

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Alocação de Reforços em Sistemas Elétricos -**

**Método dos Cortes Mínimos**

“Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para  
obtenção do Grau de **Mestre em Engenharia Elétrica**”

**ANNEMARLEN GEHRKE**

Florianópolis, Setembro de 1995

**ALOCAÇÃO DE REFORÇOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS  
- MÉTODO DOS CORTES MÍNIMOS -**

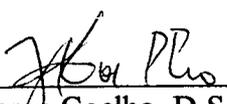
**Annemarlen Gehrke**

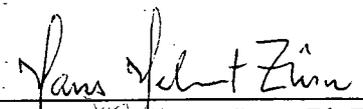
Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de  
**Mestre em Engenharia Elétrica,**  
Área de Concentração em **Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica,**  
e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação.

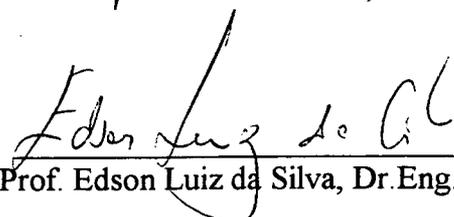
  
\_\_\_\_\_  
Prof. Jorge Coelho, D.Sc.  
Orientador

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Enio Valmor Kassick, Dr.  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica

**Banca Examinadora**

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Jorge Coelho, D.Sc.  
Orientador

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Edson Luiz da Silva, Dr.Eng.

Ao amor da minha vida, Gustavo  
pelo companheirismo, pelo carinho, pela força: pelo amor!

**A meus pais e meu irmão Günter:  
sem vocês não chegaria até aqui!**

## AGRADECIMENTOS

As pessoas cujos nomes merecem ser citados, não precisam ver seu nome aqui, pois elas sabem que moram no meu coração!

Mesmo assim devo citar algumas pessoas, como o Sandro Michels, que tanto auxiliou para que este trabalho fosse possível. Discutimos, pensamos e trabalhamos muito juntos! Valeu, Sandro!

Logicamente, não posso deixar de dar meu reconhecimento especial ao meu orientador, prof. Jorge Coelho pela orientação e as contribuições a este e outros trabalhos; e a todo pessoal do LABPLAN que sempre esteve disposto a ajudar em qualquer dúvida.

Agradeço aos professores Edson Luiz da Silva e Hans Helmut Zürn pelas contribuições ao trabalho e participação na banca.

Herzliche Grüße für Herrn Pfingst!

Agradeço ao CNPq, pelo apoio financeiro, à UFSC e ao LABPLAN pela infra-estrutura que proporcionou a realização deste trabalho.

Obrigada meu Anjo da Guarda, obrigada Deus pelo aprendizado e pelas novas amizades que aqui fiz e que certamente vão continuar existindo.

## RESUMO

Este trabalho mostra uma maneira de se analisar a confiabilidade do sistema e de seus componentes. A avaliação da confiabilidade é feita usando a técnica dos cortes mínimos, que é o modo mais simples de visualizar os pontos que podem interromper o funcionamento do sistema.

A análise proposta consiste na busca do componente mais vulnerável. A contribuição de um componente para as falhas do sistema é denominada sua *importância*. Esta é função da característica de falhas e da estrutura do sistema. Os sistemas podem ser ordenados de acordo com a importância dos componentes em relação à sua estrutura. São feitas duas medidas de importância: a *Sensibilidade* (Importância Estrutural) e o *Incremento de Confiabilidade*.

Os dois tipos de medida ( Importância Estrutural e Incremento na Confiabilidade) podem fornecer os mesmos resultados de ordenação. A vantagem do Incremento, como seu próprio nome diz, é fornecer diretamente o incremento de confiabilidade que o sistema terá, caso for adicionada uma redundância paralela.

A heurística desenvolvida para estas medidas consiste em simular a falha do componente (circuito-aberto) diretamente nos cortes. Assim, quando um componente for testado o, não é necessário calcular o novo valor de confiabilidade pelo método usual, mas utilizar os cortes previamente obtidos. Desta maneira, o tempo computacional é reduzido.

Com a medida do Incremento de Confiabilidade, investiga-se o efeito de redundância paralela na confiabilidade do sistema, quando aplicadas a vários locais e a vários sistemas. O efeito de tais redundâncias depende de qual componente é escolhido. Os principais problemas na escolha de qual deve ser o componente onde a redundância paralela deve ser adicionada são: qual

será o incremento na confiabilidade; e qual componente deve ser escolhido para que o incremento no sistema seja o maior possível, a custos razoáveis.

Os resultados obtidos confirmam a viabilidade do Método dos Cortes Mínimos. Este método facilita os cálculos. De posse da ordem de importância dos componentes do sistema pode-se programar a prioridade dada a um destes componentes no que diz respeito à inspeção, manutenção e detecção de falhas. Esta técnica poderá ainda ser aplicada à análise simplificada do desempenho de subestações.

## ABSTRACT

This work shows a way to analyse systems reliability. The evaluation of the reliability is made using the cut-set technique, which is the simplest way to visualise the points that can interrupt the system.

The proposed analysis consist in looking for the most vulnerable component. A component contribution to the system failure is termed by its *importance*. It is a function of failure characteristics and system structure. The systems can be arranged according to the components' importance in relation to its structure. Two ways of measuring component importance are made: the *Sensitivity* (Structural Importance) and the *Reliability Increase*.

The two kinds of measure (structural importance and reliability increase) can get the same ordering results. The advantage of the *increase*, as the name says, is to give directly the reliability increase value that the added redundancy will have on the system.

The heuristic developed for those measures consists in simulating the fault component (opened-circuit) directly on the cuts. So, when a component is tested, it is not necessary to calculate the new reliability values by the usual method but to use the cut already obtained. Thus the computational time is reduced.

With the Reliability Increase the effect of parallel redundancy upon systems reliability is investigated when applied to various places and to various systems. The effect of the parallel redundancy depends on which component is chosen. The principal questions most likely to be applied the redundancy are: what will be the increase of the system reliability after the parallel

redundancy addition; and which component is to be chosen for parallel redundancy so that the increase of the system is largest, with acceptable cost.

The obtained results confirm the feasibility of the cut-set method, which facilitates the estimates. Inspection, maintenance, and failure detection can be carried out in their order for components, and systems can be upgraded by improving components with relatively large importance. This technique can also be applied to a simplified analysis of substation performance.

# SUMÁRIO

## **CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO**

1.1 - OBJETIVO.....	1
1.2 - CONTEÚDO.....	2

## **CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

2.1 - INTRODUÇÃO .....	4
2.2 - MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DE REDUNDÂNCIAS.....	4
2.3 - CONCLUSÃO.....	15

## **CAPÍTULO 3 - MÉTODO DOS CORTES MÍNIMOS**

3.1 - INTRODUÇÃO.....	16
3.2 - TEORIA DOS CORTES MÍNIMOS.....	16
3.2.1 - ALGORITMO.....	18
3.2.2 - CARACTERÍSTICAS DO MÉTODO.....	19
3.2.3 - EXEMPLO DE ILUSTRAÇÃO DO ALGORITMO DE CORTES MÍNIMOS.....	19
3.3 - CÁLCULO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	22
3.4 - EXEMPLOS.....	27
3.5 - CONCLUSÕES.....	30

## **CAPÍTULO 4 - IMPORTÂNCIA ESTRUTURAL**

4.1 - INTRODUÇÃO.....	31
4.2 - CONCEITOS DE REDUNDÂNCIAS.....	32

4.3 - MÉTODO DE SELEÇÃO DOS COMPONENTES PARA REDUNDÂNCIA PARALELA.....	37
4.3.1 - IMPORTÂNCIA ESTRUTURAL.....	37
4.3.2 - INCREMENTO NA CONFIABILIDADE.....	40
4.4 - APLICAÇÕES DOS MÉTODOS DE IMPORTÂNCIA.....	41
4.5 - APLICAÇÕES À ANÁLISE DE SUBESTAÇÕES.....	51
4.5.1 - DIAGRAMA EM ANEL MAIS BARRA PRINCIPAL SECCIONADA.....	54
4.5.2 - BARRA DUPLA COM DISJUNTOR E MEIO MAIS BARRA PRINCIPAL.....	57
4.5.3 - BARRA DUPLA COM DISJUNTOR DUPLO MAIS BARRA PRINCIPAL.....	59
4.6 - CONCLUSÕES.....	60
<b>CAPÍTULO 5 - MÉTODO DO FATOR DE SELEÇÃO PONDERADO</b>	
5.1- INTRODUÇÃO.....	62
5.2 - CONSIDERAÇÃO DOS CUSTOS DOS COMPONENTES PARA ALOCAÇÃO DE REDUNDÂNCIAS.....	62
5.3 - MÉTODO DO FSP.....	65
5.4 - NOVO MÉTODO PARA CÁLCULO DE REDUNDÂNCIAS.....	68
5.4.1 - CÁLCULO DA CONFIABILIDADE DIRETAMENTE NOS CORTES.....	68
5.4.2 - ADIÇÃO DE REDUNDÂNCIAS DIRETAMENTE NOS CORTES.....	71
5.5 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	75
5.6 - CONCLUSÕES.....	82
<b>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES FINAIS</b>	
6.1 - CONCLUSÕES.....	83
6.2 - CONTRIBUIÇÕES.....	85

6.3 - SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.....86

**REFÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....87**

## LISTA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS

$R_s$	probabilidade de sucesso do sistema
$Q_s$	probabilidade de falha do sistema
$q_i$	probabilidade de falha do componente- $i$
$p_i$	probabilidade de sucesso do componente- $i$ ;
$n$	número de componentes em um sistema
$n_i$	número de componentes em um subsistema, sendo que cada subsistema- $i$ é formado por $n_i$ elementos idênticos
$m$	número de restrições
$t$	número de subsistemas em um sistema
$F_i(n_i)$	fator de seleção de Aggarwal para adição de redundâncias ao sistema
$\Delta g_i^j$	aumento no custo- $j$ do subsistema pela adição de um componente- $i$
$I_B^{(i)}$	medida da "Importância de Birnbaum" do componente- $i$
$b_j$	recursos- $j$ disponíveis
IST	Importância Estrutural
$h(1_i, R)$	confiabilidade do sistema se o componente- $i$ for 100% confiável
$h(0_i, R)$	confiabilidade do sistema devido à falha do componente- $i$
$\Delta_i / R$	incremento de confiabilidade causado pela adição de uma redundância ao componente- $i$

$\Delta_i / R_{\text{simplif}}$	incremento de confiabilidade causado pela adição de uma redundância ao componente- $i$ , calculada sem as intersecções (método simplificado)
$\Delta_i / R_{\text{compl.}}$	incremento de confiabilidade causado pela adição de uma redundância ao componente- $i$ , calculado com as intersecções
FSP	Fator de Seleção Ponderado
NC	número de caminhos mínimos do sistema
$K_1, K_2, \dots, K_n$	caminhos mínimos do sistema
$X_1, X_2, \dots, X_n$	componentes (ramos) do sistema
CM	conjunto de todos cortes mínimos do sistema
I	matriz de incidência dos elementos nos caminhos
$C_1, C_2, \dots, C_n$	cortes mínimos do sistema

---

---

## **CAPÍTULO 1- INTRODUÇÃO**

O crescimento contínuo do mercado de energia elétrica exige investimentos na expansão e na melhoria dos padrões de qualidade e continuidade do fornecimento. Assim, os sistemas de transmissão e distribuição devem cumprir as necessidades desse mercado cada vez mais exigente. Uma falha de um determinado componente do sistema pode levar a uma interrupção no fornecimento, causando prejuízos tanto à concessionária, pela energia não vendida, como ao usuário, pela falta de energia.

O uso de técnicas probabilísticas na definição de sistemas elétricos, vem sendo usado na substituição a critérios meramente subjetivos ou empíricos. A análise de confiabilidade se mostra uma ótima ferramenta no auxílio à decisão, bem como permite um melhor desempenho do sistema a curto prazo.

### **1.1 - OBJETIVO**

Neste trabalho é descrita uma metodologia simples e eficiente para se avaliar quais são os componentes mais vulneráveis no sistema. A avaliação da confiabilidade é feita através da técnica dos cortes mínimos, a qual é a maneira mais simples de se visualizar os pontos que podem interromper o sistema.

Propõem-se reforçar os pontos mais vulneráveis através de redundâncias paralelas. Para adição de redundâncias, os componentes devem ser ordenados em relação à sua importância

dentro do sistema. Os componentes mais “importantes” serão aqueles que mais contribuem para as falhas do sistema. A avaliação da importância dos componentes é feita através da *Importância Estrutural* (sensibilidade do sistema em relação aos componentes), pois é sabido que a confiabilidade do sistema é afetada pela posição dos componentes dentro deste sistema.

Outra maneira de se fazer a avaliação da importância dos componentes é através do *Incremento da Confiabilidade*, que fornece diretamente o aumento de confiabilidade que o sistema terá, caso a este seja adicionada uma redundância. Procurar-se-á o componente que, quando da adição de redundância provocará maior aumento na confiabilidade do sistema, com melhor uso dos recursos disponíveis. A decisão da colocação da redundância deverá ser tomada de modo que seja escolhido o componente correto, o qual irá provocar o maior incremento de confiabilidade na estrutura analisada, sem violar as restrições de custo.

O modo como é feita a avaliação da importância dos componentes no sistema é novo, faz-se a análise diretamente nos cortes mínimos, evitando que se refaça todos os cálculos cada vez que um componente é testado. Foi desenvolvida também uma técnica para adicionar as redundâncias selecionadas diretamente nos cortes previamente obtidos.

Estas técnicas podem ser aplicadas a sistemas complexos e de grande porte, bem como à análise de arranjos de subestações.

## 1.2 - CONTEÚDO

No Capítulo 2 é feita uma revisão dos principais trabalhos que fazem uso das técnicas de redundância e da análise de sensibilidade da confiabilidade de sistemas em relação a seus

componentes, com e sem consideração dos custos. É apresentada também a formulação do Incremento da Confiabilidade.

O método dos Cortes mínimos, seu algoritmo e suas aplicações no cálculo da confiabilidade com as simplificações possíveis de serem feitas é apresentado no Capítulo 3.

O Capítulo 4 apresenta a Importância Estrutural. São descritas quais são e como são feitas as medidas de importância dos componentes em um sistema utilizadas neste trabalho:

a Importância Estrutural e o Incremento na Confiabilidade, calculados através do Método dos Cortes Mínimos. São apresentadas também as aplicações do método desenvolvido à análise de arranjos de subestações.

A ponderação dos custos junto ao Incremento de Confiabilidade é assunto do Capítulo 5. É descrito o método desenvolvido para seleção dos componentes para redundância paralela (Fator de Seleção Ponderado - FSP). É descrita ainda uma heurística desenvolvida para adição das redundâncias selecionadas pelo FSP diretamente nos cortes, a qual reduz substancialmente o esforço computacional.

Finalmente, o Capítulo 6 contém as conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

---

---

## **CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 - INTRODUÇÃO**

No presente capítulo será feita uma breve revisão da literatura usada neste trabalho de dissertação. A pesquisa foi feita com ênfase nos assuntos de cortes mínimos, confiabilidade estrutural e alocação de redundâncias em sistemas que não sejam formados somente por componentes em paralelo, ou somente componentes em série, ou seja, sistemas não-série-paralelos.

Serão citados neste capítulo os trabalhos que deram maior contribuição a esta dissertação. As demais publicações utilizadas serão citadas ao longo deste trabalho, e serão brevemente analisadas neste capítulo.

### **2.2 - MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DE REDUNDÂNCIAS**

A respeito de métodos de alocação de redundâncias, estudaram-se diversos artigos publicados na década de 70 por K.K. Aggarwal. Em 1975, Aggarwal publicou um artigo [19] no qual define um critério de seleção de redundâncias, como segue. O método seleciona para redundância o componente que tiver a maior razão entre a diminuição na probabilidade de falhas e o produto dos custos dos componentes. O critério de seleção pode ser melhor entendido pela formulação a seguir:

$$F_i(n_i) = \frac{\Delta(q_i^{n_i})}{\prod_{j=1}^m \Delta g_i^j(n_i)} \quad (2.1)$$

onde:

- $\Delta g_i^j$  aumento no custo- $j$  do subsistema pela adição de um componente- $i$ ;
- $F_i(n_i)$  fator de seleção para adição de redundâncias ao sistema;
- $q_i$  probabilidade de falha do componente- $i$ ;
- $n_i$  número de componentes idênticos em um subsistema, sendo que um subsistema- $i$  é formado por  $n_i$  elementos idênticos.

Para o cálculo da probabilidade de falhas do sistema, o autor usa uma aproximação para cálculo da confiabilidade do sistema. Por fazer uso desta simplificação, o método só pode ser aplicado a sistemas que tenham componentes com baixa probabilidade de falhas ( $q < 0.10$ ; ver Capítulo 3). Assim, a confiabilidade calculada por (2.2) pode ser adequadamente aproximada por (2.2), sabendo-se que ( $R_s = 1 - Q_s$ ):

$$R_s = \prod_{i=1}^k [1 - q_i^{n_i}] \quad (2.2)$$

$$Q_s \cong \sum_{i=1}^k q_i^{n_i} \quad (2.2)$$

Observa-se que o autor não considera a interação entre cada subsistema, ou seja, as intersecções entre os eventos.

No mesmo ano de 1975, Aggarwal havia publicado juntamente com Misra e Gupta um algoritmo rápido para obter a expressão simplificada da confiabilidade para sistemas gerais [20]. A expressão de falhas é obtida a partir dos caminhos mínimos do sistema. O algoritmo é computacionalmente econômico, mas por fazer uso de uma expressão de confiabilidade muito simplificada, os valores obtidos como resultado não são exatos. Este método pode ser usado quando não se necessita de precisão nos resultados.

A seguir em 1976, K.K. Aggarwal publicou o artigo “Redundancy Optimization in General Systems” [5], que apresenta um algoritmo para alocação de redundâncias que inclui restrições. O método é aplicável a problemas que tenham qualquer número de restrições (custo dos equipamentos ou peso dos equipamentos, ou ainda aumento da perda de energia causado pelo aumento do número de caminhos no sistema) e estas não necessariamente devem ser lineares. Aggarwal utiliza um critério heurístico, o qual leva em conta o incremento relativo na confiabilidade versus incremento nas restrições, para selecionar o subsistema ou componentes onde a redundância deve ser adicionada. O método é aplicável a qualquer configuração de sistema onde subsistemas são compostos por elementos idênticos em paralelo.

As hipóteses feitas pelo autor neste trabalho são:

1) Existem  $t$  subsistemas no sistema. Subsistema- $i$  é uma combinação em paralelo de  $n_i$  elementos idênticos. Sabendo-se que  $Q_i$  é a probabilidade de falha do subsistema- $i$ , tem-se:

$$Q_i = q_i^{n_i} \quad (2.4)$$

2) Todos os elementos estão trabalhando simultaneamente e são  $s$ -independentes.

3) As restrições são separáveis. Cada restrição é uma função monotonicamente crescente de  $n_i$  para cada subsistema e é associada aos subsistemas.

4) A probabilidade de falha do sistema  $Q_S$  é conhecida em termos da probabilidade de falha de cada componente.

$$Q_S = Q_S(Q_1, Q_2, \dots, Q_k) \quad (2.5)$$

A hipótese acima (4) requer que seja conhecida uma expressão analítica da probabilidade de falhas do sistema, ou um método que relacione  $Q_S$  com  $q_i$ . Esta relação poderá ser obtida pelo método dos cortes mínimos.

O problema da alocação da redundância é escolher  $n_i$  em cada subsistema tal que minimize (2.4) sujeito às restrições em (2.6):

$$\sum_{i=1}^k g_i^j \leq b_j, \text{ para todo } j. \quad (2.6)$$

onde:

$b_j$  são os recursos- $j$  disponíveis;

$\Delta g_i^j$  aumento no custo- $j$  do subsistema pela adição de um componente- $i$ .

Inicialmente,  $n_i=1$  para todo  $i$ . Propõe-se adicionar uma unidade redundante ao componente que tiver o maior valor do fator selecionado por (2.7), sem violar qualquer restrição:

$$F_i(n_i) = \frac{\Delta(q_i^{n_i})}{\prod_{j=1}^m \Delta g_i^j(n_i)} \quad (2.7)$$

onde:

$\Delta Q_S(n_i)$  é calculado através de (2.8);

$m$  é o número de restrições, que podem ser de custo ou de peso, por exemplo;

$F_i(n_i)$  é o fator de seleção para adição de redundâncias ao sistema.

Aumentando o número de unidades no subsistema- $i$  de  $n_i$  para  $n_{i+1}$ ; decresce a probabilidade  $Q_s$  como se pode observar a seguir:

$$\begin{aligned} \Delta Q_s(n_i) &= Q_s(Q_1, \dots, (Q_i = q_i^{n_i}), \dots, Q_K) - Q_s(Q_1, \dots, (Q_i = q_i^{n_{i+1}}), \dots, Q_K) \\ &= \frac{\partial Q_s}{\partial Q_i} = (q_i^{n_i} - q_i^{n_{i+1}}) \end{aligned}$$

$$\Delta Q_s(n_i) = (1 - q_i) Q_i \frac{\partial Q_s(n)}{\partial Q_i} \quad (2.8)$$

O componente que tiver maior  $F_i(n_i)$  será o local onde a redundância deve ser adicionada.

Os passos do algoritmo de Aggarwal são os seguintes:

1. Faça  $n_i = 1$  para todo  $i$ ;
2. Calcule  $\partial Q_s / \partial Q_i$  e conseqüentemente,  $F_i(n_i)$  para todo  $i$  usando as equações acima (2.7) e (2.8);
3. Marque os estágios (\*) que têm maior valor de  $F_i(n_i)$ . Propõe-se adicionar uma unidade redundante ao subsistema.
4. Verifique restrições:

a) se a solução ainda está dentro da região viável, adicione o componente redundante.

Modifique o valor de  $n_i$  e de  $n$ . Usando (2.7) e (2.8), recalcule todos os  $F_i(n_i)$ . Volte ao passo

3:

b) Se ao menos uma restrição é violada, cancele a proposta; remova a redundância adicionada e volte ao passo 3. Quando todos os estágios forem testados, o corrente valor de  $n$  é a solução ótima.

Os aspectos principais do método apresentado são:

1. As variáveis de decisão são tratadas como inteiros;
2. O método é de fácil aplicação e computacionalmente econômico;
3. Qualquer número de restrições lineares ou não lineares pode ser considerado; isto é, podem ser avaliadas restrições de qualquer subsistema;
4. O método fornece solução ótima em muitos casos e uma solução quase-ótima em outros;
5. O método é aplicável a qualquer caso que tenha uma expressão analítica, a qual não é disponível para sistemas de grande porte ou complexos.

O mesmo autor publicou ainda, em 1979 outro artigo usando critérios de seleção semelhantes aos anteriores [21]. Neste artigo é feito uso de diferenças Booleanas para combinação de linhas da matriz de incidência. O método é baseado na atribuição de um peso numérico a cada componente do sistema, considerando sua confiabilidade estrutural. A dificuldade deste método está na necessidade de se derivar a expressão de falibilidade a cada iteração.

Foi dada ênfase na apresentação dos trabalhos publicados por Aggarwal, pois os resultados obtidos por este autor serão utilizados para comprovação dos resultados obtidos neste trabalho de dissertação. Além do enfoque à alocação de redundâncias, este trabalho de dissertação também aborda a ordenação da importância dos componentes em um sistema geral. A

ordem de importância pode ser obtida de diversas maneiras, uma delas é medida pelo incremento de confiabilidade que o sistema teria, caso a este fosse adicionada redundância. O Incremento de Confiabilidade é abordado por Shen/Xie [1], no artigo publicado em 1990 sob o nome "On the Increase of System by Parallel Redundancy". Outra medida de ordenação pode ser obtida através da Importância Estrutural, também abordada por Shen/Xie no mesmo artigo citado acima, porém com o nome de Importância de Birnbaum. Anders [8] também apresenta esta medida de ordenação, porém a chama de "Importância Estrutural". Importância Estrutural será o nome adotado para esta medida de importância neste trabalho de dissertação.

O já citado artigo "On the Increase of System by Parallel Redundancy" investiga o efeito de redundâncias paralelas na confiabilidade dos sistemas, quando aplicadas a vários componentes (um de cada vez) em sistemas simples e em sistemas complexos. Este trabalho de Shen e Xie apresenta uma nova formulação, intuitiva, que fornece diretamente o incremento de confiabilidade que o sistema terá, caso seja adicionada a redundância paralela indicada.

São apresentadas como hipóteses:

- 1) Os componentes são  $s$ - independentes e o sistema é  $s$ -coerente, ou seja, o sistema não melhora com a falha de qualquer componente, nem piora com a melhora de qualquer componente.
- 2) Redundância paralela do componente- $i$  implica que um componente idêntico é adicionado em paralelo ao existente.
- 3) Redundância paralela pode ser adicionada a qualquer componente do sistema.

O aumento da confiabilidade do sistema através de redundância paralela do componente- $i$  está relacionada com a medição da importância do componente. O incremento de confiabilidade é diretamente proporcional à “Importância de Birnbaum” [17] do componente- $i$ .

A “Importância de Birnbaum” do componente- $i$  é:

$$I_{B_i} = h(1_i, R) - h(0_i, R) \quad (2.9)$$

Esta expressão relaciona a confiabilidade do sistema devido à falha do componente ( $h(0_i, R)$ ) com a confiabilidade do sistema se o componente for totalmente confiável ( $h(1_i, R)$ ). Anders [8] chama esta mesma expressão (2.8) de “Importância Estrutural”, que será discutida com maiores detalhes no Capítulo 4.

Os teoremas apresentados pelo artigo que relacionam o índice  $I_{B_i}$  com o novo incremento e confiabilidade são:

#### TEOREMA 1:

O aumento da confiabilidade do sistema através da redundância paralela é:

$$\Delta_i = q_i \times p_i \times I_B^{(i)} \quad (2.10)$$

A relação :

$$I_B^{(i)} < I_B^{(j)} \text{ não implica em } \Delta_i < \Delta_j$$

onde:

$Q_s$  probabilidade de falha do sistema

$R_s$  confiabilidade do sistema

$p_i$  confiabilidade do componente- $i$

- $q_i$  probabilidade de falha do componente- $i$
- $\Delta_i$  aumento da confiabilidade do sistema pela redundância paralela do componente- $i$
- $n$  número de componentes do sistema
- $I_B^{(i)}$  medida da “Importância de Birnbaum” do componente- $i$

O teorema 1 é aplicado a sistemas séries e paralelos nos corolários 1 e 2.:

#### COROLÁRIO 1:

Se o componente- $i$  está em série com o resto do sistema, então o incremento da confiabilidade através da redundância paralela do componente- $i$  é:

$$\Delta_i = q_i \times R_s \quad (2.11)$$

#### COROLÁRIO 2:

Se o componente- $i$  está em paralelo com o resto do sistema, então o incremento de confiabilidade do sistema, após adição da redundância paralela do componente- $i$  é:

$$\Delta_i = p_i \times Q_s \quad (2.12)$$

#### TEOREMA 2:

Em um sistema  $s$ -coerente, o incremento de confiabilidade do sistema, através da redundância paralela do componente- $i$  satisfaz:

$$\frac{C_i}{1+C_i} Q_s \cdot R_s \leq \Delta_i \leq \min(q_i R_s, p_i Q_s) \quad \text{para } i=1, \dots, n \quad (2.13a)$$

$$C_i \equiv p_i I_B^{(i)} \quad (2.13b)$$

**TEOREMA 3:**

Para um sistema série (paralelo), o componente a ser escolhido para redundância paralela deve ser o que tem o maior confiabilidade. Os resultados obtidos geralmente coincidem com a “Importância de Birnbaum”, porém não para todos os casos. O Teorema 3 pode ser facilmente generalizado. Se dois componentes estão em série (paralelo) um com outro, então a redundância paralela deve, em primeiro lugar, ser adicionada ao componente de maior confiabilidade. Este resultado é usado na decisão de qual de dois componentes, num grande sistema, poderá ser melhorado pela redundância.

\* As provas destes teoremas podem ser encontrados no apêndice do artigo [1].

Os custos dos componentes não foram considerados neste trabalho de Shen e Xie. A análise da confiabilidade é feita através dos caminhos mínimos e não através de cortes mínimos como é o caso desta dissertação.

Finalmente, o incremento de confiabilidade a um sistema não série-paralelo é dado através da seguinte expressão, a qual apresenta resultados coerentes (pode ser observado no capítulo 4 deste trabalho, exemplo 4.4.2):

$$\Delta_i/R = q_i \left(1 - \frac{h(0_i, R)}{R}\right) \quad (2.14)$$

O Incremento de Confiabilidade, assim como a importância de Birnbaum (ou Importância Estrutural), podem ser usados na avaliação da importância dos componentes dentro dos sistemas.

O trabalho do qual se extraiu a idéia de ponderar o Incremento da Confiabilidade pelos custos dos componentes, foi publicado por J-H. Kim e B-J. Yum [7], em 1993, e apresenta um

método heurístico para resolver problemas de otimização de redundâncias em sistemas complexos com restrições. O método faz buscas a regiões chamadas “viáveis” e “inviáveis”. Este método encontra o ótimo global, porém exige muito tempo computacional. O autor escreve que, quando se está preocupado em se obter solução ótima, seu método deve ser utilizado. Quando o tempo de computação for mais importante e não se necessita de uma maior precisão nos resultados, deve-se usar outros métodos.

A maior contribuição obtida deste último artigo, foi o critério de seleção utilizado no processo de otimização. Os autores, porém não citam como é calculado o incremento de confiabilidade utilizado. Como já se estava desenvolvendo o critério do Incremento de Confiabilidade através do método de Shen/Xie, pôde-se utilizar a idéia da ponderação dos custos e criar-se uma nova formulação para seleção de componentes para adição de redundâncias. O critério de seleção apresentado por J-H. Kim e B-J. Yum é o seguinte:

$$\max_{1 \leq i \leq t} \left[ \Delta_i / R / \sum_{j=1}^m \{ \Delta g_{ji} (+i) / b_j \} \right] \quad (2.15)$$

onde:

$\Delta g_{ji} (+i)$  aumento de custo- $j$  ao subsistema  $i$  pelo acréscimo de um componente- $i$ ,

$b_j$  soma de recursos  $j$  disponíveis;

$\Delta_i / R$  aumento na confiabilidade do sistema causado pela adição de um componente- $i$

$t$  número de subsistemas em um sistema

$m$  número de restrições

Também no ano de 1993 foi publicado o artigo de S.S. Elias, N.Mokhles e S.A.N Ibrahim [4]. Baseado neste artigo, foi implementada a parte de determinação dos cortes mínimos no trabalho desenvolvido nesta dissertação. O algoritmo utiliza a matriz de incidência para determinação dos cortes mínimos. Maiores detalhes deste algoritmo serão apresentados no Capítulo 3.

### 2.3 - CONCLUSÃO

Neste capítulo foram citados os principais artigos estudados para que este trabalho de dissertação se tornasse possível. Foram resumidos os principais trabalhos que tratam das técnicas de redundância e sensibilidade da variação da indisponibilidade do sistema em relação a cada componente. Pode-se observar que os trabalhos apresentados fazem os cálculos de confiabilidade e demais análises através das expressões analíticas dos sistemas.

Após este estudo, notou-se a necessidade de se desenvolver um novo método, que fizesse as análises de sensibilidade e alocação de redundâncias em sistemas complexos aplicando-se o método dos Cortes Mínimos. Esta abordagem é devida ao fato que os métodos estudados nesta revisão bibliográfica, que calculam a Importância Estrutural e o Incremento na Confiabilidade, fazem uso da expressão analítica da probabilidade de falhas do sistema. Para aplicação do método dos Cortes Mínimos, esta expressão analítica não é necessária, o que torna possível sua aplicação em sistemas complexos.

---

---

## **CAPÍTULO 3 - O MÉTODO DOS CORTES MÍNIMOS**

### **3.1 - INTRODUÇÃO**

Este capítulo trata do método dos Cortes Mínimos, o qual é uma técnica bastante aplicada no cálculo da confiabilidade. Após a revisão na literatura, concluiu-se que esta técnica não está ainda sendo amplamente utilizada nos métodos de alocação de redundâncias para melhoria da confiabilidade. A maioria dos trabalhos publicados até o presente momento fazem uso apenas da expressão analítica da sensibilidade (derivada parcial da probabilidade de falhas do sistema em relação à probabilidade de falhas do componente), quando é possível se obter o mesmo resultado inclusive para sistemas complexos, quando a Importância Estrutural (IST) é calculada através do Método dos Cortes Mínimos [12, 13].

Ao longo deste capítulo é apresentado o método dos cortes mínimos propriamente dito, as aplicações no cálculo da confiabilidade e as simplificações possíveis de serem feitas em sistemas reais e de grande porte.

### **3.2 - TEORIA DOS CORTES MÍNIMOS**

De uma maneira geral, um sistema elétrico pode ser representado em forma de grafo. O grafo pode ser construído associando a cada componente um ramo e considerando os nós como os pontos de interligação entre os diferentes componentes. A partir do grafo, é possível se aplicar

a técnica dos cortes mínimos, a qual é a maneira mais simples de se visualizar os pontos que podem interromper o funcionamento do sistema.

Para melhor entendimento do método, serão dadas algumas definições :

**Caminho mínimo:** é toda trajetória entre o nó fonte e o nó carga que não atravessa um mesmo nó mais de uma vez.

**Corte:** é um conjunto de elementos que se removidos de um dado grafo desconecta este grafo em dois subgrafos conexos.

**Corte mínimo:** é um corte que corresponde a um conjunto de elementos cuja remoção interrompe todas as trajetórias entre dois nós especificados.

**Ordem do corte:** é o número de componentes (ramos) do corte.

Os cortes podem ser:

- Corte de 1<sup>a</sup> ordem: é um corte composto por um único componente que, se falhado, interrompe o caminho existente entre o nó fonte e o nó carga;

- Cortes de 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup> ... ordem: são cortes com dois, três, ... elementos. Se ao menos um dos componentes está em operação, a estrutura está em estado de não-falha.

## NOTACÃO

NC	Número de caminhos mínimos do sistema
$K_1, K_2, \dots$	caminhos mínimos do sistema
n	número de componentes (ramos) do sistema
$X_1, X_2, \dots, X_n$	componentes (ramos) do sistema

CM	conjunto de todos cortes mínimos do sistema
I	matriz de incidência dos elementos nos caminhos: $I = [i_{ij}]$ , $i = 1, 2, \dots, n$ ; $j = 1, \dots, NC$ onde: a) $i_{ij} = 1$ , se $X_i \in K_j$ b) $i_{ij} = 0$ , em caso contrário
$C_1, C_2, \dots, C_n$	cortes mínimos do sistema

### 3.2.1 - ALGORITMO

Os passos a serem seguidos para obtenção dos cortes mínimos são [4]:

- 1) Encontre todos os caminhos mínimos entre o nó fonte e o nó carga.
- 2) Construa a matriz de incidência (I) dos elementos nos caminhos
- 3) Se todos os elementos da coluna forem diferentes de zero, tem-se um corte de 1<sup>a</sup> ordem.
- 4) Para obter um corte de 2<sup>a</sup> ordem, combine através de álgebra booleana duas colunas da matriz de incidência. Novamente, se todos os elementos de qualquer coluna combinada são diferentes de zero, os componentes associados a esta coluna formam um corte de 2<sup>a</sup> ordem. Verifique e elimine o corte que contenha um corte de 1<sup>a</sup> ordem.
- 5) Repita o passo 4) combinando três colunas e elimine os cortes de terceira ordem que contenham cortes de 1<sup>a</sup>. e 2<sup>a</sup> ordem e assim por diante.

### 3.2.2 - CARACTERÍSTICAS DO MÉTODO

Se no grafo o número de caminhos mínimos for menor que o número de ramos ( $NC < n$ ), então a ordem dos cortes mínimos não será maior do que  $NC$ . Por isto, um corte contém ao menos um componente para cada corte mínimo. Então, se o número de caminhos for maior que o número de ramos ( $NC > n$ ), a ordem de um corte mínimo será menor ou igual a  $n$ .

Como consequência, se existem somente  $n$  cortes não haverá mais do que  $n$  combinações de cortes. Isto significa que a ordem dos cortes está sempre entre  $\min(n, NC)$ .

Se houver um corte de 1ª ordem contido em outro corte de qualquer ordem superior, este último deve ser desprezado. Este fato deve ser salientado pois, ao se fazer a simulação da falha de um componente (capítulos 4 e 5), retirando-o de um corte de 2ª ordem, por exemplo, o componente que permanece será um novo corte de 1ª ordem. Deverá ser verificado se este novo corte está contido nos outros cortes de ordem superior existentes. Se houver um corte de ordem menor, contido em outro de ordem maior, este último deve ser desprezado. Este procedimento é repetido para todos componentes e todos os cortes do sistema analisado.

### 3.2.3 - EXEMPLO DE ILUSTRAÇÃO DO ALGORITMO DE CORTES MÍNIMOS

O sistema da Figura (3.1) ilustra o algoritmo dos cortes mínimos utilizado. O sistema é composto por cinco ramos e quatro caminhos mínimos:

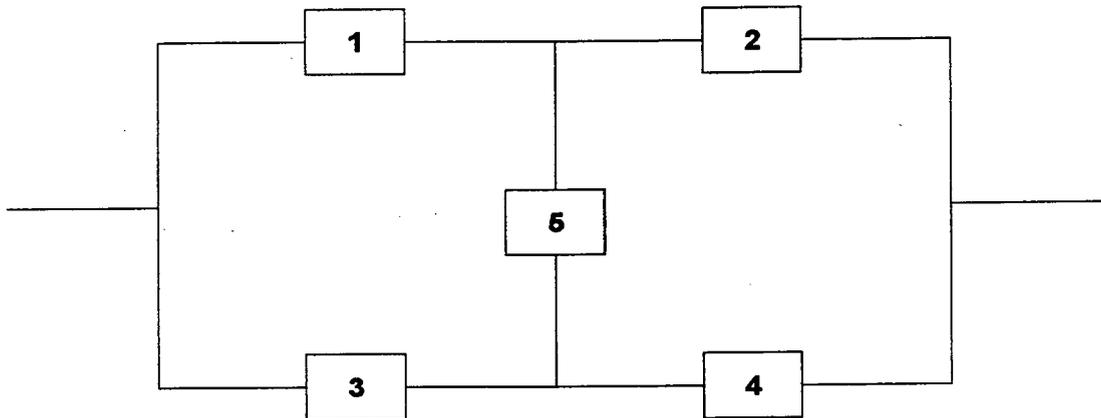


Figura 3.1- Sistema em Ponte

*Passo 1:* Caminhos mínimos:

$$\text{Caminho (1)} = \{ X_1, X_2 \}$$

$$\text{Caminho (2)} = \{ X_3, X_4 \}$$

$$\text{Caminho (3)} = \{ X_1, X_3, X_5 \}$$

$$\text{Caminho (4)} = \{ X_1, X_4, X_5 \}$$

*Passo 2:* Matriz de incidência:

$$I = \begin{array}{c} \text{K1} \\ \text{K2} \\ \text{K3} \\ \text{K4} \end{array} \begin{array}{c} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

*Passo 3:* Como pode-se observar na matriz I, não há corte de 1ª ordem, pois não existe coluna que seja composta somente por valores unitários.

*Passo 4:* As combinações de 2<sup>a</sup> ordem são:

$$X_1 X_2, X_1 X_3, X_1 X_4, X_1 X_5, X_2 X_3, X_2 X_4, X_2 X_5, X_3 X_4, X_3 X_5, X_4 X_5$$

A combinação booleana de  $X_1X_2$  é: [1 0 1 1]. O aparecimento de zero indica que  $X_1X_2$  não é um corte, pois para haver um corte, a coluna deveria ser composta somente por valores unitários. Ocorre o mesmo para  $X_1X_4$ ,  $X_1X_5$ . A coluna do vetor correspondente à combinação  $X_1X_3$  é: [1 1 1 1]. Isto significa que  $X_1X_3$  é um corte mínimo, acontecendo o mesmo para a combinação booleana de  $X_2X_4$ .

*Passo 5:* As combinações de 3<sup>a</sup> ordem são efetuadas de maneira similar ao passo 4. As combinações nas quais estiverem contidos os cortes  $X_1X_3$  e  $X_2X_4$ , devem ser eliminadas. Assim, os cortes mínimos de 3<sup>a</sup> ordem obtidos são:  $\{X_1X_4X_5\}$ ,  $\{X_2X_3X_5\}$

Se houvessem cortes de 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ordem, o procedimento seria repetido para estes cortes.

Finalmente, os cortes mínimos para o sistema da Figura 3.1 são:

$$CM = \{\{X_1X_3\}; \{X_2X_4\}; \{X_1X_4X_5\}; \{X_2X_3X_5\}\}$$

Os cortes mínimos encontrados para o Sistema em Ponte, podem ser representados na forma de diagrama de blocos, como ilustrado na Figura 3.2:

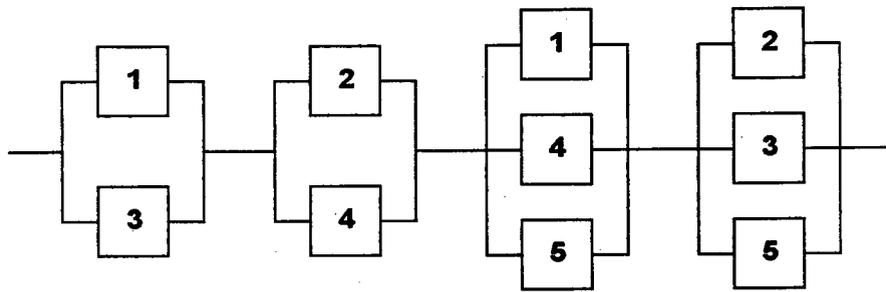


Figura 3.2 - Cortes Mínimos do Sistema em Ponte,  
representados na forma de diagrama de blocos.

### 3.3 - CÁLCULO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Faz-se a avaliação da confiabilidade usando-se o método dos cortes mínimos anteriormente descrito. Como já foi citado esta técnica pode ser aplicada tanto a sistemas simples quanto a sistemas complexos.

A probabilidade de sucesso do sistema ( $R_s$ ), pode ser relacionada com a confiabilidade de cada componente  $R_i$  através da seguinte expressão (3.1) [2]:

$$R_s = h[R_1, R_2, \dots, R_n] \quad (3.1)$$

Após obter a matriz de todos os caminhos possíveis entre fonte e carga e estabelecer os cortes que podem interromper estes caminhos, necessita-se definir a relação entre a confiabilidade de cada corte com a confiabilidade do sistema, como será descrito a seguir.

Os cortes são conjuntos de componentes que quando falham causam a falha do sistema, mas quando qualquer componente deste conjunto estiver em operação, o sistema também continuará operando. De acordo com o exposto anteriormente, pode-se concluir que os componentes de um corte mínimo estão em paralelo, visto que todos os elementos devem falhar para causar a falha do sistema. Por outro lado, o sistema falha se qualquer um dos cortes ocorrer, assim cada corte está em série com os outros cortes. Deste modo a confiabilidade de um sistema complexo se torna uma sucessão de sistemas simples em série, compostos por componentes em paralelo. Os cortes estão relacionados com os modos de falha do sistema e portanto identificam como o sistema falha.

Para um melhor entendimento do método do cálculo da confiabilidade, aplicando a técnica dos caminhos mínimos, será usado como exemplo o Sistema em Ponte (Figura 3.3). O sistema em ponte é amplamente usado em trabalhos de confiabilidade por se caracterizar como um sistema não série-paralelo [5, 7].

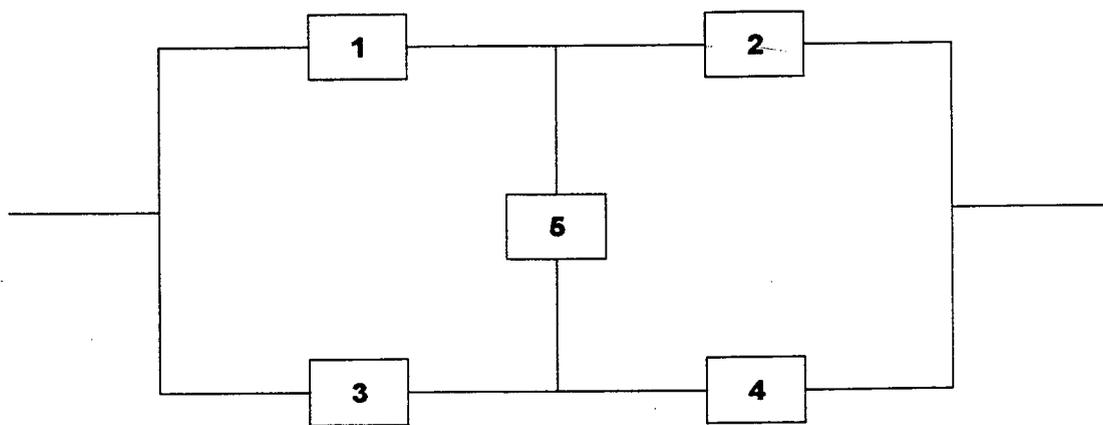


Figura 3.3 - Sistema em Ponte

Os cortes mínimos são novamente ilustrados na forma de diagrama de blocos, obtidos a partir do Algoritmo dos Cortes Mínimos (item 3.2.1):

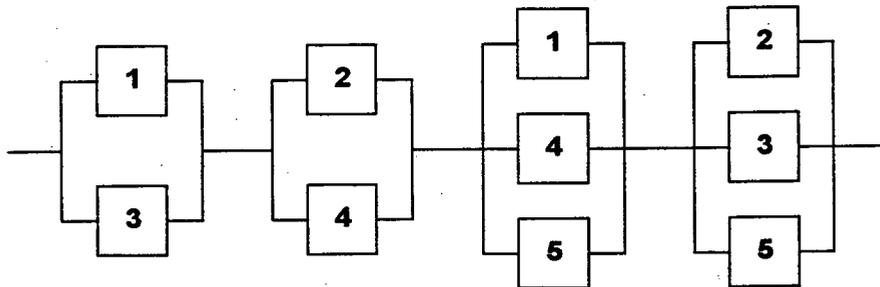


Figura 3.4 - Diagrama de Cortes para o Sistema em Ponte

Assumindo independência entre os elementos do sistema e denominando  $C_i$  como o  $i$ -ésimo corte mínimo com probabilidade de falha  $P(C_i)$ , então a probabilidade de falha do sistema é dada por:

$$Q = P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup \dots \cup C_n) \tag{3.2}$$

Pelas regras de combinação de probabilidade:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \tag{3.3}$$

Isto significa que na expressão da probabilidade de falha ( $Q$ ), muitas intersecções podem aparecer, se um componente é comum a mais de um corte. Observa-se que existem muitos elementos comuns aos conjuntos  $C_i$ , o que torna complexa a avaliação desta expressão, até mesmo para o sistema em ponte, composto por apenas cinco elementos, como se pode verificar :

$$\begin{aligned}
Q_S &= P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4) \\
Q_S &= P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) + P(C_4) - P(C_1 \cap C_2) - P(C_1 \cap C_3) - P(C_1 \cap C_4) - \\
&P(C_2 \cap C_3) - P(C_2 \cap C_4) - P(C_3 \cap C_4) + P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) + P(C_1 \cap C_2 \cap C_4) + \\
&P(C_1 \cap C_3 \cap C_4) + P(C_2 \cap C_3 \cap C_4) - P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4)
\end{aligned} \tag{3.4}$$

onde:

$$P(C_1) = Q_1 Q_3$$

$$P(C_2) = Q_2 Q_4$$

$$P(C_3) = Q_1 Q_4 Q_5$$

$$P(C_4) = Q_2 Q_3 Q_5$$

$$P(C_1 \cap C_2) = P(C_1).P(C_2) = Q_1 Q_2 Q_3 Q_4$$

$$P(C_1 \cap C_3) = P(C_1).P(C_3) = Q_1 Q_3 Q_4 Q_5$$

$$P(C_1 \cap C_4) = P(C_1).P(C_4) = Q_1 Q_2 Q_3 Q_5$$

$$P(C_2 \cap C_3) = P(C_2).P(C_3) = Q_1 Q_2 Q_4 Q_5$$

$$P(C_2 \cap C_4) = P(C_2).P(C_4) = Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$$

$$P(C_3 \cap C_4) = P(C_3).P(C_4) = Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$$

$$P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) = P(C_1).P(C_2).P(C_3) = Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$$

$$P(C_1 \cap C_2 \cap C_4) = P(C_1).P(C_2).P(C_4) = Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$$

$$P(C_1 \cap C_3 \cap C_4) = P(C_1).P(C_3).P(C_4) = Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$$

$$P(C_2 \cap C_3 \cap C_4) = P(C_2).P(C_3).P(C_4) = Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$$

$$P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4) = P(C_1).P(C_2).P(C_3).P(C_4) = Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$$

finalmente, tem-se que:

$$Q_S = Q_1Q_3 + Q_2Q_4 + Q_1Q_4Q_5 + Q_2Q_3Q_5 - Q_1Q_2Q_3Q_4 - Q_1Q_3Q_4Q_5 - Q_1Q_2Q_3Q_5 - Q_1Q_2Q_4Q_5 - Q_2Q_3Q_4Q_5 + 2Q_1Q_2Q_3Q_4Q_5 \quad (3.5)$$

Como se pode observar no exemplo dado, a avaliação precisa da confiabilidade ou falibilidade de um sistema pode-se tornar um processo exaustivo, exigindo em alguns casos um alto custo computacional. Assim, quando o número de elementos série é relativamente pequeno e a taxa de falha dos componentes relativamente baixa ( $q < 0.10$ ), pode-se fazer uma aproximação:

$$Q = P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) + \dots + P(C_m) \quad (3.6 a)$$

ou

$$Q = \sum P(C_i) \quad (3.6 b)$$

Então, para o exemplo da Figura 3.2, a expressão de probabilidade de falha ficaria simplesmente:

$$Q_S = Q_1Q_3 + Q_2Q_4 + Q_1Q_4Q_5 + Q_2Q_3Q_5 \quad (3.7)$$

Além desta aproximação, pode-se fazer a consideração de apenas um determinado número de combinações na expressão do cálculo da probabilidade de falha do sistema. As intersecções são função do número de cortes, i. é, tem-se  $nc$  combinações para  $nc$  cortes:

$$Q_S = P(C_1) + \dots + P(C_{nc}) - P(C_1 \cap C_2) - \dots - P(C_{nc-1} \cap C_{nc}) + P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) + \dots + P(C_{nc-2} \cap C_{nc-1} \cap C_{nc}) \pm \dots \pm P(C_1 \cap C_2 \cap \dots \cap C_{nc}) \quad (3.8)$$

No algoritmo implementado neste trabalho, pode-se escolher entre desprezar as intersecções entre três ou mais cortes. Quando é feita a consideração até a intersecção de três cortes, por exemplo, a última parcela da expressão (3.4) é desprezada. Em outro caso, supondo que existissem seis cortes em um sistema, as intersecções a partir de  $P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4 \cap C_5 \cap C_6)$  seriam desprezadas, quando consideradas combinações até cinco cortes.

Já foi apresentado o modo como é calculada a probabilidade de falha de cada corte, isto é multiplicando-se as probabilidades de falha dos componentes. Como probabilidade de falha por definição, é menor do que um ( $0 < q < 1$ ), ao se multiplicar um número pequeno  $n$  vezes, este se tornará desprezível. Assim, desprezar as intersecções de maior ordem não traz diferenças significativas.

O algoritmo oferece ainda a opção de considerar apenas cortes até terceira ordem, porém considerando as intersecções de até cinco cortes.

### 3.4 - EXEMPLOS

Serão feitas algumas comparações entre os métodos simplificado (desprezando todas as intersecções); considerando cortes até terceira ordem (considerando as intersecções de até três cortes) e cortes até quinta ordem (desprezando as intersecções de mais de cinco cortes).

O exemplo será aplicado ao sistema da Figura 3.4. As probabilidades de falha dos componentes deste sistema serão alteradas a cada exemplo. Primeiramente, serão atribuídas baixas probabilidades de falha aos componentes (Exemplo (a)). O exemplo seguinte (b) tem seus

componentes com probabilidades de falha menores que 0,10 e, finalmente (c) tem componentes com alta probabilidades de falha.

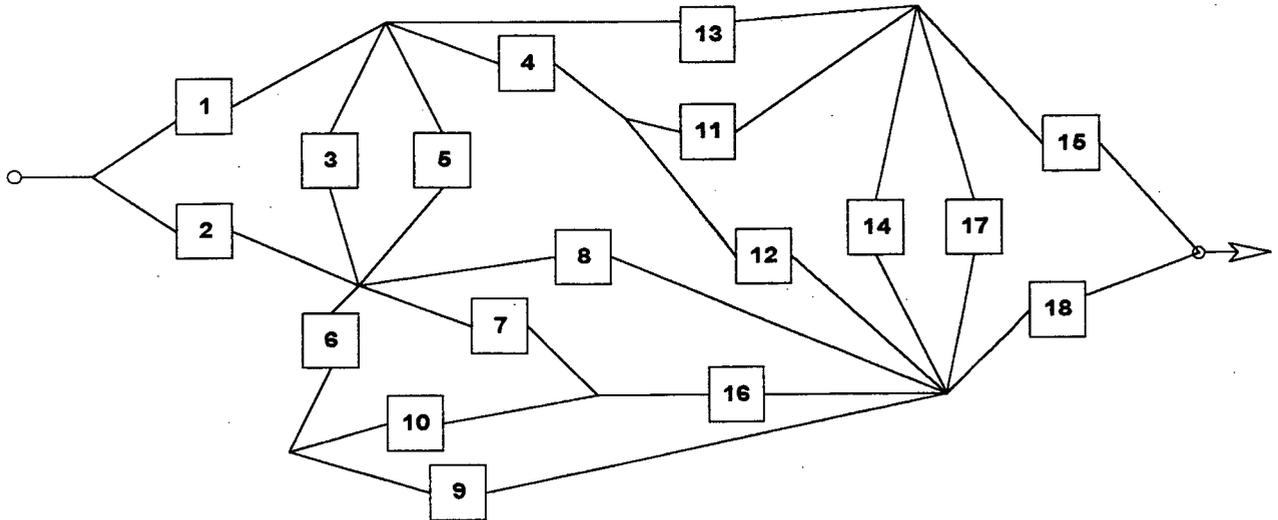


Figura 3.4

Componente	Exemplo (a) $q_{(a)}$	Exemplo (b) $q_{(b)}$	Exemplo (c) $q_{(c)}$
1	0,01	0,05	0,25
2	0,01	0,03	0,30
3	0,01	0,04	0,20
4	0,01	0,04	0,10
5	0,01	0,02	0,15
6	0,01	0,02	0,20
7	0,01	0,03	0,30
8	0,01	0,05	0,15
9	0,01	0,03	0,23
10	0,01	0,04	0,14
11	0,01	0,04	0,24
12	0,01	0,02	0,22
13	0,01	0,02	0,20
14	0,01	0,03	0,23
15	0,01	0,05	0,15
16	0,01	0,03	0,13
17	0,01	0,04	0,24
18	0,01	0,04	0,16

Tabela 3.1 - Probabilidades de falha da configuração 3.4

EXEMPLO	$Q_S$	$Q_{S \text{ 3a.ordem}}$	$Q_{S \text{ 5a.ordem}}$
a	$0,200000 \times 10^{-2}$	$0,200000 \times 10^{-2}$	$0,199999 \times 10^{-2}$
b	$0,350000 \times 10^{-2}$	$0,349700 \times 10^{-2}$	$0,349712 \times 10^{-2}$
c	$0,998736 \times 10^{-1}$	$0,972000 \times 10^{-1}$	$0,979000 \times 10^{-1}$

Tabela 3.2 - Falibilidade do Sistema 3.4, onde:

$Q_S$	Probabilidade de falha do sistema, usando método simplificado
$Q_{S \text{ 3a.ordem}}$	Probabilidade de falha do sistema, considerando cortes até 3 <sup>a</sup> ordem e combinações até três cortes.
$Q_{S \text{ 5a.ordem}}$	Probabilidade de falha do sistema, considerando cortes até 5 <sup>a</sup> ordem e combinações até cinco cortes.

Observe-se que, para o caso (a) onde os componentes têm baixa probabilidade de falha, a diferença entre os resultados dos métodos aproximado e exato são quase inexistentes. A diferença entre o método simplificado e os métodos mais exatos, neste caso, é a mesma, de 0,05%.

Para o caso (b) - onde os componentes têm taxa de falha até ordem de 5%, os resultados são igualmente satisfatórios, pois a diferença é de apenas 0,086%.

Já para o caso (c), nota-se que a diferença entre o método simplificado e os métodos exatos são respectivamente de 2,67% e 1,67%, pois este sistema apresenta componentes com probabilidade de falha até 30%.

Os métodos mais exatos (3<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ordem) e o método simplificado foram também aplicados para o Sistema em Ponte (Figura 3.2), apresentando erros da ordem de 5%, quando as probabilidades dos componentes variam entre 0,10 e 0,30.

### 3.5 - CONCLUSÕES

Foi observado que a diferença entre os métodos com e sem a retirada das intersecções é significativa em alguns casos. Estas diferenças são desprezíveis quando as probabilidades, ou as taxas de falha dos componentes são pequenas (menores do que 10%). Porém, quando as probabilidades de falha dos componentes são superiores a 10%, as diferenças encontradas pelos dois métodos são significativas.

O método dos cortes mínimos, de maneira geral, oferece resultados satisfatórios, e pode ser aplicado a sistemas simples e a sistemas que não possuam uma expressão analítica de falhas.

---

---

## CAPÍTULO 4 - IMPORTÂNCIA ESTRUTURAL

### 4.1 - INTRODUÇÃO

A contribuição de um componente para as falhas do sistema é denominada sua importância[8]. A importância dos componentes é função da estrutura do sistema. A análise de sensibilidade pode ser usada para planejar, operar e otimizar o sistema. Os sistemas podem ser ordenados de acordo com a importância dos componentes em relação à sua estrutura.

A avaliação da importância de cada componente é feita calculando-se a confiabilidade do sistema com e sem a presença deste, o que pode ser entendido como uma medida de sensibilidade. Far-se-á a comparação entre dois tipos de análise: a Importância Estrutural (sensibilidade) e o Incremento na Confiabilidade.

A avaliação da importância servirá como parâmetro para se escolher o local onde o sistema deve ser reforçado, pois uma maneira conhecida de se melhorar sua confiabilidade é adicionar redundâncias paralelas a componentes selecionados do sistema existente. Em geral a contribuição de tais redundâncias na confiabilidade do sistema varia, dependendo de qual componente é escolhido[1]. Através das técnicas de redundâncias procura-se manter em funcionamento o sistema, mesmo quando alguns dos seus componentes estiverem falhados. Por esta razão é interessante conhecer este efeito no “redesign” do sistema. A decisão a ser tomada deverá ponderar se a redundância paralela é eficiente ou não; e se for eficiente, qual o melhor local para colocá-la.

Há, basicamente, dois problemas envolvidos:

- Qual será o incremento da confiabilidade do sistema depois da adição da redundância para um componente específico.
- Qual componente deverá ser escolhido para a redundância paralela, para que o aumento na confiabilidade seja o maior possível.

Por estas razões este capítulo trata ainda dos conceitos de redundância e dos métodos usados neste trabalho na escolha do local mais adequado para alocação de redundâncias.

## 4.2 - CONCEITOS DE REDUNDÂNCIAS

Na referência [15], redundância é definida como a criação de novos caminhos em paralelo na estrutura do sistema, de forma a aumentar o desempenho do mesmo. Assim, redundância é a adição de um ou mais componentes conectados em paralelo, tal que todos estejam operando simultaneamente, aumentando a confiabilidade da estrutura.

Um sistema simples, constituído de poucos (2 ou 3) componentes em série, poderia ser totalmente duplicado. Este tipo de redundância é chamada de redundância a nível de unidade ou sistema. Neste caso, existe um novo caminho para todo o sistema. A redundância a nível de sistema para o sistema da Figura 4.1 (a), pode ser observada na Figura 4.1 (b). Outro tipo de redundância é a redundância a nível de componente, neste caso cada componente possui um caminho duplicado. A redundância a nível de componente aplicado ao sistema 4.1 (a) pode ser observada na Figura 4.1 (c).

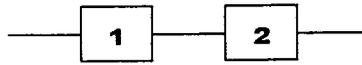
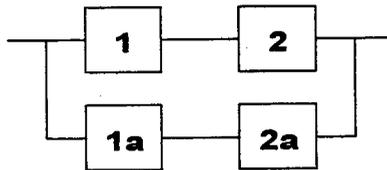
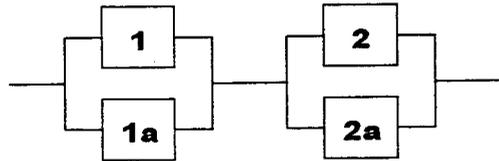


Figura 4.1(a) - Sistema Básico



4.1 (b) - Sistema Duplicado



4.1 (c)- Sistema com a Duplicação dos Componentes

Na redundância a nível de sistema (Figura 4.1(b)), o sistema funciona quando operam o ramo 1-2, ou o ramo 1a-2a ou ambos. Assim, aplicando a expressão da união de eventos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Supondo que os componentes são independentes e possuem probabilidade de sucesso  $p$ , a expressão da confiabilidade do sistema ( $R_{\text{Sistema}}$ ) será:

$$R_{\text{Sistema}} = p^2 + p^2 - p^4 = p^2(2 - p^2) \quad (4.1)$$

Por outro lado, para o sistema onde se aplicou redundância a nível de componente  $R_{\text{Componente}}$  (Figura 4.1(c)) a expressão da confiabilidade é:

$$R_{\text{Componente}} = (p + p - p^2)^2 = p^2(2 - p)^2 \quad (4.2)$$

Relacionando-se as duas expressões, obtém-se:

$$\frac{R_{\text{Componente}}}{R_{\text{sistema}}} = \frac{R_c}{R_s} = \frac{(2 - p)^2}{(2 - p^2)} = 1 + \frac{2(1 - p)^2}{2 - p^2} \quad (4.3)$$

Como  $p$ , por definição, é  $0 \leq p \leq 1$ , segue-se que  $2 - p^2 > 0$  e logo,  $R_c > R_s$ , ou seja, a redundância a nível de componente é superior à redundância a nível de unidade. Esta constatação é verdadeira para qualquer número de componentes.

Além da redundância a nível de sistema e a nível de componente, existe ainda a redundância “stand-by”, quando um ou mais ramos do componente redundante pode não estar operando continuamente, mas permanecer em circunstâncias normais de operação no modo “stand-by”. Este componente somente estará no modo de operação quando falha um componente normalmente operante. A diferença essencial entre os tipos de redundância paralela e “stand-by” é ilustrada nas Figuras 4.2 (a) e 4.2 (b):

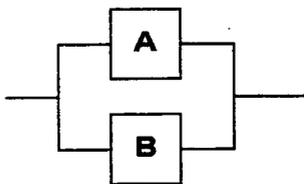


Figura 4.2 a - Redundância Paralela

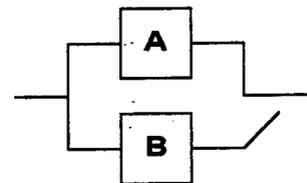


Figura 4.2 b - Redundância “Stand-by”

O tipo de redundância escolhido dependerá da sua aplicação, pois ambos tipos de redundâncias podem trazer benefícios. A seguir são relacionados alguns dos fatores envolvidos na decisão de qual configuração é a mais apropriada a cada caso.

Em algumas aplicações não é possível fisicamente que ambos os ramos estejam operando simultaneamente. Isto pode ocorrer, por exemplo, quando os componentes A e B (na Figuras 4.2) são usados para controlar outro equipamento. Se pela mesma razão A e B produzirem saídas diferentes, o equipamento poderá receber instruções contrárias. Isto pode ser superado pela inclusão de uma porta lógica entre os ramos paralelos e o equipamento, tal que os ramos paralelos possam operar, mas o equipamento receberá somente um conjunto de instruções, e o outro será bloqueado por esta porta. Em outras aplicações pode ser preferível que um componente permaneça inativo, sendo requerido para operar somente após uma falha de algum outro componente. Quando em estado inativo, sua probabilidade de falha é insignificante se comparada com sua probabilidade de falha quando em atividade. Este caso é freqüente para equipamentos mecânicos, assim como para motores e bombas. Nestes casos a redundância “stand-by” é mais apropriada [15].

Existem casos em que a probabilidade de falhas do sistema é menor quando operada continuamente, se comparada com a probabilidade de falhas quando operando de modo intermitente (desligado e ligado). Isto ocorre para sistemas de computação, por exemplo, porque o que acarreta falhas ao sistema é a operação de ligar e desligar. Frequentemente, quando dois ou mais componentes são usados no processo redundante, eles partilham a responsabilidade. Cada componente cumpre a função do outro se este falhar durante a operação.

Sendo assim, a redundância paralela é um dos recursos mais usados para se aumentar a confiabilidade dos sistemas. O aumento da confiabilidade através da adição de redundâncias é facilmente explicável, pois aumenta-se o número de caminhos viáveis do sistema. Isto se traduzirá como um aumento da ordem dos cortes mínimos.

A adição de uma redundância paralela seria equivalente à melhoria da confiabilidade do próprio componente. Sua probabilidade de falhas diminuirá bastante ( $q \times q$ ) para o caso de uma redundância, pois multiplicando-se um número maior que zero e menor que 1 por este mesmo número, o resultado terá um valor menor que o original.

Como melhorar a confiabilidade do componente muitas vezes não é possível pelas próprias características do equipamento, a solução para aumentar a confiabilidade do sistema pode estar na adição de um componente com as mesmas características do componente existente.

A ênfase deste trabalho de dissertação será dada ao caso de adição de redundâncias paralelas a nível de componente, com a identificação do componente mais vulnerável, ou seja, aquele cuja falha acarretará maior prejuízo à confiabilidade do sistema. Será discutido como será determinada a escolha, de modo que esta recaia sobre o componente que provoque o maior incremento de confiabilidade, sem violar as restrições de custo, peso dos equipamentos ou outro tipo de dificuldade.

### 4.3 - MÉTODOS DE SELEÇÃO DOS COMPONENTES PARA A REDUNDÂNCIA PARALELA

Para se obter uma melhoria mais efetiva na confiabilidade do sistema, a escolha do local onde a redundância deve ser adicionada é muito importante. Isto ocorre especialmente nos casos em que custo, espaço, tempo para troca ou reparo, etc. são restritos de tal modo que se dispõe somente de um componente de reserva a ser alocado. Para isto, necessita-se de um critério eficiente de seleção para a redundância paralela.

O problema da alocação de reforços já foi abordado por outros autores [1, 5, 7]. Como pôde-se observar nos capítulos anteriores, os métodos para cálculo da sensibilidade existentes, fazem a investigação através dos caminhos mínimos e utilizam a derivada parcial da expressão analítica da falibilidade do sistema em relação à falha do componente.

O método aqui apresentado faz uso apenas do método dos cortes mínimos, portanto, não se faz necessário o uso da expressão analítica. Além disso, para os casos da aplicação de alguns métodos probabilísticos conhecidos, só podem ser avaliados circuitos séries, paralelos ou mistos. O Método dos Cortes Mínimos foi desenvolvido para ser aplicado inclusive a sistemas não série-paralelos.

#### 4.3.1. IMPORTÂNCIA ESTRUTURAL

Medidas de importância são necessárias em muitas análises de confiabilidade para identificar pontos fracos num "design" ou para identificar componentes nos quais devam ser

alocados recursos para melhoria da confiabilidade. Uma destas medidas é a Importância Estrutural. Considera-se a medida de Importância Estrutural (IST) como um dos critérios mais simples de avaliação de importância, como se poderá verificar a seguir.

Para aplicação deste método, são feitas as seguintes suposições:

- As falhas dos componentes são estatisticamente independentes;
- Os componentes só podem estar em dois estados: operando ou não operando.

Pode-se definir a Importância Estrutural como a derivada parcial da expressão de probabilidade de falha do sistema ( $\delta Q_{\text{sistema}}$ ), em relação à probabilidade de falha do componente ( $\delta q_i$ ):

$$IST_i = \frac{\delta Q_{\text{sistema}}}{\delta q_i} \quad (4.4)$$

ou então através de probabilidades condicionais:

$$IST_i = P(\text{falha do sistema}/i \text{ falhado}) - P(\text{falha do sistema}/i \text{ operando}) \quad (4.5)$$

A medida da importância da confiabilidade fornece o mesmo resultado que a derivada parcial da probabilidade de falhas do sistema em relação a probabilidade de falhas do componente, ou seja, as expressões (4.4) e (4.5) são equivalentes. Deve-se salientar ainda que para o cálculo da IST através da derivada parcial seria necessário obter-se uma expressão analítica de indisponibilidade, o que nem sempre é possível para sistemas complexos.

A expressão 4.5 pode ainda ser escrita, de uma forma alternativa, pois:

$$R_S = 1 - Q_S \quad (4.6)$$

similarmente:

$$h(1_i, R) = (1 - h(0_i, Q)) \quad (4.7)$$

$$e \quad h(0_i, R) = (1 - h(1_i, Q)) \quad (4.8)$$

então, pode-se escrever:

$$IST_i = P(\text{sistema operando} / i \text{ operando}) - P(\text{sistema operando} / i \text{ falhado}):$$

$$IST_i = h(1_i, R) - h(0_i, R) \quad (4.9)$$

Para o cálculo de  $h(0_i, R)$ , faz-se a simulação da falha do componente atribuindo-se probabilidade de falha igual a 1 ao componente investigado. Em suma,  $h(0_i, R)$  é a confiabilidade do sistema calculada após a falha do componente  $i$ .

Similarmente, a simulação da hipótese do componente ser totalmente confiável  $h(1_i, R)$  é feita atribuindo-se probabilidade de falha igual a zero ao componente em questão (ver Capítulo 5 - item 5.4).

A ordenação dos componentes em relação à sua importância é feita de modo que os componentes que estejam nos primeiros lugares da ordem de importância sejam aqueles que irão provocar maior aumento na confiabilidade do sistema, se a ele for adicionada redundância. Estes componentes também seriam aqueles que, em caso de falha, causariam maiores prejuízos à confiabilidade do sistema. O problema da otimização da ordenação não é simples para o caso de grandes sistemas. O uso dos cortes mínimos viabiliza o cálculo de IST (Equação 4.9). O número

de cálculos necessários será igual a  $(2 \times n)$  vezes o número de cortes (uma vez para  $h(1_i, R)$  e outra para  $h(0_i, R)$ ).

#### 4.3.2 - INCREMENTO NA CONFIABILIDADE

Uma formulação empírica do incremento da confiabilidade é fornecida em [1]. O método do “Incremento na Confiabilidade”, como o próprio nome diz, tem a grande vantagem de fornecer diretamente o incremento na confiabilidade do sistema, caso seja adicionada a redundância paralela.

Para o cálculo do incremento da confiabilidade, faz-se a hipótese de que a redundância paralela a ser adicionada tem a mesma confiabilidade do componente investigado. O componente a ser escolhido para redundância paralela deverá ser ainda, aquele a provocar o maior incremento na confiabilidade do sistema.

O incremento, portanto, é uma forma alternativa para se investigar o aumento da confiabilidade do sistema, e é calculado através da seguinte expressão:

$$\frac{\Delta_i}{R} = q_i \left[ 1 - \frac{h(0_i, R)}{R} \right] \quad (4.10)$$

a qual pode alcançar ordenação dos componentes equivalentes ao método anterior (IST). Para este novo índice é necessário somente o cálculo de  $h(0_i, R)$ , portanto, diminuindo o número de vezes que se necessita calcular os cortes mínimos.

Em muitos casos, não se está interessado somente na ordenação dos componentes, necessita-se também saber a magnitude do acréscimo da confiabilidade. Nestes casos é

recomendado o uso do Incremento da Confiabilidade. O Incremento da Confiabilidade será usado na seleção dos componentes, levando-se em consideração também o custo dos componentes. Os custos da adição de redundâncias será assunto do Capítulo 5.

#### 4.4 - APLICAÇÕES DOS MÉTODOS DE IMPORTÂNCIA

Neste item serão analisados vários casos, comparando os métodos simplificados tanto do Incremento de Confiabilidade como da Importância Estrutural.

A notação a ser usada nas tabelas é a seguinte:

$\Delta_i / R_{\text{simplif}}$	incremento de confiabilidade, calculada sem as intersecções (método simplificado)
$\Delta_i / R_{\text{compl.}}$	incremento de confiabilidade, calculada com as intersecções
q	probabilidade de falha dos componentes
IST	Importância Estrutural

##### Caso 1 - Exemplo 4.4.1

Para o sistema da Figura 4.3, também analisado em [1], foram obtidos valores para o cálculo do Incremento de Confiabilidade equivalentes aos destes autores. Como já foi citado, o trabalho de Shen/ Xie [1] faz o cálculo da confiabilidade através da expressão dos caminhos do sistema. Os valores encontrados pelos autores para o caso 1, bem como os valores calculados

através do método dos Caminhos Mínimos Simplificado e da Importância Estrutural, podem ser observados na Tabela 4.1.

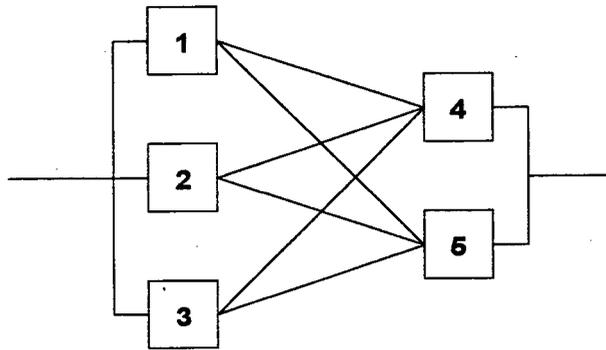


Figura 4.3

COMP.	q	$\Delta_i / R_{\text{simplif}}$	$\Delta_i / R [1]$	Ordenação
1	0,05	$2,7333 \times 10^{-3}$	$2,73 \times 10^{-3}$	1
2	0,08	$1,7704 \times 10^{-3}$	$1,77 \times 10^{-3}$	5
3	0,05	$2,7327 \times 10^{-3}$	$2,73 \times 10^{-3}$	2
4	0,04	$2,0081 \times 10^{-3}$	$2,01 \times 10^{-3}$	3
5	0,05	$1,8996 \times 10^{-3}$	$1,90 \times 10^{-3}$	4

Tabela 4.1

Note-se que os valores obtidos pelo método simplificado são bastante próximos dos obtidos por Shen/ Xie [1], não modificando a ordenação, indicando a viabilidade de sua utilização.

#### Caso 2 - Exemplo 4.4.2

A seguir, foi testado o clássico sistema em ponte:

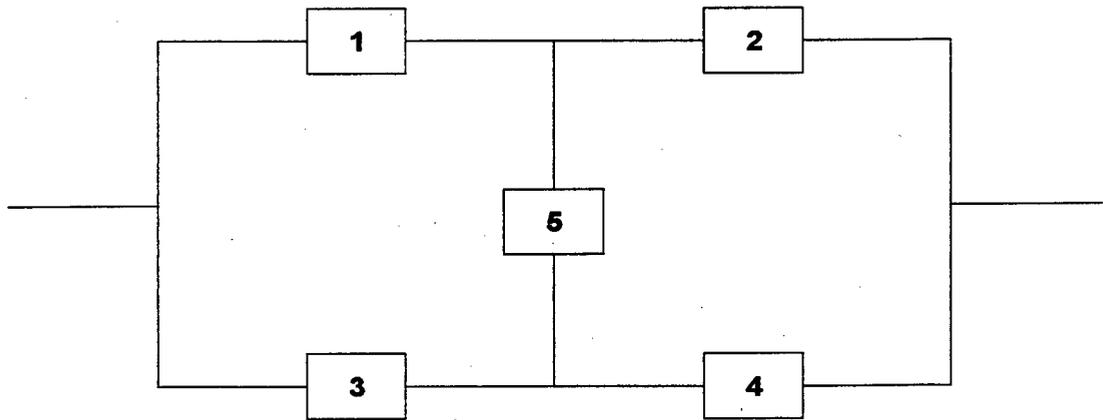


Figura 4.4 - Sistema em Ponte

Componente	1	2	3	4	5
Confiabilidade	0,95	0,98	0,93	0,97	0,92

Tabela 4.2

A confiabilidade inicial do sistema obtida através dos cortes mínimos simplificados é de 0,995668.

Componente	Importância Estrutural (IST)	Incremento na Confiabilidade ( $\Delta_i/R$ )	Grau de Importância
1	$7,23 \times 10^{-2}$	$3,44 \times 10^{-3}$	1 <sup>o</sup>
2	$3,55 \times 10^{-2}$	$6,98 \times 10^{-4}$	3 <sup>o</sup>
3	$5,15 \times 10^{-2}$	$3,36 \times 10^{-3}$	2 <sup>o</sup>
4	$2,39 \times 10^{-2}$	$6,98 \times 10^{-4}$	4 <sup>o</sup>
5	$2,90 \times 10^{-3}$	$2,14 \times 10^{-4}$	5 <sup>o</sup>

Tabela 4.3

Pode-se observar que o componente que vai provocar maior incremento na confiabilidade do sistema será o elemento 1. Sendo assim, será o componente ao qual a redundância deve ser adicionada.

Para se comprovar os resultados, foi feita a simulação de colocação de redundância no componente 1, e a confiabilidade do sistema foi realmente aumentada da ordem de  $3,445 \times 10^{-3}$ , ou seja, a confiabilidade do sistema com adição de redundância paralela no elemento 1 é de 0,999113.

Os valores encontrados para  $\Delta i / R$  foram da mesma ordem de grandeza dos encontrados em [1].

O Método dos Cortes Mínimos Simplificado foi também aplicado para cálculo da Importância Estrutural. Neste caso, a ordem de importância para os dois tipos de medida é a mesma, o que não acontece, necessariamente, em todos os sistemas.

Nos exemplos seguintes todos os graus de importância foram calculados através do Método dos Cortes Mínimos Simplificado.

### Caso 3 - Exemplo 4.4.3

Neste exemplo, foi adicionado um componente em série à estrutura do exemplo acima, com confiabilidade de 0,92 como mostra a Figura 4.5. A confiabilidade dos outros componentes permanece a mesma.

Observe-se que o componente 6 é um corte de 1ª ordem. Se este componente falhar, fatalmente o sistema falhará.

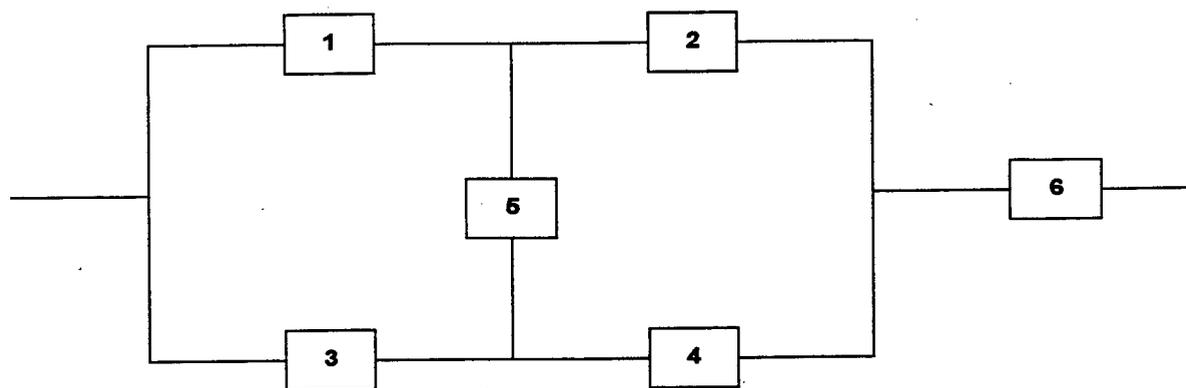


Figura 4.5 - Sistema em Ponte com Componente Adicional em Série

Componente	1	2	3	4	5	6
Confiabilidade	0,95	0,98	0,93	0,97	0,92	0,92

Tabela 4.4

A confiabilidade inicial do sistema da Figura 4.5 antes da adição de reforço é de  $R=0,915668$ .

A Tabela 4.5 mostra os resultados dos cálculos do incremento da confiabilidade e da medida da Importância Estrutural. Neste caso, observa-se também a coerência entre a ordem de importância dos valores do Incremento de Confiabilidade e da Importância Estrutural, calculados através do Método dos Cortes Mínimos.

A colocação de redundância junto ao elemento 6 eleva a confiabilidade do sistema para 0,989268. Se essa redundância fosse adicionada ao elemento 1, a confiabilidade do sistema seria de 0,919113. Assim, evidencia-se a necessidade da colocação da redundância no lugar correto para se obter um maior incremento de confiabilidade.

Componente	(IST)	( $\Delta_i/R$ )	Grau de Importância
1	$6,63 \times 10^{-2}$	$3,44 \times 10^{-3}$	2°
2	$3,21 \times 10^{-2}$	$6,89 \times 10^{-4}$	4°
3	$4,72 \times 10^{-2}$	$3,35 \times 10^{-3}$	3°
4	$2,16 \times 10^{-2}$	$6,86 \times 10^{-4}$	5°
5	$2,44 \times 10^{-3}$	$1,96 \times 10^{-4}$	6°
6	$0,9957 \times 10^{-2}$	0,08	1°

Tabela 4.5

## Caso 4 - Exemplo 4.4.4

Em seguida foi simulado o mesmo sistema do caso anterior, porém o componente adicionado tem uma confiabilidade de 0,997.

A intenção é mostrar que, se o elemento em série tiver uma baixa probabilidade de falha, os métodos apontarão para reforços em outros componentes.

A confiabilidade dos componentes é dada na Tabela 4.6:

Componente	1	2	3	4	5	6
Confiabilidade	0,95	0,98	0,93	0,97	0,92	0,997

Tabela 4.6

Assim, a confiabilidade do sistema, calculada pelo Método dos Cortes Mínimos será de  $R=0,992668$ .

Na Tabela 4.7 pode-se observar a ordem de Importância Estrutural e do Incremento de Confiabilidade para o sistema da Figura 4.5, com o componente 6 tendo confiabilidade de 0,997.

Componente	Ordenação para $\Delta_i/R$	Ordenação para IST
1	1*	2
2	4	4
3	2	3
4	5	5
5	6	6
6	3	1*

Tabela 4.7

\* Este exemplo alerta para o fato de que o Incremento de Confiabilidade e a Importância Estrutural nem sempre coincidem. Aparentemente o Método do Incremento na Confiabilidade é mais coerente pois se um componente  $i$  é colocado em série com o resto do sistema e se este componente tiver uma probabilidade de sucesso bem próxima de 1 (um), a redundância deverá recair em um componente diferente de  $i$ . O valor da confiabilidade, após redundância no componente 1, seria de 0,996113.

Caso 5 - A seguir, são dados alguns exemplos para comparação dos resultados obtidos para o Incremento da Confiabilidade, tanto para o Método Simplificado como para o Método Completo (incluindo intersecções de até cinco cortes). Os exemplos são novamente relativos ao sistema em ponte.

Exemplo 4.4.5

COMP.	$q$	$\Delta_i/R_{\text{simplif.}}$	$\Delta_i/R_{\text{compl.}}$	erro(%)
1	0,20	0,0286	0,0270	6,04
2	0,15	0,0287	0,0272	5,36
3	0,15	0,0287	0,0272	5,36
4	0,20	0,0286	0,0270	6,04
5	0,10	0,0602	0,0430	39,0

Tabela 4.8

## Exemplo 4.4.6

COMP:	q	$\Delta_i / R_{\text{simplif.}}$	$\Delta_i / R_{\text{compl.}}$	erro(%)
1	0,02	$0,400 \times 10^{-3}$	$0,399 \times 10^{-3}$	0,12
2	0,02	$0,400 \times 10^{-3}$	$0,399 \times 10^{-3}$	0,12
3	0,02	$0,400 \times 10^{-3}$	$0,399 \times 10^{-3}$	0,12
4	0,02	$0,400 \times 10^{-3}$	$0,399 \times 10^{-3}$	0,12
5	0,02	$0,160 \times 10^{-4}$	$0,151 \times 10^{-4}$	6,17

Tabela 4.9

## Exemplo 4.4.7

COMP.	q	$\Delta_i / R_{\text{simplif.}}$	$\Delta_i / R_{\text{compl.}}$	erro(%)
1	0,1	$0,1002 \times 10^{-1}$	$0,0977 \times 10^{-1}$	2,58
2	0,1	$0,1002 \times 10^{-1}$	$0,0977 \times 10^{-1}$	2,58
3	0,1	$0,1002 \times 10^{-1}$	$0,0977 \times 10^{-1}$	2,58
4	0,1	$0,1002 \times 10^{-1}$	$0,0977 \times 10^{-1}$	2,58
5	0,1	$0,0184 \times 10^{-1}$	$0,0149 \times 10^{-1}$	23,52

Tabela 4.10

Como se pode observar, para os sistemas acima as diferenças entre os dois métodos são significativas, quando as probabilidades de falha dos componentes são superiores a 10%, porém a ordem de importância permanece a mesma para valores de probabilidades de falhas baixas (Tabela 4.9), o método simplificado apresenta excelente desempenho. Observe-se que o maior erro foi no componente de menor importância (componente 5).

Caso 6 - Foi analisada ainda a influência da probabilidade de falha do componente 5 (do mesmo sistema em ponte da Figura 4.4) na confiabilidade do sistema e chegou-se à conclusão que, se os outros componentes do sistema têm uma confiabilidade alta, o fato de o componente 5 ter uma alta ou baixa confiabilidade não faz muita diferença (exemplos 4.5.8, 4.5.9, 4.5.10, 4.5.11 - Tabela 4.11). Por outro lado, se o resto do sistema tiver confiabilidade baixa, o componente 5 servirá como reforço e se a este for atribuída uma confiabilidade alta (maior que 0.90), o sistema melhorará sua confiabilidade consideravelmente (como se pode observar nos exemplos 4.5.12,

4.5.13, 4.5.14 - Tabela 4.11). Observa-se que, no exemplo 4.5.13, quando todos componentes têm confiabilidade baixa, a confiabilidade do sistema também é baixa. Quando melhorada apenas a confiabilidade do componente 5 (exemplo 4.5.12), a confiabilidade do sistema é consideravelmente melhorada.

Exemplo	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$R_s$
4.4.8	0.02	0.02	0.02	0.02	0.25	0.9990080
4.4.9	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.9991848
4.4.10	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.975240
4.4.11	0.1	0.1	0.1	0.1	0.01	0.979900
4.4.12	0.2	0.2	0.2	0.2	0.001	0.9215488
4.4.13	0.2	0.2	0.2	0.2	0.25	0.908800
4.4.14	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1	0.916480

Tabela 4.11

## Exemplo 4.4.15

O sistema da Figura 4.6 representa um sistema de geração e transmissão cujos valores de probabilidade de falha dos componentes e capacidade das linhas em MW são dados na Tabela 4.12.

Linha número	Probabilidade de falha	Capacidade (MW)
1	0,02	10
2	0,01	10
3	0,03	20
4	0,02	15
5	0,03	15
6	0,01	20
7	0,01	20
8	0,05	10
9	0,03	20
10	0,05	20

Tabela 4.12

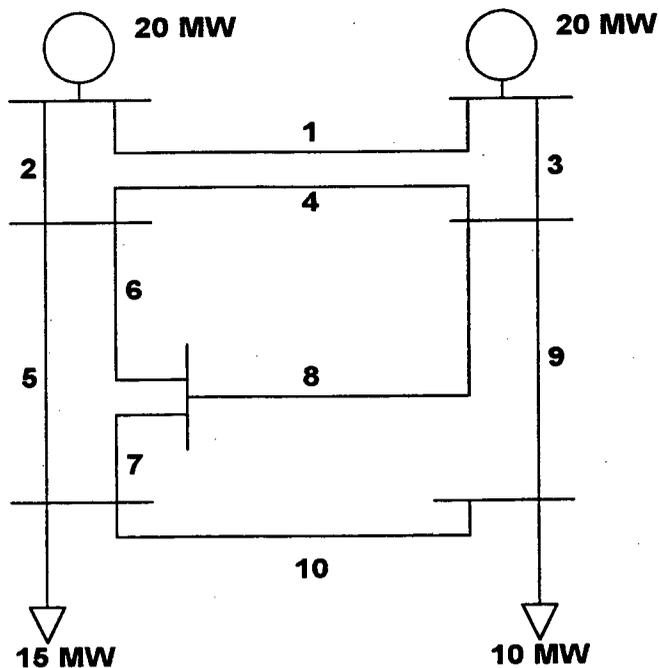


Figura 4.6

Para a obtenção dos cortes mínimos é levada em conta a capacidade de transmissão de cada linha. Deve-se ressaltar que os cortes foram fornecidos diretamente ao programa de cálculo de IST. O que se quer mostrar, neste caso é a viabilidade do *Método* dos Cortes Mínimos, aplicado a este caso. Os cortes mínimos obtidos em [8] são:

(2), (3), (4, 9), (5, 9), (9, 10), (4, 5, 6), (4, 8, 10), (5, 6, 8), (6, 8, 9), (4, 6, 7, 10)

A indisponibilidade deste sistema, calculada através dos cortes mínimos, é de 0,04340.

Com isto, pode-se fazer a análise comparativa entre a Importância Estrutural e o Incremento de Confiabilidade, dada na Tabela 4.13:

Componente	$\Delta_i/R$	Ordenação para $\Delta_i/R$	IST	Ordenação para IST
1	0	10	0	10
2	0,0100	2	0,9666	2
3	0,0300	1	0,9866	1
4	$0,6210 \times 10^{-3}$	6	0,0303	5
5	$1,1869 \times 10^{-3}$	5	0,0391	4
6	$0,0528 \times 10^{-3}$	9	0,0051	8
7	$0,3008 \times 10^{-3}$	7	0,0291	7
8	$0,0783 \times 10^{-3}$	8	0,0016	9
9	$3,045 \times 10^{-3}$	3	0,1001	3
10	$1,474 \times 10^{-3}$	4	0,0029	6

Tabela 4.14

Pode-se observar que a linha de menor importância é a linha 1, pois não participa de nenhum corte mínimo. O reforço é recomendado para a linha 3, onde haverá um incremento de confiabilidade de 0,03. Se o reforço for na linha 2, o incremento será de 0,01, denotando a maior importância da linha 3.

Neste caso, foram analisadas somente as probabilidades de falha dos componentes, se por exemplo, for calculada a Energia Esperada Não Suprida (E.E.N.S) através de outras metodologias, a variável calculada (E.E.N.S) poderia ser ponderada através do método F.S.P.(Capítulo 5).

#### 4.5 - APLICAÇÕES À ANÁLISE DE ARRANJOS DE SUBESTAÇÕES

A diferença básica entre cada arranjo de subestações analisado é a quantidade de disjuntores instalados e a forma de conexão das linhas e transformadores. Neste trabalho não são

consideradas diferenças entre falhas passivas e ativas. Falhas passivas são as falhas que não acarretam saída em outra parte do sistema, devido aos dois modos de falha dos disjuntores. Observe-se que se for utilizado um outro programa como o CSTD I [16], que considera falhas passivas e também as interrupções devidas aos dois modos de falha dos disjuntores, o algoritmo desenvolvido nesta dissertação também fornecerá o IST, a partir dos cortes mínimos calculados pelo CSTD I.

Os disjuntores apresentam dois modos de falha: por falsa operação, ou se recusam a operar quando solicitados (disjuntor preso). O diagrama de blocos de ambos modos de falha dos disjuntores não é representado de mesma forma que o sistema físico, como se pode observar nas figuras abaixo:

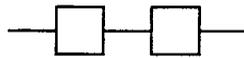


Figura 4.7 - Diagrama Físico de dois disjuntores em série

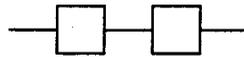


Diagrama de blocos referente à Fig. 4.8 para o modo de falha - falsa operação

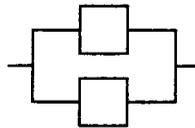


Diagrama de blocos referente à Fig. 4.9 para o modo de falha - disjuntor preso

Como pode-se observar, a representação lógica do sistema não coincide com a representação física deste sistema. Os diagramas de blocos representam as diversas combinações podem levar à falha do sistema, quando um número suficiente de blocos for retirado do sistema.

Não foi considerado também, neste trabalho o modo de falha de disjuntor preso, o qual deve ser devidamente analisado em termos de cortes mínimos, antes de aplicar a metodologia apresentada nesta dissertação.

Se considera que qualquer componente pode levar à falha do sistema, com exceção das chaves seccionadoras que não estão representadas nos desenhos, pois são consideradas 100% confiáveis [11].

O método aplicado aos arranjos foi o Método dos Cortes Mínimos Simplificado (cortes até 3<sup>a</sup> ordem), pois os componentes apresentam baixa probabilidade de falhas.

As subestações tomadas como exemplo são de 500/230 kV, com transformadores de 200 MVA. Neste estudo as análises foram efetuadas até os transformadores (considerados pontos de carga), sem levar em consideração as barras de transferência.

4.5.1 - Diagrama em anel mais barra principal seccionada

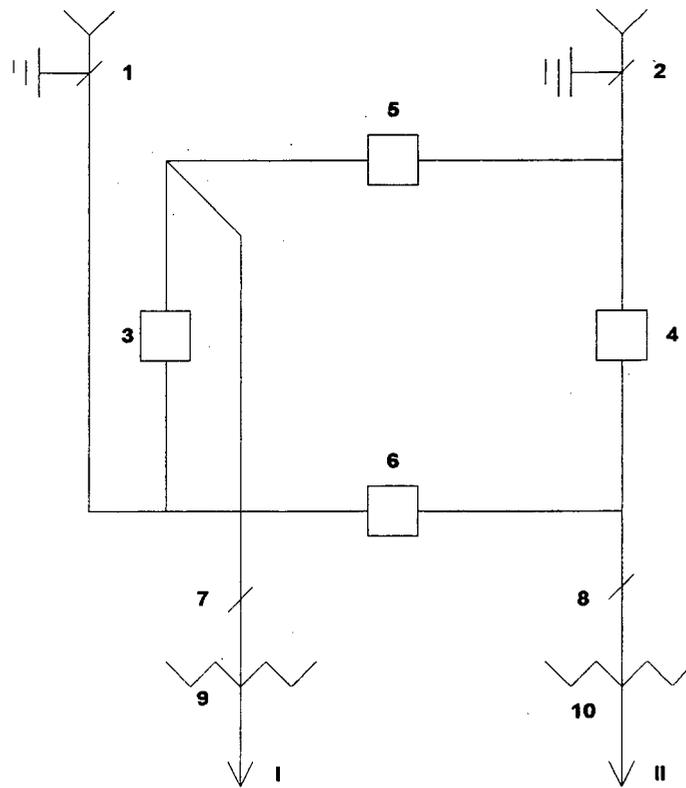


Figura 4.10 - Diagrama em Anel

Os valores de taxas de falha e tempo para reparo, utilizados para todos os arranjos foram obtidos de [10]. A partir destes valores, foram calculados os valores de indisponibilidade para cada componente, a partir da equação 4.5:

$$q_i = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \tag{4.5}$$

onde :

$\lambda$  = taxa de falhas

$\mu = 1/\text{tempo de reparo (reparos/ano)}$

Componente	taxa de falhas/ano	tempo de reparo (h)
Barramentos	0,007	4
Disjuntores (EAT)	0,074	72
Linhas de Transmissão	1,11	24
Transformadores	0,08	6

Tabela 4.15 -Dados de Taxas de Falha e Tempo de Reparo

Nota: Para os transformadores o tempo de troca é considerado como o tempo de reparo.

Os caminhos mínimos encontrados para este diagrama são:

Ponto de carga I:    1 3 7 9  
                               2 5 7 9  
                               2 4 6 3 7 9  
                               1 6 4 5 7 9

Ponto de carga II:    2 4 8 10  
                               1 6 8 10  
                               1 3 5 4 8 10  
                               2 5 3 6 8 10

O índice de falibilidade para o diagrama em anel é da ordem de 0,31%. O valor exato de confiabilidade é 0,99690.

Os valores obtidos para sensibilidade (Importância Estrutural), bem como a ordem de importância, são dados na Tabela 4.16:

ponto I	ponto II	tipo	IST
7	8	linhas	0,99994
9	10	transformadores	0,99696
1-2	1-2	linhas	0,00302
3-5	4-6	disjuntores	0,61E-3
4-6	3-5	disjuntores	0,37E-5

Tabela 4.16 - Importância Estrutural

Como se pode observar, a ordem de importância para os disjuntores 3-4-5-6 muda para os dois pontos de carga. Os valores de Importância Estrutural encontrados para os disjuntores não é significativo, pois como já foi citado anteriormente, não é considerado o modo de falhas associado a disjuntor preso. Se, por exemplo, obtivéssemos os cortes mínimos pelo programa CSTD I [16], que considera os dois modos de falha dos disjuntores, poder-se-ia aplicar normalmente o algoritmo da IST para calcular os índices de ordenação dos componentes com maior exatidão.

4.5.2 - Barra dupla com disjuntor e meio mais barra principal

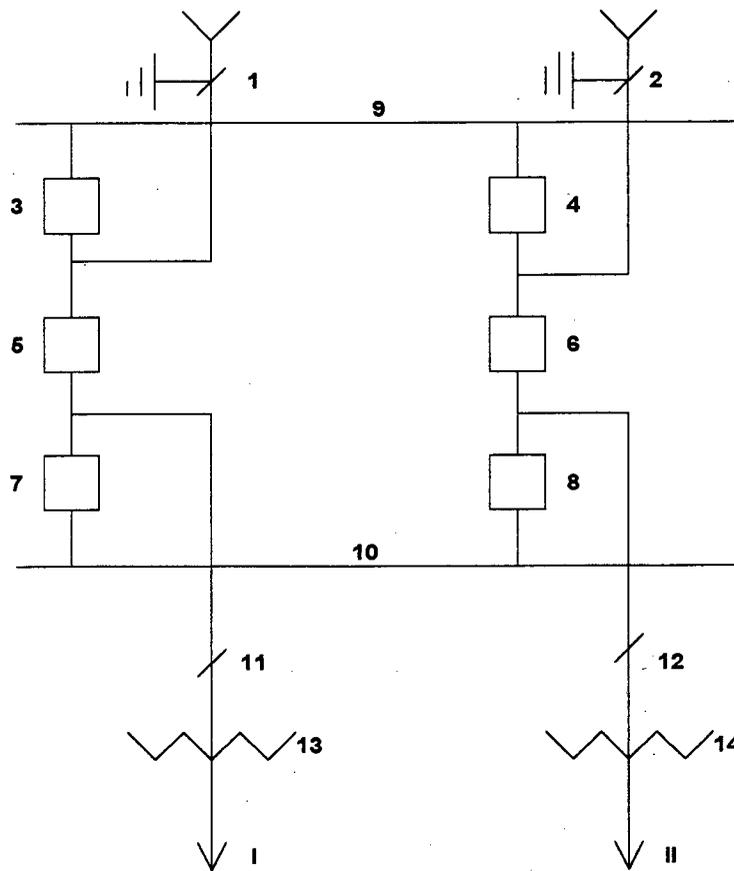


Figura 4.11 - Diagrama de Barra Dupla com Disjuntor e meio

Componentes que devem estar em funcionamento (em série) para que o sistema esteja operando:

- Ponto I: 1 5 11 13  
 2 6 8 10 7 11 13  
 2 4 9 3 5 11 13  
 1 3 9 4 6 8 10 7 11 13

São obtidos de forma análoga os componentes que devem estar funcionando para o ponto II. A confiabilidade calculada para este tipo de esquema tem o mesmo valor da confiabilidade do esquema em anel, ou seja  $P = 0,99690$ .

A ordem de importância encontrada para este tipo de arranjo foi:

ponto I	ponto II	tipo	IST
11	12	linhas	0,99994
13	14	transformadores	0,99696
1-2	1-2	linhas	0,00302
5	6	disjuntores	0,18E-2
10	10	barramento	0,61E-3
6-7-8	5-7-8	disjuntores	0,61E-3
9	9	barramento	0,73E-5
3-4	3-4	disjuntores	0,73E-5

Tabela 4.17

A partir do ponto de carga I, a linha 11 e o próprio transformador são cortes de primeira ordem. Isto significa que se estes falharem, o ponto I não será atendido. Por esta razão apresentam valores de IST tão altos. Resultados semelhantes são obtidos para o incremento de confiabilidade  $\Delta_i/R$ .

Observa-se que o disjuntor 5 é mais vital para o sistema do que os próprios barramentos 9 e 10. Isto pode ser observado através dos caminhos para o ponto de carga I.

Se fosse necessário implantar uma seqüência de troca destes disjuntores, devido a restrições do número de equipamentos em estoque, por exemplo, observando-se os dois pontos de carga, ter-se-ia:

SEQÜÊNCIA DE TROCA	
1°	disjuntores 5 e 6
2°	disjuntores 7 e 8
3°	disjuntores 3 e 4

5.3 - Barra dupla com disjuntor duplo mais barra principal

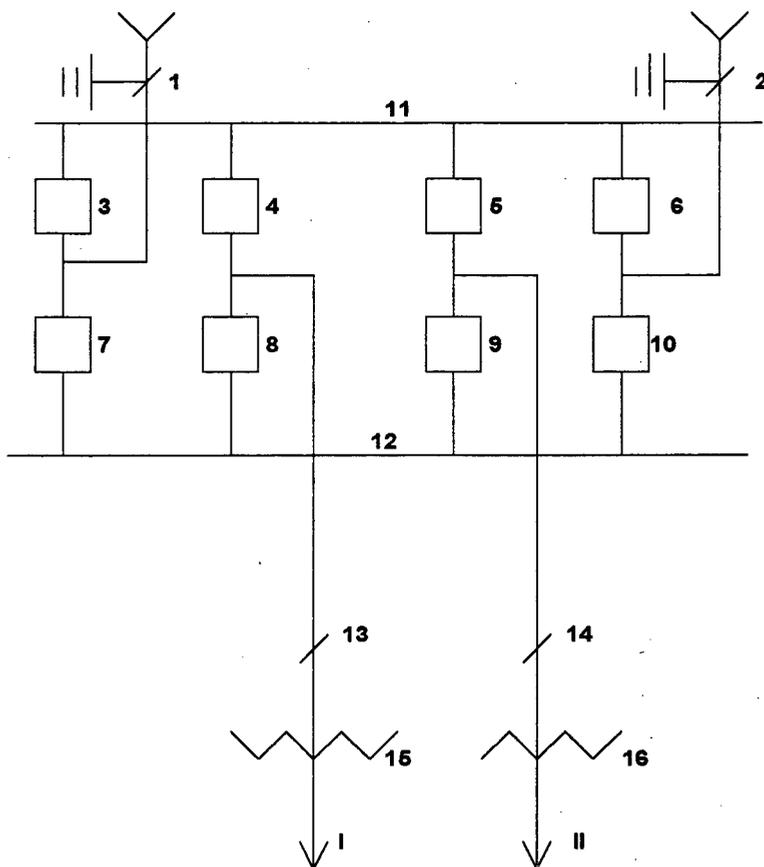


Figura 4.12 - Diagrama de Barra Dupla com Disjuntor Duplo

ponto I	ponto II	tipo	IST
13	14	linhas	099994
15	16	transformadores	0,99696
1-2	1-2	linhas	0,00302
4-8	5-9	disjuntores	0,6103E-3
6-10	3-7	disjuntores	0,4038E-5
11-12	11-12	barramentos	0,4036E-5
7-3	6-10	disjuntores	0,4030E-5

Tabela 4.18

Mais uma vez se observa a maior importância das linhas e dos transformadores. Portanto, também neste tipo de arranjo são estes os componentes aos quais deve-se dar maior atenção. A confiabilidade encontrada para este tipo de arranjo também é de 0,99690. Sendo a confiabilidade praticamente igual aos casos anteriores, não se justifica sua aplicação [11]. Pois o arranjo com disjuntor duplo tem um custo de implantação mais alto devido ao maior número de componentes.

Pode-se observar ainda na Tabela 4.19, as diferentes participações dos disjuntores para a continuidade do sistema, em relação aos diferentes arranjos de subestações. Deve-se ressaltar que a numeração dos disjuntores não é a mesma para os diferentes arranjos de subestações analisados, pois estes disjuntores ocupam posições relativas diferentes dentro destas configurações.

ORDEM DE IMPORTÂNCIA DOS DISJUNTORES PARA O PONTO DE CARGA I			
TIPO DE ARRANJO	DISJUNTORES	IST	$\Delta_i / R$
ANEL	3 e 5	$0,61 \times 10^{-3}$	$0,37 \times 10^{-6}$
	4 e 6	$0,37 \times 10^{-5}$	$0,25 \times 10^{-8}$
DISJ. E MEIO	5	$0,18 \times 10^{-2}$	$0,11 \times 10^{-5}$
	6, 7 e 8	$0,61 \times 10^{-3}$	$0,37 \times 10^{-6}$
DISJ. DUPLO	4 e 8	$0,61 \times 10^{-3}$	$0,37 \times 10^{-6}$
	3, 6, 7 e 10	$0,40 \times 10^{-5}$	$0,25 \times 10^{-8}$

Tabela 4.19

#### 4.6 - CONCLUSÕES

A aplicação do Método dos Cortes Mínimos ao cálculo da Importância Estrutural e do Incremento de Confiabilidade viabiliza sua utilização a sistemas que não tenham uma expressão analítica da probabilidade de falha.

A forma alternativa de se calcular a Importância Estrutural, relacionando a simulação dos componentes totalmente confiáveis e a simulação da falha destes componentes, fornece ótimos resultados no cálculo da sensibilidade do sistema em relação à falha de cada componente, sem a necessidade da expressão analítica da probabilidade de falhas do sistema.

Observa-se que a diferença entre o método simplificado e os métodos exatos no cálculo do valor da importância dos componentes, são mais significativas do que para o cálculo da confiabilidade do sistema, porém não modificam a ordem de importância.

O Incremento de Confiabilidade é um índice melhor do que IST, pois fornece diretamente o aumento de confiabilidade que o sistema terá, caso a este seja adicionada a redundância escolhida.

A aplicação de arranjos em subestações é limitada, pois não são consideradas diferenças entre as falhas devidas à proteção, e não é considerado o modo de falhas associado a disjuntor preso. Mesmo assim, pode-se fazer uma análise rápida para ordenação dos componentes dentro do sistema, principalmente quando houver escassez de tempo para análise e de equipamentos disponíveis para troca.

---

---

## **CAPÍTULO 5 - MÉTODO DO FATOR DE SELEÇÃO PONDERADO**

### **5.1 - INTRODUÇÃO**

Qualquer tipo de redundância obviamente traz problemas ao sistema como aumento de custos ou peso. Neste capítulo serão analisados os custos das redundâncias a serem alocadas. Normalmente os recursos são limitados e conseqüentemente um planejador se encontra com o problema da confiabilidade do sistema sujeito a restrições. Será apresentado um novo método de seleção de componentes para redundância.

### **5.2 - CONSIDERAÇÃO DO CUSTO DOS COMPONENTES PARA ALOCAÇÃO DE REDUNDÂNCIAS**

Já foi visto que através da introdução de um componente redundante se pode melhorar a confiabilidade de um sistema. Para se alcançar a confiabilidade desejada de um sistema, o fator custo, entre outros, deve ser considerado.

A pergunta a ser feita é: quanto deve (ou pode) ser pago para se aumentar a confiabilidade do sistema básico, quando somente redundância-paralela pode ser usada.

O método aqui desenvolvido para inclusão do custo dos componentes é uma variação do trabalho de Aggarwal [5, 6]. Serão apresentados os dois métodos: o estudado e o desenvolvido

neste trabalho de dissertação. Após, será feita comparação dos resultados, a título de verificação da viabilidade do método apresentado nesta dissertação.

O método de Aggarwal faz a busca do componente ao qual a redundância deve ser adicionada através da expressão (outros detalhes já foram apresentados no Capítulo 2) :

$$F_i(n_i) = \frac{\Delta Q_s(n_i)}{\prod_{j=1}^m g_i^j(n_i)} \quad (5.1)$$

onde

$$\Delta Q_s = (1 - q_i) Q_i \frac{\partial Q_s}{\partial Q_i} \quad (5.2)$$

$\Delta g_i^j$  aumento custo- $j$  do subsistema pela adição de um componente- $i$ ;

$q_i$  probabilidade de falha do componente- $i$ ;

$Q_i$  probabilidade de falha subsistema- $i$ .

Como se pode observar, o método descrito de busca do componente utiliza a expressão analítica da confiabilidade do sistema. O componente a ser escolhido para redundância será aquele que tiver maior  $F_i(n_i)$ .

Para implementação do algoritmo de Aggarwal, a expressão analítica poderia ser substituída pelo valor do IST, o que não apresenta maiores dificuldades. Há, porém, a necessidade de se calcular o valor da probabilidade de falha de cada subsistema (ou componente), a cada vez que se adiciona uma redundância, isto é, a cada iteração.

Analisando-se o critério de seleção sugerido por Kim [7] (cuja formulação para seleção de redundâncias pode ser observada abaixo), chegou-se a conclusão de que o custo ponderado refletiria melhor o custo do componente em relação ao custo total do sistema. Desenvolveu-se então, um método alternativo para seleção de componentes para adição de redundância paralela, que será discutido no item (5.3).

A expressão original da seleção de redundâncias, de acordo com [7] é:

$$\max_{1 \leq i \leq t} \left[ \Delta_i / R / \sum_{j=1}^m \{ \Delta g_{ji} (+i) / b_j \} \right] \quad (5.3)$$

onde:

$\Delta g_{ji} (+i)$  aumento de custo- $j$  ao subsistema  $i$  pelo acréscimo de um componente- $i$ ;

$b_j$  soma de recursos- $j$  disponíveis;

$\Delta_i / R$  incremento na confiabilidade do sistema causada pelo acréscimo de um componente- $i$ ;

$t$  número de subsistemas em um sistema

$m$  número de restrições

O método do Fator de Seleção Ponderado foi desenvolvido a partir da idéia do trabalho de Kim [7], mais precisamente a formulação usada para ordenar para adição de redundâncias. Não é esclarecido no trabalho de Kim, como é obtido o incremento de confiabilidade. Como este valor é o Incremento de Confiabilidade do sistema, pela adição de redundância, valor que já se tem disponível através de  $\Delta_i / R$ , desenvolveu-se um novo método de seleção de componentes para

adição de redundâncias, que também pode ser usado como método de ordenação da Importância dos componentes em sistemas. O método desenvolvido será explicado no item seguinte.

### 5.3 - MÉTODO DO FATOR DE SELEÇÃO PONDERADO (FSP)

Para análise do custo da adição de redundâncias, neste trabalho de dissertação, parte-se do valor previamente obtido do *Incremento de Confiabilidade*.

A fórmula desenvolvida neste trabalho de dissertação para ser usada na seleção dos componentes (denominado de Fator de Seleção Ponderado) é:

$$\text{máx} \left\{ \text{FSP} = \frac{\Delta_i/R}{K_i / \sum_{i=1}^n K_i} \right\} \quad (5.4)$$

Deste modo, o incremento é dividido pelo custo do componente  $K_i$  ponderado pela soma do custo de todos componentes.

O método de busca do componente que fornece o maior incremento, a um custo viável, segue os seguintes passos:

#### MÉTODO FSP:

- 1) Calcular o incremento de confiabilidade  $\Delta_i/R$

2) Calcular o FSP, através de (5.4)

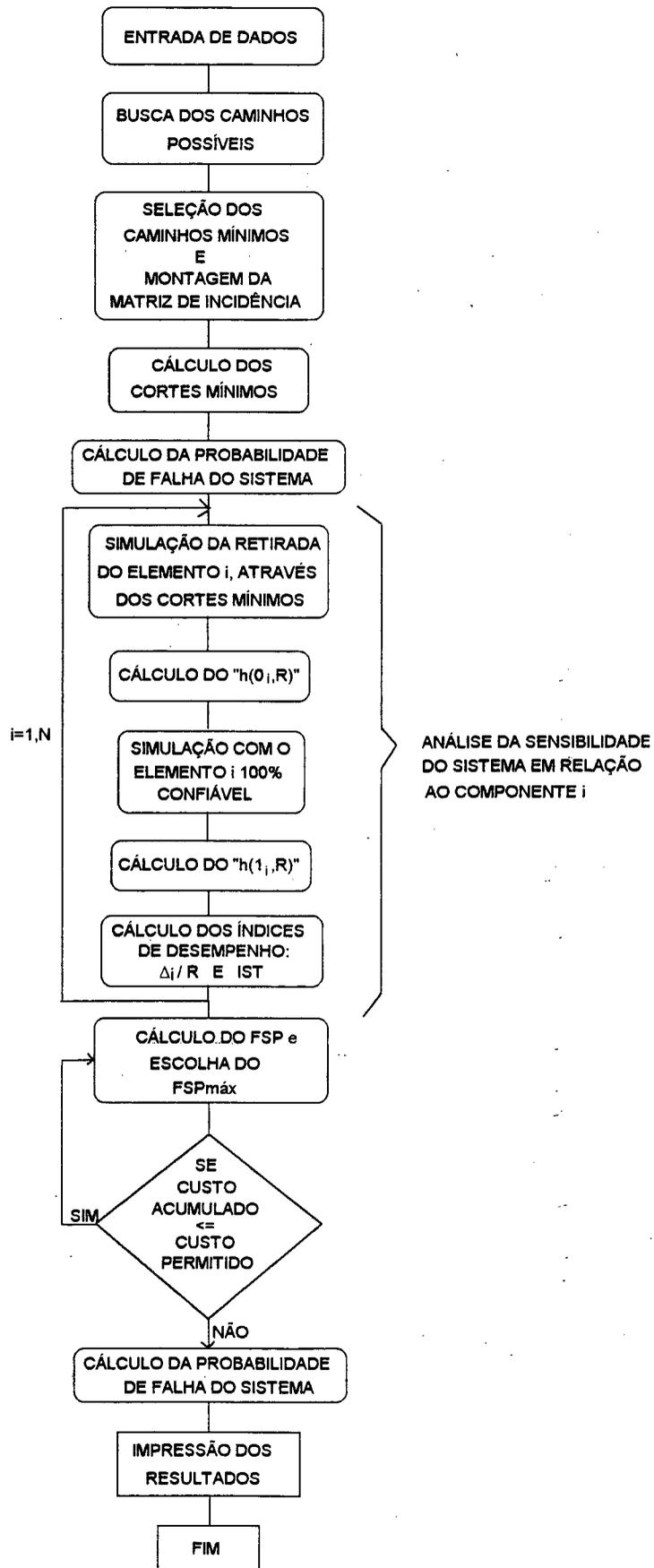
3) Adicionar a redundância ao componente que tiver o máximo FSP, verificando se as restrições de custo não são violadas :

- Se são violadas, procura-se outro componente que possa melhorar a confiabilidade sem violar restrições.

- Se não houver violação, adiciona-se o componente e repete-se o procedimento.

A grande vantagem do método aqui desenvolvido é adicionar as redundâncias diretamente aos cortes, o que não havia sido efetuado em nenhum método anterior. Deste modo, ao adicionarmos um componente, não é necessário recalcular os novos valores de confiabilidade através do método usual, e sim utilizar os cortes já obtidos. O modo como é feita a adição de componentes diretamente aos cortes será apresentado no próximo item deste capítulo.

O fluxograma do método do Fator de Seleção Ponderado encontra-se a seguir:



## 5.4 - NOVO MÉTODO DE CÁLCULO DE REDUNDÂNCIAS

Com a finalidade de facilitar a adição das redundâncias selecionadas pelo Método de Seleção Ponderado, foi desenvolvido um método que utiliza os cortes mínimos para cálculo da influência da falha dos componentes nas falhas do sistema. O método utiliza a estrutura dos cortes mínimos previamente determinada para adição de redundâncias, conforme será apresentado nos subitens a seguir.

### 5.4.1 - CÁLCULO DA CONFIABILIDADE DOS COMPONENTES DIRETAMENTE NOS CORTES

Após determinar a confiabilidade do sistema original, os cortes mínimos já estarão determinados, através do procedimento usual. Assim, para calcular os índices  $IST_i$  e  $\Delta_i / R$ , será necessário calcular novamente a confiabilidade do sistema para cada elemento.

A simulação da falha do componente e o cálculo de  $h(0_i, R)$  será feita retirando o componente **diretamente** do conjunto de cortes original, utilizando-se o conceito do Método de Probabilidade Condicional. Esta é a diferença entre o método aqui apresentado com o método apresentado em [5], que é aplicado ao sistema original e não diretamente ao conjunto de cortes.

O cálculo da confiabilidade do sistema, dado que o elemento  $i$  é totalmente confiável, é mais simples, pois todos os cortes que contém este componente são 100% confiáveis e, portanto, não constituirão mais um corte.

O sistema usado para ilustrar o procedimento é o seguinte:

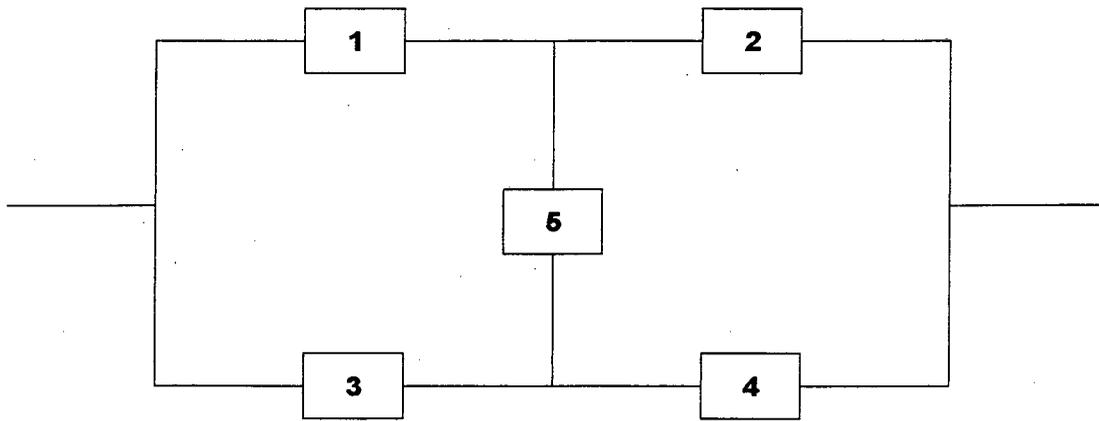


Figura 5.1 - Sistema em Ponte

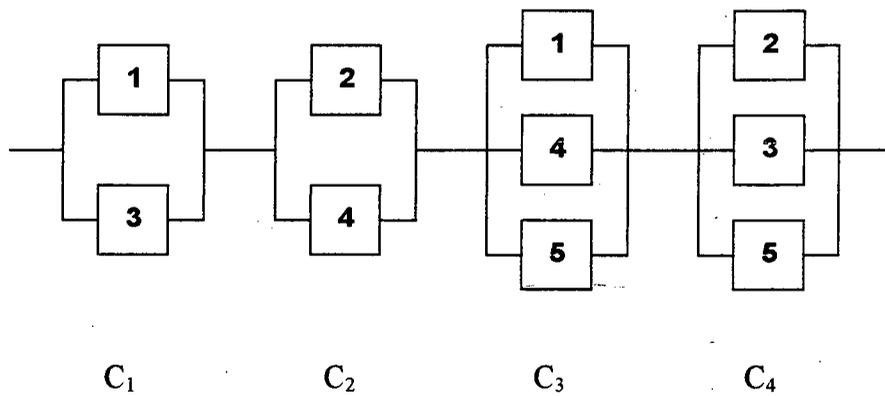


Figura 5.2 - Diagrama de Cortes Original para o Sistema em Ponte

A simulação da falha de cada componente é feita diretamente no conjunto de cortes original, evitando que se refaçam todos os cálculos, cada vez que um componente é investigado.

a) SIMULAÇÃO DA RETIRADA DO ELEMENTO 1 ATRAVÉS DOS CORTES MÍNIMOS -

CÁLCULO DE  $h(0_i, R)$ :

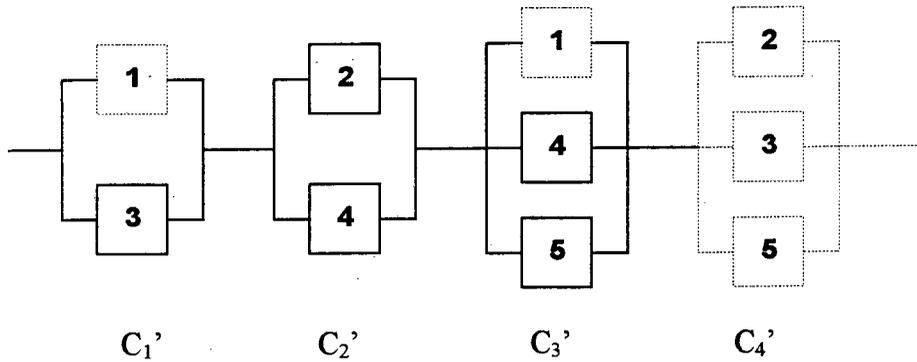


Figura 5.3 - Simulação da Falha do Elemento 1

A simulação da falha do componente 1 implica no rebaixamento da ordem dos cortes  $C_1'$  e  $C_3'$  da Figura 5.3. Notar que o corte 2-3-5 foi retirado, devido ao surgimento do novo corte de 1ª ordem, formado pelo elemento 3.

b) SIMULAÇÃO COM ELEMENTO 1 TOTALMENTE CONFIÁVEL -

CÁLCULO DE  $h(1_i, R)$

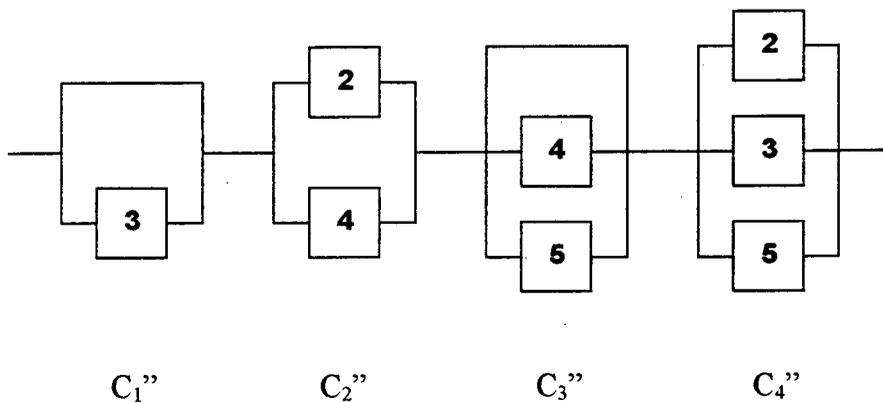


Figura 5.4 - Simulação com o Elemento 1 100% confiável

Neste caso  $C_1$  e  $C_3$  não são mais cortes.

#### 5.4.2 - ADICÃO DE REDUNDÂNCIAS DIRETAMENTE NOS CORTES

Foi desenvolvida uma heurística para acrescentar ao sistema, a redundância a ser escolhida pelo “Método de Seleção Ponderado”. Além do diagrama de cortes original para o sistema, pode-se utilizar o conceito de simulação da retirada dos componentes de maneira análoga ao item anterior. Deve-se adicionar a redundância diretamente aos cortes da estrutura já obtida para simulação da retirada dos elementos.

A diferença entre o sistema original e o sistema após o reforço está no número de caminhos e na ordem dos cortes do sistema. Observe-se que ao se adicionar uma redundância, aumenta-se o número de caminhos existentes e portanto a ordem dos cortes, implicando em recalcular a confiabilidade do sistema.

Lembrando que para o cálculo do Fator de Seleção Ponderado é necessário apenas o valor de  $h(0_i, R)$ , para facilitar a compreensão da heurística desenvolvida, apresentam-se a seguir os conjuntos de corte **A** e **B**:

Defina-se o conjunto de cortes para o sistema original como “vetor” (**A**), composto pelo conjunto original de cortes do Sistema em Ponte:

Conjunto de Cortes Original A

$C_1$	1	3	
$C_2$	2	4	
$C_3$	1	4	5
$C_4$	2	3	5

Defina-se também uma “matriz”  $\mathbf{B}$ , que corresponde a vários conjuntos de cortes, após a retirada de elemento  $i$ ; obtidos durante o cálculo de  $h(0_i, R)$ .

ELEMENTOS QUE PERMANECEM NO CORTE APÓS RETIRADA DO ELEMENTO- $i$ ( $\mathbf{B}$ ):				
$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
3	4	1	2	1 3
2 4	1 3	2 4	1 3	2 4
4 5	3 5	2 5	1 5	1 4
				2 3

Considerando-se que os componentes tenham probabilidade de falha  $q$  e que o número de redundâncias adicionadas seja  $x$ , deve-se, agora, obter um novo conjunto de cortes  $\mathbf{B}'$ , referentes a  $h'(0_i, R)$ , para cada nova redundância e para cada componente do sistema, como se segue:

CASO 1: Se ao elemento  $i$ , não foi aplicada redundância:

a) Simulação da retirada do elemento  $i$ :

Neste caso, a “coluna”  $i$  do novo conjunto  $\mathbf{B}'$ , será exatamente a do corte original - “vetor”  $\mathbf{A}$ .

$$\mathbf{B}'(j) = \mathbf{A}$$

b) Simulação da retirada do elemento  $j$  diferente de  $i$ :

Para os demais elementos diferentes de  $i$ , o novo conjunto  $\mathbf{B}'$  será igual ao conjunto  $\mathbf{B}$ , multiplicando por  $q_i$  os cortes onde  $i$  aparece.

$$\mathbf{B}'(\mathbf{j}) = \mathbf{B}(\mathbf{j}) \cdot q_i, \quad \text{para cortes com } i$$

$$\mathbf{B}'(\mathbf{j}) = \mathbf{B}(\mathbf{j}), \quad \text{para cortes sem componente } i$$

CASO 2: Se ao elemento  $i$  já foram aplicadas  $(x-1)$  redundâncias:

a) Simulação da retirada do elemento  $i$ :

A coluna "i" do novo conjunto  $\mathbf{B}'$  será igual à do corte original onde a probabilidade do componente  $i$  será  $q_i^x$ , nos cortes aos quais  $i$  pertence.

b) Simulação da retirada do elemento  $j$  diferente de  $i$ :

$$\mathbf{B}'(\mathbf{j}) = \mathbf{B}(\mathbf{j}) \cdot q_i^{x+1}, \quad \text{para cortes com a presença de } i$$

$$\mathbf{B}'(\mathbf{j}) = \mathbf{B}(\mathbf{j}) \cdot q_i^x, \quad \text{para cortes sem componente } i$$

Como uma aplicação do método heurístico para cálculo de  $h(0_i, R)$  da função FSP, começaremos a adição de redundâncias ao sistema:

a) Aplicando redundância em 4:

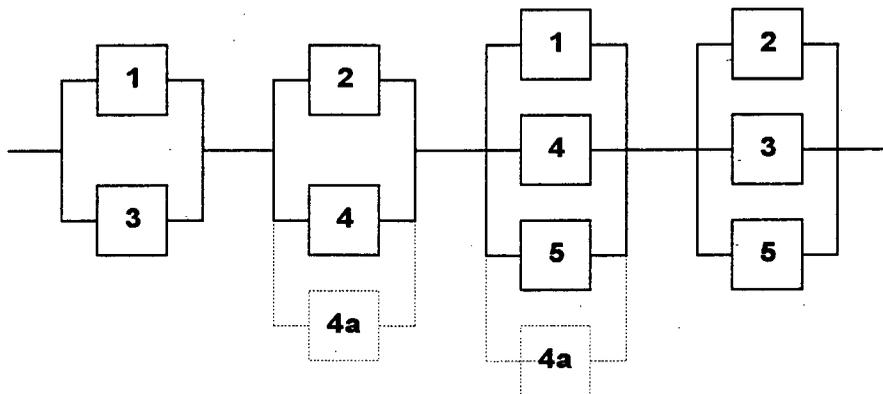


Figura 5.5 a - Aplicação de redundância ao componente 4

Nova matriz **B'**

ELEMENTOS QUE PERMANECEM NO CORTE APÓS RETIRADA DO ELEMENTO- i				
i=1	i=2	i=3	i=4	i=5
3	4 4a	1	2 4a	1 3
2 4 4a	1 3	2 4 4a	1 3	2 4 4a
4 4a 5	3 5	2 5	1 5 4a	1 4 4a
			2 3 5	2 3

b) Aplicando nova redundância em 4:

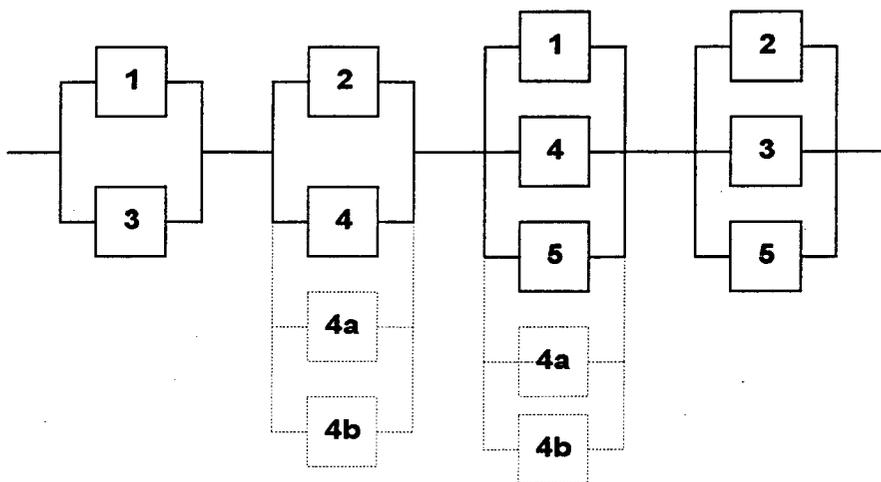


Figura 5.5 b - Aplicação da segunda redundância ao componente 4

Nova matriz **B'**

ELEMENTOS QUE PERMANECEM NO CORTE PARA RETIRADA DO ELEMENTO- i ( <b>B'</b> ):				
1	2	3	4	5
3	4 4a4b	1	2 4a4b	1 3
2 4 4a4b	1 3	2 4 4a4b	1 3	2 4 4a4b
4 4a4b 5	3 5	2 5	1 5 4a4b	1 4 4a4b
			2 3 5	2 3

c) Aplicando redundância em 3:

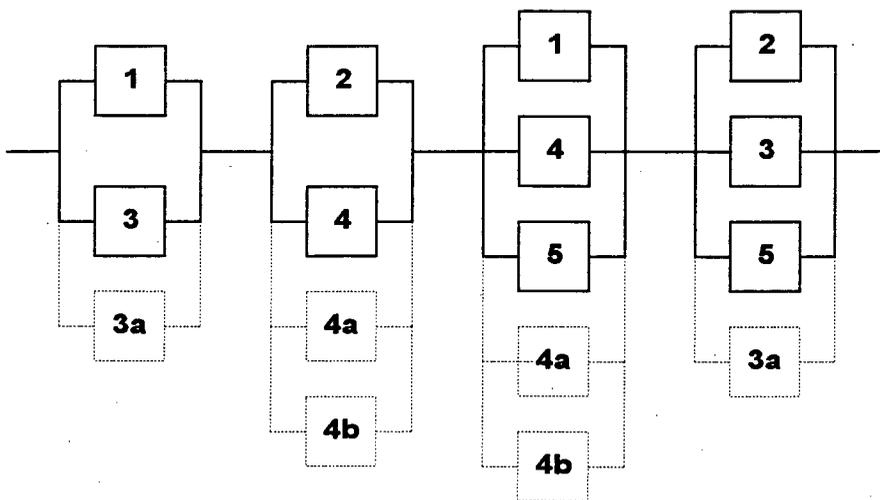


Figura 5.5 c - Aplicação de redundância ao componente 3

Nova matriz **B'**

ELEMENTOS QUE PERMANECEM NO CORTE PARA RETIRADA DO ELEMENTO- i (B):				
1	2	3	4	5
3 3a	4 4a4b	1 3a	2 4a4b	1 3 3a
2 4 4a4b	1 3 3a	2 4 4a4b	1 3 3a	2 4 4a4b
4 4a4b 5	3 3a 5	2 5 3a	1 5 4a4b	1 4 4a4b
			2 3 3a 5	2 3 3a

### 5.5 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Para comprovação dos resultados obtidos pelo método dos cortes mínimos, analisou-se o mesmo exemplo em ponte utilizado por Aggarwal - Figura 5.1:

## Exemplo 5.5.1

Os dados de falibilidade e custo dos componentes são dados na Tabela 5.1. A disponibilidade máxima de recursos fornecida é 20.

i	1	2	3	4	5
$q_i$	0,30	0,15	0,25	0,20	0,10
custo	2	3	2	3	1

TABELA 5.1 - Probabilidade de Falha e Custo dos Componentes. Custo Total Máximo = 20

A Tabela 5.2 mostra os valores de  $F_i(n_i)$ , calculados por Aggarwal, através da derivada parcial da expressão de falibilidade em relação ao componente. Os valores calculados para a fórmula proposta FSP (Fator de Seleção Ponderado) estão na Tabela 5.3.

Os valores de  $F_i(n_i)$  e FSP estão expressos em porcentagem.

i	1	2	3	4	5	$\Sigma$ custos
$n_i$	1	1	1	1	1	11
$F_i$	2,65	0,83	2,76*	0,83	0,53	
$n_i$	1	1	2	1	1	13
$F_i$	0,80	0,83	0,69	0,91*	0,48	
$n_i$	1	1	2	2	1	16
$F_i$	0,68	0,18	0,72*	0,18	0,14	
$n_i$	1	1	3	2	1	18
$F_i$	0,20*	0,17	0,18	0,19	0,10	
$n_i$	2	1	3	2	1	20

Tabela 5.2 - Método de Aggarwal

i	1	2	3	4	5	$\Sigma$ custos
ni	1	1	1	1	1	11
FSP	32,65	10,19	34,02*	10,20	6,85	
ni	1	1	2	1	1	13
FSP	10,93	11,33	9,50	12,48*	6,56	
ni	1	1	2	2	1	16
FSP	11,11	2,95	11,84*	2,99	2,35	
ni	1	1	3	2	1	18
FSP	3,57*	3,07	3,28	3,38	1,91	
ni	2	1	3	2	1	20

Tabela 5.3 - Método do Fator de Seleção Ponderado

O resultado final é o que se segue:

- Deve-se adicionar uma redundância ao componente 1, duas redundâncias ao componente 3 e uma redundância ao componente 4. O resultado obtido pelos dois métodos é o mesmo, indicando que a heurística aplicada apresenta bons resultados e por ser mais concisa, levará menos tempo de cálculo.

A confiabilidade original do sistema era de 0,8913, após a adição das redundâncias a confiabilidade será de 0,9921.

#### Exemplo 5.5.2

Este exemplo ilustra o caso em que o componente que causa maior dano à confiabilidade do sistema é também o de maior custo. Quer se mostrar que se o componente mais crítico do sistema for também o de maior custo, e existir outro componente que também traga aumento de confiabilidade ao sistema, a custo menor, a escolha da adição de redundância pode recair sobre este componente de menor custo.

O sistema usado é o mesmo do caso anterior, porém os custos foram alterados, como se pode observar na Tabela 5.4:

Componente	Custo	$\Delta_i / R$ (sem custo)	FSP (%) (com custo)	Ordem de Importância para FSP
1	2	0,060	41,60	1*
2	3	0,028	12,98	4
3	6	0,062*	14,44	3
4	2	0,028	19,50	2
5	1	0,006	8,37	5

Tabela 5.4

Observa-se que quando é considerado um custo maior para o componente 3, os resultados indicam que a primeira redundância deverá ocorrer no componente 1.

### Exemplo 5.5.3

Para fazer a análise de custos em subestações, foi tomado como exemplo o arranjo em anel da Figura 5.6 e o ponto de carga I. O esquema em anel simples requer somente um disjuntor por circuito. Isto faz com que o seu custo seja, normalmente, o mais baixo dentre os vários esquemas usualmente usados em subestações de grande porte. Como custo dos componentes, foram tomados valores médios, em US\$, obtidos através de uma planilha de custos da ELETROSUL.

Componente	CUSTO (US\$)
Barramentos	46.160,00
Disjuntores (EAT)	475.400,00
Linhas de Transmissão*	230.000,00/Km
Transformadores (200 MVA)	3.200.000,00

Tabela 5.5 - Custo dos Componentes da Subestação

\*Nota: Considerou-se o comprimento de 100m para as Linhas de Transmissão, sugerindo-se esse comprimento para duplicação. Os valores das taxas de falha e reparo nesta aplicação se referem ao comprimento dentro da subestação.

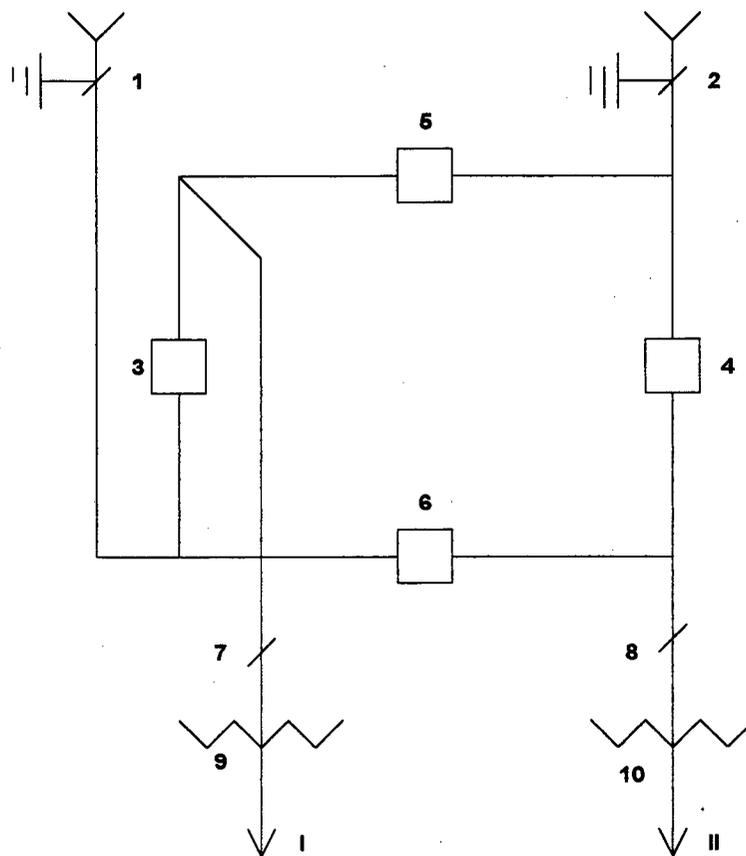


Figura 5.6

Componente	FSP(%)	Ordem de Imp. para FSP	Ordem de Imp. para $\Delta_i / R$
linha 1	33,45	2	3
linha 2	33,45	2	3
disjuntor 3	65,67 E-05	5	5
disjuntor 4	39,41 E-07	7	6
disjuntor 5	65,67 E-05	5	5
disjuntor 6	39,41 E-07	7	6
linha 7	55,13 *	1	1
transformador 9	14,35 E-03	4	2

Tabela 5.6

Assim como no caso analisado no capítulo anterior, sem consideração dos custos, a linha 7 é a mais importante para o sistema. Em segundo lugar em importância, ao invés do transformador, aparecem as linhas 1 e 2. O transformador, apesar de ter o maior custo dentre os componentes, aparece em lugar de destaque nesta ordem de importância, devido ao fato de ser um corte de 1a. ordem.

Observar que neste caso, a consideração não só da confiabilidade como também a consideração dos custos, pode inverter o grau de importância dos componentes, como aconteceu entre o transformador 9 e as linhas 1 e 2.

#### Exemplo 5.5.4

Este exemplo é relativo ao item 5.4.1, e demonstra claramente a economia de tempo obtida com o cálculo da confiabilidade dos componentes ( $h(0_i, R)$  e  $h(1_i, R)$ ) diretamente nos cortes. A fim de comparar os tempos que seriam obtidos se fosse recalculada a confiabilidade do

sistema a cada vez que se calculasse a influência de um componente no sistema, aplicou-se o Método dos Cortes Mínimos a um sistema geral composto por 12 componentes e também foi feito o cálculo da influência de cada componente na confiabilidade do sistema, separadamente: calculou-se  $h(0_i, R)$  e  $h(1_i, R)$ , recalculando-se a confiabilidade do sistema para a cada simulação.

Isto significa que foi calculada a probabilidade de falha do sistema simulando a falha de cada um dos 12 componentes. Similarmente, foi necessário calcular a probabilidade do sistema outras 12 vezes, simulando que cada componente fosse 100% confiável.

O tempo de execução do programa dos Cortes Mínimos (tempo para cálculo dos caminhos mínimos +  $P_{falha\ sistema}$  + sensibilidade ( $h(0_i, R)$  e  $h(1_i, R)$ )) foi de 9 segundos e 94 centésimos de segundo.

O tempo médio para cálculo da influência de cada componente, uma vez com confiabilidade de 100%, outra vez com confiabilidade 0 (zero) foi de 1 segundo e 78 centésimos. Neste caso é preciso fazer os cálculos 2 vezes para cada componente (2 n). Multiplicando-se pelo tempo médio para cada componente temos: (2 x n x tempo médio), ou seja, o tempo total é de 42 segundos e 90 centésimos, como se pode-se observar na Tabela 5.7:

Tempo total p/ 12 Componentes	42:90
Tempo total p/ 12 Componentes - CM	9:94

Tabela 5.7 - Comparação de tempos de CPU em segundos

onde:

CM - Método dos Cortes Mínimos: simulação da falha do componente e simulação de confiabilidade total, diretamente nos cortes

Comparando 42:90 X 9:94, pode-se comprovar a grande vantagem que o método desenvolvido neste trabalho traz à diminuição do tempo computacional, principalmente quando cresce a dimensão do sistema.

## 5.6 - CONCLUSÕES

Os resultados obtidos comprovam a viabilidade do Método dos Cortes Mínimos aplicado à ordenação da importância e seleção de componentes para redundância paralela, observando restrições como custo, peso, etc.

A maior vantagem do Método dos Cortes Mínimos é a possibilidade de aplicar a nova heurística de adicionar as redundâncias diretamente aos cortes, evitando que se refaçam todos os cálculos a cada redundância adicionada.

Os métodos de ordenação da importância dos componentes dentro do sistema podem também ser aplicados à análise de arranjos em subestação, identificando os componentes aos quais se deve dar maior atenção, no que diz respeito à manutenção, inspeção e detecção de falhas.

---

---

## **CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES FINAIS**

### **6.1 - CONCLUSÕES**

Na busca de um método para ordenação da importância dos componentes em um sistema geral, obtiveram-se bons resultados com a determinação da importância estrutural de cada componente. Buscar o componente de maior importância no sistema é fundamental, uma vez que o componente de pior confiabilidade não é necessariamente o componente crítico para o sistema. De posse da ordenação da importância, pode-se programar manutenções, trocas ou alocar reforços no sistema

Os resultados apresentados comprovam a viabilidade do método dos cortes mínimos simplificado, que diminuem substancialmente a quantidade de cálculos efetuados. Observou-se que não ocorrem discrepâncias com outros métodos denominados "exatos", para valores de componentes com probabilidade de falha da ordem de 10%. Os métodos exatos, considerando as intersecções, devem ser aplicados quando houver necessidade de maior precisão nos cálculos. Se a necessidade for apenas ordenar os componentes em relação à sua importância dentro do sistema, pode-se aplicar o método simplificado.

A aplicação do Método dos Cortes Mínimos ao cálculo do Incremento da Confiabilidade permite que se conheça, de antemão, o incremento de confiabilidade que o sistema terá, caso seja adicionada uma redundância. Com a posterior ponderação do Incremento de Confiabilidade pelo

custo do componente, pode-se fazer um balanço dos recursos disponíveis, a fim de se avaliar a relação custo/ benefício que se obtém na adição da redundância selecionada.

A maior vantagem do método dos cortes mínimos é poder se fazer a análise e posterior adição de redundâncias diretamente nos cortes. Para a adição de redundâncias foi desenvolvida uma heurística que as adiciona na estrutura de cortes previamente obtida para a simulação de falha do elemento. Isto evita que se refaçam todos os cálculos, a cada redundância adicionada. O método de adição de redundâncias diretamente nos cortes viabiliza sua aplicação a sistemas que não possuam uma expressão analítica da probabilidade de falhas. O uso do método dos cortes mínimos, considerando apenas cortes até terceira ordem é viável a sistemas elétricos reais, pois normalmente os componentes destes sistemas apresentam baixas probabilidades de falha.

Na aplicação do método à análise de arranjos em subestações, pode-se fazer uma análise simplificada através da IST e do Incremento na Confiabilidade, desconsiderando diferenças entre falhas ativas e passivas e o modo de falha de disjuntor preso. A ordenação dos componentes em relação à sua importância, permite uma análise rápida quando necessário for. Pode-se usar a ordenação obtida pela IST para auxiliar na escolha de qual equipamento deverá ser trocado, quando o número de equipamentos estiver limitado. Para maior exatidão nos resultados, poder-se-ia calcular as probabilidades de falhas pelo programa CSTD, obtendo assim os cortes mínimos que incluem vários modos de falha. A partir dos cortes mínimos obtidos, pode-se aplicar normalmente o algoritmo desenvolvido para calcular a IST.

De posse da ordem de importância dos componentes do sistema pode-se programar a prioridade dada a um destes componentes no que diz respeito a inspeção, manutenção e detecção

de falhas. Através do melhoramento da estrutura do sistema pode-se obter um substancial aumento na continuidade e qualidade do sistema elétrico.

## 6.2 - CONTRIBUIÇÕES

Como contribuições deste trabalho, pode-se citar:

- a) O Método dos Cortes Mínimos é um método rápido e eficaz para relacionar a probabilidade de falha dos componentes com a probabilidade de falha do sistema, inclusive aplicando sua versão simplificada.
- b) O Incremento de Confiabilidade pode compor adequadamente a função objetivo para a alocação seqüencial de reforços em estruturas.
- c) Possibilidade de aplicação dos índices de Importância Estrutural para troca de equipamentos, quando houver restrições de número de equipamentos em estoque.
- d) Método de adição de redundância diretamente nos cortes, isto viabiliza aplicação em sistemas de grande porte em tempo hábil. As faltas são representadas através do método de probabilidade condicional.

### 6. 3 - SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

- a) Estender o algoritmo FSP para mais restrições ou tornar a função multiobjetivo, observando custos de instalação, de manutenção.
- b) Admitir nos caminhos mínimos redundância parcial “k-out of-n: G”, ou seja, o sistema funciona se no mínimo k dos n elementos estão bons. Deste modo se pode levar em conta a capacidade das linhas de transmissão, por exemplo.
- c) Determinar índices de Importância Estrutural para frequência e duração de falhas.
- d) Usar outros métodos de otimização para calcular a função objetivo.

---

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] SHEN, K., XIE, M.- "On the Increase of System Reliability by Parallel Redundancy", IEEE Transactions on Reliability, vol 39, No 05, p.p.607- 611 December, 1990.
- [2] BARLOW, R.E., PROSCHAN, F.- "Importance of System components and Failure tree events", Stochastic Processes Appl., vol 3, pp 153-173 , 1975.
- [3] BILLINTON, R., ALLAN, R.N. - Reliability Evaluation of Engineering Systems, Pitman Advanced Publishing Program, 1983.
- [4] ELIAS S.S., MOKHLES, N., IBRAHIM, S.A.N. - "A New Technique in a Cut Set Evaluation" - Microelectronics Reliability , vol 33, no 09, pp. 1351-1355, 1993.
- [5] AGGARWAL, K.K. - "Redundancy Optimization in General Systems" IEEE Transactions on Reliability, Vol.R-25, December, 1976.
- [6] AGGARWAL, K.K. - Corrections to "Redundancy Optimization in General Systems" IEEE Transactions on Reliability, Vol.R-26, December, 1977.
- [7] J.H. KIM, B.J. YUM - "A Heuristic Method for Solving Redundancy Optimization Problems in Complex Systems", IEEE Transactions on Reliability, Vol.42, pp 572-578 December, 1993.
- [8] ANDERS, G.J. - Probability Concepts in Electric power systems - John Wiley & Sons, 1990.
- [9] COELHO, J. - Calidad de servicios en sistemas de distribucion eletrica - Apostila de Curso, 1991.

- [10] MOROZOWSKI, M., SILVA, E.L., BRAMONT, PP, FIGUEIREDO, D.D., PINHEIRO, D. - "A experiência da ELETROSUL na aplicação de técnicas de confiabilidade no planejamento e dimensionamento de sistemas de transmissão e distribuição" - IV Seminário de Confiabilidade, 1985.
- [11] CORSSSEN, C.L. - "Análise de arranjos em subestações", UFSC ,1979 - Dissertação de mestrado.
- [12] COELHO, J., GEHRKE, A., MICHELS, S.T. - "Determinação de reforços de estruturas para melhoria da confiabilidade" -VI ERLAC, 1995.
- [13] COELHO, J., GEHRKE, A., MICHELS, S.T. - "Alocação de reforços em subestações" - XIII SNPTEE, 1995.
- [14] COELHO, J. - "Confiabilidade da geração de sistemas de grande porte na presença de incerteza de dados" PUC / RJ, 1990, tese de Doutorado.
- [15] CAMARGO,C.C. de B. - Confiabilidade aplicada a sistemas de potência , LTC - ELETROBRÁS - FEESC, 1981.
- [16] REIS, M.M. - "Confiabilidade de sistemas de transmissão e distribuição na presença de incerteza de dados" - UFSC , 1993 - Dissertação de Mestrado.
- [17] BIRNBAUM, Z. W. - "On the importance of different components in a multicomponent system", Multivariate Analysis II, 1969, pp 581- 592, P.R. Khrishnaiah (ed.); Academic Press.
- [18] ISHIGURI, C. - Subestação de 138 kV, Critérios e Padronização de Projetos , IX SNPTEE, 1987.

- [19] AGGARWAL, K.K. , GUPTA, J.S. , MISRA, K.B. - "A New Heuristic Criterion for Solving a Redundancy Optimization Problem", IEEE Transactions on Reliability, vol. R-24, No. 1, April, 1975.
- [20] AGGARWAL, K.K. , GUPTA, J.S. , MISRA, K.B. - "A Fast Algorithm for Reliability Evaluation", IEEE Transactions on Reliability, vol. R-24, No. 1, April, 1975.
- [21] AGGARWAL, K. K. - "Optimum Redundancy Allocation in Non-Series-Parallel Systems By Using Boolean Differences", IEEE Transactions on Reliability, vol. R-28, No. 1. April, 1979.
- [22] SINGH, C. , BILLINTON, R. - "A New Method to Determine the Failure Frequency of a Complex System", IEEE Transactions on Reliability, vol. R-23, No. 1, October, 1974.
- [23] ELETROSUL - Planilha de Custos de Componentes de Subestações e Linhas de Transmissão.