

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**CONTROLE AUTO-AJUSTÁVEL
DE SISTEMAS DE POTÊNCIA**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

ALEXANDRE SANFELICE BAZANELLA

FLORIANÓPOLIS, SETEMBRO DE 1993

**CONTROLE AUTO-AJUSTÁVEL
DE SISTEMAS DE POTÊNCIA**

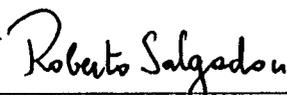
ALEXANDRE SANFELICE BAZANELLA

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE**

MESTRE EM ENGENHARIA

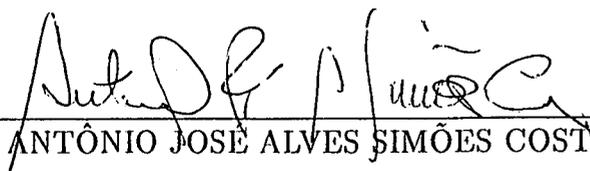
**ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA,
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO SISTEMAS DE CONTROLE
E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO**

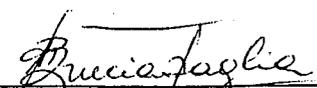

Prof. AGUINALDO SILVEIRA E SILVA, Ph.D.
Orientador


Prof. ROBERTO DE SOUZA SALGADO, Ph.D.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA:


Prof. AGUINALDO SILVEIRA E SILVA, Ph.D.
Orientador


Prof. ANTÔNIO JOSÉ ALVES SIMÕES COSTA, Ph.D.


Prof. AUGUSTO HUMBERTO BRUCIAPAGLIA, Dr. Ing.


Prof. LUZ CERA ZANETTA JR., Dr.

A meus pais.

Agradecimentos

Agradeço a *Aguinaldo Silveira e Silva* pelo interesse e competência com que orientou este trabalho, e pela amizade com que brindou-me durante o período de sua realização.

Aos colegas de pós-graduação pelo companheirismo e amizade ao longo desta jornada.

Aos colegas e, acima de tudo, amigos *Arão Fischman, Romeu Reginatto, Tristão Júlio Garcia dos Santos e Vinícius Leônidas Curcio* que, pela amizade e colaborações técnicas, contribuíram sensivelmente para a realização deste trabalho.

A *Romeu Reginatto* em particular pela colaboração no desenvolvimento do simulador.

Ao Professor *Sergio Bampi*, cuja brilhante orientação incentivou-me a seguir a carreira científica da qual este trabalho é fruto.

Ao povo brasileiro pelo suporte financeiro e à CAPES por tornar possível tal suporte.

Índice

Introdução Geral	1
1 Modelagem e Simulação de Sistemas de Potência	3
1.1 Introdução	3
1.2 Componentes Básicos de um Sistema Elétrico de Potência	4
1.2.1 O Gerador Síncrono	5
1.2.2 Reguladores Automáticos	9
1.2.3 Cargas	11
1.2.4 Linhas de Transmissão	11
1.3 Modelagem do Sistema	12
1.4 Modelos Linearizados Descentralizados	13
1.5 Conclusão	15
2 Estabilidade Dinâmica de Sistemas de Potência	17
2.1 Introdução	17
2.2 O Problema de Estabilidade Dinâmica em Sistemas de Potência	19
2.3 Projeto de Estabilizadores de Sistemas de Potência	21
2.4 Considerações Adicionais sobre o Projeto de Estabilizadores de Sistemas de Potência	23
2.4.1 Restrição da Atuação do ESP	24
2.4.2 Filtro Torsional	24

2.4.3	Filtro de Eliminação de Atuação em Regime Permanente	24
2.4.4	Escolha do Sinal de Retroação	25
2.4.5	Função de Transferência Completa de um Estabilizador de Sistema de Potência	26
2.5	Métodos Não-Clássicos de Controle e Perspectivas Futuras	27
2.6	Conclusão	28
3	Teoria de Controle Auto-Ajustável	31
3.1	Introdução	31
3.2	Identificação Recursiva de Parâmetros	33
3.2.1	O Método dos Mínimos Quadrados	34
3.2.2	Mínimos Quadrados Recursivo	36
3.2.3	Método dos Mínimos Quadrados Recursivo com Fator de Esquecimento	37
3.2.4	A Decomposição $U - D$	38
3.2.5	Propriedades Assintóticas do Método dos Mínimos Quadrados Recursivo	39
3.2.6	Modelagem do Ruído	40
3.3	Condições Experimentais para Identificação	42
3.3.1	Geração de Ruído Pseudo-Aleatório	47
3.4	Estratégias de Controle	48
3.4.1	Alocação de Pólos	49
3.5	Conexão de Identificação e Controle	52
3.6	Conclusão	54
4	Aplicação de Controle Auto-Ajustável a Sistemas de Potência	55
4.1	Introdução	55
4.2	Modelagem e Identificação	56
4.2.1	Redução de Modelo	58
4.2.2	Ruído	59

4.2.3	Variação dos Parâmetros	60
4.3	Estratégias de Controle	61
4.3.1	Estratégias de Otimização	61
4.3.2	Alocação de Pólos	62
4.4	Considerações Práticas	64
4.5	Conclusão	67
5	Estabilizador Auto-Ajustável de Sistemas de Potência por Alocação Parcial de Espectro	68
5.1	Introdução	68
5.2	Alocação Parcial de Espectro	69
5.3	O Método de Controle Proposto	72
5.3.1	Estratégia de Controle	72
5.3.2	Algoritmo de Identificação	74
5.3.3	Descrição do Algoritmo	75
5.3.4	Características do Algoritmo	75
5.3.5	Considerações sobre a Implementação	76
5.4	Aplicação a um Sistema Máquina Barramento Infinito	77
5.5	Aplicação a um Sistema Multimáquinas	81
5.5.1	Auto-análise e Simulação do Sistema em Malha Aberta	82
5.5.2	Aplicação do Estabilizador	82
5.6	Aplicação a um Equivalente do Sul do Brasil	87
5.6.1	Autoanálise e Simulação em Malha Aberta	87
5.6.2	Aplicação do Estabilizador	90
5.7	Perspectivas Futuras	90
5.8	Conclusão	93
	Conclusão Geral	94

Bibliografia	97
A Simulador de Dinâmica de Sistemas de Potência	103
A.1 Introdução	103
A.2 Solução das Equações	104
A.2.1 Método de Integração	106
A.2.2 Solução das Equações Algébricas	106
A.3 Aspectos Numéricos	108

Lista das Figuras

1.1	Modelo para o gerador síncrono	8
1.2	Diagrama de blocos do modelo para regulador de tensão IEEE tipo 1 [ARR83] .	10
1.3	Diagrama de blocos do modelo para regulador de velocidade para usinas hidroelétricas com válvula [ARR83]	11
1.4	Modelo II para linhas de transmissão	12
1.5	Relação entre as diferentes referências do sistema	13
1.6	Sistema máquina-barramento-infinito	14
1.7	Modelo Linearizado para Estudo do Comportamento do Sistema Máquina-Barramento-Infinito	15
2.1	Malha de Torque Ângulo da Máquina Síncrona	20
2.2	Malha do regulador de tensão	23
2.7	Diagrama de blocos de sistema de potência com ESP	27
2.3	Espectro de frequências da velocidade	29
2.4	Espectro de frequências do ângulo	29
2.5	Espectro de frequências da tensão de campo	30
2.6	Espectro de frequências da tensão terminal	30
4.1	Estrutura clássica de controle	57
5.1	Resposta do sistema a uma variação súbita de velocidade de $0.5rad/s$ em $t = 5s$ em malha aberta (linha pontilhada) e com o controlador proposto	78

5.2	Evolução da identificação: parâmetros do denominador da função de transferência $A(z) = z^3 + a_1z^2 + a_2z + a_3$	78
5.3	Evolução da identificação: parâmetros do numerador da função de transferência $B(z) = b_0z^2 + b_1z + b_2$	79
5.4	Espectro de freqüências do ângulo de carga em malha aberta	79
5.5	Espectro de freqüências do ângulo de carga em malha fechada	80
5.6	Diagrama unifilar de sistema multimáquinas de teste	81
5.7	Resposta do sistema em malha aberta para variações de $0.05pu$ na potência mecânica fornecida ao gerador 2 em $t = 20s$ e $t = 30s$	83
5.8	Resposta do sistema em malha fechada com o <i>controlador auto-ajustável com alocação parcial de espectro</i> para variações de $0.05pu$ na potência mecânica fornecida ao gerador 2 em $t = 20s$ e $t = 30s$	84
5.9	Espectro de freqüências do ângulo de carga do gerador 2 em malha aberta	85
5.10	Espectro de freqüências do ângulo de carga do gerador 2 em malha fechada	86
5.11	Resposta do sistema com estabilizador usando modelo de terceira ordem	86
5.12	Modelo para o sistema elétrico do sul do Brasil	88
5.13	Resposta do sistema sul do Brasil a um aumento de $0.05pu$ na potência mecânica fornecida ao gerador G_4 (Itaipu)	88
5.14	Resposta do sistema equivalente do sul do Brasil com estabilizador auto-ajustável no gerador G_4 a variações de $\pm 0.25pu$ na potência mecânica fornecida ao gerador G_4 em $t = 10s$ e $t = 20s$	91
5.15	Saída do estabilizador para o sistema equivalente do sul do Brasil	91

Lista das Tabelas

1.1	Modelos simplificados para o gerador síncrono	7
1.2	Variáveis e Parâmetros do Modelo da Máquina Síncrona	9
5.1	Autovalores do sistema multimáquinas	83
5.2	Fatores de participação para o pólo dominante $-0.08021 \pm j7.1056$	83
5.3	Autovalores do sistema sul do Brasil	87
5.4	Fatores de participação para os pólos $0.65 \pm j5.39$ e $-0.23 \pm j5.88$. Valores inferiores a 0.001 são considerados nulos.	89

Resumo

Este trabalho propõe-se explorar a aplicação de técnicas de *controle auto-ajustável* à solução do problema de estabilidade dinâmica de sistemas elétricos de potência. Primeiramente o modelamento do sistema de potência é apresentado e o problema de estabilidade dinâmica colocado. A estratégia mais utilizada na prática industrial para a solução deste problema é descrita. As virtudes e limitações desta estratégia são discutidas.

A partir destas limitações a utilização de controle auto-ajustável à solução do problema de estabilidade dinâmica de sistemas de potência é justificada. Em seguida é apresentado um resumo da teoria de controle auto-ajustável. A aplicação destas técnicas a sistemas de potência é discutida, incluindo um apanhado sobre os trabalhos já publicados neste campo. Aspectos práticos da implementação de controladores auto-ajustáveis são também considerados.

Por fim um *estabilizador auto-ajustável de sistemas de potência com alocação parcial de espectro* é proposto. Este consiste em realocar apenas uma parte do espectro do sistema, mantendo suas características dinâmicas restantes. Desta forma pretende-se uma maior eficiência no amortecimento das oscilações eletromecânicas do sistema, desde que o esforço de controle é todo direcionado para a dinâmica problemática do sistema de potência. Um simulador de dinâmica de sistemas de potência, desenvolvido como parte deste trabalho, é apresentado em um Apêndice e utilizado para simular o comportamento de sistemas de potência quando submetidos à lei de controle proposta. Os resultados de simulação obtidos são apresentados ao final do trabalho. O bom desempenho obtido nestas simulações demonstram a potencialidade do método proposto.

Abstract

This work is concerned with the application of *self-tuning control* techniques to the solution of the dynamic stability problem in electrical power systems. The power system modelling is first presented and the dynamic stability problem is posed. The method traditionally used by the industry to solve this problem is described and the virtues and limitations of this method are discussed.

The usefulness of self-tuning control techniques is justified upon the aforementioned limitations of the classical approach. An outline of the self-tuning control theory is then presented. A discussion on the application of such techniques to power systems is provided, together with a brief overview of the literature. Practical aspects are also discussed.

A *self-tuning partial pole placement power system stabilizer* is then proposed. This controller consists in shifting only the dominant poles of the power system model. Since all control effort is directed towards the damping of the troublesome modes of oscillation, more efficient damping is expected. A power systems' dynamics simulator, developed specially for this research, is presented in an Appendix and used to simulate power systems behaviour when submitted to the proposed control algorithm. Simulation results are presented that indicate the good performance of the proposed controller.

Introdução Geral

A evolução da civilização humana sempre esteve associada ao consumo crescente de energia. A força de tração animal e o calor fornecido pela combustão de lenha são fontes de energia que vêm contribuindo para esta evolução desde tempos imemoriais. Na verdade estas foram as principais fontes de energia utilizadas pelo homem até o início da *Idade Moderna*. Até este momento da história da humanidade a demanda por energia crescia lentamente em função do lento progresso da civilização e era atendida de forma satisfatória por estes recursos naturais.

Com o advento da *Revolução Industrial* a demanda por energia passou a crescer de forma exponencial e as formas tradicionais de geração de energia revelaram-se inadequadas para suprir tal demanda. Neste ínterim, o século XIX veio apresentar ao mundo um novo paradigma energético: o desenvolvimento da teoria do eletromagnetismo por Michael Faraday e posteriormente James Maxwell e Lorentz possibilitou a criação das máquinas elétricas. As invenções da lâmpada elétrica por Thomas Eddison em 1878 e do motor de indução por Nikola Tesla em 1888 assinalaram a crescente importância da energia elétrica tanto para iluminação artificial quanto para o âmbito industrial .

Desde então, a demanda por energia elétrica das sociedades industrializadas cresce rápida e incessantemente. A fim de satisfazer esta demanda sistemas de geração e distribuição de energia elétrica muito complexos foram construídos. A tendência na produção de energia elétrica é a formação de redes de unidades interconectadas de geração e consumo de energia, algumas destas redes se espalhando por continentes inteiros. Com efeito, hoje em dia geradores situados a milhares de quilômetros de distância operam em paralelo em uma mesma rede.

A interconexão em larga escala dos sistemas de potência possui por objetivo tornar a geração de energia elétrica mais confiável e econômica. Isto é obtido pela capacidade que o sistema interconectado em larga escala tem de transferir energia rapidamente de uma área a outra do sistema. O aspecto econômico se manifesta pela redução das reservas de produção de energia, de 25% ou mais da capacidade total há algumas décadas para uma pequena percentagem nos dias de hoje. Esta interconexão apresenta porém muitos problemas de engenharia que

colocam o engenheiro frente a uma grande variedade de desafios. Também as novas tendências tecnológicas no projeto dos componentes dos sistemas de potência se fazem sentir. O planejamento, construção e operação destes sistemas se tornam extremamente complexos. A operação de um sistema de potência de tal complexidade deve ser baseado em controle automático e não na lenta operação manual. Novas e poderosas ferramentas de análise e síntese devem ser desenvolvidas a fim de prever seu comportamento.

Planejamento, construção e operação de sistemas de potência envolvem muitas etapas distintas, tais como previsão de demanda, investigação de fontes de energia, projeto e construção de linhas de transmissão, proteção do sistema, programação da produção de energia e outras. Este trabalho ocupa-se da análise do comportamento dinâmico de sistemas de potência e, principalmente, do projeto de controladores automáticos que melhorem este comportamento do ponto de vista da qualidade da energia elétrica fornecida.

Os controladores para sistemas de potência são usualmente projetados com base em um modelo matemático linear que representa o sistema em uma condição de operação típica. Na realidade, porém, os sistemas de potência têm natureza fortemente não-linear e sua condição de operação muda constante e amplamente, o que degrada a performance destes controladores assim projetados. Neste trabalho são exploradas técnicas de controle auto-ajustável. Estas técnicas visam evitar esta degradação de performance através do ajuste do controlador baseado na identificação, a cada instante de tempo, da condição de operação do sistema.

Esta monografia é organizada como segue. No Capítulo 1 são apresentados os componentes de sistemas de potência de maior relevância para a análise de seu comportamento dinâmico. Modelos matemáticos para estes componentes já consagrados na literatura são apresentados. A utilização destes modelos para a simulação de sistemas de potência em computadores digitais é discutida. No Capítulo 2 o problema de estabilidade dinâmica de sistemas de potência é discutido e a solução mais usualmente adotada pela indústria de energia elétrica é apresentada. A adequação e as limitações desta e de outras soluções clássicas são também discutidas e em função disto justifica-se a proposição de técnicas de controle auto-ajustável. O Capítulo 3 apresenta um sumário da teoria de controle auto-ajustável, discutindo diferentes técnicas de identificação e estratégias de controle. O Capítulo 4 discute a aplicação destas técnicas ao caso dos sistemas de potência. No Capítulo 5 um novo controlador auto-ajustável é proposto, baseado em alocação parcial de espectro. Resultados de simulações que demonstram o bom desempenho do controlador proposto são também apresentados. As referidas simulações são levadas a efeito por meio de um programa de simulação de dinâmica de sistemas de potência desenvolvido como parte deste trabalho. Este simulador, descrito no Apêndice A, utiliza os modelos descritos no Capítulo 1 e métodos matemáticos descritos neste mesmo Apêndice.

Capítulo 1

Modelagem e Simulação de Sistemas de Potência

1.1 Introdução

A fim de entender o comportamento dinâmico de sistemas elétricos de potência e, a partir deste entendimento, projetar um controlador que melhore sua performance, é necessário estar familiarizado com seus componentes básicos, especialmente aqueles que têm efeitos mais significativos no comportamento dinâmico dos sistemas de potência. Tal entendimento passa pela análise física e pela modelagem matemática destes componentes. No que concerne ao projeto, a simulação do comportamento do sistema controlado por meio da solução das equações resultantes desta modelagem é ferramenta importante na validação do controlador projetado.

Um ponto importante a ressaltar é que a modelagem matemática de sistemas de potência para o estudo de um determinado problema não pode ser dissociado do problema em si. Não seria prático nem adequado obter um *modelo universal* para sistemas de potência. Distintos fenômenos de instabilidade manifestam-se em sistemas de potência: oscilações de baixa frequência, oscilações subsíncronas, perda monotônica de sincronismo, entre outros. Cada um destes fenômenos demanda uma análise e uma modelagem particulares para o sistema em estudo. Ademais, o conjunto de componentes do sistema que são relevantes para a análise também depende do problema em questão.

Isto posto, este capítulo primeiramente descreve de forma sucinta os componentes utilizados nos sistemas de potência e modelos matemáticos no domínio do tempo para cada um destes componentes. Em seguida é apresentada a modelagem do sistema de potência como um todo, que resulta em um sistema singular de equações não lineares. A modelagem apresentada se adequa ao problema tratado neste trabalho, a saber, aquele da estabilidade dinâmica

dos sistemas de potência. Métodos matemáticos utilizados para solucionar este sistema de equações assim obtido são discutidos no Apêndice A. Estes métodos permitem a simulação do comportamento dinâmico de sistemas de potência em computadores digitais.

Conforme discutido no Capítulo 2, o problema de estabilidade dinâmica de sistemas de potência envolve fenômenos que se manifestam numa faixa de frequências muito inferior à síncrona. Por isto pode-se tratar as tensões e correntes do sistema como fasores. Na realidade estes *fasores* variam de magnitude, porém esta variação é lenta quando comparada à sua frequência, o que permite supor regime estacionário para o tratamento destas grandezas.

Sistemas de potência são sistemas de alta ordem, complexos e fortemente não lineares. Não obstante, na prática industrial de controle de sistemas de potência, o projeto de controladores é baseado em modelos simplificados e linearizados no domínio da frequência para o sistema. Modelando o sistema desta forma o problema é colocado no contexto de controle clássico. Estes modelos simplificados são apresentados ao final do capítulo.

1.2 Componentes Básicos de um Sistema Elétrico de Potência

A utilização de fontes alternativas de energia tais como a energia solar e a energia de fusão nuclear para a geração direta de energia elétrica tem sido intensamente pesquisada. Até o presente, porém, a tecnologia à nossa disposição não permite a utilização em larga escala destas fontes alternativas de energia. Enquanto isto não for possível, as principais fontes de geração de energia elétrica serão, como têm sido, as quedas de água, a fissão nuclear e os combustíveis fósseis. Estas formas de energia ou já estão na forma de energia mecânica, caso das quedas de água, ou precisam primeiramente ser convertidas para esta forma para então ser utilizada a conversão eletromecânica de energia, que é a tecnologia de que se dispõe para geração de energia elétrica. A energia mecânica assim obtida é coletada por uma turbina, que a transmite a uma máquina elétrica, onde ocorre a transformação da energia mecânica em energia elétrica. Para geração em larga escala o *gerador síncrono* trifásico é o mais eficiente.

Assim, os componentes básicos utilizados para geração de energia elétrica são o *gerador síncrono* com seus controladores e a turbina que transmite a energia mecânica ao eixo do gerador. O *regulador de tensão* e o *regulador de velocidade* são os mais importantes para a análise de estabilidade dinâmica. A energia assim gerada é transmitida ao ponto de consumo pelas *linhas de transmissão*. As indústrias, residências e outros consumidores constituem as *cargas* do sistema. Estes são, portanto, os componentes de um sistema de potência que devem ser

conhecidos e modelados matematicamente ao se fazer um estudo de estabilidade dinâmica. Estes componentes serão descritos e sua modelagem discutida de forma independente nas subseções seguintes.

1.2.1 O Gerador Síncrono

A maior parte dos problemas de dinâmica dos sistemas de potência está associada à dinâmica do gerador síncrono. Isto faz com que sua modelagem seja a mais importante dentre aquelas dos componentes básicos de um sistema de potência. Ademais, o modelo do gerador síncrono é também o mais complexo dentre estes. Estes fatores exigem que maior atenção seja dada à análise do modelo matemático do gerador síncrono que à dos modelos dos outros componentes.

O gerador síncrono transforma a energia mecânica de rotação de seu eixo em energia elétrica. A corrente contínua que percorre os enrolamentos do rotor induz tensão alternada nos enrolamentos fixos do estator segundo a lei de Faraday. A dinâmica elétrica envolvida neste processo e a dinâmica mecânica do rotor da máquina são de extrema relevância para a análise subsequente. As equações que descrevem este comportamento serão discutidas a seguir.

Equações Mecânicas

Do ponto de vista mecânico o gerador síncrono é um corpo em rotação sujeito a torques externos. A fim de simplificar as equações que descrevem o comportamento mecânico do gerador síncrono algumas hipóteses básicas são feitas:

- o eixo do rotor se comporta como um corpo rígido
- a velocidade do rotor da máquina não varia substancialmente com relação à velocidade síncrona
- perdas devidas ao atrito são desprezadas
- a potência mecânica aplicada ao rotor é considerada aproximadamente constante

Com estas hipóteses obtém-se a chamada *equação de oscilação*, que descreve o movimento de rotação do rotor da máquina síncrona:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega - \omega_s \\ \dot{\omega} = \frac{1}{2H}[P_m - P_e - D(\omega - \omega_s)] \end{cases} \quad (1.1)$$

onde:

δ	ângulo de carga
ω	velocidade angular do rotor
ω_s	velocidade angular síncrona
P_m	potência mecânica fornecida ao rotor
P_e	potência elétrica absorvida do estator
D	coeficiente de amortecimento
H	constante de inércia

Equações Elétricas

Os geradores síncronos comumente utilizados para geração de energia elétrica são trifásicos. Eletricamente estas máquinas consistem de três enrolamentos estatóricos, um enrolamento de campo e enrolamentos amortecedores no rotor. Estes enrolamentos estão todos acoplados magneticamente de maneira dependente da posição do rotor, de forma que a rotação do mesmo causa uma variação temporal das indutâncias mútuas. Porém através de uma determinada mudança de variáveis, conhecida por *transformação de Park*, obtém-se um novo sistema de equações invariante no tempo. A derivação deste novo sistema e a interpretação física das novas variáveis são bem conhecidas [KRA86] e por isto não serão discutidas aqui. Somente serão apresentadas as equações elétricas do gerador síncrono derivadas desta abordagem. Para esta derivação ver [KRA86, KIM68, AND77]. Cabe aqui apenas notar que as novas tensões e correntes obtidas com a transformação de Park são projeções das tensões e correntes reais da máquina sobre três eixos: dois eixos girantes à velocidade síncrona, um dos quais atrelado ao eixo do enrolamento de campo do rotor e o outro em quadratura com este, e um terceiro eixo estacionário. Sob a condição de equilíbrio trifásico, condição esta que é assumida sempre na modelagem do gerador síncrono para estudo de estabilidade dinâmica, a componente de eixo estacionário é nula.

A partir desta abordagem distintos modelos para o gerador síncrono são obtidos, dependendo de quais efeitos são levados em consideração nesta modelagem e quais são desprezados [ARR83]. Ainda que cada um destes diferentes modelos possua peculiaridades do ponto de vista conceitual, matematicamente todos podem ser englobados em um único *modelo generalizado*, apresentado na figura 1.1 na forma de diagrama de blocos. Nesta figura o bloco **T** representa a mudança de coordenadas descrita na seção 1.3 e o bloco **Rede** representa a interconexão do gerador síncrono com o restante do sistema.

Cada um dos modelos conhecidos da literatura pode então ser obtido como um caso particular deste modelo generalizado. A maneira pela qual o modelo da figura 1.1 gera os conhecidos modelos encontrados em [ARR83] é apresentada na tabela 1.1. A obtenção de um

MODELO	Aproximações feitas
Modelo 5
Modelo 4	$T''_{q0} = 0 ; X_q = X'_q$
Modelo 3	$T''_{q0} = T''_{d0} = 0 ; X'_q = X''_q ; X'_d = X''_d$
Modelo 2	$T''_{q0} = T''_{d0} = T'_{q0} = 0 ; X_q = X'_q = X''_q ; X'_d = X''_d$
Modelo 1	$T''_{q0} = T''_{d0} = T'_{q0} = T'_{d0} = 0 ; X_q = X'_q = X''_q ; X_d = X'_d = X''_d$

Tabela 1.1: Modelos simplificados para o gerador síncrono

modelo generalizado é bastante conveniente no contexto de sistemas de controle. As equações correspondentes a esta modelagem são sumarizadas a seguir.

$$\begin{aligned} \dot{E}'_q &= \frac{1}{T'_{d0}} [E_f + (X_d - X'_d)I_d - E'_q] \\ \dot{E}'_d &= \frac{1}{T'_{q0}} [(X_q - X'_q)I_q - E'_d] \\ \dot{E}''_q &= \frac{1}{T''_{d0}} [E'_q + (X'_d - X''_d)I_d - E''_q] \\ \dot{E}''_d &= \frac{1}{T''_{q0}} [E'_d + (X'_q - X''_q)I_q - E''_d] \\ \ddot{\delta} &= \frac{1}{2H} [P_m - P_e - D(\omega - \omega_s)] \\ V_q - E''_q + R_a I_q + X''_d I_d &= 0 \\ V_d - E''_d + R_a I_d - X''_q I_q &= 0 \end{aligned}$$

As principais aproximações feitas na derivação deste modelo são as seguintes[ARR83]:

- a velocidade do rotor varia suficientemente pouco para que possa ser considerada constante
- são desprezados efeitos não lineares de saturação no ferro e perdas por histerese
- indutâncias distribuídas no espaço são consideradas concentradas em um único ponto

A tabela 1.2 apresenta o significado das grandezas que constam destas equações, à exceção daquelas já definidas anteriormente. É interessante lembrar o significado das tensões e correntes envolvidas nestas equações, ou seja, que estas representam módulos de grandezas fasoriais.

Cada usina do sistema reúne diversos geradores. Como os geradores de uma mesma usina são semelhantes, operam sob as mesmas condições e estão fortemente acoplados elétrica-

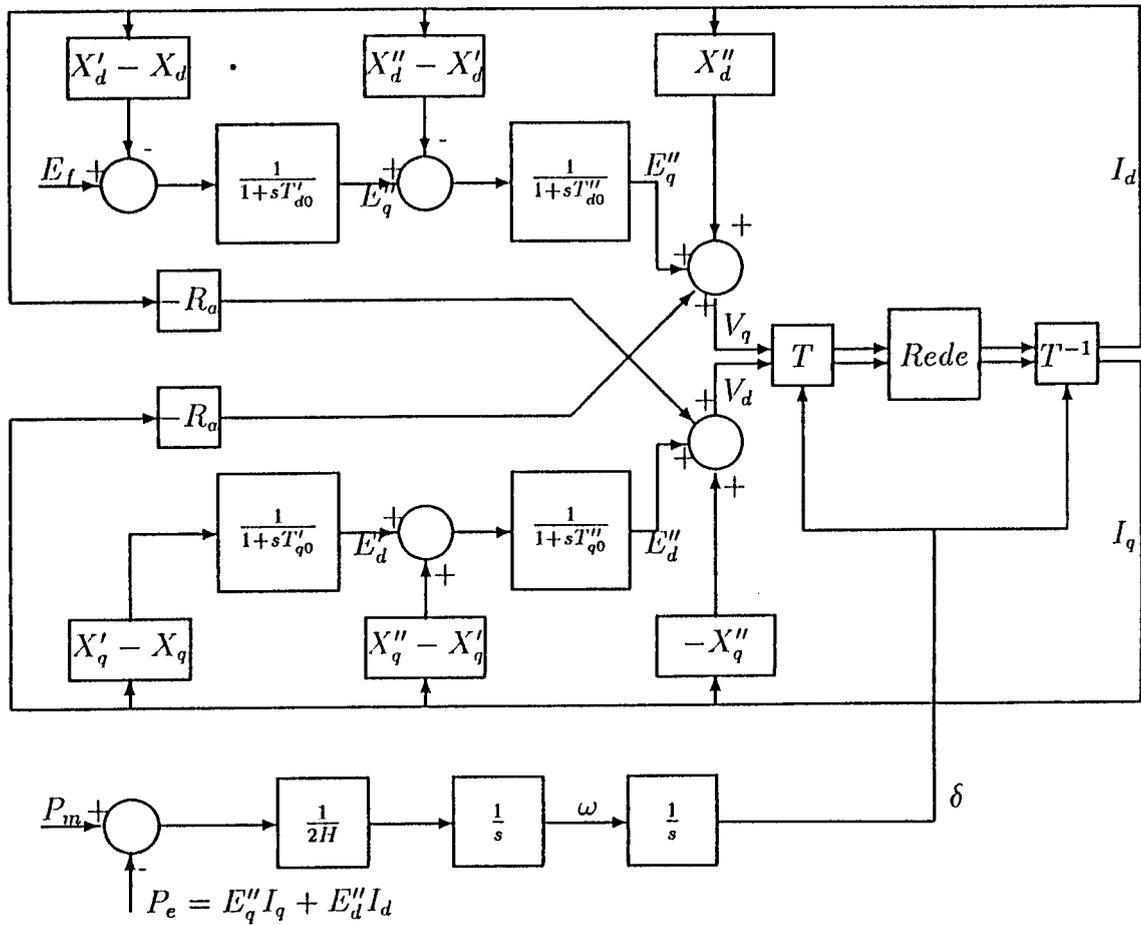


Figura 1.1: Modelo para o gerador síncrono

E'_q	tensão transitória no eixo em quadratura
E'_d	tensão transitória no eixo direto
E''_q	tensão subtransitória no eixo em quadratura
E''_d	tensão subtransitória no eixo direto
I_q	corrente no eixo em quadratura
I_d	corrente no eixo direto
V_q	tensão terminal no eixo em quadratura
V_d	tensão terminal no eixo direto
E_f	tensão de campo
X'_q	reatância transitória do eixo em quadratura
X'_d	reatância transitória do eixo direto
X''_q	reatância subtransitória do eixo em quadratura
X''_d	reatância subtransitória do eixo direto
R_a	resistência de armadura
T'_{qo}	constante de tempo transitória do eixo em quadratura
T'_{do}	constante de tempo transitória do eixo direto
T''_{qo}	constante de tempo subtransitória do eixo em quadratura
T''_{do}	constante de tempo subtransitória do eixo direto

Tabela 1.2: Variáveis e Parâmetros do Modelo da Máquina Síncrona

mente, é natural que se comportem de maneira muito similar. Este fato realmente se verifica, o que permite a modelagem de todos os geradores de uma usina como um único gerador equivalente. Na verdade mesmo usinas eletricamente próximas, ou seja, conectadas por reatâncias relativamente pequenas, são usualmente agrupadas em um único gerador equivalente. É portanto necessário ter em mente que as equações apresentadas representam, em geral, grupos de geradores e não um único gerador.

1.2.2 Reguladores Automáticos

Aos geradores síncronos estão associados reguladores automáticos de velocidade e tensão. À medida que os problemas de estabilidade tornam-se mais críticos a inclusão dos modelos destes reguladores se torna mais importante na simulação do comportamento do sistema de potência. Ambos os tipos de reguladores consistem de sensores, comparadores e amplificadores que devem ser levados em conta na modelagem. Mais ainda, a modelagem do regulador de velocidade inclui a turbina. Porém para fins de análise de estabilidade dinâmica de potência estes controladores podem ser modelados por sistemas lineares de primeira ordem que representem sua dinâmica dominante, acrescidos de um limitador.

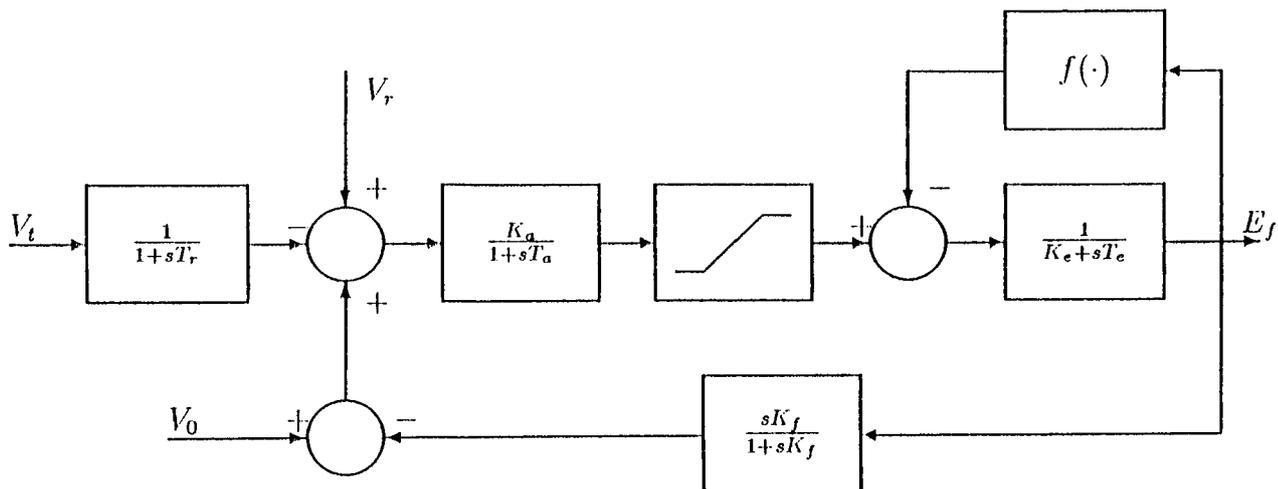


Figura 1.2: Diagrama de blocos do modelo para regulador de tensão IEEE tipo 1 [ARR83]

Regulador de Tensão

O regulador de tensão tem por objetivo reduzir as flutuações na tensão terminal do gerador. Esta tarefa é levada a cabo através da atuação sobre a corrente de campo, ou seja, o regulador de tensão atua sobre o sistema de excitação do gerador. Vários tipos de reguladores de tensão associados a diferentes tipos de sistema de excitação são utilizados em sistemas de potência. O IEEE¹ definiu alguns tipos de reguladores a fim de padronizar a modelagem, sendo um dos principais apresentado na figura 1.2, onde V_t representa a tensão terminal do gerador, V_r a tensão de referência, V_0 um sinal adicional que pode ser utilizado para a estabilização do sistema e E_f a tensão de campo do gerador. Conforme será discutido no Capítulo 2, o regulador de tensão tem efeitos de grande relevância sobre o comportamento dinâmico do sistema.

Regulador de Velocidade

O regulador de velocidade atua sobre a potência mecânica fornecida ao rotor do gerador a fim de manter constante a velocidade do mesmo. Como no caso do regulador de tensão, o IEEE recomenda certos modelos e um dos principais é apresentado na figura 1.3. Nesta figura, ω_r representa a referência de velocidade, P_r a referência de potência mecânica e P_m a potência fornecida ao rotor do gerador. A dinâmica associada a estes reguladores é de menor importância para a análise da estabilidade dinâmica de um sistema de potência que aquela dos reguladores de tensão.

¹Institute of Electric and Electronics Engineers

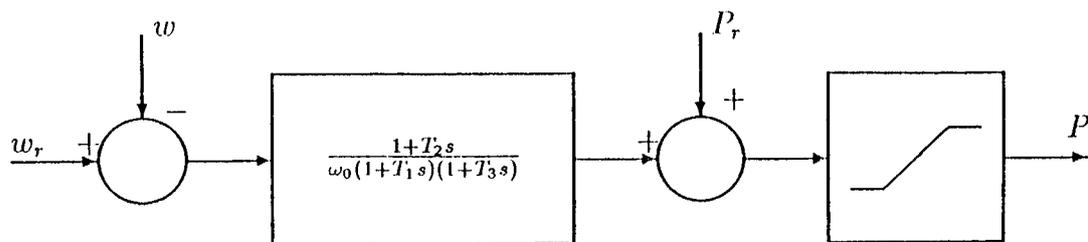


Figura 1.3: Diagrama de blocos do modelo para regulador de velocidade para usinas hidroelétricas com válvula [ARR83]

1.2.3 Cargas

Carga é o nome dado ao consumidor final da energia elétrica produzida e distribuída pelo sistema. A dinâmica das cargas em geral pode ser desprezada numa análise de estabilidade dinâmica. É importante no entanto levar em conta as características não lineares destas cargas. A modelagem tensão-potência exponencial é a mais utilizada. Este é um modelo estático não linear que representa a relação entre os fasores de tensão e corrente de uma carga. As equações (1.2) e (1.3) apresentam esta modelagem.

$$P = K_p V^p \quad (1.2)$$

$$Q = K_q V^q \quad (1.3)$$

onde P é a potência ativa e Q a potência reativa absorvidas pela carga, V é a tensão terminal da mesma e K_p , K_q , p e q são constantes, parâmetros de modelo.

1.2.4 Linhas de Transmissão

A energia elétrica produzida pelas usinas é transmitida aos consumidores através de linhas de transmissão. A dinâmica associada a estas linhas é rápida e pode ser desprezada para estudos de estabilidade dinâmica de sistemas de potência. Já para estudo de oscilações subsíncronas seria necessário considerar esta dinâmica. O modelo usualmente adotado para as linhas de transmissão em estudos de estabilidade dinâmica é o modelo II apresentado na figura 1.4. Nesta figura R representa resistência, X reatância e Y_c susceptância.

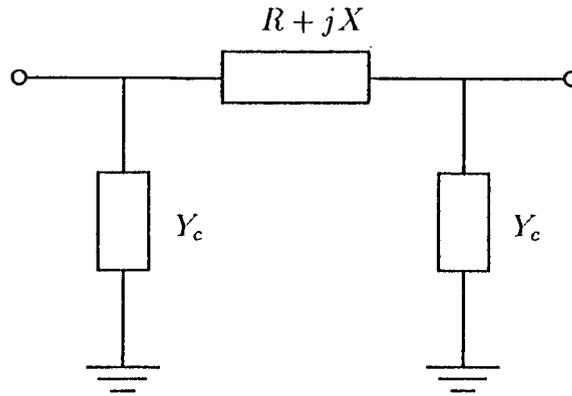


Figura 1.4: Modelo II para linhas de transmissão

1.3 Modelagem do Sistema

A representação do sistema como um todo é obtida a partir das equações oriundas da modelagem isolada dos componentes do sistema descrita na seção anterior. Esta tarefa é levada a efeito *conectando* as equações correspondentes a cada um dos componentes, ou seja, identificando as variáveis comuns a mais de um componente e representando esta interrelação em um único sistema de equações. As variáveis dos modelos de cada um dos geradores estão representadas em diferentes eixos de referência, pois cada gerador opera com um particular ângulo de carga e estas variáveis estão representadas como projeções sobre um eixo imaginário girante com este ângulo. Portanto, para obter a representação do sistema como um todo é preciso escolher uma referência comum e considerar nesta representação as transformações das variáveis de cada gerador para esta referência. O diagrama fasorial da figura 1.5 ilustra a transformação das variáveis de um gerador da referência de seu eixo em quadratura para a referência comum da rede.

A equação de transformação correspondente é:

$$\begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & \text{sen}(\delta) \\ -\text{sen}(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_q \\ V_d \end{bmatrix}$$

Com a modelagem dos componentes já apresentada e a equação de transformação acima obtém-se a representação matemática do sistema na forma de um *sistema singular* como o abaixo.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) &= \mathbf{0} \end{aligned} \tag{1.4}$$

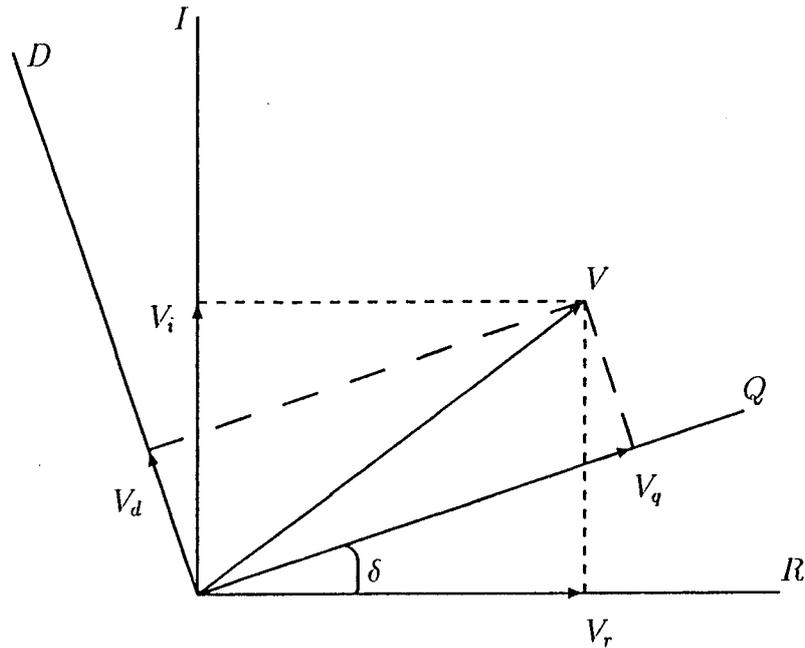


Figura 1.5: Relação entre as diferentes referências do sistema

onde:

- \mathbf{x} vetor de variáveis de estado
- \mathbf{z} vetor de variáveis algébricas
- \mathbf{u} vetor de entradas
- $\mathbf{f}(\cdot, \cdot, \cdot)$ função vetorial não linear
- $\mathbf{g}(\cdot, \cdot, \cdot)$ função vetorial não linear

A solução temporal do sistema singular (1.4) fornece o comportamento do sistema de potência ao longo do tempo. Métodos de solução numérica para (1.4) são descritos no Apêndice A. A implementação destes métodos em um computador permite a simulação do comportamento do sistema de potência, de forma que esta formulação é conveniente para análise e validação de projeto. Porém para fins de projeto de estabilizadores de sistemas de potência a formulação freqüencial descentralizada é usualmente preferida devido a seu apelo intuitivo e à disponibilidade de ferramentas de controle clássico para tratamento do modelo resultante desta abordagem. Este aspecto é discutido no segundo capítulo deste trabalho. A esta altura cabe apenas apresentar a citada modelagem, o que é feito na próxima seção.

1.4 Modelos Linearizados Descentralizados

Na figura 1.6 um sistema com uma máquina síncrona conectada a um *barramento infinito* é representado. O barramento infinito é uma idealização que apresenta ao sistema

de potência uma tensão de magnitude e frequência sempre constantes. No estudo do comportamento de uma máquina ou grupo de máquinas dentro do sistema, o barramento infinito representa o restante do sistema. O modelo *máquina-barramento-infinito* é comumente utilizado para análise do comportamento dos modos de oscilação associados a uma particular máquina do sistema e síntese de controladores para amortecer estas oscilações. É importante ressaltar a característica de descentralização embutida nesta modelagem.

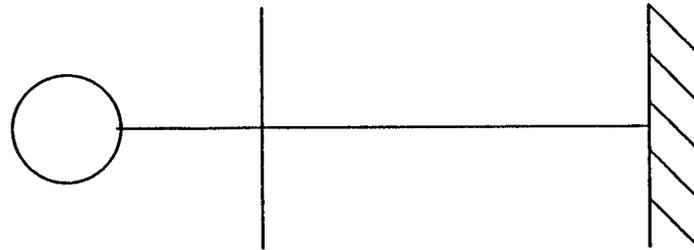


Figura 1.6: Sistema máquina-barramento-infinito

Utilizando algum dos modelos apresentados para a máquina síncrona e representando a conexão destes modelos com uma fonte de tensão ideal (o barramento infinito) através de uma linha de transmissão, um modelo útil para a análise simplificada do comportamento do sistema e para o projeto de controladores é obtido. Tomando o *Modelo 2* da tabela 1.1 para o gerador, linearizando as equações deste modelo e representando-as em conjunto com as equações algébricas referentes à linha de transmissão e ao barramento infinito, o modelo *Heffron-Phillips* é obtido:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.5)$$

com:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{K_3 T_{d0}} & 0 & -\frac{K_4}{T_d'} & \frac{1}{T_{d0}'} \\ -\frac{K_2}{2H} & 0 & -\frac{K_1}{2H} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_6 K_a}{T_a} & 0 & -\frac{K_5 K_a}{T_a} & -\frac{1}{T_a} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2H} \\ 0 & 0 \\ \frac{K_a}{T_a} & 0 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} E_q' \\ \omega \\ \delta \\ E_f \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} V_r \\ T_m \end{bmatrix}$$

onde as variáveis desta equação dinâmica foram definidas anteriormente.

Os ganhos K_1 a K_6 são oriundos da linearização. As expressões para estes ganhos podem ser encontradas em [AND77]. Uma vez que este é um modelo linearizado, as variáveis em (1.5) representam variações em torno de um ponto de operação. Os ganhos K_1 a K_6 são

calculados em função deste ponto de operação e portanto variam com a mudança deste último. Um diagrama de blocos equivalente a este modelo é apresentado na figura 1.7.

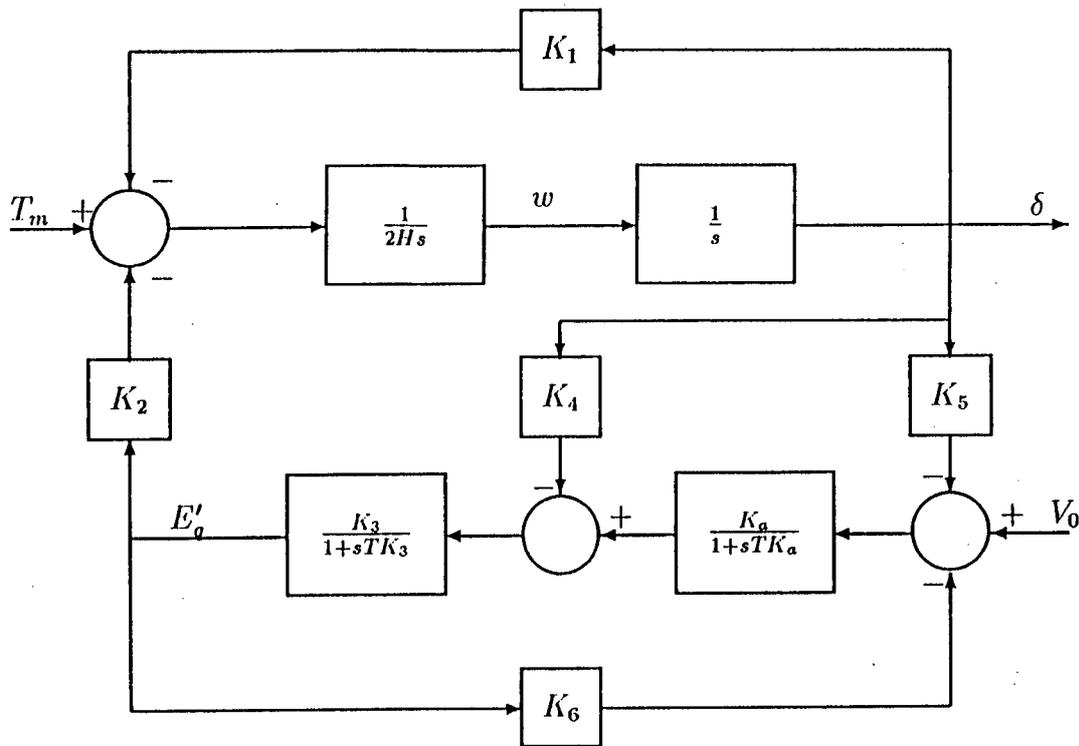


Figura 1.7: Modelo Linearizado para Estudo do Comportamento do Sistema Máquina-Barramento-Infinito

Este modelo tem sido largamente utilizado para análise de estabilidade dinâmica e projeto de estabilizadores de sistemas de potência [MEL69, LAR81a].

1.5 Conclusão

Neste capítulo a modelagem de sistemas de potência para fins de análise de estabilidade dinâmica foi discutida. O modelo do gerador síncrono é o aspecto mais crítico desta modelagem. Um *modelo generalizado* para o gerador síncrono que engloba vários dos modelos simplificados comumente utilizados foi apresentado. A descrição do sistema de potência por meio de um *sistema singular* de equações permite a simulação digital do comportamento do sistema. Este modelo é bastante complexo e dificilmente pode ser tratado por ferramentas de controle clássico. Modelos linearizados no domínio da frequência são preferidos pela prática industrial para o projeto de estabilizadores de sistemas de potência. Este projeto é usualmente levado a efeito de forma descentralizada, sendo cada máquina do sistema vista num contexto

máquina-barramento-infinito. Um modelo largamente utilizado neste contexto foi apresentado na última seção.

Capítulo 2

Estabilidade Dinâmica de Sistemas de Potência

2.1 Introdução

Confiabilidade no fornecimento de energia elétrica significa muito mais do que esta simplesmente estar disponível. Idealmente a tensão fornecida aos consumidores do sistema deveria ter amplitude e frequência constantes, independente das condições de operação do sistema. Em termos práticos isto significa que amplitude e frequência da tensão fornecida devem ser mantidas dentro de estreitas faixas de tolerância. O atendimento desta exigência é essencial para que os equipamentos dos consumidores operem de maneira satisfatória. Uma variação de, por exemplo, 15% na amplitude ou frequência da tensão fornecida pode fazer com que os motores conectados à rede parem. Variações ainda menores nestas grandezas, mesmo quando seus efeitos não se façam sentir de imediato, podem reduzir consideravelmente a vida útil dos equipamentos.

Os sistemas de potência evoluem no sentido de atender à demanda sempre crescente por energia elétrica com o máximo grau de confiabilidade e com custo tão baixo quanto possível. Dentre as tendências tecnológicas desta evolução destacam-se a modernização dos equipamentos, a utilização cada vez maior de controladores automáticos e a interconexão em larga escala. Estas tendências visam todas aquele mesmo fim, porém tendem a diminuir as margens de estabilidade do sistema. Com efeito, várias formas diferentes de instabilidade são observadas em função desta redução. Perda de sincronismo nos primeiros instantes após uma perturbação, oscilações de baixa frequência pouco amortecidas e oscilações subsíncronas são alguns dos problemas surgidos como efeito colateral da evolução dos sistemas de potência. Cada um destes problemas deve ser tratado de maneira particular, com uma modelagem matemática própria.

Os conceitos de estabilidade transitória e estabilidade dinâmica são muito importantes na análise que segue. O conceito de estabilidade transitória se refere à capacidade do sistema de voltar ao equilíbrio após uma perturbação súbita e severa. A falta de estabilidade transitória deve causar perda monotônica de sincronismo de geradores do sistema logo após uma perturbação. A estabilidade dinâmica diz respeito ao comportamento do sistema quando submetido a perturbações não tão severas. Instabilidade dinâmica deve levar ao surgimento de oscilações mantidas ou mesmo crescentes que limitam a capacidade de transmissão de energia.

Os modelos matemáticos para sistemas de potência utilizados para fins de estudo de estabilidade dinâmica foram apresentados no capítulo 1 desta monografia. Conforme colocado na seção 1.5 daquele capítulo, o projeto de controladores para sistemas de potência é usualmente levado a cabo a partir de um modelo simplificado do tipo máquina-barramento-infinito. Controladores são projetados separadamente para cada máquina. Do ponto de vista do sistema como um todo o controle é portanto feito de forma descentralizada. O procedimento pode ser sumariizado como segue. Identificados os modos de oscilação problemáticos do sistema, determina-se sobre qual gerador deve-se atuar para amortecer de maneira mais eficiente este modo. Isto é feito por meio de técnicas usualmente derivadas de análise modal [CAS92b]. Em seguida um controlador é projetado para este gerador a partir de um modelo máquina-barramento-infinito. O sistema obtido com a adição deste controlador é analisado, o modo mais problemático deste novo sistema é identificado, o gerador mais adequado para controlar este modo é determinado e um novo controlador é projetado. Este procedimento *seqüencial* é repetido até que o sistema como um todo apresente uma performance satisfatória [CAS92c, MAR92, ZAN92].

Este capítulo é organizado como segue. Na seção 2.2 o problema da estabilidade dinâmica de sistemas de potência é analisado e a abordagem clássica de solução do mesmo apresentada. Esta abordagem consiste na adição de *estabilizadores de sistemas de potência*. Métodos utilizados pela indústria de geração de energia elétrica para o projeto destes estabilizadores são discutidos na seção 2.3. Estes métodos são baseados em uma abordagem descentralizada e um modelo linear para o sistema máquina-barramento-infinito. Esta modelagem desconsidera fenômenos físicos relevantes para o comportamento do sistema controlado. Regras de projeto que levam em conta tais fenômenos são discutidas na seção 2.4. Os métodos de projeto usuais, com procedimento seqüencial e baseados em modelos tipo máquina-barramento-infinito, não levam em conta explicitamente características do sistema tais como a interação entre os controladores e a variação do ponto de operação. Métodos alternativos vêm sendo propostos que levam em conta estes aspectos. Esta questão é discutida na seção 2.5.

2.2 O Problema de Estabilidade Dinâmica em Sistemas de Potência

Nos primórdios da interconexão dos sistemas de potência a forma mais comum de instabilidade era a perda de sincronismo das máquinas síncronas nos primeiros instantes após uma perturbação no sistema. O sistema sofria portanto de falta de estabilidade transitória. Os reguladores automáticos de tensão, atuando sobre o sistema de excitação dos geradores, aumentam as margens de estabilidade transitória. No início da década de 60 a maior parte dos novos geradores adicionados aos sistemas eram equipados com estes reguladores automáticos de tensão [LAR81a]. Porém, à medida que estas unidades se tornavam uma parcela cada vez mais significativa da capacidade geradora instalada, a experiência de operação destes sistemas mostrava que os reguladores automáticos de tensão modernos, rápidos e de alto ganho, tinham um efeito pernicioso sobre a estabilidade dinâmica do sistema.

No final da década de 60 muita pesquisa vinha sendo feita em torno do controle das oscilações de baixa frequência resultantes da falta de estabilidade dinâmica. O controle destas oscilações por meio do regulador de velocidade foi tentado, mas a maior parte do esforço de pesquisa se dirigia ao controle por meio do sistema de excitação dos geradores. Vários autores propuseram a adição de *sinais estabilizadores* à entrada dos reguladores de tensão. Estes sinais eram gerados a partir de outros sinais do sistema e sua função era amortecer as oscilações eletromecânicas do sistema. Aos controladores que geravam estes sinais se convencionou chamar *estabilizadores de sistemas de potência* (ESP). A função básica de um ESP é portanto estender os limites de estabilidade dinâmica do sistema de potência modulando a excitação da máquina síncrona a que é aplicado, de forma a fornecer amortecimento às oscilações eletromecânicas das máquinas do sistema.

Em 1969, Francisco deMello e Charles Concordia [MEL69] propuseram uma abordagem para análise da estabilidade dinâmica de sistemas de potência e projeto de ESP's que veio a se tornar a mais utilizada pela indústria de geração de energia elétrica. Esta abordagem se baseia na análise do comportamento da *malha de torque e ângulo* da máquina síncrona em um sistema máquina barramento infinito. Esta malha representa a equação de oscilação simplificada da seguinte forma: a velocidade da máquina é suposta *quase* constante, de forma que seja válido supor que o torque elétrico é proporcional à potência elétrica ($P = T\omega$). Também a potência mecânica fornecida à máquina é suposta constante. Com estas hipóteses e com a linearização do torque elétrico:

$$T_e \cong K_a\omega + K_s\delta$$

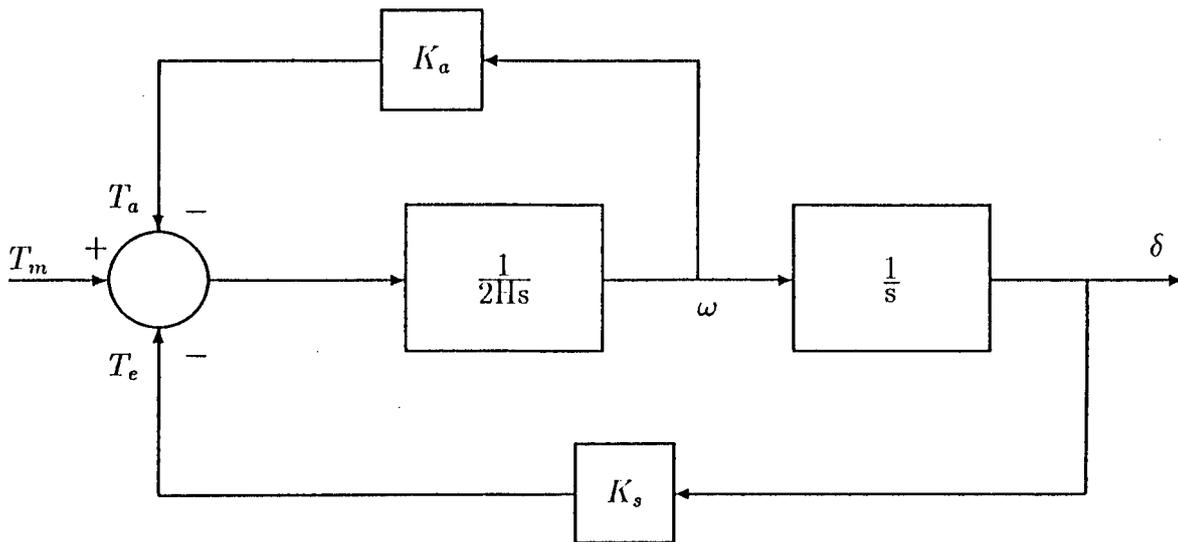


Figura 2.1: Malha de Torque Ângulo da Máquina Síncrona

onde K_a e K_s são duas constantes, a equação de oscilação (1.1) torna-se:

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H}[P_m - P_e - D\omega] \cong \frac{\omega_s}{2H}[T_m - K_a\omega - K_s\delta] = \frac{\omega_s}{2H}[T_m - T_a - T_s] \quad (2.1)$$

onde:

- K_a coeficiente de amortecimento
- K_s coeficiente de sincronização
- T_a torque amortecedor
- T_s torque sincronizante

e as outras grandezas constantes destas equações já foram definidas anteriormente. A utilização da nomenclatura acima ficará clara em seguida. Um diagrama de blocos equivalente a esta equação é apresentado na figura 2.1. A solução analítica da equação (2.1) fornece uma resposta oscilatória com frequência ω_n e amortecimento ζ :

$$\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\omega_s K_s} \\ \zeta &= \frac{1}{2} \frac{K_a}{\sqrt{2H\omega_s K_s}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Desde que os fenômenos a serem estudados no modelo da figura 2.1 são de natureza oscilatória, as variáveis do modelo podem ser encaradas como fasores para os efeitos deste estudo. Desta forma a análise pode ser feita à luz da teoria de resposta em frequência. Neste contexto, tratando-se as variáveis como fasores, pode-se falar nas relações de fase entre as variáveis do modelo.

Num modelo linearizado como este, torques gerados por quaisquer meios podem ser decompostos em duas componentes, sendo uma *em fase* com a velocidade e outra *em fase* com o ângulo. A análise da malha de torque ângulo mostra que os torques em fase com δ tendem

a manter a frequência de oscilação do sistema após uma perturbação, tentando restaurar o sincronismo. Por esta razão estes torques são chamados *torques sincronizantes*. Uma simples vista de olhos na equação (2.2) mostra que o amortecimento das oscilações do sistema será tanto maior quanto maior for o coeficiente K_a , que por isto é chamado coeficiente de amortecimento. Por esta mesma razão os torques gerados em fase com ω são chamados *torques amortecedores*. A equação (2.2) mostra também que $\zeta \propto K_s^{-\frac{1}{2}}$, de forma que o aumento dos torques sincronizantes traz como efeito colateral a redução dos torques amortecedores.

Os conceitos acima desenvolvidos serão utilizados a seguir na análise do comportamento dinâmico do gerador síncrono. Um modelo linearizado para o sistema máquina barramento infinito adequado para esta análise é aquele apresentado na figura 1.7 [MEL69]. Este modelo leva em conta a dinâmica mecânica da máquina, a dinâmica do enrolamento de campo e o regulador de tensão. A dinâmica dos enrolamentos amortecedores é desprezada.

A partir desta figura e dos conceitos acima apresentados, condições favoráveis à ocorrência de instabilidade dinâmica podem ser identificadas [MEL69, LAR81a]:

- reguladores de tensão com alto ganho
- reguladores de tensão rápidos
- sistemas de transmissão *fracos*, ou seja, com altas reatâncias
- carregamento do sistema próximo aos limites de estabilidade (elevado ângulo de carga)

Estas e outras condições concorrentes para a instabilidade dinâmica vêm se tornando cada vez mais costumeiras nos sistemas de potência desde os anos 50. Em sistemas com estas características situações de instabilidade podem ocorrer. Nestes casos a aplicação de um sinal adicional adequado ao regulador de tensão é muitas vezes suficiente para contornar este problema.

2.3 Projeto de Estabilizadores de Sistemas de Potência

No contexto da análise apresentada acima pode-se dizer que o objetivo do ESP é fornecer torque amortecedor extra ao sistema. Mais ainda, este torque amortecedor deve ser de magnitude adequada em uma faixa de frequências que englobe todos os possíveis modos de oscilação do modelo. Desde que o torque gerado pelo sinal estabilizador deve estar em fase com a velocidade do rotor e existe um atraso, introduzido pelo regulador de tensão e o circuito de campo do gerador, entre a entrada do ESP e o torque, o sinal estabilizador deve estar adiantado

com relação à velocidade. A expressão matemática deste conceito pode ser extraída da figura 1.7. Para pequenas variações do ângulo δ , a função de transferência entre o sinal estabilizador e o torque pode ser aproximada por:

$$G(s) \triangleq \frac{T(s)}{V_0(s)} \cong \frac{K_2}{K_6} \frac{1}{[1 + sT'_{d0}/(K_6K_e)][1 + sT_e]}$$

Sejam $X(s)$ o sinal escolhido para geração do sinal estabilizador, $\frac{X(s)}{\omega(s)}$ a função de transferência entre a velocidade e o sinal de retroação e $ESP(s)$ a função de transferência do ESP. Então:

$$\frac{T(s)}{\omega(s)} = G(s) \frac{X(s)}{\omega(s)} ESP(s)$$

Idealmente esta função de transferência deve ser um simples ganho, de forma que o torque esteja em fase com a velocidade. Para tanto seria necessário que:

$$\begin{aligned} ESP(s) &= K_a / [G(s) \frac{X(s)}{\omega(s)}] \\ ESP(s) &= K_a \frac{K_6}{K_2} [1 + sT'_{d0}/(K_6K_e)][1 + sT_e] \left(\frac{X(s)}{\omega(s)}\right)^{-1} \end{aligned} \quad (2.3)$$

onde K_a é o coeficiente de amortecimento desejado. A expressão (2.3) mostra que, dada a natureza de $G(s)$, $ESP(s)$ resultante desta expressão é uma função de transferência derivativa¹, o que é indesejável do ponto de vista prático. Por esta razão, na prática uma aproximação desta função de transferência, que tenha características de fase semelhantes àsquelas de (2.3) na faixa de freqüências de interesse, é utilizada. Para $X = \omega$, por exemplo, $ESP(s)$ é escolhida tal que:

$$\angle ESP(j\omega) \approx \angle \frac{K_6}{K_2} [1 + sT'_{d0}/(K_6K_e)][1 + sT_e] \quad \omega \in [.2Hz : 2.5Hz]$$

$$|ESP(j\omega)| \geq K_a \quad \omega \in [.2Hz : 2.5Hz]$$

Esta característica usualmente pode ser obtida por meio de dois estágios avanço-atraso para a maioria das situações práticas. A função de transferência de um ESP é usualmente tomada como:

$$ESP(s) = \frac{1 + sT_a}{1 + sT_r} \frac{1 + sT_a}{1 + sT_r}$$

Outra formulação do problema consiste em colocar o sistema a ser controlado na topologia clássica de sistemas de controle. Isto nos leva à análise da *malha do regulador de tensão*, representada na figura 2.2.

¹Salvo se $\frac{X(s)}{\omega(s)}$ for uma função de transferência não própria de grau relativo menor que -1 . Porém não existe no sistema um tal sinal X .

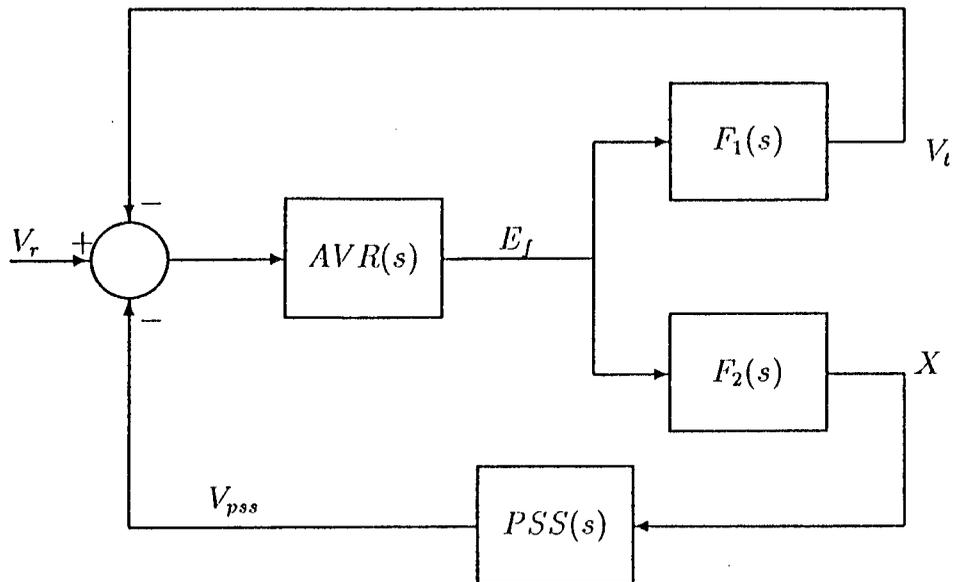


Figura 2.2: Malha do regulador de tensão

Nesta abordagem o sistema de potência é visto apenas como a função de transferência entre a entrada do regulador de tensão e a saída a ser realimentada. Técnicas clássicas de controle podem então ser aplicadas. Projeto por *lugar das raízes* [LAR81b], *diagrama de Nyquist* [MAR89], e *alocação de pólos* [ARA92] têm sido utilizados.

2.4 Considerações Adicionais sobre o Projeto de Estabilizadores de Sistemas de Potência

Sistemas de potência são sistemas de alta ordem e não lineares extremamente complexos. Modelos simplificados são utilizados para analisar seu comportamento e guiar o projeto de controladores. Conforme discutido anteriormente, estes modelos propõem-se representar certos fenômenos ocorrentes nos sistemas de potência, deixando outros fenômenos de lado em favor da compreensibilidade e tratabilidade do modelo.

Portanto ao se projetar um controlador com base em um modelo simplificado é preciso ter cuidado para que a atuação deste controlador não interfira em fenômenos outros que não aqueles que propõe-se controlar. Uma tal interferência não seria observada no estudo do modelo, desde que este não dá conta destes outros fenômenos. Por esta razão o projeto do controlador deve ser guiado também por regras estranhas à modelagem utilizada e não somente

pelo formalismo matemático embutido neste. Há portanto outros fatores a serem levados em conta no projeto de um ESP além daqueles expostos na abordagem apresentada na seção anterior. Dentre estes fatores destacam-se a imposição de limites à atuação do ESP, a inclusão de filtros e a escolha do sinal de retroação que servirá de entrada para o ESP. Estes fatores serão brevemente discutidos a seguir.

2.4.1 Restrição da Atuação do ESP

O ESP atua sobre o sistema de excitação do gerador através do regulador de tensão (figura 1.7). Porém no procedimento de síntese apresentado na seção anterior não é levada em conta a saturação do sistema de excitação (ver modelagem do regulador de tensão no capítulo 1). O sistema de excitação saturado não cumpre adequadamente sua função de regulação de tensão. Por esta razão limites devem ser impostos sobre a atuação do ESP de forma que esta atuação jamais cause a saturação do sistema de excitação do gerador e não interfira na função de regulação de tensão do mesmo.

2.4.2 Filtro Torsional

No estudo da estabilidade dinâmica o eixo da máquina síncrona é sempre modelado como um corpo rígido. Esta modelagem é válida na faixa de frequências de interesse neste estudo. Porém o rotor da máquina síncrona oscila com relação à turbina em frequências na faixa subsíncrona, dando origem às chamadas *oscilações torsionais*. A atuação do ESP pode excitar estes modos de vibração. Reguladores de tensão rápidos e com alto ganho aumentam a possibilidade de que isto ocorra.

Estas oscilações torsionais podem causar efeitos danosos tais como a saturação do sistema de excitação do gerador, resultando eventualmente em perda de sincronismo, a saturação da atuação do ESP, eliminando seu efeito estabilizador, ou mesmo danos físicos ao eixo da máquina. É portanto imperativo que o ESP não induza vibrações torsionais. Para evitar que isto ocorra são adicionados ao ESP filtros *rejeita-faixa* de alto Q com frequências centrais igual àsquelas dos modos torsionais de vibração [LAR81c].

2.4.3 Filtro de Eliminação de Atuação em Regime Permanente

A atuação do ESP somente é necessária quando surgem oscilações eletromecânicas no sistema e deixa de sê-lo assim que estas cessam. Ademais uma eventual mudança de ponto de operação faria com que o ESP atuasse em situação de regime permanente, o que seria equivalente a uma mudança no valor da referência de tensão. Por este motivo a atuação do ESP em regime permanente não só é desnecessária como também prejudicial.

Para que a atuação do ESP se dê exclusivamente na situação adequada, a variável de realimentação deve ser filtrada, de forma que apenas suas oscilações em torno do ponto de operação sejam realimentadas. Um filtro passa-altas de primeira ordem é a escolha usual:

$$W(s) = \frac{sT_w}{1 + sT_w}$$

A constante T_w deve ser escolhida de forma que a componente de frequência nula seja eliminada da realimentação o mais rapidamente possível, o que é feito com uma constante de tempo pequena. Por outro lado, T_w deve ser grande o suficiente para que a frequência de corte do filtro esteja abaixo das faixa de frequências de interesse. Há portanto um limite inferior para a escolha de T_w . Não obstante, a escolha de T_w usualmente não é uma questão crítica no projeto de um ESP. Um valor típico é $T_w = 10s$.

2.4.4 Escolha do Sinal de Retroação

A teoria de análise modal fornece os conceitos de controlabilidade e observabilidade dos autovalores de um sistema. Estes conceitos permitem verificar quais variáveis devem ser observadas e sobre quais deve-se atuar para controlar de modo mais eficiente cada um dos autovalores. Estas devem ser aquelas variáveis com relação às quais cada um dos autovalores apresente maiores índices de observabilidade e controlabilidade, respectivamente. Estes conceitos são utilizados em projeto de ESP's para determinar quais geradores devem ser equipados com estes controladores, conforme comentado anteriormente neste trabalho. Outra aplicação destes conceitos é a de determinar qual deve ser o sinal de entrada do ESP.

O ESP gera o sinal estabilizador para o sistema de potência a partir da observação das variáveis do sistema. A observabilidade do modo de oscilação a ser controlado na variável escolhida deve ser significativa. Desde que estes modos estão associados à dinâmica mecânica da máquina, estes são significativamente observáveis com relação às variáveis associadas a esta dinâmica. Estas variáveis são o ângulo e a velocidade do rotor da máquina. Uma vez que a potência acelerante $P_a = P_m - P_e$ é proporcional à derivada da velocidade (ver equação (1.1)), a observabilidade destas oscilações também é significativa nesta variável. Estes fatos podem ser verificados pela autoanálise do sistema, verificando os fatores de participação ou os índices

de observabilidade dos autovalores do sistema em cada uma das variáveis da máquina. Outra forma de verificação é a análise espectral das variáveis do sistema.

As figuras 2.3 a 2.6 mostram o espectro de frequência de alguns sinais de um sistema de potência. Estes espectros foram obtidos a partir da simulação de um sistema máquina-barramento-infinito no qual a frequência de oscilação do modo dominante é da ordem de $1Hz$.

É notória a dominância do modo de oscilação na faixa de $1Hz$. Esta dominância é mais pronunciada nas variáveis mecânicas, ou seja, ângulo e velocidade. As tensões terminal (V_t) e de campo (E_f) apresentam outras componentes em seu espectro e não são portanto tão adequadas para a observação do modo dominante. O ângulo é descartado devido às dificuldades inerentes à sua mensurabilidade.

Uma análise mais aprofundada nesta direção pode indicar os sinais mais adequados para observação de cada um dos modos de oscilação de um sistema de potência. Outras questões como a mensurabilidade de cada um dos sinais e a interferência de fatores espúrios nas medições devem ser levados em conta na escolha do sinal. As escolhas mais utilizadas na prática industrial são a velocidade, a potência elétrica, a potência acelerante ($P_a = P_m - P_e$) e a frequência da rede. As características exigidas da função de transferência do ESP também dependem do sinal escolhido. Como exemplo pode ser mencionado que a potência acelerante está adiantada de 90° com relação à velocidade ($\dot{\omega} = P_a$), de forma que a função de transferência de um ESP com entrada de potência acelerante deve ter uma característica de fase com avanço 90° menor do que um ESP com entrada de velocidade. A maior adequação de cada uma destas escolhas depende das características particulares do sistema a ser controlado.

2.4.5 Função de Transferência Completa de um Estabilizador de Sistema de Potência

Como forma de conclusão a esta seção um ESP que leva em conta todos os aspectos abordados acima é apresentado. Este ESP usa como sinal de realimentação o desvio de velocidade do rotor, dispõe de filtros anti-torsional e de eliminação de atuação em regime permanente e tem sua atuação restrita por um limitador de tensão. A estrutura de avanço de fase com dois estágios *avanço-atraso* é tipicamente a necessária em aplicações reais.

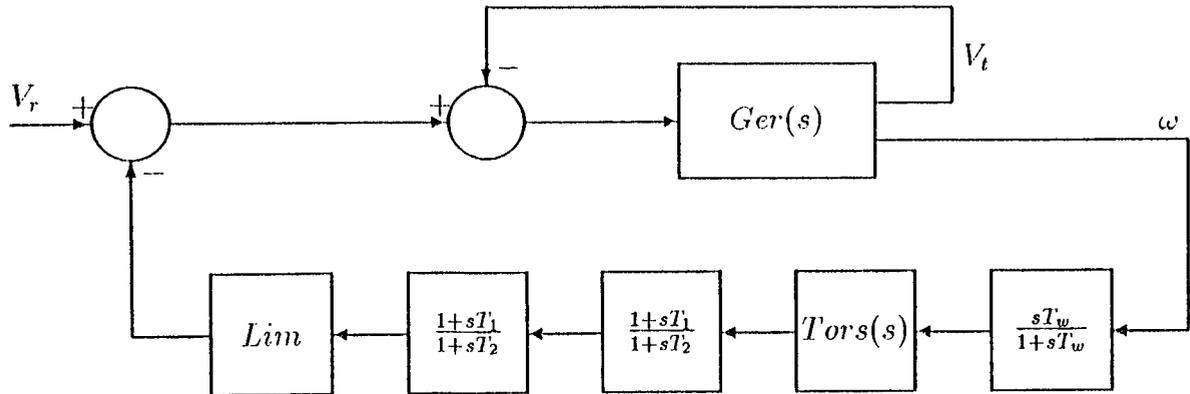


Figura 2.7: Diagrama de blocos de sistema de potência com ESP

2.5 Métodos Não-Clássicos de Controle e Perspectivas Futuras

Sistemas de Potência são sistemas dinâmicos de alta ordem não-lineares e sujeitos a perturbações de naturezas diversas. Não obstante, os *estabilizadores de sistemas de potência* são usualmente projetados a partir de um modelo linear de baixa ordem. Este procedimento fornece resultados satisfatórios em muitas aplicações devido ao fato de que, para o fenômeno em estudo, o comportamento das variáveis do sistema observáveis do ponto de vista de um dado gerador é aproximadamente descrito por este modelo.

Porém, à medida que os sistemas de potência evoluem, este comportamento tende a tornar-se mais complexo e modelos desta natureza não descrevem mais de forma adequada os fenômenos de interesse. Nesta situação modelos mais acurados e técnicas de projeto mais sistemáticas devem ser buscados. Por outro lado, o projeto descentralizado seqüencial não leva em consideração a interação entre os diversos estabilizadores adicionados ao sistema.

O projeto centralizado feito por meio de *controle ótimo* tem sido explorado [PEN92, SIL92b]. Na verdade as restrições de informação entre os diversos centros de geração de energia são levadas em conta, de forma que o controle obtido é na verdade *sub-ótimo* [GER85]. Com esta abordagem o sistema é modelado como um todo, sem necessidade da aproximação por um barramento infinito. Ademais, a questão da interação entre controladores é contornada pelo projeto centralizado de um único controlador.

Uma nova perspectiva é a aplicação de técnicas de *controle robusto* à estabilização de sistemas de potência [FIS93b, QUI93, FIS93c]. A teoria de controle robusto tem evoluído muito nos últimos anos [SAN92]. No contexto da teoria de controle robusto o sistema de potência pode

ser tratado como um conjunto de possíveis sistemas, cada um destes representando a dinâmica do sistema de potência em uma dada condição de operação. O controlador projetado por estas técnicas estabiliza então todo aquele conjunto de modelos. Alguns dos métodos derivados desta abordagem utilizam formulações similares à *equação de Riccati* e podem ser vistos como métodos de otimização [SCH88, FIS93b, FIS93c].

Outra alternativa que tem sido explorada na literatura é aquela da qual se ocupa este trabalho: o *controle auto-ajustável*. Nesta abordagem uma linearização para o sistema é feita a cada instante de tempo, sendo assim obtido um modelo que representa as variações das características dinâmicas do sistema. A utilização de um modelo mais acurado diminui a necessidade de ajustes empíricos e permite a utilização de técnicas de projeto mais sistemáticas. Estas características de projeto assim obtidas também permitem a abordagem de problemas emergentes no controle de sistemas de potência tais como a interação entre controladores. Características e aplicabilidade do controle auto-ajustável à estabilização de sistemas de potência serão discutidas nos capítulos posteriores deste trabalho.

2.6 Conclusão

Neste capítulo o problema de estabilidade dinâmica de sistemas de potência foi colocado e estudado. Condições sob as quais este problema pode manifestar-se foram apresentadas. Estas condições tornam-se mais freqüentes com a evolução dos sistemas de potência. Estabilizadores de sistemas de potência (ESP's) são usualmente eficazes na solução destes problemas. Um método de projeto de ESP's baseado em análise de resposta em freqüência, já consagrado pela prática industrial, foi apresentado. Outros métodos também baseados em ferramentas de controle clássico tais como lugar das raízes, diagrama de Nyquist e alocação de pólos são utilizados. Na aplicação destes métodos é feita a simplificação de que a máquina a ser controlada está conectada a um barramento infinito. Limitações inerentes a esta modelagem e às próprias ferramentas de projeto foram discutidas. Ao final do capítulo algumas perspectivas de pesquisa foram apresentadas, envolvendo métodos de *controle ótimo*, *controle robusto* e *controle auto-ajustável*, sendo que esta última será o tema do restante deste trabalho.

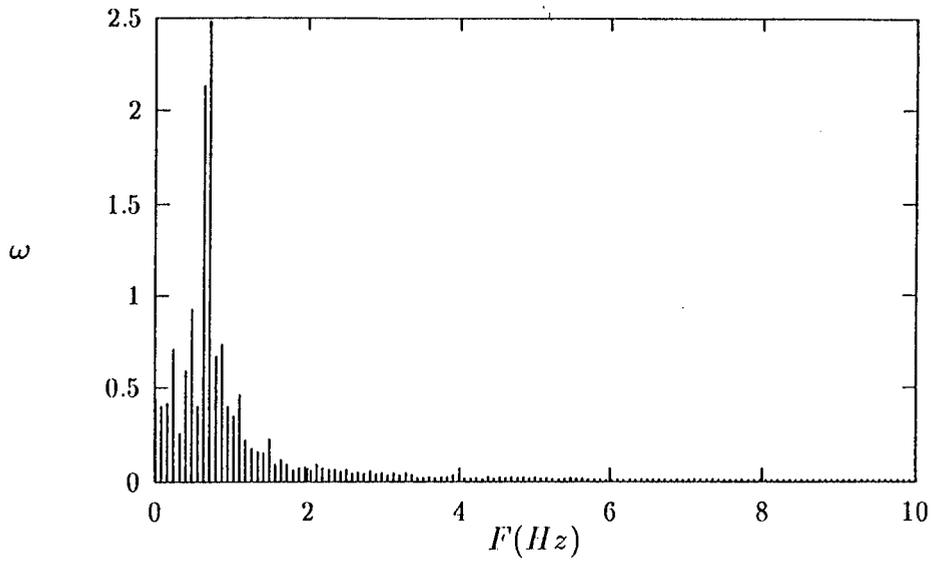


Figura 2.3: Espectro de frequências da velocidade

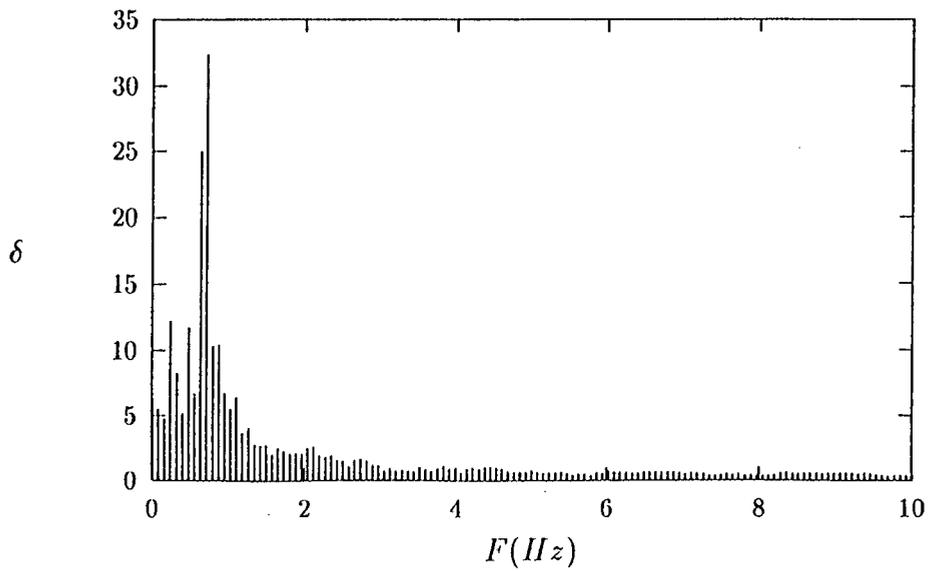


Figura 2.4: Espectro de frequências do ângulo

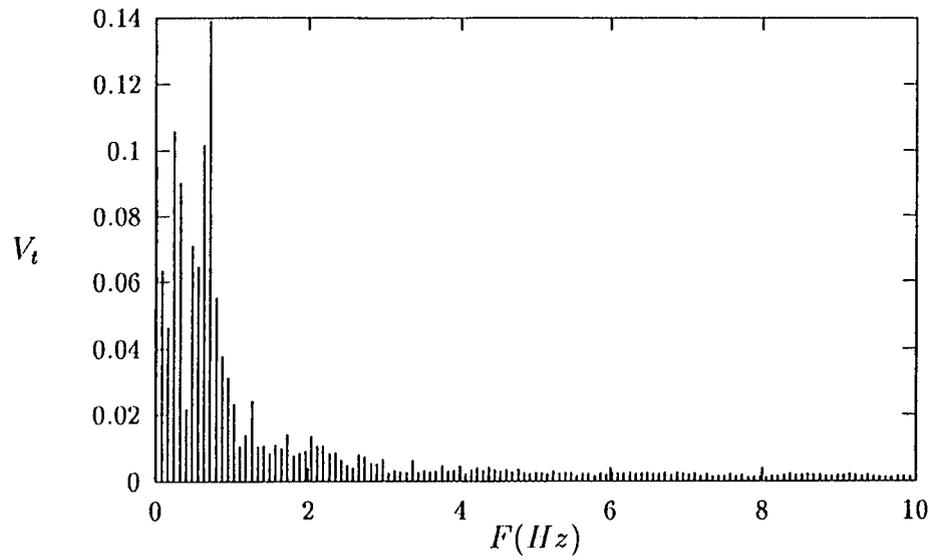


Figura 2.5: Espectro de frequências da tensão de campo

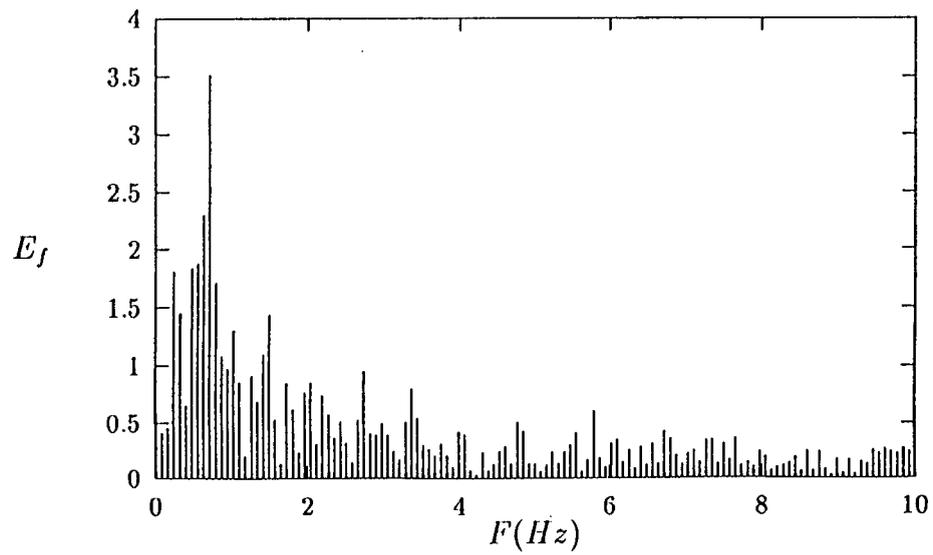


Figura 2.6: Espectro de frequências da tensão terminal

Capítulo 3

Teoria de Controle Auto-Ajustável

3.1 Introdução

A teoria de controle trata basicamente de sistemas lineares invariantes no tempo. Para aplicação dos conceitos desta teoria a sistemas reais estes sistemas são portanto modelados como tendo estas características. Para muitas aplicações reais esta é uma boa aproximação e controladores projetados com base nesta modelagem apresentam performance satisfatória. Porém, para sistemas com pronunciadas características não lineares que devem acomodar diferentes pontos de operação, um controlador projetado com base num modelo como este pode ser inadequado. Vale lembrar aqui um princípio básico: a capacidade de controlar a saída de um sistema é tanto maior quanto mais precisamente for possível prevê-la [GOO84].

A evolução recente da teoria desenvolveu abordagens para síntese de sistemas de controle que utilizam aproximações menos drásticas para modelar o sistema a ser controlado. Dentre estas destacam-se a *teoria de controle robusto* [SAN92] e a *teoria de controle adaptativo*. Esta última tem sido objeto de intensa pesquisa nas últimas décadas. Dentro do contexto de controle adaptativo duas abordagens tem atraído maior interesse: o *controle por modelo de referência* [AST89] e o *controle auto-ajustável*, que é o objeto do presente trabalho.

Um controlador auto-ajustável é aquele que ajusta-se às mudanças no processo. O sistema resultante em malha fechada com um tal controlador é muito difícil de ser analisado matematicamente do ponto de vista de estabilidade e características de convergência. Por isto análises são feitas supondo que o processo tem a cada instante de tempo parâmetros fixos mas desconhecidos [GOO84]. Para cada instante o problema de determinar os parâmetros do controlador se reduz a um problema de ajuste e existe um conjunto de parâmetros que é o desejado para esta condição instantânea segundo alguma estratégia de controle. Os parâmetros do controlador devem convergir para estes valores. Um sistema com esta característica é dito

auto-ajustável.

Controle auto-ajustável consiste portanto em continuamente identificar um modelo para o processo e ajustar o controlador para este sistema identificado como se este fosse invariante no tempo. As incertezas na identificação não são levadas em conta, de forma que o modelo identificado é utilizado como se fosse exato. Este princípio é chamado *princípio da equivalência*.

O controle auto-ajustável pode então ser dividido em duas etapas distintas, a saber, a identificação e o controle. Ainda que os problemas de identificação e de controle sejam duais e a interação entre estas duas etapas seja bem reconhecida, usualmente estes dois problemas são tratados em separado na teoria de controle auto-ajustável, seguindo o princípio da equivalência. Diferentes estratégias de controle e métodos de identificação podem ser combinados, dando origem a controladores auto-ajustáveis com propriedades distintas. Estas propriedades dependem não apenas das características das estratégias adotadas em cada uma das etapas, mas também da forma como estas interagem.

Mesmo quando aplicado a um sistema linear invariante no tempo, um controlador auto-ajustável dá origem a um sistema não linear variante no tempo em malha fechada, o que dificulta sobremaneira a análise de um tal sistema. Resultados que garantem a estabilidade e convergência de alguns algoritmos quando aplicados a sistemas lineares invariantes no tempo são conhecidos [GOO84]. Porém para sistemas não lineares ou invariantes no tempo, ou mesmo sistemas simplesmente submodelados, não há resultados como estes à disposição. Mais ainda, mesmo para sistemas lineares invariantes no tempo não há resultados sobre o comportamento transitório de algoritmos adaptativos. Não obstante a falta de garantia teórica sobre o bom comportamento dos algoritmos de controle auto-ajustável, estes vêm sendo objeto de inúmeros trabalhos científicos nas últimas décadas [AST80, WAR81, SAN93] e têm sido aplicados em situações práticas [HAG91, WIT84].

Isto posto, este capítulo é organizado como segue. Na seção 3.2 a identificação de parâmetros em tempo real é primeiramente discutida de um ponto de vista genérico e em seguida o método dos mínimos quadrados é descrito. Destaque especial é dado a este método pela sua simplicidade conceitual e analítica, e pela sua larga utilização. A identificação de um sistema dinâmico não é possível sob condições de operação quaisquer. Esta questão é abordada na seção 3.3. Estratégias de controle aplicáveis a controladores auto-ajustáveis são discutidas em seguida. Na subseção 3.4.1 a técnica de alocação de pólos é descrita. Por fim, na seção 3.5 a interação entre os processos de identificação e controle, quando levados a efeito em conjunto em aplicações de controle auto-ajustável, é discutida.

3.2 Identificação Recursiva de Parâmetros

A fim de controlar um sistema, as suas propriedades devem ser conhecidas. A este conhecimento é dado o nome de *modelo*. Este modelo pode apresentar-se de diferentes formas, desde um conhecimento intuitivo do comportamento do sistema até uma descrição detalhada das relações matemáticas existentes entre as variáveis relevantes do sistema. Ainda que a evolução da teoria de controle venha desenvolvendo abordagens baseadas em modelos de diferentes formas, tais como os sistemas especialistas e a teoria de controle nebuloso, tanto os desenvolvimentos teóricos quanto as aplicações da teoria de controle usualmente baseiam-se em modelos matemáticos analíticos.

Estes modelos matemáticos são usualmente obtidos em duas etapas. A partir de um conhecimento prévio dos mecanismos físicos envolvidos no processo, uma estrutura particular para o modelo é definida. A este processo é dado o nome de *modelagem*. Definida esta estrutura, experimentos são levados a efeito a fim de determinar valores numéricos para os parâmetros desta estrutura. Tal procedimento, que pode ser visto como o elo de ligação entre o mundo matemático e o mundo real, é conhecido como *identificação* e é uma etapa necessária em qualquer aplicação prática da teoria de controle.

O controle auto-ajustável necessita da contínua identificação dos parâmetros variáveis do modelo utilizado para o processo. À identificação em tempo real, que segue a variação dos parâmetros identificados, é dado o nome de *identificação recursiva*. Inúmeros métodos de identificação recursiva têm sido descritos na literatura, muitos deles bastante similares, com pequenas diferenças de acordo com a particular aplicação em vista. Do ponto de vista conceitual, estes métodos podem ser colocados em um mesmo referencial teórico. Isto é possível a partir do reconhecimento de que basicamente quatro abordagens teóricas são possíveis para a derivação de métodos de identificação recursiva de parâmetros, a saber [LJU86]:

- modificação conveniente de métodos de identificação *off-line*¹
- aproximação estocástica
- filtragem não linear
- técnicas de modelo de referência e regressões pseudolineares

¹Por vezes o uso de uma terminologia estrangeira é um mal menor que uma tradução fatalmente pobre.

A partir destas quatro abordagens inúmeros métodos de identificação recursiva são obtidos. O método de identificação recursiva mais utilizado é obtido a partir de um método de identificação *off-line*: o *método dos mínimos quadrados*. A preferência por este método advém de sua simplicidade, tanto conceitual quanto a nível de implementação, e de sua comprovada eficácia. O *método dos mínimos quadrados recursivo* é descrito a seguir.

3.2.1 O Método dos Mínimos Quadrados

O princípio do método dos mínimos quadrados foi formulado por Gauss ao final do século *XVIII* e por ele utilizado para determinação de órbitas de planetas. Segundo este princípio os parâmetros do modelo devem ser escolhidos de tal forma que *a soma dos quadrados das diferenças entre os valores medidos e calculados, multiplicados por números que medem o grau de precisão, seja mínimo* [ASTS9]. O método dos mínimos quadrados é bem conhecido em diversos contextos em que parâmetros numéricos devem ser determinados a partir de medidas experimentais. No caso de identificação de sistemas dinâmicos lineares nos parâmetros em tempo discreto o método pode ser descrito matematicamente como segue.

Seja o sistema descrito pelo *modelo de regressão* abaixo.

$$y(t) = \varphi'(t)\theta + \eta(t) \quad (3.1)$$

com $t \in N$ e onde foram introduzidos o *vetor de regressão* $\varphi(t)$ e o *vetor de parâmetros* $\theta(t)$, definidos abaixo, e o *erro de equação* $\eta(t)$. O erro de equação é uma seqüência de variáveis aleatórias que representa o ruído injetado no sistema e o erro de modelagem cometido ao se assumir uma estrutura como a da equação (3.1). Este erro de modelagem advém principalmente da dinâmica não modelada do sistema físico e da linearização nos parâmetros.

$$\begin{aligned} \varphi(t) &\triangleq \left[\varphi_1(t) \quad \varphi_2(t) \quad \dots \quad \varphi_n(t) \right]' \\ \theta(t) &\triangleq \left[\theta_1(t) \quad \theta_2(t) \quad \dots \quad \theta_n(t) \right]' \end{aligned}$$

Esta é a estrutura genérica tratada pelo método dos mínimos quadrados. No contexto de identificação de sistemas dinâmicos esta formulação em geral representa um modelo ARMAX²:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + \eta(t)$$

²Do inglês *Auto Regressive Moving Average EXogenous*

onde q é o operador de avanço definido por $q^i y(t) \triangleq y(t+i)$ e:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b} \end{aligned}$$

de forma que os vetores de regressão e de parâmetros são dados por:

$$\begin{aligned} \theta &= [a_1 \quad \dots \quad a_{n_a} \quad b_0 \quad \dots \quad b_{n_b}]' \\ \varphi(t) &= [-y(t-1) \quad \dots \quad -y(t-n_a) \quad u(t) \quad \dots \quad u(t-n_b)]' \end{aligned}$$

Observações $y(t)$ e regressores $\varphi(t)$ são obtidos a cada instante de tempo a partir de um experimento. O problema de identificação pela abordagem dos mínimos quadrados consiste em determinar o conjunto de parâmetros que faz com que as saídas calculadas nos diversos instantes de tempo segundo o modelo (3.1) sejam tão próximas quanto possível, no sentido de mínimos quadrados, das saídas observadas. Ou seja, a estimativa de mínimos quadrados é o vetor θ que minimiza a função definida não negativa $V(\theta, t)$:

$$V(\theta, t) \triangleq \frac{1}{2} \| Y(t) - \Phi(t)\theta \|^2 = \sum_{i=0}^t (y(i) - \varphi'(i)\theta)^2 \quad (3.2)$$

onde:

$$\begin{aligned} Y(t) &\triangleq [y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(t)]' \\ \Phi(t) &\triangleq \begin{bmatrix} \varphi'(1) \\ \varphi'(2) \\ \vdots \\ \varphi'(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Para um sistema linear nos parâmetros como o descrito por (3.1) este problema de minimização admite uma solução analítica, apresentada pelo teorema a seguir.

Teorema 3.1 [AST'89] *Seja a função $V(\theta, t)$ definida na equação (3.2). Se a matriz $(\Phi'\Phi)$ é não singular então a função $V(\theta, t)$ tem um único mínimo com relação a θ e este mínimo é dado por:*

$$\min_{\theta} V = \frac{1}{2} Y'(I - \Phi(\Phi'\Phi)^{-1}\Phi')Y \quad (3.3)$$

onde I é a matriz identidade. Além disto, este mínimo é obtido para $\theta = \hat{\theta}$ com $\hat{\theta}$ dado por:

$$\hat{\theta} = (\Phi' \Phi)^{-1} \Phi' Y \quad (3.4)$$

Demonstração:

A função custo (3.2) pode ser reescrita como:

$$2V(\theta, t) = (\theta - (\Phi' \Phi)^{-1} \Phi' Y)' (\Phi' \Phi) (\theta - (\Phi' \Phi)^{-1} \Phi' Y) - Y' (I - \Phi (\Phi' \Phi)^{-1} \Phi') Y$$

O último termo desta expressão é independente de θ e portanto é irrelevante para a minimização. O primeiro termo é uma forma quadrática em $(\Phi' \Phi)^{-1}$ que é, por construção, semi-definida positiva. Portanto este termo é sempre maior ou igual a zero e um valor de θ que o anule será um mínimo da função custo. Supondo que $(\Phi' \Phi)^{-1}$ seja não singular, este valor claramente existe, é único e é dado por (3.4). Substituindo esta expressão em (3.2) obtém-se (3.3).

□

3.2.2 Mínimos Quadrados Recursivo

Em aplicações de identificação recursiva a estimativa $\hat{\theta}$ deve ser calculada em tempo real, simultaneamente à obtenção dos dados, e atualizada a cada instante de tempo de acordo com os novos dados obtidos. A estimativa dada por (3.4) exige o conhecimento de todas as observações do sistema desde $t = 0$. O cálculo de $\hat{\theta}$ em tempo real por meio desta equação é inviável computacionalmente, visto que a matriz Φ é de ordem $n \times t$ e a dimensão t cresce indefinidamente com a evolução do sistema. Este problema é resolvido por meio de manipulações algébricas da expressão (3.4) que fornecem uma expressão recursiva para a estimativa $\hat{\theta}$, ou seja, uma expressão que fornece a estimativa atualizada $\hat{\theta}(t)$ em função da estimativa no instante anterior $\hat{\theta}(t-1)$. O algoritmo de identificação assim obtido é chamado de *mínimos quadrados recursivo*. O teorema 3.2 fornece as expressões utilizadas neste algoritmo.

Teorema 3.2 [AST89] *Seja a função $V(\theta, t)$ dada pela equação (3.2). Se a matriz $\Phi(t)$ tem posto completo para todo $t > 0$ então esta função tem um único mínimo com relação a θ para cada instante de tempo, o argumento deste mínimo é dado por $\hat{\theta}$ na equação (3.4), e os valores deste argumento obedecem à recursão:*

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\varepsilon(t) \quad (3.5)$$

onde

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= y(t) - \varphi'(t)\hat{\theta}(t-1) \\ K(t) &\triangleq P(t)\varphi(t) \\ &= P(t-1)\varphi(t)(I + \varphi'(t)P(t-1)\varphi(t))^{-1}\end{aligned}\tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}P(t) &= P(t-1) - P(t-1)\varphi(t)(I + \varphi'(t)P(t-1)\varphi(t))^{-1}\varphi'(t)P(t-1) \\ &= (I - K(t)\varphi'(t))P(t-1)\end{aligned}\tag{3.7}$$

□

A matriz $P(t)$ em (3.7) é chamada *matriz de covariância* e é definida como:

$$P(t) \triangleq (\Phi'(t)\Phi(t))^{-1}$$

A matriz de covariância deve ser inicializada com algum valor para $t = 0$. Este valor deve ser uma matriz de grande norma, refletindo a pobreza da estimativa no início do processo, quando nenhum dado ainda foi colhido. À medida que o sistema evolui no tempo os elementos de $P(t)$ tendem a diminuir de magnitude [LJU86].

3.2.3 Método dos Mínimos Quadrados Recursivo com Fator de Esquecimento

O algoritmo de mínimos quadrados recursivo descrito acima é usualmente eficiente na identificação de sistemas a parâmetros constantes. Para sistemas variantes no tempo porém a capacidade de identificação do método fica prejudicada. O esvanecimento da matriz de covariâncias P , inerente ao método, e a conseqüente redução do ganho de atualização de parâmetros K (ver equação (3.6)), fazem com que mesmo grandes erros de predição sejam incapazes de modificar substancialmente os valores estimados para os parâmetros (ver equação (3.5)). Portanto, se estes parâmetros mudam com o tempo, o seguimento desta variação pelo estimador é improvável. Algumas estratégias podem ser adotadas para evitar o esvanecimento da matriz de covariância. A reinicialização periódica da mesma é uma forma adequada de lidar com sistemas cujos parâmetros variam abrupta e periodicamente.

Para sistemas cujos parâmetros variam de forma lenta e constante, uma ponderação na função custo (3.2) pode ser introduzida de forma que observações mais recentes tenham um peso maior neste custo. Desta forma, observações menos recentes, que não refletem o comportamento do sistema na situação atual, são menos consideradas que as observações mais recentes. Seja pois a função custo $V(\theta, t, \lambda)$.

$$V(\theta, t, \lambda) \triangleq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} (y(i) - \varphi'(t)\theta)^2 \quad (3.8)$$

onde λ é uma constante real e $0 < \lambda < 1$. É costumeiro dizer que as observações menos recentes são *esquecidas* pela identificação. Por isto λ é conhecido como *fator de esquecimento*.

O teorema 3.3 abaixo fornece o algoritmo de identificação derivado da minimização desta função custo. Este algoritmo é conhecido por *mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento exponencial* devido ao fato de que o peso dado a uma determinada observação na função custo decai exponencialmente com o tempo.

Teorema 3.3 [AST89] *Seja a função custo $V(\theta, t, \lambda)$ dada por (3.8). Se a matriz $\Phi(t)$ tem posto completo para todo $t > 0$ então esta função tem um único mínimo com relação a θ para cada instante de tempo, e os valores $\hat{\theta}(t)$ para os quais este mínimo é alcançado obedecem à recursão:*

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\varepsilon(t) \quad (3.9)$$

onde

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi'(t)\hat{\theta}(t-1) \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} K(t) &\triangleq P(t)\varphi(t) \\ &= P(t-1)\varphi(t)(\lambda I + \varphi'(t)P(t-1)\varphi(t))^{-1} \\ P(t) &= \frac{1}{\lambda}(I - K(t)\varphi'(t))P(t-1) \end{aligned} \quad (3.11)$$

□

A utilização do método dos mínimos quadrados com fator de esquecimento exponencial evita o esvanecimento da matriz de covariância, o que permite a aplicação do método a sistemas variantes no tempo. Por outro lado, se os parâmetros do sistema não variam, a matriz de covariância tende a crescer indefinidamente. A fim de evitar esta *explosão*, a matriz de covariância pode ser reinicializada periodicamente. A utilização de fator de esquecimento variável no tempo também é possível com esta finalidade [AST89].

3.2.4 A Decomposição $U - D$

A recursão sobre a matriz de covariância (3.11) é mal condicionada numericamente [AST89]. À medida que o sistema evolui no tempo, erros numéricos vão sendo introduzidos e por vezes a matriz P pode deixar de ser definida positiva devido a estes erros. Neste caso esta

matriz não representa mais a matriz de covariância, visto que esta última é simétrica definida positiva por construção. O vetor de parâmetros obtido nesta situação não representa mais a estimativa por mínimos quadrados e a identificação torna-se errônea.

O condicionamento numérico do procedimento de atualização da matriz de covariância pode ser melhorado por meio de algoritmos conhecidos como *decomposições em raiz quadrada* [BIE77], procedimentos numéricos largamente utilizados para implementação de *filtros de Kalman*. Um destes algoritmos que se adequa ao presente contexto é a chamada *decomposição U-D*. Este procedimento consiste em, dada a matriz simétrica positiva definida P , decompô-la em um produto:

$$P = U D U$$

onde U é uma matriz triangular superior e D é uma matriz diagonal. Esta decomposição é sempre possível sob a hipótese de que P é simétrica positiva definida. Obtida uma nova observação, a matriz de covariância é então atualizada por meio da atualização de U e D . Uma discussão pormenorizada dos fundamentos teóricos e algoritmos de atualização das matrizes U e D é encontrada em [BIE77]. Cabe aqui apenas ressaltar a relevância das propriedades numéricas dos algoritmos descritos para o adequado comportamento do processo de identificação e a importância de tomar providências para melhorar estas propriedades.

3.2.5 Propriedades Assintóticas do Método dos Mínimos Quadrados Recursivo

Para investigar o comportamento assintótico da estimação pelo método dos mínimos quadrados (3.9) supõe-se que exista um valor constante e exato θ^* para o vetor de parâmetros e que os dados observados sejam realmente gerados pela expressão

$$y(t) = \varphi'(t)\theta^* + \eta(t)$$

A inserção desta expressão em (3.4) fornece [LJU86]:

$$\hat{\theta}(t) = \theta^* + \left[\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} \varphi(i) \varphi'(i) \right]^{-1} \left[\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} \varphi(i) \eta(i) \right] \quad (3.12)$$

Duas características desejadas para a estimativa $\hat{\theta}(t)$ são que seus valores sejam sempre próximos a θ^* e que seu valor tenda a θ^* à medida que o tempo passa. A análise da equação (3.12) acima revela que a estimativa $\hat{\theta}$ é tão mais próxima do valor *real* dos parâmetros θ^* quanto menor for a perturbação η . Mais ainda, segundo a *lei dos grandes números* [PAP65] o segundo somatório em (3.12) converge para seu valor esperado quando o tempo tende ao

infinito e este valor é proporcional à correlação $R_{\varphi\eta}(0)$ entre os processos $\varphi(t)$ e $\eta(t)$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} \varphi(t) \eta(t) \right] \propto R_{\varphi\eta}(0)$$

Portanto $\hat{\theta}$ converge para um valor constante quando o tempo tende ao infinito. A estimação será satisfatória quando este valor for igual ao vetor *real* de parâmetros, o que acontecerá quando $R_{\varphi\eta}(0) = 0$, ou seja, quando as variáveis aleatórias φ e η forem não correlacionadas. Desde que o vetor φ contém as saídas do sistema entre seus elementos e os valores destas claramente dependem daqueles do ruído, este fato somente se verifica quando o ruído é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e com média nula. Um processo estocástico com estas características é conhecido como *ruído branco*.

Um importante fato emergente desta análise é que quando o ruído injetado no processo não for branco a estimativa obtida pelo método dos mínimos quadrados recursivo terá um desvio. Rigorosamente falando, o ruído injetado num sistema nunca é branco, mas esta idealização é muitas vezes uma boa aproximação e o desvio da estimação obtida sob esta aproximação é pequeno. Pelo menos duas situações nas quais a aproximação de η por um ruído branco pode não ser satisfatória podem ser citadas:

- em um sistema de grande porte quando ruído é injetado em diferentes pontos do sistema
- quando o ruído no modelo (3.1) representa, além do sinal de ruído injetado no sistema físico, o erro devido à submodelagem

Estas duas situações ocorrem em sistemas de potência multimáquinas, podendo dar origem a estimativas com desvio. Abordagens para contornar este problema são descritas a seguir.

3.2.6 Modelagem do Ruído

Duas abordagens básicas para contornar o problema da correlação entre ruído e saída do processo podem ser vislumbradas do exposto acima. Uma delas seria eliminar, ou pelo menos reduzir, o efeito desta correlação nas características de convergência do método. Isto pode ser feito por meio da substituição da saída y do processo por uma variável auxiliar nas equações de recorrência do algoritmo. Esta variável, chamada de *variável instrumental*, deve ser correlacionada com y , a fim de que P se mantenha positiva definida, e não correlacionada com o ruído, de forma que a estimativa convirja para o valor *real* dos parâmetros. O *método da variável instrumental* é bem conhecido e tem sido bastante explorado na literatura [LJU86].

Outra abordagem para o problema é admitir a correlação entre entrada e ruído e modelá-la. Conhecida a natureza desta correlação, a mesma pode ser levada em conta na identificação e seu efeito pernicioso sobre as propriedades de convergência eliminado ou ao menos reduzido. Para tanto o sistema é modelado, de forma similar ao tratamento anterior, por uma equação de diferenças da forma:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})\eta(t) \quad (3.13)$$

onde $\eta(t)$ é ruído branco e

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c}$$

A equação (3.1) pode ser vista como um caso particular de (3.13), com $C(q^{-1}) = 1$. O polinômio C pode ser visto como um filtro pelo qual passa o ruído branco $\eta(t)$, de forma que o ruído $C(q^{-1})\eta(t)$ injetado no modelo (3.13) não é branco.

Não é possível colocar o modelo (3.13) na forma de um modelo de regressão porque o ruído não é mensurável, porém um modelo regressor pode ser obtido por meio de uma aproximação. O modelo regressor assim obtido constitui uma *regressão pseudolinear*.

Tomando uma estimativa $\epsilon(t)$ para o ruído:

$$\epsilon(t) = y(t) - \varphi'(t)\hat{\theta}(t-1)$$

um vetor de regressão aproximado é obtido. A utilização desta aproximação em (3.13), fornece o modelo regressor:

$$y(t) = \varphi'(t)\theta \quad (3.14)$$

onde os vetores de regressão e de parâmetros foram introduzidos:

$$\begin{aligned} \theta &\triangleq [a_1 \dots a_{n_a} \ b_0 \dots b_{n_b} \ c_1 \dots c_{n_c}]' \\ \varphi(t) &\triangleq [-y(t-1) \dots -y(t-n_a) \ u(t) \dots u(t-n_b) \ \epsilon(t) \dots \epsilon(t-n_c)]' \end{aligned} \quad (3.15)$$

A partir de (3.14) com as definições acima, pode-se estimar o vetor de parâmetros (3.15) pelo algoritmo dos mínimos quadrados da mesma forma que no teorema 3.3. Desta forma as características do ruído são identificadas por meio do polinômio C , juntamente com as características dinâmicas do sistema. O algoritmo assim obtido é conhecido como *método dos mínimos quadrados recursivo estendido*.

Convergência do algoritmo

Supondo que o sistema a ser identificado seja descrito exatamente por:

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t) + C^*(q^{-1})\eta(t)$$

a convergência assintótica da estimativa fornecida pelo método dos mínimos quadrados recursivo estendido para o valor real dos parâmetros é garantida desde que o polinômio $C(q^{-1})$ obedeça à condição [LJU86]:

$$|C^*(e^{j\omega}) - 1| < 1 \quad \forall \omega \in \mathfrak{R}$$

Por outro lado, uma condição necessária para esta mesma convergência é:

$$\text{Re}[C^*(e^{j\omega})] > 0 \quad \forall \omega \in \mathfrak{R}$$

O método da máxima verossimilhança

A modificação adequada do *método da máxima verossimilhança* para identificação *off-line* dá origem ao *método da máxima verossimilhança recursivo*. Este método é muito similar, do ponto de vista de sua implementação, ao *método dos mínimos quadrados recursivo estendido* recém apresentado. A única diferença a nível de algoritmo entre estes dois métodos é que este último utiliza como vetor regressor em (3.14) o vetor $\varphi(t)$, enquanto que o primeiro utiliza o vetor $\phi(t)$:

$$\phi(t) = \frac{1}{\hat{C}(q^{-1})}\varphi(t)$$

onde $\hat{C}(q^{-1})$ é a estimativa corrente para o polinômio $C^*(q^{-1})$. O vetor $\phi(t)$ pode ser visto como a saída do filtro cuja função de transferência é $\hat{C}^{-1}(q^{-1})$, quando excitado por $\varphi(t)$.

Não obstante sua semelhança a nível de algoritmo, estes dois métodos possuem motivações teóricas e características de convergência bastante díspares. O *método da máxima verossimilhança recursivo* possui melhores características de convergência [LJU86].

3.3 Condições Experimentais para Identificação

A identificação recursiva dos parâmetros de um sistema dinâmico não pode ser feita sob condições quaisquer. Requisitos são exigidos sobre a operação do sistema durante o processo de identificação. Esta noção fica clara ao se considerar o caso extremo em que a entrada do sistema a ser identificado a partir de um modelo como (3.1) seja identicamente nula. Claro

está que nenhuma informação sobre a dinâmica do sistema pode ser obtida nesta situação. Intuitivamente forma-se a noção de que o sistema deve ser excitado por um sinal suficientemente rico a fim de obter-se uma boa identificação.

Esta noção pode ser formalizada matematicamente a partir dos conceitos de identificação pela abordagem de mínimos quadrados apresentada acima. Não obstante aquela formalização ser derivada desta abordagem, os resultados valem para métodos de identificação em geral. Foi visto que o problema de identificação pela abordagem de mínimos quadrados somente tem solução se a matriz de covariância $P(t)$ se mantém não singular ao longo do tempo. Esta matriz é formada pelas observações tomadas do sistema da maneira já apresentada, reproduzida abaixo por conveniência.

$$P(t) \triangleq (\Phi'(t)\Phi(t))^{-1}$$

$$\Phi(t) \triangleq \begin{bmatrix} \varphi'(1) \\ \varphi'(2) \\ \vdots \\ \varphi'(t) \end{bmatrix}$$

$$\varphi(t) \triangleq \left[-y(t-1) \quad \dots \quad -y(t-n_a) \quad u(t) \quad \dots \quad u(t-n_b) \quad \epsilon(t) \quad \dots \quad \epsilon(t-n_c) \right]'$$

A matriz de covariância $P(t) = (\Phi'(t)\Phi(t))^{-1}$ é não singular se e somente se a matriz $\Phi(t)$ tem posto completo [CHE84]. Esta última matriz é formada pelos diferentes valores do vetor de regressão $\varphi(t)$ ao longo do tempo, de forma que devem haver pelo menos n vetores de regressão linearmente independentes entre si para que $\Phi(t)$ tenha posto completo. Para tanto, o vetor de regressão deve ser um sinal suficientemente rico, ou seja, os valores das componentes deste vetor devem variar no tempo suficientemente. O conceito de *persistência de excitação* apresentado a seguir formaliza esta idéia.

Definição 3.1 [NOR86] *Um sinal $x(t)$ é dito persistentemente excitado de ordem n se e somente se as duas condições seguintes são satisfeitas:*

1. os limites

$$\eta_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x(t) \quad (3.16)$$

$$r_{xx}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [x(t) - \eta_x][x(t+k) - \eta_x] \quad (3.17)$$

existem para $1 \leq k \leq n, k \in N$.

2. a matriz $n \times n$ R_{xx}

$$R_{xx} \triangleq [a_{ij}] \quad ; \quad a_{ij} = r_{xx}(i-j) \quad 1 \leq i, j \leq n$$

é definida positiva.

Observação 3.1 *Aqui e no restante deste trabalho os processos estocásticos considerados serão supostos ergódicos [PAP65].*

Observação 3.2 *Sob a hipótese de ergodicidade, os limites η_x e r_{xx} definidos em (3.16) e (3.17), quando existem, correspondem respectivamente à média e à variância do processo estocástico $x(t)$:*

$$\eta_x = E[x(t)]$$

$$r_{xx}(k) = E[(x(t) - \eta_x)(x(t+k) - \eta_x)]$$

Mais ainda, a matriz R_{xx} é a matriz de covariâncias do processo:

$$R_{xx} = E[(X(t) - \eta_x)(X(t) - \eta_x)']$$

onde

$$X(t) \triangleq \begin{bmatrix} x(t) & x(t-1) & \dots & x(t-n+1) \end{bmatrix}'$$

$$\eta_x(t) \triangleq \begin{bmatrix} \eta_x & \eta_x & \dots & \eta_x \end{bmatrix}'$$

O seguinte teorema fornece um critério no domínio da frequência para a verificação da persistência de excitação de um dado sinal.

Teorema 3.4 [NOR86, GOO84] *Seja o sinal escalar em tempo discreto $x(t)$ e seu espectro de frequências $\Phi_x(\omega)$. Sejam também T o período de amostragem do sinal $x(t)$, de forma que $\Phi_x(\omega)$ tem período $\frac{2\pi}{T}$, e $W \triangleq [-\frac{\pi}{T}; \frac{\pi}{T}]$ o intervalo de frequências fundamental do espectro $\Phi_x(\omega)$. Seja ainda $\Phi_{\bar{x}}(\omega)$ a densidade espectral do sinal $\bar{x}(t) \triangleq x(t) - \eta_x$. Então verifica-se a relação:*

$$\Phi_{\bar{x}}(\omega) = \Phi_x(\omega) - \delta(\omega)$$

com $\delta(\cdot)$ representando a função delta de Dirac.

Uma condição necessária e suficiente para que o sinal $x(t)$ seja persistentemente excitado de ordem n é que a densidade espectral $\Phi_{\bar{x}}(\omega)$ seja não nula em pelo menos n frequências distintas em W .

Demonstração:

Suficiência: A suficiência do teorema é demonstrada por contradição. Sejam admitidas as seguintes hipóteses:

1. $x(t)$ não é persistentemente excitado de ordem n
2. $\Phi_{\bar{x}}(\omega)$ é não nula em pelo menos n frequências distintas no intervalo $[-\frac{\pi}{T}; \frac{\pi}{T}]$

A hipótese 1 implica, por definição, que a matriz de covariância R_{xx} do processo $x(t)$ é singular, ou seja, existe um vetor $\alpha \in \mathbb{R}^n$ diferente do vetor nulo tal que:

$$\alpha' R_{xx} \alpha = 0 \quad (3.18)$$

A expressão (3.18) pode ser reescrita como:

$$\alpha' R_{xx} \alpha = \alpha' E[(X(t) - \eta_x)(X(t) - \eta_x)'] \alpha = E[(\alpha'(X(t) - \eta_x))^2] \quad (3.19)$$

A esperança no último termo de (3.19) é nula se e somente se seu argumento é identicamente nulo, uma vez que este argumento é sempre não negativo. O processo $y(t) = \alpha'(X(t) - \eta_x)$ é portanto identicamente nulo. Este processo pode ser visto como a saída de um filtro $H(z)$:

$$H(z^{-1}) = \alpha_1 + \alpha_2 z^{-1} + \dots + \alpha_n z^{-(n-1)}$$

quando excitado pelo processo $\bar{x} = x(t) - \eta_x$, ou seja, $y(t) = H(z^{-1})\bar{x}(t)$. A densidade espectral de $y(t)$ é então $\Phi_y(\omega) = |H(e^{-j\omega t})|^2 \Phi_{\bar{x}}(\omega)$. O teorema de Parseval [LAT68] fornece:

$$\alpha' R_{xx} \alpha = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} |H(e^{-j\omega t})|^2 \Phi_{\bar{x}}(\omega) d\Omega \quad (3.20)$$

A densidade espectral $\Phi_{\bar{x}}(\omega)$ é não negativa para qualquer frequência [PAP65]. Assim, a integral em (3.20) somente se anula no caso em que a função $H(\omega)$ é nula em todas as frequências para as quais a densidade espectral $\Phi_{\bar{x}}(\omega)$ for não nula dentro do intervalo de integração. $H(e^{-j\omega t})$ é um polinômio de ordem $n - 1$ e portanto somente se anula para no máximo $n - 1$ frequências distintas. Isto implica que $\Phi_{\bar{x}}(\omega)$ deve ser não nulo em no máximo $n - 1$ frequências distintas no intervalo de integração $[-\frac{\pi}{T}; \frac{\pi}{T}]$ para que a equação (3.20) seja obedecida. Esta última implicação contradiz a hipótese 2. Assim, a veracidade da hipótese 2 é condição suficiente para que a hipótese 1 se verifique.

Necessidade: *Suponha-se que a hipótese 2 não se verifique. A análise de (3.20) mostra claramente que neste caso sempre pode ser encontrado um vetor α diferente do vetor nulo tal que (3.20) se verifique. A matriz de covariância é então singular e por conseguinte o sinal $x(t)$ não é persistentemente excitado de ordem n . Assim sendo, a veracidade da hipótese 2 é condição necessária para a que a hipótese 1 se verifique.*

□

Observação 3.3 *O teorema 3.4 pode ser estendido para o caso de sinais vetoriais, porém neste caso a condição é apenas suficiente [NOR86]. No caso de identificação de sistemas dinâmicos, o vetor de regressão é um sinal vetorial e portanto apenas a suficiência se aplica.*

•

Um vetor de regressão persistentemente excitado de ordem n fornece, por definição, uma matriz de covariância de posto n . Disto segue que um tal vetor de regressão permite a identificação de n parâmetros. Tomando por simplicidade $C(q^{-1}) = 1$, o vetor de regressão é formado por n_b amostras do sinal de entrada e n_a amostras do sinal de saída:

$$\begin{aligned}\varphi(t) &= \left[\varphi'_y(t) \quad \varphi'_u(t) \right]' \\ \varphi_y(t) &\triangleq \left[-y(t-1) \quad \dots \quad -y(t-n_a) \right]' \\ \varphi_u(t) &\triangleq \left[u(t) \quad \dots \quad u(t-n_b) \right]'\end{aligned}$$

A fim de que os $n = n_a + n_b$ parâmetros sejam identificados, o vetor de regressão φ deve ser persistentemente excitado de ordem n . Para que isto ocorra, os valores tanto da entrada $u(t)$ quanto da saída $y(t)$ devem variar ao longo do tempo. Assim, a entrada do sistema deve não apenas ser um sinal persistentemente excitado, mas também deve excitar adequadamente os modos do sistema, caso contrário a saída será pouco afetada por esta entrada e conseqüentemente o sinal $y(t)$ terá pouca persistência de excitação. Por exemplo se $u(t) = ky(t)$ com k um real constante, ou seja, uma retroação estática de saída, então $\varphi_u(t) = k\varphi_y(t)$ e a matriz Φ claramente terá posto menor que ou no máximo igual a $\max(n_a, n_b)$.

O conceito de persistência de excitação, da maneira acima colocada, permite verificar se a identificação de um dado sistema é possível em determinadas condições. Porém nada é dito a respeito da rapidez e acurácia da identificação. Intuitivamente pode-se inferir que a identificação será tão mais rápida e acurada quanto maior for a excitação do vetor regressor. Com efeito, experimentos de simulação e aplicações práticas de identificação recursiva demonstram a correção desta hipótese.

As colocações acima trazem à tona algumas questões cruciais para a identificação recursiva:

- a entrada do sistema deve ter persistência de excitação suficiente
- todos os modos do sistema devem ser excitados pela entrada
- quando a entrada é gerada a partir da saída, ou seja, com um sistema em malha fechada, a persistência de excitação do vetor de regressão pode ser prejudicada

Esta última questão, relativa à *identificação em malha fechada*, ou seja, à interação entre os processos de identificação e controle em controladores auto-ajustáveis, é explorada no seguimento deste trabalho para o caso particular de controle por alocação de pólos. O estudo analítico rigoroso desta questão é assaz intrincado e poucos resultados significativos são conhecidos. Um tratamento formal da matéria é apresentado em [GOO77]. Neste trabalho esta questão será abordada de maneira heurística.

Um outro aspecto relativo à persistência de excitação do vetor regressor na identificação de sistemas dinâmicos é abordado na próxima subseção.

3.3.1 Geração de Ruído Pseudo-Aleatório

Uma forma de garantir a persistência de excitação do sinal de entrada é a adição de ruído a este sinal. Desta forma condições experimentais adequadas à identificação podem ser obtidas mesmo em condições estacionárias de operação, quando o sinal de entrada for constante ou quase constante³. A amplitude deste ruído deve ser suficientemente pequena para que a regulação do sistema não seja prejudicada e suficientemente grande para excitar o sistema.

Dado que o ruído tenha uma amplitude adequada, a persistência de excitação do sinal de entrada é garantida desde que o espectro de frequências do ruído tenha um número suficiente de componentes. Porém para que o sinal de saída também tenha suficiente persistência de excitação este ruído deve excitar todos os modos naturais do sistema. Assim é conveniente gerar o ruído a ser injetado no sistema com um particular espectro frequencial, escolhido *a priori* de acordo com a banda passante do sistema a ser identificado.

Ruído binário pseudo-aleatório (PRBS⁴) tem sido utilizado para auxiliar a identificação de sistemas dinâmicos [DAV70], e em particular no caso de sistemas de potência [BAR89]. Um

³Esta noção ficará mais clara quando da aplicação de controle auto-ajustável a sistemas de potência, discutida nos capítulos 4 e 5 deste trabalho.

⁴Do inglês *Pseudo Random Binary Sequence*

PRBS é um sinal discreto que pode assumir apenas dois valores, formando uma seqüência no tempo que se repete a cada período de N amostras. O espectro de freqüências de um tal sinal é aproximadamente plano na faixa de freqüências $[f_0; f_{max}]$, com:

$$f_0 = \frac{1}{NT}$$

$$f_{max} = \frac{1}{3T}$$

onde T é o tempo de amostragem do sinal. É importante notar que o espectro do PRBS não contém freqüências abaixo de f_0 . O PRBS deve então ser gerado de forma que a faixa de freqüências $[f_0; f_{max}]$ englobe todos os possíveis modos do sistema a ser identificado. A geração deste sinal com uma banda de freqüências pré-especificada é detalhada em [DAV70, BAR89, HOR87].

3.4 Estratégias de Controle

A nomenclatura *controle auto-ajustável* nasceu sob a égide da *teoria de controle estocástico*, e é atribuída a Karl J. Åström e Björn Wittenmark pelo seu trabalho original [AST73] em que é proposto um regulador cujo objetivo é minimizar a variância da saída do processo. A pesquisa na área concentrou-se então numa formulação estocástica do problema, dando origem a numerosos algoritmos de controle baseados em idéias de otimização. Controladores de *mínima variância* e *lineares quadráticos gaussianos* foram propostos. Não obstante o progresso destas idéias, sua inerente dificuldade no tratamento de sistemas de fase não mínima e sua complexidade computacional limitaram a aplicação destes métodos.

Muitos problemas de controle não se enquadram na formulação de controle estocástico. O problema de servomecanismo não é propriamente tratado por esta formulação, ao contrário do problema de regulação abordado nos trabalhos citados acima. O sucesso teórico destes algoritmos encorajou a aplicação da idéia do controle auto-ajustável também a estes casos. Baseados no princípio da equivalência surgiram trabalhos aplicando técnicas de controle clássico ao ajuste dos parâmetros do controlador a cada instante [AST80, WIT84]. Os controladores assim obtidos são aplicáveis em muitas situações nas quais os controladores auto-ajustáveis baseados em idéias de otimização não são adequados.

Devido à sua importância o método de alocação de pólos será descrito individualmente na próxima seção, sendo aqui apenas expostas algumas de suas características. Numerosos trabalhos têm sido publicados com esta abordagem [WAR81, AST80, MAL92]. Devido a sua origem no controle clássico, esta abordagem tem maior apelo para o engenheiro de controle. Esta

estratégia de controle é mais simples computacionalmente e elimina a restrição de invertibilidade estável de modelo presente em algoritmos de otimização [GOO84]. Ademais controladores ótimos tendem a gerar sinais de atuação com variações mais rápidas, o que não é interessante do ponto de vista prático. Por outro lado, a formulação obtida pela abordagem de alocação de pólos permite um procedimento de projeto mais sistemático do que a maioria dos métodos de controle clássico, que exigem do projetista um grau maior de intuição. Esta última característica torna o método de alocação de pólos adequado para implementação em controladores auto-ajustáveis, onde o ajuste dos parâmetros do controlador deve ser feito automaticamente por um algoritmo computacional a cada instante de tempo.

3.4.1 Alocação de Pólos

Conforme explanado previamente, no controle auto-ajustável os parâmetros do sistema são identificados em tempo real e os do controlador ajustados, também em tempo real, supondo que aqueles parâmetros oriundos da identificação sejam os parâmetros reais do sistema. Os procedimentos de identificação e controle são então analisados e levados a efeito de forma separada. Seguindo esta linha, o processo de identificação foi apresentado de maneira independente no início deste capítulo. Da mesma forma, será descrito a seguir o procedimento de alocação de pólos para sistemas com parâmetros conhecidos.

Seja o sistema dinâmico de tempo discreto descrito pela equação de diferenças:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$$

com

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \end{aligned}$$

O problema de alocação de pólos consiste em obter uma retroação dinâmica de saída:

$$F(q^{-1})u(t) = -G(q^{-1})y(t)$$

onde

$$\begin{aligned} F(q^{-1}) &= 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{n_f}q^{-n_f} \\ G(q^{-1}) &= g_0 + g_1q^{-1} + \dots + g_{n_g}q^{-n_g} \end{aligned}$$

tal que os pólos do sistema em malha fechada, dados pelas raízes do polinômio T :

$$T = B G + A F \tag{3.21}$$

ocupem posições pré-especificadas no plano complexo.

O problema pode ser colocado de forma mais rigorosa como segue.

Problema 3.1 São dados os polinômios A e B e o conjunto Λ :

$$\Lambda \triangleq \{ \lambda_1 \quad \dots \quad \lambda_{n_a} \}$$

Define-se o polinômio T :

$$T \triangleq B G + A F$$

onde F e G são polinômios a princípio quaisquer. Seja Γ o conjunto de todas as raízes do polinômio T . O problema então consiste em achar polinômios F e G de grau mínimo tais que:

$$\Lambda \subset \Gamma$$

A equação (3.21) é conhecida por *equação diofantina*. Para obter o controlador que aloca os pólos nas posições desejadas, é necessário resolver esta equação para F e G . Para tanto, os termos de mesma potência do operador q nos dois lados desta equação são igualados, obtendo-se um sistema de equações lineares onde as incógnitas são os coeficientes destes polinômios:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & b_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & 1 & \dots & 0 & b_1 & b_0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & \dots & 0 & b_2 & b_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n_a-1} & a_{n_a-2} & \dots & 0 & b_{n_b} & b_{n_b-1} & \dots & 0 \\ a_{n_a} & a_{n_a-1} & \dots & 1 & 0 & b_{n_b} & \vdots & b_0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n_a} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{n_f} \\ g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_{n_g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_{n_a} \\ \vdots \\ t_{n_i} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Observação 3.4 Em (3.22) foi assumido $n_a > n_b$ para a construção do sistema de equações lineares. Isto foi feito com o único propósito de tornar mais compreensível a apresentação do sistema.

Observação 3.5 O polinômio característico do sistema em malha fechada $T(q^{-1})$ é de ordem $n_a + n_g - n_c$, onde n_c é o número de fatores comuns aos polinômios A e F . O sistema em malha fechada tem portanto $n_g - n_c$ pólos a mais que aquele em malha aberta.

•

Para que o sistema tenha uma única solução é necessário que o número de incógnitas deste sistema seja igual ao seu número de equações. A análise do sistema (3.22) revela que o mesmo tem $n_f + n_g + 1$ incógnitas e n_t equações, onde n_t é dado por:

$$n_t = \max(n_a + n_f; n_b + n_g)$$

Para que o controlador seja de ordem mínima F e G são tomados de grau mínimo, resultando em um número também mínimo de incógnitas no sistema (3.22). Isto significa que é especificado:

$$n_f + n_g + 1 = \min(\max(n_a + n_f; n_b + n_g))$$

Para determinar os graus dos polinômios para os quais este mínimo é obtido, a expressão $\max(n_a + n_f; n_b + n_g)$ é analisada. Os graus de F e G podem ser escolhidos de formas distintas gerando três distintas situações:

1. $n_a + n_f > n_b + n_g$

$$n_f + n_g + 1 = \max(n_a + n_f; n_b + n_g) = n_a + n_f$$

$$\text{logo } n_g = n_a - 1 \text{ e } n_f > n_b - 1$$

2. $n_a + n_f < n_b + n_g$

$$n_f + n_g + 1 = \max(n_a + n_f; n_b + n_g) = n_b + n_g$$

$$\text{logo } n_f = n_b - 1 \text{ e } n_g > n_a - 1$$

3. $n_a + n_f = n_b + n_g$

$$n_f + n_g + 1 = \max(n_a + n_f; n_b + n_g) = n_a + n_f = n_b + n_g$$

$$\text{logo } n_g = n_a - 1 \text{ e } n_f = n_b$$

A escolha que fornece os menores graus para os polinômios do controlador e portanto um controlador de menor ordem é a escolha número 3. Com esta escolha obtém-se um sistema em malha fechada de ordem $n_t = n_a + n_b$, ou seja, com n_b pólos a mais que o sistema em malha aberta. O polinômio de malha fechada T pode ser fatorado:

$$T = A_d A_o$$

onde A_d contém os pólos escolhidos para a dinâmica do sistema e A_o é chamado *polinômio observador*, pois pode ser visto como o polinômio característico de um observador de estados para uma certa realização da função de transferência do sistema [GOO84, AST89]. As raízes deste polinômio devem ser especificadas juntamente com as do polinômio A_d , porém a escolha destas raízes não é crítica para o comportamento do sistema como um todo [AST80]. Uma escolha natural é $A_o = 1$, alocando todos os pólos de A_o na origem do plano Z .

3.5 Conexão de Identificação e Controle

Um algoritmo de controle auto-ajustável por alocação de pólos é obtido identificando o sistema a ser controlado por meio do método dos mínimos quadrados recursivo e calculando os parâmetros do controlador que aloca os pólos de malha fechada em posições pré-determinadas do plano complexo, utilizando a estimação como se fossem os parâmetros reais do sistema. O algoritmo consiste em proceder a cada instante de amostragem às seguintes operações:

1. amostrar $u(t)$ e $y(t)$
2. atualizar os parâmetros da identificação pelo método dos mínimos quadrados recursivo
3. montar e resolver o sistema de equações lineares (3.22) a partir da identificação obtida no passo anterior, obtendo assim os parâmetros do controlador
4. calcular o valor da variável de controle por meio da equação de diferenças do controlador
5. aplicar ao sistema o controle recém calculado

O sistema em malha fechada resultante da aplicação de um controlador auto-ajustável é extremamente complexo devido à característica fortemente não linear introduzida pela estimação de parâmetros e subsequente ajuste do controlador. A análise de estabilidade e desempenho destes sistemas é assaz intrincada. Apenas resultados relativos à estabilidade são conhecidos. Esta questão é tratada em profundidade em [GOO77, GOO84]. Como exemplo dos resultados de estabilidade e convergência para diversos algoritmos de controle auto-ajustável é apresentado o teorema a seguir.

Teorema 3.5 [GOO84] *Seja o sistema discreto linear invariante no tempo:*

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$$

com

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b} \end{aligned}$$

onde os coeficientes dos polinômios A e B são desconhecidos. São feitas as seguintes hipóteses:

- A e B são polinômios primos entre si
- $r \triangleq \max(n_a, n_b)$ é conhecido

Supondo que a estimativa forneça sempre polinômios A e B coprimos e que os coeficientes dos polinômios obtidos para o controlador sejam limitados, o algoritmo de controle auto-ajustável descrito acima fornece:

- $u(t)$ limitada
- $y(t)$ limitada
- o polinômio característico do sistema em malha fechada tende para T

□

O resultado é restrito a sistemas invariantes no tempo e nada é dito sobre a rapidez da convergência assegurada pelo teorema. Não obstante, resultados com este são interessantes do ponto de vista acadêmico, visto que o bom comportamento de um dado algoritmo em condições idealizadas aponta para a possibilidade de sua aplicação, enquanto que a situação contrária veta sua utilização.

Foi colocado anteriormente neste trabalho que uma condição para a correta identificação dos parâmetros de um sistema dinâmico é que os modos de resposta natural deste sistema devem ser suficientemente excitados pela entrada. Isto porém faz com que o sistema responda mais pronunciadamente às entradas, pois suas frequências naturais estão sendo excitadas, de forma que a regulação fica prejudicada. Ou seja, do ponto de vista do controle estas frequências que auxiliam a identificação são prejudiciais ao desempenho do sistema. Sob esta ótica a identificação em tempo real e o controle aparecem como objetivos antagônicos. Um compromisso entre regulação e identificação deve então ser buscado. A busca deste compromisso no contexto de controle ótimo dá origem ao chamado *controle dual* [GOO84], que constitui uma teoria intrincada e sem muitos resultados palpáveis. O problema da conexão de identificação e controle será portanto tratado apenas de maneira heurística nas aplicações apresentadas nos capítulos subseqüentes deste trabalho.

3.6 Conclusão

Neste capítulo a teoria de controle auto-ajustável foi discutida. O controle auto-ajustável consiste basicamente de duas etapas: identificação e controle. O sistema é identificado em tempo real e o controle calculado como se os parâmetros oriundos da identificação fossem os verdadeiros parâmetros. Diversos algoritmos de identificação e controle podem ser combinados obtendo características distintas para o sistema em malha fechada. Ênfase foi dada à identificação pelo método dos mínimos quadrados e à estratégia de controle por alocação de pólos devido à sua simplicidade e eficiência e à larga utilização destas técnicas. As etapas de controle e identificação são analisadas e levadas a efeito individualmente, com base no *princípio da equivalência*, apesar de sua interação ser reconhecida. Este procedimento se justifica pela complexidade analítica dos controladores auto-ajustáveis.

Sob um certo ponto de vista, identificação em tempo real e regulação são objetivos antagônicos. O projeto de um controlador auto-ajustável deve portanto levar em conta, ainda que de maneira heurística, a interação entre os procedimentos de controle e identificação.

Capítulo 4

Aplicação de Controle Auto-Ajustável a Sistemas de Potência

4.1 Introdução

A modelagem dos fenômenos de estabilidade dinâmica, relevantes para a aplicação de estabilizadores de sistemas de potência, foi discutida anteriormente neste trabalho. Conforme discutido naquela oportunidade, modelos de ordem reduzida e linearizados são utilizados que representam de forma aproximada a dinâmica associada a estes fenômenos. Tal modelagem, associada a ferramentas de controle clássico e um conhecimento empírico do processo, é muitas vezes suficiente para a obtenção de amortecimento satisfatório das oscilações eletromecânicas. Controladores obtidos a partir desta modelagem têm seu desempenho degradado pela variação do ponto de operação e mudanças topológicas no sistema. Esta degradação tende a ser maior com a crescente complexidade dos sistemas elétricos de potência, eventualmente vindo a tornar-se inaceitável.

Esta realidade demanda o desenvolvimento de modelos mais realistas para os fenômenos de estabilidade dinâmica. Métodos de projeto mais sistemáticos também devem ser buscados a fim de lidar de forma adequada com a complexidade crescente dos sistemas. A aplicação de controle auto-ajustável à estabilização de sistemas de potência vem responder a esta necessidade. Nesta abordagem o sistema é ainda modelado por um sistema linear, porém as variações de características dinâmicas são levadas em consideração por meio da identificação das mesmas a cada instante de tempo. Esta modelagem mais realista diminui a necessidade de procedimentos empíricos e permite a aplicação de técnicas mais sistemáticas de controle.

A aplicação dos métodos descritos no capítulo anterior à síntese de estabilizadores de

sistemas de potência exige a adequação daqueles algoritmos às particularidades destes sistemas. O objetivo deste capítulo é justamente descrever estas particularidades e de que forma os algoritmos podem ser-lhe adequados. É interessante notar que as técnicas de controle auto-ajustável podem ser igualmente aplicadas à síntese de outros tipos de controladores utilizados para a estabilização de sistemas de potência, como os *compensadores estáticos de reativo* [SIL92a].

Este capítulo é organizado como segue. Na seção 4.2 características dinâmicas dos sistemas de potência e aspectos relativos à modelagem adotada para o sistema, relevantes para o processo de identificação, são discutidos. A partir desta análise estratégias utilizáveis para adequar o processo de identificação ao caso particular dos sistemas de potência são apresentadas. Toda a discussão se dá em torno do método de mínimos quadrados. Análise similar é levada a efeito para a escolha da estratégia e parâmetros de controle na seção 4.3. Da mesma forma que no capítulo anterior o algoritmo de alocação de pólos é apresentado em separado devido à sua importância. Isto é feito na seção 4.4. Por último a interação entre os métodos de identificação e controle apresentados é discutida.

4.2 Modelagem e Identificação

Para fins de projeto de estabilizadores, o sistema de potência é modelado como uma função de transferência pulsada entre a referência de tensão, onde vai ser aplicado o sinal estabilizador, e a variável de saída escolhida para realimentação. A esta função de transferência é adicionado um *ruído colorido*, obtendo-se o modelo abaixo:

$$y(z) = \frac{B(z)}{A(z)}u(z) + \frac{C(z)}{A(z)}\eta(z) \quad (4.1)$$

Este modelo é equivalente aquele de (3.13) no capítulo anterior. O gerador ao qual será adicionado o ESP e o sistema de potência do qual este gerador faz parte são então encarados como uma *caixa preta* com a função de transferência (4.1). Desta forma o problema de controle do gerador é enquadrado na estrutura de controle tradicional, ilustrada na figura 4.1, com uma planta cuja função de transferência é $G(z)$ e um compensador em realimentação com função de transferência $H(z)$.

A função de transferência a ser identificada é então aquela da *planta* $G(z)$. Em um sistema de potência com problemas de instabilidade dinâmica, oscilações pouco amortecidas dominam a resposta do sistema. Isto implica que a planta $G(z)$ deverá ter um par de pólos complexos dominantes, de forma a representar esta característica do sistema. Eventualmente modos de oscilação inter-área também serão observáveis e mais um par de pólos complexos deverá ser identificado para $G(z)$.

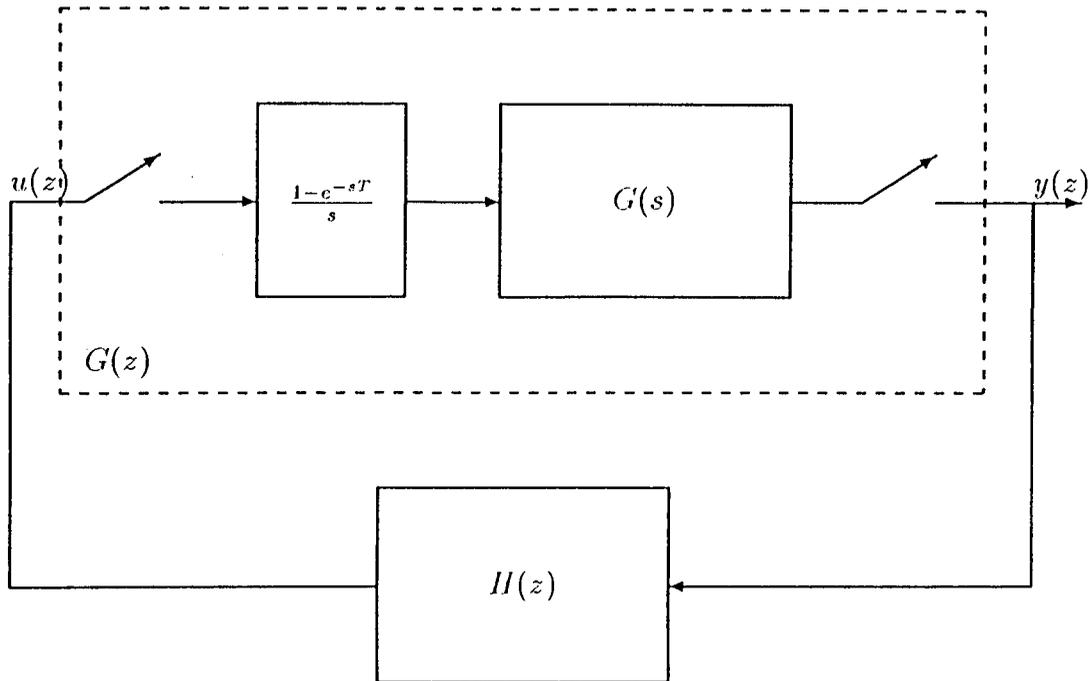


Figura 4.1: Estrutura clássica de controle

Seguindo o procedimento de modelagem do sistema, a ordem da função de transferência $G(z)$ deve ser escolhida. Esta escolha deve ser guiada pelas características da resposta dinâmica do sistema a perturbações. Em princípio esta resposta é influenciada pelos inúmeros modos do sistema. Porém apenas alguns poucos têm contribuições significativas para a resposta observada em um dado gerador. O comportamento do sistema pode então ser representado adequadamente por um modelo como (4.1) de baixa ordem.

Tipicamente a resposta do sistema é dominada por um modo de oscilação local, associado ao gerador em estudo, com frequência na faixa de $[0.4Hz : 2.5Hz]$. Um modelo de terceira ordem é então suficiente e os pólos identificados deverão ter as seguintes características:

- um par complexo com módulo próximo à unidade representando as oscilações pouco amortecidas, eventualmente com módulo maior que a unidade quando estas oscilações forem crescentes
- um pólo real representando toda a dinâmica restante do sistema

Em certos casos um outro modo de oscilação, associado às trocas de energia entre grupos de geradores, tem contribuição importante na resposta do sistema. Neste caso um modelo de quinta ordem seria adequado para identificar cada um dos modos de oscilação observáveis. Um modelo de terceira ordem ainda pode ser usado; um par de pólos complexos identificado

representaria então o efeito conjugado dos dois modos de oscilação. Esta última escolha pode levar a resultados inaccurados de identificação quando as frequências destes dois modos forem significativamente diferentes.

É importante lembrar que no atual contexto a *identificação do sistema não é um fim em si mas apenas um meio para controlar o sistema*. Modelos de ordem mais elevada, ainda que de maior acurácia quanto à modelagem, podem levar a dificuldades no controle: Por esta razão a escolha da ordem do modelo deve levar em consideração a estratégia de controle a ser utilizada. Resultados satisfatórios têm sido obtidos utilizando modelos de terceira ordem em conexão com controle por alocação de pólos [BARS9].

O equivalente temporal do modelo (4.1) pode ser colocado na forma de um modelo regressor, adequada aos procedimentos de identificação recursiva:

$$y(t) = \varphi'(t)\theta \quad (4.2)$$

onde:

$$\theta = \left[a_1 \ \dots \ a_{n_a} \ b_0 \ \dots \ b_{n_b} \ c_1 \ \dots \ c_{n_c} \right]'$$

$$\varphi(t) \triangleq \left[-y(t-1) \ \dots \ -y(t-n_a) \ u(t) \ \dots \ u(t-n_b) \ \epsilon(t) \ \dots \ \epsilon(t-n_c) \right]'$$

O ruído injetado no modelo representa as diversas fontes de ruído do sistema real, filtradas pela dinâmica do próprio sistema, além do erro de modelagem. A fim de obter uma identificação eficiente dos parâmetros do modelo (4.2) para o sistema de potência, parâmetros do estimador devem ser ajustados e procedimentos estranhos ao método matemático em si devem ser levados a cabo de acordo com as peculiaridades do sistema. Alguns aspectos importantes deste procedimento são abordados a seguir.

4.2.1 Redução de Modelo

O modelo adotado para o sistema de potência é uma aproximação de seu comportamento na faixa de frequências envolvida nos fenômenos de instabilidade dinâmica. Esta *submodelagem* do sistema pode causar problemas à identificação, conforme mencionado no Capítulo 3 deste trabalho. Naquela ocasião foi colocado que, devido a estes efeitos adversos da submodelagem, o processo de identificação em malha fechada é favorecido pela adição de ruído pseudo-aleatório à entrada do sistema, de forma a manter a persistência de excitação. Foram também estabelecidas as características desejáveis para este ruído.

No caso particular de um sistema de potência o ruído pseudo-aleatório adicionado ao sistema deve ter um espectro de frequências plano na faixa de $[0.4Hz : 2.5Hz]$, de forma a

excitar equitativamente todas as frequências nesta faixa. Não é interessante excitar modos do sistema acima desta faixa. Por isto o ruído a ser injetado deve ser gerado de forma que seu espectro tenha máxima planura na faixa de interesse.

Devido à submodelagem do sistema, os valores identificados pelo método dos mínimos quadrados dependem do espectro do sinal de entrada do sistema [BIT90]. A adição de ruído com características adequadas garante a excitação de todos os modos do sistema. Porém o sinal de retroação também tem contribuição no espectro do sinal de entrada da planta, de forma que em malha fechada este espectro deixa de ser plano. Uma consequência desta realidade é que *os valores identificados para os parâmetros em malha fechada são diferentes daqueles obtidos em malha aberta*. Este efeito, observado em simulações de sistemas de potência, de certa forma coloca em xeque o princípio da equivalência utilizado em controladores auto-ajustáveis.

O erro de modelagem pode ser incluído no ruído η do modelo (4.1). Em sistemas que podem ser encarados como máquina-barramento-infinito, este *ruído de modelagem* não é tão significativo. Em sistemas multimáquinas porém a submodelagem é mais crítica e a consideração das características deste ruído cresce em importância. Por esta razão, além daquelas apresentadas na próxima subseção, a identificação destas características através de algum dos métodos discutidos na subseção 3.2.6 do capítulo 3 (mínimos quadrados estendido ou máxima verossimilhança recursivo) parece indicada. Não obstante, a utilização destes métodos em sistemas multimáquinas tem sido pouco explorada na literatura.

4.2.2 Ruído

Um sistema de potência é distribuído no espaço e por todo o sistema existem fontes de ruído. Estes sinais de ruído injetados em diferentes pontos do sistema chegam a cada um dos subsistemas filtrados pela dinâmica do sistema global. Mesmo que este ruído tenha características muito próximas a um ruído branco, o sinal injetado por esta fonte de ruído em um dado gerador depende das características dinâmicas do sistema através do qual passou este ruído desde sua fonte até chegar a este gerador. Assim, o sinal de ruído do ponto de vista de um gerador em um sistema multimáquinas dificilmente pode ser considerado ruído branco. Neste caso é interessante que o ruído seja modelado. A utilização de método dos mínimos quadrados estendido ou do método da máxima verossimilhança parece portanto aconselhável na identificação de sistemas multimáquinas.

4.2.3 Variação dos Parâmetros

Os parâmetros de um sistema linear como (4.1) podem variar basicamente de duas maneiras distintas. Alguns sistemas apresentam variações súbitas e eventuais nos seus parâmetros. Neste caso é recomendada a reinicialização da matriz de covariância do identificador para que o mesmo tenha a capacidade de rastrear os novos parâmetros do sistema. Outra classe de sistemas tem seus parâmetros variando de maneira lenta e constante, situação na qual é conveniente o uso de um fator de esquecimento no algoritmo de identificação. Estes aspectos foram já discutidos anteriormente neste trabalho.

Os parâmetros de um modelo como (4.1) para um sistema de potência apresentam estas duas formas de variação. Uma vez que o sistema de potência é não linear e sua condição de operação varia constantemente com a constante variação de carga do sistema, os parâmetros da linearização variam de maneira lenta e constante ao longo do tempo. Estas mudanças de características dinâmicas devem ser rastreadas pelo algoritmo de identificação, o que sugere a utilização de fator de esquecimento no algoritmo de identificação. Além disto, faltas ocorrem em instantes e locais aleatoriamente distribuídos, mudando bruscamente os parâmetros físicos do sistema. A fim de rastrear esta brusca variação, a ocorrência da falta deve ser informada ao identificador para que este então efetue a reinicialização da matriz de covariância.

O uso de fator de esquecimento pode causar a explosão da matriz de covariância. Isto pode ser evitado pela reinicialização periódica dos elementos desta matriz. Como o objetivo desta reinicialização é evitar a explosão da matriz, os valores utilizados neste caso são menores que aqueles aplicados no momento de uma falta, quando o objetivo é devolver ao identificador sua capacidade de rastreamento. Em ambos os casos a reinicialização é feita da mesma forma, fazendo $P = KI$, onde a *constante de reinicialização* K é escolhida de acordo com a situação.

Outra forma de evitar a explosão da matriz de covariância é o uso de fator de esquecimento variável de forma que quando o sistema atinge um *regime permanente* este fator seja unitário [GOO84]. O fator de esquecimento variável tem sido utilizado por alguns autores também como uma forma de melhorar as propriedades de convergência da identificação [CHE93], porém os resultados apresentados não indicam claramente que este objetivo tenha sido alcançado.

Quando uma falta severa perturba o sistema, a saída do mesmo reflete a influência desta perturbação e não o comportamento do modelo entrada-saída (4.1). O erro de predição nesta situação é grande, não significando que a atual estimativa dos parâmetros esteja errônea, mas que o ruído no modelo (4.1) tem grande magnitude neste momento. O comportamento do sistema nesta situação *não pode* ser previsto pelo modelo (4.1). Portanto este erro de predição

não deve ser interpretado como uma má estimativa dos parâmetros e esta estimativa não deve ser atualizada de acordo com este erro. A tentativa de ajustar os parâmetros nos primeiros instantes após uma falta severa pode levar mesmo à instabilidade do sistema, pois o controlador fica fora de sintonia exatamente quando sua ação é mais necessária. Para evitar que isto ocorra, o processo de identificação deve ser interrompido nos primeiros instantes após a perturbação, sendo retomado tão logo o vetor regressor contenha informação suficiente para que a evolução do sistema possa ser prevista, ou seja, após pelo menos n_r amostras, onde $n_r = n_a + n_b + n_c$ é o tamanho do vetor regressor. A este procedimento é costume chamar *congelamento da identificação*.

Isto posto, é aconselhável que o processo de identificação dos parâmetros de um modelo como (4.2) para um sistema de potência inclua os seguintes procedimentos:

- utilização de fator de esquecimento exponencial para rastrear a variação paramétrica do modelo devida à mudança de condição de operação do sistema
- reinicialização periódica da matriz de covariância para evitar a explosão da mesma
- reinicialização da matriz de covariâncias quando da ocorrência de uma mudança súbita e substancial do ponto de operação a fim de rastrear de forma eficiente a conseqüente mudança dos parâmetros
- congelamento da identificação por pelo menos n_r amostras evitando a atualização indevida do vetor de parâmetros quando da ocorrência de uma falta severa

4.3 Estratégias de Controle

A aplicação de controle auto-ajustável à estabilização de sistemas de potência tem sido objeto de numerosas publicações na última década e diferentes algoritmos de controle têm sido propostos [BAR89, BAR92, CHA88, CHE86, CHE93, OST90, PAH91, SIL92a, SMI89, TRU92]. A utilização do algoritmo dos mínimos quadrados com fator de esquecimento constante para a identificação é quase uma unanimidade nestas publicações, sendo em geral a lei de controle o diferencial de cada um dos trabalhos. Algumas destas leis de controle são discutidas a seguir.

4.3.1 Estratégias de Otimização

Na trilha do trabalho pioneiro de Åström e Wittenmark, diversas estratégias de controle auto-ajustável com formulação de controle estocástico foram desenvolvidas e algumas propostas

de aplicação destas estratégias à estabilização de sistemas de potência surgiram. A formulação de controle estocástico leva em geral a um problema de otimização. Estabilizadores auto-ajustáveis de sistemas de potência utilizando estratégias de mínima variância e reguladores lineares-quadráticos-gaussianos foram propostos [TRU92, PAH91].

Estes trabalhos mostram a potencialidade destes métodos para explorar novos caminhos na estabilização de sistemas de potência. Em [PAH91] o controle é feito por meio tanto do sistema de excitação quanto do regulador de velocidade. Já em [TRU92] a coordenação entre diferentes estabilizadores é considerada. Estas são questões emergentes no projeto de estabilizadores de sistemas de potência que dificilmente poderão ser abordadas por meio de ferramentas de controle clássico devido ao seu caráter multivariável. Estratégias de controle baseadas em otimização são adequadas ao tratamento destas questões. A robustez destas estratégias porém não está ainda estabelecida. Além disto estas abordagens são computacionalmente complexas, o que dificulta sua aplicação em sistemas auto-ajustáveis onde os parâmetros do controlador devem ser recalculados rapidamente a cada instante de amostragem.

4.3.2 Alocação de Pólos

A estratégia de alocação de pólos tem sido explorada pela literatura relativa à estabilização de sistemas de potência por técnicas de controle auto-ajustável [BAR92, SIL92a, CHE86, CHA88, CHE93]. O método dos mínimos quadrados é utilizado para a identificação do sistema nestes trabalhos. O problema de escolha das posições dos pólos de malha fechada é resolvido pelo deslocamento radial dos pólos de malha aberta em direção à origem do plano complexo.

Este procedimento se justifica por duas razões. Em primeiro lugar, com esta escolha a frequência de oscilação associada a estes pólos é mantida. Isto é interessante desde que o deslocamento desta frequência natural pode ocasionar uma redução dos torques sincronizantes do sistema. Por outro lado o procedimento numérico de solução da equação diofantina resultante da alocação de pólos é simplificado.

Os aspectos numéricos dos métodos, diversas vezes citados anteriormente, são da maior relevância para a viabilidade prática dos métodos. Uma faceta desta questão é o tempo gasto para efetuar todas as operações matemáticas envolvidas na obtenção do valor da variável de controle a cada instante. Em aplicações de controle auto-ajustável este tempo deve ser desprezível com relação ao período de amostragem, uma vez que o desenvolvimento teórico considera-o como sendo nulo. Esta exigência restringe a aplicação de algumas técnicas. Uma outra faceta do problema é pouco discutida: o condicionamento numérico das equações envolvidas em cada

um dos métodos. Mau condicionamento destas equações pode levar a resultados desastrosos. Em alguns casos o problema pode ser contornado por artifícios matemáticos, como no caso da decomposição $U - D$ discutida no capítulo anterior. Em outros casos, porém, somente o aumento da precisão da máquina pode reduzir os erros numéricos a níveis aceitáveis. A necessidade de usar maior precisão de número de máquina torna os algoritmos mais lentos e surge novamente a limitação de tempo. Porém esta é uma restrição que tende a ser eliminada pelo aumento da velocidade dos computadores digitais utilizados para a implementação dos algoritmos e portanto não invalida o valor do método em si.

Utilizando o deslocamento radial de pólos, a equação diofantina (3.21) fica:

$$T(z) = B(z)G(z) + A(z)F(z)$$

com:

$$T(z) = \alpha^n A(\alpha^{-1}z)A_o(z)$$

onde α é o fator de redução dos pólos, ou seja, se Λ é o conjunto dos pólos de malha aberta:

$$\Lambda \triangleq \{\lambda_1 \dots \lambda_n\}$$

então o conjunto dos pólos de malha fechada Λ_f será dado por:

$$\Lambda_f = \{\alpha\lambda_1 \dots \alpha\lambda_n\} \cup \Lambda_o$$

onde Λ_o é o conjunto das raízes do polinômio observador $A_o(z)$.

A escolha do fator de redução α deve ser tal que os pólos de malha fechada sejam sempre alocados em uma região de suficiente estabilidade. Por outro lado o uso de um fator de redução muito pequeno pode levar o sistema a operar predominantemente fora de sua região de operação linear, ocasionando o surgimento de ciclos-limite. Desde que o processo a ser controlado é um sistema contínuo, a análise subsequente diz respeito ao efeito da redução dos módulos dos pólos do modelo discreto sobre o sistema real. Quando um sistema contínuo é amostrado, seus pólos são mapeados do plano complexo S para o plano complexo Z segundo a lei:

$$p_s \rightarrow p_z = e^{p_s T} \quad (4.3)$$

onde $p_s = \sigma_s + j\omega_s$ é o valor de um pólo do sistema contínuo, $p_z = \sigma_z + j\omega_z$ é o correspondente pólo do sistema discreto obtido pela amostragem do sistema contínuo e T é o período de amostragem utilizado. Reduzir o módulo de um pólo do sistema amostrado por um fator α equivale, segundo o mapeamento (4.3), a somar uma parcela ao correspondente pólo do sistema contínuo:

$$\alpha p_z = e^{\ln \alpha} e^{p_s T} = e^{\ln \alpha + p_s T} \xrightarrow{eq(4.3)} p_s + \frac{\ln \alpha}{T} \quad (4.4)$$

Observação 4.1 *Para $\alpha < 1$ esta parcela adicionada ao pólo do sistema contínuo é negativa, adicionando ao sistema um grau de estabilidade.*

Observação 4.2 *O uso de fator de redução variável tem sido proposto na literatura [CHE93, CHA88].*

4.4 Considerações Práticas

Embora a pesquisa em torno de aplicações de controladores auto-ajustáveis tenha sido intensa nos últimos anos, a disponibilidade de dados de aplicações reais a sistemas de potência é muito escassa. Por esta razão as considerações de ordem prática apresentadas a seguir não estão embasadas na experiência de operação de sistemas reais mas em argumentos heurísticos sobre os problemas que podem surgir numa aplicação prática e as soluções que são vislumbradas. Muitos detalhes de implementação e estratégias de mudança de atitude do controlador apresentam questões cujas respostas somente poderão ser obtidas a partir de uma experiência prática de operação de sistemas auto-ajustáveis reais.

Injeção de Ruído

Uma questão interessante é a injeção de ruído pseudo-aleatório no sistema. A abordagem teórica sugere este procedimento para auxiliar o processo de identificação. Ficam em aberto porém duas questões: em que situação aplicar ruído e que amplitude deve ter este ruído. Em um sistema de potência mudanças de ponto de operação ocorrem a intervalos regulares, de forma que logo após estas mudanças é conveniente que a excitação do sistema seja maior a fim de identificar os novos parâmetros do modelo, enquanto que no período subsequente em que o sistema opera em uma mesma condição a identificação pode ser feita com menor excitação, já que os parâmetros não variam tanto. Assim, parece aconselhável a injeção de ruído pseudo-aleatório no sistema de potência nos primeiros instantes após uma mudança de ponto de operação a fim de rastrear a variação súbita dos parâmetros. A amplitude do ruído e o período pelo qual ele é aplicado devem refletir um compromisso entre os desempenhos da identificação e da regulação do sistema.

A persistência de excitação fornecida pelo ruído é tanto maior quanto maior for sua amplitude. Por outro lado, esta não deve ser tão grande que se faça sensível na resposta

do sistema. Ruído com amplitude da ordem de 10^{-3} μ tem sido utilizado com sucesso em simulações.

Inicialização da Identificação

Uma forma natural de inicialização da matriz de covariância é fazer $P_0 = KI$, com K um real e I a matriz identidade. A inicialização do vetor de parâmetros pode ser feita a partir de uma estimativa baseada em conhecimento prévio do sistema. O valor de K pode ser tão menor quanto melhor for a estimativa inicial dos parâmetros. Em sistemas de potência muitas vezes não é possível obter uma boa estimativa inicial. Neste caso o valor de K deve ser grande, refletindo esta realidade, e o vetor de parâmetros deve ser inicializado como o vetor nulo. Valores de K comumente utilizados neste último caso variam desde $K = 10^6$ até $K = 10^{12}$.

As estimativas dos parâmetros do modelo não têm todas o mesmo comportamento durante o processo de identificação. A prática revela que a identificação dos coeficientes do polinômio C é mais lenta que aquela dos coeficientes de B , que por sua vez é mais problemática que a identificação do polinômio A . O uso de *fator de esquecimento vetorial*, onde cada parâmetro é tratado com um fator de esquecimento exponencial distinto, é comum na prática de identificação recursiva [MEN93] e parece ser aplicável também a sistemas de potência. Com o mesmo intuito a matriz de covariância pode ser inicializada como uma matriz diagonal com elementos de maior magnitude nas posições correspondentes aos parâmetros de identificação mais problemática.

Período de Amostragem

A escolha do período de amostragem é um ponto pouco explorado na literatura de controle auto-ajustável. Uma frequência de amostragem da ordem de dez vezes maior que a frequência do modo dominante do sistema é tida como uma escolha adequada na maioria dos casos, desde que o tempo dispendido no cálculo do controle seja pequeno comparado ao correspondente período de amostragem. Períodos de amostragem da ordem de e menores que 100 ms têm sido utilizados.

Posições das singularidades Uma questão relevante raramente é tocada na literatura: a influência do período de amostragem nas posições das singularidades, principalmente dos zeros, do sistema amostrado. As posições dos pólos do sistema amostrado são relacionadas diretamente àquelas dos pólos do sistema contínuo. O mesmo porém não pode ser dito a respeito dos zeros. Não é possível obter uma expressão fechada que relacione as posições dos zeros do sistema

contínuo com aquelas dos zeros obtidos com a amostragem do sistema, porém limites para os quais estes últimos tendem quando o período de amostragem tende a valores muito grandes e muito pequenos são conhecidos [AST84a]. O aumento da frequência de amostragem tende a levar os zeros do sistema amostrado para fora do círculo unitário no plano Z , gerando sistemas de fase não mínima, que são sabidamente mais problemáticos do ponto de vista do projeto do controlador. O estudo deste efeito não foi até o presente explorado na literatura de controle auto-ajustável.

Período de amostragem e fator de redução Outra questão relevante é a relação entre o período de amostragem e o fator de redução α a ser utilizado. Segundo a equação (4.4) um dado valor do fator de redução α adicionará ao sistema um grau de estabilidade tanto maior quanto menor for o período de amostragem. Por outro lado, se um grau de estabilidade adicional Δp_s é especificado:

$$\Delta p_s \triangleq \frac{\ln \alpha}{T} < 0 \quad (4.5)$$

então o fator de redução α deve ser escolhido em função do período de amostragem:

$$\alpha = e^{\Delta p_s T}$$

de forma que, para um dado Δp_s , α é tão mais próximo da unidade quanto menor for o período de amostragem. Mais ainda, quanto menor for T , maior a *sensibilidade* dos pólos do sistema contínuo a variações em α . Com efeito, de (4.5):

$$\frac{\partial \Delta p_s}{\partial \alpha} = -\frac{1}{T} \frac{1}{\alpha}$$

Por fim, dados α_1 e T_1 que fornecem um grau adicional de estabilidade Δp_s , se é desejado um fator de redução α_2 que forneça o mesmo grau de estabilidade para um período de amostragem T_2 , então a relação entre α_2 e α_1 pode ser obtida a partir de (4.5) como abaixo:

$$\ln \alpha_1 = T_1 \Delta p_s \quad (4.6)$$

$$\ln \alpha_2 = T_2 \Delta p_s \quad (4.7)$$

Dividindo (4.7) por (4.6):

$$\ln \alpha_2 = \frac{T_2}{T_1} \ln \alpha_1$$

e portanto:

$$\alpha_2 = \alpha_1^{T_2/T_1}$$

Ordem do Modelo

Um modelo de ordem elevada representa de maneira mais acurada a dinâmica do sistema, porém a convergência dos parâmetros deste modelo será mais lenta comparada com o caso de um modelo de menor ordem. Ademais, o ajuste do controlador também torna-se mais difícil. Um compromisso entre estes dois aspectos deve ser alcançado na escolha da ordem do modelo. Este compromisso será dependente dos particulares algoritmos de identificação e controle a serem utilizados. Modelos de ordem três têm fornecido resultados de simulação satisfatórios na aplicação de alocação de pólos.

Valores Numéricos Empíricos

Valores numéricos para o fator de esquecimento λ e a constante de reinicialização K são determinados de maneira empírica para cada caso particular. Valores típicos utilizados em diversos trabalhos ficam em torno de $\lambda \approx 0.99$, $K \approx 10^3$ para a reinicialização periódica e $K \approx 10^8$ para a reinicialização quando de mudança brusca do ponto de operação.

Também o valor do fator de redução α é usualmente escolhido por tentativa e erro a partir de simulações. Valores que forneçam um grau adicional de estabilidade, conforme definido em (4.5), da ordem de $\Delta p_s \approx -2s^{-1}$ têm se mostrado satisfatórios. Para um período de amostragem típico de $T = 100 \text{ ms}$, isto é obtido com $\alpha \approx 0.75$.

4.5 Conclusão

O controle auto-ajustável apresenta um forte apelo para aplicação à estabilização de sistemas de potência. Com efeito, várias publicações têm explorado este tema, utilizando principalmente algoritmos de controle por mínima variância e alocação de pólos. O método dos mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento exponencial é quase uma unanimidade nestes trabalhos. A adequação dos algoritmos de alocação de pólos e dos mínimos quadrados ao caso dos sistemas de potência foi abordada neste capítulo. No tocante à alocação de pólos, a escolha dos pólos de malha fechada foi discutida e o conveniente algoritmo de deslocamento radial de pólos apresentado. Procedimentos utilizáveis para o melhoramento das características de convergência da identificação foram também apresentados. Valores numéricos adequados para alguns parâmetros do algoritmo foram fornecidos. Finalmente, considerações de ordem prática foram tecidas.

Capítulo 5

Estabilizador Auto-Ajustável de Sistemas de Potência por Alocação Parcial de Espectro

5.1 Introdução

A instabilidade dinâmica de sistemas de potência manifesta-se pela ocorrência de oscilações pouco ou não amortecidas. Se um modelo por função de transferência pulsada é adotado para o sistema, esta característica é representada por um par complexo conjugado de pólos com módulo pouco menor que a unidade ou ainda maior. Em geral a resposta natural do sistema a perturbações é dominada por este par de pólos e se a contribuição destes naquela resposta puder ser eliminada ou pelo menos bastante reduzida o sistema deverá apresentar um comportamento satisfatório. O intento de aplicar de técnicas alocação parcial de pólos à estabilização de sistemas de potência decorre naturalmente destas considerações. De maneira intuitiva a alocação parcial do espectro apresenta-se como uma forma de não *desperdiçar* esforço de controle deslocando desnecessariamente os pólos de malha aberta do sistema que já estão em posições aceitáveis. A alocação parcial de espectro é apresentada em [SIL93] no contexto teórico mais genérico da alocação parcial de autoestrutura.

Este capítulo apresenta o desenvolvimento de um estabilizador auto-ajustável de sistemas de potência com alocação parcial de espectro. A seção 5.2 apresenta o método de alocação parcial de espectro no contexto clássico de sistemas a parâmetros conhecidos. Na seção 5.3 o algoritmo proposto para a estabilização de sistemas de potência é descrito. Aspectos de implementação e peculiaridades do método proposto são discutidos. A seguir aplicações do algoritmo proposto a um sistema máquina-barramento-infinito e a sistemas multimáquinas são simuladas.

As simulações são levadas a efeito por meio de um simulador desenvolvido especialmente para este trabalho e descrito no Apêndice A.

5.2 Alocação Parcial de Espectro

O problema de alocação parcial de espectro é formalizado a seguir. Seja Λ o conjunto dos pólos do sistema de ordem n a ser controlado:

$$\Lambda = \{ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_n \}$$

Sejam ainda Λ_i o conjunto dos pólos indesejados do sistema, não necessariamente instáveis *strictu sensu*, doravante nomeados instáveis, e Λ_e o conjunto dos pólos aceitáveis do sistema, ditos pólos estáveis:

$$\begin{aligned} \Lambda_e &= \{ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{n-r} \} \\ \Lambda_i &= \{ \lambda_{n-r+1} \ \lambda_{n-r+2} \ \dots \ \lambda_n \} \end{aligned}$$

de tal forma que:

$$\Lambda_e \cup \Lambda_i = \Lambda$$

O problema de alocação parcial de espectro consiste então em determinar uma lei de controle tal que o conjunto de autovalores de malha fechada seja Λ_{mf} dado por:

$$\Lambda_{mf} = \Lambda_e \cup \Lambda_d \cup \Lambda_o$$

onde os r elementos do conjunto Λ_d são as novas alocações desejadas para os r pólos instáveis do sistema e Λ_o é um conjunto de autovalores também especificados. Uma solução para o problema de alocação parcial de espectro é apresentada a seguir.

Seja $G(z)$ a função de transferência pulsada do sistema a ser controlado:

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (5.1)$$

com

$$\begin{aligned} B(z) &= b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m \\ A(z) &= z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n \end{aligned}$$

O sistema deve ser controlado por uma retroação dinâmica de saída:

$$u(z) = -H(z)y(z) = -\frac{P(z)}{Q(z)}y(z) \quad (5.2)$$

com

$$\begin{aligned} P(z) &= p_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_n \\ Q(z) &= z^h + q_1 z^{h-1} + \dots + q_h \end{aligned}$$

A função de transferência em malha fechada é então dada por:

$$R(z) \triangleq \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)H(z)} = \frac{B(z)Q(z)}{B(z)P(z) + A(z)Q(z)}$$

Esta função de transferência é de ordem $n + h - l$, onde h é a ordem da retroação dinâmica $H(z)$ e l o número de fatores comuns entre $Q(z)$ e $B(z)$. O sistema em malha fechada terá portanto $h - l$ pólos adicionais, além daqueles especificados pelos conjuntos Λ_e e Λ_d . O polinômio característico $T(z)$ da função de transferência $R(z)$ é dado por:

$$T(z) \triangleq B(z)P(z) + A(z)Q(z) = A_e(z)A_d(z)A_o(z) \quad (5.3)$$

onde A_d é o polinômio mônico cujas raízes formam o conjunto Λ_d e A_o contém os restantes $h - l$ pólos e é o *polinômio observador*. A fim de obter a função de transferência $H(z)$ que fornece o polinômio característico $T(z)$ desejado, os polinômios $A(z)$ e $B(z)$ são decompostos em:

$$A(z) = A_e(z) A_i(z) \quad (5.4)$$

$$B(z) = B_e(z) B_i(z) \quad (5.5)$$

onde:

- $A_e(z)$ é o polinômio mônico cujas raízes formam o conjunto Λ_e
- $A_i(z)$ é o polinômio mônico cujas raízes formam o conjunto Λ_i
- $B_i(z)$ é um polinômio com q raízes de módulo maior que a unidade
- $B_e(z)$ é o polinômio mônico com $m - q$ raízes de módulo menor que a unidade

Uma retroação dinâmica de saída que aloca os pólos de malha fechada de acordo com (5.3) é dada por (5.2) com:

$$H(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{A_e(z) P_1(z)}{B_e(z) Q_1(z)} \quad (5.6)$$

onde

$$\begin{aligned} P_1(z) &= p_0^1 z^{n_{p1}} + p_1^1 z^{n_{p1}-1} + \dots + p_{n_{p1}}^1 \\ Q_1(z) &= z^{h_1} + q_1^1 z^{h_1-1} + \dots + q_{h_1}^1 \end{aligned}$$

e $P_1(z)$ e $Q_1(z)$ são polinômios a serem projetados de forma a alocar as raízes de $A_d(z)$ e $A_o(z)$ nas posições desejadas. Com efeito, com esta escolha da retroação, a função de transferência em malha fechada $R(z)$ fica:

$$R(z) = \frac{B(z)Q_1(z)}{A_e(z)[Q_1(z)A_i(z) + P_1(z)B_i(z)]}$$

e as raízes de $A_e(z)$ são pólos de malha fechada, conforme especificado. Os $r + h - l$ pólos restantes serão as raízes do polinômio $T_1(z)$:

$$\begin{aligned} T_1(z) &\triangleq Q_1(z)A_i(z) + P_1(z)B_i(z) = A_d(z)A_o(z) \\ &= z^{n_t} + t_1^1 z^{n_t-1} + \dots + t_{n_t}^1 \end{aligned} \quad (5.7)$$

A equação (5.7) é bastante similar à *equação diofantina* (3.21), resultante da alocação completa de pólos, porém os polinômios envolvidos na primeira são de grau menor do que aqueles envolvidos nesta última. Por esta razão a equação (5.7) será doravante nomeada *equação diofantina reduzida*.

O projeto de $H(z)$ resume-se então à solução da equação (5.7) para $P_1(z)$ e $Q_1(z)$. Estes polinômios são determinados pela solução do sistema de equações lineares resultante do equacionamento dos termos de mesmo grau nos dois lados da equação:

$$M x = t$$

com:

$$\begin{aligned} x &\triangleq \begin{bmatrix} p_{n_p}^1 & \dots & p_0^1 & q_{h_1}^1 & \dots & q_1^1 \end{bmatrix} \\ t &\triangleq \begin{bmatrix} t_{n_t}^1 & \dots & t_1^1 \end{bmatrix} \\ M &= \begin{bmatrix} b_q^i & 0 & \dots & 0 & a_r^i & 0 & \dots & 0 \\ b_{q-1}^i & b_q^i & \dots & 0 & a_{r-1}^i & a_r^i & \dots & 0 \\ b_{q-2}^i & b_{q-1}^i & \dots & 0 & a_{r-2}^i & a_{r-1}^i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_0^i & b_1^i & \dots & 0 & a_{r-q}^i & a_{r-q+1}^i & \dots & 0 \\ 0 & b_0^i & \dots & 0 & a_{r-q-1}^i & a_{r-q}^i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Os graus ótimos para os polinômios do controlador podem ser determinados de maneira similar ao caso da alocação de pólos descrita no capítulo 3, obtendo-se:

$$\begin{aligned} n_p &= r - 1 \\ n_g &= n - m + q - 1 \\ n_t &= n - m + q + r - 1 \end{aligned}$$

5.3 O Método de Controle Proposto

O método de alocação parcial de pólos recém descrito pode ser utilizado para a alocação de pólos em controladores auto-ajustáveis. O algoritmo assim obtido é adequado à aplicação em estabilização de sistemas de potência, pois nesta particular aplicação apenas uma parte do espectro é responsável pelo comportamento inadequado do sistema, tendo o restante deste espectro características dinâmicas aceitáveis. Um *estabilizador auto-ajustável de sistemas de potência com alocação parcial de espectro* é proposto a seguir. Os algoritmos de identificação e controle são adaptados às peculiaridades dos sistemas de potência.

5.3.1 Estratégia de Controle

A identificação de um sistema de potência por uma função de transferência pulsada resulta usualmente em um par de pólos representando as oscilações eletromecânicas do sistema. Quando o grau de estabilidade do sistema não for satisfatório este par de pólos deve ser deslocado em direção à região de maior estabilidade. Eventualmente mais de um modo de oscilação associado ao gerador em questão será problemático. Neste caso duas situações distintas apresentam-se:

- o sistema é identificado por um modelo de baixa ordem e um par de pólos complexos dominantes é identificado, representando o efeito conjunto dos dois modos de oscilação
- um modelo de ordem mais elevada está sendo utilizado e os dois modos de oscilação são identificados separadamente

No segundo caso quatro pólos do modelo identificado deverão ser deslocados pelo algoritmo de controle e no segundo apenas dois, como no caso em que apenas um modo de oscilação é problemático. A situação em que um par de pólos complexos do modelo identificado deve ser deslocado é portanto a mais comum. Assim, a particularização do algoritmo de *alocação parcial de espectro* para este caso será descrita a seguir.

Sejam portanto, no contexto de alocação parcial de espectro apresentado na seção anterior deste trabalho:

- $r = 2$
- $A_d(z) = \alpha^2 A_i(\alpha^{-1}z)$
- $A_o(z) = z^{h_1}$

de forma que o polinômio $A_0(z)$ é um observador *dead-beat* e os dois pólos problemáticos identificados no modelo serão deslocados em direção à origem, reduzindo seu módulo por um fator de redução α .

As raízes do polinômio $A_i(z)$ são um par complexo conjugado $\sigma \pm j\omega$, de forma que:

$$A_i(z) = z^2 - 2\sigma z + \sigma^2 + \omega^2$$

e portanto:

$$A_d(z) = \alpha^2 A_i(\alpha^{-1}z) = z^2 - 2\alpha\sigma + \alpha^2(\sigma^2 + \omega^2)$$

É assumido que $n = m + 1$, o que não representa perda de generalidade. Este fato, aliado às constatações acima, implica:

$$n_{p_1} = r - 1 = 1$$

$$h_1 = n - m + q - 1 = q$$

$$n_{t_1} = n - m + q + r - 1 = q + r$$

A equação diofantina reduzida então fica:

$$\begin{aligned} T_1(z) &\triangleq Q_1(z)[z^2 - 2\sigma z + \sigma^2 + \omega^2] + [p_0^1 z + p_1^1]B_i(z) \\ &= [z^2 - 2\alpha\sigma + \alpha^2(\sigma^2 + \omega^2)]z^{h_1} \end{aligned} \quad (5.8)$$

O sistema de equações lineares associado à equação diofantina reduzida (5.8) tem então a forma:

$$M x = t \quad (5.9)$$

com:

$$\begin{aligned} x &\triangleq [p_1^1 \quad p_0^1 \quad q_{h_1}^1 \quad \dots \quad q_1^1] \\ t &\triangleq [t_{n_{t_1}}^1 \quad \dots \quad t_1^1] \\ M &= \begin{bmatrix} b_q^i & 0 & \dots & 0 & (\sigma^2 + \omega^2) & 0 \\ b_{q-1}^i & b_q^i & \dots & 0 & -2\sigma & (\sigma^2 + \omega^2) \\ b_{q-2}^i & b_{q-1}^i & \dots & 0 & 1 & -2\sigma \\ b_{q-3}^i & b_{q-2}^i & \dots & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_0^i & b_1^i & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Particularmente quando a identificação fornecer um sistema de fase mínima, $q = 0$ e o sistema de equações lineares acima se reduz a:

$$\begin{bmatrix} b_0^i & 0 & -2\sigma \\ 0 & b_0^i & (\sigma^2 + \omega^2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0^1 \\ p_1^1 \\ q_0^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha\sigma \\ \alpha^2(\sigma^2 + \omega^2) \\ 1 \end{bmatrix}$$

A terceira linha deste sistema fornece sempre o polinômio do denominador como $Q_1(z) = 1$, o que na verdade já era sabido, visto que $\text{grau}(Q_1) = q = 0$ e que o polinômio $Q_1(z)$ é mônico por hipótese. Substituindo este resultado nas duas primeiras linhas do sistema:

$$p_0^1 = 2\sigma(1 - \alpha)$$

$$p_1^1 = (\sigma^2 + \omega^2)(\alpha^2 - 1)$$

Portanto, no caso de um sistema fase não mínima não é sequer necessária a resolução de um sistema de equações lineares, mas simplesmente uma atribuição de valores aos dois coeficientes de $P_1(z)$.

5.3.2 Algoritmo de Identificação

A identificação é levada a cabo por meio do algoritmo dos *mínimos quadrados recursivo*. A adequação do algoritmo de identificação ao caso dos sistemas de potência foi discutida no Capítulo 4 deste trabalho. As considerações então tecidas continuam válidas no atual contexto. Naquela oportunidade foi colocado que a utilização do método dos *mínimos quadrados recursivo estendido* ou do método da *máxima verossimilhança recursivo* parecia indicada. Nestes métodos o vetor regressor tem um maior número de elementos quando comparados com o método dos *mínimos quadrados recursivo* ordinário e ressalvas concernentes a este fato foram feitas.

A utilização dos métodos dos *mínimos quadrados recursivo estendido* e da *máxima verossimilhança recursivo* nas aplicações levadas a efeito no desenvolvimento deste trabalho foi pouco explorada devido a resultados infrutíferos. Com efeito, em uma fase inicial de testes do algoritmo de controle proposto os resultados obtidos com a utilização destes métodos não demonstrou qualquer superioridade sobre aqueles obtidos com o método dos *mínimos quadrados recursivo* ordinário, fato este que levou à adoção deste último método para os testes subsequentes. Porém a pequena quantidade de testes efetuados não permite qualquer conclusão sobre qual método é o mais eficaz na presente aplicação. Esta é uma questão em aberto e deve ser objeto de pesquisa futura. De qualquer forma, todos os resultados apresentados no seguimento desta monografia utilizam o método dos *mínimos quadrados recursivo* ordinário.

5.3.3 Descrição do Algoritmo

O algoritmo de *controle auto-ajustável com alocação parcial de espectro* proposto consiste em aplicar os procedimentos de identificação e controle apresentados nas subseções anteriores segundo o princípio da equivalência. O algoritmo pode então ser sumarizado como a execução dos seguintes passos a cada instante de amostragem:

1. amostrar o sistema para obter $y(t) = \omega(t)$
2. atualizar os parâmetros do modelo (5.1) pelo método dos mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento exponencial constante
3. fatorar os polinômios A e B identificados no passo anterior como em (5.4) (5.5) por meio do cálculo das raízes daqueles polinômios
4. construir e resolver o sistema de equações lineares (5.9) para obter os polinômios P_1 e Q_1
5. obter a função de transferência $H(z)$ do controlador usando a equação (5.6) e os polinômios P_1, Q_1, A_e e B_e obtidos nos passos anteriores
6. calcular o valor do controle $u(t)$ a partir da equação de diferenças derivada da função de transferência calculada no passo anterior e aplicar este controle ao sistema, levando em consideração os limites de controle

5.3.4 Características do Algoritmo

As principais particularidades do algoritmo de *controle auto-ajustável com alocação parcial de espectro* proposto são sumarizadas a seguir:

- o projeto da retroação dinâmica de saída se resume à solução de um sistema de equações lineares de baixa ordem
- a ordem deste sistema de equações lineares varia com a condição de operação do sistema, uma vez que depende do número de zeros *instáveis* identificados
- a ordem do sistema em malha fechada é $n + q$, ou seja, o polinômio observador é de ordem q
- o algoritmo envolve a fatoração dos polinômios da função de transferência da planta em suas partes estáveis e instáveis; para tanto é necessário o cálculo das raízes destes polinômios

5.3.5 Considerações sobre a Implementação

A implementação do algoritmo de controle auto-ajustável proposto envolve operações matemáticas complexas como:

- atualização da matriz de covariância no algoritmo dos mínimos quadrados recursivo
- cálculo das raízes dos polinômios $A(z)$ e $B(z)$ em (5.1)
- solução do sistema de equações lineares (5.9)

Para que o algoritmo de controle seja confiável estes procedimentos devem ser levados a cabo por meio de métodos matemáticos numericamente robustos.

- fatorização $U - D$ para a atualização da matriz de covariância
- rotinas robustas de cálculo de autovalores [EPR84] para o cálculo das raízes dos polinômios A e B
- decomposição LU com pivoteamento [PRE89] para a solução do sistema de equações lineares resultante da equação diofantina reduzida

Todos estes procedimentos foram adotados na implementação do algoritmo de controle proposto. O algoritmo de controle auto-ajustável por alocação parcial de espectro foi implementado como parte de um pacote para simulação de dinâmica de sistemas de potência, especialmente desenvolvido para esta pesquisa e descrito no Apêndice A. Este simulador incorpora métodos numericamente robustos para a simulação, conforme descrito neste apêndice.

Alguns parâmetros devem ser escolhidos para o controlador. Estes parâmetros são definidos a seguir. A identificação é congelada por um intervalo de tempo T_c nos primeiros momentos após uma perturbação severa. A matriz de covariância é inicializada como $P = KI$, onde I é a matriz identidade e K é um número real. Um PRBS de amplitude amp é adicionado à entrada do regulador de tensão para assegurar persistência de excitação. A saída do controlador V_{esp} é simetricamente limitada da seguinte maneira: $-V_s \leq V_{esp} \leq V_s$. Os parâmetros restantes do controlador foram definidos anteriormente.

Observação 5.1 *Em todas as aplicações apresentadas a seguir é utilizado $V_s = 0.1pu$ para os limites de atuação do estabilizador.*

5.4 Aplicação a um Sistema Máquina Barramento Infinito

A estratégia de controle proposta é primeiramente aplicada a um sistema máquina-barramento-infinito. Os dados do sistema considerado são:

X_q	0.66	X_d	1.07	X'_d	0.408
R_s	0.003	H	6.68	T'_{d0}	5.4s
K_a	25	T_a	0.2s	V_{lim}	5
R_e	0.02	X_e	0.415	B_c	0

onde R_e , X_e e B_c são os dados da linha de transmissão [AND77] e as outras grandezas da tabela foram definidas no Capítulo 1.

Na condição de operação $P_\infty = 1$ $Q_\infty = 0$ o sistema é instável, como mostram os autovalores do sistema em malha aberta:

$$\Lambda_{ma} = \{0.1442 \pm j5.5118, -2.8112 \pm j2.7402\}$$

Um estabilizador auto-ajustável com alocação parcial de espectro é aplicado a este sistema. O estabilizador utiliza o desvio de velocidade como variável de entrada. Para um sistema máquina-barramento-infinito um modelo de terceira ordem é usado, já que com este modelo apenas um modo de oscilação eletromecânica pode ser observado. Os parâmetros usados para o controlador são:

T_s	50ms	K	10^{10}	α	0.8
T_c	0.5s	amp	$10^{-3}pu$	λ	1

A figura 5.1 mostra a resposta do sistema em malha aberta e em malha fechada a uma variação súbita de velocidade de $0.5rad/s$.

A resposta obtida mostra o bom desempenho do controlador nesta aplicação. O comportamento da identificação é apresentado nas figuras 5.2 e 5.3.

É interessante comparar os espectros de freqüências do ângulo de carga da máquina com e sem o controlador. As figuras 5.4 e 5.5 apresentam estes resultados. Em malha aberta a resposta é claramente dominada pelo modo de oscilação eletromecânica da ordem de $1Hz$. Já em malha fechada esta componente de freqüência foi praticamente eliminada do espectro, alterando pouco as outras componentes, conforme o objetivo especificado para o controlador.

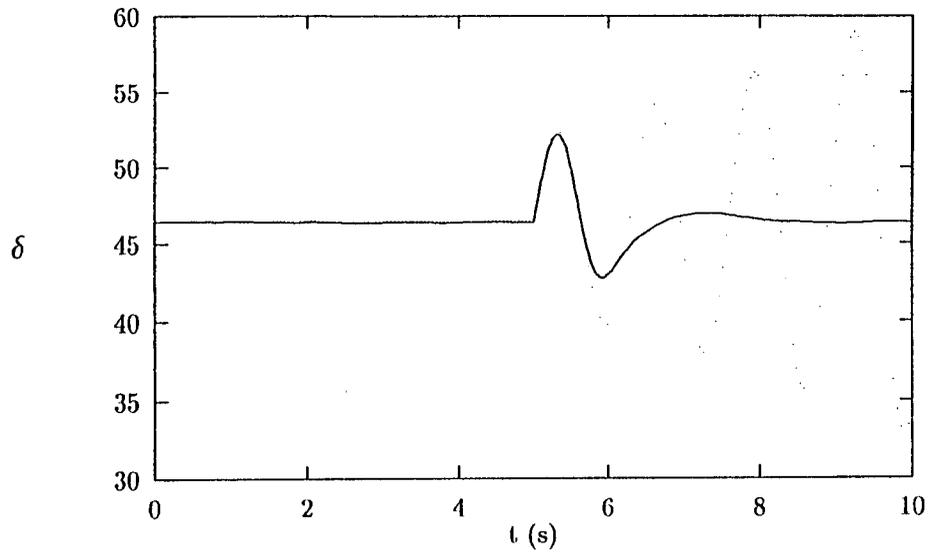


Figura 5.1: Resposta do sistema a uma variação súbita de velocidade de $0.5rad/s$ em $t = 5s$ em malha aberta (linha pontilhada) e com o controlador proposto

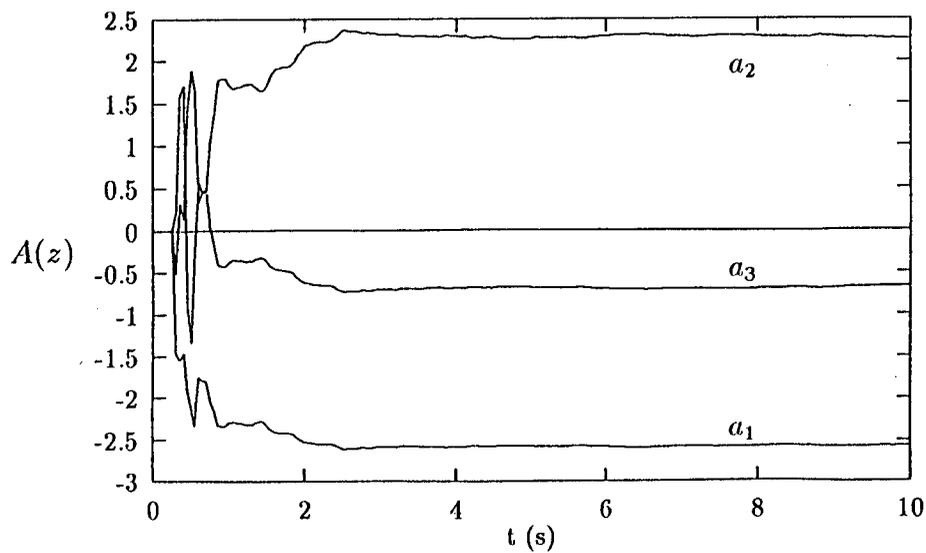


Figura 5.2: Evolução da identificação: parâmetros do denominador da função de transferência $A(z) = z^3 + a_1z^2 + a_2z + a_3$

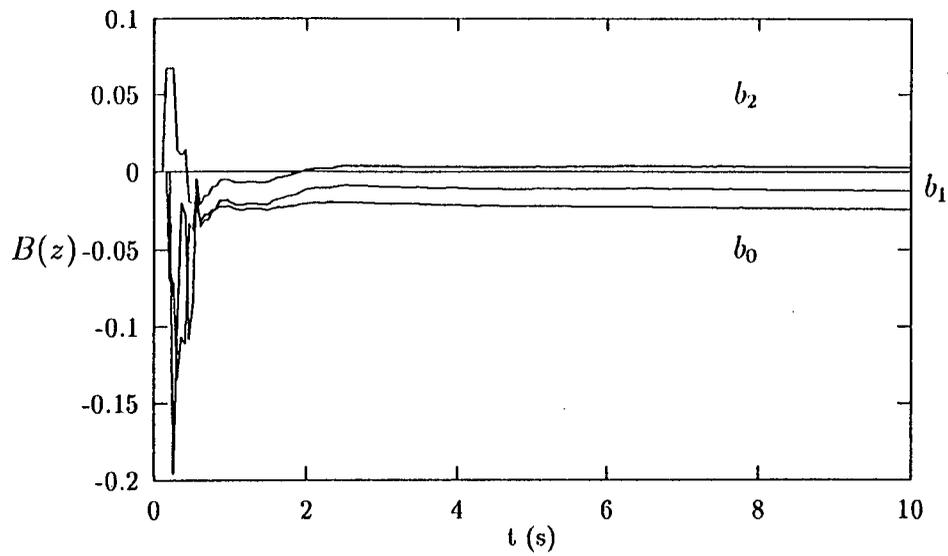


Figura 5.3: Evolução da identificação: parâmetros do numerador da função de transferência $B(z) = b_0z^2 + b_1z + b_2$

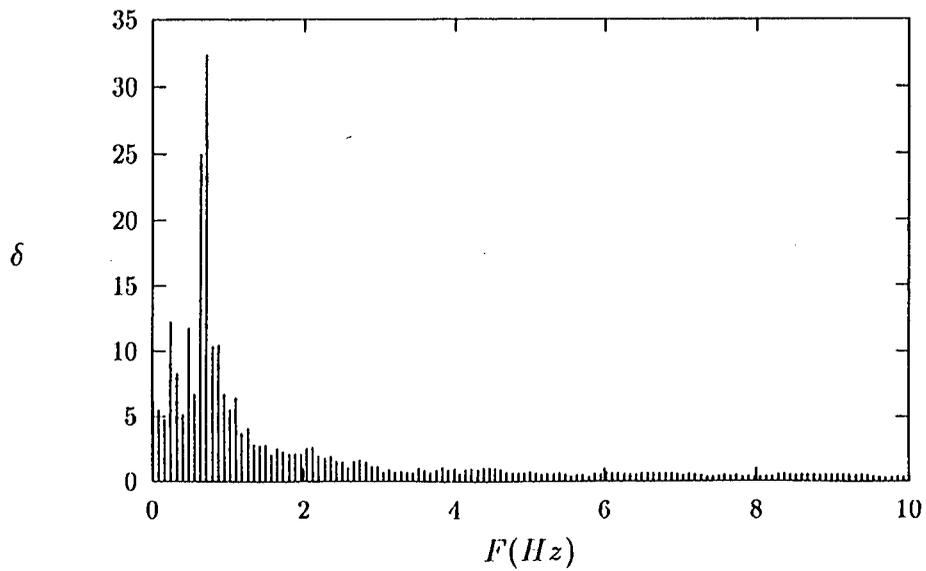


Figura 5.4: Espectro de freqüências do ângulo de carga em malha aberta

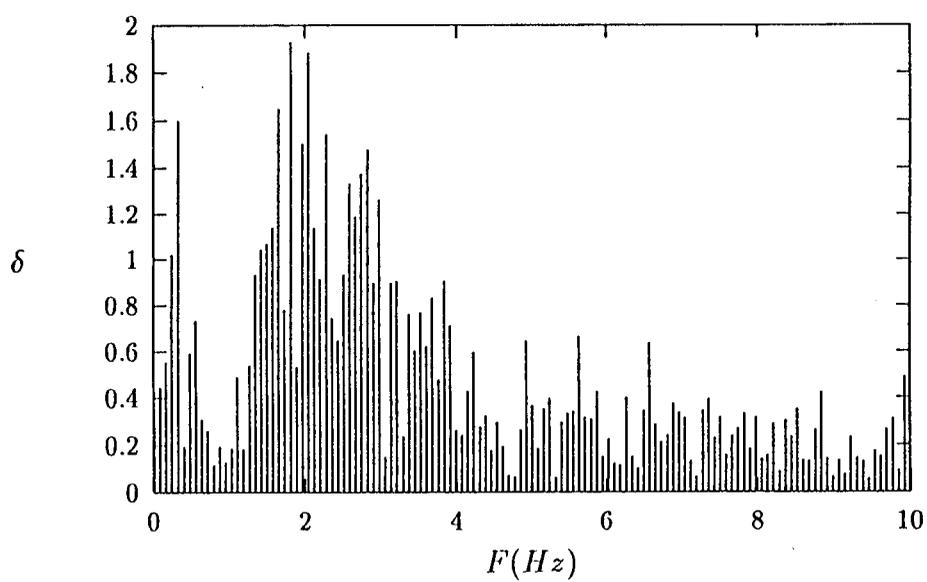


Figura 5.5: Espectro de freqüências do ângulo de carga em malha fechada

5.5 Aplicação a um Sistema Multimáquinas

O sistema considerado nesta seção é largamente utilizado para teste em simulação de estabilizadores de sistemas de potência [AND77, SIL92a, EPR83]. A figura 5.6 apresenta o diagrama unifilar do sistema em questão. Os dados de fluxo de carga para o ponto de operação considerado e os parâmetros de modelo para os geradores, cargas e linhas de transmissão são encontrados em [AND77]. Os dados utilizados nesta aplicação diferem daqueles desta referência somente pelo fato de que o gerador G_1 é aqui tomado como um barramento infinito.

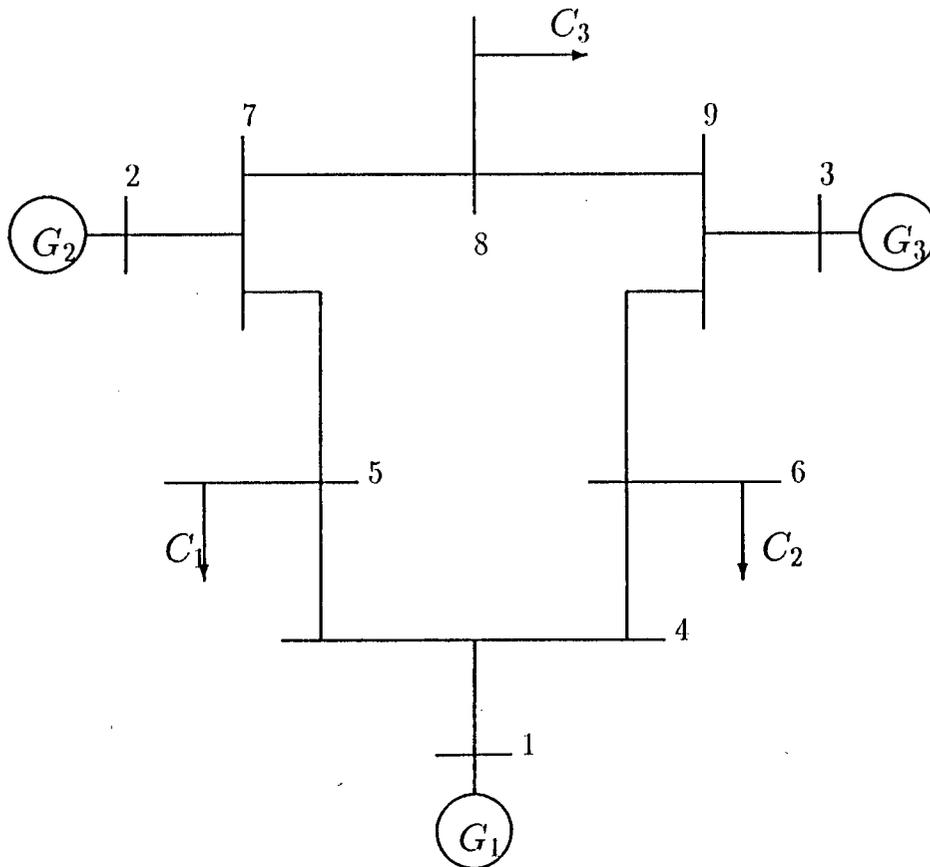


Figura 5.6: Diagrama unifilar de sistema multimáquinas de teste

5.5.1 Auto-análise e Simulação do Sistema em Malha Aberta

Os autovalores do sistema para o ponto de operação considerado são apresentados na tabela 5.1. A presença de um autovalor com amortecimento quase nulo é detectada. Este autovalor está em negrito na tabela. A tabela 5.2 mostra a coluna da *matriz de participação* correspondente a este autovalor.

A resposta deste sistema a variações da potência mecânica fornecida ao gerador é apresentada na figura 5.7. Nesta simulação a potência mecânica é aumentada de $0.05pu$ em $t = 20s$ e reduzida novamente de $0.05pu$ em $t = 30s$, retornando ao ponto de operação original. O desempenho do sistema é claramente insatisfatório.

5.5.2 Aplicação do Estabilizador

Pela análise dos fatores de participação percebe-se que o modo de oscilação problemático do sistema está mais fortemente associado às variáveis mecânicas do gerador 2. Um estabilizador auto-ajustável com alocação parcial de espectro é então adicionado a este gerador. O controlador deve deslocar apenas o pólo dominante do modelo identificado para o sistema. A fim de identificar separadamente os modos dominantes do sistema e deslocar apenas aquele mais problemático, um modelo de quinta ordem é utilizado. Os parâmetros utilizados para o controlador são listados abaixo. Note-se o alto valor do fator de redução α .

T_s	50ms	K	10^{12}	α	0.9
T_c	0.5s	amp	$10^{-3}pu$	λ	1

O modelo fornecido por esta identificação é:

$$G(z) = -0.2189 \frac{[(z - 0.18)^2 + 0.72^2][(z + 0.78)^2 + 0.44^2]}{(z - 0.53)[(z - 0.93)^2 + 0.33^2][(z + 0.38)^2 + 0.39^2]}$$

O modo de oscilação dominante é representado neste modelo pelo par de pólos complexos conjugados:

$$p_1^z = 0.93 \pm j0.33$$

O pólo p_1^z deve então ser deslocado pelo algoritmo de controle. Este pólo no modelo discreto corresponde, segundo a equação (4.4), a um pólo p_1^s num modelo contínuo:

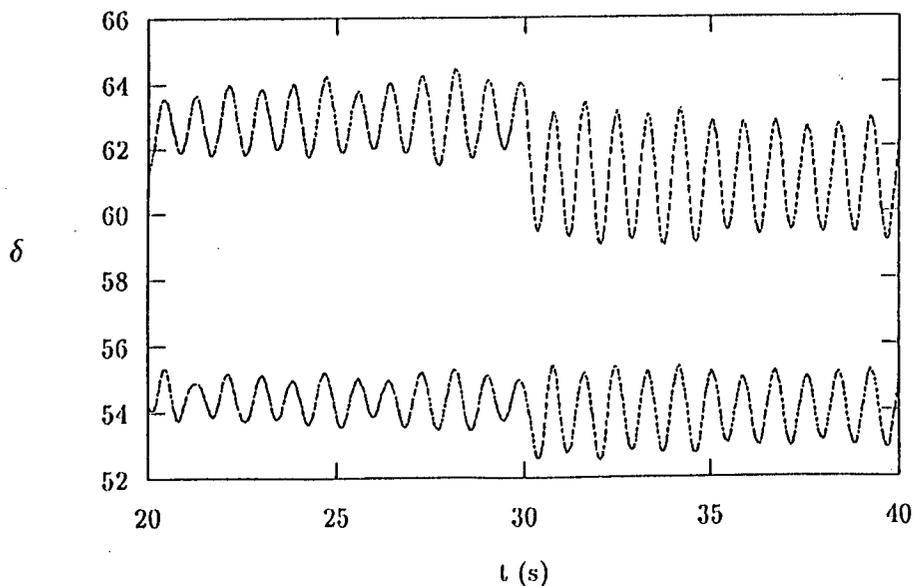
$$p_1^s = -0.17 \pm j6.87$$

Observação 5.2 Os pólos de um sistema contínuo serão sempre expressos em rad/s.

-178.7
-179.7
$-0.7116 \pm j12.78$
$-0.08021 \pm j7.106$
-5.504
-3.736
$-1.176 \pm j0.8849$
$-0.5232 \pm j0.6614$

Tabela 5.1: Autovalores do sistema multimáquinas

Variável	Fator de participação
E'_{d3}	0.005420
E'_{q3}	0.004344
δ_3	0.09558
ω_3	0.09445
E_{f3}	0.000121
V_{f3}	0.000378
E'_{d2}	0.01216
E'_{q2}	0.01663
δ_2	0.3964
ω_2	0.3929
E_{f2}	0.000329
V_{f2}	0.001025

Tabela 5.2: Fatores de participação para o pólo dominante $-0.08021 \pm j7.1056$ Figura 5.7: Resposta do sistema em malha aberta para variações de $0.05pu$ na potência mecânica fornecida ao gerador 2 em $t = 20s$ e $t = 30s$

O fator de redução α utilizado desloca este pólo para a posição

$$p_{1d}^z = 0.84 \pm j0.30$$

no plano Z , o que corresponde a um pólo:

$$p_{1d}^s = -3.49 \pm j6.87$$

no plano S .

A resposta do sistema à mesma perturbação anterior com este controlador é apresentada na figura 5.8. As oscilações são rapidamente amortecidas para os dois pontos de operação em que a perturbação é aplicada, mostrando a boa capacidade de rastreamento de parâmetros do algoritmo.

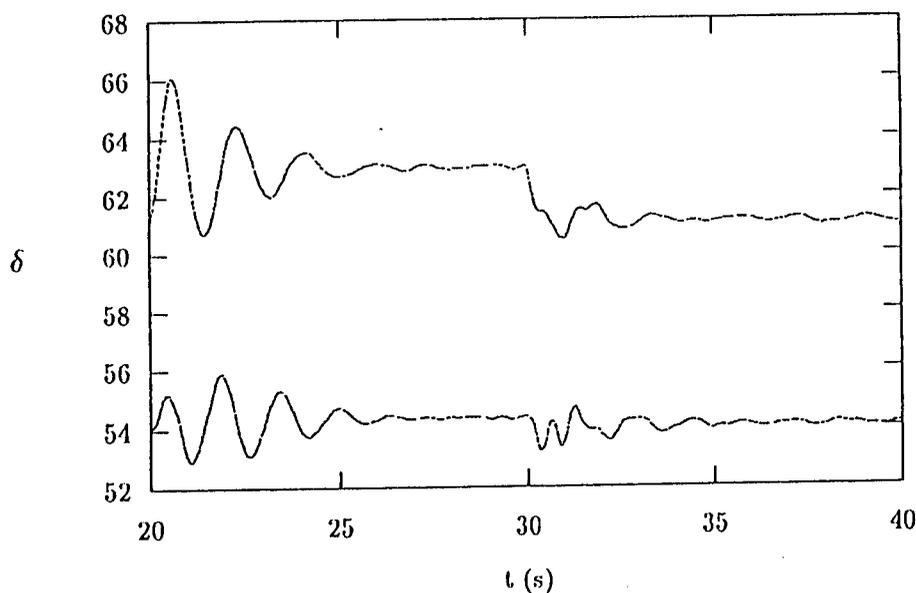


Figura 5.8: Resposta do sistema em malha fechada com o *controlador auto-ajustável com alocação parcial de espectro* para variações de 0.05 pu na potência mecânica fornecida ao gerador 2 em $t = 20s$ e $t = 30s$

Mais uma vez é interessante notar que a frequência do modo problemático, que dominava a resposta do sistema em malha aberta, foi praticamente eliminada da resposta em malha fechada. Isto pode ser visto nos gráficos já apresentados, mas fica mais claro observando o espectro de frequências dos ângulos de carga das máquinas nos dois casos, representados nas figuras 5.9 a 5.10.

É também interessante notar que o algoritmo pode ser igualmente utilizado identificando o sistema por um modelo de terceira ordem. Neste caso os dois modos de oscilação mais importantes no sistema são representados no modelo identificado por um único par de pólos complexos conjugados. O resultado obtido com este procedimento é apresentado na figura 5.11.

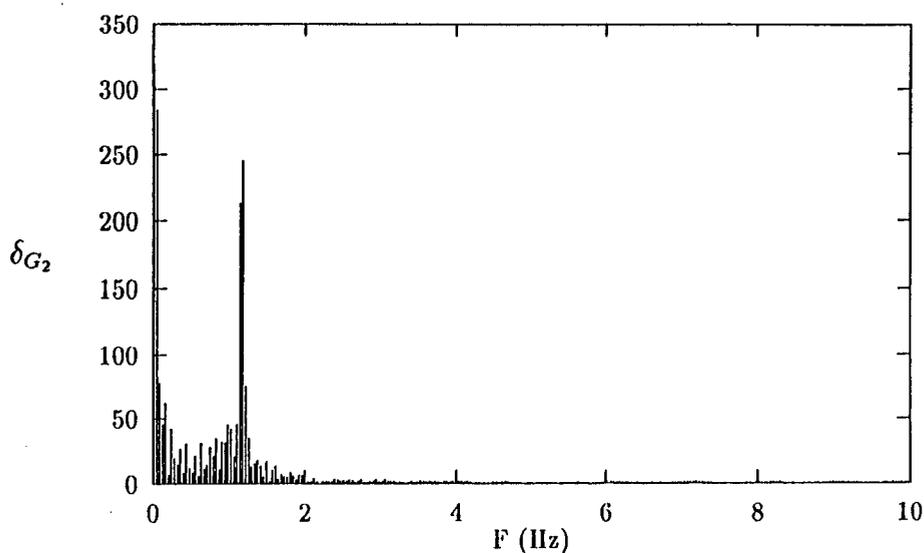


Figura 5.9: Espectro de freqüências do ângulo de carga do gerador 2 em malha aberta

A performance assim obtida é inferior àquela obtida com a identificação do sistema por um modelo de quinta ordem. Ademais, a freqüência de oscilação do sistema é significativamente alterada. Isto deve-se à diferença substancial existente nas freqüências dos dois modos que dominam a resposta do sistema e cujo efeito conjugado é modelado por um único par de pólos no modelo de terceira ordem.

Observação 5.3 *A estimativa dos parâmetros apresentada é válida para o ponto de operação inicial do sistema, dado pelo fluxo de carga apresentado. Claro está que, com a variação de ponto de operação causada pela perturbação aplicada ao sistema, os valores desta estimativa mudam.*

Observação 5.4 *Na aplicação recém apresentada, como naquela a ser apresentada na próxima seção, a escolha de localização de estabilizadores é feita por meio da matriz de participação. Este procedimento tem sido criticado por alguns autores, porém para os sistemas considerados neste trabalho esta não é uma questão crítica.*

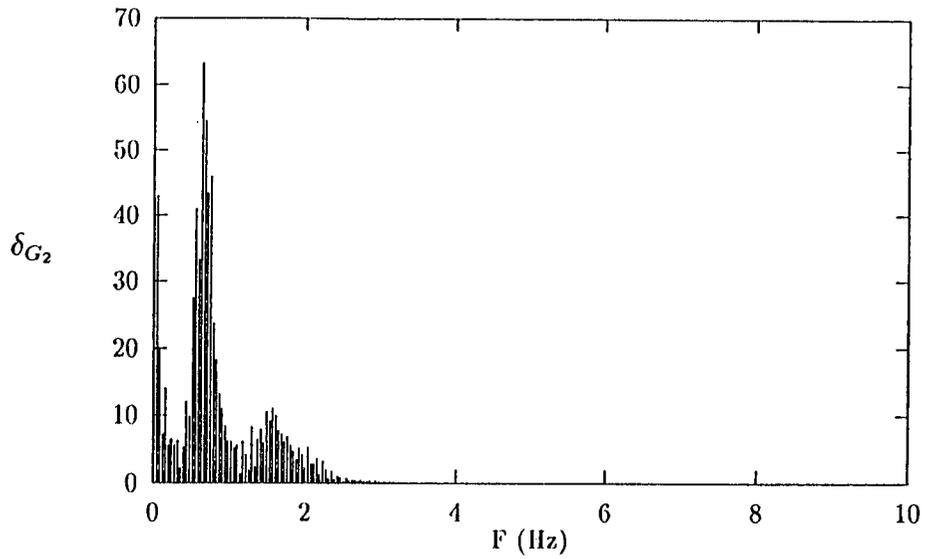


Figura 5.10: Espectro de frequências do ângulo de carga do gerador 2 em malha fechada

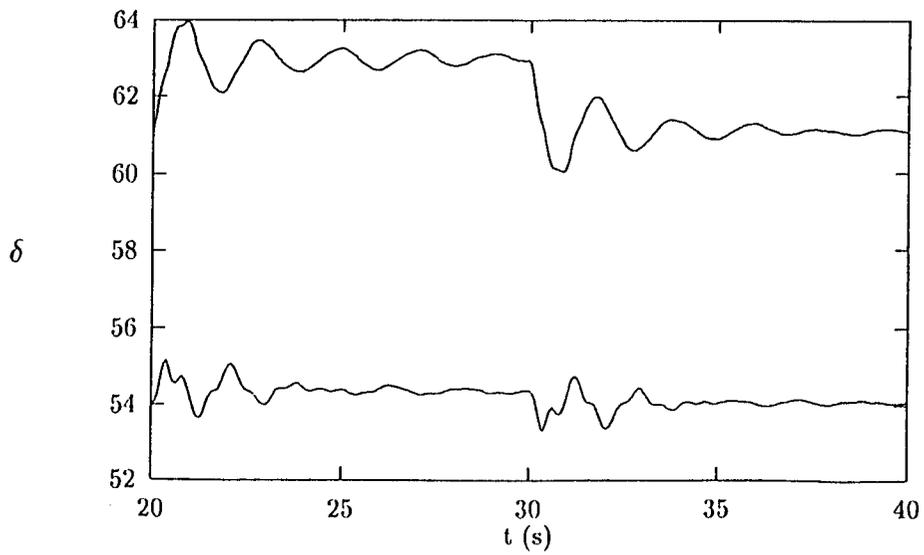


Figura 5.11: Resposta do sistema com estabilizador usando modelo de terceira ordem

-29.2	-27.8
-27.7	-24.7
-22.6	-22.4
-18.5	-18.0
-17.2	-12.9
-7.16	-4.12
-1.47	-0.84
$-1.80 \pm j9.18$	
$-2.01 \pm j9.17$	
$0.65 \pm j5.39$	
$-0.23 \pm j5.88$	
$-5.19 \pm j6.27$	
$-5.47 \pm j4.03$	
$-5.94 \pm j2.38$	

Tabela 5.3: Autovalores do sistema sul do Brasil

5.6 Aplicação a um Equivalente do Sul do Brasil

O diagrama unifilar apresentado na figura 5.12 representa o sistema elétrico do sul do Brasil. As principais unidades geradoras deste sistema estão representadas no modelo desta figura. O gerador G_4 representa a usina de Itaipu. O gerador G_7 representa um equivalente do sistema do sudeste brasileiro. Os dados de modelo para este sistema e o fluxo de carga para o ponto de operação considerado são encontrados nas referências [ARA92, MAR89].

5.6.1 Autoanálise e Simulação em Malha Aberta

Este sistema apresenta problemas de instabilidade dinâmica e tem sido objeto de estudo em algumas publicações [MAR89, ARA92]. O sistema é instável no ponto de operação considerado, conforme mostram os autovalores do sistema, apresentados na tabela 5.3 e a resposta do mesmo a um aumento de $0.05pu$ na potência mecânica fornecida ao gerador G_4 , apresentada na figura 5.13. O autovalor instável do sistema está em negrito na referida tabela.

A tabela 5.4 apresenta as colunas da matriz de participação referentes ao autovalor instável $0.65 \pm j5.39$ e ao outro autovalor problemático do sistema, $-0.23 \pm j5.88$. A tabela mostra que o autovalor instável está fortemente associado aos geradores G_7 e G_4 , sugerindo que este seja um modo de oscilação inter-área entre a usina de Itaipu e o sudeste brasileiro. O fator de participação do gerador G_7 é o maior, porém este gerador não pode ser equipado por um estabilizador, visto que não representa um gerador real, mas sim um equivalente de todo o sistema sudeste do Brasil. Portanto o estabilizador deve ser aplicado ao gerador G_4 .

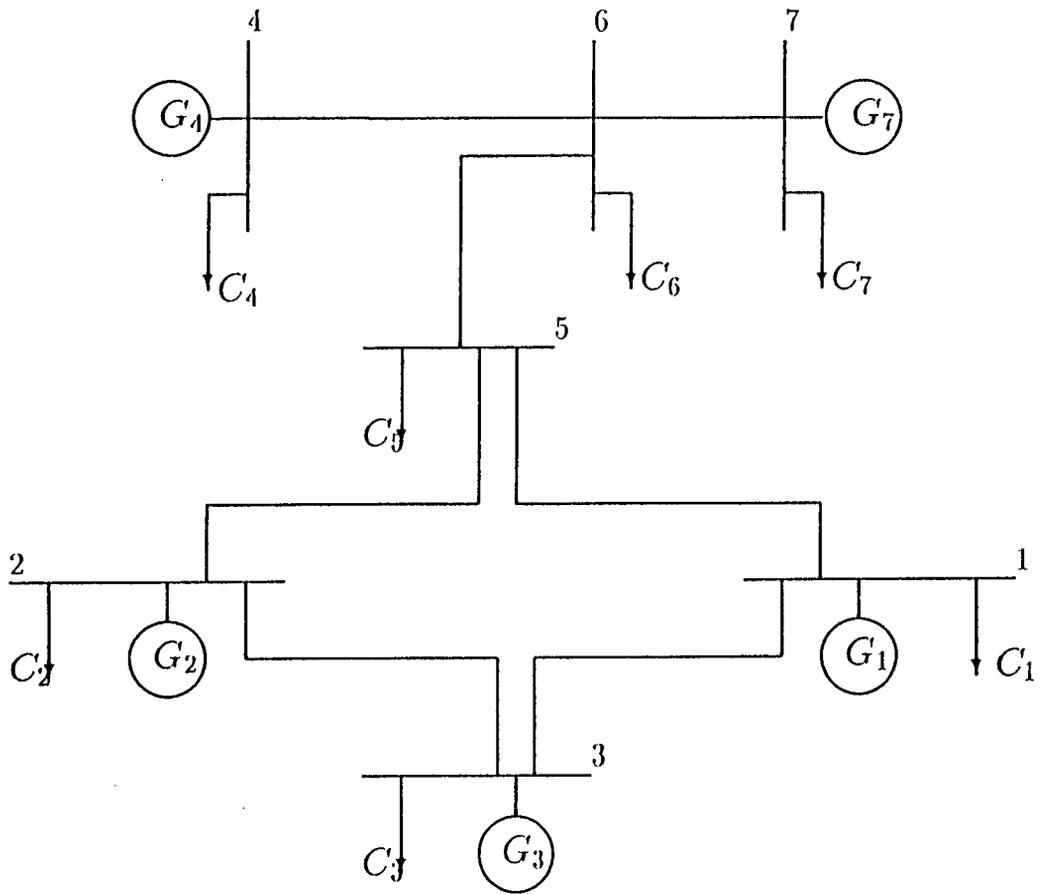


Figura 5.12: Modelo para o sistema elétrico do sul do Brasil

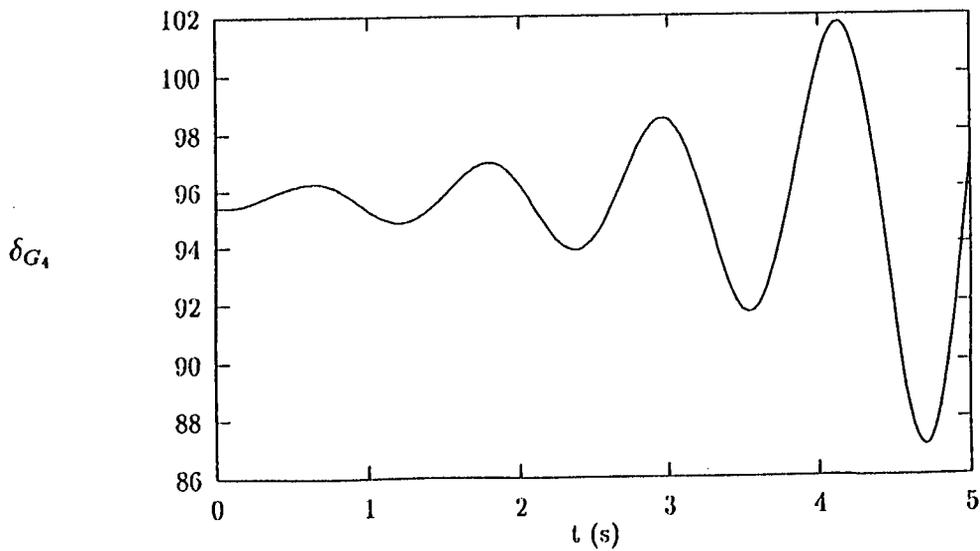


Figura 5.13: Resposta do sistema sul do Brasil a um aumento de 0.05 pu na potência mecânica fornecida ao gerador G_4 (Itaipu)

Pólo	Variável e fator de participação			
$0.65 \pm j5.39$	E''_{d1}	0.0001	E''_{q1}	0.0013
	E'_{q1}	0.0049	E_{f1}	0.0014
	V_{f1}	0.0000	δ_1	0.0024
	ω_1	0.0024	E''_{d2}	0.0002
	E''_{q2}	0.0012	E'_{q2}	0.0045
	E_{f2}	0.0012	V_{f2}	0.0000
	δ_2	0.0017	ω_2	0.0017
	E''_{d3}	0.0001	E''_{q3}	0.0013
	E'_{q3}	0.0046	E_{f3}	0.0013
	V_{f3}	0.0000	δ_3	0.0023
	ω_3	0.0023	E''_{d4}	0.0060
	E''_{q4}	0.0360	E'_{q4}	0.0966
	E_{f4}	0.0266	V_{f4}	0.0000
	δ_4	0.1794	ω_4	0.1794
	E''_{d7}	0.0216	E''_{q7}	0.0233
	E'_{q7}	0.0597	E_{f7}	0.0170
	V_{f7}	0.0000	δ_7	0.2708
	ω_7	0.2708		
$-0.23 \pm j5.88$	E''_{d1}	0.0128	E''_{q1}	0.0052
	E'_{q1}	0.0049	E_{f1}	0.0014
	V_{f1}	0.0000	δ_1	0.1301
	ω_1	0.1301	E''_{d2}	0.0070
	E''_{q2}	0.0036	E'_{q2}	0.0052
	E_{f2}	0.0021	V_{f2}	0.0000
	δ_2	0.0840	ω_2	0.0840
	E''_{d3}	0.0147	E''_{q3}	0.0067
	E'_{q3}	0.0064	E_{f3}	0.0023
	V_{f3}	0.0000	δ_3	0.1643
	ω_3	0.1643	E''_{d4}	0.0071
	E''_{q4}	0.0017	E'_{q4}	0.0017
	E_{f4}	0.0007	V_{f4}	0.0000
	δ_4	0.1004	ω_4	0.1004
	E''_{d7}	0.0116	E''_{q7}	0.0021
	E'_{q7}	0.0044	E_{f7}	0.0014
	V_{f7}	0.0000	δ_7	0.0840
	ω_7	0.0840		

Tabela 5.4: Fatores de participação para os pólos $0.65 \pm j5.39$ e $-0.23 \pm j5.88$. Valores inferiores a 0.001 são considerados nulos.

5.6.2 Aplicação do Estabilizador

Um estabilizador com alocação parcial de espectro é aplicado ao gerador G_4 do sistema. O estabilizador usa o desvio de velocidade como variável de retroação e tem as seguintes características:

T_s	25ms	K	10^{12}	α	0.94
T_c	3s	amp	$5 \times 10^{-3} pu$	λ	0.995

O sistema é identificado por um modelo de quinta ordem. A mesma perturbação anterior (saltos de $\pm 0.25 pu$ na potência mecânica fornecida ao gerador G_4) é aplicada ao sistema. Dois pares de pólos complexos são identificados. Para o ponto de operação inicial a função de transferência identificada é:

$$G(z) = -4.745 \times 10^{-3} \frac{(z - 1.00)(z + 0.98)[(z + 0.38)^2 + .59^2]}{(z + 0.30)[(z - 0.91)^2 + 0.16^2][(z - 1.00)^2 + 0.15^2]}$$

O pólo instável p_1^z

$$p_1^z = 1.00 \pm j0.15$$

é deslocado pelo controlador para a posição p_{1d}^z

$$p_{1d}^z = 0.94 \pm j0.14$$

o que corresponde a deslocar os pólos do sistema contínuo de p_1^s para p_{1d}^s :

$$p_1^s = 0.43 \pm j5.92$$

$$p_{1d}^s = -2.04 \pm j5.92$$

A resposta do sistema à perturbação aplicada é apresentada na figura 5.14.

O amortecimento das oscilações eletromecânicas é assaz satisfatório. Este resultado é obtido com a adição de um único estabilizador, contrariamente a outros resultados obtidos para este mesmo sistema [MAR89, ARA92]. O esforço de controle aplicado é apresentado na figura 5.15.

5.7 Perspectivas Futuras

Os bons resultados apresentados nas seções precedentes demonstram a potencialidade do método proposto e encorajam o seguimento desta linha de pesquisa. Esta pesquisa deve ser direcionada no sentido de aperfeiçoar o algoritmo proposto tendo em vista futuras aplicações práticas. Os aspectos mais promissores a serem explorados na busca de tal aperfeiçoamento são discutidos a seguir.

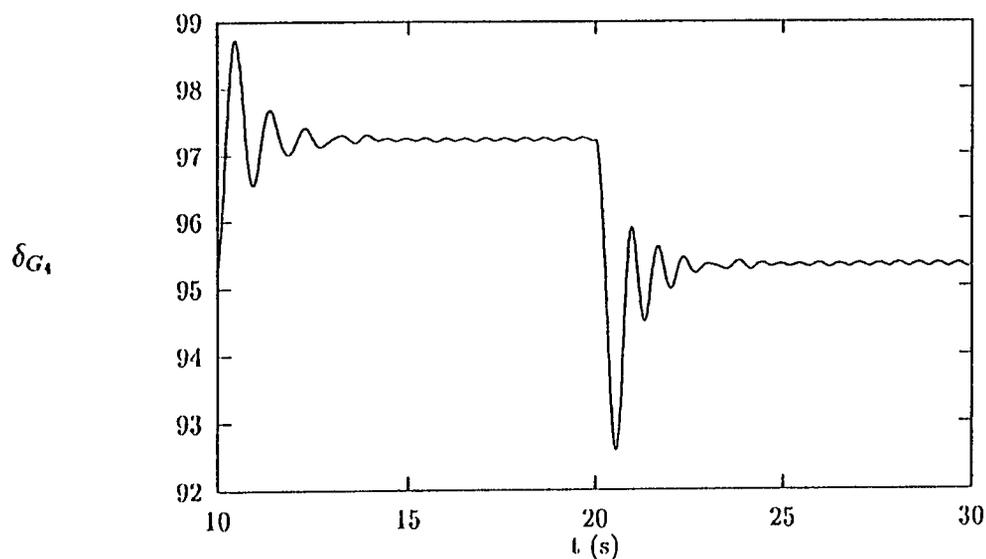


Figura 5.14: Resposta do sistema equivalente do sul do Brasil com estabilizador auto-ajustável no gerador G_4 a variações de $\pm 0.25pu$ na potência mecânica fornecida ao gerador G_4 em $t = 10s$ e $t = 20s$

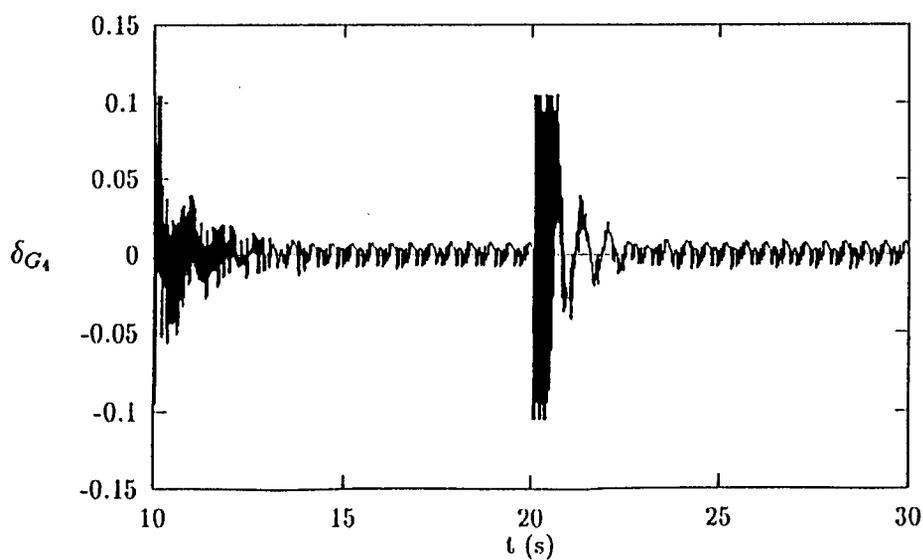


Figura 5.15: Saída do estabilizador para o sistema equivalente do sul do Brasil

Algoritmo de identificação A utilização de diferentes métodos de identificação, tais como o método da máxima verossimilhança, o método dos mínimos quadrados estendido e o método da variável instrumental, pode melhorar as características de convergência da identificação do sistema.

Adição de filtros O espectro do sinal de entrada influi diretamente no processo de identificação. O antagonismo entre identificação e controle sob esta ótica foi discutido anteriormente neste trabalho. A inclusão de filtros adequados pode melhorar as características espectrais do sinal de entrada, levando à melhoria do processo de identificação.

Influência dos parâmetros Alguns parâmetros devem ser escolhidos para o controlador. Alguns destes parâmetros têm forte influência no desempenho do algoritmo. A correta escolha de parâmetros como o fator de esquecimento λ , o fator de redução α e a ordem do modelo, entre outros, é questão importante a ser explorada. Uma possibilidade interessante é permitir a variação destes parâmetros, sendo então a lei de variação o ponto da pesquisa.

Período de amostragem Esta questão tem sido muito pouco explorada na literatura. No caso particular do algoritmo proposto, a escolha do período de amostragem revelou-se relevante para o desempenho do sistema. Este resultado era esperado, dada a dependência do algoritmo com relação às posições das singularidades do sistema.

Sistema especialista Um controlador auto-ajustável inclui diversos procedimentos que devem ser levados a efeito em momentos adequados, tais como a reinicialização da matriz de covariância e o congelamento da identificação. Por outro lado, os parâmetros ótimos do controlador por vezes dependem da perturbação a que o sistema deve fazer frente em um determinado momento, como também de outras peculiaridades da condição de operação corrente do sistema. Uma escolha de parâmetros que acomode satisfatoriamente todas estas peculiaridades ou uma lei de variação adequada para estes parâmetros pode ser difícil ou mesmo impossível de ser encontrada. É observado em simulações que a escolha destes parâmetros e a tomada de decisão sobre quando e como levar a efeito os procedimentos citados podem ser feitas por uma pessoa treinada com relativa facilidade. Isto nos leva à idéia de utilizar um *sistema especialista* como supervisor do controlador adaptativo. Este supervisor tomaria as atitudes adequadas em cada momento e ajustaria os parâmetros do controlador de acordo com as condições atuais do sistema. Este campo de pesquisa é extremamente vasto e, no conhecimento do autor, inteiramente inexplorado.

As colocações acima são válidas para aplicação de controladores auto-ajustáveis a sistemas de potência de uma maneira geral. O controlador proposto faz uso do cálculo das singularidades do sistema e por esta razão é esperado que questões concernentes à identificação tenham maior peso neste caso. Particularmente a escolha do período de amostragem parece uma questão própria do algoritmo proposto.

5.8 Conclusão

Neste capítulo um *estabilizador de sistemas de potência auto-ajustável com deslocamento parcial de espectro* foi proposto. Este controlador direciona todo o esforço de controle no sentido de amortecer os modos de oscilação dominantes do sistema. Uma redução no esforço de controle necessário para obter o grau de estabilidade desejado é esperada. O algoritmo requer o cálculo das singularidades do modelo identificado para o sistema, mas em contrapartida a *equação diofantina reduzida* utilizada para o cálculo dos parâmetros do controlador é de baixa ordem.

O algoritmo foi implementado como parte de um pacote de simulação de dinâmica de sistemas de potência, incorporando algoritmos numericamente robustos, e resultados de simulação foram obtidos para um sistema máquina-barramento-infinito e sistemas multimáquinas com problemas de instabilidade dinâmica. Os resultados mostram o bom desempenho do método.

Conclusão Geral

Sistemas de potência são sistemas dinâmicos multivariáveis de grande complexidade, não lineares e sujeitos a perturbações determinísticas e estocásticas. O problema de controlar um sistema de potência de forma a que este forneça energia dentro de estreitos padrões de qualidade é portanto extremamente complexo. Por esta razão o problema é dividido, segundo um conhecido princípio cartesiano, em diversos problemas menores a serem resolvidos no projeto e operação de sistemas de potência, um dos quais é o problema de estabilidade dinâmica. Cada um destes problemas demanda um modelamento matemático adequado, e aquele modelamento que se adequa ao problema de estabilidade dinâmica foi apresentado no Capítulo 1 desta monografia.

Neste contexto, a simulação é ferramenta importante na análise de sistemas de potência e na validação do projeto de controladores. Um simulador de dinâmica de sistemas de potência foi desenvolvido como parte da pesquisa da qual se originou esta monografia e, com efeito, esta ferramenta revelou-se de fundamental importância para a verificação das idéias aqui apresentadas. Ademais, o desenvolvimento deste simulador levou ao surgimento de questões de caráter numérico, da maior relevância na implementação prática de controladores digitais como aqueles aqui discutidos.

A abordagem clássica adotada pela indústria de geração de energia elétrica para a solução do problema de estabilidade dinâmica é baseada num modelo linear descentralizado para o sistema. A interação existente entre os diversos controladores locais implementados em um sistema real não são explicitamente levadas em consideração no projeto. Tampouco o são as variações de condição de operação do sistema, sejam topológicas, sejam referentes à demanda de potência. Embora os resultados práticos obtidos com esta abordagem sejam satisfatórios, uma melhor performance deve ser alcançável se as diferentes condições de operação do sistema forem consideradas de maneira explícita no projeto de estabilizadores. Basicamente duas abordagens são possíveis para acomodar esta variação de condição do sistema: o *controle robusto* e o *controle adaptativo*.

Enquanto a aplicação de métodos de controle robusto à estabilização de sistemas de

potência é um campo incipiente, propostas de aplicação de técnicas de controle adaptativo neste contexto vêm sendo publicadas desde longa data, particularmente utilizando técnicas de *controle auto-ajustável*. Os métodos de controle auto-ajustável apresentam um forte apelo intuitivo, porém a análise matemática dos sistemas resultantes da aplicação destas técnicas é de complexidade extrema e poucos resultados teóricos são conhecidos. Mesmo estes poucos resultados não dizem respeito ao comportamento transitório do sistema mas apenas às suas propriedades assintóticas. Apesar desta até certo ponto frustrante realidade do ponto de vista teórico, a aplicação de controle auto-ajustável tem sido objeto de intensa pesquisa e resultados animadores, tanto de simulação quanto a nível prático, têm sido obtidos.

No contexto do problema de estabilidade dinâmica de sistemas de potência, estas técnicas podem ser utilizadas para a síntese dos *estabilizadores de sistemas de potência* ou mesmo outros tipos de controladores usualmente adotados com esta mesma finalidade, como os *compensadores estáticos de reativo*. Como em qualquer aplicação, os algoritmos devem ser particularizados de acordo com as peculiaridades dinâmicas da *planta*, no caso o sistema de potência. A nível de simulação bons resultados têm sido obtidos com o uso da técnica de *alocação de pólos*, associada ao *método dos mínimos quadrados* segundo o princípio da equivalência. Questões sobre o ajuste adequado dos parâmetros e critérios para as mudanças de atitude do controlador permanecem em aberto. A influência de certos parâmetros como o período de amostragem no desempenho do sistema é desconhecida. O próprio princípio da equivalência tem revelado suas fraquezas em experimentos, levando à busca de fundamentos teóricos para levar em consideração a interação entre os processos de identificação e controle.

Diversos aspectos intocados nos trabalhos anteriormente publicados foram discutidos nesta monografia, incluindo sugestões para pesquisa futura. Entre estes destaca-se um campo inexplorado de pesquisa: a utilização de um supervisor para o controlador auto-ajustável. Este supervisor teria a função de modificar, quando necessário, parâmetros do controlador e estabelecer mudanças de atitude, tais como reinicialização da matriz de covariância ou mudança da ordem do modelo. Um sistema especialista com uma base de regras simples possivelmente daria conta desta tarefa.

Por outro lado, o algoritmo de controle por alocação de pólos em si pode ser melhorado. Este trabalho apresentou uma proposta com este intuito: o *estabilizador de sistemas de potência auto-ajustável com alocação parcial de espectro*. A alocação parcial de espectro é uma decorrência natural do conhecimento das características da *planta* na síntese de estabilizadores de sistemas de potência. Esta planta apresenta características dinâmicas indesejáveis exclusivamente devido à presença de um par (eventualmente dois pares) de pólos complexos 'instáveis'. Portanto não há necessidade de deslocar todo o espectro desta planta para obter as

características dinâmicas desejadas. É esperado que o deslocamento de apenas uma parte do espectro seja menos dispendioso do ponto de vista do esforço de controle do que o deslocamento de todo o espectro. A economia de esforço de controle é uma questão crucial em estabilização de sistemas de potência, dadas as restrições impostas sobre a atuação do controlador. Os resultados obtidos com o método aqui proposto e apresentado são assaz satisfatórios.

As considerações recém tecidas apontam para a potencialidade da aplicação de técnicas de controle auto-ajustável à estabilização de sistemas de potência. Neste ínterim, apontam também para linhas de pesquisa presumivelmente promissoras.

Bibliografia

- [AND77] P. M. ANDERSON, A. A. FOUAD – *Power System Control and Stability*, The Iowa State University Press, 1977
- [ARA92] V. R. U. ARAMAYO – *Ajuste de Sinais Estabilizadores em Sistemas de Potência Incluindo Compensadores Estáticos de Reativo*, Dissertação de Mestrado, LABSPOT, UFSC, 1992
- [ARR83] J. ARRILLAGA, C. P. ARNOLD – *Computer Modelling of Electrical Power Systems*, John Wiley & Sons, 1983
- [AST73] K. J. ÅSTRÖM, B. WITTENMARK – *On self-tuning regulators*, Automatica, Vol. 9, pp. 185-199, 1973
- [AST80] K. J. ÅSTRÖM, B. WITTENMARK – *Self-tuning controllers based on pole-zero placement*, IEE Proceedings Pt. D, Vol. 127, N^o 3, pp. 120-130, 1980
- [AST84a] K. J. ÅSTRÖM, P. HAGANDER, J. STERNBY – *Zeros of sampled systems*, Automatica, Vol. 20, pp. 31-38, 1984
- [AST84b] K. J. ÅSTRÖM, B. WITTENMARK – *Computer Controlled Systems*, Prentice-Hall, 1984
- [AST89] K. J. ÅSTRÖM, B. WITTENMARK – *Adaptive Control*, Addison-Wesley, 1989
- [BAR89] J. A. L. BARREIROS – *A Pole-Shifting Self-Tuning Power System Stabilizer*, Dissertação de Mestrado, UMIST, Inglaterra
- [BAR92] J. A. L. BARREIROS, A. S. e SILVA, A. J. A. SIMÕES COSTA – *Estabilizador de sistema de potência adaptativo auto-ajustável com posicionamento de pólos usando método implícito*, Anais do 9^o CBA, Vitória, 1992, pp. 263-267
- [BIE77] G. J. BIERMAN – *Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation*, Academic Press, 1977

- [BIT90] R. R. BITMEAD, M. GEVERS, V. WERTZ – *Adaptive Optimal Control*, Prentice Hall, 1990
- [BUN75] P. BUNTHATH – *Automatic Speed and Voltage Control Models for Transient Stability Programmes*, Dissertação de Mestrado, The Victoria University of Manchester, 1975
- [CAS92a] E. DE B. CASTELAN – *Sur l'Invariance Positive et la Commande sous Contraintes des Systèmes Linéaires Multivariáveis*, Tese de Doutorado, Université Paul Sabatier, Toulouse, França, 1992
- [CAS92b] J. C. de CASTRO – *Técnicas baseadas em análise modal aplicadas à localização e ajuste de sinais estabilizadores de sistemas de potência*, Anais do 9^o CBA, Vitória, 1992
- [CAS92c] J. C. de CASTRO, L. F. CAVALCANTI – *Um estudo sobre dominância e acoplamentos modais em sistemas lineares*, Anais do 9^o CBA, Vitória, 1992, pp. 147-152
- [CHA88] A. CHANDRA, O. P. MALIK, G. S. HOPE – *A self-tuning controller for the control of multimachine power systems*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, N^o 3, pp. 1065-1071, 1988
- [CHE84] C. T. CHEN – *Linear Systems - Theory and Design*, Holt-Rinehart-Winston (HRW), 1984
- [CHE86] S. CHEN, Y. S. CHOW, O. P. MALIK, G. S. HOPE – *An adaptive synchronous machine stabilizer*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWRS-1, N^o 3, 1986
- [CHE93] G. P. CHEN, O. P. MALIK, G. S. HOPE, Y. H. QIN, G. Y. XU – *An adaptive power system stabilizer based on the self-optimizing pole shifting control technique*, IEEE/PES Winter Meeting, Fevereiro 1993
- [DAV70] W. D. T. DAVIES – *System Identification for Self-Adaptive Control*, Wiley-Interscience, 1970
- [EPR83] EPRI – *Global error analysis for the application of the trapezoidal rule to systems with nearly periodic components*, Maio 1983
- [EPR84] EPRI – *Dynamic stability calculations using vector and array processors*, Janeiro 1984
- [FIS93a] A. FISCHMAN – *Controle Robusto de Sistemas Lineares Incertos - Teoria e Aplicações*, Dissertação de Mestrado, LCMI, UFSC, Setembro 1992

- [FIS93b] A. FISCHMAN, A. S. BAZANELLA, E. R. DE PIERI, A. S. E SILVA – *Robust control techniques applied to PSS design*, Anais do X Congresso Chileno de Engenharia Elétrica, Valdivia, Chile, Novembro 1993
- [FIS93c] A. FISCHMAN, A. S. BAZANELLA, A. S. E SILVA – *Robust decentralized control applied to PSS design*, submetido ao *IFAC Symposium on Robust Control*, Rio de Janeiro, Setembro 1994
- [GER85] J. C. GEROMEL, P. L. D. PERES – *Decentralised load-frequency control*, IEE Proceedings Pt. D, Vol. 132, N^o 5, pp. 225-230, 1985
- [GOO77] G. C. GOODWIN, R. L. PAYNE – *Dynamic System Identification*, Academic Press, 1977
- [GOO84] G. C. GOODWIN, K. S. SING – *Adaptive Filtering Prediction and Control*, Prentice Hall, 1984
- [HAG91] T. HÄGGLUND, K. J. ÅSTRÖM – *Industrial adaptive controllers based on frequency response techniques*, Automatica, Vol. 27, N^o 4, pp. 599-609, 1991
- [HOR87] P. HOROWITZ, H. WIENFIELD – *The Art of Electronics*, The Press Syndicate of the University of Cambridge, 1987
- [KEN93] D. C. KENNEDY, V. H. QUINTANA – *Neural network regulators for synchronous machines*, Preprints IFAC Symposium, Sidney, Austrália, 1993, pp. 131-136
- [KIM68] E. W. KIMBARK – *Power System Stability: Synchronous Machine*, John Wiley & Sons, 1968
- [KRA86] P. C. Krause, *Analysis of Electric Machinery*, McGraw-Hill Series in Electrical Engineering, USA, 1986.
- [LAR81a] E. V. LARSEN, D. A. SWANN – *Applying power system stabilizers - part 1 : general concepts*, IEEE PAS, Vol. PAS-100, pp. 3017-3024, 1981
- [LAR81b] E. V. LARSEN, D. A. SWANN – *Applying power system stabilizers - part 2 : performance objectives and tuning concepts*, IEEE PAS, Vol. PAS-100, pp. 3025-3033, 1981
- [LAR81c] E. V. LARSEN, D. A. SWANN – *Applying power system stabilizers - part 3 : practical considerations*, IEEE PAS, Vol. PAS-100, pp. 3034-3046, 1981
- [LAT68] B. P. LATHI, *Communication Systems*, John Wiley & Sons, 1968

- [LJU86] L. LJUNG, T. SÖDERSTRÖM – *Theory and Practice of Recursive Identification*, MIT Press, 1986
- [MAL92] O. P. MALIK, G. P. CHEN, G. S. HOPE, Y. H. QIN, G. Y. XU – *Adaptive self-optimising pole shifting control algorithm*, IEE Proceedings Pt. D, Vol. 139, N^o 5, pp. 429-438, 1992
- [MAR89] N. MARTINS, L. T. G. LIMA – *Eigenvalue and frequency domain analysis of small-signal electromechanical stability problems*, IEEE Symposium on Eigenvalue and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance, publication 90TH0292-3PWR, 1989
- [MAR92] N. MARTINS, H. J. C. PINTO, L. T. G. LIMA – *Método para escolha de malhas de controle em sistemas dinâmicos de grande porte*, Anais do 9^o CBA, Vitória, 1992, pp. 123-128
- [MEL69] F. P. de MELLO, C. CONCORDIA – *Concepts of synchronous machine stability as affected by excitation control*, IEEE PAS, Vol. PAS-88, pp. 316-329, 1969
- [MEN93] M. A. S. MENEZES – *Implementação de um Controlador GPC Adaptativo Aplicado a Processos Industriais*, Dissertação de Mestrado, LCMI, UFSC, Setembro 1993
- [NOR86] J. P. NORTON – *An Introduction to Identification*, Academic Press, Londres, 1986
- [OGA85] K. OGATA – *Engenharia de Controle Moderno*, Prentice-Hall do Brasil, 1985
- [OST90] D. OSTOJIC, B. KOVACEVIC – *On the eigenvalue control of electromechanical oscillations by adaptive power system stabilizer*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, N^o 4, pp. 1118-1124, 1990
- [PAH91] N. C. PAHALAWATHTHA, G. S. HOPE, O. P. MALIK – *MIMO self-tuning power system stabilizer*, International Journal of Control, Vol. 54, N^o 4, pp. 815-829
- [PAP65] A. PAPOULIS – *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw Hill, 1965
- [PEN92] H. E. PEÑA – *Controle Descentralizado Ótimo para o Projeto e Coordenação de Sinai Estabilizadores em Sistemas de Potência*, Tese de Doutorado, LABSPOT, UFSC, 1992
- [PIE87] D. A. PIERRE – *A perspective on adaptive control of power systems*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWRS-2, N^o 2, pp. 387-396, 1987

- [PRE89] W. H. PRESS, B. P. FLANNERY, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING – *Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 1989
- [QUI93] V. H. QUINTANA, T. RAVICHANDRAN – *On the design of H_∞ optimal controllers for synchronous machines*, Preprints IFAC Symposium, Sidney, Austrália, 1993, pp. 253-258
- [ROG89] G. J. ROGERS, P. KUNDUR – *Small signal stability of power systems*, IEEE Symposium on Eigenvalue and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance, publication 90TH0292-3PWR, 1989
- [SAN92] R. S. SÁNCHEZ PEÑA – *Introducción a la Teoría de Control Robusto*, AADECA, 1992
- [SAN93] S. P. SANOFF, P. E. WELLSTEAD – *Extended self-tuning - practical aspects*, Preprints IFAC Symposium, Sidney, Austrália, 1993, pp1046-1051
- [SCH88] W. E. SCHMITENDORF – *Designing stabilizing controllers for uncertain systems using the Riccati equation approach*, IEEE Trans. Autom. Cont., AC 33, N^o. 4, pp. 376-379, 1988
- [SIL92a] A. S. E SILVA, J. A. L. BARREIROS – *Application of adaptive controllers to a multimachine power system*, LATINCON 92, Santiago, Chile, 1992
- [SIL92b] A. S. E SILVA, F. D. FREITAS. H. E. PEÑA – *Ajuste coordenado de controladores de geradores síncronos e compensadores estáticos de reativo em sistemas de potência*, Anais do 9^o CBA, Vitória, 1992
- [SIL93] J. M. G. DA SILVA JR., E. DE B. CASTELAN, J. E. R. CURY – *Posicionamento Parcial de Autoestrutura*, Nota Interna, LCMI, UFSC, Setembro 1993
- [SMI89] J. R. SMITH, D. A. PIERRE, D. A. RUDBERG, I. SADIGHI, A. P. JOHNSON, J. F. HAUER – *An enhanced LQ adaptive VAR unit controller for power system damping*, IEEE TPS, Vol. 4, nmo 2, 1989
- [TRU92] D. J. TRUDNOWSKY, D. A. PIERRE, J. R. SMITH, R. ADAPA – *Coordination of multiple adaptive PSS units using a decentralized control scheme*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, N^o 1, pp.294-300, 1992
- [WAR81] K. WARWICK – *Self-tuning regulators - a state space approach*, International Journal of Control, Vol. 33, N^o 5, pp. 839-858, 1981

- [WIT84] B. WITTENMARK, K. J. ÅSTRÖM – *Practical issues in the implementation of self-tuning control*, Automatica, Vol. 20, N^o 5, pp. 595-605, 1984
- [YU83] Y. N. YU – *Electric Power System Dynamics*, Academic Press, 1983
- [ZAN92] L. C. ZANETTA JR., L. C. R. GALVÃO – *Instalação de sinais estabilizadores em sistemas multimáquinas. Seleção de geradores e ajuste de parâmetros*, Anais do 9^o CBA, Vitória, 1992, pp. 117-122

Apêndice A

Simulador de Dinâmica de Sistemas de Potência

A.1 Introdução

A crescente complexidade dos sistemas de potência, o desenvolvimento e a possibilidade de implementação de técnicas adaptativas, e a disponibilidade de computadores digitais de baixo custo e grande capacidade de processamento têm feito da simulação uma ferramenta de crescente importância na síntese de estabilizadores de sistemas de potência. A simulação permite a verificação do comportamento do sistema controlado nas diversas condições de operação, validando ou não o controlador em teste. Depreende-se deste quadro a necessidade, ao se pesquisar a síntese de *estabilizadores de sistema de potência*, de uma ferramenta que simule de maneira eficiente e correta o comportamento de sistemas de potência. Este apêndice descreve o simulador de sistemas de potência SISP (SImulador de Sistemas de Potência), desenvolvido como parte integrante deste trabalho e especialmente para ele.

O desenvolvimento deste simulador teve como objetivo a obtenção de uma ferramenta para simulação do comportamento dinâmico e análise da estabilidade dinâmica de sistemas de potência. As principais características exigidas do simulador são listadas abaixo.

- possibilidade de implementação dos controladores, de estrutura arbitrária, a serem propostos no desenvolvimento da dissertação.
- flexibilidade na estrutura e modelamento do sistema a ser simulado, permitindo a simulação de sistemas de potência quaisquer.

Tinha-se à disposição simuladores específicos para sistemas de potência, mas estes não atendiam aos quesitos mencionados. Quanto àqueles simuladores de sistemas de controle, sua adaptação para as peculiaridades do sistema de potência (principalmente o grande porte e a não-linearidade) seria provavelmente tão trabalhosa quanto o desenvolvimento de um novo simulador e não apresentaria vantagens com relação a este procedimento. Tendo em vista esta situação, mister se fez o desenvolvimento do simulador SISP.

Ademais, o simulador SISP incorpora duas características interessantes, já que inéditas nos trabalhos correlatos anteriormente desenvolvidos na UFSC, a saber:

- resolução simultânea das equações dos geradores e da rede
- uso da linguagem C.

O simulador SISP coloca à disposição do usuário diversos modelos pré-definidos para os componentes do sistema de potência. Tais modelos são aqueles comumente utilizados, já consagrados pela literatura correlata e descritos no Capítulo 1 desta monografia. O simulador permite a adição de estabilizadores adaptativos ao sistema. Vários tipos de perturbações podem ser aplicadas ao sistema, o que permite a verificação do desempenho de estabilizadores propostos. A seguir será descrito de que forma o simulador SISP simula o comportamento do sistema de potência a partir deste modelamento.

A.2 Solução das Equações

O ponto de partida da exposição subsequente é o modelamento do sistema de potência por um *sistema descritor*, ou *sistema singular*, apresentado na seção 1.3 desta monografia e aqui reproduzido por conveniência.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (\text{A.2})$$

onde:

\mathbf{x}	vetor de variáveis de estado
\mathbf{z}	vetor de variáveis algébricas
\mathbf{u}	vetor de entradas
$\mathbf{f}(\cdot, \cdot, \cdot)$	função vetorial não-linear
$\mathbf{g}(\cdot, \cdot, \cdot)$	função vetorial não-linear

Todos os componentes do sistema de potência, à exceção dos estabilizadores adaptativos, são incluídos neste modelamento. Estabilizadores adaptativos são considerados como um sistema independente que lê um sinal de saída do sistema de potência e gera um sinal de entrada para este.

Simular o comportamento do sistema a partir de um modelo consiste em obter a evolução temporal das variáveis deste modelo por meio da solução numérica das equações que formam o mesmo. O procedimento tradicionalmente adotado em simulação de sistemas de potência trata de, *a cada instante de tempo*, integrar numericamente as equações diferenciais para cada gerador em separado, usando os valores das variáveis algébricas no instante anterior. Em seguida, resolve-se as equações algébricas que representam a interconexão entre os geradores e cargas (a rede). Com estes novos valores para as variáveis algébricas, recalcula-se as variáveis dos geradores. Este procedimento é repetido iterativamente até que se obtenha convergência [EPR84].

O simulador SISP adota outro procedimento, onde os valores dos vetores \mathbf{x} e \mathbf{z} para cada instante de tempo são calculados simultaneamente. Por esta razão este procedimento é chamado de *solução simultânea*. A abordagem por solução simultânea é descrita a seguir.

Esta abordagem de solução para o sistema (A.1)(A.2) consiste em obter, a cada instante de tempo, um sistema de equações algébricas que lhe seja equivalente. Isto é feito por meio de algum método de integração numérica, aplicado sobre as expressões literais das equações diferenciais em (A.1). A partir de (A.1) obtém-se então [EPR83]:

$$\mathbf{x}(t) = H(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{x}(t - \Delta t), \mathbf{z}(t - \Delta t), \mathbf{u}(t - \Delta t)) \quad (\text{A.3})$$

onde Δt é o passo de integração e $H(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot)$ é uma função vetorial não-linear cujas características dependem:

- das características da função $f(\cdot, \cdot, \cdot)$ em (A.1)
- da regra de integração utilizada
- dos valores passados das variáveis \mathbf{x} , \mathbf{z} e \mathbf{u}

Unindo as equações (A.3) e (A.2) um sistema de equações algébricas não-lineares é obtido:

$$\begin{bmatrix} H(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{x}(t - \Delta t), \mathbf{z}(t - \Delta t), \mathbf{u}(t - \Delta t)) \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Assim, *para cada instante de tempo*, tem-se um sistema de equações algébricas não-lineares cuja solução para $\mathbf{x}(t)$ e $\mathbf{z}(t)$ fornecerá o valor do vetor de variáveis do sistema naquele

instante. Note-se que neste sistema entram como constantes o valor do vetor de variáveis do sistema no instante anterior, e os valores atual e anterior do vetor de entradas. A seguir são descritos os métodos de integração e de solução de equações algébricas utilizados pelo simulador.

A.2.1 Método de Integração

O método de integração utilizado é a *regra do trapézio*, também conhecido por *regra de Euler modificada*. Este é um método implícito cuja estabilidade numérica é largamente reconhecida [EPR83]. A idéia central é aproximar a derivada no intervalo $[t; t + \Delta t]$ por uma constante. O valor desta constante é tomado como a média entre os valores da derivada nos extremos do intervalo. Esta idéia se expressa matematicamente como segue:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [\dot{\mathbf{x}}(t) + \dot{\mathbf{x}}(t - \Delta t)] \quad (\text{A.4})$$

Desde que, de acordo com (A.1):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t))$$

a regra do trapézio (A.4), aplicada ao sistema (A.1), fica:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t - 1) + \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) + \mathbf{f}(\mathbf{x}(t - \Delta t), \mathbf{z}(t - \Delta t), \mathbf{u}(t - \Delta t))] \quad (\text{A.5})$$

No instante t , apenas os vetores $\mathbf{x}(t)$ e $\mathbf{z}(t)$ são desconhecidos, de modo que os outros argumentos da função vetorial \mathbf{f} em (A.5) podem ser considerados constantes. A equação (A.5) pode então ser reescrita como:

$$\mathbf{F}_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = 0 \quad (\text{A.6})$$

onde a dependência da função vetorial \mathbf{F}_1 com relação às *constantes* $\mathbf{x}(t - \Delta t)$, $\mathbf{z}(t - \Delta t)$, $\mathbf{u}(t - \Delta t)$ e $\mathbf{u}(t)$ é considerada, mas não incluída em (A.6) por simplicidade de notação. A equação (A.6) está na forma padrão exigida para a aplicação do conhecido *método de Newton-Raphson*. Este método de busca de soluções no campo dos números reais para equações e sistemas de equações não lineares é descrito na próxima subseção.

A.2.2 Solução das Equações Algébricas

O sistema de equações algébricas em (A.1):

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) = \mathbf{0}$$

pode ser reescrito como:

$$\mathbf{F}_2(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = \mathbf{0} \quad (\text{A.7})$$

Os mesmos comentários feitos anteriormente para a equação (A.6) valem para (A.7). Tomando as duas equações vetoriais (A.6) e (A.7), a equação vetorial não-linear (A.8) é obtida.

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}_a) = \mathbf{0} \quad (\text{A.8})$$

Onde:

$\mathbf{x}_a \triangleq [\mathbf{x}'\mathbf{z}']'$	vetor de variáveis do sistema
$\mathbf{F}(\cdot) \triangleq [\mathbf{F}_1'(\cdot, \cdot)\mathbf{F}_2'(\cdot, \cdot)]'$	função vetorial não-linear
\mathbf{u}	vetor de entradas
$\mathbf{0}$	vetor nulo

É importante notar que a função vetorial $\mathbf{F}(\cdot)$ em (A.8), embora não colocado explicitamente, depende dos valores passados dos vetores \mathbf{x}_a e \mathbf{u} .

O sistema de equações (A.8) é resolvido para \mathbf{x}_a pelo método de *Newton-Raphson*, descrito a seguir. A partir de uma aproximação inicial \mathbf{x}_a^0 para a solução, novas aproximações \mathbf{x}_a^i são obtidas conforme abaixo:

$$\mathbf{x}_a^i = \mathbf{x}_a^{i-1} + \Delta\mathbf{x}_a^i \quad (\text{A.9})$$

Onde $\Delta\mathbf{x}_a^i$ é o vetor solução do sistema linear:

$$J(\mathbf{x}_a^{i-1}) \cdot \Delta\mathbf{x}_a^i = -\mathbf{F}(\mathbf{x}_a^{i-1}, \mathbf{u}) \quad (\text{A.10})$$

Em (A.10) $J(\mathbf{x}_a)$ representa a matriz jacobiana do sistema, definida por:

$$J(\mathbf{x}_a) \triangleq [a_{ij}] ; \quad a_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j}$$

O processo (A.10) (A.9) é repetido até que o critério de convergência (A.11) seja atendido.

$$\left\| \frac{\mathbf{x}_a^i - \mathbf{x}_a^{i-1}}{\mathbf{x}_a^{i-1}} \right\| < \epsilon \quad (\text{A.11})$$

onde ϵ é um real pré-especificado e $\| \cdot \|$ representa norma. As escolhas da norma e do valor do número ϵ são questões em aberto. As escolhas adotadas no simulador SISP são apresentadas na seção A.3 deste apêndice.

O simulador SISP usa uma variação do método de Newton-Raphson, chamada *método de Newton-Raphson desonesto*, onde o jacobiano é mantido constante durante o processo de busca da solução de (A.8). Ou seja, a equação (A.12):

$$J(\mathbf{x}_n^0) \cdot \Delta \mathbf{x}_n^i = -\mathbf{F}(\mathbf{x}_n^{i-1}, \mathbf{u}) \quad (\text{A.12})$$

é utilizada no lugar da equação (A.10) para a determinação do incremento $\Delta \mathbf{x}_n^i$ a ser utilizado na atualização da solução pela equação (A.9).

Esta modificação do método não prejudica a convergência do mesmo desde que a aproximação inicial \mathbf{x}_n^0 seja suficientemente boa. Por outro lado, o tempo de processamento ganho por não ter que atualizar o jacobiano a cada iteração do método é bastante substancial.

A aproximação inicial \mathbf{x}_n^0 é obtida por extrapolação linear dos valores das variáveis do sistema nos instantes anteriores. Assim, explicitando a dependência no tempo, anteriormente omitida para simplificar a notação, tem-se:

$$\mathbf{x}_a^0(t) = \mathbf{x}_a(t - \Delta t) + [\mathbf{x}_a(t - \Delta t) - \mathbf{x}_a(t - 2\Delta t)] \quad (\text{A.13})$$

Onde, por simplicidade de notação, foi suposto um passo de integração constante, porém este não é o caso em geral. O passo de integração é variável conforme descrito adiante. A generalização de (A.13) para o caso geral de passo de integração variável é simples e direta.

A.3 Aspectos Numéricos

Inúmeras questões de caráter numérico se colocam no desenvolvimento de uma ferramenta de simulação. Estas questões dizem respeito principalmente ao condicionamento numérico dos procedimentos matemáticos utilizados e critérios de convergência dos métodos adotados. No contexto do simulador SISP destacam-se, entre outras questões menores:

- escolha do passo de integração
- escolha da norma e do número ϵ a serem utilizados no critério de convergência (A.11) do método de Newton
- método de solução do sistema de equações lineares (A.12)

Critério de convergência

O critério de convergência da solução no método de Newton-Raphson deixa em aberto a escolha da norma a ser utilizada como medida do erro da solução e do valor ϵ de norma abaixo

do qual a solução é considerada satisfatória. Diversas normas diferentes foram utilizadas no desenvolvimento do simulador SISP, dando origem a diferenças características de convergência do método. Apesar de notórias, estas diferenças não chegam a modificar o resultado da simulação do ponto de vista qualitativo. A norma finalmente adotada no simulador foi:

$$\| \mathbf{v} \| = \frac{\sum_{i=1}^n |v_i|}{n}$$

onde:

$$\mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]'$$

e $| \cdot |$ representa o módulo de um escalar.

A escolha de ϵ tampouco modifica qualitativamente o resultado da simulação, desde que o valor escolhido esteja em uma certa faixa. Valores de ϵ entre 10^{-9} e 10^{-2} foram experimentados, adotando-se finalmente $\epsilon = 10^{-6}$.

Passo de integração

O passo de integração deve ser pequeno o suficiente para que a integração forneça resultados acurados [EPR83]. A escolha de um passo de integração constante e pequeno pode levar a gastos desnecessariamente grandes de tempo de processamento e armazenamento de dados. A escolha de um passo de integração constante deve então refletir um compromisso entre tempo de processamento e acurácia. Porém este compromisso muitas vezes não é atingível, visto que uma mesma simulação pode conter diversas condições de operação do sistema simulado, sendo que cada uma destas situações exigiria um determinado passo de integração particular.

O uso de passo de integração variável soluciona esta questão. Desta forma o simulador determina automaticamente a cada instante o passo de integração ótimo segundo algum critério. Desde que este critério seja adequado, obtém-se economia substancial de tempo de processamento sem perda de precisão no resultado. O critério adotado pelo simulador SISP é descrito a seguir.

Sejam $\Delta \mathbf{x}$ a variação do vetor solução \mathbf{x} obtida por extrapolação linear, $\Delta \mathbf{x}_{max}$ a máxima variação permitida para este valor dentro de um único passo e h_p o passo de integração utilizado no instante anterior. O passo de integração h é então escolhido da seguinte forma:

1.

$$h = \frac{\Delta \mathbf{x}_{max}}{\Delta \mathbf{x}} h_p$$

2. se $h > h_{max}$ então $h = h_{max}$

3. se $h < h_{min}$ então $h = h_{min}$

onde h_{max} e h_{min} são os valores máximo e mínimo admitidos para o passo de integração.

Solução do sistema de equações lineares

A atualização da solução pela equação (A.9) exige a solução do sistema de equações lineares (A.12). O método de solução adotado para este sistema deve ser eficiente, já que esta operação será efetuada a cada iteração do método de Newton-Raphson, e acurado, pois que a correção da solução depende completamente deste procedimento. O método adotado pelo simulador SISP é a *decomposição LU com pivoteamento* [PRE89].