79)$$

e usando (2.77) tem-se :

$$\zeta = \Delta \cdot l / L \quad (2.80)$$

O deslocamento dos ímãs também contribui na alteração dos limites de integração da faixa infinitesimal. O deslocamento dos ímãs  $\gamma$  será tomado como positivo quando, caminhando-se no sentido de  $l$  crescente, o desalinhamento do primeiro até o segundo bloco seja no mesmo sentido da inclinação da ranhura conforme está representado na fig. 2.9 .

Caminhando-se no sentido positivo de  $l$  (com  $\gamma$  positivo) vê-se que os blocos ímpares fazem que os limites da faixa infinitesimal do dente se desloquem no sentido positivo de  $\alpha_m$  de um ângulo igual a  $\gamma/2$  enquanto que os blocos pares de ímãs fazem o contrário . Assim a contribuição do deslocamento do deslocamento dos ímãs é expressa por :

$$\gamma_i = (-1)^{(i_b+1)} \cdot \gamma/2 \quad (2.81)$$

O cálculo do fluxo concatenado conterà agora uma integração dupla . A integração em  $\alpha_m$  considera a contribuição da faixa infinitesimal de um dente e a integração em  $l$  leva em conta que a faixa infinitesimal tem posições diferentes em relação a  $\alpha_m$  ao longo de um bloco e ao longo do comprimento axial do estator. Para o primeiro dente e o primeiro bloco tem-se:

$$\lambda(\theta_m)_{1d,1b} = N_{eb} \int_{l_i}^{l_f} \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} B(\alpha_m) \cdot R \cdot d\alpha_m \cdot dl \quad (2.82)$$

Aproveitando o raciocínio usado para obter (2.70) e introduzindo mais um somatório para considerar o número de blocos ( $n_b$ ) chega-se à expressão do fluxo concatenado para a fase.

$$\lambda(\theta_m) = p.N_{eb}.R \sum_{i_q=1}^q \sum_{i_d=1(\tau_p+1)}^{\tau_b(\tau_p+\tau_b)} \sum_{i_b=1}^{n_b} \left\{ \begin{aligned} & \int_{l_1}^{l_f} \int_{\alpha_{r1}}^{\alpha_{d1}} \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr}.B_i.\cos(ip\alpha_m)d\alpha_m.dl \\ & + \int_{l_1}^{l_f} \int_{\alpha_{d1}}^{\alpha_{df}} \sum_{i=1}^{\infty} B_{dr}.B_i.\cos(ip\alpha_m)d\alpha_m.dl \\ & + \int_{l_1}^{l_f} \int_{\alpha_{df}}^{\alpha_{rf}} \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr}.B_i.\cos(ip\alpha_m)d\alpha_m.dl \end{aligned} \right\} \quad (2.83)$$

$$\text{onde: } l_1 = -L/2 + (i_b-1)L/n_b \quad (2.84)$$

$$l_f = l_1 + L/n_b \quad (2.85)$$

$$\alpha_{r1} = -\Pi/2p + \alpha_m + (i_d-1)\tau_r - (q-1)\tau_r/2 + (i_q-1)\tau_r + (\tau_p+\tau_b)\tau_r/2 + \Delta l/L + \gamma_1 \quad (2.86)$$

Os outros limites continuam sendo calculados por (2.53), (2.57) e (2.58). Realizando a integração obter-se-á :

$$\lambda(\alpha_m) = p.N_{eb}.R \sum_{i_q=1}^q \sum_{i_d=1(\tau_p+1)}^{\tau_b(\tau_p+\tau_b)} \sum_{i_b=1}^{n_b} \left\{ \begin{aligned} & \int_{l_1}^{l_f} \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr}.B_i/ip \left[ \text{sen}(ip\alpha_{d1}) - \text{sen}(ip\alpha_{r1}) \right] dl + \\ & + \int_{l_1}^{l_f} \sum_{i=1}^{\infty} B_{dr}.B_i/ip \left[ \text{sen}(ip\alpha_{df}) - \text{sen}(ip\alpha_{d1}) \right] dl + \\ & + \int_{l_1}^{l_f} \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr}.B_i/ip \left[ \text{sen}(ip\alpha_{rf}) - \text{sen}(ip\alpha_{df}) \right] dl \end{aligned} \right\} \quad (2.87)$$

Observando que os limites de integração em  $\alpha_m$  contém  $ip.\Delta.l/L$  procede-se à segunda integração e em seguida substitui-se os limites de integração em  $l$  dados por (2.84) e (2.85).

A terminação  $a$  e  $p$  se referem a anterior e posterior no sentido de  $l$  crescente.

$$\begin{aligned}
\lambda(\theta_m) = & - p \cdot N_{eb} \cdot R \sum_{i_q=1}^q \sum_{i_d=1}^{\tau_p(\tau_p+\tau_b)} \sum_{i_b=1}^{n_b} \left\{ \right. \\
& \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i \cdot L / (\Delta \cdot (ip)^2) \left[ \cos(ip\alpha_{dip}) - \cos(ip\alpha_{dia}) \right. \\
& \quad \left. \left. - \cos(ip\alpha_{rip}) + \cos(ip\alpha_{ria}) \right] \right. \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} B_{dr} \cdot B_i \cdot L / (\Delta \cdot (ip)^2) \left[ \cos(ip\alpha_{dfp}) - \cos(ip\alpha_{dfa}) \right. \\
& \quad \left. \left. - \cos(ip\alpha_{dip}) + \cos(ip\alpha_{dia}) \right] \right. \\
& + \left. \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i \cdot L / (\Delta \cdot (ip)^2) \left[ \cos(ip\alpha_{rfp}) - \cos(ip\alpha_{rfa}) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \cos(ip\alpha_{dfp}) + \cos(ip\alpha_{dfa}) \right] \right\} \quad (2.88)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{onde: } \alpha_{ria} = & -\Pi/2p + \alpha_m + (i_d-1)\tau_r - (q-1)\tau_r/2 + (i_q-1)\tau_r \\
& + (\tau_p+\tau_b)\tau_r/2 + \Delta(-1/2 + (i_b-1)/n_b) + \gamma_1 \quad (2.89)
\end{aligned}$$

$$\alpha_{rip} = \alpha_{ria} + \Delta/n_b \quad (2.90)$$

$$\alpha_{dia} = \alpha_{ria} + a/2 \quad (2.91)$$

$$\alpha_{dip} = \alpha_{rip} + a/2 \quad (2.92)$$

$$\alpha_{dfa} = \alpha_{dia} + b \quad (2.93)$$

$$\alpha_{dfp} = \alpha_{dip} + b \quad (2.94)$$

$$\alpha_{rfa} = \alpha_{dfa} + a/2 \quad (2.95)$$

$$\alpha_{rfp} = \alpha_{dfp} + a/2 \quad (2.96)$$

Para a realização da derivação de (2.88) em relação a  $\theta_m$  nota-se que  $\theta_m$  é multiplicado por  $ip$  de forma que haverá uma simplificação deste termo assim como trocará a função cosseno por -seno mantendo o restante com o mesmo aspecto.  $L$  pode ser posto em evidência de forma a obter o seguinte:

$$\begin{aligned}
 d\lambda(\theta)/d\theta_m = p \cdot N_{eb} \cdot R \cdot L & \sum_{i_q=1}^q \tau_b(\tau_p + \tau_b) \sum_{i_d=1(\tau_p+1)}^{\tau_p} \sum_{i_b=1}^{n_b} \left\{ \right. \\
 & \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i / ip \left[ \begin{aligned} & \text{sen}(ip\alpha_{dip}) - \text{sen}(ip\alpha_{dia}) \\ & - \text{sen}(ip\alpha_{rip}) + \text{sen}(ip\alpha_{ria}) \end{aligned} \right] \\
 + \sum_{i=1}^{\infty} B_{dr} \cdot B_i / ip & \left[ \begin{aligned} & \text{sen}(ip\alpha_{dfp}) - \text{sen}(ip\alpha_{dfa}) \\ & - \text{sen}(ip\alpha_{dip}) + \text{sen}(ip\alpha_{dia}) \end{aligned} \right] \\
 + \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i / ip & \left[ \begin{aligned} & \text{sen}(ip\alpha_{rfp}) - \text{sen}(ip\alpha_{rfa}) \\ & - \text{sen}(ip\alpha_{dfp}) + \text{sen}(ip\alpha_{dfa}) \end{aligned} \right] \left. \right\} \quad (2.97)
 \end{aligned}$$

Não foi considerada a possibilidade de número ímpar de blocos pois haveria dificuldade de definir a posição da zona neutra efetiva dos ímãs.

#### 2.4.5- DESALINHAMENTO CONTÍNUO DOS ÍMÃS E RANHURAS INCLINADAS

Será considerado agora o caso de ímãs desalinhados sempre no mesmo sentido com número par e ímpar de blocos.

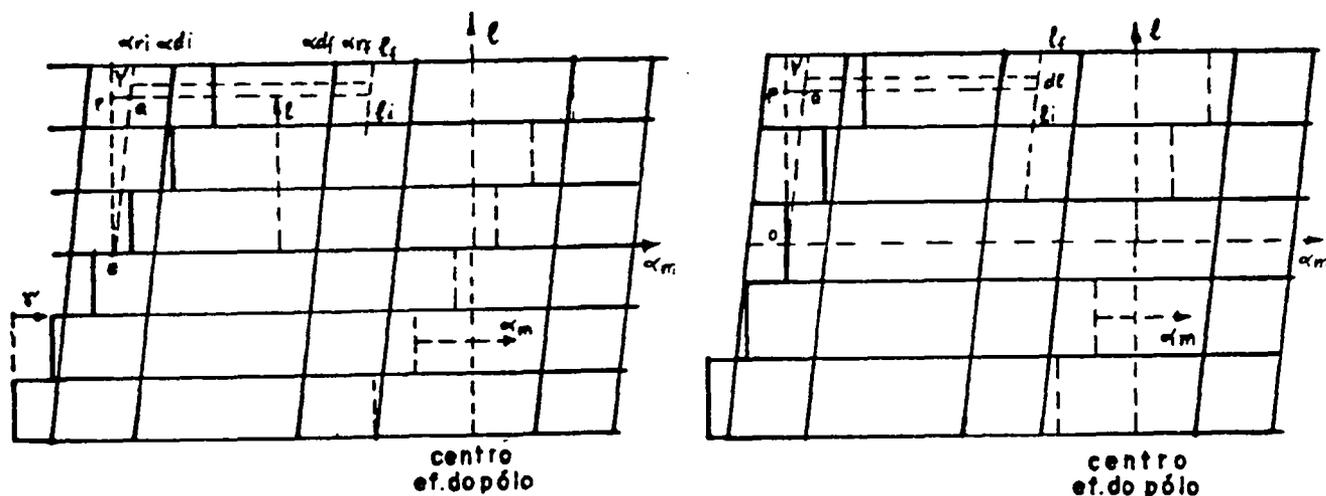


Fig. 2.10 - Ranhuras inclinadas e ímãs deslocados continuamente

O deslocamento dos ímãs é considerado positivo quando o segundo bloco está desalinhado em relação ao primeiro no mesmo sentido em que a ranhura está inclinada. Nota-se que, ao caminhar-se no sentido de  $l$

positivo, a faixa infinitesimal de dente se desloca, a cada bloco de  $\gamma$  no sentido negativo de  $\alpha_m$  logo a contribuição do deslocamento dos ímãs será:

$$\gamma_1 = \left[ (n_b - 1)/2 - (i_b - 1) \right] \gamma \quad (2.98)$$

Por inspeção da fig. 2.10a e 2.10b vê-se que os limites de integração em  $l$  para cada bloco são os mesmos dados por (2.84) e (2.85). Para o cálculo da f.e.m.  $e'(\theta_m)$  usa-se a mesma expressão (2.97) onde os limites de integração são alterados para :

$$\alpha_{r1a} = -\Pi/2p + \theta_m + (i_d - 1)\tau_r - (q - 1)\tau_r/2 + (i_q - 1)\tau_r + (\tau_p - \tau_b)\tau_r/2 + \Delta(-1/2 + (i_b - 1)/2) + \gamma [(n_b - 1)/2 - (i_b - 1)] \quad (2.99)$$

e continuam válidas as eq. (2.90 - 2.96).

#### 2.4.6- DESALINHAMENTO DE ÍMÃS COM RANHURAS NÃO INCLINADAS

Quando a inclinação das ranhuras é nula a eq. 2.97 apresenta indeterminação numérica se bem que o limite (quando  $\Delta$  tende a zero) é finito .

Aproveitando a fig. 2.9 e considerando as ranhuras não inclinadas ( $\Delta = 0$ ) e usando a eq. (2.83) chega-se a:

$$(\alpha_m) = p \cdot N_{eb} \cdot R \sum_{i_q=1}^q \sum_{i_d=1}^{\tau_b(\tau_p + \tau_b)} \sum_{i_b=1}^{n_b} \left\{ \int_{l_i}^{l_f} \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i / ip \left[ \text{sen}(ip\alpha_{d1}) - \text{sen}(ip\alpha_{r1}) \right] dl + \int_{l_i}^{l_f} \sum_{i=1}^{\infty} B_{dr} \cdot B_i / ip \left[ \text{sen}(ip\alpha_{df}) - \text{sen}(ip\alpha_{d1}) \right] dl + \int_{l_i}^{l_f} \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i / ip \left[ \text{sen}(ip\alpha_{rf}) - \text{sen}(ip\alpha_{df}) \right] dl \right\} \quad (2.100)$$

$$\text{onde: } \alpha_{r1} = -\Pi/2p + \theta_m + (i_d - 1)\tau_r - (q - 1)\tau_r/2 + (i_q - 1)\tau_r + (\tau_p - \tau_b)\tau_r/2 + \gamma_1 \quad (2.101)$$

Continuam válidas (2.53), (2.57), (2.58), (2.84-2.85), (2.81), (2.89).

Realizando a integração e sabendo que nenhum termo depende de  $l$  (dentro de um bloco) e usando (2.85) obtém-se :

$$\lambda(\theta_m) = p \cdot N_{eb} \cdot R \cdot L / n_b \sum_{i_q=1}^q \sum_{i_d=1(\tau_p+1)}^{\tau_b(\tau_p+\tau_b)} \sum_{i_b=1}^{n_b} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i / ip \left[ \text{sen}(ip\alpha_{di}) - \text{sen}(ip\alpha_{ri}) \right] \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} B_{dr} \cdot B_i / ip \left[ \text{sen}(ip\alpha_{df}) - \text{sen}(ip\alpha_{di}) \right] \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i / ip \left[ \text{sen}(ip\alpha_{rf}) - \text{sen}(ip\alpha_{df}) \right] \end{aligned} \right. \quad (2.102)$$

Derivando em relação a  $\theta_m$  e sabendo que os limites de integração contém  $ip\theta_m$  obtém-se alguns cancelamentos produzindo :

$$d\lambda(\theta_m)/d\theta_m = p \cdot N_{eb} \cdot R \cdot L / n_b \sum_{i_q=1}^q \sum_{i_d=1(\tau_p+1)}^{\tau_b(\tau_p+\tau_b)} \sum_{i_b=1}^{n_b} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i \left[ \cos(ip\alpha_{di}) - \cos(ip\alpha_{ri}) \right] \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} B_{dr} \cdot B_i \left[ \cos(ip\alpha_{df}) - \cos(ip\alpha_{di}) \right] \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} B_{rr} \cdot B_i \left[ \cos(ip\alpha_{rf}) - \cos(ip\alpha_{df}) \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.103)$$

As f.e.m.s são calculadas conforme já foi visto em (2.73-2.75).

#### 2.4.7 - COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS SIMULADOS E MEDIDOS

Esta metodologia de cálculo foi utilizada em alguns casos e os resultados obtidos foram comparados aos medidos. A fig.2.12 mostra a f.e.m. por fase a 1000 rpm obtida com o protótipo 1 onde as ranhuras são inclinadas de um passo de ranhura e os ímãs são alinhados.

A fig.2.11 compara os resultados simulados e medidos no protótipo 2 (apêndice B) onde as ranhuras são retas e os ímãs são alinhados.

As letras a de cada figura mostram a indução no entreferro desprezando as ranhuras, as b mostram o valor simulado e as c os valores medidos. As escalas não estão iguais pois foram usados equipamentos diferentes para obter as curvas. Nota-se que o modelo acentua o efeito das ranhuras. Isto se deve ao fato de que foi considerada uma mudança em degrau da indução no dente em relação à ranhura. O resultado como um todo é, todavia, bastante satisfatório.

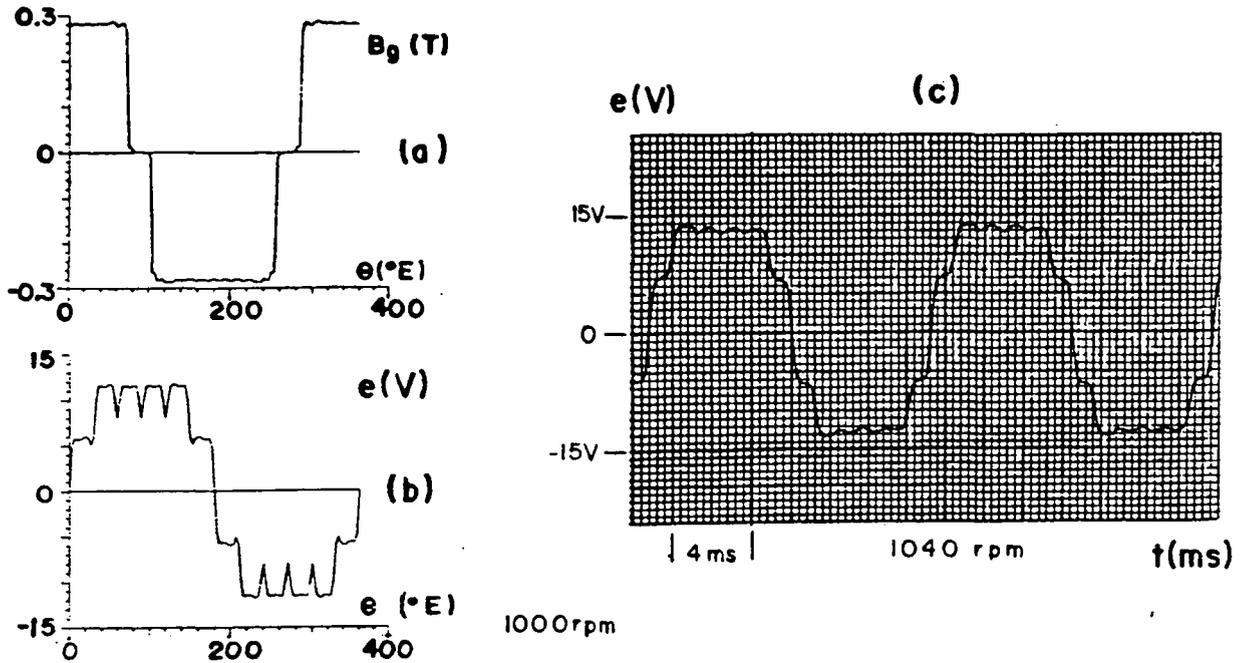


Fig.2.11 - Protótipo 2: a) Indução no entreferro. b) F.e.m. por fase simulada c) F.e.m. medida

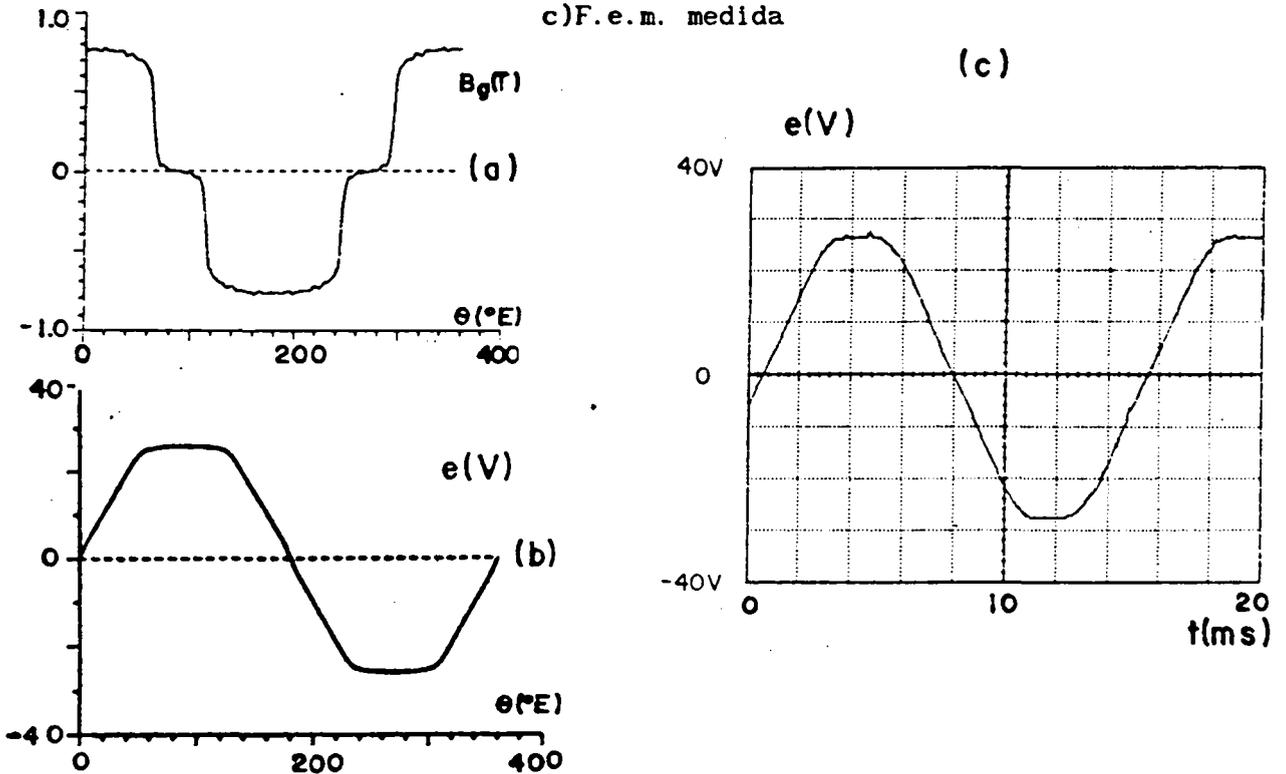


Fig.2.12 - Protótipo 1 a) Indução no entreferro, b) F.e.m. por fase simulada c) F.e.m. por fase medida

## CAPÍTULO 3

## EQUACIONAMENTO DO TORQUE ELETROMAGNÉTICO

## 3.1 - INTRODUÇÃO

O torque de uma máquina elétrica é calculado pela variação da co-energia armazenada no circuito magnético em relação ao deslocamento sob corrente constante. Tal expressão é a mais geral possível e devidamente analisada nos mostra que o torque numa máquina elétrica contém dois componentes:

1. Torque eletromagnético: Devido à reação entre o campo criado pela excitação da máquina e a corrente de armadura .
2. Torque de relutância: Devido à variação da relutância do circuito magnético com o movimento.

A análise do torque eletromagnético criado pela interação entre o fluxo de excitação e a corrente de armadura será feita tomando em conta que o rotor é liso e a armadura tem ranhuras estreitas a ponto de seu efeito ser desprezível ou que os condutores são fixados na superfície interna de um estator sem ranhuras (por exemplo, com resina epóxi).

O torque de relutância é causado pela variação da co-energia em virtude de, a cada posição do rotor, haver relutâncias diferentes que alteram o fluxo total. O rotor tenderá a permanecer nas posições em que o fluxo seja máximo. As variações de relutância podem ser causadas pelo núcleo de ferro do rotor não ser perfeitamente cilíndrico como é o caso da máquina da fig. 1.9.

Como o ímã tem permeabilidade de recuo igual à do ar, à medida em que é aumentado o número de pólos, diminui o efeito das saliências do rotor. As variações de relutância no estator, causadas pelas ranhuras e dentes, produz tantas posições preferenciais quantas forem as ranhuras.

Este fenômeno (cogging), que é facilmente percebido a girar-se o rotor com a máquina desenergizada, será estudado em capítulo à parte. Muitos métodos podem ser utilizados para eliminar esta parcela de torque de forma que o seu valor representará poucos por cento do torque nominal numa máquina bem construída.

### 3.2 - CÁLCULO ANALÍTICO DO TORQUE ELETROMAGNÉTICO

Uma das formas mais usadas para o cálculo do torque eletromagnético é dividir a potência elétrica instantânea (devido à corrente que entra contra a ação da f.e.m.) pela velocidade mecânica do rotor. Isto exige o conhecimento da forma de onda da f.e.m. a vazio e da corrente em cada fase do motor.

O estudo será limitado ao caso em que a corrente é imposta na fase com a sua fundamental em fase com a fundamental da f.e.m. a vazio que é a situação que produz o máximo torque médio por unidade de corrente quando o rotor é liso. Supor-se-á que a corrente apresenta simetria de meia-onda, ou seja, só tenha harmônicas ímpares.

Então para a k-ésima fase tem-se:

$$i_k(t) = \sum_{j=1}^m I_j \cdot \text{sen } j \left[ \omega \cdot t - 2\pi(k-1)/m \right] \quad (3.1)$$

O torque é calculado pela razão entre a potência elétrica interna e a velocidade do eixo.

$$T(t) = 1/\omega_m \sum_{k=1}^m e_k(t) \cdot i_k(t) \quad (3.2)$$

Substituindo (2.17) e (3.1) em (3.2) tem-se:

$$T(t) = 1/\omega_m \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{i=1,3}^{\infty} E_i \cdot \text{sen } i \left[ \omega \cdot t - 2\pi(k-1)/m \right] \cdot \sum_{j=1,3}^{\infty} I_j \cdot \text{sen } j \left[ \omega \cdot t - 2(k-1)/m \right] \right\} \quad (3.3)$$

Esta expressão é válida para qualquer número de pólos e de fases e permite a análise da influência destas grandezas no torque [3,4,5].

Será tomado por simplicidade o ângulo elétrico  $\theta = \omega \cdot t$

$$T(t) = p/\omega \left\{ \sum_{k=1}^m \left[ \sum_{i=1,3}^{\infty} E_i \cdot \text{sen } i \left( \theta - 2\pi(k-1)/m \right) \right] \cdot \left[ \sum_{j=1,3}^{\infty} I_j \cdot \text{sen } j \left( \theta - 2\pi(k-1)/m \right) \right] \right\} \quad (3.4)$$

Realizando as operações e usando uma relação trigonométrica comum chega-se a:

$$T(\theta) = p/(2.\omega) \left\{ \sum_{k=1}^m \sum_{i=1,3}^{\infty} \sum_{j=1,3}^{\infty} E_i \cdot I_j \left[ \cos\left[(i-j)(\theta - 2 \Pi(k-1)/m)\right] - \cos\left[(i+j)(\theta - 2 \Pi(k-1)/m)\right] \right] \right\} \quad (3.5)$$

Todos os termos no desenvolvimento da expressão (3.5) são da seguinte forma:

$$E_i \cdot I_j \cdot \cos [(i \pm j)(\theta - 2 \Pi(k-1)/m)]$$

onde  $(i \pm j)$  é sempre par porque  $i$  e  $j$  são ímpares.

Ao somarmos as parcelas correspondentes das  $m$  fases chega-se às seguintes conclusões:

1. Quando  $(i-j) = 0$  tem-se :

$$\sum_{k=1}^m \left[ \cos(i-j)(\theta - 2 \Pi(k-1)/m) \right] = m \quad (3.6)$$

ou seja ,há uma componente contínua de torque eletromagnético dada por :

$$T_0 = m.p / (2.\omega) \sum_{i=1,3}^{\infty} E_i \cdot I_i \quad (3.7)$$

2. Quando  $(i \pm j)$  é múltiplo de  $m$  tem-se:

$$(i \pm j)/m \cdot 2 \Pi(k-1) = r \cdot 2\Pi \quad (3.8)$$

onde:  $r = 0, 1, 2, 3, 4 \dots$

Assim tem-se todas as componentes com defasagem de  $2.\Pi$  o que resulta numa soma algébrica o que produzirá:

$$\sum_{k=1}^m \cos\left[(i \pm j)(\theta - 2\Pi(k-1)/m)\right] = \sum_{k=1}^m \cos(i \pm j)\theta = m \cdot \cos(i \pm j)\theta \quad (3.9)$$

Assim chega-se finalmente à expressão das harmônicas do torque eletromagnético:

$$T(i \pm j) = m.p / (2.\omega) E_i \cdot I_j \left[ \cos(i-j)\theta - \cos(i+j)\theta \right] \quad (3.10)$$

3. Para os outros casos tem-se sempre parcelas alternadas em cada fase cuja defasagem em relação às demais é  $2\Pi/m$ . Estas defasagens são tais que os fasores correspondentes ( para cada frequência ) formam um polígono fechado tendo portanto soma nula.

Resumindo:

$$T(\theta) = \frac{m p}{2\omega} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} E_i \cdot I_j \left[ Y_{(i-j)} \cos(i-j)\theta - Y_{(i+j)} \cos(i+j)\theta \right] \quad (3.10)$$

$$\text{onde: } Y_{(i \pm j)} = 1 \quad \text{se } (i \pm j)/m = \text{inteiro} \quad (3.11)$$

$$Y_{(i \pm j)} = 0 \quad \text{se } (i \pm j)/m \neq \text{inteiro} \quad (3.12)$$

Se a máquina é trifásica obtém-se torque quando:

$$(i \pm j) = 0, 6, 12, 18, 24 \dots \quad (3.13)$$

Vê-se portanto que a harmônica elétrica de torque mais baixa terá a frequência igual a seis (6) vezes a frequência de alimentação do estator. Isto representa um harmônico mecânico de ordem igual a 6 vezes o número de pares de pólos da máquina.

No caso do protótipo 1 em que  $p = 4$  a harmônica mecânica de menor ordem é a vigésima quarta.

Para simplificar mais as equações vamos levar em conta que as máquinas estão ligadas em estrela sem neutro portanto não se pode impor harmônicas de corrente múltiplas de 3.

Deste modo as harmônicas multiplas de 3 da f.e.m. não conseguirão produzir nenhuma harmônica de torque portanto não as consideraremos nas equações abaixo.

A tab. 3 mostra diversas combinações das harmônicas de f.e.m. e de corrente para produzir as harmônicas de torque. No sentido horizontal variam a ordem das harmônicas de corrente(j) e no sentido vertical as harmonicas de f.e.m. (i) enquanto dentro da tabela aparecem a ordem das harmônicas de torque eletromagnético.

Da inspeção da Tab.3 ou usando as eq.(3.11-3.13) chega-se às expressões do torque médio e de cada harmônica de torque às quais já haviam chegado [3,21,32] .

$$T_0 = \frac{3}{2 \cdot \omega_m} \left[ E_1 I_1 + E_5 I_5 + E_7 I_7 + E_{11} I_{11} + E_{13} I_{13} + \dots \right] \quad (3.14)$$

i j	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
1	0	•	-6	6	•	-12	12	•	-18	18	•	-24	24	•	-30
3	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
5	-6	•	0	-12	•	6	-18	•	-12	24	•	18	-30	•	24
7	6	•	-12	0	•	-18	6	•	-24	12	•	-30	18	•	-36
9	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
11	-12	•	6	-18	•	0	-24	•	6	-30	•	12	-36	•	18
13	12	•	-18	6	•	-24	0	•	-30	6	•	-36	12	•	-42
15	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
17	-18	•	12	-24	•	6	30	•	0	-36	•	6	-42	•	12
19	18	•	-24	12	•	-30	6	•	-36	0	•	-42	6	•	-48
21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
23	-24	•	18	-30	•	12	-36	•	6	-42	•	0	-48	•	6
25	24	•	-30	18	•	-36	12	•	-42	6	•	-48	0	•	-54
27	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
29	-30	•	24	-36	•	18	-42	•	12	-48	•	6	-54	•	0
31	30	•	36	24	•	-42	18	•	-48	12	•	-54	6	•	-60
33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
35	-36	•	30	-42	•	24	-48	•	18	-54	•	12	-60	•	6
37	36	•	-42	30	•	-48	24	•	-54	18	•	-60	12	•	-66

Tab.3- Relação entre harmônicas de f.e.m., de corrente e de torque

As harmônicas genéricas são obtidas por:

$$T_{(x\theta)} = 3/(2 \cdot \omega_m) \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} E_i I_j \Big|_{(i-j)=x} - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} E_i I_j \Big|_{(i+j)=x} \right\} \quad (3.15)$$

Como seria infinito o número de equações deve-se limitá-lo levando em conta que :

1. As harmônicas de alta ordem de f.e.m. geralmente são muito pequenas.
2. As harmônicas de alta ordem de corrente não são realizáveis pelo inversor de tensão devido às indutâncias do motor e à frequência máxima de chaveamento própria das chaves.
3. As harmônicas de alta ordem no torque são filtradas pela inércia do conjunto motor-carga.

Logo a equação matricial do torque fica:

$$\begin{bmatrix} T_0 \\ T_6 \\ T_{12} \\ T_{18} \\ T_{24} \\ T_{30} \\ T_{36} \end{bmatrix} = \frac{1.5}{\omega} \begin{bmatrix} E_1 & E_5 & E_7 & E_{11} & E_{13} & E_{17} \\ E_7 - E_6 & E_{11} - E_1 & E_{13} + E_1 & E_{17} + E_5 & E_{19} + E_7 & E_{23} + E_{11} \\ E_1 - E_{11} & E_{17} - E_7 & E_{19} - E_5 & E_{23} - E_1 & E_{25} + E_1 & E_{29} + E_5 \\ E_{19} - E_{17} & E_{23} - E_{13} & E_{25} - E_{11} & E_{29} - E_7 & E_{31} - E_5 & E_{35} - E_1 \\ E_{25} - E_{23} & E_{29} - E_{19} & E_{31} - E_{17} & E_{35} - E_{13} & E_{37} - E_{11} & E_{41} - E_7 \\ E_{31} - E_{29} & E_{35} - E_{25} & E_{37} - E_{23} & E_{41} - E_{19} & E_{43} - E_{17} & E_{47} - E_{13} \\ E_{37} - E_{35} & E_{41} - E_{31} & E_{43} - E_{29} & E_{47} - E_{25} & E_{49} - E_{23} & E_{53} - E_{19} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_5 \\ I_7 \\ I_{11} \\ I_{13} \\ I_{17} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

A eq. (3.16) pode ser escrita mais abreviadamente assim:

$$[T] = [F][I] \quad (3.17)$$

A fig.3.1 abaixo mostram as formas de onda de f.e.m. e do torque impondo uma corrente senoidal perfeita em fase com a fundamental de f.e.m. onde se vê também a análise harmônica da f.e.m. e do torque.

Na fig.3.1a tem-se as formas de onda de f.e.m. e corrente onde o eixo das abscissas está marcado em graus elétricos assim como na fig.3.1c. Na fig.3.1d as harmônicas de torque estão desenhadas tomando a 6ª harmônica como fundamental. Na verdade a 6ª harmônica de torque vale poucos por cento do torque médio.

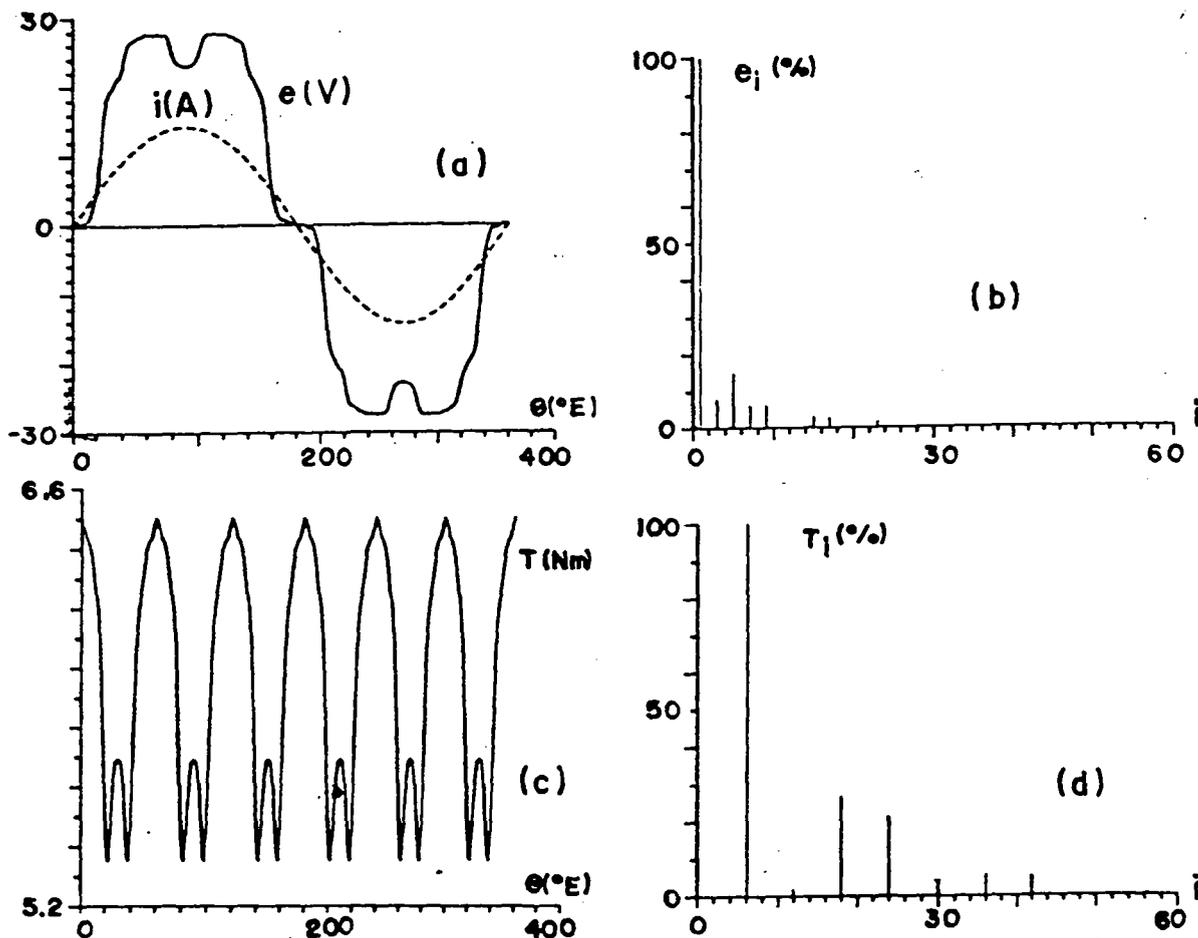


Fig.3.1 - Forma de onda de f.e.m. e de torque eletromagnético com as respectivas análises harmônicas .

## CAPÍTULO 4

## ANÁLISE DO TORQUE DE RELUTÂNCIA

## 4.1 - INTRODUÇÃO

O torque de relutância é aquele criado pela alteração da relutância do circuito magnético da máquina em função da posição do rotor. Ele pode ser gerado por alterações na superfície do rotor tal como acontece nas máquinas de pólos salientes assim como irregularidades na superfície do estador criadas pelos dentes e ranhuras .

O efeito dos pólos salientes no rotor não é muito prejudicial pois sua contribuição é praticamente a de aumentar ou diminuir o torque médio de uma máquina síncrona para um dado ângulo de carga. No caso de máquinas síncronas a ímãs permanentes superficiais, devido à permeabilidade do ímã ser praticamente igual à do ar (ferrites e terras raras), o efeito das saliências é praticamente desprezível mesmo nas máquinas com o núcleo do rotor não perfeitamente cilíndrico. Isto já foi comentado no capítulo 1.

O mais prejudicial, em termos de servo-motores, é o torque de relutância devido aos dentes e ranhuras do estador. Isto causa uma mudança de relutância e conseqüentemente de energia magnética armazenada na máquina. Tal fenômeno é facilmente sentido quando se gira o rotor manualmente com a armadura desexcitada. Haverá tantas posições preferenciais do rotor quantos forem os dentes do estador. Daí se originou o nome de 'cogging torque' (cog = roda dentada).

Este fenômeno é bastante incômodo quando se quer um movimento suave nas baixas velocidades obrigando o regulador de velocidade a atuar firmemente para manter a velocidade constante.

Este fenômeno é praticamente independente da corrente de armadura e será estudado separadamente do torque eletromagnético.

## 4.2 - CÁLCULO NUMÉRICO DO TORQUE DE RELUTÂNCIA

O cálculo de torque é feito pela derivada parcial da co-energia armazenada no campo magnético em relação deslocamento [13,14,17]

Devido às dificuldades inerentes de cálculo de campo em meio saturado de geometria complexa o estudo será restringido aos casos em que o estado de saturação dos dentes seja suficientemente fraco de modo a que se possa considerar o ferro com relutância desprezível.

Será então considerada apenas a co-energia armazenada no entreferro defronte os dentes e, em menor proporção, defronte as ranhuras do estator [5,33]. Para achar a co-energia (ou energia, já que o sistema é considerado linear ) deve-se integrar a densidade volumétrica de co-energia em todo o volume do entreferro, sob os dentes e sob as ranhuras.

$$w = \int_0^B H \cdot dB \quad (4.1)$$

onde:  $w$  = densidade volumétrica de co-energia

Num sistema linear com permeabilidade constante  $\mu_0$  tem-se:

$$H = B / \mu_0 \quad (4.2)$$

Assim

$$w = B^2 / (2 \mu_0) \quad (4.3)$$

Integrando tem-se :

$$W = \int_V B^2 / (2 \mu_0) \, dV \quad (4.4)$$

onde:  $W$  = energia ou co-energia armazenada num volume  $V$  (J)

Para achar os limites desta integração deve-se examinar caso a caso para verificar a posição do elemento de integração em relação aos ímãs.

#### 4.2.1 -RANHURAS INCLINADAS E ÍMÃS DESALINHADOS ALTERNADAMENTE

A fig.4.1 mostra um motor a ímãs planificado onde tem-se ranhuras inclinadas e blocos de ímãs deslocados alternadamente.

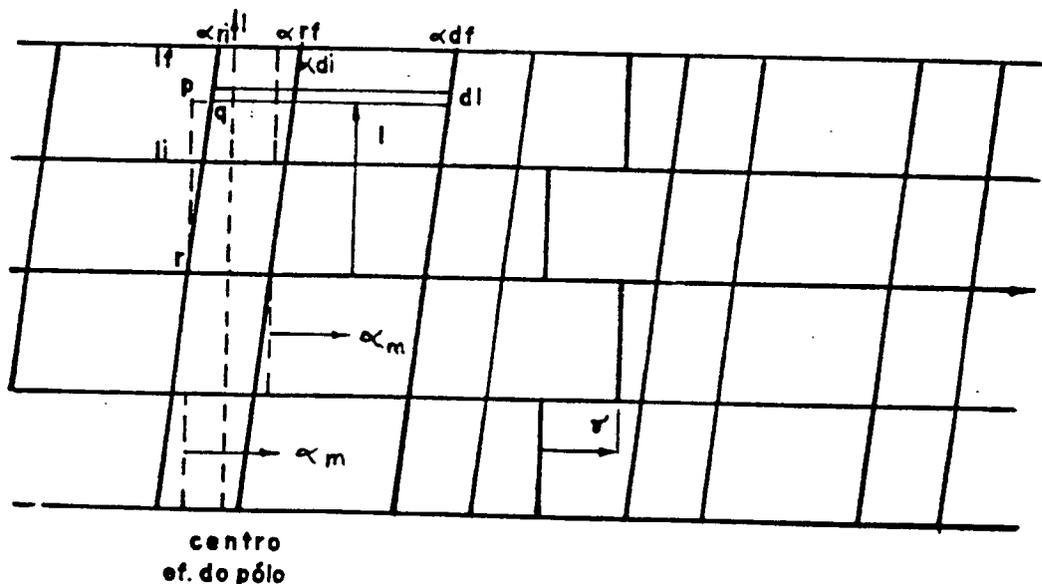


Fig.4.1 - Torque de relutância em ranhuras inclinadas e rotor com ímãs deslocados alternadamente

O cálculo da energia armazenada será feita por integração da energia armazenada por faixas de comprimento infinitesimal cuja posição em relação aos ímãs varia ao longo do comprimento axial do motor. A largura da faixa corresponde a largura de uma ranhura mais a largura de um dente e os seus limites são mostrados mais abaixo.

Só será considerado número par de blocos pois em caso contrário a zona neutra efetiva não tem uma posição facilmente definida. O diferencial de volume, já considerando as ranhuras inclinadas, é dado por:

$$dV = g.R.d\alpha_m.dl \quad (4.5)$$

Para achar a energia armazenada devido a uma faixa infinitesimal sobre um conjunto dente-ranhura usa-se:

$$dW_1 = \int_{\alpha_{r1}}^{\alpha_{rf}} B_{rr} \cdot B(\alpha_m)^2 / (2 \cdot \mu_0) \cdot g.R.d\alpha_m.dl + \int_{\alpha_{d1}}^{\alpha_{df}} B_{dr} \cdot B(\alpha_m)^2 / (2 \cdot \mu_0) \cdot g.R.d\alpha_m.dl \quad (4.6)$$

onde:  $\alpha_{r1}, \alpha_{rf}$  = limites inicial e final da ranhura

$\alpha_{d1}, \alpha_{df}$  = limites inicial e final do dente.

$dW_1$  = energia armazenada na faixa infinitesimal

$B_{dr}, B_{rr}$  = induções relativas defronte o dente e defronte a ranhura

É feita uma correção dos limites dos dentes e ranhuras conforme sugerido por [33] para levar em conta o espraiamento.

$$b_t' = b_t + g \quad (4.7)$$

$$a_s' = a_s - g \quad (4.8)$$

Transformando para ângulo mecânico tem-se:

$$b = b_t' / R \quad (4.9)$$

$$a = a_s' / R \quad (4.10)$$

Levando em consideração a inclinação da ranhura vê-se que isto provoca um avanço dos limites do conjunto dente-ranhura para o sentido positivo de  $\alpha_m$  de um valor  $\Delta l/L$ .

Com relação ao deslocamento alternado dos ímãs, tomando  $\gamma$  como positivo (conforme convenção no capítulo 2) vemos que os blocos ímpares causam um avanço dos limites de integração no sentido positivo de  $\alpha_m$  de um valor igual a  $\gamma/2$ . Assim a contribuição do deslocamento dos ímãs será:

$$\gamma_1 = (-1)^{(i_b+1)} \cdot \gamma/2 \quad (4.11)$$

onde:  $i_b$  é o índice dos blocos de ímãs no sentido de  $l$  crescente.

Será considerado  $\theta_m = 0$  quando o centro de um pólo confrontar com o centro de uma ranhura tendo-se então:

$$\alpha_{ri} = \theta_m - a/2 + \Delta l/L + \gamma_1 \tag{4.12}$$

$$\alpha_{rf} = \alpha_{ri} + a \tag{4.13}$$

$$\alpha_{di} = \alpha_{rf} \tag{4.14}$$

$$\alpha_{df} = \alpha_{di} + b \tag{4.15}$$

Para considerar todos os dentes do estator e todos os blocos de ímãs deve-se porceder um somatório sob todos os dentes e todos os blocos.

$$W = p / (2 \cdot \mu_0) \left\{ \sum_{i_b=1}^{n_b} \sum_{i_d=1}^{n_d/p} \left[ \int_{l_i}^{l_f} \int_{\alpha_{ri}}^{\alpha_{rf}} (B_{rr} \cdot B(\alpha_m))^2 \cdot g \cdot R \cdot d\alpha_m \cdot dl + \int_{l_i}^{l_f} \int_{\alpha_{di}}^{\alpha_{df}} (B_{dr} \cdot B(\alpha_m))^2 \cdot g \cdot R \cdot d\alpha_m \cdot dl \right] \right\} \tag{4.16}$$

onde:  $\alpha_{ri} = \theta_m - a/2 + \Delta l/L + \gamma_1 + (i_d - 1) \alpha_r$  (4.17)

$\alpha_{rf}, \alpha_{di}, \alpha_{df}$  são dados por (4.13-4.15)

$$l_i = -L/2 + (i_b - 1) \cdot L/n_b \tag{4.18}$$

$$l_f = l_i + L/n_b \tag{4.19}$$

Será analisado agora o caso de ímãs deslocados continuamente com um número par e ímpares de blocos.

4.2.2- RANHURAS INCLINADAS E ÍMÃS DESALINHADOS CONTINUAMENTE

Será agora considerado o caso em que os ímãs são desalinhados sempre no mesmo sentido ao longo do comprimento axial do rotor.

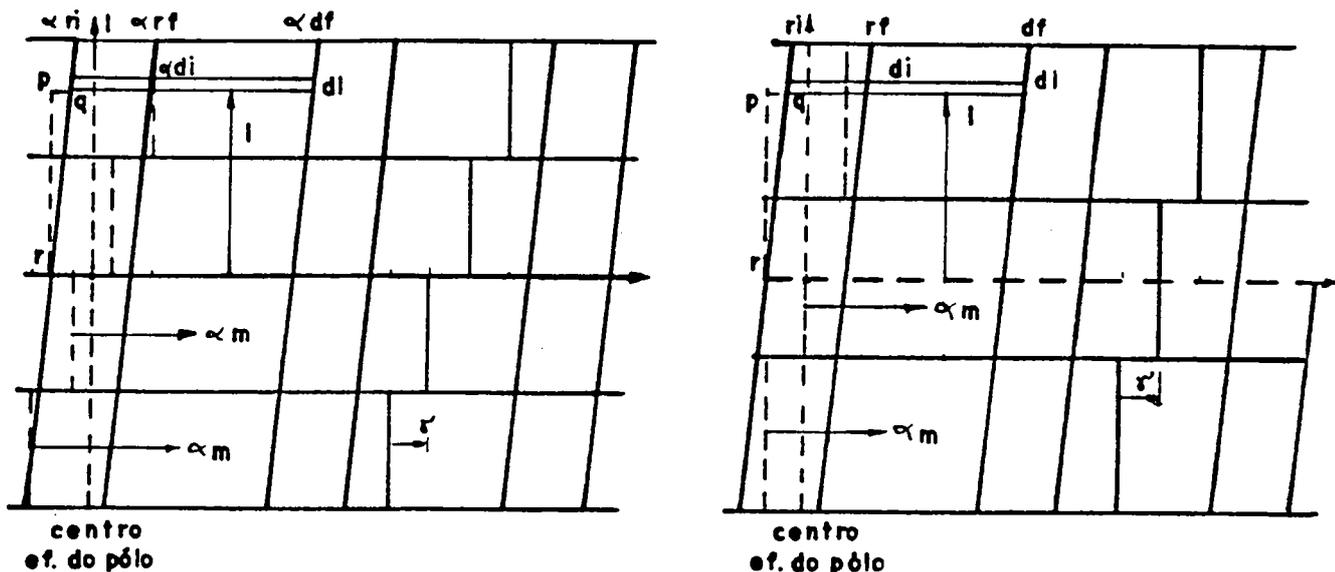


Fig.4.2 - Torque de relutância em ranhuras inclinadas e rotor com ímãs deslocados continuamente : a) número par de blocos, b) número ímpar de blocos

Desta feita, por inspeção visual da fig. 4.2, vê-se que a contribuição do desalinhamento dos ímãs nos limites de integração é o deslocamento da faixa infinitesimal no sentido negativo de  $\alpha_m$  de um valor  $\gamma$  a cada bloco que se percorre quando se caminha no sentido positivo de  $l$ . No primeiro bloco há um avanço da faixa infinitesimal no sentido positivo de  $\alpha_m$  de um valor  $\gamma (n_b - 1)/2$  de modo que a contribuição genérica para cada bloco será :

$$\gamma_1 = \gamma (n_b - 1)/2 - \gamma (l_b - 1) \quad (4.20)$$

Desta forma a única diferença entre os limites de integração para o deslocamento alternado e contínuo é o valor de  $\gamma_1$  portanto de ora em diante o equacionamento será comum aos dois casos.

Conforme já foi mencionado no capítulo 2 a indução no entreferro (com estator liso) pode ser representada por uma série de cossenos se o eixo de  $\alpha_m = 0$  for colocado no centro do pólo.

$$B(\alpha_m) = \sum_{i=1}^{\infty} B_i \cdot \cos(ip \alpha_m) \quad (4.21)$$

Se os pólos são iguais entre si a série só contém harmônicas ímpares e o cálculo pode ser feito sob um pólo e o resultado multiplicado pelo número de pólos.

Substituindo (4.21) em (4.16) obtém-se:

$$W = p \cdot g \cdot R / (2 \cdot \mu_0) \left\{ \sum_{b=1}^{n_b} \sum_{d=1}^{n_d/p} \left\{ \int_{l_i}^{l_f} \int_{\alpha_{r1}}^{\alpha_{rf}} B_{rr}^2 \left[ \sum_{i=1}^{\infty} B_i \cdot \cos(ip \alpha_m) \right]^2 \cdot d\alpha_m \cdot dl \right. \right. \\ \left. \left. + \int_{l_i}^{l_f} \int_{\alpha_{d1}}^{\alpha_{df}} B_{dr}^2 \left[ \sum_{i=1}^{\infty} B_i \cdot \cos(ip \alpha_m) \right]^2 \cdot d\alpha_m \cdot dl \right\} \right\} \quad (4.22)$$

Realizando o quadrado da série, as integrações, usando (4.19), pondo  $L$  em evidência e criando outros limites de integração com os sufixos  $a$  e  $p$  para designar anterior e posterior no sentido de  $l$  crescente tem-se:

$$\begin{aligned}
W = p \cdot g \cdot R \cdot L / (2 \cdot \mu_0) & \left\{ \sum_{i_b=1}^{n_b} \sum_{i_d=1}^{n_d/p} \left\{ \right. \right. \\
& B_{rr}^2 \left[ \sum_{i=1} B_i^2 \left[ a/2n_b - \cos(2i\alpha_{rfp}) / (8i^2 p^2 \Delta) + \cos 2i\alpha_{rfa} / (8i^2 p^2 \Delta) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos(2i\alpha_{rip}) / (8i^2 p^2 \Delta) - \cos 2i\alpha_{ria} / (8i^2 p^2 \Delta) \right] \right. \\
& + \sum_{i=1} \sum_{j=i+1} B_i B_j / (p^2 \Delta) \left[ -\cos(i-j)\alpha_{rfp} / (i-j)^2 + \cos(i-j)\alpha_{rfa} / (i-j)^2 \right. \\
& \quad + \cos(i-j)\alpha_{rip} / (i-j)^2 - \cos(i-j)\alpha_{ria} / (i-j)^2 \\
& \quad - \cos(i+j)\alpha_{rfp} / (i+j)^2 + \cos(i+j)\alpha_{rfa} / (i+j)^2 \\
& \quad \left. \left. + \cos(i+j)\alpha_{rip} / (i+j)^2 - \cos(i+j)\alpha_{ria} / (i+j)^2 \right] \right] + \\
& B_{dr}^2 \left[ \sum_{i=1} B_i^2 \left[ a/2n_b - \cos(2i\alpha_{dfp}) / (8i^2 p^2 \Delta) + \cos 2i\alpha_{dfa} / (8i^2 p^2 \Delta) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos(2i\alpha_{dip}) / (8i^2 p^2 \Delta) - \cos 2i\alpha_{dia} / (8i^2 p^2 \Delta) \right] \right. \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} B_i B_j / (p^2 \Delta) \left[ -\cos(i-j)\alpha_{dfp} / (i-j)^2 + \cos(i-j)\alpha_{dfa} / (i-j)^2 \right. \\
& \quad + \cos(i-j)\alpha_{dip} / (i-j)^2 - \cos(i-j)\alpha_{dia} / (i-j)^2 \\
& \quad - \cos(i+j)\alpha_{dfp} / (i+j)^2 + \cos(i+j)\alpha_{dfa} / (i+j)^2 \\
& \quad \left. \left. + \cos(i+j)\alpha_{dip} / (i+j)^2 - \cos(i+j)\alpha_{dia} / (i+j)^2 \right] \right] \left. \right\} \quad (4.23)
\end{aligned}$$

$$\text{onde: } \alpha_{ria} = \theta_m - a/2 + \Delta (-1/2 + (i_b - 1)/n_b) + \gamma_1 + (i_d - 1)\tau_r \quad (4.24)$$

$$\alpha_{rip} = \alpha_{ria} + \Delta/n_b \quad (4.25)$$

$$\alpha_{rfa} = \alpha_{ria} + b \quad (4.26)$$

$$\alpha_{rfp} = \alpha_{rfa} + \Delta/n_b \quad (4.27)$$

$$\alpha_{dia} = \alpha_{ria} + a \quad (4.28)$$

$$\alpha_{dip} = \alpha_{dia} + \Delta/n_b \quad (4.29)$$

$$\alpha_{dfa} = \alpha_{dia} + b \quad (4.30)$$

$$\alpha_{dfp} = \alpha_{dfa} + \Delta/n_b \quad (4.31)$$

Para calcular o torque de relutância deriva-se em relação ao deslocamento que é representado por  $\theta_m$ .

$$\begin{aligned}
T_c(\theta_m) = p.g.R.L/(2.\mu_0) & \left\{ \sum_{i_b=1}^{n_b} \sum_{i_d=1}^{n_d/p} \left\{ \right. \right. \\
& B_{rr}^2 \left[ \sum_{i=1}^{\infty} B_i^2/(4ip\Delta) \right. \\
& \quad \left. \left[ \begin{aligned} & \text{sen}(2ip\alpha_{rfp}) - \text{sen}2ip\alpha_{rfa} \\ & - \text{sen}(2ip\alpha_{rip}) + \text{sen}2ip\alpha_{ria} \end{aligned} \right] \right. \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} B_i B_j / (\Delta p(i-j)) \left[ \begin{aligned} & \text{sen}(i-j)p\alpha_{rfp} - \text{sen}(i-j)p\alpha_{rfa} \\ & - \text{sen}(i-j)p\alpha_{rip} + \text{sen}(i-j)p\alpha_{ria} \end{aligned} \right] \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} B_i B_j / (\Delta p(i+j)) \left[ \begin{aligned} & \text{sen}(i+j)p\alpha_{rfp} - \text{sen}(i+j)p\alpha_{rfa} \\ & - \text{sen}(i+j)p\alpha_{rip} + \text{sen}(i+j)p\alpha_{ria} \end{aligned} \right] \left. \right] \\
& + B_{dr}^2 \left[ \sum_{i=1}^{\infty} B_i^2/(4ip\Delta) \right. \\
& \quad \left. \left[ \begin{aligned} & \text{sen}(2ip\alpha_{dfp}) - \text{sen}2ip\alpha_{dfa} \\ & - \text{sen}(2ip\alpha_{dip}) + \text{sen}2ip\alpha_{dia} \end{aligned} \right] \right. \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} B_i B_j / (\Delta p(i-j)) \left[ \begin{aligned} & \text{sen}(i-j)p\alpha_{dfp} - \text{sen}(i-j)p\alpha_{dfa} \\ & - \text{sen}(i-j)p\alpha_{dip} + \text{sen}(i-j)p\alpha_{dia} \end{aligned} \right] \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} B_i B_j / (\Delta p(i+j)) \left[ \begin{aligned} & \text{sen}(i+j)p\alpha_{dfp} - \text{sen}(i+j)p\alpha_{dfa} \\ & - \text{sen}(i+j)p\alpha_{dip} + \text{sen}(i+j)p\alpha_{dia} \end{aligned} \right] \left. \right] \left. \right\} \quad (4.32)
\end{aligned}$$

#### 4.2.3- RANHURAS RETAS E ÍMÃS DESALINHADOS

Esta expressão não pode ser usada para o caso de ranhuras retas ( $\Delta = 0$ ) pois causa indeterminação numérica embora o limite, quando  $\Delta$  tende a zero, é finito. Para o caso de ranhura reta as alterações começam na eq.(4.17) onde  $\Delta$  é feito igual a zero dando:

$$\alpha_{ri} = \theta_m - a/2 + \gamma_1 + (i_d - 1)\tau_r \quad (4.30)$$

Ainda continuam válidas as eq.(4.13- 15) e(4.18- 19).

Sabendo que os limites em  $\alpha_m$  não dependem de  $l$  pode-se aproveitar o equacionamento anterior a partir da eq.(4.22) e colocar  $L/n_b$  em evidência.

$$\begin{aligned}
W(\theta_m) = & \text{p.g.R.L}/(2 \cdot n_b \cdot \mu_0) \left\{ \sum_{i_b=1}^{n_b} \sum_{i_d=1}^{n_d/p} \right. \\
& \left\{ B_{rr}^2 \left[ \sum_{i=1}^{\infty} B_i^2 \left[ a/2 + \frac{\text{sen}(2ip\alpha_{rf})}{4ip} - \frac{\text{sen}(2ip\alpha_{r1})}{4ip} \right] + \right. \right. \\
& \left. \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} B_i B_j / p \left[ \frac{\text{sen}(i-j)p\alpha_{rf}}{(i-j)} - \frac{\text{sen}(i-j)p\alpha_{r1}}{(i-j)} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\text{sen}(i+j)p\alpha_{rf}}{(i+j)} - \frac{\text{sen}(i+j)p\alpha_{r1}}{(i+j)} \right] \right\} \\
& + B_{dr}^2 \left[ \sum_{i=1}^{\infty} B_i^2 \left[ b/2 + \frac{\text{sen}(2ip\alpha_{df})}{4ip} - \frac{\text{sen}(2ip\alpha_{d1})}{4ip} \right] \right. \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} B_i B_j / p \left[ \frac{\text{sen}(i-j)p\alpha_{df}}{(i-j)} - \frac{\text{sen}(i-j)p\alpha_{d1}}{(i-j)} \right. \\
& \left. \left. + \frac{\text{sen}(i+j)p\alpha_{df}}{(i+j)} - \frac{\text{sen}(i+j)p\alpha_{d1}}{(i+j)} \right] \right\} \left. \right\} \quad (4.34)
\end{aligned}$$

Derivando em relação a  $\theta_m$  obtém-se o torque de relutância.

$$\begin{aligned}
T_c(\theta_m) = & \text{p.g.R.L}/(2 \cdot n_b \cdot \mu_0) \left\{ \sum_{i_b=1}^{n_b} \sum_{i_d=1}^{n_d/p} \right. \\
& \left\{ B_{rr}^2 \left[ \sum_{i=1}^{\infty} B_i^2 / 2 \left[ \cos(2ip\alpha_{rf}) - \cos(2ip\alpha_{r1}) \right] \right. \right. \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} B_i B_j / p \left[ \frac{\cos(i-j)p\alpha_{rf}}{(i-j)} - \frac{\cos(i-j)p\alpha_{r1}}{(i-j)} \right. \\
& \left. \left. + \frac{\cos(i+j)p\alpha_{rf}}{(i+j)} - \frac{\cos(i+j)p\alpha_{r1}}{(i+j)} \right] \right\} \\
& + B_{dr}^2 \left[ \sum_{i=1}^{\infty} B_i^2 / 2 \left[ \cos(2ip\alpha_{df}) - \cos(2ip\alpha_{d1}) \right] \right. \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} B_i B_j / p \left[ \frac{\cos(i-j)p\alpha_{df}}{(i-j)} - \frac{\cos(i-j)p\alpha_{d1}}{(i-j)} \right. \\
& \left. \left. + \frac{\cos(i+j)p\alpha_{df}}{(i+j)} - \frac{\cos(i+j)p\alpha_{d1}}{(i+j)} \right] \right\} \left. \right\} \quad (4.35)
\end{aligned}$$

Usando o método apresentado ou calculando por elementos finitos através do tensor de Maxwell ou variação de energia [23] vê-se que a curva de torque de relutância (cogging) tem simetria ímpar se  $\theta_m = 0$  for escolhido quando o centro do pólo estiver defronte o centro de uma ranhura ou de um dente. Em função disto, para diminuir o tempo de cálculo, pode-se varrer  $\theta_m$  durante a metade de um passo de ranhura e depois rebater o simétrico da curva para obter o restante da mesma.

#### 4.3 - CÁLCULO ANALÍTICO SIMPLIFICADO

Nas máquinas com ímãs magnetizados radialmente ( que produzem uma indução retangular no entreferro ), com ranhuras retas, pode-se calcular analiticamente o torque de relutância desde que seja possível desprezar o fluxo defronte as ranhuras e que a energia magnética esteja armazenada fundamentalmente no entreferro. Esta análise dá uma visão muito melhor do fenômeno e permite avaliar o resultado do cálculo numérico. Seja  $\theta_m = 0$  quando o centro do pólo confronta o centro de uma ranhura.

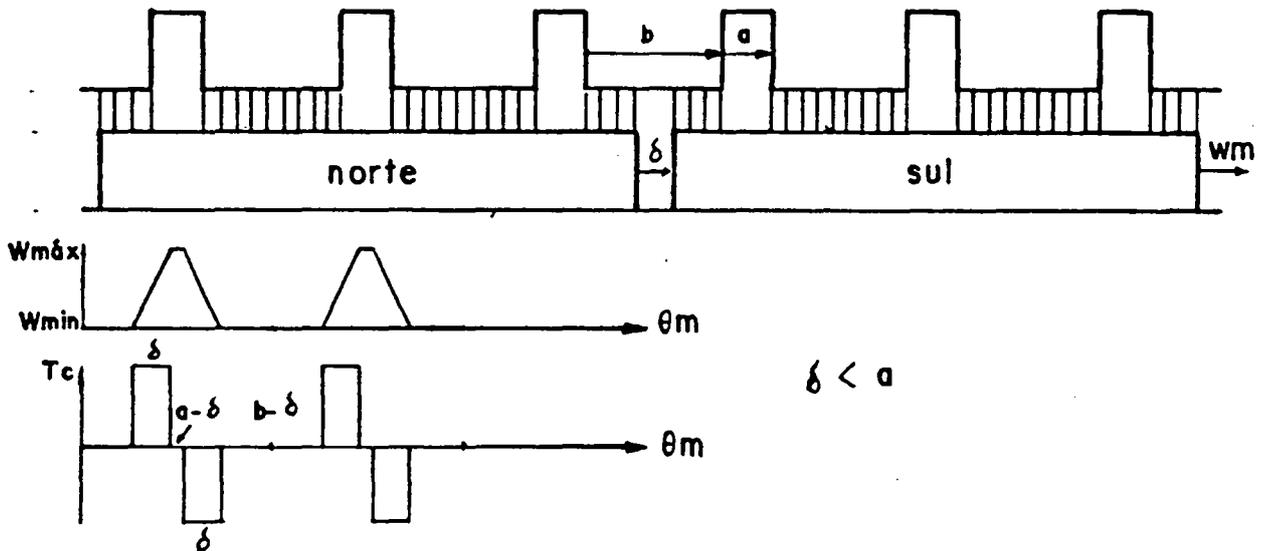


Fig.4.3 - Cálculo analítico do torque de relutância

Seja  $\delta$  a diferença entre a largura do ímã e o menor número inteiro de passos de ranhura que é superior à largura do ímã. Nos exemplos mostrados corresponde também à diferença entre a largura do ímã e o passo polar.

$$\delta = k \cdot \tau_r - \beta \Pi \quad (4.36)$$

onde:  $k$  é o menor inteiro que torna o resultado positivo.

À medida em que o rotor se movimenta ( no sentido horário no

exemplo ) vê-se que o fluxo permanece constante sob os dentes que estão na região central do ímã porém nos cantos dos mesmos há variação do fluxo proporcional à variação da área confrontada entre o ímã e os dentes.

Uma maneira fácil de visualizar as variações de energia é usar uma tira de papel com os pólos desenhados sobre a mesma, movimentá-la no sentido indicado e simultaneamente realizar um gráfico com as variações observadas .

Quando a energia cresce (pelo aumento da área) o torque é positivo. Para calcular o torque interessa apenas a variação da energia armazenada e o ângulo durante o qual houve a variação portanto tem-se:

$$T_c = ( 2p.B_g^2.g.L.R/(2.\mu_0) . d \alpha_m ) / d \theta_m \quad (4.37)$$

onde:  $\alpha_m$  é igual a  $\theta_m$  a menos de constantes que dependem do dente em questão.

Portanto a derivação resulta:

$$T_c = 2p.B_g^2.g.L.R / (2.\mu_0) \quad (4.38)$$

onde :  $T_c$  é o valor de pico do pulso de torque de relutância.

Variando-se a largura do ímã pode-se observar as relações entre a largura do pulso de torque de relutância ( $\xi$ ) e a sua posição dentro do ciclo. Vejam-se as fig.4.3 e fig.4.4.

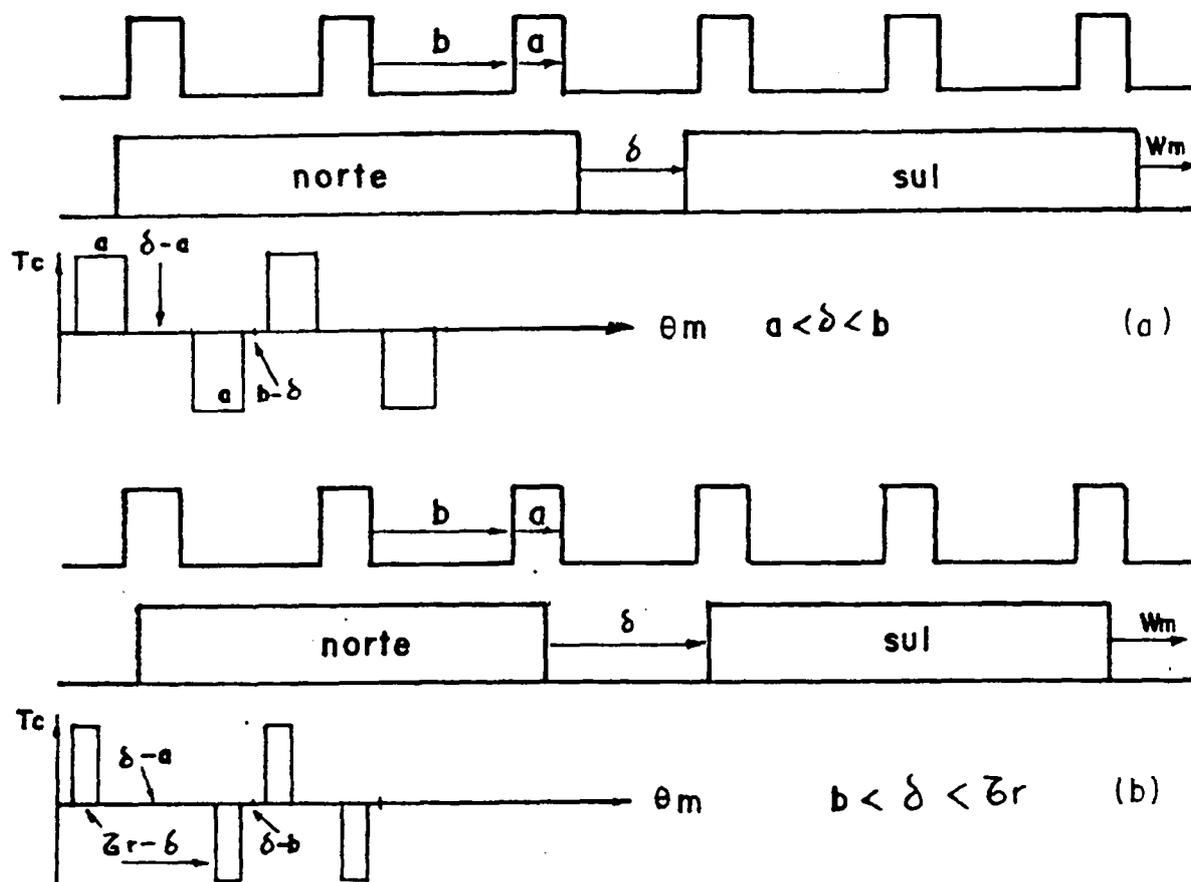


Fig.4.4 - Torque de relutância para várias larguras de ímãs

Examinando-se as três figuras nota-se que a máxima energia armazenada ocorre quando o espaço interpolar se confronta com uma ranhura e que esta duração ( $\nu$ ) é ditada por:

$$\nu_{\max} = | \delta - a | \quad (4.39)$$

Da mesma forma a energia armazenada será mínima quando a região interpolar estiver sob um dente e a duração deste intervalo ( $\nu$ ) será:

$$\nu_{\min} = | \delta - b | \quad (4.40)$$

Quando a largura do ímã é alterada, nota-se que os pulsos de torque de relutância se deslocam dentro do ciclo variando a sua largura. A maior largura de pulso de torque ocorre quando  $a < \delta < b$ . Nesta condição a largura do pulso fica igual à largura da abertura da ranhura. Dentro desta mesma condição, para uma largura particular do ímã, obtém-se simetria de meia onda na curva de torque de relutância o que significa a ausência de harmônicas pares. Isto ocorre para :

$$\delta - a = b - \delta \quad (4.41)$$

ou

$$\delta = (a+b)/2 = \tau_r/2 \quad (4.42)$$

Em outras palavras, os ímãs tendo uma largura de um número inteiro de meios passos de ranhura, anula as harmônicas pares do torque de relutância. Isto terá sua utilidade conforme se verá no capítulo 5.

Se forem observadas as fig. 4.3 e 4.4b ver-se-á que os pulsos de torque se anulam quando a largura do ímã se aproxima de um número inteiro de passos de ranhura. No entanto, na prática, tal situação ideal é difícil de ser alcançada pois o espraçamento nos cantos dos ímãs é difícil de ser avaliado com precisão.

#### 4.4 - EXEMPLOS APLICATIVOS

A fim de comparar o método analítico com o método numérico foram feitos alguns exemplos onde se procurou manter os seguintes dados em todos os casos:

$$2p = 8, n_r = 24, l_i = 3.5 \text{ mm}, R = 26.0 \text{ mm}, R_n = 22.1 \text{ mm}, L = 120.0 \text{ mm},$$

$$a_s = 1.7 \text{ mm}, g = 0.4 \text{ mm } B_r = 0.87 \text{ T}, \text{ magnetização radial: } \beta = 125/180 = 0.694$$

##### 4.4.1 - CÁLCULO ANALÍTICO

$$\tau_r = 2 \pi / 24 = 0.262 \text{ rd}_{\text{mec}} \quad \text{ou} \quad \tau_r = 15^{\circ}_{\text{mec}}$$

$$a = 1.7/26.0 = 0.065 \text{ rd}_{\text{mec}} \quad \text{ou} \quad a = 3.75^{\circ}_{\text{mec}} \quad (25.0\% \tau_r)$$

Usando (4.33) tem-se:

$$\delta = (180-125)/4 = 13.75^{\circ}_{mec} \quad (0.24 \text{ rd}_{mec})$$

Assim recai-se no caso da fig.4.4b onde a largura do pulso de torque é:  $\xi = \tau_r - \delta = 15.00 - 13.75 = 1.25^{\circ}_{mec}$

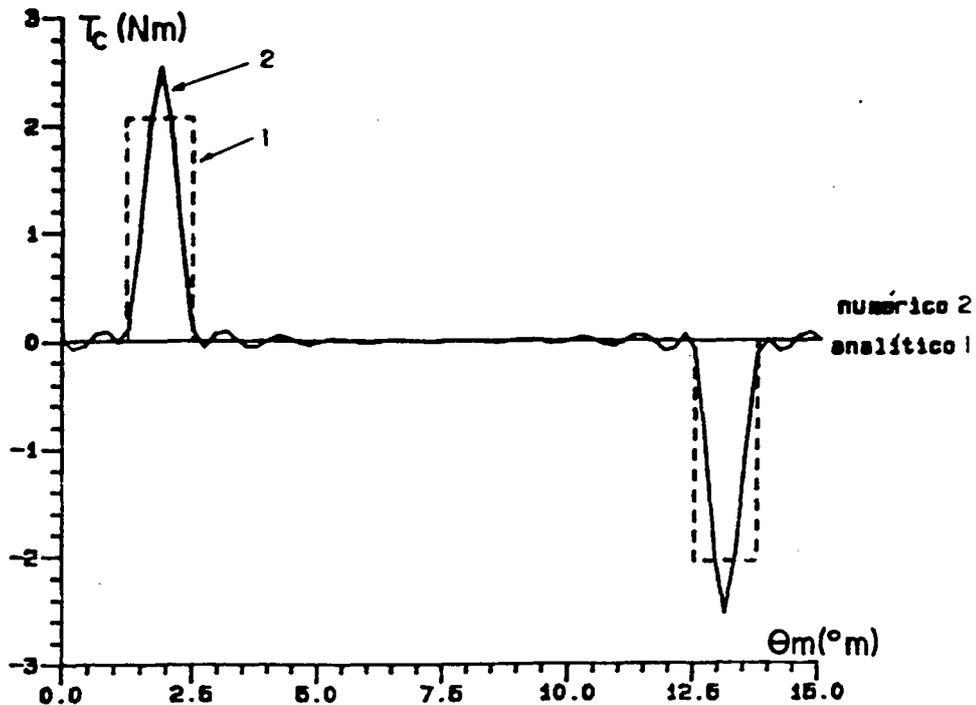


Fig. 4.5 - Torque de relutância por cálculo analítico e numérico

A distância da origem ao início do primeiro bloco é:

$$\theta_1 = (\delta - b)/2 = (13.75 - (15.0 - 3.75))/2 = 1.25^{\circ}_{mec} \dots$$

A indução no entreferro é calculado por (9.36):

$$B_g = 0.87(26.0 - 0.4 - 22.1) / (26.0 \ln(26.0/22.1)) = 0.721 \text{ T}$$

$$T_c = 8 * 0.72^2 * \pi / (2 * 4 * \pi * 10^{-7}) * 0.4 * 120 * 26.0 * 10^{-8} = 2.06 \text{ N.m}$$

Estes resultados geraram a curva 1 da fig.4.5.

#### CÁLCULO NUMÉRICO:

Calculando pelo processo exposto no item 4.1 e supondo que o fluxo passa todo defronte o dente e nenhum defronte a ranhura e ainda considerando que a indução no entreferro não tem espalhamento obtém-se a curva número 2 da fig. 4.5.

As diferenças observadas são motivadas pelo número de harmônicos utilizado no cálculo (60) e o número de pontos da curva serem pequenos em virtude do grande tempo de cálculo necessário para uma discretização maior.

As fig. 4.6a e 4.6b mostram o torque de relutância na mesma

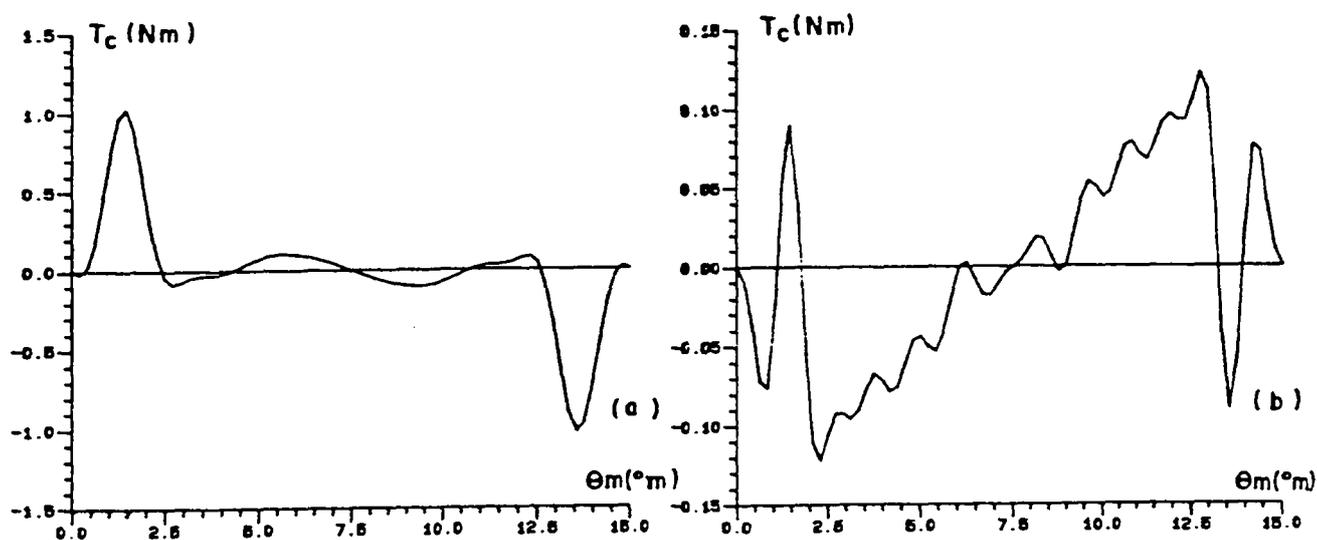
máquina onde foi considerada a distribuição de fluxo no entreferro como obtida por cálculo de campo. Foram consideradas as induções reais sob o dente e sob a ranhura conforme (2.42-2.43).

$$B_{dr} = 1 + 1.813 \cdot 0.25 \cdot 0.4/3.5 = 1.02$$

$$B_{rr} = 0.681 - 0.316 \cdot 0.25 = 0.60$$

No primeiro caso o ímã tem espessura constante e a magnetização é radial e no segundo a espessura do ímã é variável e a magnetização é paralela.

Comparando fig. 4.5 e 4.6 nota-se que a pesquisa da indução real da distribuição do fluxo defronte as ranhuras e dentes é muito importante para a obtenção de uma avaliação confiável do torque de relutância.



a) magnetização radial

b) magnetização paralela

Fig.4.6 - Cálculo numérico de torque

#### 4.5 - RELAÇÃO ENTRE AS OSCILAÇÕES DE TORQUE CAUSADAS POR TORQUE DE RELUTÂNCIA E PELAS HARMÔNICAS DE F.E.M.

As oscilações de torque, desprezadas quaisquer saliências no ferro do rotor, são produzidas pelo torque de relutância devido aos dentes e ranhuras do estator e pelas harmônicas de torque eletromagnético causadas pela combinação das harmônicas de f.e.m. e de corrente de fase.

O torque de relutância existe mesmo com uma máquina desenergizada o que pode ser percebido tentando-se girar suavemente o rotor

com a mão. Sob carga este torque continua existindo mais ou menos independentemente da corrente de armadura pois a influência desta última na indução do entreferro é pequena em virtude do grande entreferro efetivo apresentado pelos ímãs.

Foi verificado neste capítulo que a frequência angular da fundamental do mesmo é:

$$\omega_c = n_r \cdot \omega_m \quad (4.43)$$

Considerando o ângulo  $\theta_m = 0$  quando o centro do pólo confronta o centro de um dente ( ou o centro de uma ranhura conforme foi feito neste capítulo ) a série de Fourier correspondente apresenta apenas termos em seno.

$$T_c = \sum_{i=1,2}^{\infty} T_c(i_m) \cdot \text{sen}(i_m (n_r \cdot \omega_m \cdot t)) \quad (4.44)$$

onde:  $i_m$  = ordem da harmônica mecânica ou seja ordem da harmônica considerando que a fundamental corresponde a uma volta do rotor.

Por outro lado, o efeito das ranhuras e dentes é o de produzir harmônicas de f.e.m. que se combinarão com as harmônicas devidas à indução no entreferro para formar a composição final do conteúdo harmônico da f.e.m. .

Como as harmônicas múltiplas de três não interessam para a produção de conjugado (quando o neutro do motor é flutuante) tem-se apenas as de ordem elétrica 5,7,11,13,17,19 ... as quais vão produzir as harmônicas de torque eletromagnético de ordem elétrica 6,12,18,23 ... conforme a eq.(3.11).

Segundo esta mesma equação, supondo  $\theta_m = 0$  quando o centro do pólo confronta o dente central da bobina ( ou a ranhura central em alguns casos de enrolamento distribuído e passo encurtado) obtém-se uma série contendo apenas termos em cosseno para o torque eletromagnético.

$$T = T_0 + \sum_{i_e=6,12}^{\infty} T(i_e) \cdot \cos(i_e (\omega \cdot t)) \quad (4.45)$$

onde:  $\omega$  = frequência angular elétrica

$i_e$  = ordem da harmônica elétrica ou seja, ordem da harmônica tomando a fundamental de f.e.m. como primeira.

Transformando na eq. (4.45) a ordem da harmônica de elétrica para mecânica tem-se:

$$T = T_0 + \sum_{i_m=6p,12p}^{\infty} T(i_m) \cdot \cos(i_m \cdot \omega_m \cdot t) \quad (4.46)$$

Tomando a eq. (4.44) vê-se que a frequência mecânica da fundamental do torque de relutância será :

$$\omega_{c1} = n_r \cdot \omega_m \quad (4.47)$$

A frequência mecânica da fundamental da oscilação do torque eletromagnético será:

$$\omega_{tem1} = 6.p.\omega_m \quad (4.48)$$

mas

$$n_r = 6.p.q \quad (4.49)$$

Comparando as eq.(4.47) e (4.48) e usando (4.49) vê-se que as frequências só serão iguais quando  $q=1$  . Nos outros casos a frequência fundamental do torque de relutância será  $q$  vezes a frequência fundamental das oscilações do torque eletromagnético.

Concluindo, não há como cancelar o torque de relutância através da imposição de harmônicas de torque eletromagnético pois eles são naturalmente defasados de um quarto de passo de ranhura e as frequências necessariamente não são iguais.

## CAPÍTULO 5

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA LARGURA DOS ÍMÃS SOBRE  
AS HARMÔNICAS DE F.E.M. E DE TORQUE DE RELUTÂNCIA

## 5.1 - INTRODUÇÃO

Uma das etapas do projeto de um motor síncrono a ímãs permanentes, tanto com magnetização radial como paralela, é a especificação das dimensões dos ímãs. A espessura do ímã influi diretamente na indução no entreferro e portanto no torque do motor por unidade de corrente. A espessura é um valor que deve ser trabalhado junto com a densidade de corrente nos condutores e a densidade linear de corrente no estator a fim de obter a minimização de uma função que pode ser, por exemplo, custo, inércia, etc.[1]

A largura dos ímãs (ou os arcos abraçados pelos mesmos) além de ter influência na dispersão de fluxo entre os pólos é determinante no conteúdo harmônico da f.e.m. induzida bem como do torque de relutância.

## 5.2 - ANÁLISE DAS HARMÔNICAS DE INDUÇÃO NO ENTREFERRO

Foram feitos diversos cálculos de indução no entreferro usando o software EFMAQ com o estator considerado sem ranhuras sem considerar o fator de Carter. Foi usada no entreferro uma malha com dois elementos no sentido radial e com dez elementos por passo de ranhura no sentido tangencial.

A fig.5.1 mostra a malha e o mapeamento de fluxo para um dos casos que geraram os resultados numéricos que serão apresentados abaixo.

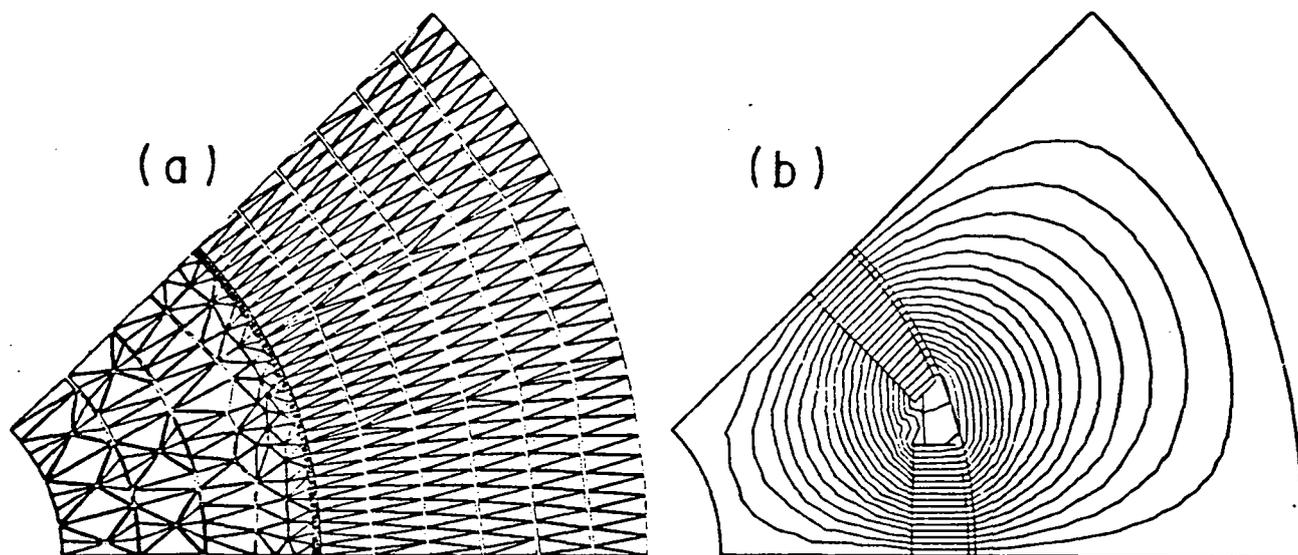


Fig.5.1 - Malha e mapeamento de fluxo no protótipo criado por EFMAQ

Como se pode ver os ímãs são originados de paralelepípedos que, após mecanizados, adquirem uma espessura variável o que resulta numa indução não constante ao longo do entreferro. Tal conformação dificulta o tratamento analítico rigoroso por isto serão feitas apenas aproximações analíticas.

A título de comparação entre o método analítico e o método numérico foram calculadas as induções no entreferro pela fórmula simples (load line method) [7] onde a máquina é linearizada e o ímã é considerado um paralelepípedo (fig.5.2).

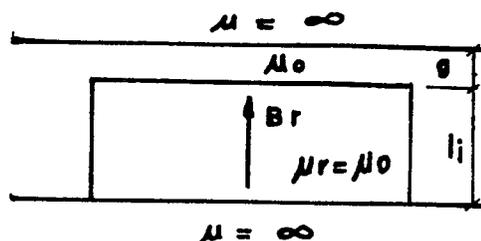


Fig. 5.1 - Máquina a ímãs linearizada

A indução idealizada é considerada retangular com a mesma largura do ímã desprezando-se portanto o espraiamento e a dispersão lateral. Desprezando a relutância do ferro e supondo a curva de desmagnetização uma reta tem-se para a indução no entreferro:

$$B_g = B_r * l_i / (l_i + g) \quad (5.1)$$

O protótipo usado tinha as dimensões dadas no Apêndice A. As induções no entreferro foram submetidas a análise harmônica pelo Programa de Análise Harmônica (PAH) para obter a série de Fourier.

Foi variada a largura dos ímãs enquanto todas as outras grandezas eram mantidas constantes. Para cada cálculo de campo realizado foram calculadas a indução no entreferro, fluxo útil e o fluxo disperso entre ímãs adjacentes conforme é mostrado nas fig.5.3 e 5.4.

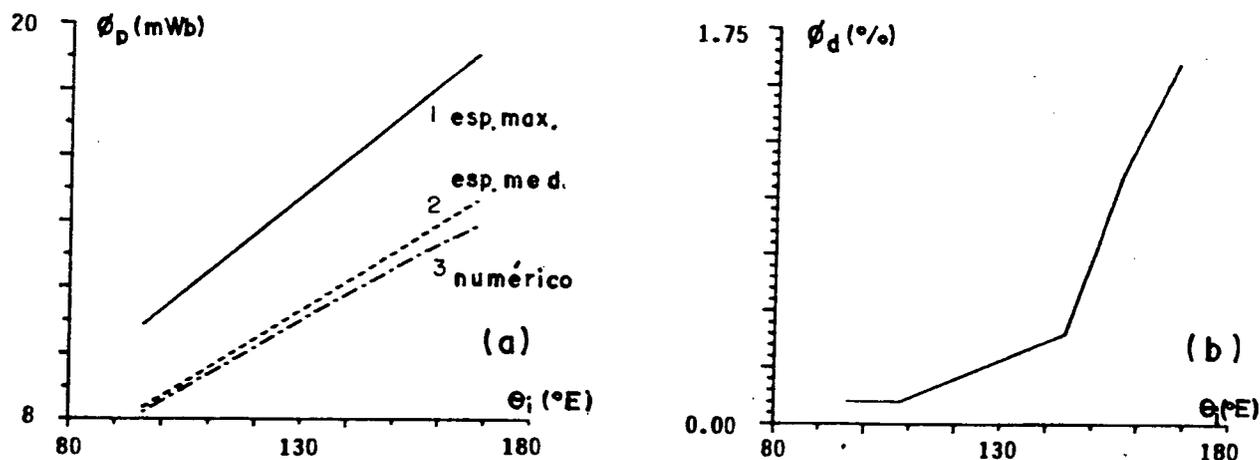


Fig. 5.3 - a) Fluxo útil por pólo b) Fluxo disperso entre ímãs

A fig.5.3a mostra o fluxo útil por pólo(Wb/m) e 5.3b o fluxo disperso em percentuais do fluxo útil em função da largura dos ímãs ( $^{\circ}E$ ).

A curva 1 mostra o fluxo calculado supondo a espessura do ímã constante e igual à espessura máxima, a curva 2 mostra o fluxo calculado considerando a espessura do ímã constante e igual à espessura média e finalmente a curva 3 mostra o fluxo calculado numericamente pelo programa EFMAQ. Nota-se que, para calcular fluxo analiticamente, a melhor hipótese é tomar a espessura média do ímã pois resulta num erro menor do que 5%.

A fig.5.3b mostra o fluxo disperso por pólo em por cento do fluxo líquido polar calculado numericamente. Esta dispersão mostrou-se bastante pequena e será desprezada nos cálculos analíticos futuros.

A fig.5.4 mostra a primeira terceira, quinta e sétima harmônicas da indução no entreferro (em Tesla) em função da largura dos ímãs ( $^{\circ}E$ ).

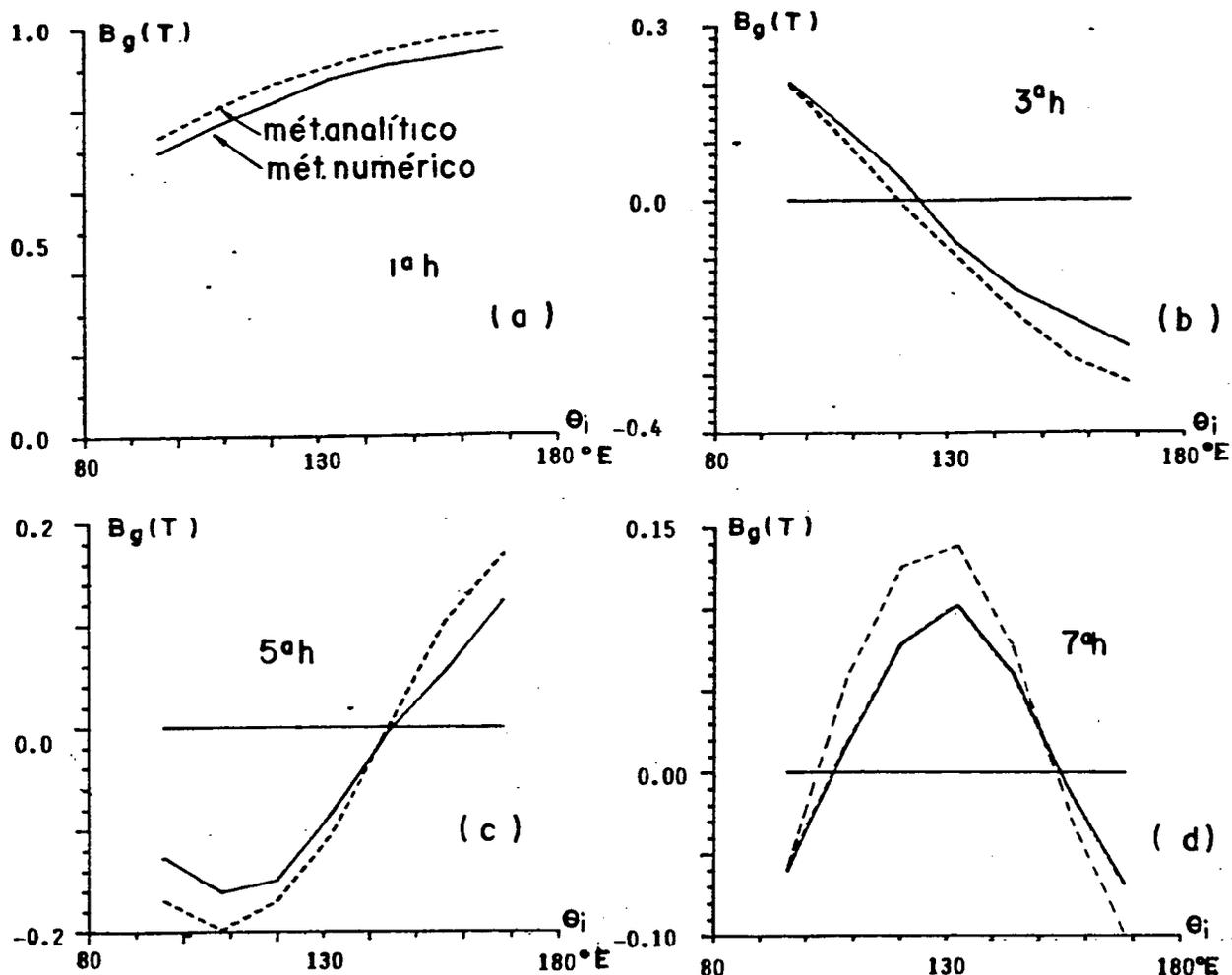


Fig.5.4 - Harmônicas da indução no entreferro

Os resultados mostrados na fig.5.4 sugerem que o método da linha de carga é útil nas análises de harmônicas de baixa ordem quando os ímãs são de espessura variável pois uma formulação analítica não é simples.

As conclusões qualitativas que se pode tirar da fig.5.4 são:

1. A fundamental da indução no entreferro com estator liso cresce aproximadamente com o seno da metade do ângulo coberto pelo ímã e tem um valor de aproximadamente 95% do valor que teria se o ímã tivesse espessura constante e igual à espessura máxima.
2. A terceira harmônica se anula se os ímãs tiverem cerca de  $123.6^\circ$  E.
3. A quinta harmônica se anula se os ímãs tiverem cerca de  $144.8^\circ$  E.
4. A sétima harmônica se anula se os ímãs tiverem cerca de  $102.8^\circ$  E ou  $154.8^\circ$  E.

Tais resultados são aproximadamente os mesmos obtidos quando se faz a análise de uma onda retangular numa série de senos. [36,38].

Esta análise mostra que, mesmo os ímãs tendo espessura variável, eles podem ser estudados como sendo de espessura constante sem que o erro seja muito grosseiro nas harmônicas de indução de baixa ordem permitindo uma visão mais analítica dos mesmos.

### 5.3 - ANÁLISE DA F.E.M. INDUZIDA

Usando a análise harmônica da indução no entreferro obtida segundo critérios expostos no capítulo 2 pode-se calcular a forma de onda da f.e.m. por fase e o torque de relutância usando os métodos expostos no capítulo 2 e capítulo 4.

Foram considerados todos os ímãs alinhados no rotor, ranhuras do estator não inclinadas bem como enrolamento concentrado de passo pleno.

Foi variada a largura dos ímãs e mantidos constantes o entreferro, a espessura máxima do ímã e outras dimensões. Considerou-se que, com a introdução das ranhuras, a indução defronte o dente era 100 % da indução sem ranhuras e defronte a ranhura a indução foi tomada 60 % do valor da indução sem ranhuras conforme resultados obtidos no item 2.4 e com [10].

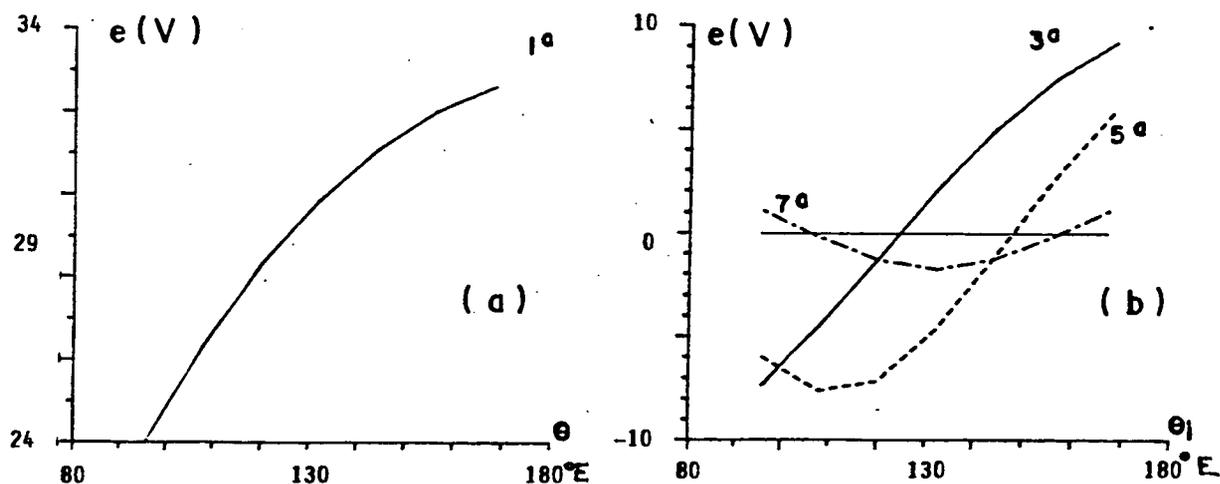


Fig. 5.5 - Harmônicas de f.e.m. em função do ângulo do ímã

Com relação às formas de onda de f.e.m. induzida por fase ( a 1000 rpm ) obteve-se os resultados mostrados na fig.5.5.

Observando estes resultados conclui-se que:

1. A fundamental da f.e.m. cresce com o seno da metade do ângulo coberto pelo ímã. Nota-se também que a primeira harmônica da f.e.m. calculada numericamente é menor do que a calculada pela eq.2.12. A diferença está em torno de 5% e se deve ao efeito das ranhuras não ser considerado quando  $B_{\theta_1}$  é calculado pelo método da linha de carga (eq.5.1).
2. As harmônicas se anulam para os seguintes ângulos:  
Terceira:  $125.0^\circ$  Quinta:  $148.0^\circ$  Sétima:  $106.0^\circ$  e  $157.0^\circ$  E
3. Na hipótese de que o motor é ligado em estrela sem neutro e que serão impostas correntes nas fases não haverá harmônicas de corrente múltiplas de 3 portanto não haverá produção de harmônicas de torque eletromagnético em função das harmônicas de f.e.m. múltiplas de 3.
4. No caso de máquinas senoidais o importante é então diminuir ao máximo a quinta e a sétima harmônica de f.e.m. para cancelar a 6ª harmônica de torque eletromagnético o que é obtido com ímãs de largura em torno de  $144^\circ$  E.
5. No caso de máquinas trapezoidais esta análise não é importante. O que importa é que o patamar de f.e.m. constante tenha no mínimo  $120^\circ$  E conforme já foi comentado no capítulo 2.

#### 5.4 - ANÁLISE DO TORQUE DE RELUTÂNCIA

As curvas de torque de relutância calculadas pelos critérios expostos no capítulo 4 e com as dimensões do protótipo 1 são vistas na fig.5.6 onde estão representadas a primeira, segunda, terceira e quarta harmônicas (N.m) em função do ângulo dos ímãs ( $^\circ$ E).

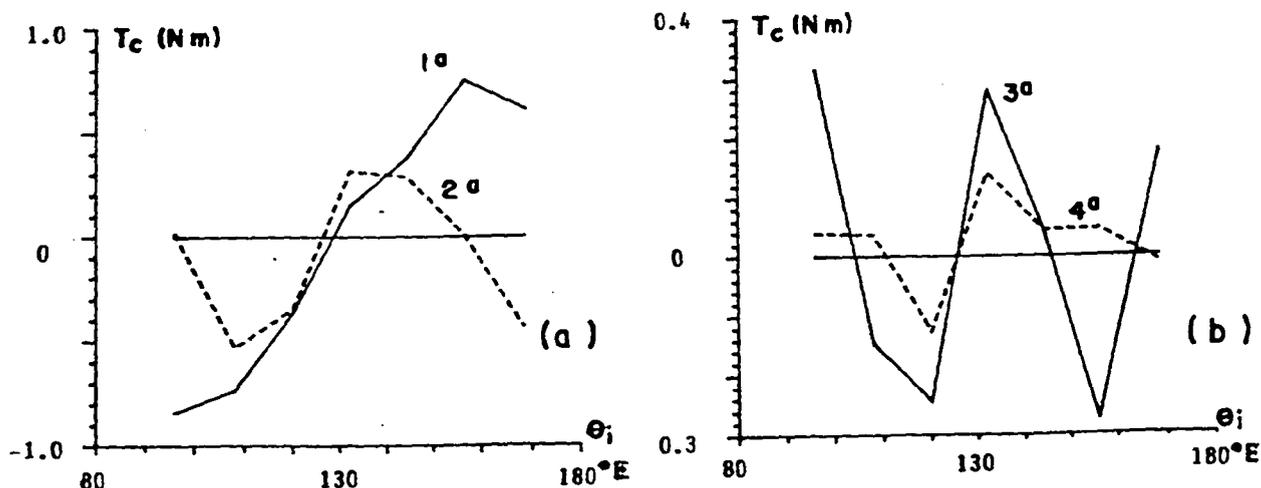


Fig.5.6 - Harmônicas de torque de relutância em função da largura dos ímãs

Observando a fig. 5.6 conclui-se que as harmônicas de torque de relutância se anulam para os seguintes ângulos de ímãs:

- Primeira harmônica:  $128.4^\circ\text{E}$
- Segunda harmônica:  $96.0, 126.0$  e  $156.5^\circ\text{E}$
- Terceira harmônica:  $104.0, 125.0, 146.0$  e  $163.0^\circ\text{E}$
- Quarta harmônica:  $110.0, 125.0$  e  $165.0^\circ\text{E}$ .

Com base nestes resultados dever-se-ia escolher a largura dos ímãs de  $128.4^\circ\text{E}$  ( $(2+0.14)\tau_r$ ) a fim de anular a primeira harmônica do torque de relutância. Esta idéia de usar ímãs levemente mais largos que um número inteiro de passos de ranhura foi apresentada recentemente por uma equipe canadense [22]. Eles afirmam que, para anular a primeira harmônica do torque de relutância, os ímãs devem ter a largura de  $(k+0.14)\tau_r$  onde  $k$  é um número inteiro. Isto concorda bastante com as conclusões deste trabalho.

Uma boa comparação pode ser feita com a análise de torque de relutância com ímãs idealizados como já foi mostrado no capítulo 4.

Tome-se o caso, bastante próximo ao do protótipo 1, em que a boca da ranhura tem 25% do passo de ranhura e que o ímã tem  $125^\circ\text{E}$  o que é levemente superior a um número inteiro de passos de ranhura ( $120^\circ\text{E}$ ).

Considere-se que o ângulo  $\theta_m$  seja nulo quando o centro do pólo está no centro de uma ranhura.

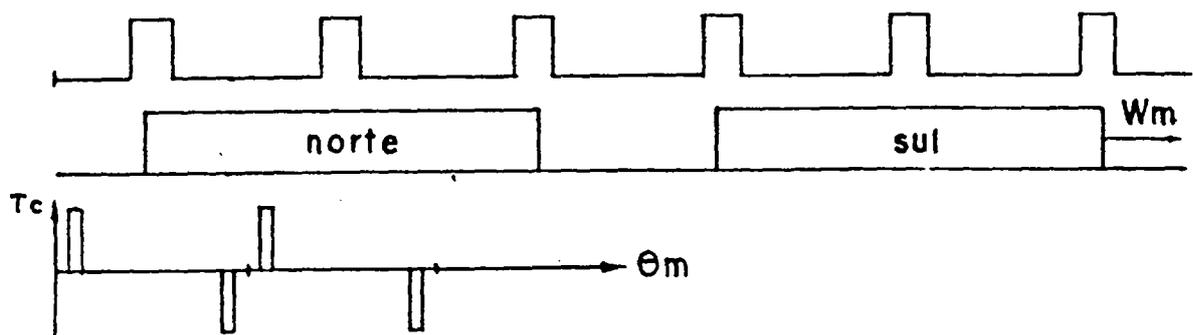


Fig.5.7 - Torque de relutância com ímãs idealizados de  $125^\circ\text{E}$ .

A largura do pulso de torque, no caso de ímãs ideais, é justamente, para este caso, a diferença entre a largura do ímã e o número inteiro de passos de ranhuras mais próximo. Idealmente, então, o torque de relutância seria nulo para a largura do ímã igual a um número inteiro de passos de ranhura.

Uma tentativa de justificar que o ímã real de  $128.4^\circ\text{E}$

apresente primeira harmônica de torque de relutância nulo ( em vez de  $120^\circ E$  como no caso ideal) é que o espriamento diminui o fluxo nos cantos do ímã tornando a sua área efetiva de fluxo forte mais estreita, como se o próprio ímã assim o fosse [6]. Parece razoável considerar que, em termos de torque de relutância, um ímã real com largura de  $(k+0.14)\tau_r$  seja equivalente a ímã idealizado com largura de  $k\tau_r$ .

Se fossem usados ímãs de  $156.5^\circ E$  ( $(2+0.61)\tau_r$ ) obtém-se o máximo conteúdo de harmônicas ímpares e pequeno conteúdo de harmônicas pares, ou seja, simetria de meia onda quase perfeita. Comparando-se com os resultados de [22] verifica-se que eles afirmam que a simetria de meia onda será obtida com ímãs de  $(k+0.64)\tau_r$ .

Estas pequenas diferenças podem ser atribuídas ao fato de que ímãs do nosso protótipo tem espessura variável e os do artigo [22] tem espessura constante e também aos métodos de cálculo serem diferentes.

Fica provado que o torque de relutância é criado principalmente pelos cantos dos ímãs e não pelo ímã inteiro.

Se considerarmos os ímãs idealizados conforme capítulo 4 este valor seria de  $150^\circ E$  ( $(2+0.50)\tau_r$ ) o que novamente mostra que o estudo analítico do torque de relutância tem utilidade qualitativa e didática.

No caso de ímãs todos iguais o projetista fica num compromisso entre anular ( ou minimizar ) o torque de relutância e diminuir o conteúdo harmônico de f.e.m. (máquina senoidal) pois as duas situações ocorrem para ângulos diferentes.

Para máquina trapezoidal com uma ranhura por pólo e fase parece ser ideal usar ímãs em torno de  $128.4^\circ E$  pois satisfaz a condição exigida pela f.e.m. e pelo torque de relutância.

#### 5.4 - USO DE ÍMÃS DE LARGURAS DIFERENTES ENTRE SI

Uma outra alternativa viável de atenuar o conteúdo harmônico do torque de relutância e de f.e.m. é usar ímãs de larguras diferentes, isto é, os pólos norte diferentes dos pólos sul (fig.5.8).

O objetivo procurado é diminuir o torque de relutância sem aumentar o conteúdo harmônico da f.e.m. nas máquinas senoidais.

A fig.5.8 mostra os valores da primeira, terceira, quinta e sétima harmônicas de f.e.m. por fase( em V ) para uma máquina com as dimensões das do protótipo 1. Foi fixada a largura dos ímãs sul e variada a largura dos norte. No eixo das abscissas está representada a largura dos ímãs N enquanto que cada curva se refere a uma determinada largura dos ímãs S.

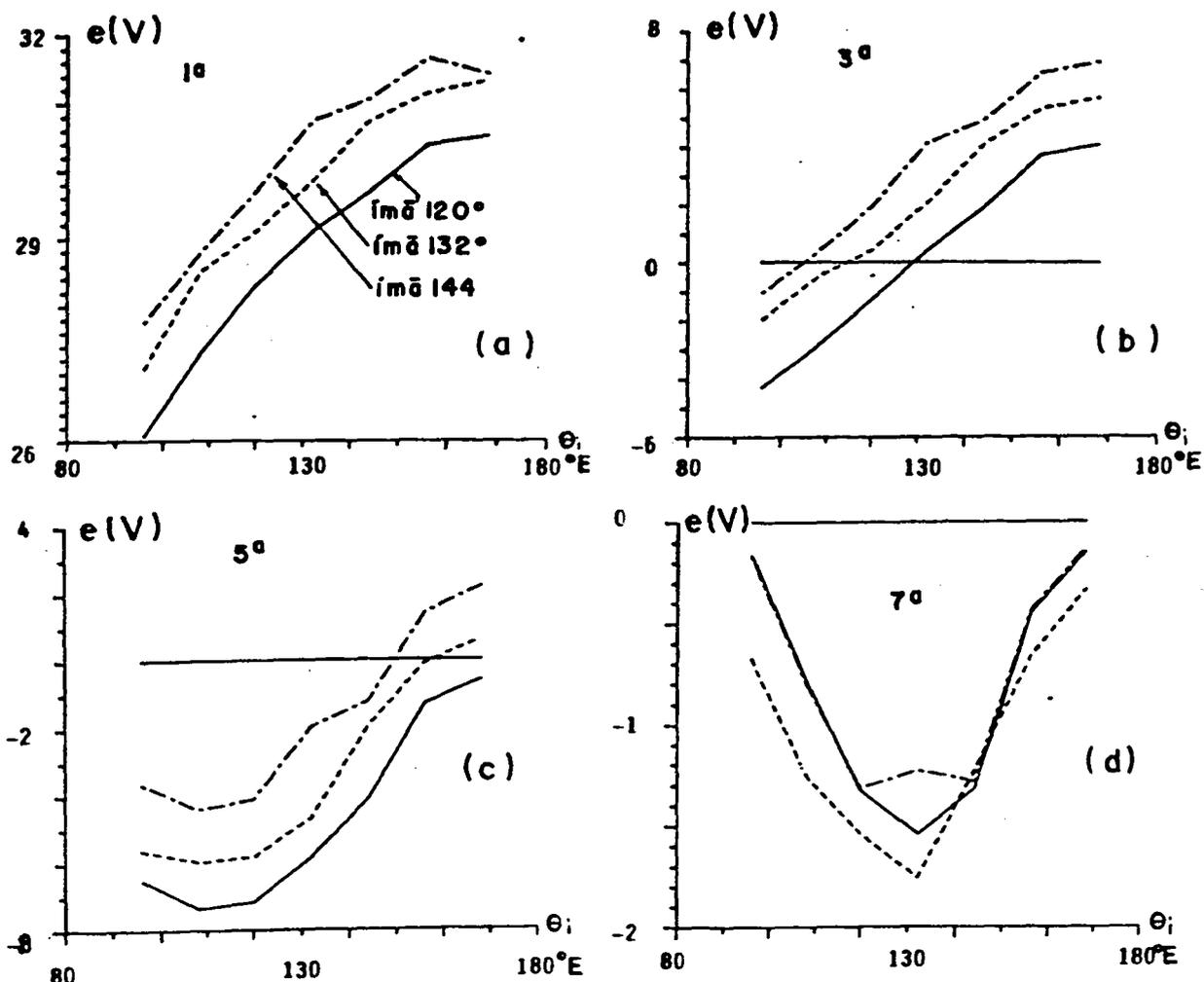


Fig.5.8 - Harmônica de f.e.m. com ímas de larguras diferentes

A fig.5.9 mostra a primeira e a segunda harmônicas de torque de relutância (N.m) em função da largura dos ímãs N para os ímãs S fixados para cada curva. Não se teve condições de tirar nenhuma conclusão sobre harmônicas de maior ordem por isto as curvas nem foram mostradas mesmo porque seus valores eram muito pequenos.

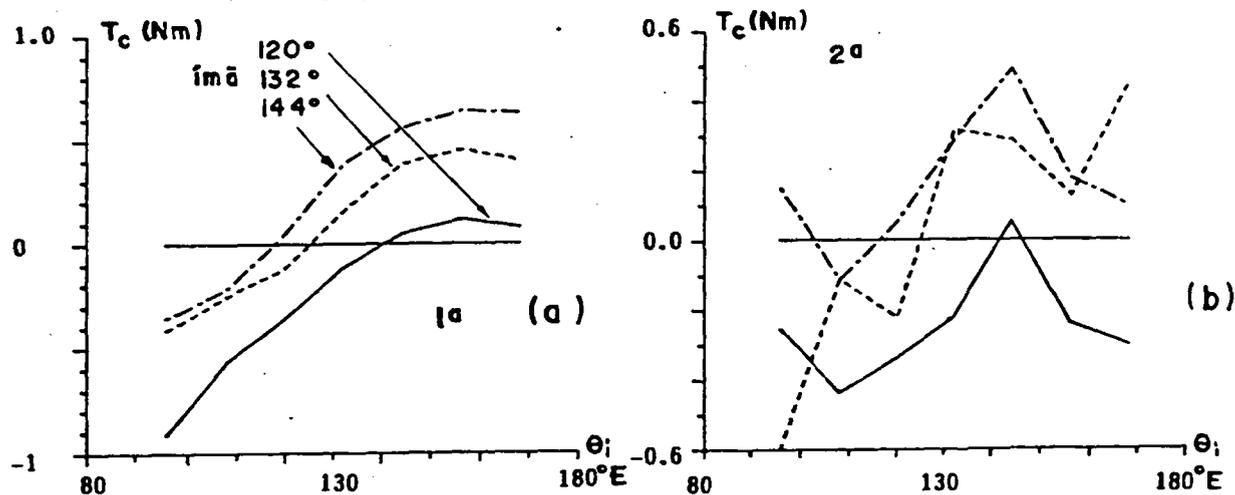


Fig.5.9 - Harmônicas de torque de relutância com ímas de larguras diferentes.

Observando a fig.5.9 vê-se que a primeira harmônica do torque de relutância é anulada e a segunda é praticamente anulada para os seguintes ângulos de ímãs:

- a) Ímã SUL:  $120.0^\circ\text{E}$     Ímã NORTE:  $141.0^\circ\text{E}$
- b) Ímã SUL:  $144.0^\circ\text{E}$     Ímã NORTE:  $117.0^\circ\text{E}$
- c) Ímã SUL:  $132.0^\circ\text{E}$     Ímã NORTE:  $125.0^\circ\text{E}$

As três opções parecem boas, no entanto, a segunda se mostrou mais confiável pois tem explicação analítica e foi encontrada num dos motores existentes que foram estudados.

A razão do uso de ímãs de larguras diferentes é defasar o torque criado pelos cantos dos ímãs de uma região interpolar em relação ao torque criado pela outra região.

Para anular a primeira harmônica do torque de relutância o requisito é que a largura da região interpolar seja  $(k_1+0.86)\tau_r$  (onde  $k_1=0,1,2 \dots$ ). Se for aumentada a largura de um ímã e reduzida a do outro de uma de uma mesma quantidade a primeira harmônica continuará cancelada e haverá atenuação de outras harmônicas.

Sabe-se que o período da segunda harmônica é  $\tau_r/2$  logo para anulá-la deve-se ter dois torques de relutância parciais defasados de  $\tau_r/4$ . Isto é conseguido com ímãs Sul de  $(k+0.14+0.25)\tau_r$  e ímãs Norte de  $(k+0.14-0.25)\tau_r$  (fig.5.10)

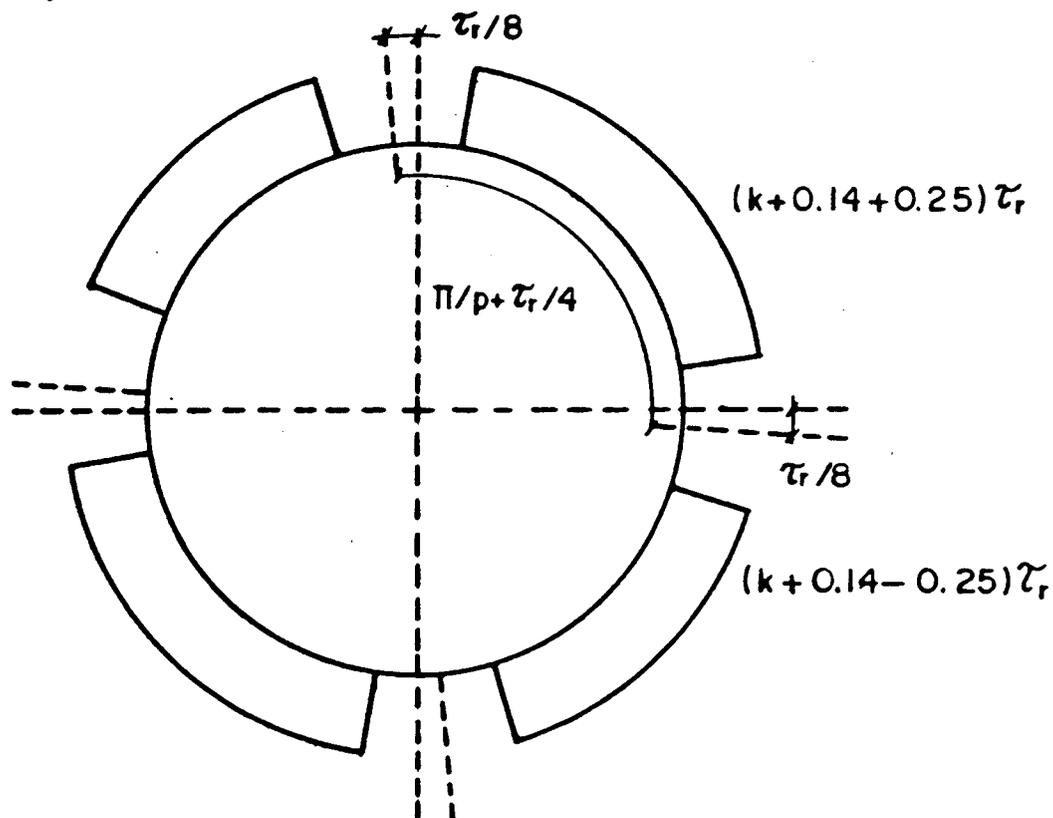


Fig.5.10 - Torque de relutância com ímãs diferentes

Usando este raciocínio tem-se :

$$\text{Íma Sul: } 128.4^{\circ}\text{E} + 60^{\circ}\text{E} / 4 = 143.4^{\circ}\text{E}$$

$$\text{Íma Norte: } 128.4^{\circ}\text{E} - 60^{\circ}\text{E} / 4 = 113.4^{\circ}\text{E}$$

Como se vê, estes valores se aproximam bastante aos calculados numericamente na letra b onde obteve-se ímãs de  $144^{\circ}\text{E} \times 117^{\circ}\text{E}$  e também aos valores encontrados num motor existente de origem italiana onde os ímãs tinham  $143^{\circ}\text{E} \times 115^{\circ}\text{E}$ .

Concluindo, apesar destas considerações levarem a bons resultados, a solução ideal não é alcançada somente pela escolha criteriosa da largura dos ímãs principalmente quando se requer um movimento suave nas baixas velocidades. No capítulo seguinte serão vistos outros recursos que, juntados a estes, fornecerão a solução procurada que é a lisura do torque do motor.

## CAPÍTULO 6

ARTIFÍCIOS USADOS PARA REDUZIR AS HARMÔNICAS  
DE F.E.M. E DE TORQUE DE RELUTÂNCIA

## 6.1 - INTRODUÇÃO

Como já foi visto a ondulação de torque é indesejada no servomotor mormente quando o mesmo vai trabalhar em posicionamento ou com baixa velocidade.

Este capítulo é dedicado ao estudo quantitativo do impacto causado a cada harmônica de f.e.m. e de torque de relutância pelos artifícios como inclinação de ranhuras, desalinhamento de ímãs parciais do rotor, enrolamento distribuído e passo fracionário, etc..

Dos capítulos anteriores sabe-se que a f.e.m. num condutor (ou por fase) e o torque de relutância são funções do comprimento axial do estator e da posição relativa entre estator e rotor além de outras grandezas.

Seja  $\alpha_m$  o ângulo mecânico de posição de um ponto do rotor em relação à zona neutra do ímã e  $\theta_m$  o deslocamento do rotor em relação ao estator medido entre a zona neutra efetiva dos ímãs e o centro da ranhura onde está o condutor em questão. No caso mais simples  $\alpha_m = \theta_m$  porém no caso mais geral  $\alpha_m = f(\theta_m)$ . (fig. 6.1)

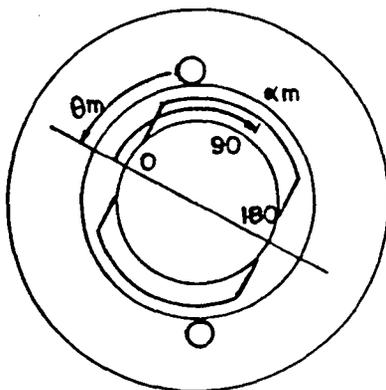


Fig. 6.1 - Definição dos ângulos de interesse

Desta forma a série de Fourier da f.e.m. e do torque de relutância só terá termos em seno com ângulo de fase nulo.

$$e_i(\theta_m) = E_i \cdot \text{sen } i\theta_m \quad (6.1)$$

$$t_{ci}(\theta_m) = T_{ci} \cdot \text{sen } i\theta_m \quad (6.2)$$

Note-se que a primeira harmônica de f.e.m. corresponde à

harmônica mecânica de ordem  $i = p$  e a primeira harmônica de torque de relutância é a harmônica mecânica de ordem  $i = n_p$ .

Tomando-se o estator reto e os ímãs do rotor alinhados pode-se achar o valor da f.e.m. e do torque de relutância por metro de comprimento axial. Tal valor pode ser obtido por cálculo de campo bidimensionais, outros métodos analíticos ou numéricos (cap.2 e 4) ou medição direta em protótipo.

Como, neste momento, não se está interessado no valor absoluto das grandezas e sim na redução percentual que os artifícios causarão nas suas harmônicas, será definida uma função unitária que representará qualquer uma destas grandezas.

$$x_i(\theta_m) = a_i \cdot \text{sen}(i \theta_m) \quad (6.3)$$

onde:  $i$  = ordem da harmônica da função unitária

$x_i(\theta_m)$  = valor da componente harmônica numa dada posição  $\theta_m$

$a_i$  = amplitude da harmônica

Sabendo-se que no caso geral:

$$\alpha_m = f(\theta_m) \quad (6.4)$$

Obtém-se :

$$x_i(\theta_m) = a_i \cdot \text{sen}(i \alpha_m) \quad (6.5)$$

Para achar a grandeza somam-se as harmônicas:

$$x(\theta_m) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cdot \text{sen}(i \alpha_m) \quad (6.6)$$

Para obtermos o valor instantâneo da harmônica em todo o comprimento axial do pacote  $X_i(\theta_m)$  deve-se integrar  $x_i(\theta_m)$  ao longo de  $l$ . No caso de estator com ranhuras retas e ímãs alinhados no rotor tem-se:

$$X_i(\theta_m) = x_i(\theta_m) \cdot L \quad (6.4)$$

No caso de ranhuras inclinadas e/ou desalinhamento dos ímãs deve-se repartir o comprimento axial em diversos intervalos de integração a fim de considerar as suas peculiaridades.

## 6.2 - RANHURAS ESTATÓRICAS INCLINADAS

Considere-se  $\Delta$  a inclinação da ranhura, ou seja, o deslocamento de uma ponta da ranhura em relação à outra medido num plano perpendicular ao eixo da máquina. A fig. 6.2 mostra um ímã e uma ranhura. A fim de obter a fundamental da f.e.m. e de torque de relutância representadas por senóides com ângulo de fase nulo, a contagem de  $l$  será feita a partir do meio do comprimento axial da máquina.

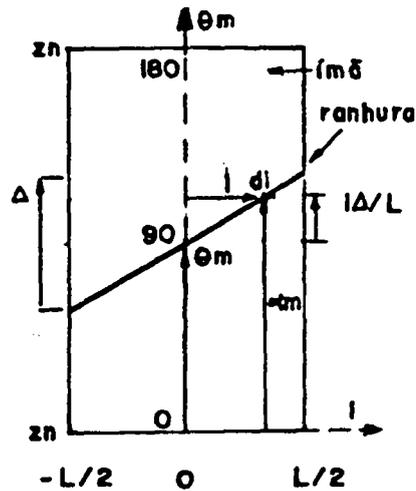


Fig.6.2 - Definição de ângulos com ranhuras inclinadas

Pela simples inspeção desta figura e usando as eq.(6.1-6.7) chega-se a:

$$X_1(\theta_m) = \int_{-L/2}^{L/2} a_1 \cdot \text{sen}(\alpha_m) dl \quad (6.8)$$

$$X_1(\theta_m) = \int_{-L/2}^{L/2} a_1 \cdot \text{sen}(\theta_m + \Delta \cdot l/L) dl \quad (6.9)$$

onde o termo  $\Delta \cdot l/L$  representa um acréscimo em  $\alpha_m$  devido às parcelas infinitesimais  $dl$  não estarem todas na mesma posição em relação ao ímã.

Realizando a integração e substituindo o limites tem-se:

$$X_1(\theta_m) = -a_1 \cdot L / (i\Delta) \left[ \cos i(\theta_m + \alpha \cdot l/L) \right]_{-L/2}^{L/2} \quad (6.10)$$

$$X_1(\theta_m) = -a_1 \cdot L / (i\Delta) \left[ \cos i(\theta_m + \Delta/2) - \cos i(\theta_m - \Delta/2) \right] \quad (6.11)$$

Usando uma relação trigonométrica [36] tem-se:

$$X_1(\theta_m) = -a_1 \cdot L / (i\Delta) \cdot \left[ 2 \cdot \text{sen } i(2\theta_m)/2 \cdot \text{sen } i(-\Delta)/2 \right] \quad (6.12)$$

$$X_1(\theta_m) = a_1 \cdot L \cdot 2 / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2) \cdot \text{sen } i\theta_m \quad (6.13)$$

Dividindo-se o valor da harmônica obtida da integração pelo valor da harmônica com ranhuras retas e ímãs alinhados obtém-se o fator de atenuação da harmônica, que neste caso específico é conhecido por fator de inclinação.

$$f_{sk1} = k_{a1} = 2 / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2) \quad (6.14)$$

Por exemplo, se a inclinação das ranhuras for um passo de ranhura ( $\Delta = 2\pi/n_r$ ) e analisarmos a harmônica mecânica de ordem  $i = k.n_r$ , vê-se que:

$$f_{sk} = 2/(k.n_r . 2\pi /n_r) . \text{sen}( k.n_r . 2\pi/(2.n_r) )$$

$$f_{sk} = 1/(k.\pi) . \text{sen} ( k\pi ) = 0$$

Isto significa que todas as harmônicas múltiplas do número de ranhuras são anuladas, ou seja, como todas as harmônicas do torque de relutância são múltiplas de  $n_r$  este é totalmente anulado.(fig.6.3).

A fig.6.3 foi construída para  $n_r = 24$  e só é válida se a inclinação da ranhura for exatamente igual ao passo de ranhura . Outros casos serão estudados mais adiante.

Note-se que os coeficientes de atenuação podem ter valores positivos e negativos porém foram representados em módulo porque melhora a visualização dos fenômenos. Os 'semi-ciclos' ímpares tem sinal positivo e os pares negativo.

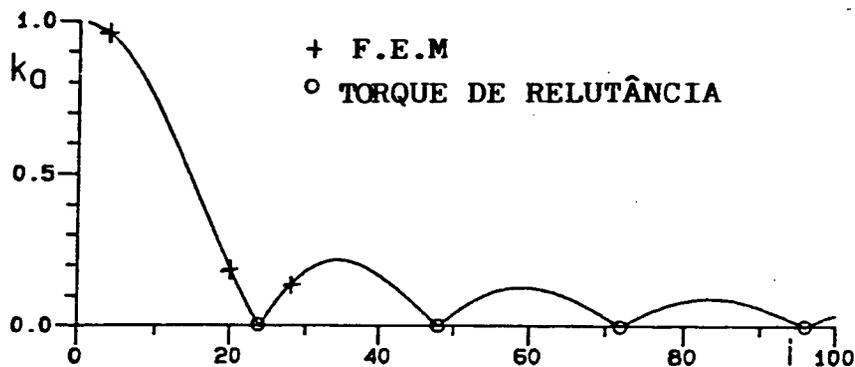


Fig. 6.3 - Fator de atenuação com ranhuras inclinadas de um passo de ranhura.

### 6.3 - DESALINHAMENTO DOS ÍMÃS PARCIAIS DO ROTOR

Considere-se que um ímã esteja desalinhado do outro de um ângulo  $\gamma$  ( uma fração de  $\tau_r$  ). Agora a zona neutra efetiva fica deslocada das zonas neutras dos ímãs parciais de um ângulo igual a  $\gamma/2$  ( neste caso, onde há apenas dois blocos de ímãs)

De modo semelhante ao anterior tem-se:

$$X_1(\theta_m) = \int_{-L/2}^0 a_1 . \text{sen } i(\Delta_m + \gamma/2) dl + \int_0^{L/2} a_1 \text{sen } i(\theta_m - \gamma/2) dl \quad (6.15)$$

$$X_1(\theta_m) = a_1 . L/2 \left[ \text{sen } i(\theta_m + \gamma/2) + \text{sen } i(\theta_m - \gamma/2) \right] \quad (6.16)$$

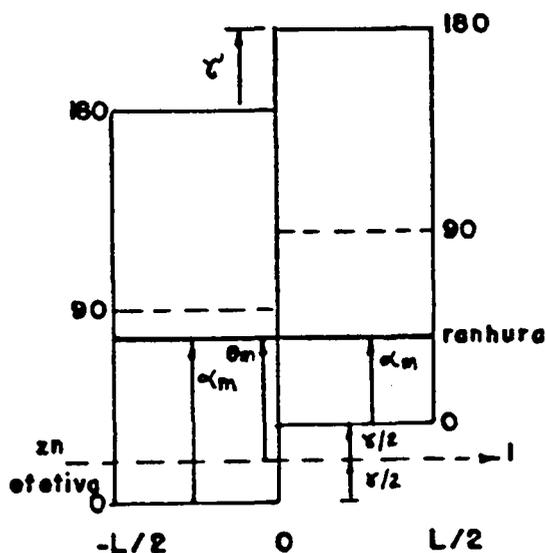


Fig.6.4 - Ímãs desalinhados no rotor

Usando uma relação trigonométrica simples [36] tem-se:

$$X_i(\theta_m) = a_i L/2 \left[ 2 \cdot \text{seni}(2\theta_m)/2 \cdot \cos i(\gamma)/2 \right] \quad (6.17)$$

$$X_i(\theta_m) = a_i L \cdot \cos i \gamma/2 \cdot \text{seni} i \theta_m \quad (6.18)$$

$$k_{a1} = \cos i \gamma/2 \quad (6.19)$$

Por exemplo, considere-se que  $n_r = 24$  e que o deslocamento dos ímãs é meio passo de ranhura ( $\gamma = 2 \cdot \Pi / (2 \cdot n_r)$ ) e considere-se a harmônica de ordem  $i = k \cdot n_r$ . Aplicando-se a eq.6.19 obtém-se:

$$k_{a1} = \cos (k \cdot n_r \cdot 2 \cdot \Pi / (4 \cdot n_r)) = \cos k \Pi/2$$

Daí se conclui que todas as harmônicas mecânicas múltiplas ímpares do número de ranhuras são anuladas, ou seja, todas as harmônicas ímpares do torque de relutância são anuladas enquanto que as harmônicas pares não são afetadas. A fig.6.5 mostra o resultado do aplicação da eq.6.19 a uma faixa de harmônicas mecânicas até a ordem 100.

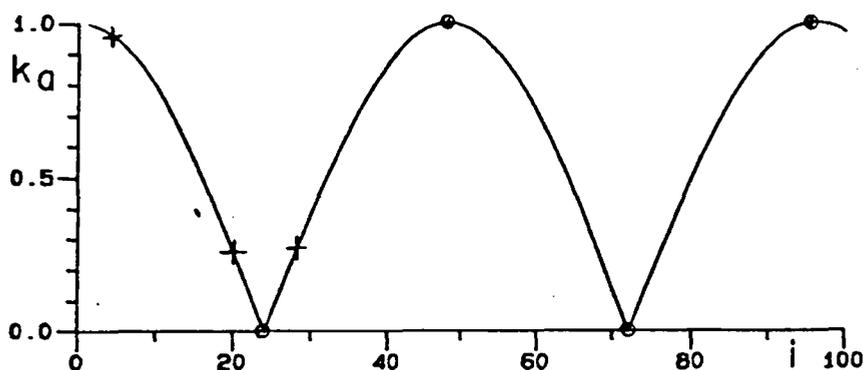


Fig.6.5 - Atenuação de harmônicas com deslocamento de ímãs do rotor

A fig.6.5 mostra que as harmônicas mecânicas de ordem 24, 72, 120,... são anuladas enquanto que as de ordem 48, 96,... são mantidas. Isto significa que são anuladas a primeira, terceira,... e mantidas a segunda, quarta,... harmônicas do torque de relutância.

Outras situações serão vistas mais adiante.

#### 6.4 - DESALINHAMENTO DE DOIS BLOCOS E INCLINAÇÃO DE RANHURAS

Nesta combinação será convencionado que  $\gamma$  é positivo quando o desalinhamento tende a tornar paralela a linha ab dos ímãs com as ranhuras e negativa se for o contrário. Por inspeção da fig.6.6 nota-se que no primeiro bloco o elemento dl está deslocado de:

$$\alpha_m = \theta_m + \Delta.l/L + \gamma/2 \quad (6.20)$$

e no segundo bloco de:

$$\alpha_m = \theta_m + \Delta l/L - \gamma/2 \quad (6.21)$$

onde  $\gamma$  pode assumir valores positivo ou negativo conforme a convenção acima.

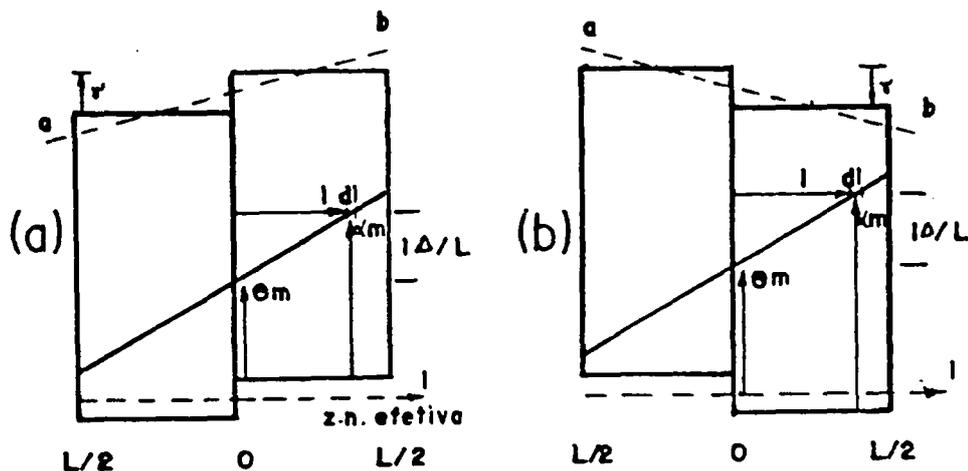


Fig.6.6-Combinação de deslocamento de ímãs e inclinação de ranhura

Integrando tem-se:

$$X_1(\theta_m) = \int_{-L/2}^0 a_1 \sin i(\theta_m + \Delta.l/L + \gamma/2) dl + \int_0^{L/2} a_1 \sin i(\theta_m + \Delta.l/L - \gamma/2) dl \quad (6.22)$$

Resolvendo a integração chega-se a:

$$X_1(\theta_m) = a_1 \cdot L \cdot 4/(i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/4) \cdot \text{cos} i(-\Delta/4 + \gamma/2) \cdot \text{sen} i\theta_m \quad (6.23)$$

Donde obtém-se:

$$k_{a1} = 4/(i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/4) \cdot \text{cos} i(-\Delta/4 + \gamma/2) \quad (6.24)$$

A fig.6.7a mostra a aplicação da eq.6.24 a um motor com 24 ranhuras onde foi usado o desalinhamento dos ímãs no mesmo sentido da inclinação da ranhura e a fig.6.7b mostra o desalinhamento dos ímãs em

sentido contrário à inclinação das ranhuras. Nota-se que em nenhum caso a primeira harmônica de torque de relutância é eliminada. No segundo caso vê-se que a primeira harmônica de f.e.m. ( quarta harmônica mecânica ) fica muito prejudicada o que não é bom para o torque médio do motor.

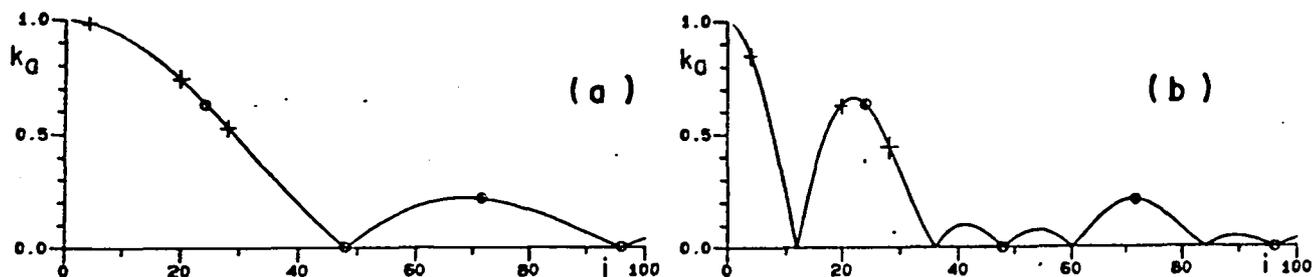


Fig.6.7 - Atenuação com ranhuras inclinadas e ímãs deslocados

### 6.5 - DESALINHAMENTO DE VÁRIOS ÍMÃS E INCLINAÇÃO DE RANHURAS

A partir de três blocos de ímãs há duas opções de desalinhamento dos ímãs: Num único sentido ou alternadamente.

Será considerado inicialmente o deslocamento contínuo.

#### 6.5.1 - DESALINHAMENTO CONTÍNUO DOS ÍMÃS

Dentro desta possibilidade há ainda a divisão em número par e número ímpar de blocos de ímãs.

##### a ) DESALINHAMENTO CONTÍNUO COM NÚMERO PAR DE BLOCOS

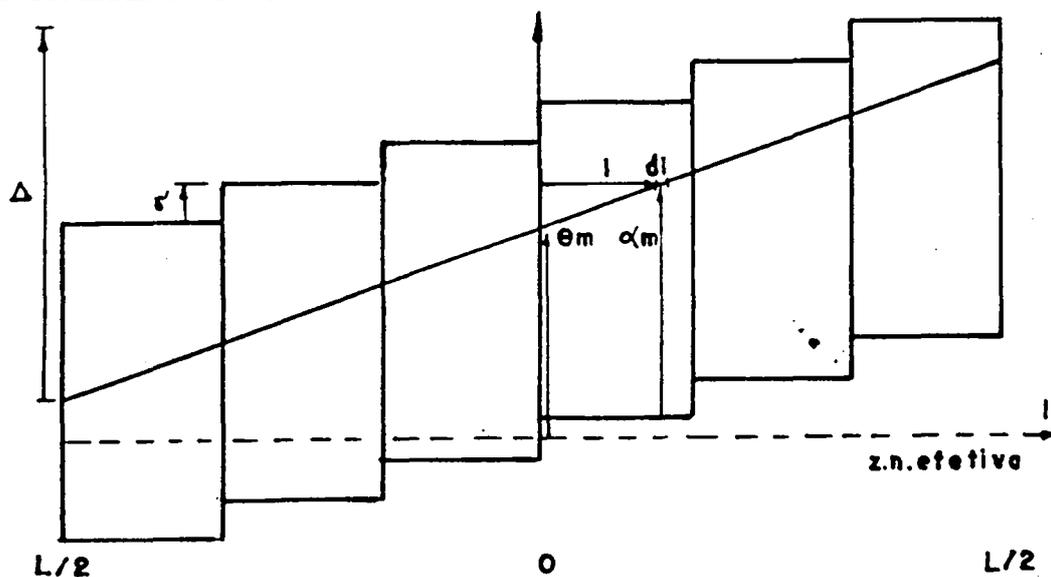


Fig.6.8 - Desalinhamento contínuo com número par de blocos

Quando o desalinhamento dos ímãs é no mesmo sentido da inclinação das ranhuras suas contribuições se cancelam parcialmente tanto é que, um número infinito de blocos de ímãs deslocados no mesmo sentido, equivale a ter-se ímãs retos e ranhuras retas.

Para valores negativos de  $l$  a contribuição de  $\Delta$  será negativa e de  $\gamma$  será positiva ( se  $\gamma$  for positivo ). Por inspeção da fig.6.8 pode-se obter  $\alpha_m = f(\theta_m)$  e os limites de integração para cada intervalo.

$$\alpha_m = \theta_m + \Delta.l/L + \gamma((n_b - 1)/2 - (i_b - 1)) \quad (6.25)$$

$$l_i = -L/2 + (i_b - 1).L/n_b \quad (6.26)$$

$$l_f = l_i + L/n_b \quad (6.27)$$

$$X_i(\theta_m) = \sum_{i_b=1}^{n_b} \int_{l_i}^{l_f} a_i \cdot \text{sen } i(\theta_m + \Delta.l/L + \gamma((n_b-1)/2 - (i_b-1))) dl \quad (6.28)$$

$$X_i(\theta_m) = - \sum_{i_b=1}^{n_b} a_i L/(i\Delta) \cos i(\theta_m + \Delta(-1/2 + i_b/n_b) + \gamma((n_b-1)/2 - (i_b-1))) - \cos i(\theta_m + \Delta(-1/2 + (i_b-1)/n_b) + \gamma((n_b-1)/2 - (i_b-1))) \quad (6.29)$$

Utilizando uma propriedade da trigonometria[36] e rearrumando os termos tem-se:

$$X_i(\theta_m) = a_i \cdot L \cdot 2n_b / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) / n_b \cdot \sum_{i_b=1}^{n_b} \text{sen } i(\theta_m + (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot (-n_b + 2i_b - 1)) \quad (6.30)$$

Expandindo o somatório e depois combinando de cada vez o primeiro e o último termo, o segundo e o penúltimo e assim sucessivamente e depois usando uma propriedade trigonométrica [36] chega-se a:

$$X_i(\theta_m) = a_i L \cdot 2n_b / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) / n_b \cdot \left[ 2 \text{sen } i/2(2\theta_m + (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot 0) \cdot \cos i/2 (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot 2(-n_b + 1) + 2 \text{sen } i/2(2\theta_m + (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot 0) \cdot \cos i/2 (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot 2(-n_b + 3) + 2 \text{sen } i/2(2\theta_m + (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot 0) \cdot \cos i/2 (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot 2(-n_b + 5) \dots \right] \quad (6.31)$$

Fazendo algumas arrumações tem-se:

$$X_1(\theta_m) = a_1 L \cdot 2n_b / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) / n_b \sum_{i_s=1}^{n_b/2} 2 \cdot \text{sen } i \theta_m \cdot \cos i \left[ (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot (-n_b + 2i_s - 1) \right] \quad (6.32)$$

Levando em conta que o sinal do arco não altera o cosseno chega-se finalmente a:

$$k_{ai} = 2n_b / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) \cdot 2/n_b \sum_{i_s=1}^{n_b/2} \cos i \left[ (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot (n_b - 2i_s + 1) \right] \quad (6.33)$$

A fig.6.9 mostra a aplicação desta equação em quatro casos diferentes num protótipo com 24 ranhuras e 8 pólos. A fig.6.9a, b, c se referem ao caso de 4 blocos desalinhados continuamente de 1/4 de passo de ranhura respectivamente com ranhuras retas, inclinadas no mesmo sentido e em sentido contrário ao desalinhamento dos ímãs. A fig.6.9d se refere a um rotor com 6 blocos de ímãs desalinhados de 1/6 do passo de ranhura com estator reto.

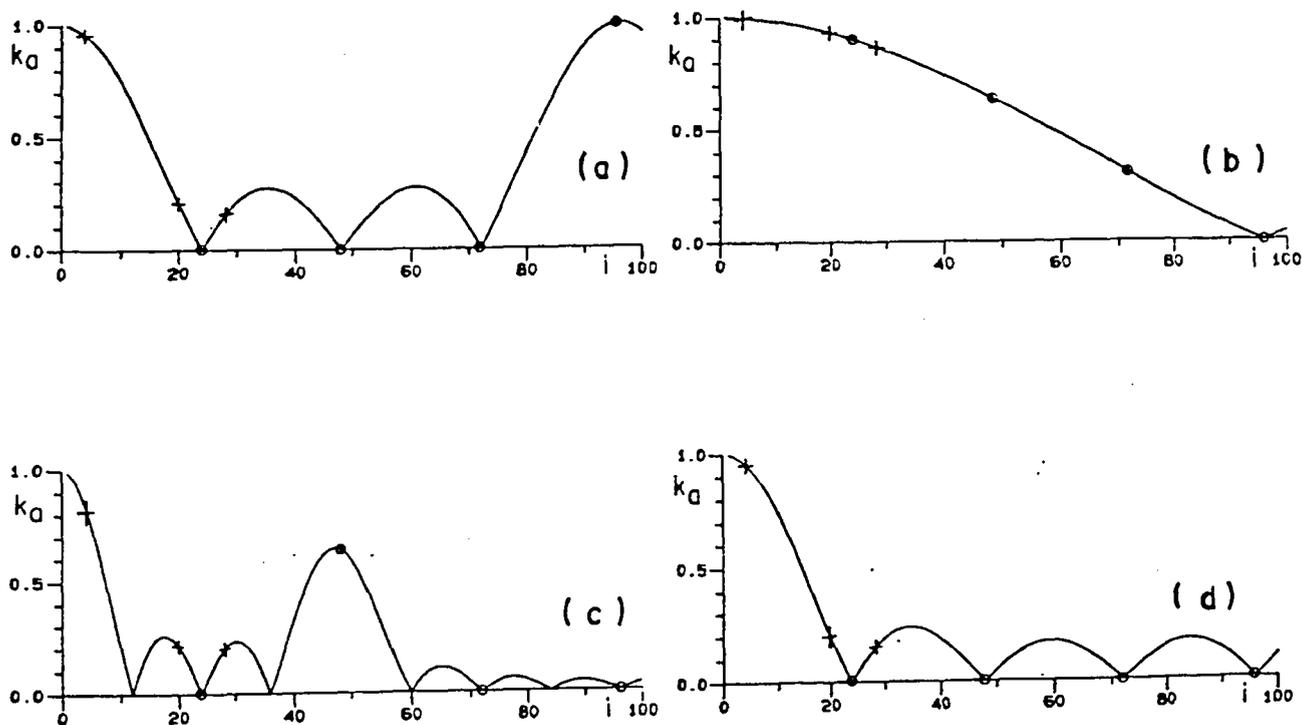


Fig.6.9 - Atenuação de harmônicas com inclinação de ranhuras e desalinhamento contínuo de número par de ímãs

Salienta-se o fato de que, com o estator reto, são eliminadas todas as harmônicas de torque de relutância com exceção das múltiplas do número de blocos do rotor. Se inclinar as ranhuras no mesmo sentido dos ímãs fig.69.b não há quase nenhuma atenuação enquanto que se as ranhuras forem inclinadas em sentido contrário atenua demasiadamente a primeira harmônica de f.e.m. e não anula a segunda harmônica de torque de relutância.

### b ) DESALINHAMENTO CONTÍNUO COM NÚMERO ÍMPAR DE BLOCOS DE ÍMÃS

Por inspeção da fig. 6.10 pode-se descrever a posição  $\alpha_m$  onde se encontra o elemento de integração  $dl$ .

$$\alpha_m = \theta_m + \Delta.l/L + \gamma((n_b-1)/2 - (i_b-1)) \quad (6.34)$$

Da mesma forma tem-se os limites de integração:

$$l_i = -L/2 + (i_b-1)L/n_b \quad (6.35)$$

$$l_f = l_i + L/n_b \quad (6.36)$$

Integrando  $x_1(\theta_m)$  ao longo do estator e considerando os diversos blocos tem-se:

$$X_1(\theta_m) = \sum_{i_b=1}^{n_b} \int_{l_i}^{l_f} a_1 \cdot \text{sen } i(\theta_m + \Delta.l/L + \gamma((n_b-1)/2 - (i_b-1))) dl \quad (6.37)$$

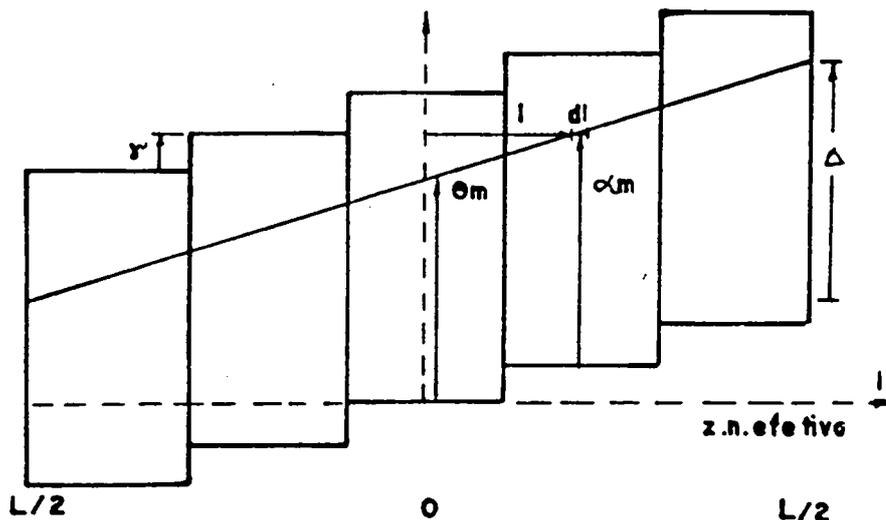


Fig.6.10 - Desalinhamento contínuo com número ímpar de blocos

Realizando a integração, substituindo os limites e rearrajando alguns termos chega-se a:

$$X_i(\theta_m) = -a_i \cdot L / (i\Delta) \sum_{i_b=1}^{n_b} \left\{ \cos i \left[ \theta_m + \Delta(-1/2 + i_b/n_b) + \gamma((n_b-1)/2 - (i_b-1)) \right] + \cos i \left[ \theta_m + \Delta(-1/2 + i_b/n_b) + \gamma((n_b-1)/2 - (i_b-1)) \right] \right\} \quad (6.38)$$

Usando uma relação trigonométrica e rearrajando tem-se:

$$X_i(\theta_m) = a_i \cdot L \cdot 2n_b / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) / n_b \sum_{i_b=1}^{n_b} \text{sen } i(\theta_m + \Delta(-1/2 + (2i_b-1)/2n_b) + \gamma((n_b-1)/2 - i_b+1)) \quad (6.39)$$

Desenvolvendo o somatório, levando em conta que no termo médio  $i_b = (n_b+1)/2$ , combinando o primeiro termo com o último, o segundo com o penúltimo, etc. e aplicando-se uma relação trigonométrica tem-se:

$$X_i(\theta_m) = a_i \cdot L \cdot 2n_b / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) / n_b \left[ 2 \text{sen } i\theta_m \cdot \cos i(\Delta(n_b-1)/n_b - \gamma(n_b-1)/2) + 2 \text{sen } i\theta_m \cdot \cos i(\Delta(n_b-3)/n_b - \gamma(n_b-3)/2) + \dots + \text{sen } i\theta_m \right] \quad (6.40)$$

Rearranjando e colocando em forma de somatório tem-se:

$$X_i(\theta_m) = a_i \cdot L \cdot 2n_b / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) / n_b \left\{ 1 + \sum_{is=1}^{(n_b-1)/2} 2 \cos i \left[ (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot (n_b - (2is-1)) \right] \text{sen } i\theta_m \right\} \quad (6.41)$$

Fazendo poucos arranjos chega-se ao fator de atenuação das harmônicas:

$$k_{a1} = 2n_b / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) \cdot 2/n_b \left\{ 1/2 + \sum_{is=1}^{(n_b-1)/2} \cos i \left[ (\Delta/2n_b - \gamma/2) \cdot (n_b - 2is+1) \right] \right\} \quad (6.42)$$

A fig.6.11 mostra aplicação de (6.42) a casos em que o rotor é dividido em 3 e 5 blocos. As letras a, c, e se referem ao rotor com 3 blocos deslocados de 1/3 de passo de ranhura e as letras b, d, f ao rotor com 5 blocos deslocados de 1/5 de passo de ranhura. Respectivamente tem-se ranhuras retas, inclinadas na mesma direção e em sentido contrário do deslocamento dos ímãs.

Valem aproximadamente as mesmas conclusões tiradas do caso anterior, ou seja, com ranhuras retas, todas as harmônicas de torque de

relutância são anuladas, com excessão das múltiplas do número de blocos.

Quando as ranhuras são inclinadas no mesmo sentido do deslocamento dos ímãs há pouca atenuação tanto das harmônicas de f.e.m. quanto das de torque de relutância. Se as ranhuras são inclinadas em sentido contrário ao deslocamento dos ímãs atenua demais a primeira harmônica de f.e.m. e não anula algumas harmônicas de baixa ordem do torque de relutância.

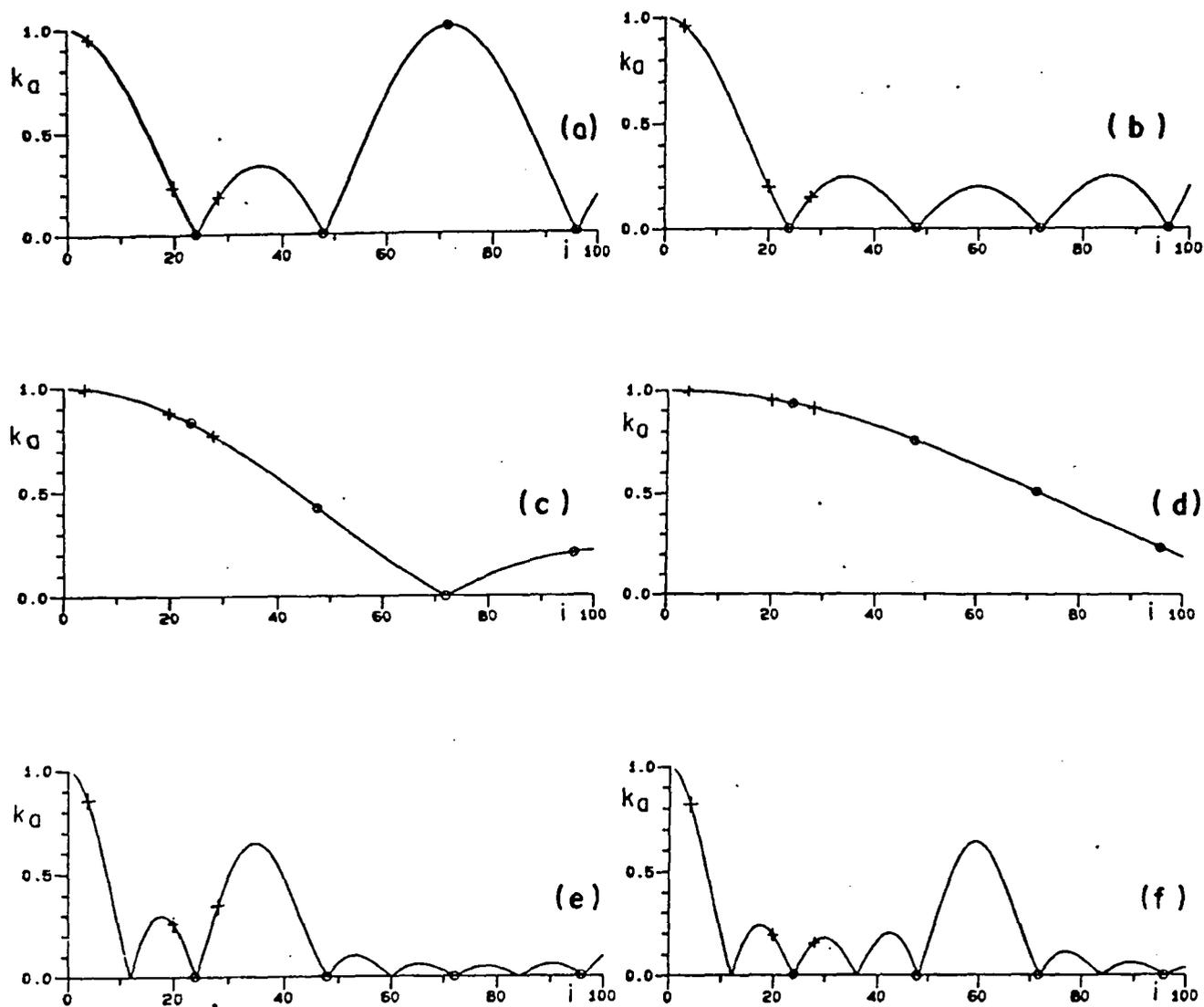


Fig. 6.11 - Fatores de atenuação para número ímpares de blocos

### 6.5.2 - DESALINHAMENTO ALTERNADO DE VÁRIOS BLOCOS DE ÍMÃS

Neste caso só será considerado número par de blocos pois em caso contrário a zona neutra efetiva dos ímãs fica em lugar incerto(fig.6.12).

Por inspeção a posição do elemento  $dl$  está situado em :

$$\alpha_m = \theta_m + \Delta.l/L \pm \gamma/2 \quad (6.43)$$

onde o sinal + é usado para os blocos ímpares e o sinal - para os pares.

$$l_i = -L/2 + (i_b - 1)L/n_b \quad (6.44)$$

$$l_f = l_i + L/n_b \quad (6.45)$$

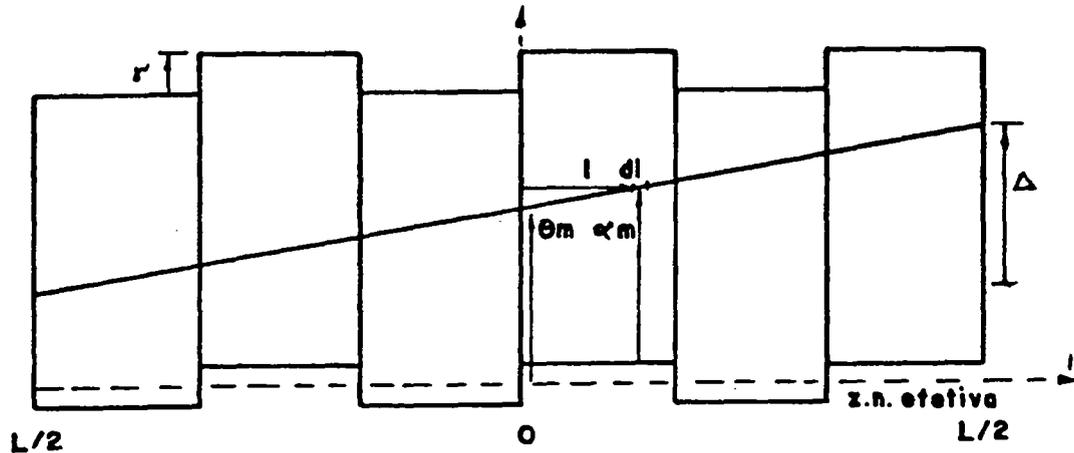


Fig.6.12 - Desalinhamento alternado de vários blocos de ímãs

Passando à integração tem-se:

$$X_i(\theta_m) = \sum_{i_b=1}^{n_b} \int_{l_i}^{l_f} a_i \cdot \text{sen } i(\theta_m + \Delta.l/L + (-1)^{i_b+1} \cdot \gamma/2) dl \quad (6.46)$$

Integrando, substituindo os limites de integração e rearranjando chega-se a:

$$X_i(\theta_m) = a_i L/(i\Delta) \sum_{i_b=1}^{n_b} \left[ \cos i(\theta_m + \Delta(-n_b + 2i_b)/2n_b + (-1)^{i_b+1} \cdot \gamma/2) - \cos i(\theta_m + \Delta(-n_b + 2i_b - 2)/2n_b + (-1)^{i_b+1} \cdot \gamma/2) \right] \quad (6.47)$$

Usando a relação trigonométrica e rearrumando obtém-se:

$$X_i(\theta_m) = a_i \cdot L \cdot 2n_b (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) / n_b \sum_{i_b=1}^{n_b} \text{sen } i(\theta_m + \Delta(-n_b + 2i_b - 1)/2n_b + (-1)^{i_b+1} \cdot \gamma/2) \quad (6.48)$$

Expandindo o somatório, agrupando o primeiro termo ao último, o segundo ao penúltimo, etc e finalmente aplicando uma relação trigonométrica [36] chega-se a:

$$X_1(\theta_m) = a_1 \cdot L \cdot 2n_b / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) / n_b \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \text{sen } i \theta_m \cdot \cos i((n_b-1)/2n_b - \gamma/2) + \\ 2 \cdot \text{sen } i \theta_m \cdot \cos i((n_b-3)/2n_b + \gamma/2) + \\ 2 \cdot \text{sen } i \theta_m \cdot \cos i((n_b-5)/2n_b - \gamma/2) + \dots \end{array} \right] \quad (6.49)$$

Fazendo pequenos rearranjos e colocando-se na forma de somatório chega-se ao fator de atenuação:

$$k_{a1} = 2n_b / (i\Delta) \cdot \text{sen}(i\Delta/2n_b) \cdot 2/n_b \sum_{i_s=1}^{n_b/2} \cos i \left[ (\Delta/2n_b) \cdot (n_b - 2i_s + 1) + (-1)^{i_s+1} \cdot \gamma/2 \right] \quad (6.50)$$

A fig. 6.13 abaixo mostra alguns resultados com ímãs desalinhados alternadamente. As letras a, c, e se referem a um rotor com 4 blocos deslocados de 1/2 passo de ranhura e as letras b, d, f se referem a um rotor de 6 blocos deslocados de 1/2 passo de ranhura. Pela ordem tem-se ranhuras retas, ranhuras inclinadas de um passo de ranhura no mesmo sentido e em sentido contrário ao deslocamentos dos ímãs.

Nota-se se as ranhuras forem retas o resultado é o mesmo para qualquer número de blocos, isto é, são anuladas todas as harmônicas ímpares e mantidas as pares.

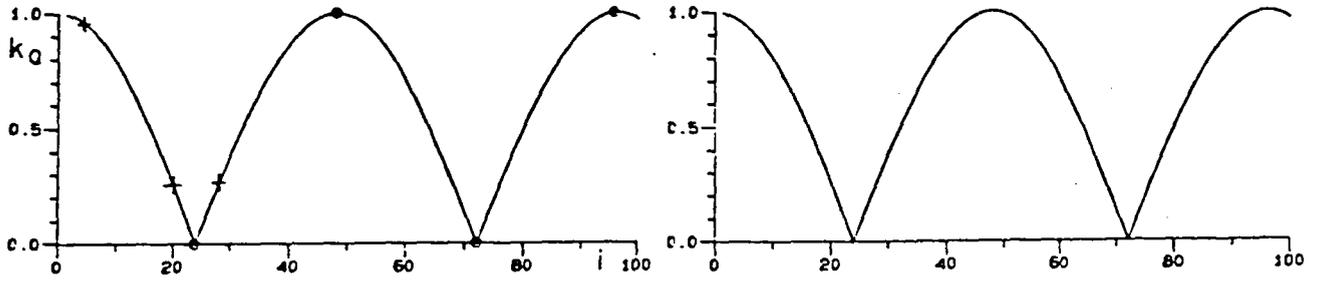
Com ranhuras inclinadas só foram obtidos resultados bons com 4 blocos onde se obteve anulação do torque de relutância porém, quanto à f.e.m., houve redução demasiada da primeira harmônica no caso de ranhuras inclinadas em sentido contrário ao deslocamento dos ímãs.

## 6.6 - COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS

A tabela 4 mostra um resumo dos resultados mostrados nas curvas de atenuação das harmônicas. Os deslocamentos dos ímãs e inclinação de ranhuras estão medidos em fração do passo de ranhura e os fatores de atenuação em percentual do caso em que se tem ranhuras retas e ímãs alinhados.

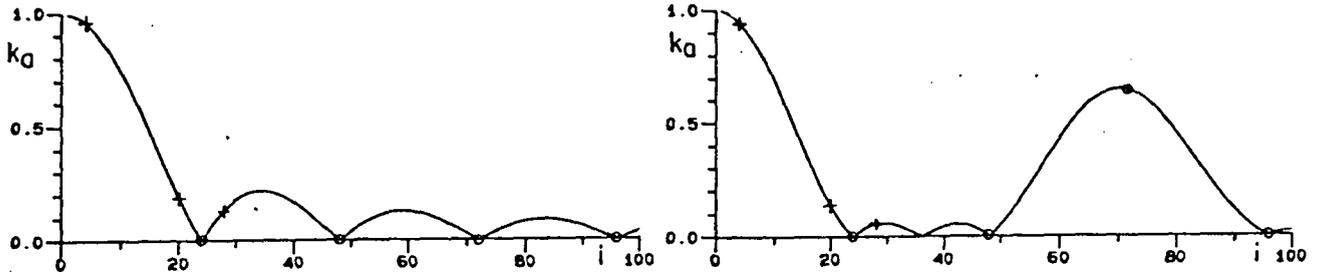
Não dando atenção às harmônicas de f.e.m. múltiplas de três, por motivos já expostos, algumas conclusões podem ser obtidas da observação da tabela 4 :

1. Usando ranhuras retas e deslocamento de ímãs continuamente obtém-se a anulação de todas as harmônicas de torque de relutância com excessão das múltiplas do número de blocos de ímãs. Quanto às harmônicas de f.e.m. tem-se uma redução para 20% da 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> harmônicas com redução da fundamental a 95%.



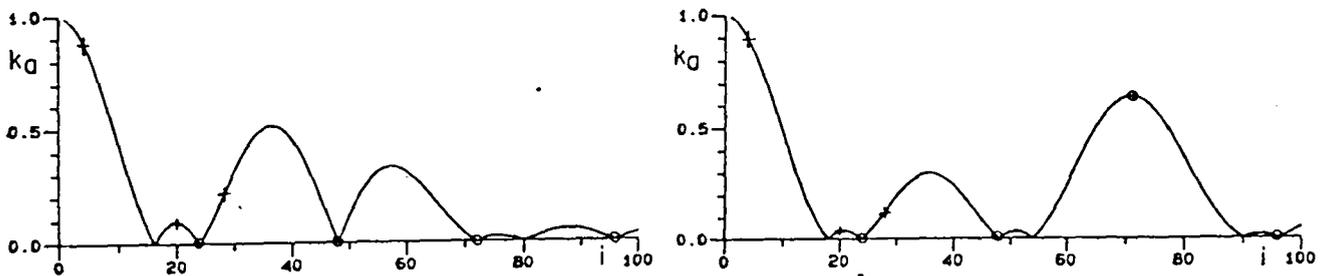
(a)

(b)



(c)

(d)



(e)

(f)

Fig. 6.13 - Número par de ímãs desalinhados alternadamente

2. O deslocamento alternado dos blocos de ímãs com ranhuras retas tem o mesmo efeito de serem usados apenas dois blocos defasados de meio passo de ranhura.
3. A inclinação das ranhuras de um passo de ranhura com um único bloco de ímãs anula todas as harmônicas do torque de relutância e reduz a menos de 20% a 5<sup>a</sup> e a 7<sup>a</sup> harmônica de f.e.m. com pequeno prejuízo da fundamental. Constitui-se no mais usado dos meios de atenuação harmônica.
4. A combinação da inclinação das ranhuras e deslocamento contínuo dos ímãs no mesmo sentido cancela as harmônicas de torque múltiplas do número de blocos porém atenua pouco a 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> harmônicas de f.e.m.. Não é um bom método.
5. A inclinação das ranhuras num sentido e o deslocamento dos ímãs continuamente no outro causa redução sensível na 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> harmônicas de f.e.m. porém reduz demasiadamente a fundamental da mesma. Quanto ao torque de relutância, este é anulado apenas para número ímpar de blocos e quando o número de blocos é par são conservadas as harmônicas de ordem igual a:
 
$$i = n_b/2 + k n_b \quad \text{para } k=0,1,2,3\dots \quad (6.72)$$
6. Usando inclinação de ranhura e deslocamento alternado de ímãs só se consegue anulação total das harmônicas de torque com quatro blocos. Com  $\gamma$  positivo a 5<sup>a</sup> e a 7<sup>a</sup> harmônicas de f.e.m. ficam reduzidas a menos de 20% e a fundamental sofre pouco. Se  $\gamma$  é negativo há uma redução melhor na 5<sup>a</sup> harmônica de f.e.m. porém a fundamental perde muito. Se forem usados 6 blocos de ímãs deslocados alternadamente há uma boa performance em termos da 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> harmônicas de f.e.m. porém com perda apreciável na fundamental e a 3<sup>a</sup> harmônica de torque de relutância permanece forte.
7. A solução mais indicada é, de um modo geral, usar ímãs alinhados e inclinar as ranhuras do estator de um passo de ranhura. Isto anulará o torque de relutância e reduzirá a 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> harmônicas de f.e.m. a menos de 20% do seu valor original com pouco prejuízo da fundamental.

MÉTODO				F. E. M.						TORQUE DE RELUTÂNCIA					
$n_b$	modo	$\gamma$	$\Delta$	1	3	5	7	9	11	1	2	3	4	5	6
1	C	-	0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
2	C	1/2	0	96	70	25	25	70	96	0	100	0	100	0	100
3	C	1/3	0	95	65	20	20	33	20	0	0	100	0	0	100
4	C	1/4	0	95	63	20	20	27	13	0	0	0	100	0	0
5	C	1/5	0	95	63	18	18	24	10	0	0	0	0	100	0
6	C	1/6	0	95	63	18	18	24	10	0	0	0	0	0	100
1	C	-	1	95	63	18	15	10	9	0	0	0	0	0	0
2	C	1/2	1	98	89	73	50	30	9	63	0	22	0	13	0
3	C	1/3	1	99	94	87	76	63	50	82	40	0	21	18	0
4	C	1/4	1	100	97	93	86	78	59	90	62	30	0	18	21
5	C	1/5	1	100	98	95	90	85	79	93	75	50	23	0	15
6	C	1/6	1	100	99	97	93	90	85	95	81	63	40	19	0
1	C	-	1	95	63	18	15	10	9	0	0	0	0	0	0
2	C	-1/2	1	84	0	65	40	0	8	63	0	21	0	12	0
3	C	-1/3	1	81	0	25	38	63	24	0	0	0	0	0	0
4	C	-1/4	1	83	0	20	20	0	56	0	62	0	0	0	22
5	C	-1/5	1	81	0	18	18	0	19	0	0	0	0	0	0
6	C	-1/6	1	81	0	18	17	0	17	0	0	63	0	0	0
2	A	1/2	0	96	70	25	25	70	96	0	100	0	100	0	100
4	A	1/2	0	96	70	25	25	70	96	0	100	0	100	0	100
6	A	1/2	0	96	70	25	25	70	96	0	100	0	100	0	100
2	A	1/2	1	98	89	73	50	30	9	63	0	22	0	13	0
4	A	1/2	1	95	62	18	15	21	9	0	0	0	0	0	0
6	A	1/2	1	93	75	12	6	0	5	0	0	61	0	0	0
2	A	-1/2	1	83	0	65	40	0	8	62	0	20	0	10	0
4	A	-1/2	1	88	22	9	25	51	28	0	0	0	0	0	0
6	A	-1/2	1	90	32	4	15	30	10	0	0	62	0	0	0

Tab.4 - Comparação dos métodos de atenuação de harmônicas

## 6.7 - COMBINAÇÃO DOS MÉTODOS APRESENTADOS COM A ESCOLHA DA LARGURA DOS ÍMÃS

Serão sugeridas algumas combinações entre largura de ímãs e métodos de atenuação de harmônicas mais adequados.

a) Uma maneira de atenuação do conteúdo harmônico do torque de relutância e de f.e.m., sem inclinar as ranhuras do estator, é usar ímãs iguais com largura de um número inteiro de passos de ranhura mais

aproximadamente meio passo de ranhura  $((k+0.61)\tau_r)$  e também deslocar os blocos de ímas de meio passo de ranhura alternadamente ( ou deslocar continuamente um número par de blocos de ímas de um ângulo igual ao passo de ranhura dividido pelo número de blocos).

A primeira providência, como se pode observar através da eq.(4.41) e fig.5.9, produz uma simetria de meia onda no torque de relutância o que significa ausência de harmônicas pares. A segunda providência anula todas as harmônicas ímpares sobrando apenas as pares, as quais pela primeira providência já foram anuladas. Portanto o torque de relutância, com ímas ideais, fica anulado.

Um trabalho recente da equipe de Slemon [22] em Toronto (Canadá) chega a resultados bastante próximos pois, segundo ela, a largura do ímã para esta condição deve ser:

$$\theta_1 = (k + 0.64) \tau_r \quad \text{onde } k = 1, 2, 3 \dots \quad (6.52)$$

Neste artigo, no entanto, esta condição é considerada a pior possível pois produz o máximo de harmônicas ímpares e o recurso de deslocamento dos ímas parciais não é abordado.

Olhando para o conteúdo harmônico da f.e.m. (cap.5) vê-se que a 7ª harmônica é aproximadamente nula, a 5ª vale 3.0 V e a fundamental 32.0 V.

Usando as curvas de atenuação de harmônicas deste capítulo tem-se para a f.e.m.:

$$k_{a1} = 0.96 \quad k_{a5} = 0.25 \quad k_{a7} = -0.25$$

e para o torque de relutância:

$$k_{a1} = 0.00 \quad k_{a2} = 1.00 \quad k_{a3} = 0.00 \quad k_{a4} = 1.0$$

Aplicando estes atenuadores sobre a f.e.m. e sobre o torque de relutância tem-se:

$$\text{F.e.m.: } 1^{\text{a}} \text{ H} = 30.72 \text{ V}; \quad 5^{\text{a}} \text{ H} = 0.75 \text{ V}; \quad 7^{\text{a}} \text{ H} = 0.0 \text{ V}$$

$$\text{Torque de relutância: } 1^{\text{a}} \text{ H} = 2^{\text{a}} \text{ H} = 3^{\text{a}} \text{ H} = 0 \text{ N.m}; \quad 4^{\text{a}} \text{ H} = 0.045 \text{ N.m}$$

o que representa um resultado bastante satisfatório.

b) Mantendo as ranhuras retas e usando ímas com larguras diferentes  $(k + 0.14 + 0.25)\tau_r$  e  $(k + 0.14 - 0.25)\tau_r$  anulam-se a primeira e a segunda harmônicas do torque de relutância conforme já foi visto. Se, além disto, for usado deslocamento alternado de meio passo de ranhura dos blocos do rotor obter-se-á a confirmação da anulação da primeira harmônica e de todas as ímpares. Este é o processo completo usado no já citado servomotor italiano.

c) A inclinação das ranhuras do estator, quando for viável do ponto de vista de custo de produção, é uma das melhores soluções do ponto de vista de torque de relutância e de f.e.m.. Desprezando o efeito de

extremidades, se a inclinação for exatamente um passo de ranhura o torque de relutância é anulado completamente sem alterar significativamente a fundamental de f.e.m.. A 5ª e a 7ª harmônicas de f.e.m. são reduzidas a aproximadamente 20% dos seus valores originais e o sinal da última é invertido. Usando-se ímãs iguais de aproximadamente  $150^\circ$  ter-se-ia a 5ª e a 7ª harmônicas de f.e.m. pequenas e de sinais contrários ( ver cap.5 ).

A inclinação das ranhuras vai então reduzir a 5ª e a 7ª e inverter o sinal da 7ª tornando ambas do mesmo sentido e de valores aproximadamente iguais. Se a corrente imposta for senoidal, olhando-se a eq.(3.16), vê-se que há uma anulação da 6ª harmônica de torque eletromagnético que é a mais prejudicial da harmônicas de torque eletromagnético.

b) Outra técnica recentemente apresentada por [22] consiste em usar ímãs levemente mais largos que um número inteiro de passos de ranhura ( $(k+0.14)\tau_r$ ) que anulará a primeira harmônica de torque de relutância ficando o pico do mesmo com apenas 1% do torque nominal. Além disto deve-se cortar a chapa do rotor com a posição dos pares de pólos deslocados um em relação de um ângulo equivalente a  $\tau_r/2$  dividido pelo número de pares de pólos (fig.6.14).

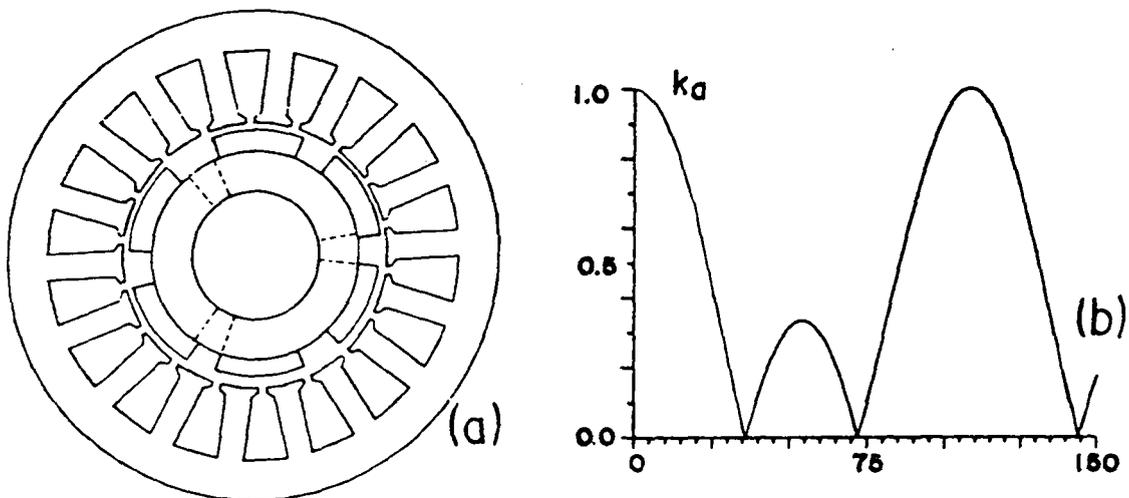


Fig.6.14 - Deslocamento dos pares de pólos no desenho da chapa do rotor

Isto anulará a 2ª harmônica de torque de relutância reduzindo o pico de torque de relutância a 0.3% do torque nominal. Os autores afirmam ser este método melhor do que inclinar as ranhuras do estator. Parece que a afirmativa é procedente pois, nas letras b e d, o fenômeno é atacado na origem e portanto o efeito de extremidades não interessa. Em termos de produção industrial, a precisão dimensional no corte da chapa é muito maior do que na inclinação das ranhuras ou no deslocamento dos blocos de ímãs .

É esperado que os esforços magnéticos radiais permaneçam suficientemente equilibrados e não criem nenhum outro fenômeno apreciável.

## 6.8 - ANÁLISE DA SENSIBILIDADE DO TORQUE DE RELUTÂNCIA À PRECISÃO DIMENSIONAL DA INCLINAÇÃO DAS RANHURAS DO ESTATOR

Neste capítulo foi demonstrado que a inclinação das ranhuras do estator de um passo de ranhura anula o torque de relutância conforme o que a literatura internacional já relatava.

Por ter sido considerado o melhor método, foi dedicada uma atenção especial à sensibilidade do torque de relutância em relação à precisão dimensional do ângulo de inclinação da ranhura. Foi variado o ângulo de inclinação da ranhura de 90% a 110% do passo de ranhura do protótipo do apêndice A e os resultados foram colocados na tabela 5. Os valores dos coeficientes de atenuação são aproximadamente os mesmos para as harmônicas mais importantes do torque de relutância e foram lidas sobre as curvas levantadas de modo que são aproximados.

$\Delta$ (% $\tau_r$ )	$\Delta$ ( $^{\circ}$ mec)	arco(mm)	desvio( $^{\circ}$ mec)	desvio(mm)	$k_a$
90	13.50	6.13	-1.50	-0.68	0.10
95	14.25	6.47	-0.75	-0.34	0.05
100	15.00	6.81	0.00	0.00	0.00
105	15.75	7.15	0.75	0.34	0.05
110	16.50	7.49	1.50	0.68	0.10

Tab.5 - Sensibilidade da atenuação do torque de relutância aos erros da inclinação da ranhura

Nota-se que, para que o cogging seja reduzido a menos que 5% do seu valor original, o deslocamento de uma chapa em relação à outra na ponta oposta do estator deve ter precisão de poucos décimos de milímetros o que pode ser uma dificuldade na linha de produção. O mesmo, por extensão, pode-se dizer em relação ao alinhamento dos ímãs parciais do rotor e a todos os métodos apresentados. Em outras palavras a eliminação do torque de cogging está ligado a uma geometria precisa do motor.

## 6.9 - ENROLAMENTO DISTRIBUIDO E PASSO FRACIONÁRIO

A distribuição dos lados ativos das bobinas de uma fase em mais de uma ranhura por pólo caracteriza o enrolamento distribuído, caso contrário é concentrado. Os enrolamentos cujas bobinas tem passo menor do que o passo polar são chamados de enrolamentos de passo fracionário e se os passos forem iguais são chamados de passo pleno.

O enrolamento distribuído e/ou de passo encurtado são largamente usados para reduzir o conteúdo harmônico de f.e.m. e f.m.m. nas

máquinas CA sendo aqui brevemente apresentado com o objetivo de permitir comparações e tornar o trabalho mais completo. Como o torque de relutância é independente do enrolamento os coeficientes de atenuação de harmônicas devido ao enrolamento só podem ser aplicados à f.e.m.. Em vista disto, por facilidade, todas as grandezas aqui serão elétricas.

É fácil demonstrar [17,14,13] que o fator de distribuição e de passo (ou de corda) para cada harmônica é dado por:

$$f_{di} = \frac{\text{sen}(q i \tau_r/2)}{(q \cdot \text{sen}(i \tau_r/2))} \quad (6.73)$$

$$f_{ci} = \cos\left[i \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_p}\right)\right] \quad (6.74)$$

onde:  $\tau_r$  = passo de ranhura ( gr.elétricos )

$i$  = ordem da harmônica tomando a fundamental de f.e.m.

como a primeira harmônica .

$\tau_b/\tau_p$  = Relação entre o passo de bobina e o passo polar

Estes coeficientes podem ser multiplicados entre si e com os anteriores desde que sejam observadas a relação entre as harmônicas elétricas e mecânicas. A fig. 6.15 mostra os fatores de distribuição e de passo para alguns casos-exemplos.

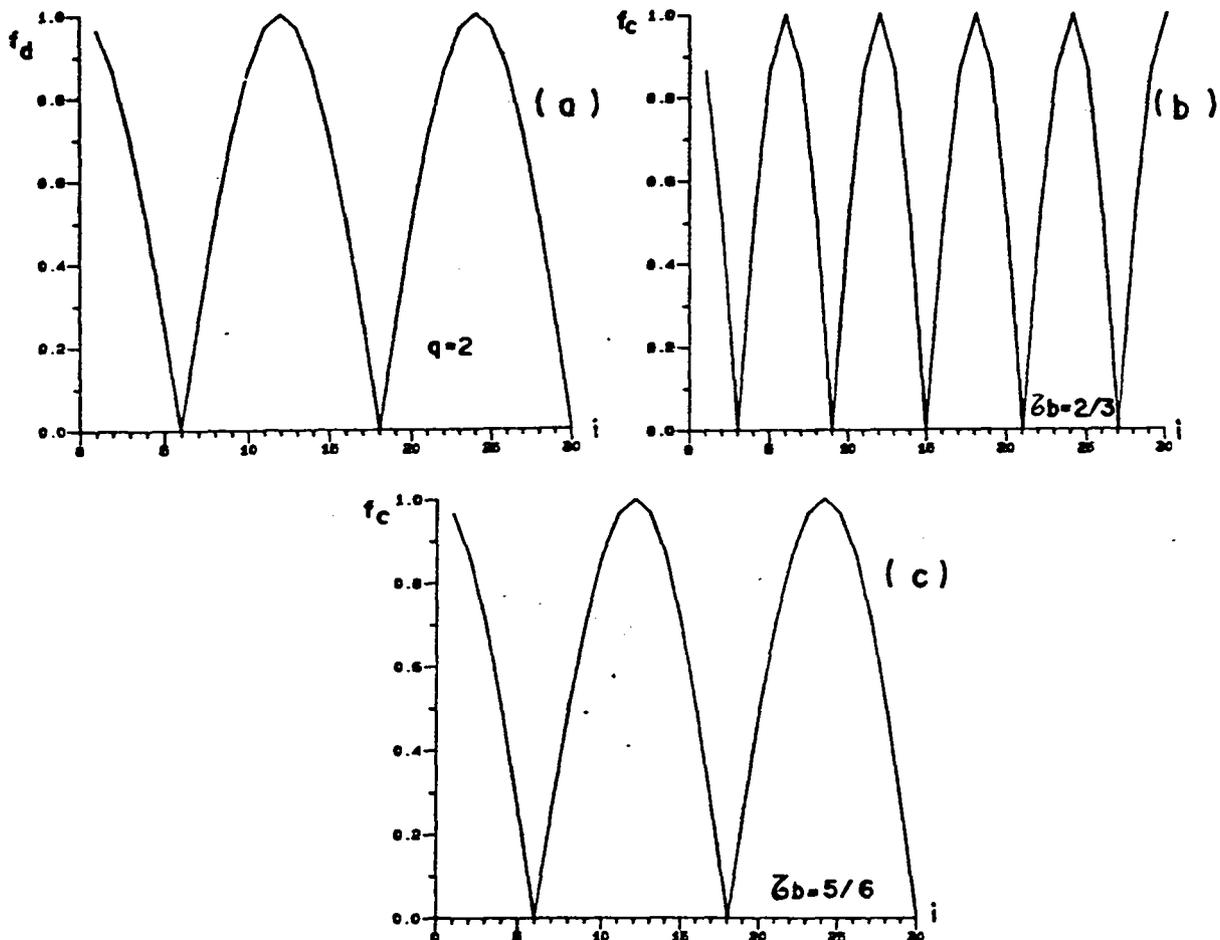


Fig.6.15 - Fatores de distribuição e de passo

Encurtando o passo de bobina a  $2/3 \tau_p$  não ajuda em quase nada pois a 5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 11<sup>a</sup> e a 13<sup>a</sup> não sofrem quase nenhuma redução. Nota-se que o enrolamento distribuído ( $q=2$ ) atenua bastante a 5<sup>a</sup> e a 7<sup>a</sup> e pouco a 11<sup>a</sup> e a 13<sup>a</sup>. Com enrolamento distribuído ( $q=2$ ) e passo encurtado ( $\tau_b = 5/6 \tau_p$ ) obtém-se uma melhor solução pois causa uma redução maior nas 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> e ajuda a diminuir as 11<sup>a</sup> e 13<sup>a</sup> harmônicas reduzindo pouco a fundamental.

Os servomotores, onde sempre quer-se diminuir a inércia, tem geralmente pequeno diâmetro o que torna difícil usar mais do que uma ranhura por polo e fase principalmente se o número de pólos é grande. Em função disto a redução do passo de bobina em uma ranhura é muito drástica e prejudica muito a fundamental fazendo que estes artificios só sejam usados em máquina maiores.

Nos pequenos servomotores é usado geralmente enrolamento concentrado de passo pleno com os recursos vistos anteriormente que eram a escolha da largura dos ímãs, desalinhamento dos mesmos e inclinação das ranhuras, etc.

## 6.10 - CONCLUSÃO

Os coeficientes de atenuação de harmônica, vistos neste capítulo, serão aplicados numa curva de torque de relutância e numa de f.e.m. por fase a fim de comprovar a sua eficácia.

Com o método do capítulo 4 foram calculados os torques de relutância para um motor com as dimensões do protótipo 1 em duas situações:

- a) Ranhuras retas, ímãs alinhados (fig.6.16a)
- b) Ranhuras inclinadas de  $\tau_r$ , rotor com 6 blocos deslocados alternadamente de  $-\tau_r/2$  (fig.6.16b)

Aplicando os coeficientes de atenuação de harmônicas do capítulo 6 sobre o conteúdo harmônico da curva da fig.6.16a obtém-se a curva da fig.6.16c que é idêntica à da fig.6.16b com a vantagem de ter sido gasto muito menos tempo de computação.

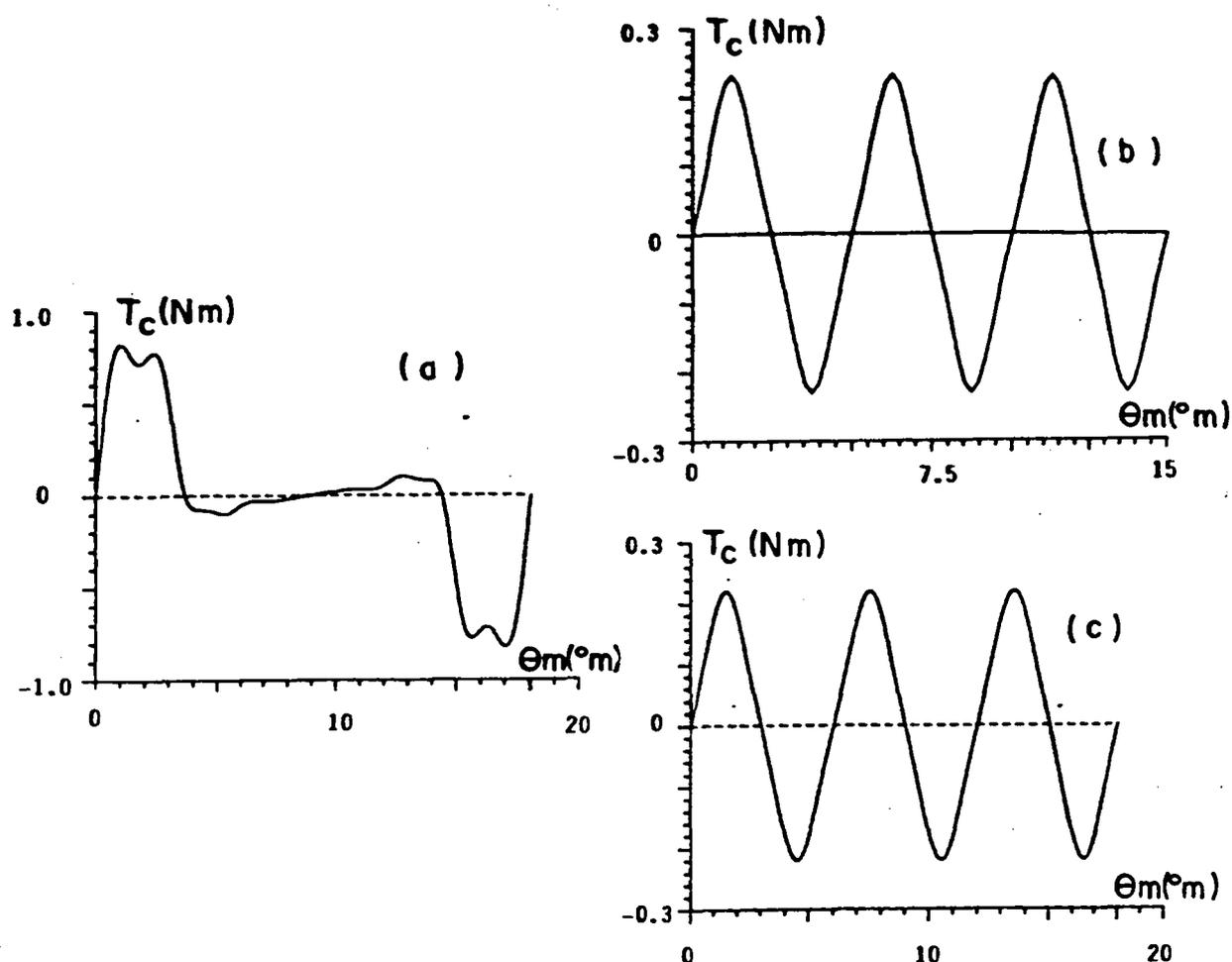


Fig 6.16 - Torque de relutância obtido por dois métodos

Usando agora o método do capítulo 2 obteve-se a f.e.m. por fase para o mesmo protótipo em três situações distintas:

- a) Ranhuras retas, rotor reto (fig.6.17a),
- b) Ranhuras inclinadas de  $\tau_r$ , rotor com 6 blocos de ímãs deslocados alternadamente de  $-\tau_r/2$  (fig.6.17b),
- c) Ranhuras inclinadas de  $\tau_r$ , rotor reto ( fig.6.17c).

Aplicando os coeficientes de atenuação de harmônicas sobre o conteúdo harmônico da curva da fig.6.17a obtiveram-se as curvas das fig.6.17d e fig.6.17e as quais são idênticas às anteriores porém gastando tempo computacional bem menor .

Isto demonstra a utilidade qualitativa e quantitativa dos procedimentos apresentados no capítulo 6.

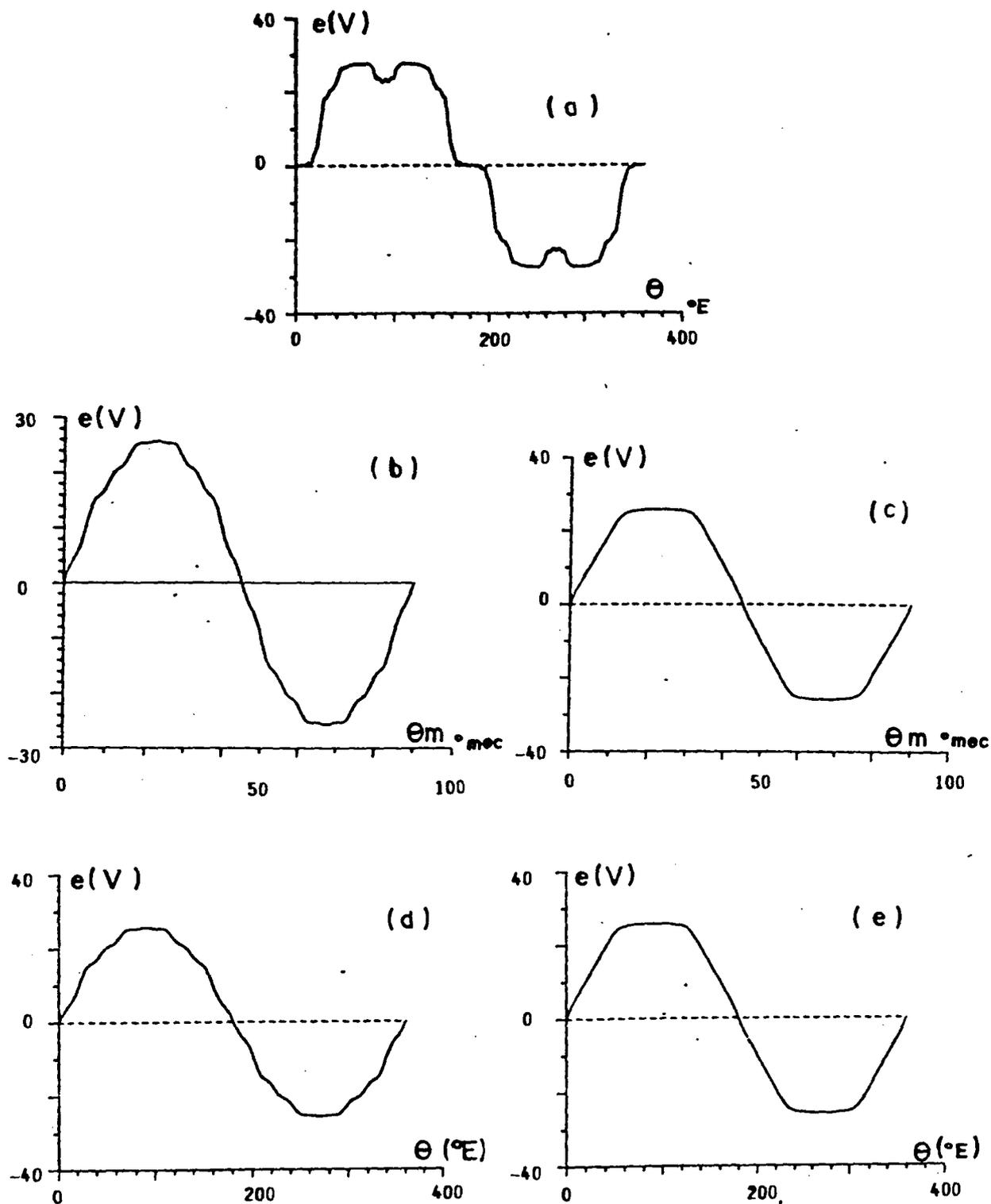


Fig.6.17 - F.e.m. por fase obtida por dois métodos

## CAPÍTULO 7

MINIMIZAÇÃO DA OSCILAÇÃO DO TORQUE  
ELETROMAGNÉTICO PELA IMPOSIÇÃO DE HARMÔNICAS DE CORRENTES

## 7.1 - INTRODUÇÃO

A minimização do 'ripple' de torque é uma preocupação importante no projeto de um servo-motor a ímãs pois do movimento uniforme depende a qualidade do trabalho executado. É evidente que a forma de onda do torque eletromagnético depende da forma de onda espacial da indução no entreferro, da forma de onda da corrente bem como dos artifícios usados para corrigir a forma de onda da f.e.m.. Tais artifícios já foram estudados nos capítulos anteriores e não serão aqui mencionados pois parte-se da forma de onda da f.e.m. a vazio já corrigida. O efeito das ranhuras no torque eletromagnético já está incluído dentro da forma de onda da f.e.m. porém o torque de relutância não é atingido pela teoria a ser vista neste capítulo e pressupõe-se que ele foi anulado por um dos artifícios já estudados.

## 7.2 - EQUACIONAMENTO DO TORQUE

A forma mais analítica de abordagem do torque é considerar a potência instantânea devida à corrente que flui contra a f.e.m. da máquina e dividi-la pela velocidade mecânica.

$$T(t) = p/W \sum_{k=1}^m e_k(t) \cdot i_k(t) \quad (7.1)$$

A forma de onda de f.e.m. pode ser obtida por programas de cálculo de campo, métodos analíticos e por aquisição de dados numa medição em protótipo. A partir daí usando-se um programa de análise harmônica obtém-se os coeficientes da série de Fourier para esta grandeza. A forma de onda da corrente é escolhida e imposta no motor pelo inversor de tensão a partir de referências gravadas em memórias EPROM. Foi considerado que a origem foi escolhida de modo a resultar em simetria ímpar na onda de f.e.m. e corrente ou seja a existência de apenas termos em seno.

Como o trabalho volta-se a máquinas de rotor liso ou com saliências desprezíveis a obtenção do máximo torque ocorre quando a f.e.m. está em fase com a corrente. Supor-se-á então a corrente sendo imposta em fase com a f.e.m. a vazio da fase.

A f.e.m. não contém harmônicas pares pois os lados ativos das bobinas estão deslocados de 1/2 comprimento de onda da fundamental cancelando tais harmônicas. [17] Para manter a simetria de meia onda da corrente imposta esta não deve conter também harmônicas pares. Também serão consideradas nulas as harmônicas múltiplas de três devido à ligação estrela sem neutro.

Isto posto, recupere-se a eq.(3.16) na qual tem-se as relações para todas as harmônicas de torque eletromagnético.

$$\begin{bmatrix} T_0 \\ T_6 \\ T_{12} \\ T_{18} \\ T_{24} \\ T_{30} \\ T_{36} \end{bmatrix} = \frac{1.5}{\omega_m} \begin{bmatrix} E_1 & E_5 & E_7 & E_{11} & E_{13} & E_{17} \\ E_7 - E_5 & E_{11} - E_1 & E_{13} + E_1 & E_{17} + E_5 & E_{19} + E_7 & E_{23} + E_{11} \\ E_{13} - E_{11} & E_{17} - E_7 & E_{19} - E_5 & E_{23} - E_1 & E_{25} + E_1 & E_{29} + E_5 \\ E_{19} - E_{17} & E_{23} - E_{13} & E_{25} - E_{11} & E_{29} - E_7 & E_{31} - E_5 & E_{35} - E_1 \\ E_{25} - E_{23} & E_{29} - E_{19} & E_{31} - E_{17} & E_{35} - E_{13} & E_{37} - E_{11} & E_{41} - E_7 \\ E_{31} - E_{29} & E_{35} - E_{25} & E_{37} - E_{23} & E_{41} - E_{19} & E_{43} - E_1 & E_{47} - E_{13} \\ E_{37} - E_{35} & E_{41} - E_{31} & E_{43} - E_{29} & E_{47} - E_{25} & E_{49} - E_{23} & E_{53} - E_{19} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_5 \\ I_7 \\ I_{11} \\ I_{13} \\ I_{17} \\ I_{19} \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

A eq.(7.2) pode ser escrita mais abreviadamente assim:

$$[T] = [F].[I] \quad (7.3)$$

### 7.3 - CÁLCULO DAS HARMÔNICAS DE CORRENTE POR INVERSÃO DE MATRIZ

Quando se conhece as harmônicas de corrente e de f.e.m. pode-se obter as harmônicas de torque como já foi visto. Via de regra é imposta uma corrente senoidal por ser o caminho mais natural apesar das oscilações de torque eletromagnético que serão causadas.(fig.7.1)

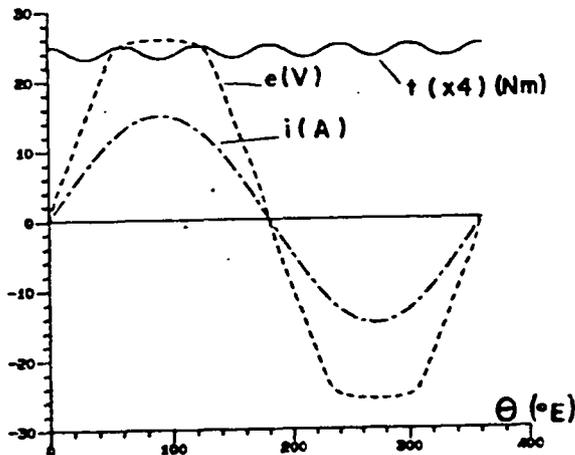


Fig.7.1 - F.e.m. e torque eletromagnético com corrente senoidal

Um raciocínio natural é inverter numericamente a matriz  $[F]$  e a partir daí impor o torque médio e o valor para as harmônicas de torque.

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_5 \\ I_7 \\ I_{11} \\ I_{13} \\ I_{17} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0 \\ T_6 \\ T_{12} \\ T_{16} \\ T_{24} \\ T_{30} \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

O valor das harmônicas de torque ficam exatamente no valor estipulado com as correntes calculadas por este método porém há um problema muito sério que invalida este procedimento: Dependendo da ordem da matriz, a tentativa de zerar ou reduzir demasiadamente certas harmônicas de torque conduz frequentemente a harmônicas de corrente de valores totalmente inaceitáveis como mostra a fig.7.2.

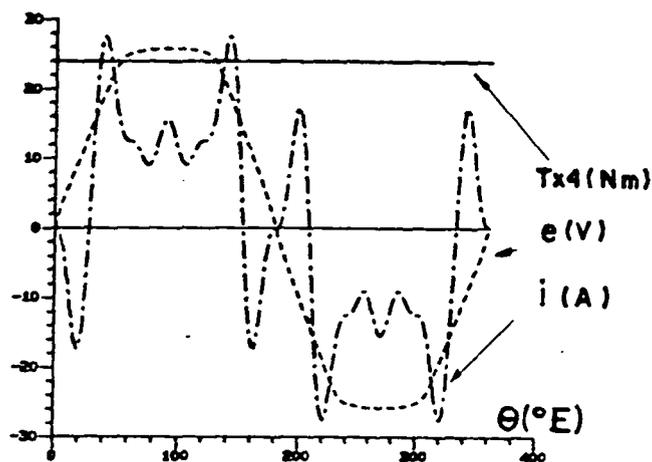


Fig.7.2 - F.e.m., corrente e torque usando inversão de matriz

A solução adotada foi o emprego da técnica de programação linear usando o método simplex. [39, 21]

Neste caso tem-se a possibilidade de não impor o valor das harmônicas de torque mas sim os limites para cada uma delas bem como os limites das harmônicas de corrente para que sejam executáveis pelo inversor de tensão.

Conhecidas as harmônicas de corrente otimizadas pode-se compor a onda de corrente e gravar memórias EPROM com estas referências de corrente, tanto no sistema de controle de corrente por PWM como no controle por banda de histerese.

Devido a frequência de chaveamento ser finita e existir indutância na armadura é esperado que a corrente real contenha harmônicas de corrente de alta ordem produzindo harmônicas de torque inevitáveis.

#### 7.4 - OTIMIZAÇÃO DA ONDA DE CORRENTE POR PROGRAMAÇÃO LINEAR

A programação linear é um método de solução de sistemas lineares de inequações. Os valores de certas funções destas variáveis podem ser restringidos dentro de certos limites ( restrições de superioridade e de inferioridade ) ou fixados num único valor ( restrição de igualdade ). Desta forma geralmente há um número infinito de soluções possíveis. Para tornar única a solução, é procurada entre as várias soluções uma que maximize uma certa função objetivo. Para minimizar uma função objetivo usa-se o negativo da mesma.

Foi usado o método simplex pelo fato do mesmo sempre encontrar uma solução (se ela existir).

Uma das características do método simplex é que as variáveis são sempre maiores ou iguais a zero. Caso as variáveis reais possam ser negativas cada uma delas deve ser substituída por uma subtração de duas variáveis auxiliares positivas durante o cálculo e depois recuperadas pelas suas definições. Quando o módulo de uma variável real ( que pode ser positiva ou negativa ) é restringido sempre teremos duas inequações: Uma para valores positivos e outra para valores negativos.

No caso em questão as variáveis reais são as harmônicas de corrente de fase as quais podem ser positivas ou negativas. Vamos substituí-las por variáveis auxiliares positivas:

$$I_1 = X_1 - X_2 \quad (7.5)$$

$$I_5 = X_3 - X_4 \quad (7.6)$$

$$I_7 = X_5 - X_6 \quad (7.7)$$

$$I_{11} = X_7 - X_8 \quad (7.8)$$

$$I_{13} = X_9 - X_{10} \quad (7.9)$$

onde:  $X_1$  = variável auxiliar positiva

$I_1$  = amplitude da harmônica de corrente

Cada uma destas harmônicas pode ser restringida a um certo percentual da fundamental ( $k_{c1}$ ) escolhido na entrada de dados do programa.

Assim pode-se atribuir algumas restrições às harmônicas de corrente conforme mostram as eq. (7.10a - 7.15b)

$$I_5 = X_3 - X_4 < k_{c2} \cdot (X_1 - X_2) \quad (7.10a)$$

$$k_{c2} \cdot X_1 - k_{c2} \cdot X_2 - 1 \cdot X_3 + 1 \cdot X_4 > 0 \quad (7.10b)$$

$$-I_5 = -X_3 + X_4 < k_{c2} \cdot (X_1 - X_2) \quad (7.11a)$$

$$k_{c2} \cdot X_1 - k_{c2} \cdot X_2 + 1 \cdot X_3 - 1 \cdot X_4 > 0 \quad (7.11b)$$

$$I_7 = X_5 - X_6 < k_{c3} \cdot (X_1 - X_2) \quad (7.12a)$$

$$k_{c3} \cdot X_1 - k_{c3} \cdot X_2 - 1 \cdot X_5 + 1 \cdot X_6 > 0 \quad (7.12b)$$

$$-I_7 = -X_5 + X_6 < k_{c3} \cdot (X_1 - X_2) \quad (7.13a)$$

$$k_{c3} \cdot X_1 - k_{c3} \cdot X_2 + 1 \cdot X_5 - 1 \cdot X_6 > 0 \quad (7.13b)$$

$$I_{11} = X_7 - X_8 < k_{c4} \cdot (X_1 - X_2) \quad (7.14a)$$

$$k_{c4} \cdot X_1 - k_{c4} \cdot X_2 - 1 \cdot X_7 + 1 \cdot X_8 > 0 \quad (7.14b)$$

$$-I_{11} = -X_7 + X_8 < k_{c4} \cdot (X_1 - X_2) \quad (7.15a)$$

$$k_{c4} \cdot X_1 - k_{c4} \cdot X_2 + 1 \cdot X_7 - 1 \cdot X_8 > 0 \quad (7.15b)$$

Uma excessão pode ser feita à primeira harmônica que só pode ter valor positivo uma vez que está em fase com a f.e.m.. Neste caso a restrição a esta componente é estar dentro de dois limites positivos em redor do valor estimado para a mesma ( $I_{1p}$ ) a partir do torque médio ( $T_{med}$ ) e da primeira harmônica de f.e.m. ( $E_1$ ).

$$T_0 = 3 \cdot E_1 \cdot I_{1p} / (2 \cdot \omega_m) \quad (7.16)$$

$$I_{1p} = T_{med} \cdot 2 \cdot \omega_m / (3 \cdot E_1) \quad (7.17)$$

$$X_1 - X_2 < 1.5 I_{1p} \quad (7.18a)$$

$$k_{c1} \cdot X_1 - k_{c1} \cdot X_2 < 1.5 I_{1p} \quad (7.18b)$$

$$X_1 - X_2 > 0.5 I_{1p} \quad (7.19a)$$

$$k_{c1} \cdot X_1 - k_{c1} \cdot X_2 > 0.5 I_{1p} \quad (7.19b)$$

onde  $k_{c1} = 1$

Quanto às harmônicas de torque, elas também serão limitadas a valores fornecidos na entrada de dados. A componente contínua é sempre positiva e será limitada ao entorno infinitesimal do torque médio fornecido na entrada de dados. As equações abaixo se referem respectivamente às harmônicas de torque  $T_0, T_6, T_6, -T_6, T_{12}, -T_{12}, T_{18}, -T_{18} \dots$  obtidas das eqs.(7.2) e (7.3).

$$F_{11} I_1 + F_{12} I_5 + F_{13} I_7 + F_{14} I_{11} + F_{15} I_{13} + \dots > C_1 - \delta \quad (7.20a)$$

$$-(-(F_{11} I_1 + F_{12} I_5 + F_{13} I_7 + F_{14} I_{11} + F_{15} I_{13} + \dots)) > C_1 + \delta \quad (7.20b)$$

$$F_{21} I_1 + F_{22} I_5 + F_{23} I_7 + F_{24} I_{11} + F_{25} I_{13} + \dots > C_2 \quad (7.21a)$$

$$-(F_{21} I_1 + F_{22} I_5 + F_{23} I_7 + F_{24} I_{11} + F_{25} I_{13} + \dots) > C_2 \quad (7.21b)$$

$$F_{31} I_1 + F_{32} I_5 + F_{33} I_7 + F_{34} I_{11} + F_{35} I_{13} + \dots > C_3 \quad (7.22a)$$

$$-(F_{31} I_1 + F_{32} I_5 + F_{33} I_7 + F_{34} I_{11} + F_{35} I_{13} + \dots) > C_3 \quad (7.22b)$$

onde:  $C_1, C_2, C_3$  são respectivamente os módulos de  $T_0, T_6, T_{12} \dots$

$\delta$  é um infinitésimo para ajudar a manter a lei de formação da matriz.

O duplo sinal negativo em (7.20b) foi usado apenas para manter a mesma lei de formação da matriz.

A função-objetivo ( $x = f(x_1, x_2, x_3 \dots)$ ) a ser minimizada foi escolhida como a soma de todas as variáveis auxiliares que representam as harmônicas de corrente.

$$z = - ( I_1 + I_5 + I_7 + I_{11} + I_{13} + \dots ) \quad (7.23a)$$

$$z = - ( X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 \dots ) \quad (7.23b)$$

Obs: O sinal - significa que vai ser maximizado o negativo da soma ou seja, minimizada a soma das harmônicas.

Para ser escolhida uma harmônica em especial deve-se com antecedência saber o seu sinal pois pode acontecer de, em vez de minimizar, maximizar esta harmônica.

A seguir tem-se as matrizes na forma própria para ser fornecida à subrotina de programação linear onde o vetor de inteiros 0,1,2 representa os sinais  $<, =, >$ .

$$[A][X][ISIG][B] \quad (7.24)$$

Devido às manipulações na subrotina de programação linear as matrizes devem ser dimensionadas da seguinte maneira:

$$A (nr+2, nv + 2 + 2nr), X(nv), ISIG (nr+2), B (nr+2)$$

onde:  $nv$  = número de variáveis auxiliares

$nr$  = número total de restrições impostas a estas variáveis

A equação abaixo foi obtida das eq.(7.18 - 7.23) onde as variáveis reais foram substituídas por variáveis auxiliares.

$F_{11}$	$-F_{11}$	$F_{12}$	$-F_{12}$	$F_{13}$	$-F_{13}$	$F_{14}$	$-F_{14}$	$F_{15}$	$-F_{15}$	$X_1$	2	$C_1 - \delta$
$F_{11}$	$-F_{11}$	$F_{12}$	$-F_{12}$	$F_{13}$	$-F_{13}$	$F_{14}$	$-F_{14}$	$F_{15}$	$-F_{15}$	$X_2$	0	$C_1 + \delta$
$F_{21}$	$-F_{21}$	$F_{22}$	$-F_{22}$	$F_{23}$	$-F_{23}$	$F_{24}$	$-F_{24}$	$F_{25}$	$-F_{25}$	$X_3$	0	$C_2$
$F_{21}$	$F_{21}$	$-F_{22}$	$F_{22}$	$-F_{23}$	$F_{23}$	$-F_{24}$	$F_{24}$	$-F_{25}$	$F_{25}$	$X_4$	0	$C_2$
$F_{31}$	$-F_{31}$	$F_{32}$	$-F_{32}$	$F_{33}$	$-F_{33}$	$F_{34}$	$-F_{34}$	$F_{35}$	$-F_{35}$	$X_5$	0	$C_3$
$F_{31}$	$F_{31}$	$-F_{32}$	$F_{32}$	$-F_{33}$	$F_{33}$	$-F_{34}$	$F_{34}$	$-F_{35}$	$F_{35}$	$X_6$	0	$C_3$
$F_{41}$	$-F_{41}$	$F_{42}$	$-F_{42}$	$F_{43}$	$-F_{43}$	$F_{44}$	$-F_{44}$	$F_{45}$	$-F_{45}$	$X_7$	0	$C_4$
$F_{41}$	$F_{41}$	$-F_{42}$	$F_{42}$	$-F_{43}$	$F_{43}$	$-F_{44}$	$F_{44}$	$-F_{45}$	$F_{45}$	$X_8$	0	$C_4$
..										$X_9$		
$k_{c1}$	$-k_{c1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$X_{10}$	0	$1.5 I_{1p}$
$k_{c1}$	$-k_{c1}$	0	0	0	0	0	0	0	0		2	$0.5 I_{1p}$
$k_{c2}$	$-k_{c2}$	-1	1	0	0	0	0	0	0		2	0
$k_{c2}$	$-k_{c2}$	1	-1	0	0	0	0	0	0		2	0
$k_{c3}$	$-k_{c3}$	0	0	-1	1	0	0	0	0		2	0
$k_{c3}$	$-k_{c3}$	0	0	1	-1	0	0	0	0		2	0
$k_{c4}$	$-k_{c4}$	0	0	0	0	-1	1	0	0		2	0
$k_{c4}$	$-k_{c4}$	0	0	0	0	1	-1	0	0		2	0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-			
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1			

(7.25)

A penúltima linha de [A] deve ser deixada em branco para manipulações dentro da subrotina de programação linear e na última linha de [A] é colocada a função objetivo.

Caso alguma restrição seja muito forte, tanto nas harmônicas de corrente quanto nas de torque, o sistema de inequações pode não ter solução. Neste caso deve-se afrouxar uma ou outra restrição num processo de tentativa e erro até obter a solução otimizada.

A fig.7.3 representa os resultados de otimização das harmônicas de torque eletromagnético para o exemplo mostrado nas fig.7.1 e fig.7.2.

Foram impostas as seguintes restrições :

$$T_o = 6 \text{ N.m}, \quad T_6 < 0.5\% T_o, \quad T_{12} < 0.5\% T_o, \quad T_{18} < 0.5\% T_o, \quad T_{24} < 0.5\% T_o.$$

As harmônicas de corrente foram limitadas a:

$$I_5 < 5\% I_1, \quad I_7 < 5\% I_1, \quad I_{11} < 5\% I_1, \quad I_{13} < 5\% I_1, \quad I_{17} < 5\% I_1.$$

Como se pode perceber o torque ficou com uma ondulação perfeitamente aceitável como imposto nas restrições e a forma da corrente a ser imposta nas fases se aproxima da senoidal sendo perfeitamente realizável pelo inversor de tensão.

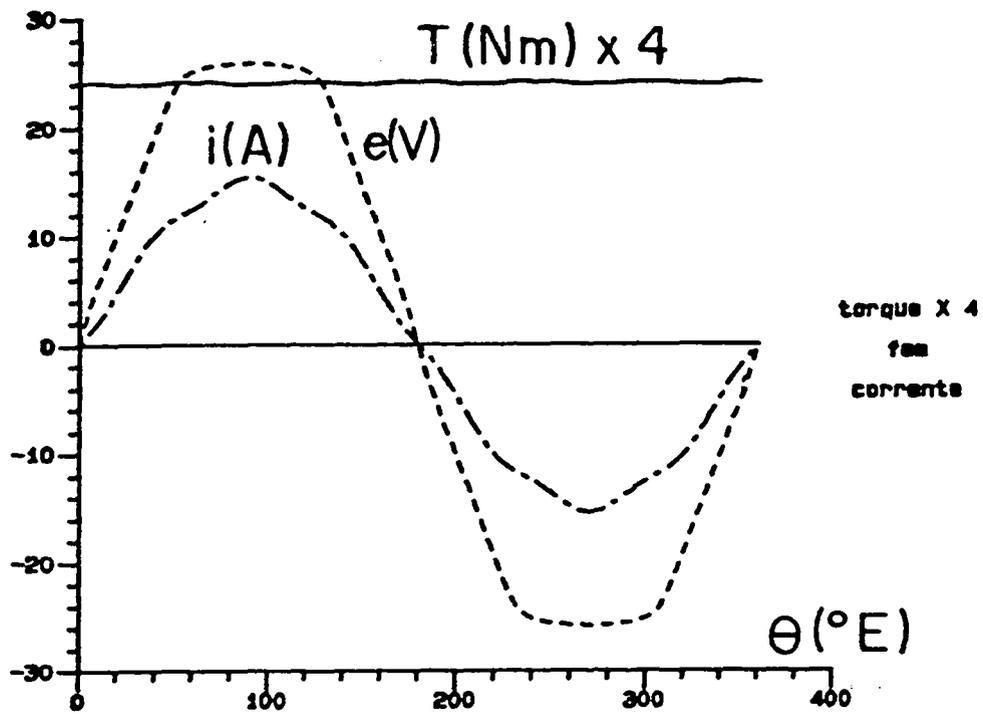


Fig. 7.3 - Harmônicas de corrente e de torque otimizadas

## CAPÍTULO 8

## CRITÉRIOS DE PROJETO DE MÁQUINA SÍNCRONA COM ÍMÃS SUPERFICIAIS

## 8.1 - INTRODUÇÃO

O projeto de uma máquina síncrona é uma seleção de critérios que levarão a máquina a ter certas características de desempenho. Os critérios que serão abordados neste capítulo são basicamente a obtenção do torque requerido na velocidade nominal, manutenção da temperatura a níveis suportáveis, não desmagnetização dos ímãs e exequibilidade. Apesar da literatura já relatar critérios de otimização de desempenho de máquinas semelhantes [1,16,40] nenhum algoritmo de otimização será analisado aqui.

Só serão levados em conta motores com ímãs superficiais no rotor com magnetização radial ou paralela.

## 8.2 - EQUAÇÕES DE DIMENSIONAMENTO DA MÁQUINA SENOIDAL

Devido ao ímã ser originalmente um paralelepípedo, após a retificação para acompanhar a curvatura do estator, ele fica com a espessura variável. O centro do ímã tem a maior espessura enquanto que nos cantos esta é ligeiramente menor. Nas máquinas com número de pólos elevado (6, 8 ou 10 pólos) esta diferença é pequena e pode-se fazer muitas considerações tomando o ímã como se fosse de espessura constante conforme fig.8.1b.

Se considerarmos que todas as relutâncias do circuito magnético estejam concentradas no entreferro recai-se no caso teórico chamado método da linha de carga [6].

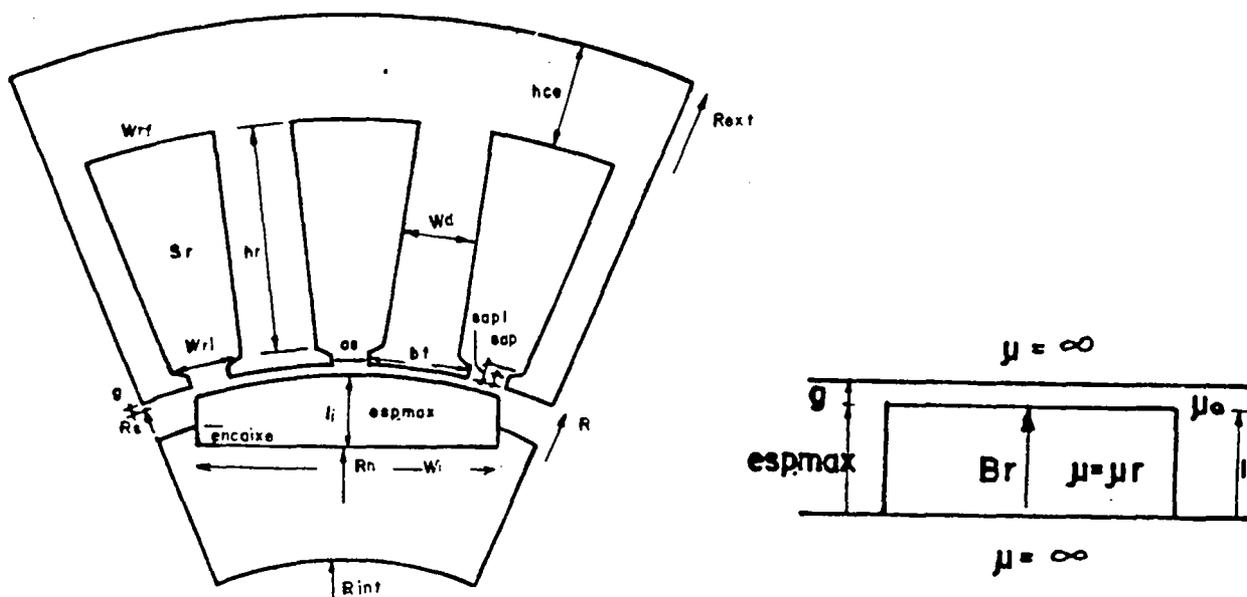


Fig.8.1 - Máquina para alimentação senoidal

Considerando um ímã de ferrite, samário-cobalto ou neodímio-ferro-boro a curva B-H no segundo quadrante (curva de desmagnetização) é uma reta com declividade aproximadamente igual à permeabilidade do vácuo.

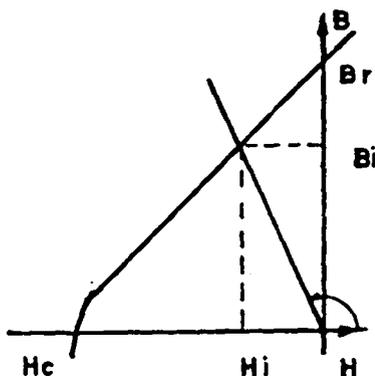


Fig. 8.2 - Característica de desmagnetização dos ímãs

Considerando a lei de Ampère tem-se:

$$\int H \cdot dl = 0 \quad (8.1a)$$

$$\int_0^{l_1} H_1 \cdot dl + \int_{l_1}^{l_1+g} H_g \cdot dl = 0 \quad (8.1b)$$

Quando a magnetização é paralela pode-se considerar  $B_1$  e  $B_g$  constantes ao longo do caminho de integração logo tem-se:

$$H_1 \cdot l_1 + H_g \cdot g = 0 \quad (8.2a)$$

$$h_1 = - H_g \cdot g / l_1 \quad (8.2b)$$

Pela lei da conservação do fluxo tem-se :

$$\phi_1 = \phi_g \quad (8.3a)$$

$$B_1 \cdot S_1 = B_g \cdot S_g \quad (8.3b)$$

Mas:

$$B_1 = B_g = \mu_0 \cdot H_g \quad (8.3c)$$

Assim:

$$H_1 = - B_1 \cdot g / (\mu_0 \cdot l_1) \quad (8.4)$$

onde:  $H_1$  = intensidade no interior do ímã ( Ae/m )

A equação da reta correspondente ao segundo quadrante da curva

BH do ímã é:

$$B_1 = B_r + \mu_0 \cdot H_1 \quad (8.5)$$

$$B_1 = B_r + (- B_1 \cdot g / l_1) \quad (8.6)$$

$$B_i (1 + g/l_i) = B_r \quad (8.6b)$$

Finalmente chega-se a:

$$B_i = B_r \cdot l_i / (l_i + g) \quad (8.7)$$

onde:  $B_r$  = Indução residual ou magnetização do ímã (Tesla)

$B_i$  = Indução no interior do ímã (Tesla)

$l_i$  = espessura do ímã (metro)

$g$  = espessura do entreferro(metro)

Com esta expressão acha-se o valor da indução no entreferro que é constante em toda a extensão do ímã conforme mostra a fig.8.3 .

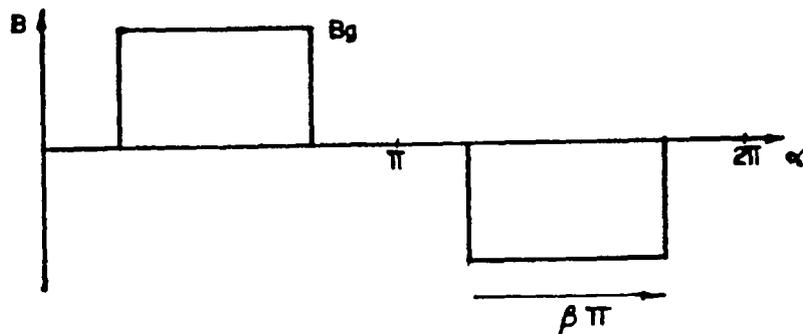


Fig.8.3 - Indução no entreferro numa máquina idealizada

O valor da primeira harmônica é dado por [36,38]:

$$B_{g1} = 4/\pi B_g \cdot \text{sen}(\beta\pi/2) \quad (8.8)$$

onde:  $B_{g1}$  = valor de pico da primeira harmônica

$\beta$  = fator de passo polar ou razão polar do ímã

Os valores calculados no cap.5 mostram que o ímã real com espessura variável apresenta uma redução da primeira harmônica de 5% em relação ao ímã hipotético de espessura constante e mais uma redução de aproximadamente 5% em virtude da presença das ranhuras.

$$B_{g1} = 4/\pi B_g \cdot \text{sen}(\beta\pi/2) \cdot 0.95 \cdot 0.95 \quad (8.9)$$

Substituindo a eq.(8.9) na eq.(2.15) tem-se para a primeira harmônica de f.e.m. o seguinte:

$$E_1 = 4 \cdot p \cdot N_{epf} \cdot L \cdot R \cdot \omega_m \cdot B_{g1} \cdot k_{a1} \quad (8.10)$$

Mas:

$$\omega = p \cdot \omega_m \quad (8.11)$$

$$2 \cdot N_{epf} = N_{cpf} = n_{cr} \cdot q \quad (8.12)$$

Então chega-se a:

$$E_1 = 2 \cdot n_{cr} \cdot q \cdot L \cdot R \cdot \omega \cdot B_{g1} \cdot k_{a1} \quad (8.13)$$

onde:  $N_{epf}$  = número de espiras por pólo e fase  
 $q$  = número de ranhuras por pólo e fase  
 $N_{cpf}$  = número de condutores por pólo e fase  
 $n_{cr}$  = número de condutores por ranhura

Considerando-se que a corrente imposta no motor seja senoidal tem-se, para a primeira harmônica, o seguinte diagrama fasorial.

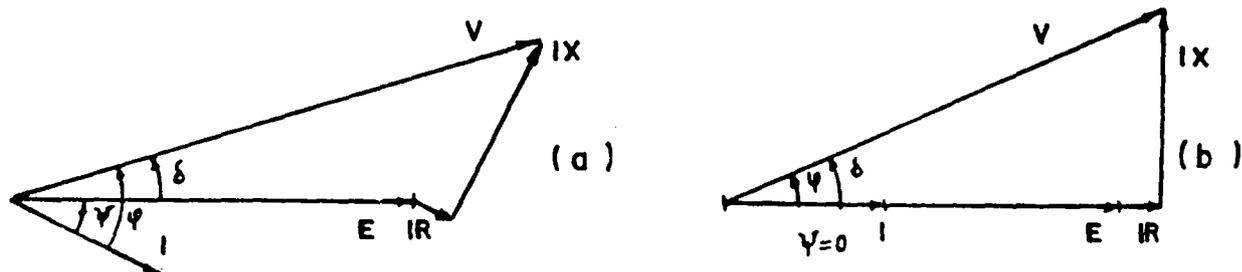


Fig.8.4 - Diagrama fasorial para a primeira harmônica

Por inspeção tem-se a equação do torque:

$$T = m \cdot E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \delta / (2 \cdot \omega_m) \quad (8.14)$$

Se for considerada só a hipótese em que a corrente é imposta em fase com a f.e.m. tem-se:

$$T = m \cdot 2 \cdot n_{cr} \cdot q \cdot L \cdot R \cdot \omega \cdot B_{g1} \cdot k_{a1} \cdot I_1 / (2 \cdot \omega_m) \quad (8.15)$$

Fazendo as simplificações chega-se a:

$$T = m \cdot n_{cr} \cdot q \cdot p \cdot L \cdot R \cdot B_{g1} \cdot k_{a1} \cdot I_1 \quad (8.16)$$

Os carregamentos específicos sempre nortearam os projetistas de máquinas elétricas por isto é importante tentar incluir tais grandezas na equação do torque.

O aquecimento de uma máquina síncrona a ímãs permanentes está associado quase só às perdas joule no estator e com a superfície de irradiação. Considerando, para efeito de projeto, que a superfície irradiante seja apenas a superfície interna do estator pode-se calcular a variação da temperatura (Q) por :

$$Q = k \cdot P_j / (2 \cdot \Pi \cdot R \cdot L) \quad (8.17)$$

onde: Q = variação da temperatura ( ° Célcius)

$P_j$  = perdas joule no estator ( Watts)

k = constante de proporcionalidade ( °C.m<sup>2</sup>/W )

mas:

$$P_j = m \cdot 2 \cdot N_{ef} \cdot L \cdot r' \cdot I_{ef}^2 / S_f \quad (8.18)$$

$$S_f = I_{ef} / j \quad (8.19)$$

Substituindo (8.19) em (8.18) tem-se:

$$P_j = m \cdot 2 \cdot N_{ef} \cdot L \cdot r' \cdot I_{ef} \cdot j \quad (8.20)$$

Logo :

$$Q = k \cdot m \cdot 2 \cdot N_{ef} \cdot r' \cdot I_{ef} \cdot j / (2 \cdot \Pi \cdot R) \quad (8.21)$$

onde:  $N_{ef}$  = número de espiras em série por fase

$r'$  = resistividade do cobre ( $\Omega \cdot m$ )

$j$  = densidade de corrente nos fios ( $A/m^2$ )

$S_f$  = Secção do fio ( $m^2$ )

Será definida agora a densidade linear de corrente ou carregamento elétrico como :

$$A = m \cdot 2 \cdot N_{ef} \cdot I_{ef} / (2 \cdot \Pi \cdot R) \quad (8.22)$$

onde:  $A$  = densidade linear eficaz de corrente ( $A/m$ )

Substituindo (8.22) em (8.21) tem-se:

$$Q = k \cdot A \cdot r' \cdot j \quad (8.23)$$

Esta expressão mostra a relação existente entre o aquecimento da máquina e estas grandezas de mérito já exploradas nos projetos tradicionais de máquinas elétricas. A densidade linear de corrente vai influenciar diretamente no torque do motor.

Supondo corrente senoidal a relação do valor eficaz com o valor de pico é:

$$I_1 = I_{ef} \cdot \sqrt{2} \quad (8.24)$$

Assim temos a relação:

$$I_1 = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \Pi \cdot R \cdot A / (m \cdot 2 \cdot N_{ef}) \quad (8.25)$$

Substituindo (8.25) em (8.16) chega-se a:

$$T = m \cdot n_{cr} \cdot q \cdot p \cdot L \cdot R \cdot B_{g1} \cdot k_{a1} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \Pi \cdot R \cdot A / (m \cdot 2 \cdot N_{ef}) \quad (8.26)$$

$$T = 4.443 \cdot L \cdot R^2 \cdot B_{g1} \cdot A \cdot k_{a1} \quad (8.27)$$

Esta expressão é válida para máquinas de quaisquer número de pólos, número de fases e tipo de enrolamento porém é restrita à corrente



Olhando para a figura 8.5b e considerando a continuidade do fluxo tem-se:

$$\phi = \beta . \Pi . R . L . B_g = \beta . \Pi . r . L . B = \beta . \Pi . R_n . L . B_n \quad (8.28)$$

Daí tem-se a variação de indução com o raio:

$$B = B_g . R / r \quad (8.29)$$

onde: B é o valor da indução num ponto genérico dentro do íma ou no entreferro e que varia de maneira inversa com o raio com se podia esperar para uma magnetização radial.

Considerando a armadura sem corrente e utilizando a lei de Ampere tem-se:

$$\int H . dl = 0 \quad (8.30)$$

$$\int_{R_n}^{R-g} H_i . dr + \int_{R-g}^R H_g . dr = 0 \quad (8.31)$$

onde: R = Raio interno do estator

$R_n$  = Raio interno do ímã

A equação do ímã no segundo quadrante da curva B-H é:

$$H_i = (B_i - B_r) / \mu_0 \quad (8.32)$$

Então:

$$\int_{R_n}^{R-g} (B_r - B_0) / \mu \, dr + \int_{R-g}^R H_g . dr = 0 \quad (8.33)$$

$$1/\mu_0 \int_{R_n}^{R_n-g} (B_g . R/r - B_r) \, dr + 1/\mu_0 \int_{R-g}^R B_g / r . dr = 0 \quad (8.34)$$

onde:  $B_g$  = Indução no entreferro na superfície interna do estator

Realizando a integração tem-se:

$$B_g \left[ R . \ln((R-g)/R_n) + R . \ln( R/(R-g)) \right] = B_r ( R - g - R_n ) \quad (8.35)$$

Portanto chega-se finalmente à expressão da indução no entreferro para ímãs magnetizados radialmente:

$$B_g = B_r . ( R - g - R_n ) / ( R . \ln ( R/R_n ) ) \quad (8.36)$$

A indução do entreferro tem um máximo para uma dada espessura do ímã. O trabalho do ímã neste ponto é importante principalmente quando se usa ferrite pois a sua indução residual sendo baixa exige que se explore bem esta propriedade [8]. Se os ímãs forem de terras raras pode haver um

critério melhor do que este.

Derivando (8.36) em relação a  $R_n$  e igualando-se a zero obtém-se um ponto de máxima indução no entreferro.

$$\frac{dB_g}{dR_n} = B_r \ln(R/R_n) (-1) - (R-g-R_n) (1/R_n) \cdot R (-1/R_n^2) / (\ln(R/R_n)^2) = 0 \quad (8.37)$$

$$\ln(R/R_n) = (R-g-R_n)/R_n \quad (8.38)$$

Resolvendo iterativamente esta equação implícita obtemos o valor do raio interno do ímã ( $R_{nmax}$ ) que produz a máxima indução no entreferro [8]. A fig.8.6 mostra a variação de  $B_g$  com a variação do raio interno do ímã mantendo o raio externo do mesmo constante.

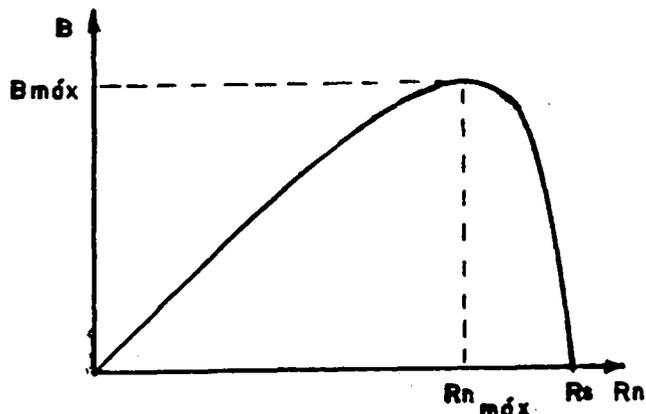


Fig.8.6 - Variação da indução no entreferro com o raio interno do ímã

Substituindo (8.38) em (8.36) obtém-se o valor da indução máxima no entreferro.

$$B_{gmax} = B_r \cdot R_{nmax} / R \quad (8.39)$$

Se se quer conhecer a indução máxima na superfície do ímã entra-se com (8.39) em (8.29) e obtém-se:

$$B_{imax} = B_r \cdot R_{nmax} / (R-g) \quad (9.40)$$

A justificativa para haver um máximo de indução para um dado  $R_n$  é que se o ímã é muito fino o entreferro representa uma grande relutância e a indução é pequena. Com o aumento da espessura do ímã a indução cresce porém, se o ímã for muito espesso, a secção interna do mesmo começa a ficar pequena (devido ao pequeno raio) e o próprio ímã passa a ter uma relutância interna grande fazendo a indução diminuir.

Tal não acontece com ímãs magnetizados paralelamente com secção constante onde, com o aumento da espessura do ímã a indução cresce sempre em direção da indução residual.

No estabelecimento da equação do torque para o projeto serão

feitas as seguintes considerações:

- A corrente de fase tem a largura de  $120^\circ\text{E}$  e é perfeitamente retangular o que pressupõe comutação instantânea e controle de corrente com erro desprezível.
- A f.e.m. induzida é aproximadamente trapezoidal com uma região chata ( patamar ) de no mínimo  $120^\circ\text{E}$  o que exige que o ímã tenha um arco de no mínimo  $(3.q-1)/q.60^\circ\text{E}$  se as ranhuras forem retas e de  $180^\circ\text{E}$  se as ranhuras forem inclinadas de um passo de ranhura ( cap.2).

Neste tipo de máquina ( Brushless DC Machine ) há duas fases conduzindo corrente constante enquanto a f.e.m. é constante logo a potência elétrica transformada em mecânica é:

$$P = 2.E_m \cdot I_m \quad (8.41)$$

Daí o torque será:

$$T = 2.E_m \cdot I_m / \omega_m \quad (8.42)$$

O valor eficaz da corrente retangular de  $120^\circ\text{E}$  é:

$$I_{ef} = \sqrt{2/3} I_m \quad (8.43)$$

A densidade linear de corrente conforme (8.22) é:

$$A = 3.n_{cr} \cdot q \cdot 2.p \cdot I_{ef} / (2.\Pi.R) \quad (8.44)$$

Usando (8.43) e (8.44) tem-se:

$$I_m = A \cdot 2.\Pi.R / ( 3.n_{cr} \cdot q \cdot 2.p \cdot \sqrt{3/2} ) \quad (8.45)$$

Tomando-se a expressão da f.e.m. máxima de (2.39) chega-se a:

$$T = 2 (2.R.L.B_g \cdot n_{cr} \cdot q \cdot \omega) \cdot (A \cdot 2.\Pi.R / (3.n_{cr} \cdot q \cdot 2.p \cdot \sqrt{2/3} )) / \omega_m \quad (8.46)$$

$$T = 5.130 R^2 \cdot L \cdot B_g \cdot A \quad (8.47)$$

Considerações semelhantes às que foram feitas para a máquina senoidal são feitas para a trapezoidal. A indução  $B_g$  calculada por 8.36 ou 8.38 não consideram os efeitos da saturação sob carga e nem o efeito das ranhuras.

Para considerar o efeito das ranhuras deve-se multiplicar a indução no entreferro por um coeficiente em torno de 0.95 na eq. (8.36).

Em alta velocidade, com a f.e.m. próxima da tensão aplicada, a corrente não segue de perto a referência de corrente e haverá atraso na comutação tirando a precisão da equação (8.43) com a qual foi definida a densidade linear de corrente. Para levar em conta estas não idealidades deve-se multiplicar a eq. (8.47) por um coeficiente ( $k_{ch}$ ) entre 0.8 e 0.9 [28,40].

#### 8.4 - COMPARAÇÃO ENTRE OS TORQUES DOS MOTORES SENOIDAL E TRAPEZOIDAL

Diversos critérios podem ser usados para comparar uma máquina senoidal com uma máquina trapezoidal [4,30]. Será feita uma comparação entre duas máquinas construídas com ímãs de  $120^\circ$ E, ímãs com espessura constante, ranhura reta, estator com o mesmo aquecimento por efeito joule ( mesma densidade linear de corrente ).

No caso de máquina senoidal, o ímã pode ser magnetizado radialmente ou paralelamente que o resultado será semelhante se a máquina tiver número de pólos relativamente grande (6 a 10 pólos).

A indução no entreferro será aproximadamente retangular então a primeira harmônica ( $B_{g1}$ ) será  $4/\pi \cdot \cos(60)$  vezes o valor de pico da indução  $B_g$ . Assim a relação do torque do motor trapezoidal para o senoidal será:

$$T_t/T_s = 5.130 R^2.L.R.B_{g1}.A/(4 \cdot 0.866 \cdot 4.44 R^2.L.B_g A/\pi) = 1.048 \quad (8.48)$$

Apesar do fato da corrente retangular de  $120^\circ$ E ter menor fundamental que uma senoidal de mesmo valor eficaz, na máquina trapezoidal (eq.8.49), as harmônicas de indução no entreferro contribuem para a produção de torque médio enquanto que na máquina senoidal, com corrente senoidal, as harmônicas de indução só contribuem para as harmônicas de torque..

$$I_{it}/I_{is} = 4/\pi \cdot \sin(120/2) \cdot I_{mt}/I_{ms} = 1.103 \sqrt{3/2} \cdot I_{ef}/2 \cdot I_{ef} = 0.955 \quad (8.49)$$

Convém salientar que neste caso a máquina trapezoidal seria idealmente isenta de oscilações de torque enquanto que a senoidal apresentaria harmônicas de torque principalmente de ordem 6 e 12 devido às harmônicas de f.e.m..

#### 8.5 - ANÁLISE DA REAÇÃO DA ARMADURA

A análise da reação da armadura tem o objetivo de verificar se a f.m.m. da armadura é mantida a nível inferior ao que desmagnetiza os ímãs e também prever a saturação dos dentes sob carga. (fig.8.6)

Sabe-se da teoria tradicional de máquinas elétricas que a fundamental da f.m.m. resultante do estator é independente da sua posição em relação ao estator. Serão tomados, por comodidade de desenho, os valores das correntes de armadura no momento em que a corrente numa das fases é nula. Então tem-se, na máquina senoidal, correntes de  $0.866I_m$  e na trapezoidal  $I_m$ . Serão explorados os casos em que se tem 1,2 ou 3 ranhuras por pólo e fase o que cobre a quase totalidade das situações.

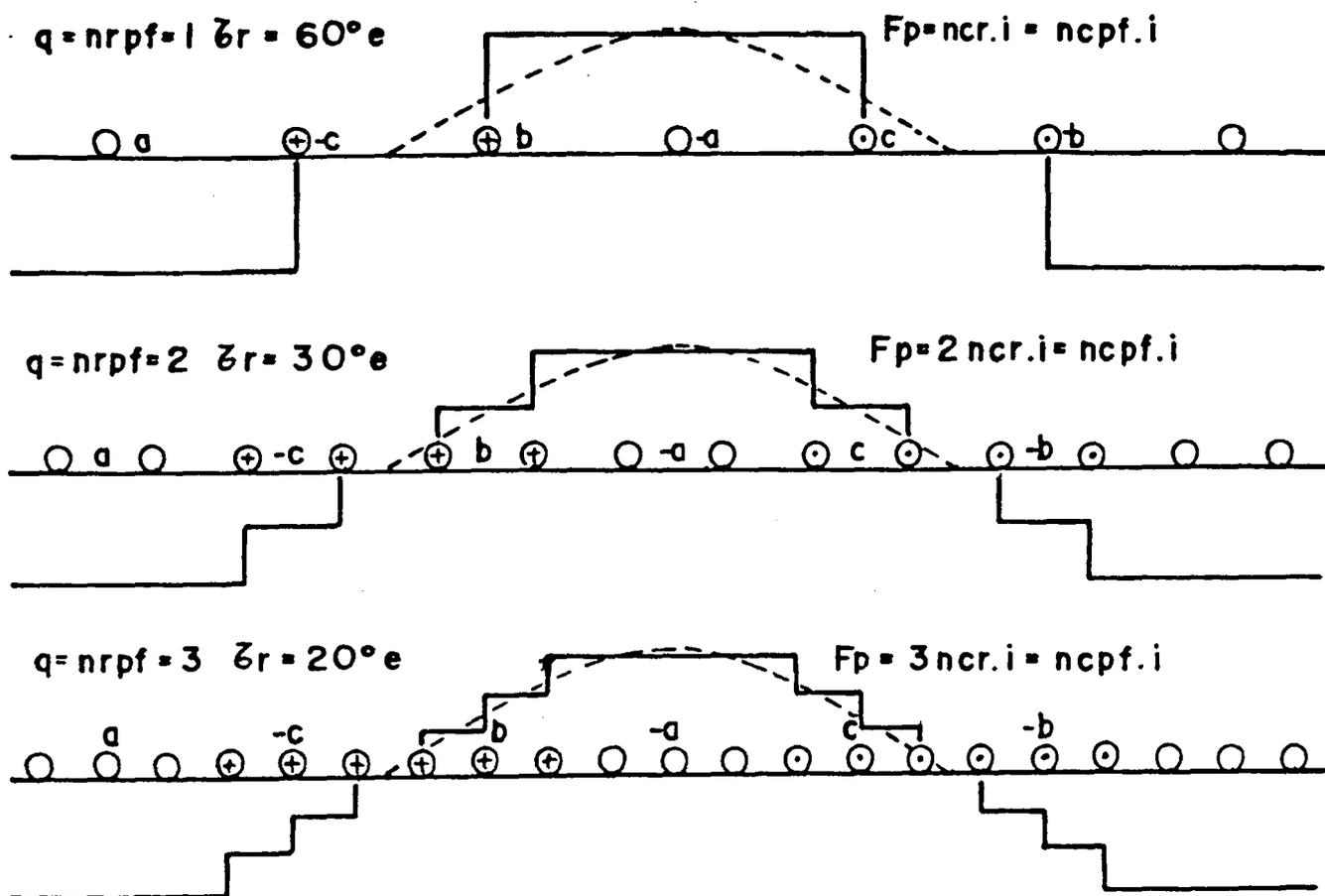


Fig.8.6 - F.m.m. da armadura

Considerando que  $N_{cpf} = q \cdot n_{cr}$  e fazendo a análise de Fourier [40] tem-se:

$$q=1 \Rightarrow F_1 = \frac{4}{\pi} N_{cr} \cdot i \cdot \text{sen}(120/2) = 1.103 F_p \quad (8.50a)$$

$$q=2 \Rightarrow F_1 = \frac{4}{\pi} N_{cr} \cdot i \cdot \text{sen}((180-30)/2) + \text{sen}((180-3 \cdot 30)/2) = 1.065 F_p \quad (8.50b)$$

$$q=3 \Rightarrow F_1 = \frac{4}{\pi} N_{cr} \cdot i \cdot \text{sen}((180-20)/2) + \text{sen}((180-3 \cdot 20)/2) + \text{sen}((180-5 \cdot 20)/2) = 1.058 F_p \quad (8.50c)$$

onde:  $i$  = valor da corrente no instante mostrado na fig.8.6

$F_p$  = F.m.m. resultante de pico da armadura

$F_1$  = Primeira harmônica da f.m.m. resultante

$N_{cpf}$  = Número de condutores por pólo e fase

$N_{cr}$  = Número de condutores por ranhura

No caso de máquina senoidal  $i = 0.866 I_1$  logo a fundamental de f.m.m. para enrolamento distribuído de passo encurtado será:

$$F_1 = \frac{4}{\pi} \text{sen}(120/2) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot N_{cpf} \cdot I_1 \cdot k_{wt} = \frac{3}{\pi} N_{cpf} \cdot I_1 \cdot k_{wt} \quad (8.51)$$

onde:  $k_{w1}$  = fator de enrolamento para a fundamental

Substituindo (8.25) em (8.51) e sabendo que  $N_{ef} = N_{cpf}/2 \cdot 2p$

tem-se:

$$F_1 = 3/\pi N_{cpf} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot A \cdot k_{w1} \quad (3 \cdot 2 \cdot N_{cpf}/2 \cdot 2p)$$

$$F_1 = 2\sqrt{2} A \cdot R \cdot k_{w1} \cdot 2p \quad (8.52)$$

Se a máquina é trapezoidal  $i = I_m$  logo:

$$F_1 = 4/\pi \text{sen}(120/2) \cdot N_{cpf} \cdot I_m = 2\sqrt{3}/\pi N_{cpf} \cdot I_m \cdot k_{w1} \quad (8.53)$$

Substituindo (8.45) em (8.53) e sabendo que  $N_{cpf} = n_{cr} \cdot q$

tem-se:

$$F_1 = 2\sqrt{3}/\pi N_{cpf} \cdot A \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot k_{w1} / (3 \cdot n_{cr} \cdot q \cdot 2p \cdot \sqrt{2/3})$$

$$F_1 = 2\sqrt{2} A \cdot R \cdot k_{w1} \cdot 2p \quad (8.54)$$

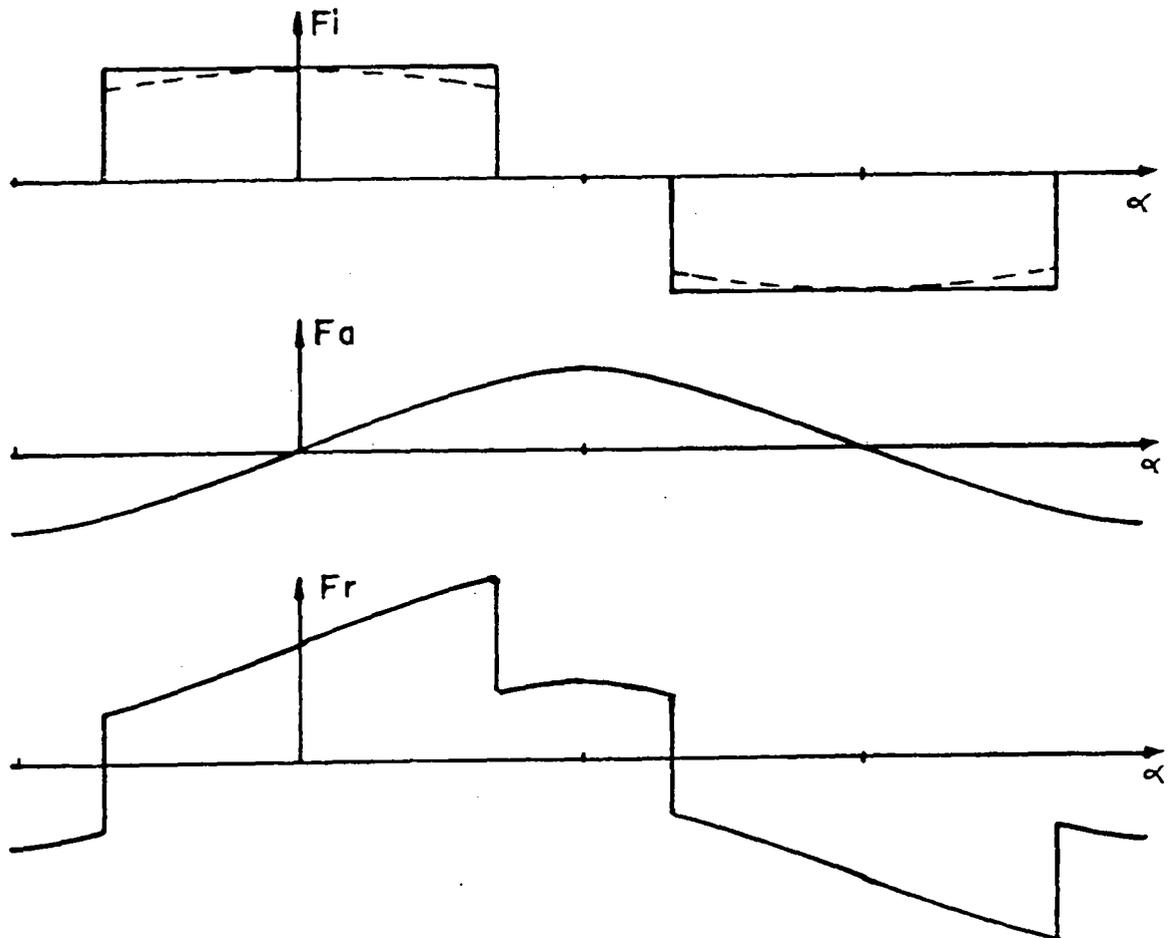


Fig.8.7 - F.m.m. do ímã, da armadura e resultante

As equações (8.52) e (8.54) são melhores para o projeto pois não levam em consideração o número de condutores que neste estágio ainda são

incógnitos. O fator de enrolamento se não for conhecido pode ser considerado 1 a princípio. A única incógnita é o raio interno do estator que é calculado previamente. A ação conjunta da f.m.m. da armadura e do ímã é que determinará a forma da onda de indução no entreferro conforme fig.(8.7) [40].

Para prevenir a desmagnetização do canto do pólo deve-se verificar se a indução não está abaixo do valor mínimo admissível [40] ou se o campo a que está submetido o ímã não está superior (em módulo) a um campo desmagnetizante que o leva a uma indução abaixo do  $B_{\min}$ .

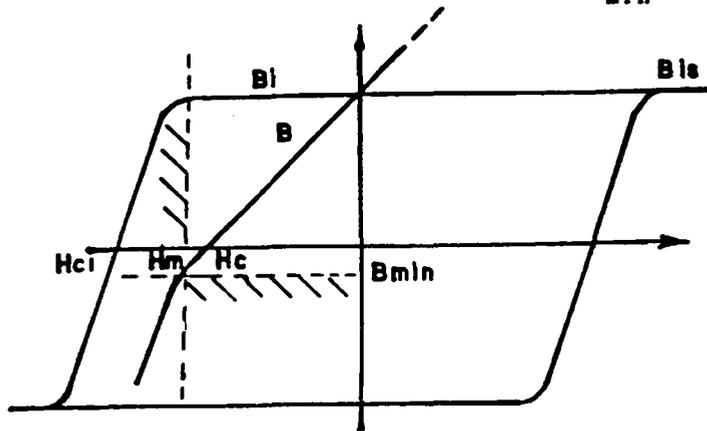


Fig.8.8 - Curva intrínseca e normal de histerese

Segundo [40] a mínima indução sem desmagnetização é 0.1 T para ferrite e -0.1 T para terras raras. De qualquer forma deve-se consultar o catálogo do fabricante de ímãs e verificar o ponto onde ocorre o joelho da curva de desmagnetização. O ponto de operação do ímã não deve entrar na área hachurada da fig.8.8 sob pena de haver desmagnetização permanente.

No caso da máquina senoidal a espessura do ímã é variável portanto deve-se conhecer algumas relações dimensionais.

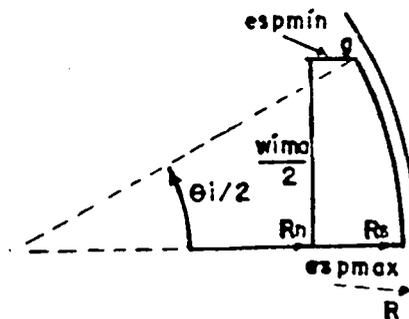


Fig.8.9 - Relações dimensionais do ímã depois da mecanização

Por inspeção da fig. 8.9 obtém-se:

$$\theta_i = \beta \cdot \Pi / p \quad (8.55)$$

$$R_s = R - g \quad (8.56)$$

$$l_{i\max} = R_s - R_n \quad (8.57)$$

$$l_{imin} = R_s \cdot \cos(\theta_1/2) - R_n \quad (8.58)$$

$$w_1 = 2 \cdot R_s \cdot \sin(\theta_1/2) \quad (8.59)$$

Se houver artifícios de atenuação de harmônicas tais como inclinação de ranhura ( $\Delta$ ) e desalinhamento de ímãs parciais ( $\gamma$ ) a posição do canto do ímã em relação à linha de f.m.m. máxima da armadura fica alterada submetendo os ímãs a um efeito desmagnetizante maior. A eq. (8.60) já leva isto em conta.

$$F_a = F_1 \cdot \sin p (\theta_1/2 + |\Delta/2 - \gamma/2|) \quad (8.60)$$

Será considerado que o fluxo de reação da armadura atravessa o entreferro radialmente logo o entreferro efetivo visto pela armadura no centro do pólo é:

$$g_a = g + l_{imin} \quad (8.61)$$

Assim a intensidade de campo magnético criado pela armadura no entreferro, desprezando a relutância do ferro, é:

$$H_a = F_a / g_a \quad (8.62)$$

Usando (8.53), (8.60) e (8.61) tem-se:

$$H_a = F_1 \cdot \sin p (\theta_1/2 + |\Delta/2 - \gamma/2|) / g_a \quad (8.63)$$

Quanto ao campo desmagnetizante a que o ímã ficaria submetido devido apenas ao entreferro, será suposto que a eq.(8.7) continue valendo em pontos afastados do centro do pólo.

$$B_{ig} = B_r \cdot l_{imin} / (l_{imin} + g) \quad (8.64)$$

onde:  $B_{ig}$  = Indução do ímã supondo apenas a presença do entreferro

Usando a equação da reta do ímã (8.5) chega-se a:

$$H_{ig} = (B_{ig} - B_r) / \mu_0 \quad (8.65)$$

Substituindo (8.64) em (8.65) e fazendo algumas transformações produz:

$$H_{ig} = B_r \cdot l_{imin} / (\mu_0 \cdot g_a) - B_r / \mu_0 \quad (8.66)$$

$$H_{ig} = B_r / \mu_0 ( l_{imin} / g_a - 1 ) \quad (8.67)$$

$$H_{ig} = B_r / \mu_0 ( 1 - l_{imin} / g_a ) \quad (8.68)$$

onde:  $H_{ig}$  = campo no ímã se houvesse apenas o entreferro

Para não desmagnetizar o canto do ímã deve-se ter:

$$H_r = |H_{ig}| + H_a \leq |H_m| \quad (8.69)$$

Em se tratando de máquina trapezoidal com ímã de espessura constante, magnetizado radialmente, usando (8.36) e (8.29) tem-se:

$$B_{ig} = B_r (R_s - R_n) / (R_s \cdot \ln(R/R_n)) \quad (8.70)$$

onde:  $B_{ig}$  = indução do ímã na superfície supondo apenas a presença do entreferro.

Com a equação do ímã (8.65) e (8.70) obtém-se:

$$H_{ig} = B_r (R_s - R_n) / (\mu_0 \cdot R_s \cdot \ln(R/R_n)) - B_r / \mu_0 \quad (8.71)$$

$$H_{ig} = B_r / \mu_0 (R_s - R_n) / (R_s \cdot \ln(R/R_n)) - 1 \quad (8.72)$$

$$H_{ig} = B_r / \mu_0 (1 - (R_s - R_n) / (R_s \cdot \ln(R/R_n))) \quad (8.73)$$

Neste caso o entreferro efetivo é constante e corresponde à espessura do ímã mais a espessura do entreferro.

$$g_a = g + l_{imax} = R - R_n \quad (8.74)$$

Assim sendo a intensidade de campo no ímã devido à armadura será dada por (8.63) e (8.54):

$$H_a = F_1 \sin p(\theta_1/2 + |\Delta/2 - \gamma/2|) / g_a \quad (8.75)$$

Para não desmagnetizar o canto ímã a condição (8.69) deve ser respeitada. Deve ser observada que a pior condição de desmagnetização ocorre nas acelerações onde é imposta na máquina uma corrente bem superior ao nominal. Portanto, no cálculo da f.m.m. da armadura, deve ser considerada a corrente máxima a que a armadura será submetida [28,40]. O máximo valor desta corrente está limitada pela corrente de pico repetitiva das chaves do inversor [4]. Caso a condição (8.69) não seja obedecida tem-se as seguintes opções:

- a) Limitar a corrente de armadura nos períodos de aceleração o que prejudicará a dinâmica de velocidade do motor.
- b) Aumentar a espessura do ímã o que diminui a ação do entreferro sobre o ímã e também aumenta o entreferro efetivo para a reação da armadura.

#### Observações:

1. No caso de ímãs com magnetização radial, se este foi projetado para obter indução máxima no entreferro, o aumento da espessura do ímã levá-lo-á a um ponto de trabalho em que, mesmo sem reação da armadura, haverá menor indução no entreferro e maior intensidade de campo desmagnetizante não solucionando o problema.

2. No caso de ímãs com magnetização paralela e com forma de paralelepípedo, se o ponto de operação a vazio está perto de

$B_r$ , o aumento da espessura do ímã pode representar muito pequeno aumento da indução e pequena redução da intensidade de campo desmagnetizante. Se assim for a solução viável não é encontrada.

c) Aumentar o número de pólos do motor [ 40 ] pois assim reduz o número de condutores por pólo e fase reduzindo o pico da f.m.m. da armadura. Como esta decisão altera o contexto geral do projeto deve ser feita com cautela.

## 8.6 - OBTENÇÃO DAS GRANDEZAS FUNDAMENTAIS

O método de projeto aqui utilizado é o de tentativa e erro onde nenhuma rotina de otimização foi utilizada por isto algumas variáveis devem ser fixadas a priori para obter as demais.

As primeiras grandezas que devem ser conhecidas são a indução no entreferro, densidade linear de corrente, comprimento axial, raio interno do estator e torque nominal. A densidade linear de corrente é fixada na entrada de dados junto com outros dados.

Se a máquina é trapezoidal com ímãs magnetizados radialmente há um critério dado pela equação (8.39) que fornece as dimensões do ímã de modo a se ter a máxima indução no entreferro [ 8 ]. Esta equação junto com (8.47), (8.54) e (8.69) e outras auxiliares serão resolvidas iterativamente.

No caso de máquina com ímãs em forma de paralelepípedo magnetizados paralelamente não há um critério simples pois, desprezando a dispersão, a indução cresce sempre com o crescimento da espessura do ímã sendo limitada pela indução residual. Desta forma o projetista impõe uma espessura razoável para o ímã, calcula a indução no entreferro através de (8.9), usa (8.27), (8.52), (8.53), (8.68) e testa com (8.69). Se (8.69) acusar problemas de desmagnetização recomeça-se por (8.9) com outros dados.

Três opções foram implementadas.

1. O raio interno do estator (R) e o comprimento axial são fixados e o torque é calculado. Neste caso são usadas diretamente as eq.(8.27) ou (8.47) conforme o caso.

2. O torque (T) e o comprimento axial (L) são fixados e o raio interno do estator é calculado. As eq.(8.27) e (8.47) são remanejadas para:

$$\text{senoidal:} \quad R = \sqrt{T / (4.44 B_{g1} A.L.k_{a1} k_{ch})} \quad (8.76)$$

$$\text{trapezoidal:} \quad R = \sqrt{T / (5.13 B_g A.L.k_{ch})} \quad (8.77)$$

3. O torque (T) e a razão entre o comprimento e o raio ( $k_{alt}=L/R$ ) e são

fixados e são calculados o raio interno do estator e o comprimento axial. De (8.27) e (8.47) chega-se a :

$$\text{senoidal:} \quad R = \sqrt{T / (4.44 B_g A K_{alt} k_{al} k_{ch})} \quad (8.78)$$

$$\text{trapezoidal:} \quad R = \sqrt{T / (5.13 B_g A K_{alt} k_{ch})} \quad (8.79)$$

### 8.7 - CÁLCULO DO ENROLAMENTO DA ARMADURA

Uma vez que as dimensões principais da máquina tenham sido definidas pode-se calcular o número de condutores por ranhura em função da f.e.m. que deve ser produzida na velocidade máxima prevista. Sabe-se que a velocidade máxima de uma máquina síncrona a ímãs é limitada pelo equilíbrio que ocorre entre a f.e.m. entre fases em alta velocidade e a tensão aplicada pelo inversor que é a própria tensão CC ( $V_{cc}$ ). Para que o inversor consiga impor uma corrente na fase deve haver uma diferença entre a tensão CC e a f.e.m. para que a corrente possa crescer através da resistência e indutância da armadura.

Se a diferença é pequena o tempo de crescimento da corrente é grande, resultando em grande ondulação da corrente causando oscilação de torque e perdas adicionais no ferro devido aos laços menores de histerese.

Uma folga maior de tensão é benéfica em termos de ondulação de corrente na alta rotação porém implica num aumento da frequência de chaveamento do inversor podendo exceder os limites em frequência das mesmas principalmente para controlar a corrente nas baixas rotações.

Considere-se inicialmente a máquina trapezoidal onde tem-se duas fases em série enquanto as suas f.e.ms. são máximas. Neste caso a f.e.m. máxima entre fases, na máxima velocidade, deve ser algo inferior à tensão do inversor ( $V_{cc}$ ), ou seja:

$$2.E_m < V_{cc} \quad (8.80)$$

$$2.E_m = k_e \cdot V_{cc} \quad (8.81)$$

onde  $k_e$  = razão f.e.m. por tensão

No caso de máquina senoidal a f.e.m. máxima entre fases sob velocidade máxima, deve ser algo inferior à tensão do inversor ( $V_{cc}$ ) ou seja:

$$\sqrt{3}.E_1 < V_{cc} \quad (8.82)$$

$$\sqrt{3}.E_1 = k_e \cdot V_{cc} \quad (8.83)$$

Na falta de dados mais precisos, este percentual pode ser tomado em torno de 0.90.

Com estas considerações e usando (2.15) ou (2.39) e (8.13)

tem-se :

$$\text{trapezoidal: } N_{cr} = (k_e \cdot V_{cc} / 2) / (2 \cdot q \cdot L \cdot R \cdot \omega \cdot B_g) \quad (8.84)$$

$$\text{senoidal: } N_{cr} = (k_e \cdot V_{cc} / \sqrt{3}) / (2 \cdot q \cdot L \cdot R \cdot \omega \cdot B_{g1} \cdot k_{a1}) \quad (8.85)$$

onde:  $\omega$  é a velocidade angular elétrica correspondente à rotação mecânica máxima.

$$\omega = p \cdot \omega_{mr} \cdot 2 \cdot \Pi / 60 \quad (8.86)$$

onde:  $\omega_{mr}$  = velocidade mecânica máxima (rpm)

Se for considerado, como é comum, enrolamento de dupla camada com todas as bobinas em série tem-se:

$$N_{eb} = N_{cr} / 2 \quad (8.87)$$

$$N_{ef} = N_{cr} / 2 \cdot q \cdot 2 \cdot p \quad (8.88)$$

onde:  $N_{eb}$  = número de espiras por bobina

$N_{cr}$  = número de condutores por ranhura

$N_{ef}$  = número de espiras por fase

Os valores das correntes nas fases serão descobertos usando as expressões (8.25) e (8.45) modidicadas.

$$I_1 = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \Pi \cdot R \cdot A / (3 \cdot 2 \cdot N_{cr} / 2 \cdot q \cdot 2 \cdot p)$$

$$I_1 = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \Pi \cdot R \cdot A / (3 \cdot N_{cr} \cdot q \cdot 2 \cdot p) \quad (8.89)$$

$$I_m = A \cdot 2 \cdot \Pi \cdot R / (3 \cdot N_{cr} \cdot q \cdot 2p \cdot \sqrt{2/3})$$

$$I_m = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \Pi \cdot R \cdot A / (3 \cdot N_{cr} \cdot q \cdot 2p) \quad (8.90)$$

Para achar os valores eficazes usa-se (8.24) e (8.43).

$$\text{senoidal: } I_{ef} = 2 \cdot \Pi \cdot R \cdot A / (3 \cdot N_{cr} \cdot q \cdot 2p) \quad (8.91)$$

$$\text{trapezoidal: } I_{ef} = 2 \cdot \Pi \cdot R \cdot A / (3 \cdot N_{cr} \cdot q \cdot 2p) \quad (8.92)$$

A secção transversal do condutor ( $S_f$ ) é calculada por:

$$S_f = I_{ef} / j \quad (8.93)$$

A densidade de corrente ( $j$ ) pode ser tanto maior quanto maior a classe de temperatura do isolamento e melhores as condições de refrigeração do motor.

Se a secção encontrada for muito grande e de difícil bobinagem os condutores podem ser compostos de vários fios em paralelo de modo a dar a secção original. Tal prática também reduz o efeito pelicular nos condutores



onde:  $e_{sap}$  = espessura da sapata na boca da ranhura  
 $e_{sapl}$  = espessura da sapata rente ao dente

A abertura da boca da ranhura deve ser suficientemente estreita para não criar harmônicas indesejáveis na f.e.m. e no torque, porém deve ser larga o suficiente para a entrada dos condutores ser fácil e não criar grande indutância de dispersão neste ponto. Esta também é uma grandeza que terá seu valor atribuído empiricamente por comparação com máquinas já existentes.

$$a_s = 0.25 \tau_r \cdot R \quad (8.95)$$

onde:  $\tau_r$  é o passo de ranhura ( $rd_{mec}$ )

A ranhura é dimensionada basicamente para conter os condutores da armadura, isolamento e a talisca (esteca).

A área de cobre é conhecida por:

$$S_{cu} = N_{cr} \cdot S_f \quad (8.96)$$

O fator de enchimento da ranhura (kench) relaciona a área de cobre com a área da ranhura sendo o seu valor típico entre 0.30 e 0.40.

$$S_r = S_{cu} / k_{ench} \quad (8.97)$$

Com o objetivo de explorar melhor o ferro só serão considerados dentes de faces paralelas o que portanto produz uma ranhura trapezoidal. Deve-se, então, procurar dimensões do trapézio que dêem a área de ranhura calculada.

Há proporções destas grandezas que são mais apropriadas pois uma ranhura muito funda e estreita apresenta grande indutância de dispersão e se for muito rasa e larga estrangula o dente levando-o à saturação. Um dos critérios de cálculo é especificar um proporção boa entre a profundidade e a largura da ranhura ( $k_r$ ).

Por inspeção da fig. 8.10 obtém-se:

$$R_{ri} = R + e_{sapl} \quad (8.98)$$

$$\tau_{ri} = 2 \cdot \Pi \cdot R_{ri} / n_r \quad (8.99)$$

$$W_{ri} = \tau_{ri} - W_d \quad (8.100)$$

$$R_{rf} = R_{ri} + h_r \quad (8.101)$$

$$W_{rf} = 2 \cdot \Pi \cdot R_{rf} / n_r - W_d \quad (8.102)$$

$$S_r = (W_{rf} + W_{ri}) \cdot h_r / 2 \quad (8.103)$$

Supondo a proporção entre a profundidade e a largura da ranhura conhecida tem-se:

$$h_r = k_r \cdot W_{ri} \quad (8.104)$$

Substituindo (8.104), (8.100) e (8.102) em (8.103) e fazendo manipulações algébricas obtém-se:

$$S_r = (2 \cdot \Pi(R_{ri} + k_r \cdot W_{ri}) / n_r - (2 \cdot \Pi R_{ri} / n_r - W_{ri}) + W_{ri}) k_r \cdot W_{ri} / 2 \quad (8.105)$$

Operando e cancelando alguns termos chega-se a:

$$W_{ri} = \sqrt{S_r \cdot n_r / (k_r (\Pi \cdot k_r + n_r))} \quad (8.106)$$

com as equações (8.104) e (8.100) acham-se as outras dimensões.

Conhecida a largura do dente pode-se conferir se a indução no mesmo não ultrapassa os limites toleráveis de saturação quando o motor estiver com carga.

Será definida uma indução média sobre a metade do ímã como medida de mérito para calcular a indução no dente. (fig.8.7)

$$B_{mp} = B_g + (B_a + B_g) / 2 = B_g + B_a / 2 \quad (8.107)$$

onde  $B_g$  = indução no centro do ímã a vazio

$B_a$  = indução no canto do ímã devido à reação da armadura .

$B_{mp}$  = indução média sobre a metade do ímã com maior indução

Há aqui uma margem de segurança quando os ímãs são de espessura variável pois a indução nos cantos é menor do que  $B_g$  (que é o máximo).

Para calcular a indução devida ao enrolamento no canto do ímã será usada a expressão (8.63) onde será desprezado  $\Delta$  e  $\gamma$  por se tratar de cálculo de valor médio. A f.m.m.  $F_1$  deve ser calculada com base na corrente nominal (de regime permanente).

$$B_a = F_1 \text{ sen } p (\theta_1 / 2) \cdot \mu_0 / g_a \quad (8.108)$$

A indução no dente é descoberta pela continuidade de fluxo.

$$B_d = B_{mp} \cdot \tau_r \cdot R / W_d \quad (8.109)$$

Considerando que  $B_{dmax}$  seja a indução máxima de projeto do dente a seguinte relação deve ser obedecida:

$$B_d \leq B_{dmax} \quad (8.110)$$

Se esta relação não for obedecida muda-se o critério de projeto da ranhura fixando a indução do dente igual à de projeto e deixando livre as proporções da ranhura.

$$B_d = B_{dmax} \quad (8.111)$$

Usando (8.109) pode-se calcular a largura (constante) do dente.

$$W_d = B_{mp} \cdot \tau_r \cdot R / B_d \quad (8.112)$$

Usando (8.100)  $W_{ri}$  é calculado sobrando apenas  $h_r$  como incógnita. Substituindo (8.101-8.102) em (8.103) obtém-se:

$$2 \cdot S_r = (2 \cdot \Pi (R_{ri} + h_r) / n_r - W_d + W_{ri}) \cdot h_r \quad (8.113)$$

Rearranjando os termos e levando em conta que  $2 \cdot \Pi / n_r = \tau_r$  chega-se a:

$$h_r^2 + (R_{ri} + (W_{ri} - W_d) / \tau_r) \cdot h_r - 2 \cdot S_r / \tau_r = 0 \quad (8.114)$$

Aplicando a fórmula de Baschara tem-se:

$$h_r = \left( -(R_{ri} + (W_{ri} - W_d) / \tau_r) + \sqrt{(R_{ri} + (W_{ri} - W_d) / \tau_r)^2 + 8 \cdot S_r / \tau_r} \right) / 2 \quad (8.115)$$

Usando as relações geométricas (8.101) e (8.102) obtém-se as outras dimensões.

Para calcular as coroas do estator e do rotor deve-se conhecer o fluxo por pólo e a indução admissível nas mesmas. Olhando a fig.8.7 vê-se que o fluxo líquido sobre o ímã é o mesmo que a vazio (desprezando saturação).

No caso de ímãs de espessura variável será considerado que a indução é constante e igual ao valor obtido usando-se a média das espessuras máximas e mínimas do ímãs na eq.(8.7). Na região entre os ímãs atua apenas a f.m.m. da armadura que será considerada também constante e igual ao valor de pico. A f.m.m. deve ser calculada com corrente nominal. Deste forma tem-se:

$$\phi_g = B_g \cdot \beta \cdot 2 \cdot \Pi \cdot R \cdot L / 2p + \mu_0 \cdot F_1 / g_a \cdot (1 - \beta) \cdot 2 \cdot \Pi \cdot R \cdot L / 2p \quad (8.116)$$

Os fluxos nas coroas estatórica e rotórica serão consideradas iguais à metade do fluxo polar.

$$\phi_{ce} = \phi_{cr} = \phi_g / 2 \quad (8.117)$$

Então pode-se calcular as espessuras das carcaças estatórica e rotórica:

$$h_{ce} = \phi_{ce} / (B_{ce} \cdot L) \quad (8.118)$$

$$h_{cr} = \phi_{cr} / (B_{cr} \cdot L) \quad (8.119)$$

onde:  $h_{ce}, h_{cr}$  = espessuras das carcaças estatórica e rotórica

Assim os raios externo do estator e interno do rotor podem ser calculados por:

$$R_{ext} = R_{rf} + h_{ce} \quad (8.120a)$$

$$R_{int} = R_n - h_{cr} \quad (8.120b)$$

No caso da máquina com ímãs planos o encaixe para os mesmos deve ter a mínima profundidade possível para que as indutâncias de eixo d e eixo q sejam praticamente iguais. Por comparação a máquinas já existentes chega-se a:

$$d_{\text{encaixe}} = 20\% l_{\text{imax}} \quad (8.121)$$

Com estas dimensões é possível calcular a massa de cada parte da máquina pela simples observação da fig. 8.10.

Para as coroas estatórica e rotórica tem-se:

$$P_{\text{ce}} = (R_{\text{ext}}^2 - R_{\text{rf}}^2) \cdot \Pi \cdot L \cdot \rho_{\text{fe}} \quad (8.122)$$

$$P_{\text{cr}} = (R_{\text{n}}^2 - R_{\text{int}}^2) \cdot \Pi \cdot L \cdot \rho_{\text{fe}} \quad (8.123)$$

e para os dentes

$$P_{\text{d}} = W_{\text{d}} \cdot h_{\text{r}} \cdot L \cdot n_{\text{r}} \cdot \rho_{\text{fe}} \quad (8.124)$$

Considerando as sapatas com espessura constante e igual à sua parte mais espessa tem-se:

$$P_{\text{sap}} = ((R_{\text{ri}}^2 - R) \cdot \Pi - (R_{\text{ri}} - R) \cdot a_{\text{s}} \cdot n_{\text{r}}) \cdot L \cdot \rho_{\text{fe}} \quad (8.125)$$

A massa do cobre considera a parte ativa e a cabeceira.

$$P_{\text{cu}} = S_{\text{r}} \cdot k_{\text{ench}} \cdot \rho_{\text{cu}} \cdot n_{\text{r}} (L + 2\Pi/p \cdot (R_{\text{rf}} + R_{\text{ri}})/2) \quad (8.126)$$

Como os ímãs tem formatos diferentes dependendo do caso tem-se:

$$\text{Senoidal: } P_{\text{ima}} = 2p \cdot L \cdot l_{\text{imax}} \cdot w_{\text{l}} \cdot \rho_{\text{ima}} \quad (8.127)$$

$$\text{Trapezoidal: } P_{\text{ima}} = L \cdot \beta \cdot \Pi \cdot (R_{\text{s}}^2 - R_{\text{n}}^2) \cdot \rho_{\text{ima}} \quad (8.128)$$

onde:  $P_{\text{x}}$  = massa da parte x do motor

$\rho_{\text{x}}$  = massa específica do material da parte x

## 8.9 - CÁLCULO DAS PERDAS NO COBRE E NO FERRO

As perdas no cobre e no ferro podem ser obtidas através das massas das diversas partes. Desprezando o efeito skin as perdas joule são obtidas com algumas manipulações de relações simples.

$$P_{\text{j}} = j^2 \cdot r'_{\text{cu}} \cdot P_{\text{cu}} / \rho_{\text{cu}} \quad (8.129)$$

onde:  $r'_{\text{cu}}$  = resistividade do cobre ( $0.0227 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ ) a  $100^{\circ}\text{C}$

$\rho_{\text{cu}}$  = massa específica do cobre ( $8.89 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ )

$j$  = densidade de corrente ( $\text{A/m}^2$ )

$P_{\text{j}}$  = perdas joule na armadura ( $\text{W}$ )

A perda no ferro é composta pelas perdas por correntes de Foucault e pelas perdas por histerese cujas expressões são respectivamente: [17,38,30]

$$P_f = k_f \cdot (f \cdot B_m \cdot t)^2 \quad (8.130)$$

$$P_h = k_h \cdot f \cdot B_m^x \quad (8.131)$$

onde:  $P_f$  = perdas por correntes parasitas (W/kg)

$P_h$  = perdas por histerese (W/kg)

$t$  = espessura da chapa

$B_m$  = indução de pico na região em questão

$k_f$  = coef. de perdas Foucault que depende do material e das grandezas usadas

$k_h$  = coef. de perdas por histerese que depende do material e das grandezas usadas

$x$  = expoente que depende de material e do próprio valor de  $B_m$ . Diversos autores [17,14,38] atribuem-lhe 1.5 a 2.5 sendo que para  $B_m$  entre 0.15 T e 1.2 T recomendam 1.6.

De um modo geral o fabricante de aço fornece a perda no ferro em W/kg em função da indução para uma dada frequência e uma curva que relaciona a perda com a frequência. Neste caso as duas perdas são tratadas conjuntamente. A partir destas informações é possível achar expoentes adequados, na faixa de trabalho esperada, para a equação abaixo.

$$p(B_m, f) = p(B_{m0}, f_0) \cdot (B_m / B_{m0})^x \cdot (f / f_0)^y \quad (8.133)$$

onde o índice 0 significam os valores grandezas nos quais é conhecida a perda.

No caso do protótipo foi encontrado no catálogo do fabricante de aço dados que levaram a:  $x = 2.27$  e  $y = 1.32$

Para calcular a perda nos dentes, deve-se conhecer o seu peso e a indução no dente sob a máxima indução (sob carga). No caso da coroa pode-se considerar que a indução é constante em toda a sua extensão e igual ao meio-fluxo dividido pela sua secção. Genericamente tem-se:

$$\text{Perda}(W) = p(B_m, f)(W/kg) \cdot P \text{ (kg)} \quad (8.132)$$

Esta equação dá um resultado aceitável quando as variações da indução é senoidal porém, para máquinas alimentadas por inversor, as harmônicas de corrente criam perdas adicionais que podem ser importantes nas altas rotações. Não foram obtidos dados para avaliá-las.

Uma vez que as dimensões da máquina tenham sido calculadas e as perdas avaliadas é usado um programa de cálculo de campo por elementos finitos (EFCAD, EFMAQ) para conferir e ajustar algumas dimensões num processo iterativo.

## 8.10 - EXEMPLO DE UM PROJETO DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA SENOIDAL

## 8.10.1- DADOS FORNECIDOS AO PROGRAMA

Número de pólos.....	8
Número de ranhuras por pólo e fase.....	1
Entreferro (mm).....	.4000
Inclinação das ranhuras do estator (gr.mec).....	15
Número de blocos de ímãs.....	6
Deslocamento alternado	
Ângulo de desalinhamento entre os ímãs (gr.mec).....	-7.5000
Passo de bobina pleno	
Densidade linear de corrente (A/m).....	29800.
Densidade de corrente nos condutores (A/mm <sup>2</sup> ).....	10.133
Raio interno do estator fixado em (mm).....	26.000
Altura do pacote do estator fixado em: (mm).....	120.00
Relação entre o torque com corrente chaveada e senoidal..	0.8000
Ângulo coberto pelo ímã ( gr. elet).....	130.00
Espessura do ímã fixada em: (mm).....	3.5000
Fator de enchimento das ranhuras.....	.30500
Proporção da ranhura ( altura/largura).....	4.0000
Indução de projeto do dente (T).....	1.5000
Indução de projeto das coroas do estator e rotor (T)....	1.0000
Tensão CC de alimentação do inversor (V).....	300.00
Velocidade máxima prevista (rpm).....	6000.0
Folga de V <sub>cc</sub> sobre a f.e.m. máxima de linha (%).....	5.2000
Perda no ferro a 1 T/ 50 Hz (W/kg).....	1.0000
Expoente de var.das perdas em função da indução.....	2.2700
Expoente de var.das perdas em função da frequência.....	1.3200
Indução residual na temp.de serviço (SmCos)...(T).....	.87000
Máximo campo desmagnetizante do ímã ( kAe/m).....	500.00

## 8.10.2 - RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO :

Altura do pacote do estator (mm).....	120.00
---------------------------------------	--------

Torque eletromagnético médio (N.m).....	6.4000
Raio interno do estator (mm).....	26.000
Entreferro (mm).....	.40000
Indução máxima no entreferro (T)..	.78077
Espessura do ímã no centro do pólo (mm).....	3.5000
Raio interno da coroa rotórica (mm).....	16.237
Largura do ímã (mm).....	14.319
Campo desmagnetizante do ímã (corrente nominal)(kAe/m)...	173.41
Profundidade do encaixe do ímã (mm).....	.63849
Largura da boca da ranhura (mm).....	1.7000
Espessura da sapata do dente(mm).....	.60000
Largura do dente (constante) (mm).....	3.7543
Raio ao nível do fundo da ranhura (mm).....	39.869
área da ranhura (mm <sup>2</sup> ).....	65.633
Raio externo do estator (mm).....	45.732
Densidade linear de corrente (A/m).....	29800.
Número de espiras em série por fase .....	59.548
Corrente eficaz por fase (A).....	13.625
Secção transversal dos condutores (mm <sup>2</sup> ).....	1.3447
Peso de ferro na coroa estatórica (kg).....	1.476
Peso de ferro nos dentes estatóricos (kg).....	1.189
Peso de ferro na coroa rotórica (kg).....	0.661
Peso de cobre nas ranhuras (kg).....	0.513
Peso de cobre nas cabeceiras (kg).....	0.111
Peso de ímã (kg).....	0.289
Perda no cobre da armadura (W).....	163.603
Perda nos dentes do estator (W).....	46.447
Perda na coroa estatórica (W).....	33.255
Rendimento (sem perdas mecânicas) (%).....	94.364
Torque líquido no eixo (N.m).....	6.038

### 8.10.3 - TRAÇADO DO DESENHO DO MOTOR

A fig.8.11 mostra o aspecto geral do motor projetado conforme gerado por uma subrotina de desenho. As dimensões podem ser obtidas pela escala ao lado do mesmo.

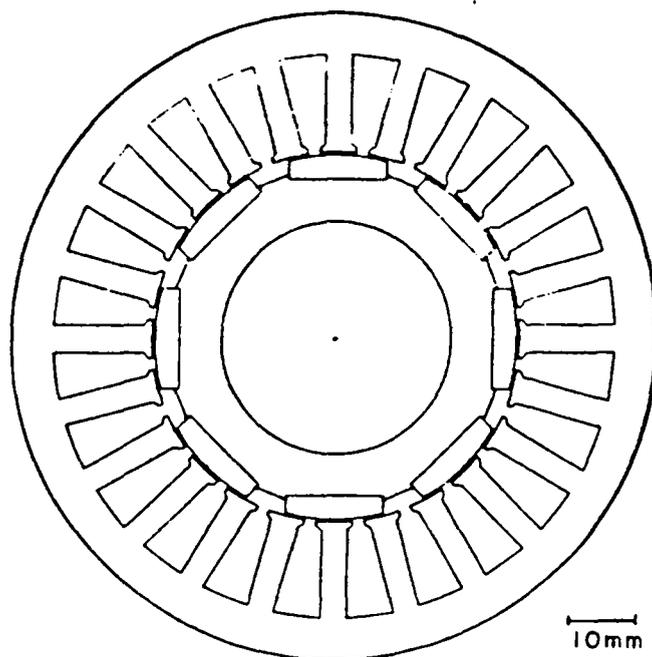


Fig.8.11 - Aspecto geral do motor projetado

#### 8.10.4 - RESULTADOS DE CÁLCULO DE CAMPO

Usando o programa de cálculo de campo EFMAQ pode-se calcular a intensidade de campo e indução nos pontos numerados e também o fluxo nas secções que contém estes pontos.

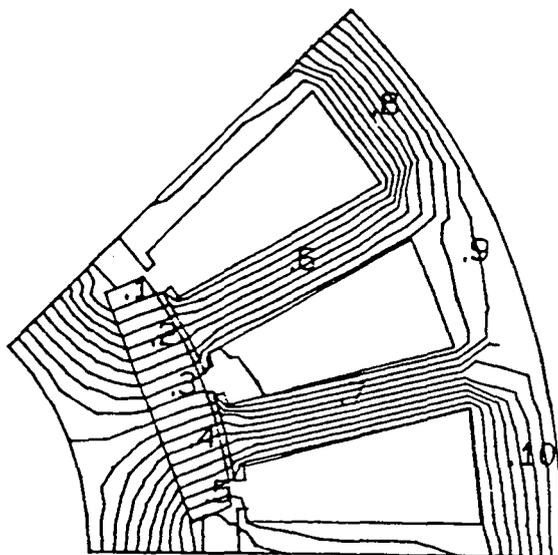


Fig.8.12 - Mapeamento do fluxo no motor sob carga nominal

Foi considerada a corrente nominal nos condutores o que significou uma densidade média de corrente de  $4.1 \text{ A/mm}^2$  na ranhura central e  $2.05 \text{ A/mm}^2$  nas ranhuras laterais. A tabela abaixo mostra os resultados onde o

índice R significa radial, T tangencial e M módulo. Para o cálculo de fluxo foi usado o comprimento axial de 120 mm.

Pto	Hr	Ht	Hm	B <sub>r</sub>	Bt	Bm	Fluxo
	kA/m	kA/m	kA/m	T	T	T	mWb
1	-149.4	14.14	150.00	0.6502	-0.2136	0.6853	
2	-117.7	9.22	118.00	0.7136	-0.1098	0.7220	
3	-117.7	-8.52	117.30	0.7230	-0.1908	0.7232	
4	-49.0	-11.74	50.44	0.8014	0.0950	0.8070	
5	-48.78	-41.96	64.35	0.7783	0.1753	0.7978	
6	0.8794	-0.022	0.8797	1.105	-0.2833	1.1050	0.4932
7	1.1670	-0.038	1.167	1.466	-0.0462	1.4670	0.6475
8	0.0140	0.9474	0.9475	0.0175	1.1910	1.1991	0.6690
9	0.0540	0.2272	0.2336	0.0679	0.2855	0.2935	
10	0.0368	-0.6664	0.6674	0.0462	-0.8374	0.8374	0.4692
íma							1.2860

Tab.5 - Intensidades de campo, induções e fluxo sob carga

Pode-se perceber, por exemplo, que o campo desmagnetizante no canto do ímã mais desfavorável (ponto 1) está de acordo com o valor calculado (-173 kA/m). A indução nos dentes está também de acordo com o projeto (1.5 T). O valor que excedeu o previsto foi a indução na coroa estatórica (ponto 8) onde era previsto 1.0 T e deu 1.19 T. No entanto como noutros trechos (ponto 9 e ponto 10) ele está bem menor e não há razão para preocupação.

Também foram traçados as curvas de indução no entreferro e na metade da altura do dente com o objetivo de comparação com os valores pontuais (fig.8.13).

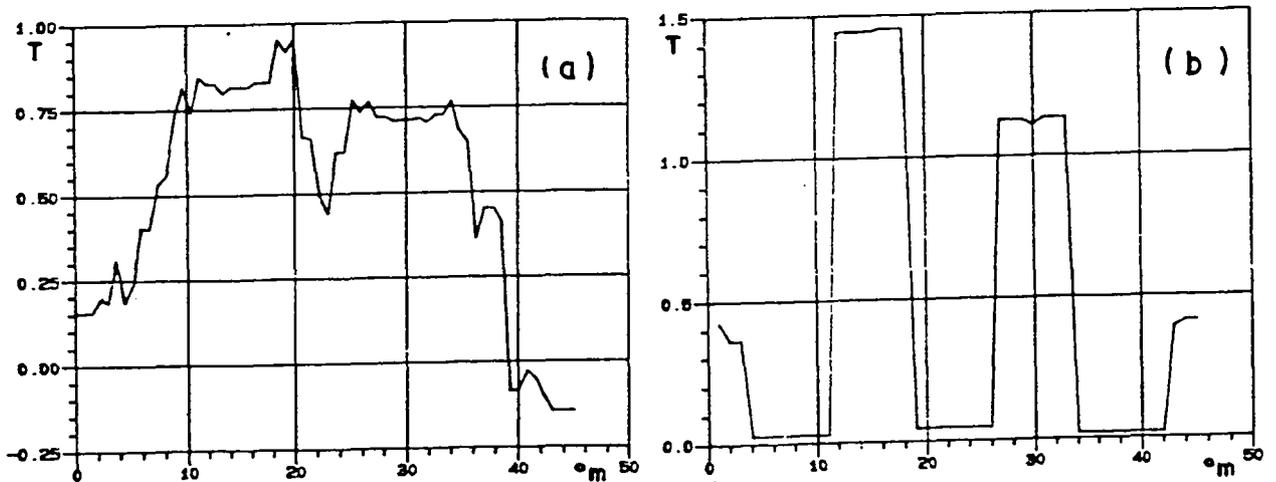


Fig.8.13- a)Indução no entreferro b)Indução nos dentes e ranhuras

Concluindo os valores calculados encontram boa afinidade com os valores obtidos em cálculo de campo.

## 8.11 - EXEMPLO DE PROJETO DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA TRAPEZOIDAL

### 8.11.1 - DADOS FORNECIDOS AO PROJETO

Número de pólos .....	4
Número de ranhuras por pólo e fase .....	2
Entreferro (mm).....	0.3000
Ranhuras sem inclinação, ímãs alinhados, passo de bobina pleno	
Densidade linear de corrente(A.cond/m).....	15000.
Densidade de corrente nos condutores (A/mm <sup>2</sup> ).....	3.5000
Fator de sobrecarga instantâneo .....	1.0000
Raio interno do estator fixado (mm).....	33.500
Altura do pacote do estator fixado (mm).....	48.500
Relação entre torque c/ corr.chaveada e corrente constante	1.0000
Ângulo do íma( gr. elét.).....	150.00
Espessura do ímã não fixada	
Fator de enchimento da ranhura .....	0.4000
Proporção da ranhura ( alt/larg.).....	2.3000
Indução de projeto do dente (T).....	1.0000
Indução de projeto das coroas do estator e rotor (T)....	0.8000
Tensão CC de alimentação (V).....	200.00
Velocidade máxima (rpm).....	3600.0
Folga da tensão CC sobre a f.e.m. máxima (%).....	20.000
Histerese de corrente(%).....	20.000
Indução residual do ímã na temp.de serviço (ferrite)....	0.3310
Máximo campo desmagnetizante (kA/m).....	127.00

### 8.11.2 - RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO

Torque eletromagnético (N.m).....	1.1760
Raio interno da coroa rotórica (N.m).....	16.237
Espessura constante do ímã (mm).....	4.6420
Campo desmagnetizante (kA/m).....	107.200
Indução no entreferro ( T ).....	0.28100
nos dentes ( T ).....	0.83900
nas coroas ( T ).....	0.83900
Espessura dos dentes ( T ) .....	2.93600

Raio ao nível do fundo das ranhuras (mm).....	46.9190
Área da ranhura ( mm <sup>2</sup> ).....	93.9670
Raio externo do estator ( mm ).....	54.2590
Número de espiras em série por fase(estrela-série).....	231.528
Corrente média (durante 120 <sup>0</sup> ) ( A ).....	2.77200
Volume de ferro (cm <sup>3</sup> ) .....	223.647
Volume de ímã de ferrite (cm <sup>3</sup> ) .....	36.2800
Volume de cobre total (cm <sup>3</sup> ).....	110.235

Observações: Esta versão de programa de projeto é mais antiga e tem as seguintes diferenças com relação ao exposto no cap.8.

1. A reação da armadura só é considerada para verificar a possível desmagnetização dos ímãs e não no cálculo das induções nos dentes e carcaças rotórica e estatórica.
2. A ranhura tem fundo redondo e não plano como exposto no cap.8.
3. Só é permitido considerar fator de sobrecarga 1 ( carga nominal) e relação ideal entre torque com corrente chaveada e com corrente constante.
4. Não é considerada ranhura inclinada ou ímãs deslocados.
5. Não calcula perdas na motor.
6. Não considera o efeito das ranhuras na indução no entreferro.

### 8.11.3 - RESULTADOS DE CÁLCULO DE CAMPO

Neste caso foi usado o programa de cálculo de campo EFCAD pois o programa de projeto gera arquivo compatível com o mesmo.

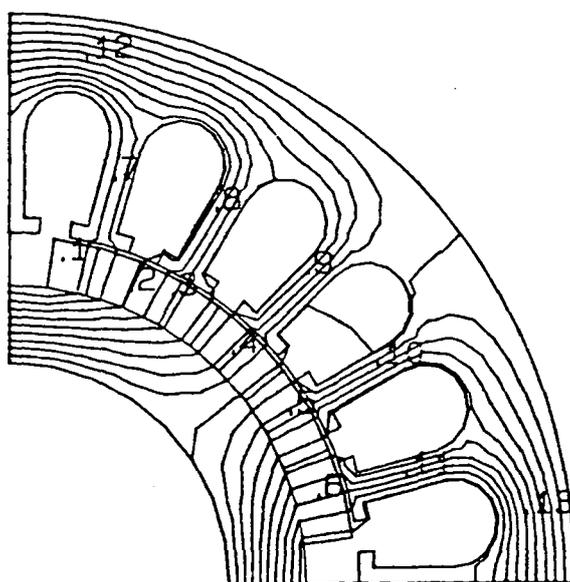


Fig.8.14 - Mapeamento do fluxo na máquina

A tab.6 mostra alguns valores de campo magnético, indução e fluxo em alguns pontos. A corrente na armadura é nominal o que representa uma densidade de corrente média nas ranhuras de 1.4 A/mm<sup>2</sup>.

Os índices x,y e m significam as direções x,y e módulo.

Pto	Hx	Hy	Hm	Bx	By	Bm	Fluxo
	kA/m	kA/m	kA/M	T	T	T	mWb
1	-24.48	-88.31	91.64	0.0337	0.2133	0.2159	
2	-23.37	-56.22	60.80	0.1168	0.2259	0.2543	
3	-31.49	-65.09	72.31	0.1441	0.1931	0.2409	
4	-26.52	-45.55	52.70	0.1847	0.1913	0.2659	
5	-18.83	-24.94	31.25	0.2512	0.1523	0.2938	
6	-26.80	-11.89	12.19	0.3097	0.0913	0.3229	
7	0.0986	0.3749	0.3876	0.1239	0.4711	0.4871	
8	0.2734	0.4648	0.5393	0.3436	0.5481	0.6777	
9	0.4284	0.4194	0.5995	0.5384	0.5270	0.7534	
10	0.5766	0.3229	0.6609	0.7246	0.4058	0.8305	
11	0.7126	0.1828	0.7357	0.8955	0.2297	0.9245	
12	-0.5863	0.1273	0.6000	-0.7367	0.1604	0.7540	0.2638
13	0.1674	-0.5487	0.5736	0.2103	-0.6895	0.7208	0.2460
íma							0.5388

Tab.6 - Intensidade de campo, induções e fluxos no motor

A fig.8.15 mostra a indução no entreferro e na posição correspondente à metade da altura do dente.

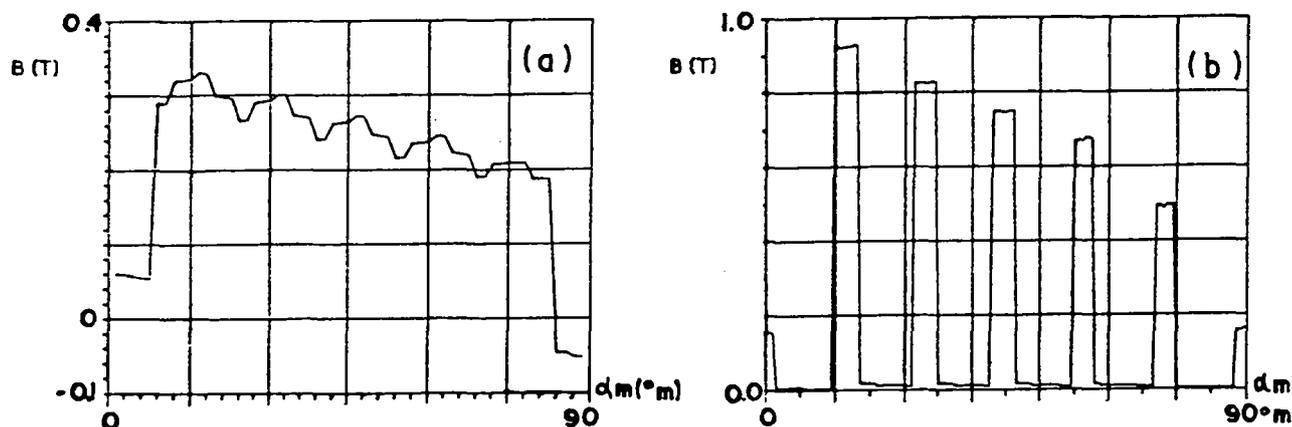


Fig.8.15 - Induções: a) no entreferro b) no meio dos dentes

Olhando a tab.6 e a fig.8.15 pode-se perceber que a reação da

armadura aumentou a indução num dente excedendo o previsto no programa. A indução na carcaça estatórica ficou dentro do valor estabelecido para a mesma. Nos casos em que se usam ímãs de ferrite as induções de projeto dos dentes e das coroas devem ser baixas para não tornar estas partes muito fracas.

O fato da reação da armadura não ter sido usada para o cálculo dos fluxos fez que a margem de erro aumentasse em relação ao caso anterior.

Quanto à desmagnetização do canto do ímã, observando-se o ponto 1 vê-se que a reação da armadura manteve-se dentro de limites toleráveis para a corrente nominal. O campo previsto foi 107.2 kA/m e o medido foi 91.64 kA/m.

Concluindo, o procedimento apresentado neste capítulo, embora não tenha o detalhamento que se encontra, por exemplo, num livro de projeto de motor de indução, contém ferramentas muito úteis para o projeto de um motor síncrono a ímãs superficiais. Um próximo passo nesta direção é o estabelecimento de rotinas de otimização com programas de avaliação de desempenho para servir de realimentação do processo.

## CAPÍTULO 9

SIMULAÇÃO DO FUNCIONAMENTO DE  
MÁQUINA SÍNCRONA TRAPEZOIDAL COM SEU CONVERSOR DE 120 GRAUS

## 9.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo se preocupa com a modelização de um acionamento elétrico consistindo de um motor síncrono a ímãs permanentes superficiais com técnica trapezoidal alimentado por um inversor de tensão a MOS-FETs operando no modo 120 graus.

Para impor a corrente nas fases com o valor adequado foi usado o controle de corrente por largura de banda de histerese por ser o mais simples de ser implementado e por ser o utilizado em um dos protótipos.

O modelo está baseado em variáveis de fase porque a transformação dq não apresenta vantagens quando o motor tem características não idealizadas tais como f.e.m. não senoidal, efeitos de saturação notáveis, indutâncias variando não sinusoidalmente com o tempo. [35,33,9,24]

A configuração trifásica também facilita o cálculo direto de tensões, correntes, perdas e outras variáveis no motor e no inversor.

É pressuposto que se conhece a forma de onda da f.e.m. a qual pode ser obtida pelos métodos do capítulo 2, por medição direta em protótipo ou por cálculo de campo. Na verdade, é considerado que a f.e.m. se mantém constante durante um patamar e que cai a zero segundo uma linha aproximadamente reta. Os dados requeridos então são a largura do patamar e o valor da f.e.m. máxima por unidade de velocidade. Também é necessário o conhecimento das indutâncias mútuas e de dispersão da armadura.

O modelo também leva em conta, além do inversor, o circuito retificar e seu filtro RC para avaliar a influência do 'ripple' da tensão CC sobre o torque do motor. Transientes mecânicos também podem ser simulados tais como partida e mudanças de velocidade.

Ênfase é dada à análise da comutação da corrente de uma fase para a outra com relação à possibilidade de mudança de configuração do circuito pela ação do comparador com histerese.

Também é analisada detalhadamente a influência do deslocamento dos sensores de posição sobre a possibilidade ou não da entrada em condução do diodo de roda livre da fase aberta enquanto há o chaveamento das outras duas.

## 9.2 - ANÁLISE DO FUNCIONAMENTO

### 9.2.1 - DESCRIÇÃO DO INVERSOR E DO MOTOR

O modelo é válido para motores a ímãs permanentes montados na superfície da coroa rotórica que tenha saliências desprezíveis e que produza uma indução no entreferro aproximadamente retangular. Isto é conseguido com magnetização radial dos ímãs conforme mostrado na fig. 1.7a e 1.8a.

Conforme já foi visto no capítulo 2 a largura do ímã deve ser tal que a f.e.m. tenha valor constante no mínimo durante  $120^\circ$  para interagir com uma corrente de duração de  $120^\circ$  e produzir pouca oscilação de torque. A lisura da superfície do rotor faz que as indutâncias próprias e mútuas do estator sejam independentes da posição do rotor.

Acoplado ao eixo do motor há um sensor de posição que pode ser um 'resolver', 'encoder' ou sensor a efeito Hall. De qualquer modo, a cada  $60^\circ$  há uma informação de quais os transistores e fases que devem conduzir a fim de manter o torque contínuo. Desta maneira a frequência do inversor fica dependente da velocidade do rotor caracterizando a auto-pilotagem a qual evita as oscilações e a perda de sincronismo. Este mesmo papel é feito pelo comutador mecânico num motor CC só que neste caso ele funciona como circuito de comando e de potência.

A fig.9.1 mostra o diagrama do acionamento. O retificador é monofásico de onda completa a diodos com um filtro RC. O inversor contém seis transistores bipolares ou MOS-FETs com seis diodos em anti-paralelo para a realização da roda livre e recuperação de energia das indutâncias.

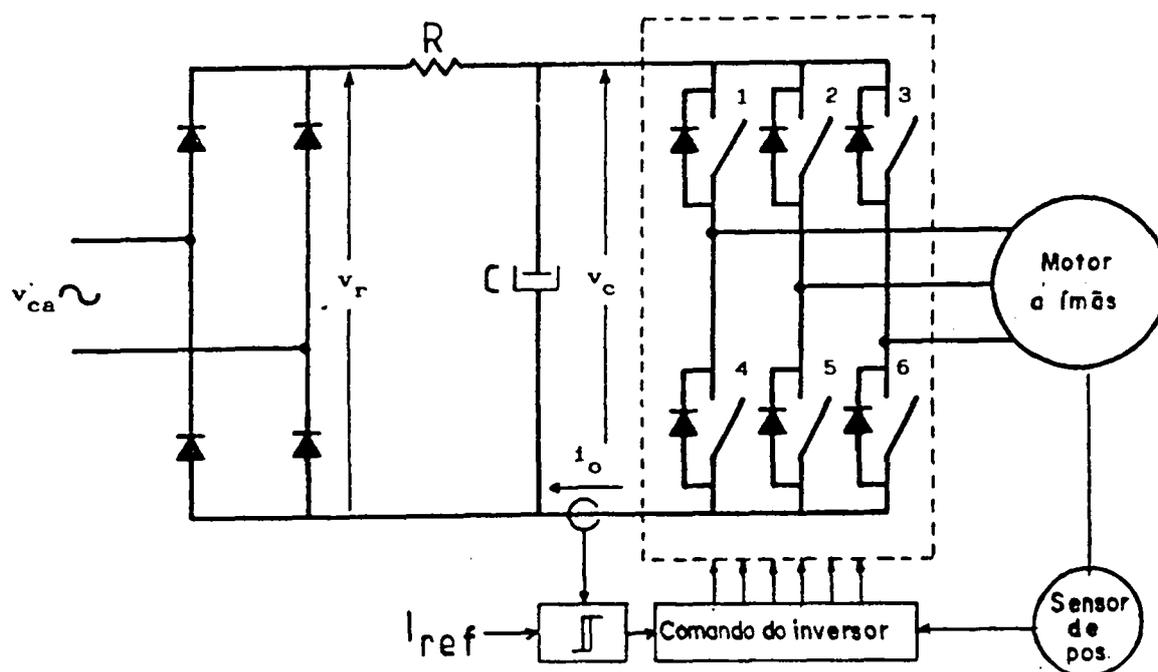


Fig.9.1- Diagrama esquemático do acionamento

A fig. 9.2 mostra as formas de onda da f.e.m. e da corrente para os sensores de posição com deslocamento nulo. Ali se pode notar duas etapas diferentes no funcionamento que serão chamadas de seqüência e comutação.

Durante uma seqüência há duas fases em série conduzindo corrente enquanto que a terceira permanece aberta. Nesta etapa, que dura  $60^{\circ}$ E, dois transistores específicos são chaveados para manter a corrente dentro do entorno do valor de referência.

Ao final desta etapa há uma comutação desligando um dos transistores e ligando o outro a fim de trocar a corrente de uma fase para outra a fim de dar continuidade ao torque.

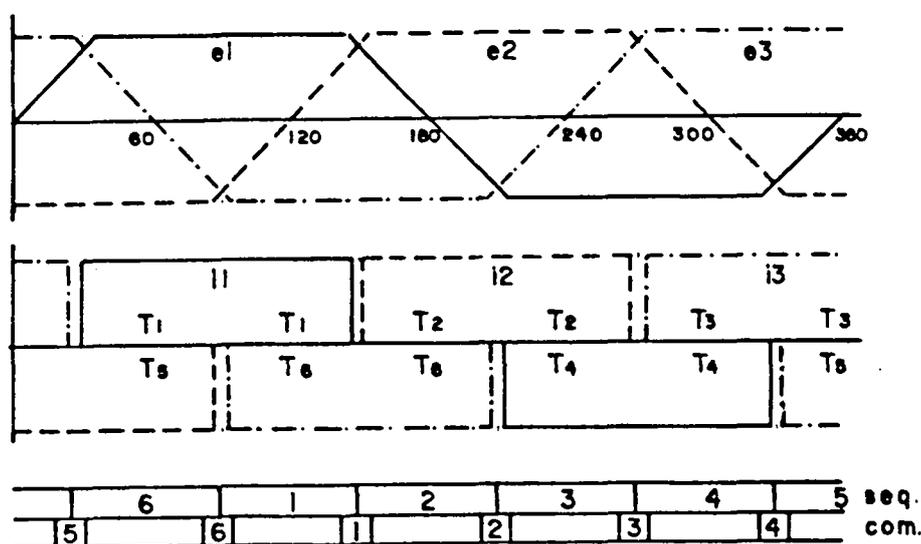


Fig. 9.2 - F.e.m.s e correntes no motor com deslocamento nulo dos sensores de posição.

Dentro do programa de simulação será usada esta numeração em todos os momentos para identificar a situação em que o motor está funcionando. A cada  $60^{\circ}$ E o sensor de posição fornece uma informação que determinará quais as fases e transistores que devem conduzir. Esta informação será considerada através de uma variável lógica  $H(k)$  que pode assumir os valores 1,0 ou -1 conforme a corrente na fase  $k$  deva ser positiva (corrente entrando na fase pelo início), nula ou negativa.  $H(k)$  sempre terá valor diferente para cada fase num dado instante.

O término de uma seqüência ocorre quando há a troca dos valores de  $H(k)$  ou seja quando o rotor chega a ângulos pré-determinados.

O controle da corrente é feito pela comparação entre a corrente real e a corrente de referência. A corrente real é medida por apenas

um sensor de corrente a efeito Hall ou por um resistor derivador (shunt) instalado na entrada do inversor (no elo CC) e não nas fases do motor.

O comparador com histerese, feito com um amplificador operacional rápido, comanda a condução dos transistores e diodos de roda livre de modo a manter a corrente real dentro da janela de histerese. Quando a corrente é menor que o limite inferior da banda de histerese os transistores corretos são ligados e a corrente cresce através da indutância do enrolamento até alcançar o limite superior. Neste momento o comparador atua, os transistores são desligados e a corrente flui através dos diodos de roda livre (do lado oposto de cada braço) contra a ação da tensão CC da fonte. Então a corrente decrescerá até atingir o limite inferior da janela de histerese e assim sucessivamente.

Neste tipo de controle de corrente a freqüência de chaveamento depende diretamente da diferença entre a tensão aplicada e a força eletromotriz e inversamente da largura da banda de histerese e das indutâncias do enrolamento. Esta freqüência variável de chaveamento é um inconveniente pois pode levar as chaves a trabalhar com freqüências impróprias e acontecer falhas de comutação e perdas altas.

As oscilações de torque depende da largura da banda de histerese porém uma largura mínima é indispensável para que as chaves operem com freqüência compatível com as suas características. Outra origem das oscilações de torque é o fenômeno da comutação onde a corrente apresenta um tempo de retardo para alcançar o seu valor final devido à constante de tempo do enrolamento do estator [31].

A filtragem da tensão do retificador no elo CC, se não for eficiente, influi nas oscilações de torque, não na sua amplitude porém na sua freqüência porque, devido ao controle por banda de histerese, a corrente sempre tem os valores máximo e mínimo fixados.

O equacionamento para a simulação está baseado nas eq. (1.14 - 1.24) e também nas equações do retificador e do filtro.

$$v_r = V_{ca} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (9.1)$$

$$i_r = (v_r - v_c) / r_f \quad (9.2)$$

$$i_c = i_r - i_0 \quad (9.3)$$

mas

$$dv_c / dt = i_c / C_f \quad (9.4)$$

Substituindo (9.1), (9.2), (9.3) em (9.4) obtém-se:

$$dv_c / dt = ( (V_{ca} \cdot \cos(\omega \cdot t) - v_c) / r_f - i_0 ) \cdot C_f \quad (9.5)$$

Estas equações são válidas em qualquer situação de

funcionamento porém para cada etapa elas serão particularizadas em função das características próprias das etapas.

### 9.2.2 - ANÁLISE ENTRE COMUTAÇÕES

Num inversor de tensão a  $120^\circ$ , entre comutações, há duas fases em série conduzindo corrente enquanto a outra está aberta. Durante esta seqüência a corrente na entrada do inversor é mantida dentro da janela de histerese pela ação do comparador.

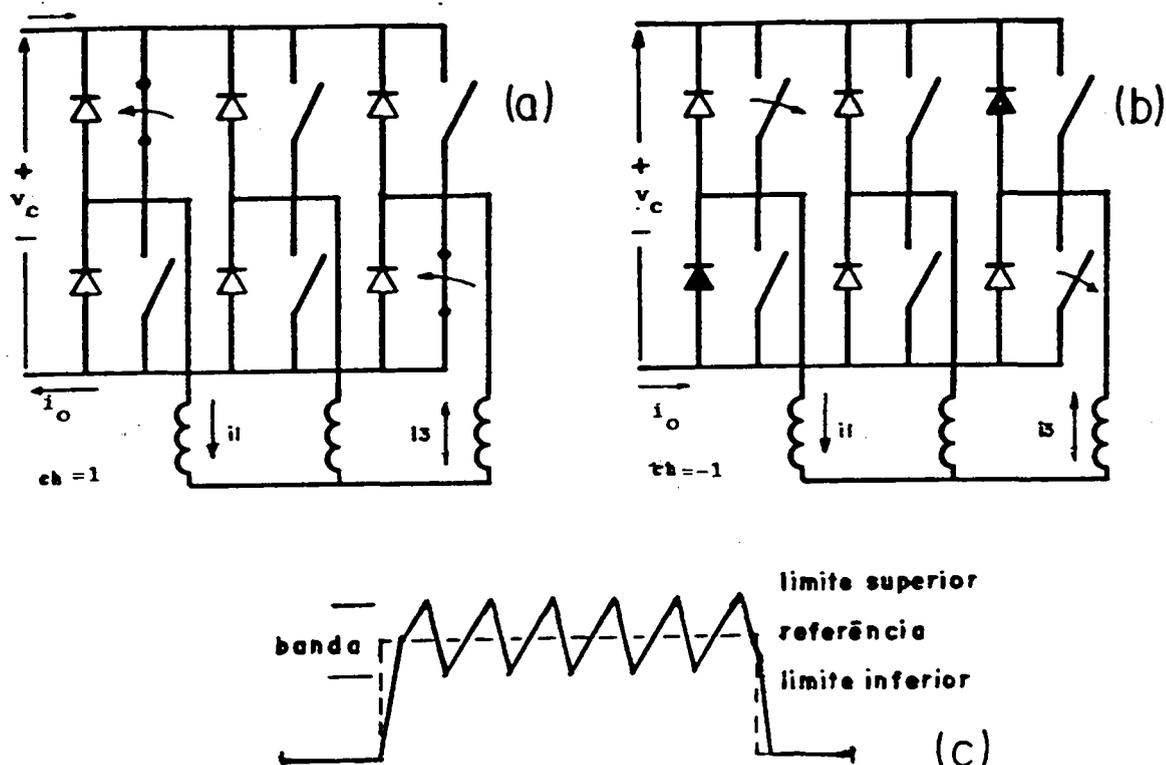


Fig.9.3 - Ação do comparador de corrente com histerese

Na fig.9.3 a corrente crescente ocorre com a configuração a e decrescente na configuração b. Nestes casos, para representar o estado do comparador com histerese foi eleita uma variável lógica ( $c_h$ ) que vale 1 ou -1 respectivamente para as configurações a e b.

Desenhando o circuito nas várias configurações possíveis e considerando que sempre uma das fases está aberta e portanto que uma corrente é o negativo da outra tem-se:

$$di/dt = (c_h \cdot v_c - 2 \cdot R \cdot i - H_1 e_1 - H_2 e_2 - H_3 e_3) / 2(L-M) \quad (9.6)$$

Neste caso  $i$  é uma corrente de fase que pode ser  $i_1$ ,  $i_2$  ou  $i_3$  sendo selecionada em função do número da seqüência. Na simulação  $i$  foi considerada a corrente na fase que estava desligada no passo anterior, ou seja, a corrente que cresce até ficar dentro dos limites de histerese.

Por inspeção da fig.9.2 pode-se dizer que na fig.9.3  $i$  é igual a  $+i_1$ . Esta corrente de fase, conhecido o seu valor inicial a cada passo de cálculo, é integrada por um processo numérico ( por exemplo Runge Kutta de 4ª ordem) e só depois é atribuído às correntes nas três fases os seus valores reais com seus respectivos sinais.

O maior interesse aqui é analisar as condições em que os diodos da fase aberta possam conduzir [9]. Por exemplo, serão analisadas as tensões nos diodos  $D_2$  e  $D_3$  durante a seqüência número 1. Usando as equações de tensão (1.4) e tendo em conta que:

$$i = i_1 = -i_3 \quad (9.7)$$

$$i_2 = 0 \quad (9.8)$$

e usando a lei de malha de Kirchhoff tem-se:

$$v_{d2} = V_2 - V_1 \quad (9.9a)$$

$$v_{d2} = -(v_c + e_1 - 2e_2 + e_3)/2 \quad (9.9b)$$

$$v_{d5} = V_3 - V_2 \quad (9.10)$$

$$v_{d5} = -(v_c - e_1 + 2e_2 - e_3)/2 \quad (9.11)$$

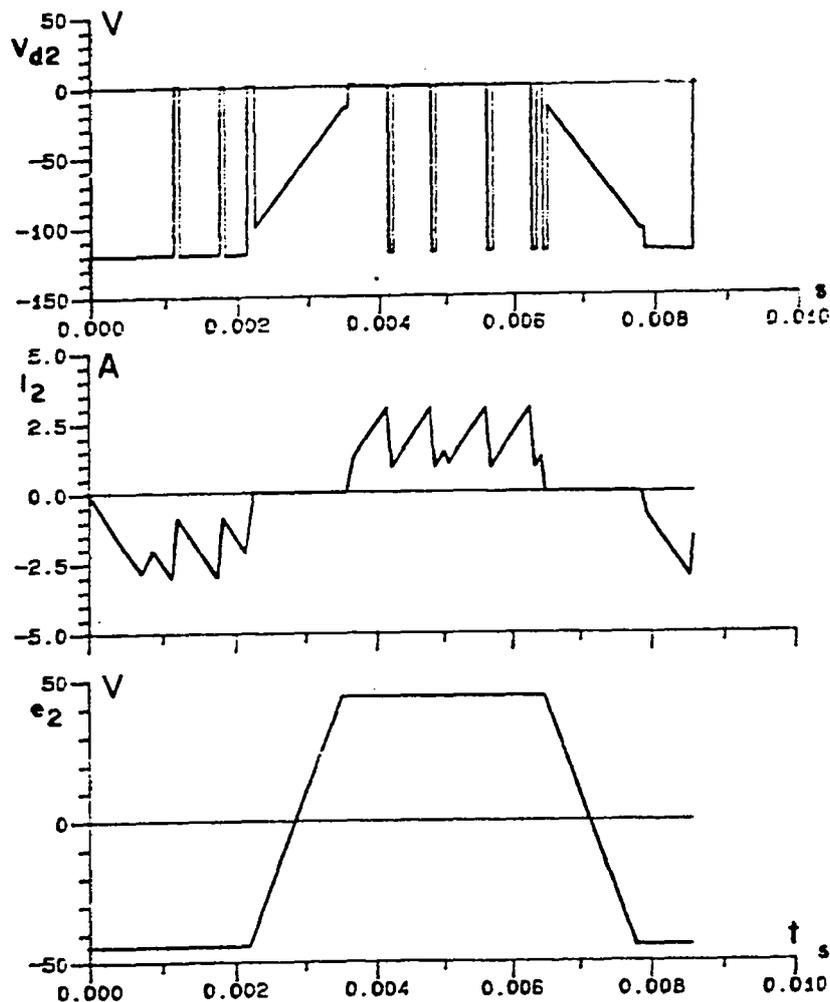


Fig.9.4 a) Tensão no diodo, corrente e f.e.m. para deslocamento nulo dos sensores de posição

Observando a fig. 9.2 pode ser visto que, para pequenos deslocamentos dos sensores de posição (pequena defasagem da corrente em relação à f.e.m.) tem-se  $e_1 + e_2 = 0$  e  $e_2$  varia entre  $-E_m$  e  $+E_m$ . Tendo em vista que  $E_m \leq V_{cc}/2$  é fácil mostrar que  $v_{d2}$  e  $v_{d5}$  são negativas e estes diodos não entram em condução.

Para grandes deslocamentos dos sensores de posição no sentido de atrasar a corrente ( $e_1 - 2e_2 + e_3$ ) pode ser maior do que  $v_c$  e o diodo  $D_2$  conduz desde que a f.e.m. máxima seja grande o que ocorre nas altas velocidades. Na seqüência número 4 o mesmo ocorrerá com o diodo  $D_5$ .

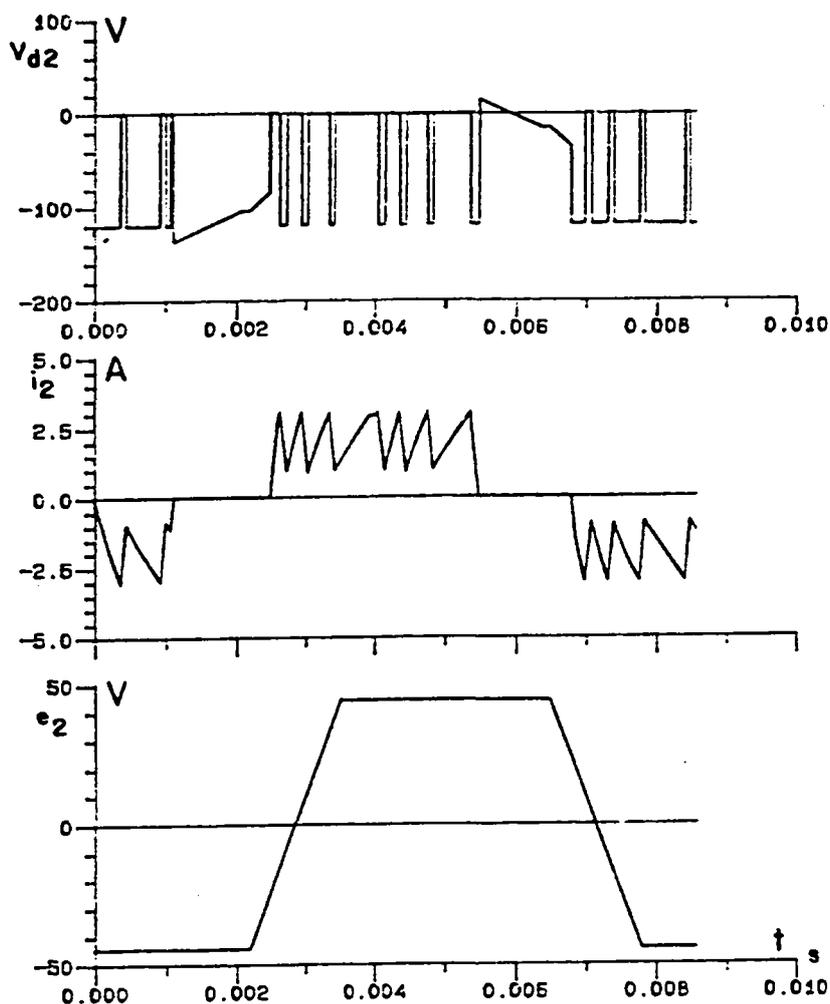


Fig.9.4 - Tensão e correntes com sensores de posição deslocados

Por outro lado, se os sensores de posição são deslocados no sentido de avançar a corrente o mesmo ocorrerá, no entanto os diodos envolvidos estarão trocados; o que acontecia com um diodo com sensores avançados ocorre com o outro diodo do braço quando os sensores estiverem atrasados.

Portanto, os diodos da fase aberta só conduzirão se a velocidade estiver próxima do seu valor máximo e se os sensores estiverem

deslocados de um grande ângulo. Então, nas condições normais de funcionamento a entrada em condução destes diodos é impossível porque um grande ângulo de defasagem não é usado pois desta forma a interação da corrente de fase não ocorreria com a região de f.e.m. constante ocorrendo oscilações do torque e redução do torque médio.

### 9.2.3 - ANÁLISE DA COMUTAÇÃO DA CORRENTE ENTRE DUAS FASES

A comutação ocorre quando o rotor chega a certas posições a fim de trocar a corrente de uma fase para outra e manter o torque constante como numa máquina CC com comutador mecânico. O crescimento e o decrescimento das corrente nestas fases não são, naturalmente, instantâneos. Durante a comutação há três fases conduzindo corrente até que a corrente em extinção chegue a zero.

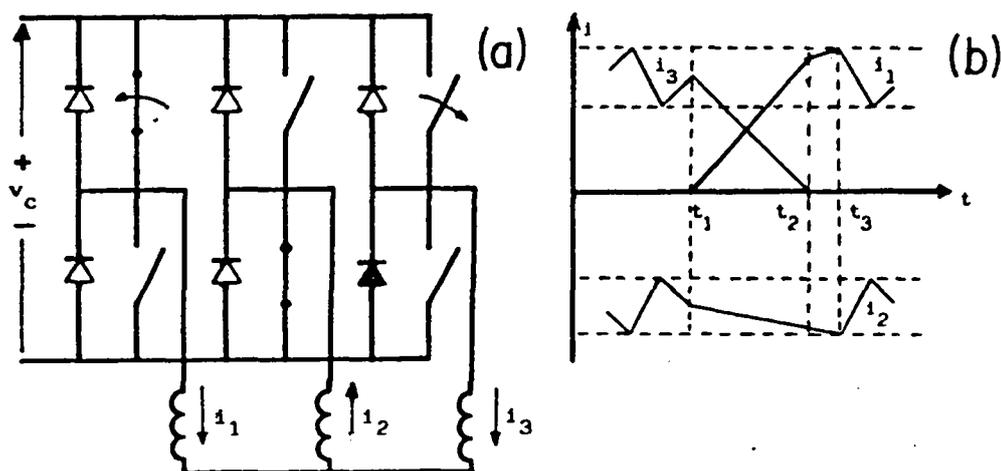


Fig.9.5 - Análise da comutação número 5

Como exemplo, será analisada a comutação número 5 onde a corrente está sendo comutada da fase 3 para a fase 1 mantendo a corrente na fase 2.

Para estabelecer as equações diferenciais das correntes durante cada comutação deve-se ter as equações de tensão (eq.1.14) e as configurações do circuito em cada comutação. Como exemplo foi utilizada a comutação número 5. Neste caso o ponto de partida da dedução das equações diferenciais foi:

$$V_1 - V_2 = v_c \quad (9.12)$$

$$V_3 - V_2 = 0 \quad (9.13)$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad (9.14)$$

$$i_2(t_1^+) = i_2(t_1^-) \quad (9.15)$$

$$i_0 = i_1 \quad (9.16)$$

É fácil mostrar que a evolução das grandezas durante a comutação não depende do estado dos transistores e diodos na seqüência anterior. Interessará apenas o valor que as correntes tinham no momento em que começa a comutação. O fim natural da comutação ocorrerá no momento em que a corrente desligada chega a zero.

Pode acontecer que a corrente crescente alcance o limite superior da banda de histerese antes que a corrente em extinção tenha se anulado. Isto causa a ação do comparador de corrente que abrirá os transistores durante a comutação [9]. Isto cria uma nova configuração no circuito como mostrado pela fig. 9.6.

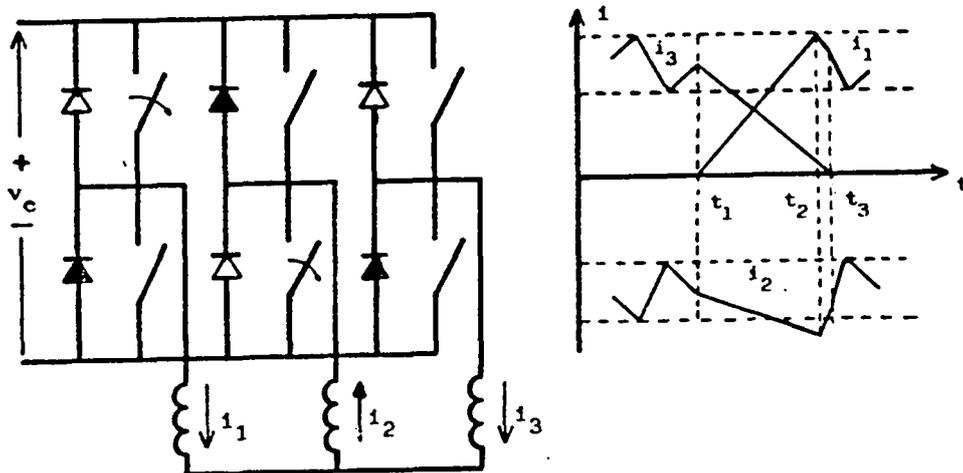


Fig.9.6 - Segunda etapa da comutação (transistores abertos)

Nesta nova etapa de funcionamento da comutação 5 a dedução das equações começam com:

$$V_1 - V_2 = -v_c \quad (9.17)$$

$$V_3 - V_2 = -v_c \quad (9.18)$$

$$i_3 = -i_1 - i_2 \quad (9.19)$$

Tendo em conta os valores das correntes no início da comutação ( $t_1$ ) pode-se descobrir por integração analítica as correntes no início da segunda parte da comutação ( $t_2$ ) e a partir daí, conhecendo as derivadas das correntes, pode-se mostrar que esta configuração do circuito só será desfeita quando a corrente decrescente ( $i_3$ ) chegar a zero. Então o teste para verificar se a comutação terminou é verificar se a corrente decrescente tentou se inverter através do diodo de roda livre tanto no caso de transistor conduzindo

( $c_h = 1$ ) ou diodo conduzindo ( $c_h = -1$ ).

Usando as equações de tensão e olhando para as configurações do circuito em todas as comutações obteve-se equações gerais para a corrente crescente, decrescente e para a fase não comutada.

$$d i_c / dt = k ( H_c \cdot v_c (1.5 c_h + 0.5) + S_c ) \quad (9.20)$$

$$d i_d / dt = k ( -H_c \cdot v_c (1.0 \quad ) + S_d ) \quad (9.21)$$

$$d i_n / dt = k ( H_n \cdot v_c (1.5 c_h - 0.5) + S_n ) \quad (9.22)$$

onde: c, d e n significam os índices das fases que tem corrente crescente, decrescente e não-comutada.

$$k = 1/(3(L-M)) \quad (9.23)$$

$$S_1 = - 3Ri_1 - 2e_1 + e_2 + e_3 \quad (9.24)$$

$$S_2 = - 3Ri_2 - 2e_2 + e_1 + e_3 \quad (9.25)$$

$$S_3 = - 3Ri_3 - 2e_3 + e_1 + e_2 \quad (9.26)$$

Uma vez que a lógica do programa, ou a inspeção do circuito, determinar em que fases há corrente crescente, decrescente e não comutada, basta substituir os índices c,d,n pelos números 1,2 ,3 na ordem adequada e tem-se as equações para todos os casos de comutação. Por exemplo, na comutação número 5 tem-se c = 1,d = 3 e n = 2 portanto as equações são:

$$d i_1 / dt = k \left[ 1 v_c (1.5 c_h + 0.5) + S_1 \right] \quad (9.27)$$

$$d i_3 / dt = k \left[ -1 v_c (1.0 \quad ) + S_3 \right] \quad (9.28)$$

$$d i_2 / dt = k \left[ -1 v_c (1.5 c_h - 0.5) + S_2 \right] \quad (9.29)$$

Um fato notável é que a corrente na fase desligada decresce em direção à extinção com uma derivada que independe do estado do comparador.

O conhecimento do valor instantâneo da corrente de entrada do inversor é necessário ao funcionamento do comparador de corrente como para o cálculo da tensão do capacitor. A corrente na entrada do inversor é sempre igual à corrente de uma das fases e a sua escolha é feita pela inspeção da configuração do circuito. Uma subrotina lógica é responsável por esta função.

## 9.2.4 - FLUXOGRAMA DO PROGRAMA DE SIMULAÇÃO

Entrada de dados por arquivo ou console	
Abertura de um arquivo de resultados	
Inicialização das variações de estado	
Repetição para todos os instantes de tempo enquanto $t \leq t_{\max}$	
	Cálculo dos valores atuais das variáveis
	Mostragem dos valores atuais das variáveis de estado
	Leitura dos sensores de posição
	Leitura do comparador de corrente com histerese
	Cálculo dos valores das variáveis de estado no próximo instante pelo método de Runge Kutta
	Verificação de possíveis modificações da configuração do circuito
	Reinicialização de algumas variáveis para o próximo cálculo
Gravação dos resultados numéricos em arquivo	
Apresentação de certos resultados na tela	
Apresentação dos gráficos das grandezas	

A resolução do sistema de equações diferenciais foi feita pelo método clássico de Runge-Kutta de quarta ordem com passo fixo. Apesar do fluxograma mostrar que a gravação dos resultados só é feita no final da simulação foi utilizado um procedimento que calcula e a cada 300 pontos grava-os em disco até completar o tempo de simulação. Isto permite um menor dimensionamento dos vetores e uma velocidade maior de processamento pois não é requerido o acesso à memórias secundárias.

### 9.2.5 - RESULTADOS DE SIMULAÇÃO E DE EXPERIMENTAÇÃO NUM PROTÓTIPO

Vários ensaios foram feitos num protótipo com as características mostradas no apêndice B. O inversor de tensão foi feito com MOS-FET de potência cujo comando de gatilho foi implementado com sensores de posição Hall e com controle de corrente por banda de histerese. O inversor de tensão foi alimentado com uma ponte monofásica completa em filtro RC.

Foram realizadas medidas de correntes, tensões, f.e.m., velocidade, torque médio enquanto que a simulação foi estendida a outras variáveis como tensão no capacitor, corrente no capacitor, corrente de entrada no inversor, aceleração, etc.

A fig. 9.7 mostra a forma de onda de f.e.m. simulada e medida na velocidade de 1500 rpm. Sua forma trapezoidal bem justifica o nome que é dado a filosofia de funcionamento deste motor síncrono. As figuras não puderam ser feitas na mesma escala por terem sido obtidas em equipamentos diferentes.

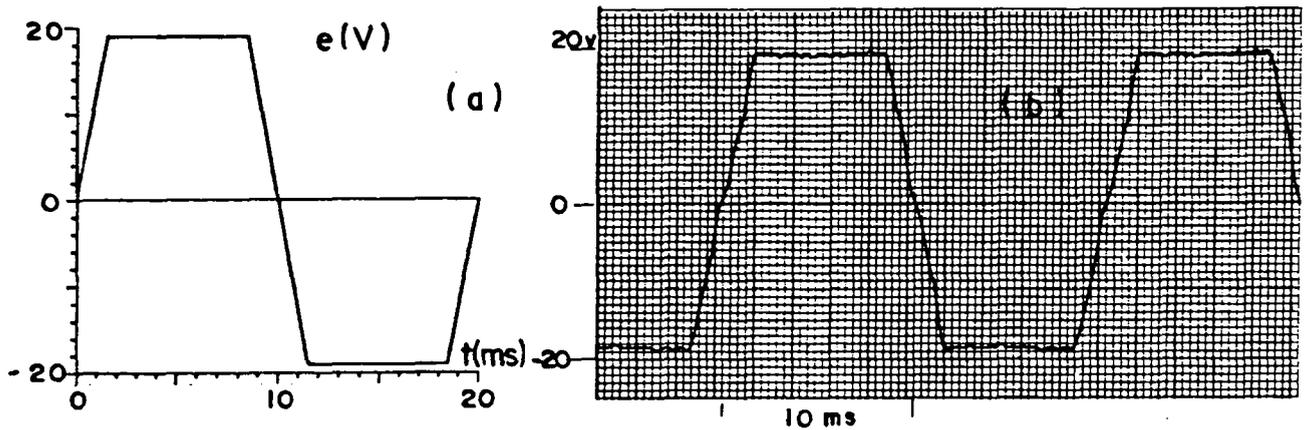


Fig.9.7 - Fem por fase em regime permanente a 1500 rpm

A fig. 9.8 mostra as formas de onda de tensão e corrente na fase 1 com o motor funcionando em regime permanente a 1500 rpm com o ângulo de deslocamento dos sensores igual a zero.

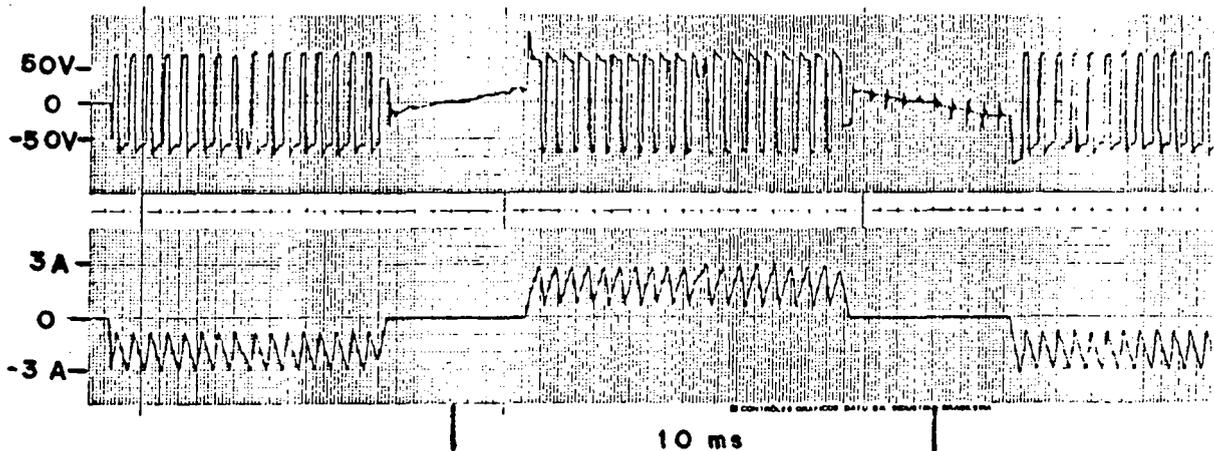
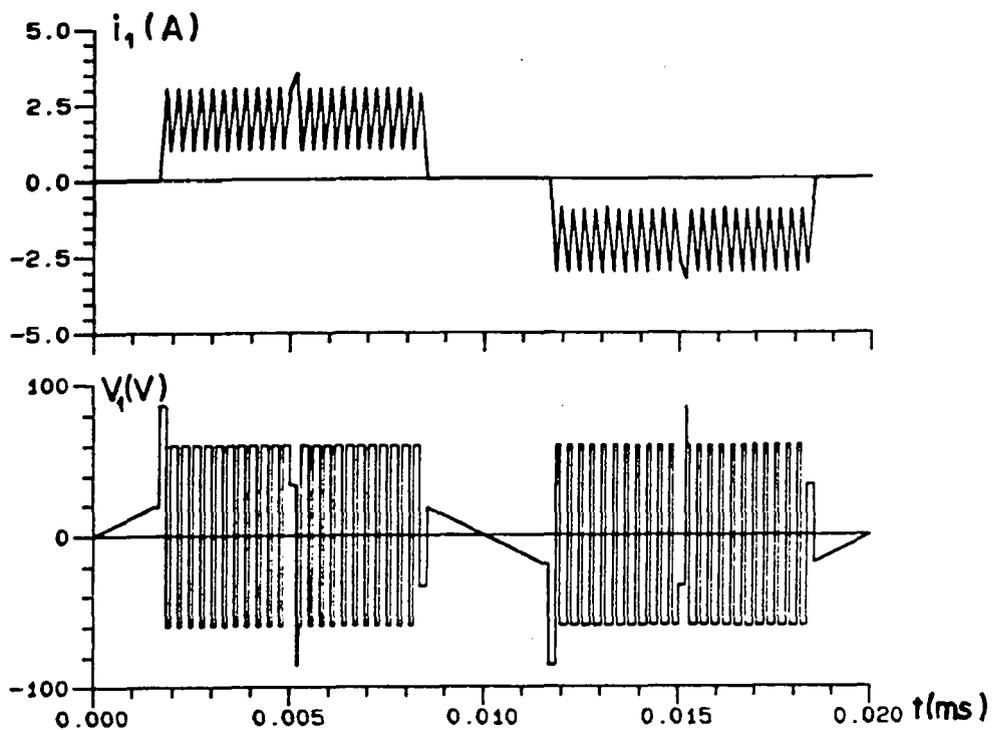


Fig.9.8 - Tensão e corrente na fase 1 ( a 1500 rpm)

Na fig.9.9 vê-se a corrente e tensão na fase 1 a 3500 rpm. Comparando-se a fig.9.8 e 9.9 percebe-se que a frequência de chaveamento é bem maior nas baixas velocidades uma vez que a f.e.m. é mais baixa e permite maiores derivadas de corrente no crescimento.

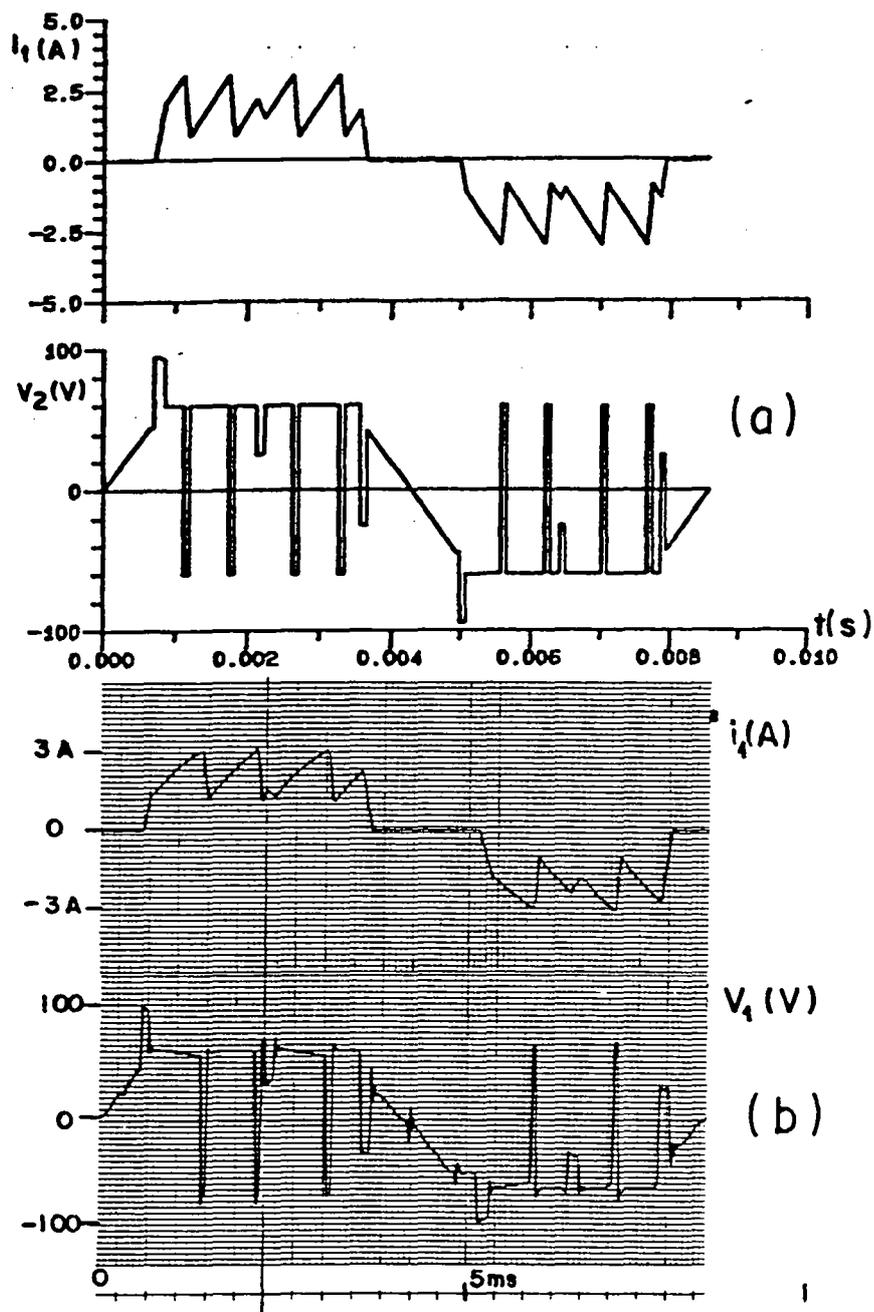


Fig. 9.9 - Tensão e corrente na fase 1 ( a 3500 rpm)

Na fig.9.9 notam-se os picos de tensão quando a corrente está crescendo e subtensões na fase quando a corrente está decrescendo e também é percebida a alternância dos valores positivos e negativos de tensão a fim de manter a corrente dentro da banda de histerese. Esta banda de histerese é geralmente bem menor no entanto, neste caso, foi escolhido um valor grande para evidenciar os fenômenos. Com banda estreita a frequência de chaveamento aumenta podendo atingir os limites em frequência das chaves.

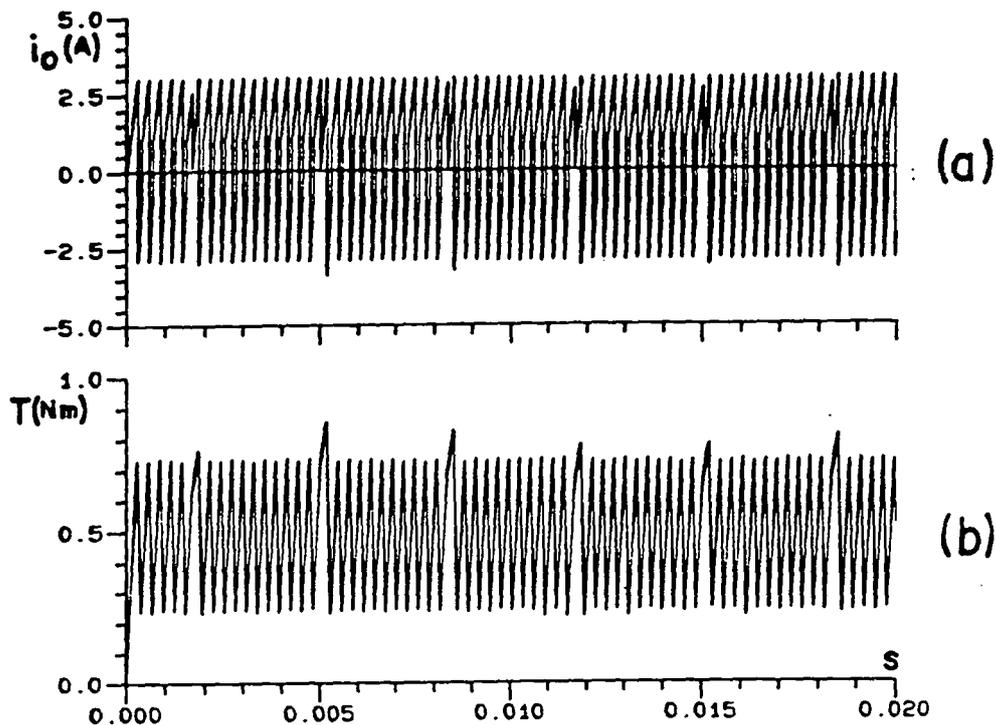


Fig. 9.10 - Corrente na entrada do inversor e torque (1500 rpm)

Na fig.9.10 vêem-se a corrente de entrada no inversor e o torque eletromagnético instantâneo. A corrente na entrada do inversor tem valores negativos pois no momento de roda livre há regeneração de energia para o capacitor.

No torque, além das oscilações causadas pelas variações da corrente devido à janela de histerese há também picos de torque a cada  $60^\circ$  causados pela não idealidade da comutação da corrente de uma fase para a outra.

Para o mesmo acionamento foram feitas outras simulações incluindo a partida do motor e o carregamento. Os picos de corrente no carregamento do capacitor devem ser controlados pelo dimensionamento adequado do resistor de filtro para não ter que superdimensionar os diodos do retificador.

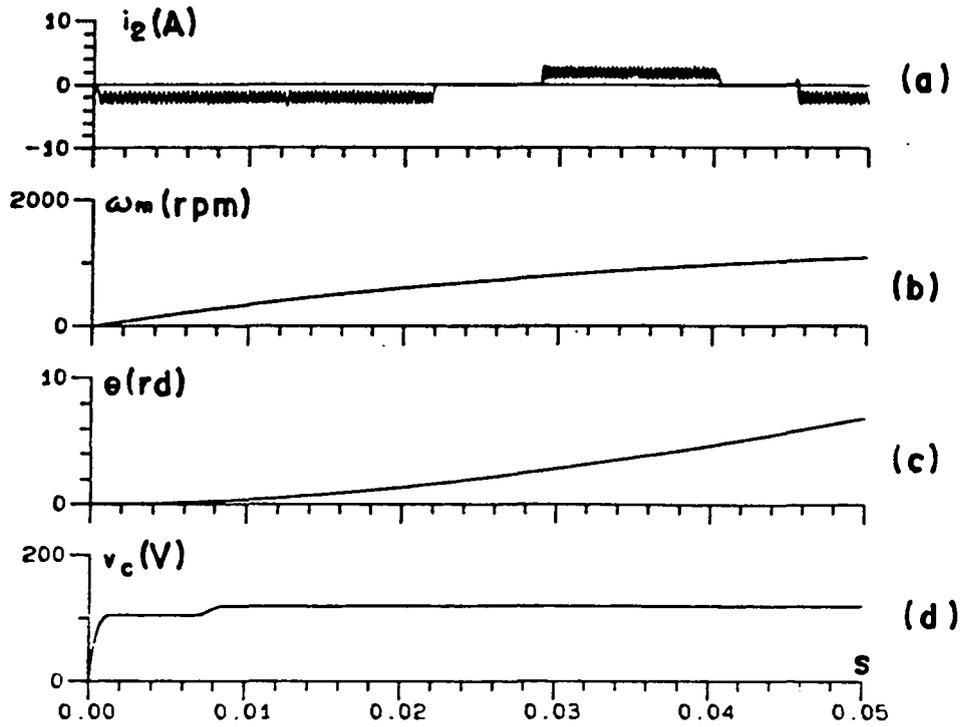


Fig.9.11 - Transitório elétrico e mecânico na partida do motor

A fig.9.12 mostra o carregamento do capacitor em regime permanente a 1500 rpm.

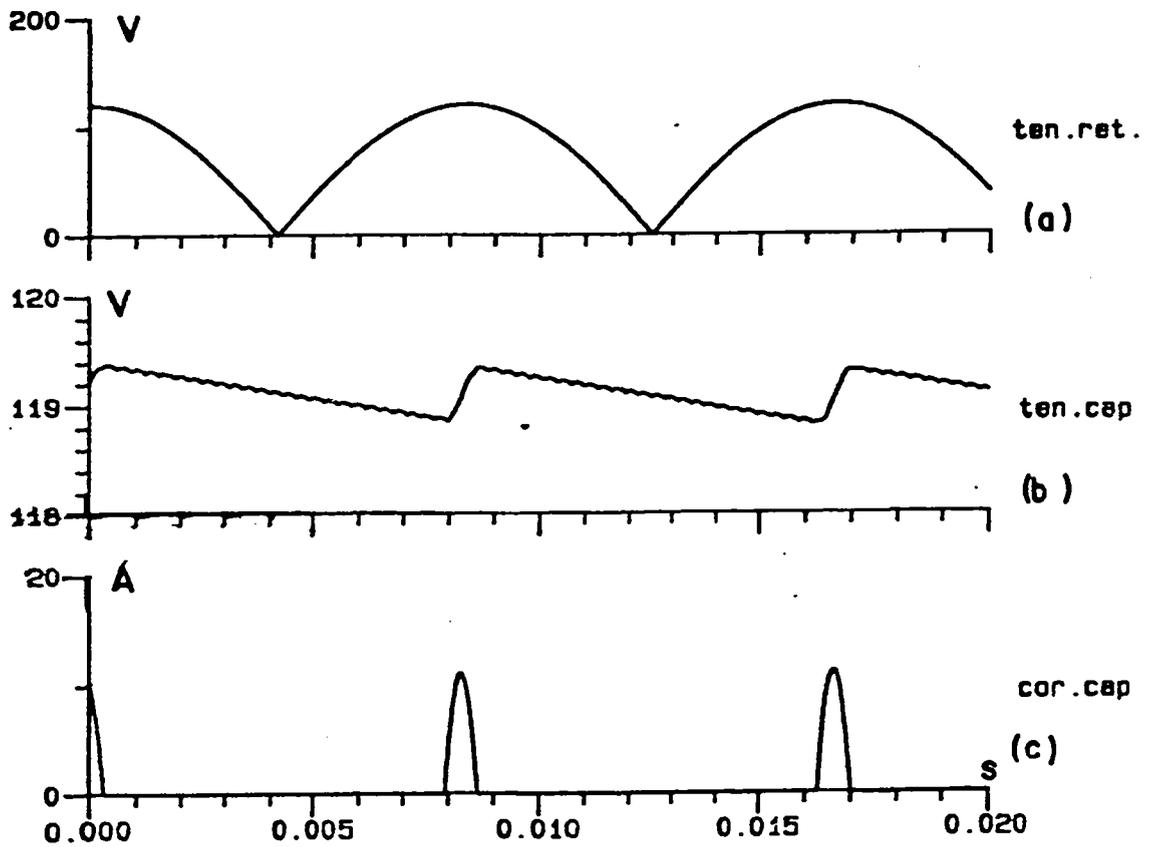


Fig. 9.12 - Carregamento do capacitor em regime permanente.

### 9.3 - CONCLUSÕES

A comparação dos resultados da simulação com os medidos mostrou que os mesmos são muito concordantes o que permite afirmar que o modelo adotado e o conseqüente programa de simulação são válidos pois representam bem o funcionamento de motor síncrono com técnica trapezoidal alimentado por um inversor de 120 graus.

Lamentavelmente algumas medidas simuladas não puderam ser comparadas com medições pois não havia alguns equipamentos nos laboratórios a que se teve acesso.

## CAPÍTULO 10

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

## 10.1 - CONCLUSÕES

O estudo da máquina síncrona a ímãs permanentes nas suas diversas concepções é muito atrativo e tem sido feito em vários laboratórios em todo o mundo. O assunto ainda não está esgotado e é merecedor das atenções de pesquisadores renomados na América do Norte e na Europa. Em termos de Brasil, parece que, apenas nos últimos cinco anos, houve algum esforço de estudar estas máquinas com a realização de alguns protótipos.

Este trabalho é o segundo a ser apresentado como dissertação na U.F.S.C. ( e quiçá no Brasil) portanto ainda contém conceitos gerais baseados na bibliografia internacional. Paralelamente a isto alguns algoritmos e métodos de abordagem parecem ser inéditos e representam um contribuição real neste campo.

No cap.1 é feita a comparação do motor a ímãs a comutação eletrônica com seus competidores que são o motor de CC com escovas e o motor de indução com alimentação eletrônica a frequência variável baseando-se na literatura existente.

Nesta mesma parte foi apresentado o estudo dos ímãs e das formas construtivas que conduziu a um modelo bastante simples do motor síncrono principalmente pela permeabilidade dos ímãs ser quase igual à do ar e sua condutibilidade ser muito baixa. Estabeleceram-se também as formas de funcionamento básicas bem como as filosofias de comando e de controle de corrente permitindo uma rápida comparação entre as mesmas.

No cap.2 estudou-se a forma de onda de f.e.m. induzida na armadura a vazio procurando a concordância entre resultados analíticos, numéricos e medidos. O cálculo analítico é bom quando se tem uma indução constante sob o pólo como no caso das máquinas com ímãs setoriais magnetizados radialmente geralmente usados nas máquinas trapezoidais. O cálculo numérico permitiu modelar o efeito de espraiamento nos cantos dos pólos e o efeito das ranhuras que cria harmônicas adicionais na onda de f.e.m..

A comparação com resultados medidos permitiu ver que este método acentua o efeito das ranhuras uma vez que a mudança da densidade de fluxo defronte o dente e defronte a ranhura não é em degrau como foi considerado. Apesar disto mostrou-se um método bastante útil e rápido para estudar as harmônicas de f.e.m. na etapa de projeto ou de análise.

O cap.3 é apenas uma apresentação didática do equacionamento do torque eletromagnético em termos de harmônicas de f.e.m. a vazio e de corrente de fase já apresentada na dissertação anterior e na bibliografia consultada.

O cap.4 apresenta uma abordagem analítica e numérica e a comparação entre elas para o delicado problema do torque de relutância causado pelos dentes e ranhuras do estator. Foram estudados pelo método da variação da energia armazenada com o uso da análise de Fourier os mais diversos métodos de redução do torque de relutância. Ficou mostrado que o torque de relutância é gerado nos cantos dos ímãs e que portanto a distribuição do fluxo ao longo do ímã não é muito importante. Neste capítulo foi também expressa a não dependência entre o torque de relutância e as harmônicas de torque eletromagnético.

No cap.5 foi estudada a influência da largura dos ímãs sobre as harmônicas de indução no entreferro, de f.e.m. e de torque de relutância e concluiu-se que pode-se diminuir em muito as oscilações de torque pela escolha da largura adequada da largura dos ímãs principalmente quando associada a um outro artifício. Na comparação com um trabalho recente gerado pela equipe de Slemon (Canadá) percebeu-se grande afinidade entre resultados os quais, por terem sido obtidos por métodos diferentes, suscitam confiabilidade.

O cap.6 é dedicado à interpretação quantitativa da influência sobre cada harmônica específica de f.e.m. e torque de relutância do uso de ranhuras inclinadas, ímãs desalinhados no rotor bem como a combinação destes. Foram traçadas curvas através das quais os fatores de atenuação das harmônicas para cada artifício puderam ser comparados.

Foram feitas comparações com os resultados da citada equipe a qual propõe anular a fundamental do torque de relutância pela escolha da largura dos ímãs e anular algumas harmônicas de baixa ordem com o deslocamento de um par de pólos em relação aos outros de uma fração do passo de ranhura.

Conclui-se que a inclinação das ranhuras do estator, desde que dimensionalmente bem feita, é o um dos mais completos artifícios em termos de anulação do torque de relutância e de atenuação das harmônicas de f.e.m. enquanto que os métodos que usam ranhuras retas com largura dos ímãs ou da região interpolar diferentes parece ser mais indicado para anulação de torque de relutância porque é mais fácil de se obter precisão dimensional.

Com os recursos gerados neste capítulo pode-se partir da forma de onda de f.e.m. ou torque de relutância obtida com ranhura reta, ímãs alinhados, enrolamento concentrado de passo pleno e obter a forma de onda que se teria usando qualquer um dos artifícios mencionados ou a combinação destes.

O cap.7 se dedica a obter a forma de onda de corrente a ser gravadas em memórias EPROM a fim de compensar as harmônicas de f.e.m. e com isto conseguir que o torque eletromagnético apresente o mínimo de oscilação. No caso em que se puder desprezar o torque de relutância devido a saliências do rotor ou do estator o método de programação linear apresentou uma resposta plenamente satisfatória.

No cap.8 foram apresentadas as equações matemáticas e todos os requisitos principais para o projeto de uma máquina síncrona senoidal ou trapezoidal com ímãs superficiais. O procedimento de projeto garante a viabilidade de construção porém nenhuma subrotina para otimização desta ou daquela grandeza foi usada. Foram realizados exemplos de cálculo que, comparados aos resultados dos protótipos e a resultados de cálculo de campo, mostraram ser adequados.

No cap.9 é utilizado o modelo da máquina apresentado no cap.1 e diversos detalhes do funcionamento de um acionamento a de motor síncrono com inversor de 120 graus com controle de corrente por histerese. Reunidas as equações diferenciais foram realizadas simulações em computador digital e os seus resultados foram comparados aos dos ensaios no protótipo. Deste cruzamento de resultados veio a confirmação de que o modelo e o conseqüente programa, mesmo simples, reproduziram bem o funcionamento em regime permanente e transitório deste tipo de acionamento.

## 10.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como já foi dito, este trabalho de certa forma ainda é introdutório ao projeto e análise da máquina a ímãs permanentes com comutação eletrônica uma vez muitos pontos não foram atacados com a profundidade necessária ou nem ao menos foram abordados.

Fica então como sugestão para os próximos trabalhos os seguintes tópicos:

1. Simulação da máquina síncrona trapezoidal com controle de corrente por PWM .

2. Simulação da máquina síncrona senoidal com controle de corrente por PWM e histerese.

3. Análise e projeto de máquinas com ímãs internos ao rotor onde a teoria dos dois eixos deve ser usada.

4. Estabelecimentos de critérios para a escolha da largura da boca da ranhura tendo em vista as exigências conflitantes da indutância de dispersão e de oscilação de torque.

5. Estudo da influência da saturação, temperatura, frequência de chaveamento, etc. nos parâmetros da máquina síncrona.

6. Estabelecimento de programas de projeto com uso de técnicas de otimização a fim de levar em conta fatos que aqui foram tomados por comparação com protótipos existentes sem um critério matemático.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01]-Amaratunga, G. A. J.; Acarnley, P. P.; McLaren, P. G. Optimum magnetic circuit configurations for permanent magnet aerospace generators, IEEE trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-21, no. 2, março, 1985, p. 230-255.
- [02]-American Steel Manufacturer. Materials for Permanent Magnets, in: Metals Handbook, 9a ed, p. 615-639, vol. 3.
- [03]-Blauth, Yeddo Braga. Acionamento em quatro quadrantes com servomotor síncrono a ímãs a FETs de potência, tese de mestrado, UFSC, 1988.
- [04]-Bolton, H. R.; Ashen, R. A. Influence of motor design and feed-current waveform on torque ripple in brushless DC machines, IEE proc. vol. 131, Pt. B., maio, 1984, p. 82-90.
- [05]-Bolton, H. R.; Liu, Y. D.; Mallinson, N. M. Investigation into a class of brushless DC motor with quasisquare voltages and currents, IEE proc. vol. 133, Pt. B, no. 2, março, 1986, p. 103-111.
- [06]-Boules, N. Prediction of no-load flux density distribution in permanent magnet machines, IEEE IAS Annual Meeting, 1984, p. 464-473.
- [07]-Boules, N. Two-dimensional field analysis of cylindrical machines with permanent magnet excitation, IEEE trans. on Ind. Appl. vol. IA-20, no. 5, set/out, 1984, p. 1267-1277.
- [08]-Carlson, R.; Lajoie-Mazenc, E.; Bastos, J. P. A.; Lajoie-Mazenc, M. Computer aided design of brushless DC machines, 12th IMACS World Congress, 1988.
- [09]-Carlson, R.; Tavares, A. A.; Lajoie-Mazenc, M. Modeling of permanent magnet synchronous machine with hysteresis current control by voltage inverter, AMSE Modeling e Simulation conf. rec., out/1988.
- [10]-Cervera Vicent, A.; Riera Guasp, M. Influence of the field windings slotting on the induction wave in the air gap of a cylindrical rotor synchronous machine, ICEM conf. rec., 1988, p. 75-80.
- [11]-Colby, R. S.; Novotny, D. W. Efficient operation of surface-mounted PM synchronous motors, IEEE trans. on Ind. Appl., vol. IA-23, no. 6, nov/dez, 1987, p. 1049-1054.
- [12]-Cullity, B. D. Introduction to magnetic materials, Addison- Wesley Publishing Co. Massachusetts, 1972.
- [13]-Falcone, A. G. Eletromecânica, Edgard Blucher, São Paulo, 1979.
- [14]-Fitzgerald, A. E.; Kingsley, C. Jr.; Kusko, A. Máquinas Elétricas. 3a ed., São Paulo, McGraw Hill do Brasil, 1976, cap. 6.

- [15]-Gorman, S.F.; Chen, C.; Catley, J.J.. Determination of permanent magnet synchronous motors parameters for use in brushless DC motors analysis, IEEE trans. on Energy Conversion, vol.3, no.3, set/1988, p.674-681.
- [16]-Honsinger, V.B.. Sizing equations for electrical machinery, IEEE trans. on Energy Conversion, EC-2, no.1, março, 1987, p.116-121.
- [17]-Jordão, R.G. . Máquinas Síncronas. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Ltda, São Paulo, Edusp,,1980.
- [18]-Klein, F.N.; Kenyon, M.E. . Permanent magnet DC motors design criteria and operation advantages. IEEE trans. on Ind. Appl. vol. IA-20, nov/dez 1984, p. 1525-1531.
- [19]-Lajoie-Mazenc, M.; Foch, H.; Villanueva, C.. Feeding permanent magnet machines by transistorized inverter. Proc. of PCI/Motorcon, set/1983, p.558-570.
- [20]-Lajoie-Mazenc, M.; Villanueva, C.; Hector, J.. Study and implementation of hysteresis controlled inverter on a permanent magnet synchronous machine. IEEE IAS Annual Meeting, 1984, p.426-431.
- [21]-Le-Huy, H.; Perret, R.; Feuillet, R. . Minimization of torque ripple in brushless DC motor drives. IEEE trans. on Ind. Appl., vol. IA-22, julho/agosto, 1986, p.748-755.
- [22]- Li, T. & Slemon, G.. Reduction of cogging torque in permanent magnet motors. IEEE trans. on Magnetics, vol. EC-2, no.6, nov/1988, p. 2901-2903.
- [23]-Marinescu, M; Marinescu, N. . Numerical computation of torques in permanent magnet motors by maxwell stresses and energy method, IEEE trans. on Magnetics, vol.24, no.1, janeiro 1988, p.463-466.
- [24]-Nehl, T.W.; Fouad, A.F.; Demerdash, N.A. . Dinamic simulation of radially oriented permanent magnet-type electronically fed synchronous machines with parameters obtened from finite element field solutions. IEEE trans. on Ind. Appl., vol. IA-18, no.2, março/abril, 1982, p.172-182.
- [25]-Nyamusa, T.A.; Demerdash, N.A.. Integrated nonlinear magnetic field-network simulation of an electronically commutated magnet motor system under normal operation. IEEE trans. on Energy Conversion, vol. EC-2, no.1, março, 1987.
- [26]-Nyamusa, T.A.; Demerdash, N.A.. Transient Analysis of partial short circuit in an electronically commutated permanent magnet motor system using an integrated nonlinear magnetic field-network model , IEEE trans. on Energy Conversion, vol EC-2, no.1, março 1987.

- [27]-Parker, R. J.; Studders, R. J.. Permanent magnet and their applications. New York, John Willey and Sons, 1962.
- [28]-Pauly, D. ; Pfaff, G.; Wechta, A.. Brushless servo-drives with permanent magnet motors or squirrel cage induction motors - A comparison. IEEE IAS Annual Meeting, 1984, p.503-509.
- [29]-Persson, E. K.; Meshkat, S.. Brushless motors and controls. Motorcon conf., set 1983.
- [30]-Pillay, P.; Krishnan, R.. Applications characteristics of permanent magnet synchronous and brushless DC motors for servo drives, IEEE IAS Annual Meeting, 1987, p.380-390.
- [31]-Pillay, P.; Krishnan, R.. Modeling ,simulation and analysis of permanent magnet brushless DC motor drive, IEEE IAS Annual Meeting, 1987, p.7-14.
- [32]-Piriou, F; Razek, A.; Perret, R.; Le-Huy, H.. Torque characteristics of brushless DC motors with imposed current waveform. IEEE IAS Annual Meeting ,1986, p.176-181.
- [33]-Ree, J. de la ; Boules, N.. Torque production in permanent magnet synchronous motors, IEEE IAS Annual Meeting, 1987, p.15-20.
- [34]-Sebastian, T.; Slemon, G. R.. Transient Modeling and performance of variable speed magnet motors. IEEE IAS Annual Meeting, 1987, p.35-39.
- [35]-Spee, R; Wallace, A. k.. Performance characteristics of brushless DC drives, IEEE IAS Annual Meeting, 1987.
- [36]-Spiegel, M. R.. Manual de fórmulas e tabelas matemáticas, McGraw Hill do Brasil, 1974 - Coleção Schaum
- [37]-Sugden, D. M et alli. High performance MOSFET switched reluctance drives. IEEE IAS Annual Meeting, 1987, p.481-486.
- [38]-Veinott, C. G.. Theory and design of small induction motors, New York, McGraw Hill, 1959.
- [39]-Wagner, H. M.. Pesquisa operacional, 2a. ed., Rio de Janeiro, Prentice Hall do Brasil, 1986, p.74-102.
- [40]-Wechta, A.. Design considerations and performance of brushless permanent magnet servodrives , IEEE IAS Annual Meeting, 1982, p.469-475. .

## APÊNDICE A

## CARACTERÍSTICAS DO PROTÓTIPO 1

O protótipo 1, em linhas gerais, consta de um motor síncrono trifásico a ímas permanentes alimentado por um conversor CA/CC/CA .

Características nominais:

Torque: 6 N.m

Velocidade: 6000 rpm

Tensão entre fases: 200 V rms

Frequência: 400 Hz

Classe de isolamento: F (155° C)

Forma construtiva: B5

Classe de refrigeração: IC 0041 (TFNV)

Transdutor de posição e de velocidade: Resolver brushless ELGE

Excitação: ímãs de samário cobalto no rotor

Alimentação: Conversor CA/CC/CA senoidal PWM ( ent.220 VCA trif.)

Fem senoidal

Número de pólos: 8

Pacote estator: Raio externo: 46.0 mm

Raio interno: 26.0 mm

Comprimento: 130 mm

Chapa siliciosa de 1.37 W/kg (1.0 T/ 50 Hz)

Espessura: 0.35 mm

Ranhuras: Número : 24

Área : 67.2 mm<sup>2</sup>

Abertura da boca: 1.7 mm

Raio ao nível do fundo: 40.0 mm

Fator de enchimento: 0.305

Pacote rotor: Raio externo: 25.6 mm

Comprimento: 123 mm

Ímas: 20 x 14.4 x 3.5 mm Vacomax 145

Enrolamento: Trifásico concentrado de passo pleno com 56 espiras em série por fase e condutor composto de 9 X 0.45 mm de diâmetro.

## APÊNDICE B

## CARACTERÍSTICAS DO PROTÓTIPO 2

O protótipo B consta basicamente de um motor síncrono trifásico trapezoidal ( brushless DC motor ) alimentado por um inversor de tensão de 120 graus.

Características nominais:

Torque: 1 N.m

Velocidade: 6000 rpm

Tensão de alimentação no elo CC : 120 VCC

Transdutor de posição: Sensores Hall

Excitação: ímãs de ferrite de Bário orientada

Alimentação: Retificador e inversor de 120 graus com controle de corrente por histerese.

Fem trapezoidal: 12.667 mV/rpm

Número de pólos: 4

Pacote do estator: Raio externo: 54.3 mm

Raio interno: 33.5 mm

Comprimento: 48.0 mm

Ranhura:

Número: 24

Área: 90 mm<sup>2</sup>

Abertura da boca: 1.7 mm

Rotor:

Raio externo: 33.2 mm

Raio da coroa: 28.5 mm

Ímãs: Ferrite de Bário: 4.7 x 48 mm x 180<sup>0</sup> (magn. radial com 150<sup>0</sup>)

Enrolamento distribuído com passo pleno com 120 espiras em série por fase.

Indutâncias por fase( a 60 Hz): Própria: 3.22 mH Mútua: -0.48 mH

Resistência por fase( a 60 Hz): 0.6 ohms

## APÊNDICE C

## CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS DOS ÍMÃS

As seguintes tabelas representam as características dos ímãs mencionados neste trabalho. Elas foram obtidas [2] e de um catálogo de fabricante.

## 24/Special Applications

**Table 2 Nominal compositions, Curie temperatures and magnetic orientations of selected permanent magnet materials**

Designation	Nominal composition	Approximate Curie temperature		Magnetic orientation(a)
		°C	°F	
3½% Cr steel	Fe-3.5Cr-1C	745	1370	No
6% W steel	Fe-6W-0.5Cr-0.7C	760	1400	No
17% Co steel	Fe-17Co-8.25W-2.5Cr-0.7C	...	...	No
86% Co steel	Fe-36Co-3.75W-5.75Cr-0.8C	890	1630	No
Cast Alnico 1	Fe-12Al-21Ni-5Co-3Cu	780	1440	No
Cast Alnico 2	Fe-10Al-19Ni-13Co-3Cu	810	1490	No
Cast Alnico 3	Fe-12Al-25Ni-3Cu	760	1400	No
Cast Alnico 4	Fe-12Al-27Ni-5Co	800	1475	No
Cast Alnico 5	Fe-8.5Al-14.5Ni-24Co-3Cu	900	1650	Y,H
Cast Alnico 5DG	Fe-8.5Al-14.5Ni-24Co-3Cu	900	1650	Y,H,C
Cast Alnico 5-7	Fe-8.5Al-14.5Ni-24Co-3Cu	900	1650	Y,H,C
Cast Alnico 6	Fe-8Al-16Ni-24Co-3Cu-2Ti	860	1580	Y,H
Cast Alnico 7	Fe-8Al-18Ni-24Co-4Cu-5Ti	840	1540	Y,H
Cast Alnico 8	Fe-7Al-15Ni-35Co-4Cu-5Ti	860	1580	Y,H
Cast Alnico 9	Fe-7Al-15Ni-35Co-4Cu-5Ti	...	...	Y,H,C
Cast Alnico 12	Fe-6Al-18Ni-35Co-8Ti	...	...	No
Sintered Alnico 2	Fe-10Al-17Ni-12.5Co-6Cu	610	1490	No
Sintered Alnico 4	Fe-12Al-28Ni-5Co	800	1475	No
Sintered Alnico 5	Fe-8.5Al-14.5Ni-24Co-3Cu	900	1650	Y,H
Sintered Alnico 6	Fe-8Al-16Ni-24Co-3Cu-2Ti	860	1580	Y,H
Sintered Alnico 8	Fe-7Al-15Ni-35Co-4Cu-5Ti	860	1580	Y,H
Bonded ferrite A	BaO-6Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + organics	450	840	No,P
Bonded ferrite B	BaO-6Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + organics	450	840	No
Sintered ferrite 1	BaO-6Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	450	840	No,P
Sintered ferrite 2	BaO-6Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	450	840	Y,A
Sintered ferrite 3	BaO-6Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	450	840	Y,A
Sintered ferrite 4	SrO-6Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	460	860	Yes
Sintered ferrite 5	SrO-6Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	460	860	Yes
Lodex 30	9.9Fe-5.5Co-77.0Pb-8.6Sb	980	1800	Y,A
Lodex 31	16.0Fe-9.0Co-67.5Pb-7.5Sb	980	1800	Y,A
Lodex 32	19.2Fe-10.8Co-63.0Pb-7.0Sb	980	1800	Y,A
Lodex 33	21.9Fe-12.3Co-59.2Pb-6.6Sb	980	1800	Y,A
Lodex 36	9.9Fe-5.5Co-77Pb-8.6Sb	980	1800	No,E
Lodex 37	16Fe-9Co-67.5Pb-7.5Sb	980	1800	No,E
Lodex 38	19.2Fe-10.8Co-63Pb-7.0Sb	980	1800	No,E
Lodex 40	9.9Fe-5.5Co-77Pb-8.6Sb	980	1800	No,P
Lodex 41	16Fe-9Co-67.5Pb-7.5Sb	980	1800	No,P
Lodex 42	19.2Fe-10.8Co-63.0Pb-7.0Sb	980	1800	No,P
Lodex 43	21.9Fe-12.3Co-59.2Pb-6.6Sb	980	1800	No,P
P-6 alloy	45Fe-45Co-6Ni-4V	...	...	No
Cunife	20Fe-20Ni-60Cu	410	770	Y,R
Cunico	29Co-21Ni-50Cu	860	1580	No
Vicalloy I	39Fe-51Co-10V	855	1570	No
Vicalloy II	35Fe-52Co-13V	855	1570	Y,R
Remalloy 1	17Mo-12Co-71Fe	900	1650	No
Remalloy 2	20Mo-12Co-68Fe	900	1650	No
Platinum cobalt	76.7Pt-23.3Co	480	900	No
Cobalt rare earth 1	Co <sub>2</sub> Sm	725	1340	Y,A
Cobalt rare earth 2	Co <sub>2</sub> Sm	725	1340	Y,A
Cobalt rare earth 3	Co <sub>2</sub> Sm	725	1340	Y,A
Cobalt rare earth 4	(Co, Cu, Fe), Sm	...	...	Y,A

(a) Y, yes; H, orientation developed during heat treatment; C, columnar crystal structure developed; P or E, some orientation developed during pressing or extrusion; R, orientation developed by rolling or other mechanical working; A, orientation developed predominantly by magnetic alignment of powder prior to compacting but alignment influenced by pressing forces also.

Table 3 Nominal magnetic properties of selected permanent magnet materials

For nominal compositions, see Table 2; for mechanical and physical properties, see Table 4.

Designation	$H_c$		$B_r$ G	$B_m$ G	$(BH)_{max}$ MG-Oe	$B_d$ G	$H_d$ Oe	Required magnetizing field, Oe	Permeance coefficient at $(BH)_{max}$	Average recoil permeability
	$H_r$ Oe	$H_{ci}$ Oe								
1/2% Cr steel	66	...	9 500	...	0.29	...	...	...	...	...
1/2% W steel	74	...	9 500	...	0.33	...	...	...	...	...
7% Co steel	170	...	9 500	...	0.65	...	...	...	...	...
5% Co steel	240	...	9 750	...	0.93	...	...	...	...	...
Cast Alnico 1	440	455	7 100	10 500	1.4	4 500	305	2 000	14	6.8
Cast Alnico 2	550	580	7 250	10 900	1.6	4 500	350	2 500	12	6.4
Cast Alnico 3	470	485	7 000	10 000	1.4	4 300	320	2 500	13	6.5
Cast Alnico 4	730	770	5 350	8 600	1.3	3 000	420	3 500	8.0	4.1
Cast Alnico 5	620	625	12 500	13 500	5.25	10 200	525	3 000	18	4.3
Cast Alnico 5DG	650	655	12 900	14 000	6.1	10 500	580	3 500	17	4.0
Cast Alnico 5-7	730	735	13 200	14 000	7.4	11 500	640	3 500	17	3.8
Cast Alnico 6	750	...	10 500	13 000	3.7	7 100	525	4 000	13	5.3
Cast Alnico 7	1050	...	8 570	9 450	3.7	...	...	5 000	8.2	...
Cast Alnico 8	1600	1 720	8 300	10 500	5.0	5 060	950	8 000	5.0	3.0
Cast Alnico 9	1450	...	10 500	...	8.5	...	...	7 000	7.0	...
Cast Alnico 12	950	...	6 000	...	1.7	3 150	540	5 000	5.6	...
Sintered Alnico 2	525	545	6 700	11 000	1.5	4 300	345	2 500	12	6.4
Sintered Alnico 4	700	760	5 200	...	1.2	3 000	400	3 500	...	7.5
Sintered Alnico 5	600	605	10 400	12 050	3.60	7 850	465	3 000	18	4.0
Sintered Alnico 6	760	790	8 800	11 500	2.75	5 500	500	4 000	12	4.5
Sintered Alnico 8	1550	1 675	7 600	9 400	4.5	4 600	1000	8 000	5.0	2.1
Sintered ferrite A	1940	...	2 140	...	1.0	1 160	...	12 000	1.3	1.1
Sintered ferrite B	1150	...	1 400	...	0.4	...	...	8 000	1.2	1.1
Sintered ferrite 1	1800	3 450	2 200	...	1.0	1 100	900	10 000	1.2	1.2
Sintered ferrite 2	2200	2 300	3 800	...	3.4	1 850	1650	10 000	1.1	1.1
Sintered ferrite 3	3000	3 650	3 200	...	2.5	1 600	1600	10 000	1.1	1.1
Sintered ferrite 4	2200	2 300	4 000	...	3.7	2 150	1700	12 000	1.2	1.05
Sintered ferrite 5	3150	3 590	3 550	...	3.0	1 730	1730	15 000	1.0	1.05
Index 30	1250	1 470	4 000	4 400	1.6	2 200	750	6 000	3.4	1.5
Index 31	1140	1 180	6 300	7 000	3.4	4 400	770	6 000	5.3	1.9
Index 32	940	960	7 350	8 300	3.5	5 400	650	5 000	8.2	2.6
Index 33	865	875	8 000	9 200	3.2	5 850	545	5 000	10.5	3.0
Index 36	1210	1 380	3 500	4 400	1.5	1 850	800	5 000	2.0	2.0
Index 37	1000	1 080	5 450	7 000	2.1	3 150	670	5 000	5.8	3.0
Index 38	850	890	6 200	8 300	2.2	3 700	600	5 000	7.0	3.5
Index 40	1100	1 400	2 700	4 400	0.8	1 400	600	5 000	2.0	2.5
Index 41	990	1 100	4 350	7 000	1.4	2 400	600	5 000	3.8	3.2
Index 42	845	920	5 300	8 300	1.4	2 750	510	5 000	7.6	3.5
Index 43	710	750	6 000	9 200	1.3	3 300	400	5 000	10	3.8
6 alloy	58	...	14 000	19 000	0.5	10 500	48	300	220	23
Alunife	550	555	5 400	5 900	1.5	4 000	325	2 500	12	3.7
Alunico	680	750	3 400	4 500	0.8	1 950	390	3 000	5.0	3.2
Alcalloy I	240	242	8 400	12 900	0.9	5 600	160	1 000	...	...
Alcalloy II	415	420	9 050	...	2.3	7 000	325	2 000	...	...
Almalloy 1	250	...	9 700	14 200	1.0	6 100	155	1 000	40	13
Almalloy 2	340	345	8 550	...	1.2	5 400	220	2 000	...	...
Alatinum cobalt	4450	5 400	6 450	...	9.2	3 500	2700	20 000	1.2	1.2
Cobalt, rare earth 1	9000	20 000	9 200	9 800	21	...	...	30 000	...	...
Cobalt, rare earth 2	8000	>25 000	8 600	...	18	4 400	4100	30 000	...	1.05
Cobalt, rare earth 3	6700	>15 000	8 000	...	15	4 000	3700	30 000	...	1.1
Cobalt, rare earth 4	5700	6 500	9 400	...	21	4 600	4600	>15 000	...	...

**Table 4 Nominal mechanical and physical properties of selected permanent magnet materials**

See Table 2 for compositions, Curie temperatures and magnetic orientations; see Table 3 for nominal magnetic properties.

Designation	Density, Mg/m <sup>3</sup>	Tensile strength		Transverse modulus of rupture		Hardness, HRC	Coefficient of linear expansion, μm/m·K	Electrical resistivity, mΩ·m	Maximum service temperature	
		MPa	ksi	MPa	ksi				°C	°F
3 1/2% Cr steel	7.77	...	...	...	...	60-65	12.6	290	...	..
6% W steel	8.12	...	...	...	...	60-65	14.5	300	...	...
17% Co steel	8.35	...	...	...	...	60-65	15.9	280	...	...
36% Co steel	8.18	...	...	...	...	60-65	17.2	270	...	...
Cast Alnico 1	6.9	28	4.1	96	14	45	12.6	750	540	1004
Cast Alnico 2(a)	7.1	21	3.1	82	7.5	45	12.4	650	540	1004
Cast Alnico 3	6.9	83	12	157	23	45	13.0	600	480	896
Cast Alnico 4	7.0	63	9.1	167	24	45	13.1	750	590	1094
Cast Alnico 5(a)(b)	7.3	37	5.4	73	11	50	11.4	470	540	1004
Cast Alnico 5DG	7.3	36	5.2	62	9.0	50	11.4	470	...	...
Cast Alnico 5-7	7.3	34	4.9	55	8.0	50	11.4	470	540	1004
Cast Alnico 6(a)	7.4	157	23	314	46	50	11.4	500	540	1004
Cast Alnico 7	7.3	108	16	...	...	60	11.4	580	...	...
Cast Alnico 8	7.3	64	9.3	...	...	56	11.0	500	540	1004
Cast Alnico 9	7.3	48	6.9	55	8.0	56	11.0	...	...	...
Cast Alnico 12	7.4	275	40	343	50	58	11.0	620	480	896
Sintered Alnico 2	6.8	451	65	480	70	43	12.4	680	480	896
Sintered Alnico 4	6.9	412	60	588	85	...	13.1	680	590	1094
Sintered Alnico 5	7.0	343	50	392	57	44	11.3	500	540	1004
Sintered Alnico 6	6.9	382	55	755	110	44	11.3	530	540	1004
Sintered Alnico 8	7.0	...	...	382	55	43	...	...	...	...
Bonded ferrite A(c)	3.7	4.4	0.63	...	...	...	94	~10 <sup>13</sup>	95	203
Sintered ferrite 1(d)	4.8	49	7.1	...	...	...	10	~10 <sup>13</sup>	400	752
Sintered ferrite 2	5.0	...	...	...	...	...	10	~10 <sup>13</sup>	400	752
Sintered ferrite 3	4.5	...	...	...	...	...	18	~10 <sup>13</sup>	400	752
Sintered ferrite 4	4.8	...	...	...	...	...	...	10 <sup>13</sup>	400	752
Sintered ferrite 5	4.5	...	...	...	...	...	...	10 <sup>13</sup>	...	...
Lodex 30	10.1	...	...	31	4.5	...	18	1200	200	392
Lodex 31	9.6	6.9	1.0	31	4.5	...	18	1200	200	392
Lodex 32	9.3	6.9	1.0	31	4.5	...	18	1200	200	392
Lodex 33	9.2	...	...	31	4.5	...	18	1200	200	392
Lodex 36	10.2	...	...	108	16	...	18	1200	200	392
Lodex 37	9.7	...	...	108	16	...	18	1200	200	392
Lodex 38	9.6	...	...	108	16	...	18	1200	200	392
Lodex 40	10.2	...	...	27	3.9	...	18	1200	200	392
Lodex 41	10.1	6.9	1.0	27	3.9	...	18	1200	200	392
Lodex 42	9.8	6.9	1.0	27	3.9	...	18	1200	200	392
Lodex 43	9.4	...	...	27	3.9	...	18	1200	200	392
P-6 alloy	7.9	2160	313	1180	170	65	11	300	...	...
Cunife	8.6	686	99	...	...	95 HRB	12	180	350	662
Cunico	8.3	588	85	...	...	95 HRB	14	240	500	932
Vicalloy I	8.2	2060	299	...	...	62	7	630	450	842
Remalloy 1	8.2	882	128	...	...	60	9.3	450	500	932
Platinum cobalt	15.5	1370	199	1570	230	26	11	280	350	662
Cobalt rare earth(e)	8.2	3430	498	13730	1990	50	511; 131	500	250	482

(a) Specific heat: 460 J/kg·K (0.11 Btu/lb·°F). (b) Thermal conductivity: 25 W/m·K (170 Btu·in./ft<sup>2</sup>·h·°F) at room temperature. (c) Thermal conductivity: 0.62 W/m·K (4.3 Btu·in./ft<sup>2</sup>·h·°F). (d) Thermal conductivity: 5.5 W/m·K (38 Btu·in./ft<sup>2</sup>·h·°F). (e) Specific heat: J/kg·K (0.09 Btu/lb·°F). Thermal conductivity: 15 W/m·K (104 Btu·in./ft<sup>2</sup>·h·°F).

be cold formed or machined. After aging, the alloys no longer have sufficient ductility. The remarkable features of these alloys are their extreme hardness, tensile strength and sensitivity to strain. Typical properties of Cunife, Cunico and Vicalloy alloys are given in

Tables 3 and 4; demagnetization curves are presented in Fig. 6.

**Alnico Alloys**

Alnico alloys are one of the major classes of permanent magnet mate-

rials. The Alnicos vary widely in composition and in preparation, to give a broad spectrum of properties, costs, and workability. Alnico alloys are sold under a variety of names throughout the world (see Table 1). As a group, Alnico alloys are brittle and hard, and can be

## Vorbemerkung

VACOMAX® ist ein neuer Dauermagnetwerkstoff aus Kobalt und Seltenen Erden, insbesondere Kobalt-Samarium. VACOMAX zeichnet sich durch ein sehr hohes Energieprodukt und eine besonders große Koerzitivfeldstärke aus – bei gleichzeitig hoher Sättigung und guter Temperaturstabilität. Magnete aus VACOMAX haben eine ausgeprägte magnetische Vorzugsrichtung.

Neben den verformbaren Dauermagnetwerkstoffen MAGNETOFLEX® und CROVAC® liefert die VACUUM-SCHMELZE damit auch Dauermagnetlegierungen, die zu den hochwertigsten unter den heute verfügbaren Werkstoffgruppen zählen.

Darüber hinaus liefern wir Magnetsysteme, die auch AlNiCo- oder Ferritmagnete enthalten können.

## Herstellung, Sorten und Lieferformen

VACOMAX wird pulvermetallurgisch hergestellt. Je nach Größe können große Blöcke isostatisch oder fertige Teile im Werkzeug gepreßt werden. Aus den Blöcken werden die Teile z. B. durch Trennschleifen „aus dem Vollen“ herausgearbeitet. Große Toleranzen werden durch Schleifen erreicht.

Es stehen folgende Sorten zur Verfügung:

- VACOMAX 65 K: In Kunststoff gebundenes Material mit guter Bearbeitbarkeit.
- VACOMAX 145: Gesinterte Magnete aus Kobalt und Seltenen Erden für unterschiedliche magnetische Anforderungen und Anwendungen.
- VACOMAX 170: Gesinterte Magnete aus Kobalt und Seltenen Erden für unterschiedliche magnetische Anforderungen und Anwendungen.
- VACOMAX 200: Gesintertes Co<sub>5</sub>Sm mit höchstem Energieprodukt.

Je nach Größe, Form, Toleranzen und Stückzahl wählt man werkzeuggepreßte oder geschnittene Teile. Flache Teile (z. B. Ringe) wird man bei großen Stückzahlen bevorzugt im Werkzeug pressen. Quaderförmige Teile in kleinen Stückzahlen oder mit einem Gewicht von deutlich unter einem Gramm werden dagegen vorteilhaft „aus dem Vollen“ geschnitten. VACOMAX 200 und 170 kann nicht bzw. nur in speziellen Fällen im Werkzeug gepreßt werden.

## 3. Magnetische Eigenschaften

In Tabelle 1 sind die magnetischen Eigenschaften von VACOMAX angegeben. Alle Werkstoffe sind magnetisch anisotrop. Abb. 1 zeigt die dazugehörigen Entmagnetisierungskurven. Zum Vergleich sind hier typische Kurven anderer Dauermagnetwerkstoffe mit eingezeichnet.

## 4. Mechanische, thermische und elektrische Eigenschaften

Tabelle 2 enthält die wichtigsten mechanischen, thermischen und elektrischen Eigenschaften von VACOMAX. Bezüglich der Stabilität gegenüber höheren Temperaturen sind zwei Phänomene zu unterscheiden:

Reversible Änderungen der Induktion im Arbeitspunkt sind auf die Temperaturabhängigkeit der Sättigungspolarisation zurückzuführen. Sie werden durch Temperaturkoeffizienten der Remanenz erfaßt, deren mittlere Werte in Tabelle 2 angegeben sind. Die prozentuale Abnahme der Remanenz in Abhängigkeit von der Temperatur ist in Abb. 2 gezeigt.

Zu irreversiblen Änderungen kommt es, weil bei höheren Temperaturen kleine Bereiche des Magneten ummagnetisiert werden können. Diese Änderungen werden von der Höhe und von der Temperaturabhängigkeit der Koerzitivfeldstärke bestimmt, sie hängen außerdem stark von der Scherung des Magneten ab. Irreversible Änderungen können nur durch erneutes Aufmagnetisieren rückgängig gemacht werden.

Tabelle 1 Charakteristische Magnetwerte von VACOMAX

Werkstoff	Maximales Energieprodukt ( $BH_{max}$ )		Remanenz $B_r$ Tesla	Koerzitivfeldstärke der Induktion $BH_c$ kA/m	
	kJ/m <sup>3</sup>	MG · Oe <sup>*)</sup>		$BH_c$ kA/m	$H_c$ kA/m
VACOMAX 65 K	60–80	7,5–10	0,55–0,64	420–500	1500
VACOMAX 145	140–170	17,5–21,5	0,85–0,94	600–720	2500
VACOMAX 170	160–195	20 –24,5	0,90–1,0	660–780	2500
VACOMAX 200	190–220	24 –27,5	0,99–1,05	710–800	1500

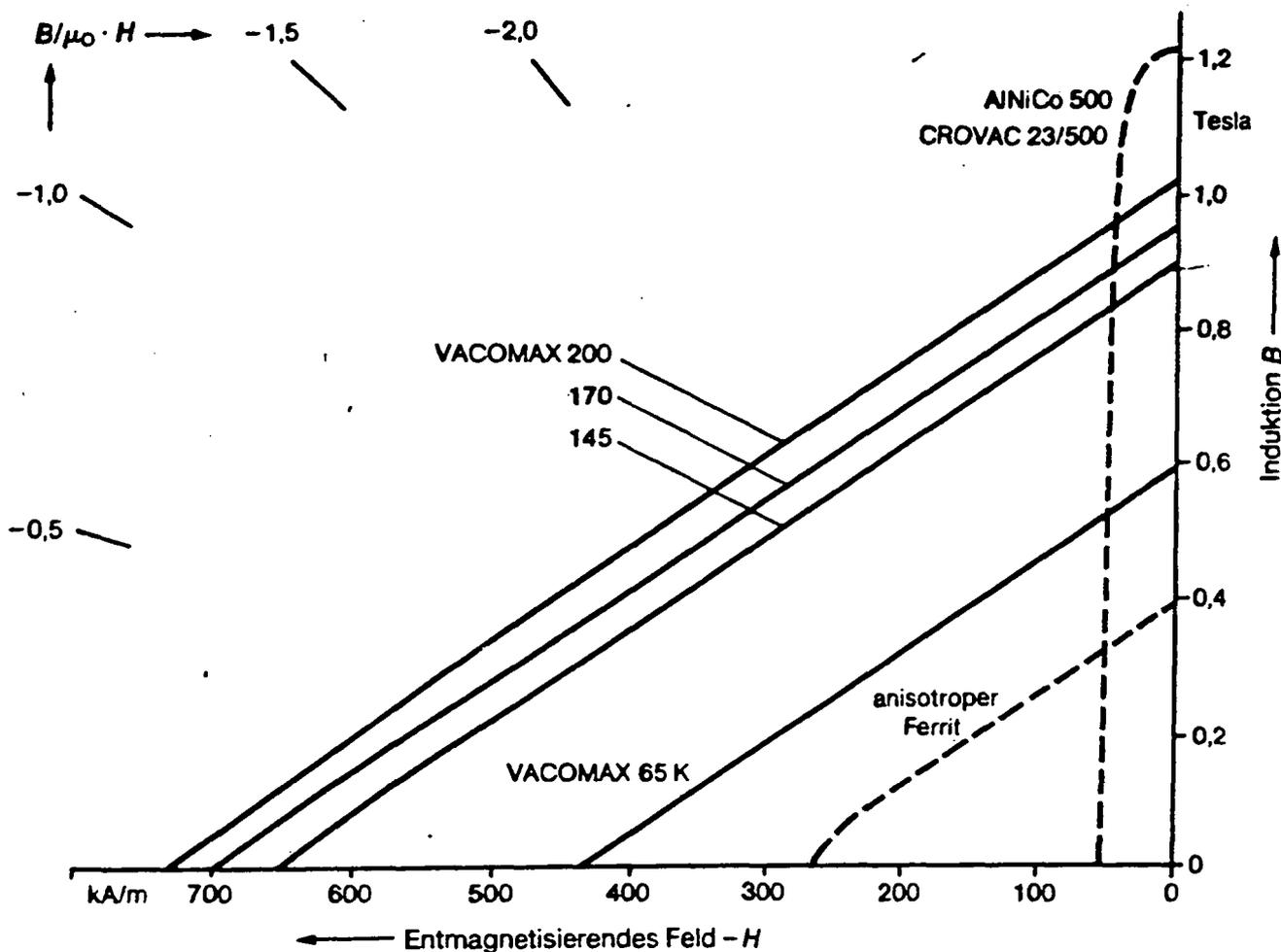


Abb. 1 Typische Entmagnetisierungskurven von VACOMAX im Vergleich zu anderen Dauermagnetwerkstoffen ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-4} \frac{T \cdot m}{kA}$ )

Die irreversiblen Änderungen können durch einen vorge-schalteten Stabilisierungsprozeß weitgehend vorweggenom-men werden. Die optimalen Stabilisierungsbedingungen sollen für den jeweiligen Anwendungsfall angefragt werden. Meistens ist eine Stabilisierung durch Erwärmen der Magnete für ca. 1 Stunde um 50°C über der Anwendungstemperatur ausreichend. Durch diese Vorbehandlung kann eine gute Stabilisierung erreicht werden.

Die höchste Daueranwendungstemperatur des gesinterten VACOMAX ist 250°C. Das kunststoffgebundene VACOMAX 65 K darf allerdings nur Temperaturen bis 80°C für längere Zeit ausgesetzt werden.

Bei Anwendungstemperaturen von 150°C oder höher empfehlen wir eine Beratung durch unsere Mitarbeiter.

Mit der magnetischen Anisotropie ist eine starke Anisotropie der linearen Wärmeausdehnung verbunden. Der Ausdehnungskoeffizient ist beim gesinterten Material parallel zur Vorzugsrichtung nur etwa halb so groß wie senkrecht dazu. Nach starken Temperaturänderungen, insbesondere nach Abkühlen von der Sintertemperatur, treten daher z. B. in radial

vorzugsgerichteten Ringen innere Spannungen auf, die zum Bruch führen können.

Die mechanischen Größen Elastizitätsmodul, Biege- und Druckfestigkeit sind, wie bei anderen spröden Werkstoffen, nur als Richtwerte zu betrachten.

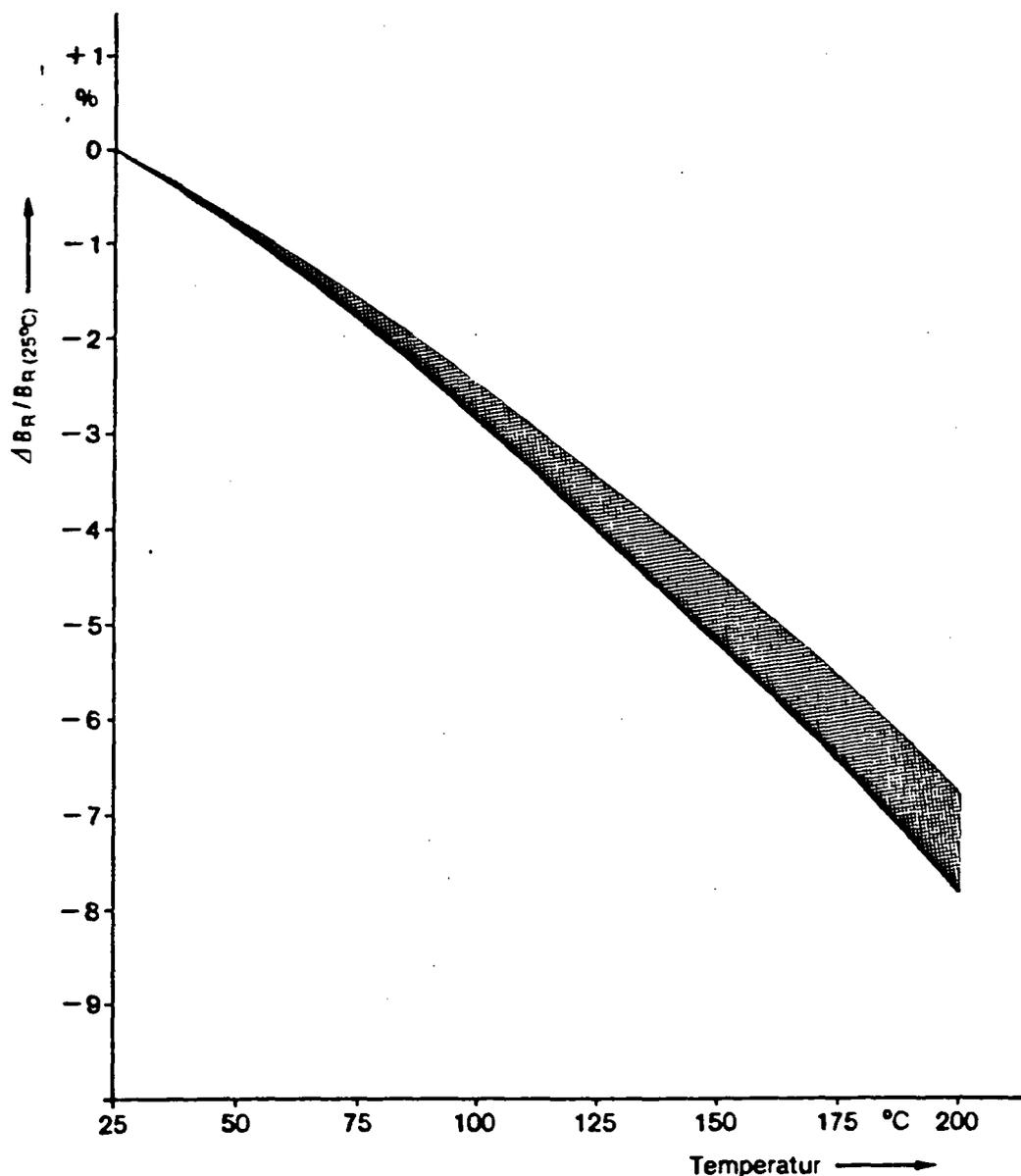


Abb. 2 Reversible Abnahme der Remanenz in Abhängigkeit von der Temperatur bei gesintertem VACOMAX.

Tabelle 2 Physikalische Eigenschaften

Eigenschaft	Einheit	VACOMAX 65 K	VACOMAX 145, 170, 200
Dichte	g/cm <sup>3</sup>	ca. 6,0	ca. 8,2
Offene Porosität		keine	keine
Curie-Temperatur	°C	> 720	> 720
Reversibler Temperaturkoeffizient der Remanenz			
zwischen 20 und 250°C	%/K	-0,045	-0,045
zwischen 20 und 100°C	%/K	-0,04	-0,04
Irreversible Änderungen bei $B/\mu_0 H = -1$ nach *) Erwärmen auf			
100°C	%	-	< 1
150°C	%	-	1 - 4
200°C	%	-	2 - 7
250°C	%	-	3 - 12
Maximale Daueranwendungstemperatur	°C	80	ca. 250**)
Spez. Wärme	J/kg · K	-	ca. 370
Wärmeleitfähigkeit	W/m · K	-	ca. 10
Thermischer Ausdehnungskoeffizient			
parallel zur Vorzugsrichtung	K <sup>-1</sup>	$10 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-6}$
senkrecht zur Vorzugsrichtung	K <sup>-1</sup>	-	$13 \cdot 10^{-6}$
Spez. elektr. Widerstand	$\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$	1,8	0,5 - 0,6
E-Modul	N/mm <sup>2</sup>	-	$1,1 \cdot 10^5$
Biegefestigkeit	N/mm <sup>2</sup>	100	120
Druckfestigkeit	N/mm <sup>2</sup>	250	1000
Vickershärte HV		130	550
Rißzähigkeit $K_{IC}$	N/mm <sup>3/2</sup>	-	50 - 70

\*) 10 000 Std. ohne vorherige Stabilisierung

\*\*\*) Bei Anwendungen oberhalb von 150°C ist Beratung durch unsere Mitarbeiter zu empfehlen, da die höchste Anwendungstemperatur vom jeweiligen Anwendungsfall abhängt.

## Material

VACODYM<sup>®</sup> is a sintered composite material produced from a high magnetic Nd<sub>2</sub>Fe<sub>14</sub>B phase and a non-magnetic neodymium-rich bonding phase. The matrix phase Nd<sub>2</sub>Fe<sub>14</sub>B results in the excellent magnetic properties. This material has very high saturation polarization (1.6 T) and high magnetic anisotropy.

The tough bonding phase between the non-magnetic crystals provides VACODYM magnets with unusually high mechanical strength and relatively low fracture probability for sintered materials.

## Properties

VAC currently supply the two materials VACODYM 335 and VACODYM 370. At a normal ambient temperature (20 °C) VACODYM has the following typical properties:

### Typical Properties of VACODYM (all data at T = 20 °C)

	Unit	VACODYM 335	<u>VACODYM 370</u>
Density	g/cm <sup>3</sup>		7.2–7.6
Remanence B <sub>r</sub>	T	1.15–1.3 <sup>1)</sup>	1.1–1.25 <sup>1)</sup>
Coercivity of polarisation $jH_c$	kA/m	720–1000	1200–1500
Coercivity of flux density $BH_c$	kA/m	600–800 <sup>1)</sup>	800–1000 <sup>1)</sup>
Energy product (B · H) <sub>max</sub>	kJ/m <sup>3</sup> MGOe	240–290 <sup>2)</sup> 30–36 <sup>2)</sup>	225–280 <sup>2)</sup> 28–35 <sup>2)</sup>
Curie temperature	°C		ca. 310
Reversible temperature coefficient of remanence			
between 20 and 60 °C	%/K	- 0.11	- 0.11
between 20 and 100 °C	%/K	- 0.12	- 0.12
between 20 and <u>150 °C</u>	%/K	-	- 0.14
Temperature coefficient of coercivity $jH_c$			
between 20 and 60 °C	%/K	- 1.2	- 0.8
between 20 and 100 °C	%/K	- 0.9	- 0.7
between 20 and 150 °C	%/K	-	- 0.6
Max. application temperature <sup>3)</sup>	°C	100	150
Electrical resistivity	Ωmm <sup>2</sup> /m		ca. 1.5
Bending strength	N/mm <sup>2</sup>		ca. 270
Young's modulus	kN/mm <sup>2</sup>		ca. 140

<sup>1)</sup> parts die-pressed parallel to preferred direction approx. 10 % lower

<sup>2)</sup> parts die-pressed parallel to preferred direction approx. 20 % lower

<sup>3)</sup> max. application temp. is essentially dependent on the lay-out of the magnet system

# VACODYM® Permanent Magnets Based on Nd-Fe-B

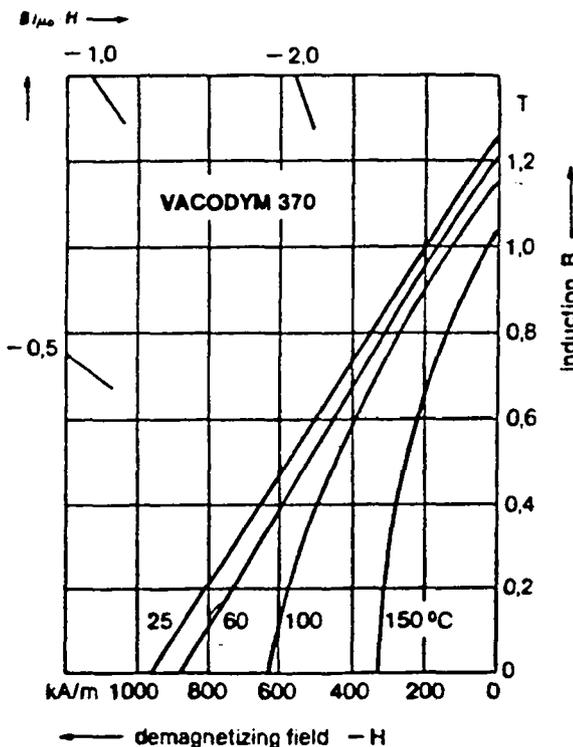
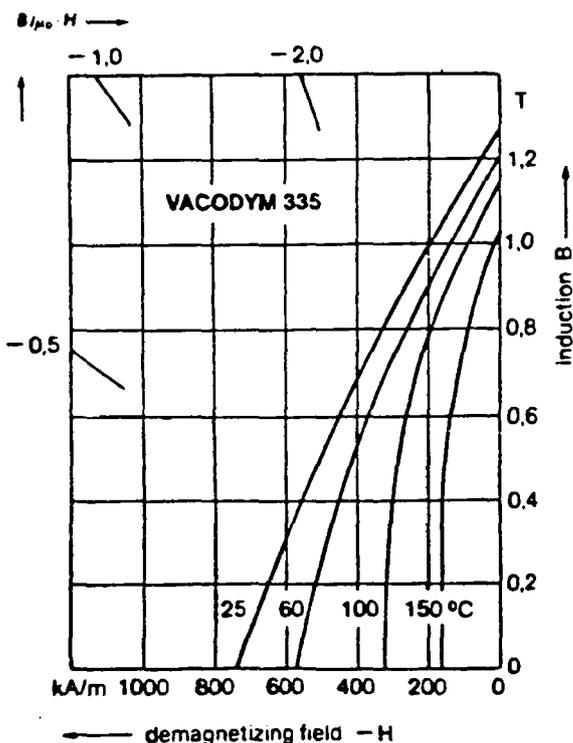
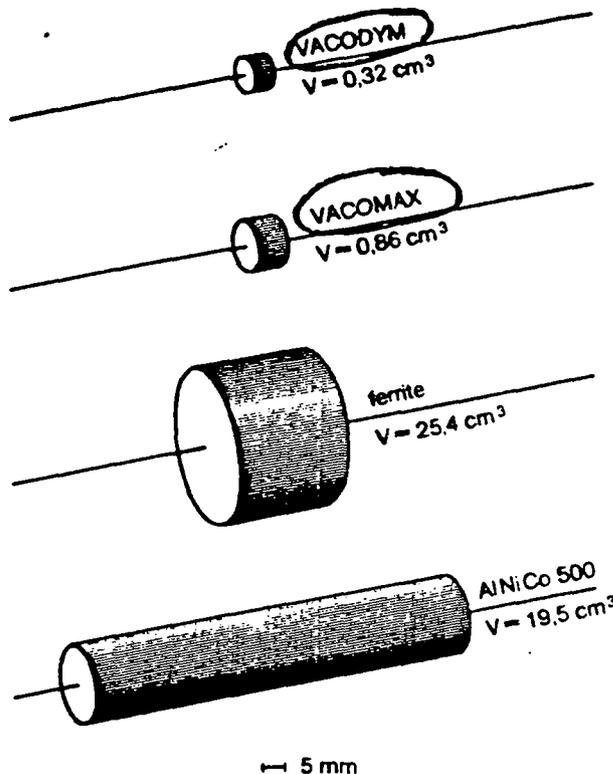
The Table shows that VACODYM offers considerable advantages over the other high grade permanent magnet materials, e.g. compared with cobalt-rare earths:

- 30% higher remanence
- 70% higher energy product  $(BH)_{max}$
- 12% lower density
- 70% higher el. resistivity
- substantially improved mechanical properties, greater availability of alloy raw materials

The reversible temperature coefficient of remanence of VACODYM is between that of cobalt-rare earth magnets and hard ferrites.

However, irreversible losses may occur as the coercivity decreases with rising temperature. This should be taken into account when designing a magnet system, as should the effect of external opposing fields. Our experts can advise clients on the above.

The extremely high energy product of VACODYM enables substantially smaller and lighter constructions than can be designed using other types of permanent magnets.



## Forms of Supply

Depending on the size, shape, tolerances, number of pieces and magnetic specifications either die-pressed parts or parts cut from ingots are selected. Large batches of flat parts, e.g. rings, are usually die-pressed, whereas smaller numbers of square-shaped parts or

parts clearly weighing less than 1 g are preferably cut from ingots.

The remanence of parts either die-pressed perpendicular to the preferred direction or isostatically pressed is approx. 10% higher than that of VACODYM pressed parallel to the preferred direction.

