### UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Ricardo David Quintero Madera

# MODELAGEM DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE UMA USINA HIDRELÉTRICA COM BASE NAS CARACTERÍSTICAS INDIVIDUAIS DAS UNIDADES GERADORAS

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Sistemas de Energia Orientador: Prof. Dr. Erlon Cristian Finardi.

Florianópolis

2013

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Quintero, Ricardo David Modelagem da função de produção de uma usina hidrelétrica com base nas características individuais das unidades geradoras / Ricardo David Quintero ; orientador, Erlon Cristian Finardi - Florianópolis, SC, 2013. 132 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

 Engenharia Elétrica. 2. Sistemas Hidrotérmicos. 3.
 Função de Produção Hidrelétrica. 4. Planejamento da Operação Energética. 1. Finardi, Erlon Cristian. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título. Ricardo David Quintero Madera

### MODELAGEM DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE UMA USINA HIDRELÉTRICA COM BASE NAS CARACTERÍSTICAS INDIVIDUAIS DAS UNIDADES GERADORAS

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pósgraduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 15 de Marco de 2013.

Prof. Patrick Kuo-Peng. Dr.

Coordenador do Programa de Rós-graduação em Engenharia Elétrica

**Banca Examinadora:** 

Um C. Finardi

Prof. Erlon Cristian Finardi, D. Eng. Orientador

Pesq. André Luiz Diniz Souto Lima, D. Sc.

Prof. Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa, D. Eng.

### AGRADECIMENTOS

Durante o tempo dedicado à realização desta dissertação imaginei infinitas vezes escrever os agradecimentos. Porém nunca pensei na quantidade de pessoas que contribuíram no caminho para atingir essa meta. Portanto, aqui registro meus agradecimentos a algumas dessas pessoas. Agradeço:

Primeiramente, à minha família. Meus pais, *Nicolás Quintero* e *Maria Madera*, e minha irmã, *Julieth Quintero*, pelo amor, formação, estímulo e apoio incondicional que sempre me ofereceram.

À minha namorada, *Adriana Polo*, quem foi o meu grande suporte desde a Colômbia e com quem eu dividi diariamente as minhas angústias e conquistas. A mulher que trouxe felicidade à minha vida.

Ao *Prof. Erlon Cristian Finardi* pela orientação e amizade ao longo desses dois anos de mestrado. Pela sugestão do tema tratado neste trabalho, paciência e confiança demonstrada em todo momento.

Aos membros da banca examinadora, *Pesq. André Luiz Diniz Souto Lima, Prof. Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa* e *Vitor Luiz de Matos* pelas discussões e contribuições na avaliação do presente trabalho. Em especial, ao *Fabrício* e ao *Vitor*, pela amizade, discussões e conselhos que demonstram a grandeza dos seus corações.

Ao meu grande orientador na distância, *Raphael Gonçalves*, pelo apoio, discussões, contribuições e, sobretudo, amizade ao longo desses dois anos. Sua semente deu começo a este trabalho.

Aos professores dos laboratórios LabPlan e Labspot pela transmissão de conhecimento no primeiro ano de disciplinas. Em especial ao *Prof. Ildemar Cassana Decker* pelo apoio e oportunidade oferecida no estágio de docência.

Àquela turma de brasileiros que começou comigo o mestrado, *Fernanda Zardo, Hermano Veronese, Ícaro Sales Rezende, Kauana Palma, Luís Paulo Santos, Pedro Vieira, Valmor Zimmer,* por me ensinar o melhor da cultura brasileira, demonstrar que ainda existem pessoas de valor incalculável, atenção em momentos complicados de saúde e conhecimento transmitido. Em especial, à *Fernanda*, minha grande

amiga e parceira no Brasil, pela bondade em se doar sem esperar algum retorno; mulher como ela não há muitas no mundo.

Aos meus grandes amigos colombianos do LabPlan, *Carlos Rodriguez*, *Jorge Enrique Gomez*, *Juan David Caicedo*, e *Mauro González*, que foram o meu apoio de primeira mão em Florianópolis e tornaram o caminho menos árduo. Sem eles a conquista não teria sido possível.

Aos demais amigos e colegas brasileiros do LabPlan, André Rodigheri, Brigida Decker, Daniel Tenfen, Edison Aranha, Fábio Mantelli, Geyson Brustolin, Graciele Cereta, Juliane Almeida, Marcelo Agostini, Marcelo Benetti, Marcelo Cordova, Marcelo Loureiro, Matheus Palma, Murilo Scuzziato, Otávio Vaz, Paulo André Sehn, Paulo Larroyd, Rodolfo Bialecki, Samuel Thomae, Thales Lange e Thiago Jeremias, pelo auxilio, discussões, paciência, apoio e momentos de descontração.

A essa grande família colombiana que me acolheu com amor, *Deysy Murillo*, *Hector De La Hoz* e *Juan Camilo De La Hoz*. Um exemplo de lar.

À minha família no Brasil, que desde o primeiro até o último dia foi sinônimo de incondicionalidade, *Iara Torquato*, *Carlos Niño*, *Luisa Torquato*, *Laura Torquato* e *David Torquato*. Se a saudade da minha família não foi grande é culpa deles.

Finalmente, a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro para realização desse trabalho.

Com a mão no coração, muito obrigado a todos vocês.

#### **RESUMO**

A produção de energia de uma usina hidrelétrica é comumente representada por uma função não linear que depende principalmente de aspectos tais como altura de queda líquida, rendimento das unidades geradoras, volume armazenado, vazão turbinada e vazão vertida. Em trabalhos cujo horizonte de estudo corresponde a meses ou anos, simplificações na modelagem da função de produção das usinas hidrelétricas são geralmente consideradas ou ainda mandatórias, a fim de viabilizar a resolução do problema do planejamento da operação energética em um tempo computacional adequado. Tais simplificações visam, entre outros aspectos práticos, obter funções mais simples de serem abordadas pelos pacotes computacionais quando solucionado o problema em questão. Nesse contexto, no presente trabalho tem-se o objetivo de avaliar quantitativamente e qualitativamente as diferentes possibilidades de modelagens da função de produção de uma usina hidrelétrica. Para tanto, inicialmente propõe-se uma função de produção que reflete de maneira precisa o comportamento físico da usina. Em seguida, quantifica-se o erro de algumas das simplificações que são usualmente feitas na literatura. Para medir a qualidade da solução obtida quando aplicadas tais simplificações no problema do planejamento da operação energética de curto prazo, utiliza-se um sistema teste composto por 20 hidrelétricas e 20 termelétricas do Sistema Brasileiro.

**Palavras-chave:** Sistemas Hidrotérmicos, Função de Produção Hidrelétrica, Planejamento da Operação Energética de Curto Prazo, *Convex Hull.* 

### ABSTRACT

The hydro plant energy production is usually modeled by means of a nonlinear function, which depends on some important aspects such as: net head level, storage and total release. In a medium-term or long-term studies, where the horizon corresponds to months or years, some simplification concerning the hydro production function are addressed in order to make the problem resolution viable in a reasonable CPU time. These simplification aims to get a linear hydro production function with the same features when compared to the original nonlinear function. In this sense, the objective of this work is to evaluate different linear hydro functions in terms of quality; i.e, to analysis the quality of the simplifications taking into account the Brazilian operation planning problem context. It is important to mention that some statistic aspects are considered which propitiate a more coherent analysis.

**Keywords**: Hydrothermal systems, Hydroelectric Production Function, The Medium-Term Hydrothermal Scheduling Problem, Convex Hull.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Componentes básicos de uma UHE28
Figura 2.2: Diagrama esquemático de uma UHE30
Figura 2.3: Cota de montante em função do volume armazenado – UHE
Machadinho32
Figura 2.4: (a) Cota de jusante em função da vazão turbinada e da vazão vertida
– UHE Machadinho, (b) Curvas de nível da curva da figura mostrada em (a)33
Figura 2.5: Perdas hidráulicas em função da vazão turbinada em uma unidade da
UHE Machadinho
Figura 2.6: Curva colina de uma turbina hidráulica. Fonte: Finardi (2003)37
Figura 2.7: Rendimento hidráulico em relação à vazão turbinada37
Figura 2.8: Rendimento hidráulico em relação à altura de queda líquida38
Figura 2.9: Função de produção de uma unidade hidrelétrica da UHE
Emborcação: (a) Potência gerada em função do volume armazenado e vazão
turbinada na unidade, (b) Curvas de nível da curva da figura mostrada em (a). 39
Figura 2.10: Diagrama esquemático da produção de energia em uma UHE43
Figura 2.11: FPH proposta da UHE Emborcação: (a) Potência gerada em função
do volume armazenado e vazão turbinada, (b) Curvas de nível da figura da
curva mostrada em (a)44
Figura 2.12: Potência Gerada na UHE Emborcação para V <sup>max</sup> 45
Figura 2.13: RG da UHE Emborcação segundo a FPH proposta47
Figura 2.14: Potência Gerada e Rendimento Global da UHE Emborcação para o
seu volume armazenado mínimo47
Figura 2.15: Potência Gerada e Rendimento Global da UHE Emborcação para o
seu volume armazenado máximo48
Figura 3.1: FPH da UHE Emborcação com PEC: (a) Potência gerada em função
do volume armazenado e vazão turbinada, (b) Curvas de nível da figura da
curva mostrada em (a)63
Figura 3.2: RG da UHE Emborcação considerando PEC63

Figura 3.3: FPH da UHE Emborcação com PHC: (a) Potência gerada em função
do volume armazenado e vazão turbinada, (b) Curvas de nível da figura da
curva mostrada em (a)64
Figura 3.4: RG da UHE Emborcação considerando PEC64
Figura 3.5: FPH da UHE Emborcação com HBC: (a) Potência gerada em função
do volume armazenado e vazão turbinada, (b) Curvas de nível da figura da
curva mostrada em (a)65
Figura 3.6: RG da UHE Emborcação considerando HBC66
Figura 3.7: FPH da UHE Emborcação com NJC: (a) Potência gerada em função
do volume armazenado e vazão turbinada, (b) Curvas de nível da figura da
curva mostrada em (a)67
Figura 3.8: RG da UHE Emborcação considerando NJC67
Figura 3.9: Potência gerada pela UHE Emborcação em função da vazão vertida
para dois valores de volume armazenado
Figura 3.10: Processo de obtenção do cf70
Figura 3.11: Grade de discretização para $p = 20$ 70
Figura 3.12: Cortes gerados pela função convhull do MATLAB71
Figura 3.13: Pontos que pertencem ao <i>ci</i> 71
Figura 3.14: Pontos que pertencem ao cf72
Figura 4.1: Perfil de demanda de energia do sistema
Figura 4.2: Diagrama esquemático do sistema hidrelétrico77
Figura 4.3: Comportamento das afluências ao longo do horizonte de
planejamento para as usinas Machadinho, Emborcação, Itá e Jaguara82
Figura 4.4: Convex hull da FPH da UHE Emborcação para o Caso REF-584
Figura 4.5: Convex hull da FPH da UHE Emborcação para o Caso PEC-584
Figura 4.6: Comparação entre a FPH do Caso REF e a FPH do Caso PEC na
UHE Emborcação
Figura 4.7: CTO do sistema para os CNLs90
Figura 4.8: Erro relativo no CTO para os CNLs e cenários simulados92
Figura 4.9: Comparação de hl para os casos REF e PHC95

Figura 4.10: CTO do sistema para os CLs e cenários simulados97
Figura 4.11: Erro Relativo no CTO para os CLs e cenários simulados98
Figura 4.12: ERM para os CNLs e cenários simulados100
Figura 4.13: (a) Comparação de $hb$ para os casos (a) REF – HBC e (b) REF -
NJC101
Figura 4.14: ERM para os CLs e cenários simulados102
Figura 4.15: CMO do primeiro estágio para os CNLs e cenários simulados103
Figura 4.16: Erro Relativo no CMO do primeiro estágio para os CNLs e
cenários simulados104
Figura 4.17: CMO do primeiro estágio para os CLs e cenários simulados105
Figura 4.18: Erro Relativo no CMO do primeiro estágio para os CLs e cenários
simulados106
Figura 5.1: Grade de discretização para trabalhos futuros

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Cálculo de <i>PH</i> para a UHE Emborcação em $(0,2 \cdot Q^{\max}, V^{\max}, 0)$ 42
Tabela 2.2: Cálculo de <i>PH</i> para a UHE Emborcação em $(0,7 \cdot Q^{\max}, V^{\max}, 0)$ 42
Tabela 2.3: <i>PH</i> <sub>saida</sub> para obtenção da <i>PH</i> na Figura 2.1245
Tabela 2.4: Pontos de máximo $RG$ da UHE Emborcação para $V^{\min}$ e $V^{\max}$ 48
Tabela 2.5: UHEs Tipo I no Brasil
Tabela 2.6: UHEs Tipo II no Brasil
Tabela 2.7: UHEs Tipo III no Brasil51
Tabela 2.8: UHEs Tipo IV no Brasil52
Tabela 3.1: Casos Lineares a serem estudados
Tabela 3.2: Resumo dos casos de estudo
Tabela 4.1: Dados das UHEs do sistema78
Tabela 4.2: Dados das UTEs do sistema79
Tabela 4.3: Cenários estudados80
Tabela 4.4: Volume inicial (% do volume útil) para cada cenário e UHE81
Tabela 4.5: Número de cortes que conformam as FPHs das UHE para cada
aproximação proposta83
Tabela 4.6: Dimensão dos problemas de otimização.    85
Tabela 4.7: Erro absoluto médio na FPH de cada UHE para alguns CNLs87
Tabela 4.8: Erro absoluto médio na FPH de cada UHE para alguns CLs88
Tabela 4.9: Erro absoluto entre os CNLs e o Caso REF em Milhões de R\$91
Tabela 4.10: Rendimento global ao longo do horizonte para o Cenário 8 nos
Casos REF e PEC93
Tabela 4.11: Volume armazenado ao longo do horizonte para o Cenário 8 nos
Casos REF e REF-VF95
Tabela 4.12: Erro absoluto entre os CLs e o caso REF em Milhões de R\$98
Tabela 4.13: Tempos computacionais registrados para os CNLs107
Tabela 4.14: Redução do tempo computacional nos CNLs em relação ao
Caso REF108

Tabela 4.15: Tempos computacionais registrados para os CLs	108
Tabela 5.1: Resumo das análises feitas no Capítulo 4	112
Tabela 6.1: Coeficientes de fcm.	115
Tabela 6.2: Coeficientes de fcj	115
Tabela 6.3: Coeficientes de η	116
Tabela 6.4: Constantes k <sub>p</sub>	116
Tabela 7.1: Afluências do Cenário 1	117
Tabela 7.2: Afluências do Cenário 2	117
Tabela 7.3: Afluências do Cenário 3	118
Tabela 7.4: Afluências do Cenário 4	118
Tabela 7.5: Afluências do Cenário 5	119
Tabela 7.6: Afluências do Cenário 6	119
Tabela 7.7: Afluências do Cenário 7	120
Tabela 7.8: Afluências do Cenário 8	120
Tabela 7.9: Afluências do Cenário 9	121
Tabela 7.10: Afluências do Cenário 10.	121

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AD	-	Atendimento à Demanda
ANEEL	-	Agência Nacional de Energia Elétrica
CCEE	-	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CL	-	Caso Linear
CM	-	Conservação da Massa da Água
CMO	-	Custo Marginal de Operação
CNL	-	Caso Não Linear
СТО	-	Custo Total de Operação
EAM	-	Erro Absoluto Médio
ERM	-	Erro Relativo Médio
FCF	-	Função de Custo Futuro
FPE	-	Função de Produção Energética
FPH	-	Função de Produção Hidrelétrica
HBC	-	Altura de Queda Bruta Constante
MCP	-	Mercado de Curto Prazo
NJC	-	Nível de Jusante Constante
ONS	-	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PDO	-	Programação Diária da Operação Eletroenergética
PEC	-	Produtibilidade Específica Constante
PEN	-	Planejamento Anual da Operação Energética
PHC	-	Perda Hidráulica Constante
PL	-	Programação Linear
PLD	-	Preço de Liquidação das Diferenças
PMO	-	Programa Mensal da Operação Energética
PNL	-	Programação Não Linear
POE	-	Planejamento da Operação Energética
REE	-	Reservatório Equivalente de Energia
REF	-	Caso Referência
REF-SV	-	Caso Referência Sem Vazão Vertida
REF-VF	-	Caso Referência dependente do Volume Final
SEB	-	Sistema Elétrico Brasileiro
UHE	-	Usina Hidrelétrica
UTE	-	Usina Termelétrica
VM	-	Volume Meta
VA	-	Volume Auxiliar

# SUMÁRIO

1	INTR	ODUÇÃO	19
1.1	REVI	SÃO BIBLIOGRÁFICA	21
1.2	CON	IRIBUIÇÕES	23
1.3	OBJE	TIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO	24
2	MOD	ELAGEM DE USINAS HIDRELÉTRICAS	27
2.1	UNIE	ADES HIDRELÉTRICAS	27
2.1	1.1 Altu	ıra de Queda Líquida	32
2.1	1.2 Ren	dimento da Unidade Hidrelétrica	36
2.1	1.3 Fun	ção de Produção das Unidades Hidrelétricas	38
2.2	USIN	AS HIDRELÉTRICAS	40
2.2	2.1 Clas	ssificação das UHEs no Brasil	49
	2.2.1.1	Tipo I: UHEs com FPH dependente de $Q$ , $V \in S$	49
	2.2.1.2	Tipo II: UHEs com FPH dependente de $Q$ e V	50
	2.2.1.3	Tipo III: UHEs com FPH dependente de Q e S	51
	2.2.1.4	Tipo IV: UHEs dependentes de Q	52
3	FORM	IULAÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMEN	ТО
DE (	CURTO	PRAZO E DOS CASOS DE ESTUDO	55
3.1	FORM	MULAÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA	
OPE	ERAÇÃO	ENERGÉTICA DE CURTO PRAZO	55
3.1	l.1 Fun	ção Objetivo	56
3.1	1.2 Rest	trições de Atendimento à Demanda – AD	57
3.1	1.3 Rest	trições de Conservação da Massa d'água – CM	57
3.1	1.4 Rest	trições de Volume Meta – VM	58
3.1	1.5 Rest	trições de Volume Auxiliar – VA	59
3.1	1.6 Rest	trições das FPHs	60
3.2	FORM	MULAÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO	61
3.2	2.1 Cas	os Não Lineares – CNLs	61

3.2	.1.1	Caso Referência – REF	. 61
3.2	.1.2	Produtibilidade Específica Constante – PEC	. 62
3.2	.1.3	Perda Hidráulica Constante – PHC	. 63
3.2	.1.4	Altura de Queda Bruta Constante - HBC	. 65
3.2	.1.5	Nível de Jusante Constante – NJC	. 66
3.2	.1.6	Vazão vertida nula no caso REF – REF-SV	. 67
3.2	.1.7	Caso REF dependente do volume armazenado no final do	
est	ágio – R	EF-VF	. 69
3.2.2	Casos	Lineares – CLs	. 69
3.2.3	Resur	no dos casos	. 73
4 1	RESUL	TADOS COMPUTACIONAIS	75
4.1	DESCR	IÇÃO DOS DADOS INICIAIS	. 76
4.1.1	Sisten	na hidrelétrico	. 77
4.1.2	Sisten	na termelétrico	. 78
4.1.3	Cená	rios estudados	. 80
4.1.4	Dime	nsão dos problemas de otimização	. 82
<b>4.1.4</b> 4.2	Dime ERRO	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH	. <b>8</b> 2 . 85
<b>4.1.4</b> 4.2 4.3	Dime ERRO ERRO	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I	. 82 . 85 DE
4.1.4 4.2 4.3 CURT	Dime ERRO ERRO O PRAZ	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I 70	. 82 . 85 DE . 89
4.1.4 4.2 4.3 CURT 4.3.1	Dime ERRO ERRO O PRAZ Análi	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I CO se do Erro no Custo Total de Operação – CTO	. 82 . 85 DE . 89 . 89
4.1.4 4.2 4.3 CURT 4.3.1 4.3	Dimer ERRO ERRO O PRAZ Anális .1.1	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I O Se do Erro no Custo Total de Operação – CTO Casos Não Lineares	. 82 . 85 DE . 89 . 89 . 89
4.1.4 4.2 4.3 CURT 4.3.1 4.3 4.3	Dime ERRO ERRO O PRAZ Anália .1.1 .1.2	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I CO Se do Erro no Custo Total de Operação – CTO Casos Não Lineares Casos Lineares	. 82 . 85 DE . 89 . 89 . 89 . 96
4.1.4 4.2 4.3 CURT 4.3.1 4.3 4.3 4.3 4.3	Dimer ERRO ERRO O PRAZ Análi .1.1 .1.2 Análi	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I CO Se do Erro no Custo Total de Operação – CTO Casos Não Lineares Casos Lineares Se do Erro Relativo Médio na <i>PH</i> – ERM	. 82 . 85 DE . 89 . 89 . 89 . 96 . 99
4.1.4 4.2 4.3 CURT 4.3.1 4.3 4.3 4.3 4.3.2 4.3	Dimer ERRO ERRO O PRAZ Anális .1.1 .1.2 Anális .2.1	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I CO Se do Erro no Custo Total de Operação – CTO Casos Não Lineares Casos Lineares Se do Erro Relativo Médio na PH – ERM Casos Não Lineares	. 82 . 85 DE . 89 . 89 . 96 . 99
4.1.4 4.2 4.3 CURT 4.3.1 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3	Dime: ERRO : O PRAZ Análi: .1.1 .1.2 Análi: .2.1 .2.2	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I CO se do Erro no Custo Total de Operação – CTO Casos Não Lineares Casos Lineares se do Erro Relativo Médio na PH – ERM Casos Não Lineares Casos Não Lineares	. 82 . 85 DE . 89 . 89 . 96 . 99 . 99 101
4.1.4 4.2 4.3 CURT 4.3.1 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3	Dime: ERRO : O PRAZ Análi: .1.1 .1.2 Análi: .2.1 .2.2 Análi:	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I CO Se do Erro no Custo Total de Operação – CTO Casos Não Lineares Casos Lineares Casos Lineares Casos Não Lineares Casos Não Lineares Casos Não Lineares Se do Erro no CMO do primeiro estágio	. 82 . 85 DE . 89 . 89 . 96 . 99 . 99 101 102
<ul> <li>4.1.4</li> <li>4.2</li> <li>4.3</li> <li>CURT</li> <li>4.3.1</li> <li>4.3</li> <li>4.3</li> <li>4.3.2</li> <li>4.3</li> <li>4.3</li> <li>4.3.3</li> <li>4.3.3</li> <li>4.3</li> </ul>	Dime: ERRO : ERRO : O PRAZ Análi: .1.1 .1.2 Análi: .2.1 .2.2 Análi: .3.1	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I CO Se do Erro no Custo Total de Operação – CTO Casos Não Lineares Casos Lineares Casos Lineares Casos Não Lineares Casos Não Lineares Se do Erro no CMO do primeiro estágio Casos Não Lineares	. 82 . 85 DE . 89 . 89 . 89 . 96 . 99 . 99 101 <b>102</b> 103
<ul> <li>4.1.4</li> <li>4.2</li> <li>4.3</li> <li>CURT</li> <li>4.3.1</li> <li>4.3</li> </ul>	Dime: ERRO : ERRO : O PRAZ Análi: .1.1 .1.2 Análi: .2.1 .2.2 Análi: .3.1 .3.2	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I CO Se do Erro no Custo Total de Operação – CTO Casos Não Lineares Casos Não Lineares	. 82 . 85 DE . 89 . 89 . 96 . 99 101 102 103 104
4.1.4 4.2 4.3 CURT 4.3.1 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3	Dimer ERRO : ERRO : O PRAZ Análi .1.1 .1.2 Análi .2.1 .2.2 Análi .3.1 .3.2 Análi	nsão dos problemas de otimização NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO I CO Se do Erro no Custo Total de Operação – CTO Casos Não Lineares Casos Lineares Casos Lineares Casos Não Lineares	. 82 . 85 DE . 89 . 89 . 96 . 99 . 99 101 102 103 104 106

	4.3.4.2	Casos Lineares	108
5	CON	CLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALI	HOS
FU'	FUROS.		
5.1	CON	CLUSÕES	
5.2	SUG	ESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	113
6	APÊN	DICE A: VALORES DOS COEFICIENTES	DAS
FUI	NÇÕES j	fcm, fcj, $\eta \in \text{DOS VALORES DE } k_p$	115
7	APÊN	DICE B: VALORES DAS AFLUÊNCIAS	117
8	REFE	CRÊNCIAS	

## 1 INTRODUÇÃO

Em sistemas de energia elétrica com base hidrotérmica, o problema do Planejamento da Operação Energética - POE pretende estimar quanto deve produzir cada Usina Hidrelétrica - UHE e Usina Termelétrica – UTE de modo que a demanda de energia seja atendida da maneira otimizada, isto é, ao menor custo de operação possível. Atualmente no Brasil, o POE é dividido em etapas coordenadas entre si (PEREIRA e PINTO, 1982). Em cada uma dessas etapas do planejamento são utilizados modelos com diferentes graus de detalhamento do problema e distintas considerações em relação às incertezas nas afluências aos reservatórios, buscando, desta forma, um equilíbrio entre uma adequada representação do sistema para diferentes períodos de estudo e bons índices de eficiência computacional quando solucionado o problema. As etapas do POE são: Planejamento Anual da Operação Energética – PEN, o Programa Mensal da Operação Energética – PMO Programação e а Diária da Operação Eletroenergética - PDO.

No PEN são efetuados estudos em horizontes de cinco anos discretizados em base mensal. Essa etapa tem como objetivo principal fornecer para o PMO informações futuras sobre o uso dos reservatórios por meio de uma Função de Custo Futuro - FCF, além de indicar a probabilidade de déficit futuro, custos marginais por subsistemas, expectativa de intercâmbio de energia, entre outros. Nesta etapa se considera que a representação da característica estocástica das afluências é mais importante do que a modelagem das não linearidades associadas à Função de Produção das usinas Hidrelétricas - FPH (MATOS, 2012), optando-se pela utilização de Reservatórios Equivalentes de Energia -REE (ARVANITIDIS e ROSING, 1970), os quais agregam conjuntos de UHEs em um único reservatório. O programa NEWAVE (CEPEL, 2010a) é o principal modelo computacional responsável pela elaboração do estudo. Vale destacar que nesta área têm sido desenvolvidos alguns trabalhos que visam o aprimoramento dos modelos e metodologias usadas no PEN (KLIGERMAN, 1992; MATOS, 2008; LARROYD. 2012; MATOS, 2012).

O PMO, por sua vez, utiliza a FCF obtida na etapa anterior para determinar a política de geração das usinas que compõem o sistema. Nesta etapa é utilizado um horizonte de dois meses, com discretização semanal para o primeiro mês e mensal para no segundo. Como resultados desse estudo se têm os Custos Marginais de Operação – CMOs, intercâmbios entre os subsistemas, análises dos impactos dos programas de manutenção, diretrizes energéticas a serem implementadas na PDO, entre outros. Uma importante diferença em relação ao PEN é que nesta etapa as UHEs são representadas individualmente, ou seja, tem-se uma FPH para cada UHE (CUNHA *et al.*, 1997). A FPH é representada por um modelo linear por partes que depende do volume armazenado, da vazão turbinada e a vazão vertida. O DECOMP (CEPEL, 2010b) é a plataforma computacional oficial do Sistema Elétrico Brasileiro – SEB responsável pela otimização dos recursos de geração no PMO. Assim como no PEN, esta etapa também tem sido o foco de alguns trabalhos (PEREIRA e PINTO, 1985; GONÇALVES, 2007; SANTOS *et al.*, 2008; SANTOS *et al.*, 2009; SANTOS, 2010; GONÇALVES, 2011).

A PDO, classificada como a última etapa da cadeia do POE, exige um maior grau de detalhamento da modelagem matemática do sistema, por se tratar da etapa mais próxima da operação em tempo real. Consequentemente utiliza-se um modelo não linear para a FPH que depende do volume armazenado, vazão turbinada e vazão vertida, representando a variação do rendimento do grupo turbina-gerador e da altura de queda líquida. A PDO é executada com periodicidade diária e com discretização de meia hora para o dia seguinte em um horizonte de uma semana. Esta etapa busca estabelecer os níveis de geração de cada unidade geradora do sistema de acordo com as metas estabelecidas na etapa anterior, levando em conta as restrições operativas da rede elétrica. Contudo, ainda não há um modelo oficial para essa etapa do planejamento, como acontece nas etapas anteriores, existe uma série de trabalhos por parte da academia (BELLONI et al., 2003; FINARDI, 2003; FINARDI et al., 2005; FINARDI e DA SILVA, 2006; RODRIGUES et al., 2006; DINIZ, 2007; DINIZ et al., 2007; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011; ARISTIZÁBAL, 2012; FINARDI e SCUZZIATO, 2013) e do setor (ONS, 2012) que procuram dar um suporte para o desenvolvimento de tal modelo.

Países como Canadá, Noruega, Colômbia e Brasil se caracterizam pela grande participação de agentes de geração que utilizam a água como matéria prima para a produção da energia elétrica usada para o suprimento da demanda de energia. Mais especificamente, no Brasil, 71% da capacidade instalada de geração de energia elétrica do SEB é de origem hidráulica, sendo que a porcentagem restante está distribuída entre UTEs e fontes alternativas (ANEEL, 2013). Também, no Brasil, o preço da energia elétrica no mercado de curto prazo, denominado Preço de Liquidação das Diferenças – PLD, que é usado para valorar a compra e venda da energia no mercado de curto prazo, é baseado no CMO calculado no PMO. Devido à intensa participação hidrelétrica, a modelagem da FPH afeta o real despacho das UHEs, UTEs e a estimativa da disponibilidade futura de energia.

Nesse sentido, esta dissertação tem como objetivo principal medir o impacto que gera a consideração de simplificações feitas em uma FPH que representa o comportamento físico da usina muito próximo ao real. Vale ressaltar que na atualidade a quantificação do impacto causado pela consideração dessas simplificações é possível devido aos avanços dos programas computacionais que permitem solucionar problemas de otimização (lineares e não lineares) de maneira eficiente.

Na próxima seção é feita uma revisão bibliográfica dos distintos trabalhos relacionados com a modelagem de funções de produção de energia hidrelétrica no contexto dos diferentes problemas de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos.

### 1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como referenciado por Kligerman (1992), em Arvanitidis e Rosing (1970) argumenta-se o uso de uma função de produção por reservatório equivalente no contexto do PEN, sendo obtida a partir da agregação das contribuições dos reservatórios que compõem certa região geográfica. Esta modelagem é uma simplificação que pretende ressaltar a relevância da incerteza nas afluências no horizonte de estudo usado para o planejamento de médio prazo e tem sido implementada no Brasil desde 1972.

Cunha *et al.* (1997) introduz o conceito de Função de Produção Energética – FPE para a modelagem da produtividade das UHEs, propondo uma modelagem linear que leva em conta o comportamento da produtividade real da usina. Nesta modelagem assume-se que a quantidade de produção mensal de energia de uma UHE pode ser expressa em função de duas variáveis: volume disponível médio e volume defluente total ao longo do período, desprezando as variações do rendimento da turbina com relação à vazão turbinada. Vale destacar que a modelagem proposta nesse trabalho é a usada atualmente no modelo DECOMP.

Já em Diniz *et al.* (2004) divide-se a vazão defluente total (CUNHA *et al.*, 1997) em vazão turbinada e a vazão vertida. Neste trabalho, propõe-se um modelo linear por partes para a FPH no contexto do PMO e da PDO, a qual depende da vazão turbinada, do volume armazenado e da vazão vertida na UHE. Assim, são construídas

envoltórias côncavas à FPH original, obtendo uma aproximação inicial que depende somente do volume armazenado e da vazão turbinada. Essa aproximação inicial é multiplicada por um fator de correção que diminui o erro quadrático entre a aproximação inicial e a FPH original. Em seguida, adiciona-se a vazão vertida no modelo por meio de aproximações secantes que minimizam o erro médio quadrático entre a aproximação inicial (já multiplicada pelo fator de correção) e a FPH original.

Por sua vez, em Diniz e Maceira (2008) propõe-se uma metodologia para encontrar a aproximação da FPH original muito similar à descrita em Diniz *et al.* (2004). Neste último trabalho (como aperfeiçoamento do primeiro) foi usado o conceito do *Convex Hull* (ANDREW, 1979) para a construção da aproximação inicial e foram explicitadas as considerações assumidas na montagem da FPH original, isto é, consideraram-se constantes a eficiência do grupo turbina-gerador e a perda de altura de queda líquida associadas à perda de altura nos condutos (calculadas como uma porcentagem da potência de saída da usina e invariantes em relação à vazão turbinada). Cabe ressaltar que nesse trabalho foram estudados casos relacionados somente com a PDO.

A relação que existe entre a altura de queda líquida e a potência gerada por uma unidade hidrelétrica é analisada minuciosamente em García-González e Castro (2001), obtendo um modelo da FPH que depende da vazão turbinada e da altura de queda líquida para a solução do problema do planejamento da operação no contexto da PDO. O modelo mencionado é aproximado usando técnicas de linearização com variáveis binárias para resolver um problema de pequeno porte utilizando programação linear inteira-mista. Como conclusão deste trabalho, tem-se que a solução do problema torna-se inviável quando aplicado a sistemas de grande porte, por causa do aumento de variáveis binárias do problema.

Outros trabalhos que representam a variação da altura de queda líquida são Borghetti *et al.* (2008), Catalão *et al.* (2009) e Cerisola *et al.* (2012). Em Borghetti *et al.* (2008) procura-se a solução do problema da programação de usinas hidrelétricas no curto prazo. Neste trabalho também foi utilizada uma metodologia baseada em variáveis binárias para a aproximação de uma FPH dependente da altura de queda líquida e da vazão turbinada. Já em Catalão *et al.* (2009) usa-se a solução obtida a partir de um modelo linear como o ponto de partida para a solução de um problema não linear. Finalmente em Cerisola *et al.* (2012) é considerada a incerteza na afluência no planejamento da operação de um sistema hidrotérmico de grande porte (no curto prazo), no qual a FPH de

cada UHE é aproximada através de envoltórias de *McCormick* (MCCORMICK, 1976). Neste trabalho são usadas variáveis binárias para lidar com a quantidade de restrições obtidas na aproximação da FPH, tendo que fazer uso de métodos de decomposição para, em conjunto com a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PEREIRA e PINTO, 1991), encontrar uma solução do problema estocástico.

Nos últimos anos, no Laboratório de Planejamento de Sistemas Energia Elétrica – LabPlan foram desenvolvidos algumas dissertações e teses na área do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, as quais embora não tenham como foco o estudo da FPH apresentam diversas modelagens da mesma. Por exemplo, no contexto do PEN nos trabalhos de Matos (2008), Larroyd (2012) e Matos (2012) é usado o conceito do REE para modelar a produção de energia hidrelétrica. Já no contexto do PMO, nos trabalhos de Santos (2010) e Gonçalves (2011), foi feita uma aproximação linear por partes da FPH semelhante à descrita em Diniz e Maceira (2008). Por fim, nos trabalhos Finardi (2003), Finardi e Da Silva (2006), Rodrigues *et al.* (2006), Takigawa (2010), Scuzziato (2011) e Aristizábal (2012), os quais são focados no estudo da PDO, aborda-se uma modelagem não linear da FPH, considerando todos os detalhes que fazem parte do processo de produção de energia hidrelétrica.

### 1.2 CONTRIBUIÇÕES

Apesar das diversas abordagens sobre a FPH, mencionadas acima para distintos horizontes de estudo no POE, na maior parte dos trabalhos representa-se de maneira simplificada aspectos tais como rendimento hidráulico da turbina, perdas hidráulicas e variação da altura de queda. Em alguns casos esses aspectos simplesmente não são considerados. Em virtude disto, inicialmente neste trabalho propõe-se uma modelagem da FPH da usina (de maneira global) que implicitamente está fundamentada em uma representação detalhada das unidades que compõem à UHE. Essa representação considera a variação do rendimento hidráulico, perdas hidráulicas e altura de queda em relação às variáveis de decisão do problema, tais como vazão turbinada, volume armazenado médio e vazão vertida. Devido à consideração desses aspectos pode-se ressaltar que a FPH proposta reflete o comportamento físico da usina com uma boa precisão.

Como mencionado anteriormente, distintas simplificações têm sido feitas na modelagem de unidades hidrelétricas desde que o POE em sistemas com predominância hidrelétrica tornou-se foco de pesquisas. Essas simplificações na modelagem das unidades hidrelétricas levam, naturalmente, a uma modelagem pouco realista do comportamento da usina. Embora em Diniz e Maceira (2008) tenha sido apresentada uma medida do erro entre uma FPH real e uma FPH aproximada, na revisão bibliográfica não foi encontrado um estudo focado especificamente nas implicações que acarretam tais simplificações quando solucionado o problema do POE. Em vista disto, neste trabalho é apresentada uma medida quantitativa e qualitativa dos desvios produzidos pela simplificação na modelagem da usina. Dado que a modelagem da FPH proposta neste trabalho representa de uma maneira mais fiel e realista o comportamento físico da usina, essa função é utilizada como referência para comparações e cálculo dos desvios.

Na maioria dos trabalhos citados na Seção 1.1 se considera que o nível de montante do reservatório depende do volume armazenado no final do estágio em estudo. Porém, em Finardi (2003) foi mostrado que o cálculo desse nível pode ser aproximado por meio de uma função que depende do volume médio ao longo do estágio, isto é, a média entre o volume inicial e o volume final do estágio. Portanto, neste trabalho é modelada uma função que define o nível de montante da usina, dependente do volume armazenado médio. Para tanto, uma variável e uma restrição auxiliar são adicionadas ao modelo, aumentando então o número de restrições e variáveis do problema. Adicionalmente, aproveitando a inclusão dessas variáveis e restrições auxiliares no modelo, neste trabalho é apresentada uma comparação entre a solução do problema do POE quando a FPH proposta depende do volume armazenado médio e o volume armazenado no final do estágio.

### 1.3 OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO

O objetivo geral deste trabalho consiste em apresentar uma modelagem da FPH para uma UHE que, implicitamente, leve em consideração a modelagem das unidades.

Nesse sentido, os objetivos específicos a serem cumpridos são:

- 1. Propor um modelo que represente de maneira realista o comportamento da FPH de uma usina com base na modelagem das unidades hidrelétricas sugeridas na literatura;
- Implementar um modelo de otimização simplificado que reflita, contudo, as principais características do problema do planejamento da operação energética de curto prazo, incorporando a modelagem da FPH citada acima;

- Quantificar e analisar o impacto de algumas simplificações feitas sobre a FPH proposta quando explorados vários pontos de operação viáveis da UHE.
- analisar 4. Ouantificar e 0 impacto de algumas considerações e aproximações feitas sobre a FPH proposta quando solucionado 0 problema do planejamento da operação energética de curto prazo mencionado no Item 2.

É importante mencionar que além dos objetivos citados acima, este trabalho pretende oferecer subsídios para a representação da FPH em problemas com horizontes de planejamento como os utilizados na programação diária e no médio prazo.

Este trabalho está organizado conforme descrito na sequência. O Capítulo 2 descreve a representação detalhada das unidades hidrelétricas para depois introduzir a modelagem da FPH proposta neste trabalho, classificação segundo a capacidade além da das UHEs de armazenamento e a influência da vazão vertida no canal fuga. Por sua vez, o Capítulo 3 mostra a modelagem detalhada do problema do planejamento energético de curto prazo considerado neste trabalho. Também são definidos os casos de estudo a serem analisados e avaliados. Já no Capítulo 4, apresentam-se os resultados obtidos após a aplicação das simplificações mencionadas no Capítulo 3. Finalizando o trabalho, no Capítulo 5 são descritas as principais conclusões e sugestões para desenvolvimentos futuros.

# 2 MODELAGEM DE USINAS HIDRELÉTRICAS

Neste capítulo tem-se como objetivo descrever a representação das usinas hidrelétricas quando se pretende solucionar o problema de planejamento de curto prazo onde, por exemplo no Brasil, as UHEs são modeladas individualmente deixando implícita a modelagem das unidades geradoras.

Na sequência, são explicadas as equações associadas ao comportamento de uma unidade hidrelétrica para finalmente apresentar a expressão que representa a UHE de maneira global. Além disso, é apresentada uma classificação das UHEs do parque hidrelétrico do Brasil, segundo a capacidade de armazenamento e influência da vazão vertida no canal de fuga.

### 2.1 UNIDADES HIDRELÉTRICAS

A geração de energia elétrica em um aproveitamento hidrelétrico é dada através das unidades hidrelétricas<sup>1</sup>. Em certo instante de tempo, a quantidade de água armazenada no reservatório, sendo a fonte de energia potencial gravitacional acumulada, é transformada em energia mecânica quando a água passa pela turbina, provocando assim o torque necessário no eixo do gerador para a conversão dessa energia mecânica em energia elétrica. Na Figura 2.1 podem ser vistos os componentes básicos de uma UHE típica.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Como será visto mais adiante, a unidade hidrelétrica está composta pelo conjunto turbina-gerador.



A energia potencial d'água,  $E_p$ , correspondente à massa da água, *m*, e a uma altura de queda bruta, *hb*, como ilustrado na Figura 2.1, é definida como:

$$E_p = m \cdot g \cdot hb, \tag{2.1}$$

em que,

$E_p$	é a energia potencial da massa da água acumulada no
	reservatório (J);
т	é a massa da água (kg);
8	é a constante de aceleração gravitacional, cujo valor médio é de 9,81 ( $m/s^2$ );
hb	é a altura de queda bruta (m).

Por sua vez, tem-se que a massa da água, em kg, é definida como o produto entre a densidade da mesma multiplicada pelo volume associado:

 $m = \sigma \cdot V, \tag{2.2}$ 

na qual,

- $\sigma$  é a densidade da água, cujo valor aproximado é de 1.000 (kg/m³);
- V é o volume de água (m<sup>3</sup>).

Portanto, fazendo uso de (2.2), pode-se reescrever (2.1) da seguinte maneira:

$$E_p = G \cdot V \cdot hb, \tag{2.3}$$

em que,

*G* é uma constante com valor  $9,81 \cdot 10^{-3}$  (kg/m<sup>2</sup>s<sup>2</sup>) que representa o produto entre  $\sigma$ , *g* e uma última constante com valor  $10^{-6}$  que converte a energia de (J) em (MJ).

Derivando a Equação (2.3) em relação ao tempo obtém-se a seguinte equação:

$$pdu = \frac{d}{dt}E_p = G\left(hb\frac{d}{dt}V + V\frac{d}{dt}hb\right),$$
(2.4)

em que,

*pdu* é a potência hidráulica disponível (ou potência de entrada da usina) associada à energia armazenada (MW).

Em geral, a taxa de variação da altura de queda bruta é desprezível em relação à taxa de variação do volume<sup>2</sup>. Neste sentido, tem-se que:

$$pdu = G \cdot hb \cdot Q, \tag{2.5}$$

na qual,

 $^{2} \frac{d}{dt}hb \ll \frac{d}{dt}V$ 

## Q é a vazão turbinada na UHE (m<sup>3</sup>/s).

A Figura 2.2 apresenta de forma esquemática o processo de produção de energia elétrica em uma UHE com três unidades hidrelétricas. Esse processo começa com o armazenamento da água no reservatório e vai até os terminais do gerador. Na sequência são explicados os termos mostrados nessa figura.



*pet* é a potência na entrada da turbina ou potência hidráulica disponível na unidade hidrelétrica (MW) associada à altura de queda líquida (será explicada mais adiante), hl(m), e a vazão turbinada na mesma q (m<sup>3</sup>/s):

$$pet = G \cdot hl \cdot q, \tag{2.6}$$

*pst* é a potência mecânica na saída da turbina (MW), na qual  $\eta_t$  é o rendimento hidráulico da turbina:

$$pst = G \cdot \eta_t \cdot hl \cdot q, \tag{2.7}$$

*peg* é a potência mecânica na entrada do gerador (MW) entregue pelo eixo da turbina, sendo que em (2.8)  $\eta_m$ representa o rendimento mecânico no acoplamento entre a turbina e o gerador:

$$peg = pst \cdot \eta_m, \tag{2.8}$$

*ph* é a potência de saída nos terminais do gerador (MW), sendo que em (2.9)  $\eta_g$  é o rendimento do gerador:

$$ph = peg \cdot \eta_g. \tag{2.9}$$

Em virtude da grandeza das variáveis utilizadas no desenvolvimento do planejamento da operação de um sistema hidrelétrico real e da dificuldade na medição (FINARDI e SCUZZIATO, 2013), considera-se o rendimento mecânico igual a um, isto é,  $\eta_m = 1$ . Além disso, para este trabalho, o  $\eta_g$  é considerado como constante e igual a um. Deste modo, tem-se que a potência produzida na unidade hidrelétrica é dada por:

$$ph = G \cdot \eta \cdot hl \cdot q, \tag{2.10}$$

em que,

- η
- é o rendimento da unidade hidrelétrica (conjunto turbina-gerador) definido como  $\eta = \eta_t \eta_g \eta_m$ (%).

Dado que  $\eta_g$  e  $\eta_m$  são iguais a um, o rendimento da unidade geradora corresponde ao rendimento hidráulico da turbina, ou seja,  $\eta = \eta_t$ .

Nota-se em (2.10) que a potência elétrica em uma dada unidade é resultado da multiplicação da altura de queda líquida hl, o rendimento da unidade hidrelétrica  $\eta$  e a vazão turbinada na unidade q. Na produção de energia elétrica tem-se como variáveis de controle a vazão turbinada e a vazão vertida. Por sua vez, o volume armazenado é considerado como variável de estado. Na sequência, hl e  $\eta$  são explicitadas em função das variáveis de controle/estado do problema de interesse para depois apresentar a função de produção completa das unidades hidrelétricas.

### 2.1.1 Altura de Queda Líquida

A diferença entre o nível de montante e o nível de jusante (como mostrado na Figura 2.1) define o que anteriormente foi chamado de hb. No Brasil, esses níveis têm sido representados por meio de polinômios de quarta ordem dependentes do volume armazenado v, no caso do nível de montante e da vazão defluente (vazão turbinada Q mais a vazão vertida S na UHE), no caso do nível de jusante. O valor da cota de montante é dado pelo seguinte polinômio:

$$fcm = a_0 + a_1 \cdot V + a_2 \cdot V^2 + a_3 \cdot V^3 + a_4 \cdot V^4, \qquad (2.11)$$

em que,

fcm	é o valor da cota de montante (m);
$a_0,, a_4$	são os coeficientes do polinômio que representa a cota
	de montante para o reservatório.

Vale ressaltar que o valor do V em(2.11) deve ser fornecido em hm<sup>3</sup> e equivale ao volume médio no estágio. O comportamento da cota de montante em função do volume do reservatório da UHE Machadinho é ilustrado na Figura 2.3. Observa-se nessa figura que o nível de montante cresce quando V aumenta.

Figura 2.3: Cota de montante em função do volume armazenado – UHE Machadinho.


Também é importante mencionar que a taxa de crescimento decresce com o incremento de V.

Por sua vez, o nível de jusante da usina é a cota do rio após o canal de restituição, como ilustrado na Figura 2.1. Na Figura 2.4 apresenta-se a curva que modela o comportamento da cota de jusante em função de Q e S, conforme mostra o seguinte polinômio:

$$fcj = b_0 + b_1(Q+S) + b_2(Q+S)^2 + b_3(Q+S)^3 + b_4(Q+S)^4$$
, (2.12)

em que,

fcj	é o valor da cota de jusante (m);
S	é a vazão vertida na UHE (m <sup>3</sup> /s);
$b_{0},,b_{4}$	são os coeficientes do polinômio que representa a cota
	de jusante para o reservatório.





Nota-se na figura acima que o valor da cota de jusante aumenta com o incremento de Q e S. Vale ressaltar que a presença da variável Sno cálculo do nível de jusante vai depender da influência que a mesma tenha no canal de fuga da UHE, sendo que nem todas as UHEs apresentam tal característica, pois o vertedouro é localizado distante do canal de fuga. Também é importante ressaltar que em alguns casos o nível do reservatório da UHE a jusante afeta a cota de jusante da usina em estudo. Nesses casos, tem-se mais uma variável que é modelada usando um conjunto de polinômios de cota de jusante, um para cada valor de volume armazenado considerado na usina a jusante.

Em fim, com base nas definições anteriores define-se a altura de queda bruta como:

$$hb = fcm - fcj. \tag{2.13}$$

Contudo, como esboçado na Figura 2.2, nem toda essa altura está disponível na entrada da turbina, pois uma parte dela se perde quando a água passa pelo conduto forçado e demais elementos de adução (Figura 2.1). Essa parcela é chamada de perdas hidráulicas, *pl*, e neste trabalho são modeladas como uma função quadrática da vazão turbinada, da seguinte maneira:

$$pl = k_p q^2 + k_{pc} Q^2, (2.14)$$

em que,

plé a perda hidráulica (m); $k_p$ é uma constante que depende das características físicas<br/>do conduto forçado que conecta o reservatório com uma<br/>certa unidade hidrelétrica (s²/m⁵); $k_{pc}$ é uma constante que depende das características físicas<br/>do conduto forçado comum a todas as unidades<br/>hidrelétricas (s²/m⁵).

A consideração da segunda parcela em (2.14) depende da existência de um conduto forçado comum a todas as unidades, ou seja, caso não exista esse componente na usina, a segunda parcela será zero. Nesse sentido, neste trabalho desconsidera-se a existência de conduto forçado comum nas usinas, tornando nula a segunda parcela de (2.14), ou seja:

$$pl = k_p q^2. ag{2.15}$$

O valor de  $k_p$  pode ser calculado para cada unidade hidrelétrica utilizando a Equação (2.16), na qual vp é o valor de perda hidráulica

registrado na base de dados publicada pelo ONS como "valor perdas", em metros. Por sua vez,  $q^{max}$  é a vazão turbinada máxima da unidade.

$$k_p = \frac{vp}{q^{\max^2}}.$$
(2.16)

Por exemplo, uma unidade hidrelétrica da UHE Machadinho possui os seguintes dados:  $q^{\text{max}} = 437 \text{ m}^3/\text{s}$  e vp = 1,07 m. Utilizando a Equação (2.16) tem-se que  $k_p = 5,6030 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2/\text{m}^5$ . Na Figura 2.5 apresenta-se o modelo das perdas hidráulicas de uma unidade da UHE Machadinho para este trabalho.

Figura 2.5: Perdas hidráulicas em função da vazão turbinada em uma unidade da UHE Machadinho.



Como dado interessante pode-se ressaltar na Figura 2.5 que o valor de perdas vp somente é atingido quando q é máxima.

Finalmente tem-se que a altura de queda líquida na unidade hidrelétrica é definida como a diferença entre hb e a perda hidráulica. Matematicamente essa queda pode ser expressa como:

$$hl = hb - k_p q^2, \tag{2.17}$$

em que,

*hl* é a altura de queda líquida da unidade hidrelétrica (m).

# 2.1.2 Rendimento da Unidade Hidrelétrica

Conforme mostrado na Figura 2.2, existe uma perda de energia entre a *pet* e *pst* que depende do rendimento hidráulico da turbina o qual representa a eficácia com que é transferida a potência disponível na água que flui através da turbina para o eixo do rotor (GULLIVER e ARNDT, 1991). Vale relembrar que em virtude das considerações feitas para  $\eta_m$  e  $\eta_g$ , o rendimento total da unidade hidrelétrica é equivalente ao rendimento hidráulico da turbina.

Para construir uma modelagem mais próxima à realidade do comportamento físico do rendimento hidráulico de uma turbina, duas variáveis devem ser levadas em consideração: a altura de queda líquida que a mesma está submetida e a sua vazão turbinada (FINARDI, 2003).

Essas duas variáveis apresentam um inter-relacionamento bastante complexo, sendo normalmente expresso por meio de curvas colina (FINARDI, 2003). Essas curvas são fornecidas pelo fabricante da turbina como um conjunto de valores ( $\eta$ , *pst*, *hl*). Desta forma, esse conjunto de dados é representado através da seguinte função quadrática côncava:

$$\eta = r_0 + r_1 \cdot q + r_2 \cdot hl + r_3 \cdot q \cdot hl + r_4 \cdot q^2 + r_5 \cdot hl^2, \qquad (2.18)$$

em que,

η	é	0	rendimento	hidráulico	de	uma	dada	unidade
	hi	dre	létrica (%);					

 $r_0,...,r_5$  são os coeficientes do polinômio que representa o rendimento de uma dada unidade hidrelétrica.

Assim, calculando os valores de q associados aos pontos  $(\eta, pst, hl)$  por meio da Equação (2.7), se obtém um novo conjunto de pontos  $(\eta, q, hl)$ , a partir do qual são obtidos os coeficientes  $r_0,...,r_5$  usando técnicas de regressão linear. Na Figura 2.6 apresenta-se um exemplo ilustrativo das curvas-colinas mencionadas anteriormente.



Figura 2.6: Curva colina de uma turbina hidráulica. Fonte: Finardi (2003).

O eixo horizontal está relacionado com a altura de queda líquida e o eixo vertical com a vazão turbinada. As curvas de nível representam o rendimento e as linhas tracejadas a potência fornecida pelo gerador em relação a um dado ponto de operação.

Na sequência são apresentadas a Figura 2.7 e a Figura 2.8 que esboçam a relação que existe entre o rendimento hidráulico e as duas variáveis mencionadas anteriormente.



Figura 2.7: Rendimento hidráulico em relação à vazão turbinada.

Particularmente, para o caso esboçado na Figura 2.7 pode ser observado que para os três valores de hl desenhados o valor de q ótimo (no qual se obtém o máximo rendimento) varia, sendo que o rendimento máximo aumenta conforme aumenta hl. Um comportamento similar pode ser analisado na Figura 2.8.



Figura 2.8: Rendimento hidráulico em relação à altura de queda líquida.

#### 2.1.3 Função de Produção das Unidades Hidrelétricas

Conforme visto nas seções anteriores, a função de produção de uma unidade hidrelétrica é obtida através da multiplicação de hl,  $\eta \in q$ . Portanto, substituindo as equações (2.17) e (2.18) em (2.10), pode-se notar que a função de produção das unidades hidrelétricas usada neste trabalho é um polinômio de ordem sete na variável q, e ordem 12 nas demais variáveis, ou seja:

$$ph = f\left(q^7, V^{12}, Q^{12}, S^{12}\right). \tag{2.19}$$

Assim, a potência gerada por uma unidade hidrelétrica é definida por extenso por meio da seguinte expressão:

$$ph = G \cdot q \cdot \left(r_{0} + r_{1}q + r_{2}hl(\cdot) + r_{3}qhl(\cdot) + r_{4}q^{2} + r_{5}hl(\cdot)^{2}\right)$$
  

$$\cdot \left[\left(a_{0} + a_{1}V + a_{2}V^{2} + a_{3}V^{3} + a_{4}V^{4}\right) - \left(b_{0} + b_{1}(Q + S) + b_{2}(Q + S)^{2} + b_{3}(Q + S)^{3} + b_{4}(Q + S)^{4}\right) - k_{p}q^{2}\right].$$
(2.20)

Na Figura 2.9 é apresentado o comportamento da função de produção de uma unidade hidrelétrica pertencente à UHE Emborcação com seu respectivo gráfico de curvas de nível. Nota-se nesta figura as não linearidades inerentes ao processo natural da produção de energia elétrica.

Figura 2.9: Função de produção de uma unidade hidrelétrica da UHE Emborcação: (a) Potência gerada em função do volume armazenado e vazão turbinada na unidade, (b) Curvas de nível da curva da figura mostrada em (a).



Considerando um valor fixo de volume armazenado, pode-se observar na Figura 2.9 que a potência gerada apresenta dois comportamentos opostos ao longo do domínio do eixo da vazão turbinada da unidade. Na primeira parte a potência gerada é sempre crescente ("trecho" convexo da potência, no qual os valores de rendimento são baixos), e na segunda parte, a mesma é sempre decrescente ("trecho" côncavo, presença acentuada da perda hidráulica e região onde o rendimento atinge seu máximo valor e volta a decrescer) (FINARDI, 2003).

# 2.2 USINAS HIDRELÉTRICAS

Baseado na modelagem das unidades hidrelétricas, explicada na seção anterior, pode-se partir para o detalhamento da modelagem das UHEs proposta neste trabalho. Para tanto, inicialmente são apresentadas as seguintes considerações:

- 1. Todas as unidades hidrelétricas da UHE são iguais, ou seja, os coeficientes  $r_0,...,r_5$  para o cálculo do rendimento da unidade e a constante  $k_p$  para o cálculo da perda hidráulica são iguais para todas as unidades que compõem uma UHE.
- 2. Independentemente do número de unidades hidrelétricas que esteja operando em certo instante de tempo, a vazão turbinada na UHE, *Q*, é sempre distribuída em partes iguais entre o número de unidades em operação<sup>3</sup>.
- As faixas operativas das unidades hidrelétricas não são consideradas; portanto, a vazão turbinada de cada uma delas pode ter qualquer valor entre zero e a sua vazão turbinada máxima.

Em virtude da Consideração 2, tem-se que:

$$q = \frac{Q}{n},\tag{2.21}$$

na qual,

*n* é o número de unidades hidrelétricas em operação na UHE.

A consideração anterior faz com que a variável q fique implícita no problema. Substituindo (2.21) em (2.14) e (2.18), obtêm-se:

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Demonstra-se matematicamente que ao ter unidades geradoras idênticas, a produção de energia elétrica na usina é otimizada quando a vazão turbinada da mesma é distribuída em partes iguais para cada unidade hidrelétrica (WOOD e WOLLENBERG, 1996).

$$pl = k_p \left(\frac{Q}{n}\right)^2, \tag{2.22}$$

$$\eta = r_0 + r_1 \left(\frac{Q}{n}\right) + r_2 h l + r_3 \left(\frac{Q}{n}\right) h l + r_4 \left(\frac{Q}{n}\right)^2 + r_5 h l^2.$$
(2.23)

Assim, a Equação (2.17) que define a altura de queda líquida é alterada, devido à nova definição de *pl* apresentada em (2.22).

$$hl = hb - k_p \left(\frac{Q}{n}\right)^2.$$
(2.24)

Como detalhado na Seção 2.1, a produção de energia na unidade é representada pela Equação (2.10). No caso de uma UHE com uma única unidade hidrelétrica, a produção de energia na usina é equivalente à produção na unidade. Neste sentido, em princípio se estabelece que a potência gerada na usina é obtida através do produto entre (2.10) e n. Agora, fixando um ponto de operação (Q, V, S) de uma UHE composta por NU unidades hidrelétricas e substituindo a Equação (2.21) em (2.10) tem-se que a potência de saída na UHE é:

$$PH_{\text{safda}}(n) = G \cdot \eta \cdot hl \cdot Q. \tag{2.25}$$

# $PH_{saida}$ é um vetor que possui NU valores de potência gerada pela UHE (MW).

Note-se que a Equação (2.25) representa a um vetor de dimensão NU. Em virtude da dependência em relação a n, pode-se encontrar qual n fornece o máximo valor de potência que pode ser produzido pela usina no ponto (Q, V, S). Para tanto é calculado  $PH_{saída}$  (potência de saída na UHE) para n = 1,...,NU, observando que para cada n possa-se atender o valor de Q requerido (caso não atenda,  $PH_{saída}$  é considerada nula). As variáveis  $\eta \in hl$ , necessárias para a obtenção de  $PH_{saída}$  são calculados por meio das equações (2.23) e (2.24). Assim, após o cálculo dos NU valores de  $PH_{saída}$ , o máximo destes é escolhido como a potência a ser produzida pela UHE para o ponto de operação em questão, PH.

Com o intuito de exemplificar o processo comentado acima é calculada a *PH* da UHE Emborcação para dois pontos de operação diferentes. A UHE Emborcação possui quatro unidades hidrelétricas,

cada uma com  $q^{\text{max}} = 262 \text{ m}^3/\text{s}$ . Na Tabela 2.1 apresenta-se o cálculo para o ponto de operação  $(0,2 \cdot Q^{\text{max}}, V^{\text{max}}, 0)$  enquanto que na Tabela 2.2 é feito para o ponto  $(0,7 \cdot Q^{\text{max}}, V^{\text{max}}, 0)$ .

Vaniánal	Unidadaa	n			
variavei	Unidades	1	2	3	4
q	m <sup>3</sup> /s	209,60	104,80	69,87	52,40
fcm	m		661	,00	
fcj	m		520	),13	
hb	m	140,87			
pl	m	1,06	0,26	0,12	0,07
hl	m	139,81	140,60	140,75	140,80
η	%	91,22	81,02	70,61	64,10
$PH_{ m saída}$	MW	262,24	234,24	204,36	185,58

Tabela 2.1: Cálculo de *PH* para a UHE Emborcação em  $(0,2 \cdot Q^{\max}, V^{\max}, 0)$ .

Na Tabela 2.1 pode-se observar que o máximo valor de  $PH_{\text{saída}}$  é obtido quando n = 1, portanto PH = 262,24 MW.

V	II	n				
variavei	Unidades	1	2	3	4	
q	m <sup>3</sup> /s	733,60	366,80	244,53	183,40	
fcm	m	0	0	661	,00	
fcj	m	0	0	522	2,03	
hb	m	0	0	138	8,97	
pl	m	0	0	1,44	0,81	
hl	m	0	0	137,52	138,15	
η	%	0	0	0,88	0,92	
$PH_{ m saída}$	MW	0	0	866,17	911,54	

Tabela 2.2: Cálculo de PH para a UHE Emborcação em (0,7·Q<sup>max</sup>,V<sup>max</sup>,0).

Por sua vez na Tabela 2.2 nota-se que a vazão turbinada da usina não pode ser suprida por uma ou duas unidades em operação. Neste caso pode-se observar que o máximo valor de  $PH_{\text{saída}}$  é obtido quando n = 4, sendo que para este caso em particular PH = 911,54 MW.

Finalmente o processo de cálculo de PH pode ser expresso matematicamente como um modelo de otimização, no qual a variável de decisão é n:

$$PH = \max_{n \in \mathbb{Z}} PH_{\text{saida}}(n)$$
(2.26)  
s.a.:  $1 \le n \le NU$ ,

$$Q \le \frac{n}{NU} Q^{\max}, \tag{2.27}$$

em que  $\eta$  é definido por (2.23), *hl* por (2.24) e,

*NU* é o número total de unidades hidrelétricas disponíveis para serem operadas na UHE.

A primeira restrição do problema de otimização citado acima limita o número de unidades hidrelétricas em operação entre uma e o número total de unidades hidrelétricas que podem ser utilizadas na usina. Por sua vez, a segunda restrição garante que a Q do ponto de operação em questão possa ser atendida pelo número de unidades em operação.

Do mesmo modo que foi definida uma expressão para o rendimento da unidade hidrelétrica, também pode ser estabelecida uma expressão para o rendimento global da UHE, *RG*. Em qualquer processo, o rendimento é definido como a relação entre os resultados obtidos e os recursos empregados no mesmo. Neste trabalho tal definição pode ser adaptada como esboçado na Figura 2.10.

# Figura 2.10: Diagrama esquemático da produção de energia em uma UHE.



Na figura acima, a variável pdu é definida em (2.5) e ilustrada na Figura 2.2. Na Equação (2.5) ressalta-se que pdu independe de n, devido a que hb também não depende dessa variável. Finalmente tem-se a seguinte expressão para RG:

$$RG = \frac{PH}{pdu}.$$
(2.28)

Reproduzindo o processo detalhado acima para todos os pontos de operação viáveis (Q, V, S), na Figura 2.11 é ilustrada a FPH proposta neste trabalho para a usina Emborcação. Além da não linearidade e não concavidade da função podem-se notar quatro sub-curvas que acopladas compõem a curva completa. Essas sub-curvas estão associadas às quatro unidades hidrelétricas que conformam à UHE Emborcação. Caso a UHE em questão tenha seis unidades hidrelétricas, a FPH consequentemente terá seis sub-curvas. Portanto, conclui-se que NU influencia consideravelmente na forma da FPH.

Figura 2.11: FPH proposta da UHE Emborcação: (a) Potência gerada em função do volume armazenado e vazão turbinada, (b) Curvas de nível da figura da curva mostrada em (a).



O comportamento mencionado acima pode ser observado com maior facilidade na Figura 2.12, na qual é apresentada a potência gerada para a mesma usina em função da vazão turbinada para o volume armazenado máximo. Notam-se nitidamente as quatro sub-curvas relacionadas com as quatro unidades de Emborcação.



Quando o volume armazenado diminui (mantendo uma vazão turbinada fixa), o nível de montante diminui produzindo uma diminuição na altura de queda bruta. Neste sentido, para uma diminuição do volume armazenado gera-se uma diminuição da potência gerada pela UHE, conforme visto na Figura 2.12.

Na Tabela 2.3 apresentam-se os valores da  $PH_{saída}$  obtida para os pontos de operação usados na Figura 2.12.

Pontos do	$Q_i$	$V_i$		PH <sub>saida</sub>	( <b>MW</b> )			
Operação	<sup>3</sup> /- h <sup>3</sup>			n				
	<b>m</b> 73	mm	1	2	3	4		
1	1	17725	0,6	0,5	0,5	0,5		
2	51	17725	44,9	37,0	34,0	32,5		
3	101	17725	111,8	88,5	78,5	73,0		
4	151	17725	186,1	151,4	132,1	121,0		
5	201	17725	252,7	221,7	193,2	175,6		
6	251	17725	296,6	295,6	260,1	235,8		
7	301	17725	0,0	369,4	331,1	300,5		
8	351	17725	0,0	439,3	404,4	368,9		
9	401	17725	0,0	501,5	478,4	440,0		
10	451	17725	0,0	552,4	551,4	512,8		
11	501	17725	0,0	588,4	621,7	586,4		
12	551	17725	0,0	0,0	687,8	659,8		

Tabela 2.3: PH<sub>saida</sub> para obtenção da PH na Figura 2.12.

Pontos de	$Q_i$	$V_i$		PH <sub>saida</sub>	( <b>MW</b> )	
Operação	m³/s	hm <sup>3</sup>		,	n	
			1	2	3	4
13	601	17725	0,0	0,0	747,8	732,1
14	651	17725	0,0	0,0	800,3	802,4
15	701	17725	0,0	0,0	843,6	869,7
16	751	17725	0,0	0,0	876,2	933,1
17	801	17725	0,0	0,0	0,0	991,7
18	851	17725	0,0	0,0	0,0	1044,6
19	901	17725	0,0	0,0	0,0	1090,9
20	951	17725	0,0	0,0	0,0	1129,8
21	1001	17725	0,0	0,0	0,0	1160,2

Na Tabela 2.3 os valores em cinza representam aos valores de *PH* para cada ponto de operação desenhado na Figura 2.12. O comportamento dos dados apresentados na tabela acima pode ser explicado a partir da curva-colina (ver Figura 2.6) e da Equação (2.17) que define a altura de queda líquida. Do primeiro até o sexto ponto se nota que a maior potência é gerada com uma unidade. Isto porque para um valor de Q fixo, quando n aumenta (q diminui) o rendimento da usina também diminui, produzindo baixos valores de potência. Por outro lado, os pontos 14, 15 e 16 estão localizados em uma região da curva-colina em que para um aumento de n, o rendimento hidráulico aumenta produzindo-se mais potência na usina. Portanto, este comportamento gera as sub-curvas ao longo do eixo Q.

A Figura 2.13 apresentada o rendimento global da usina em função do volume armazenado e da sua vazão turbinada. Notam-se nitidamente as quatro sub-curvas relacionadas com as quatro unidades de Emborcação. De forma geral, observa-se que o rendimento da UHE aumenta com o aumento do volume armazenado.



Figura 2.13: RG da UHE Emborcação segundo a FPH proposta.

Em seguida apresentam-se em uma mesma figura a potência gerada e o rendimento global da UHE Emborcação em relação à vazão turbinada para dois valores fixos de volume armazenado: mínimo na Figura 2.14 e máximo na Figura 2.15. Os números circulados indicam o número de unidades em operação e interceptam os pontos de máximo RG da usina.

Figura 2.14: Potência Gerada e Rendimento Global da UHE Emborcação para o seu volume armazenado mínimo.



Figura 2.15: Potência Gerada e Rendimento Global da UHE Emborcação para o seu volume armazenado máximo.



Para melhor analisar a informação presente na Figura 2.14 e na Figura 2.15, na sequência é apresentada a Tabela 2.4 com um resumo do conjunto de pontos de máximo *RG* para cada número de unidades hidrelétricas em operação da UHE Emborcação. As colunas nomeadas com  $V^{\min}$  indicam que os valores colocados nestas colunas foram obtidos fixando o volume armazenado no mínimo (analogamente ocorre com  $V^{\max}$ ).

	Máximo Rend	imento Global	Potência	ı Gerada	Vazão T	urbinada	
n	$V^{\min}$	V <sup>max</sup>	$V^{\min}$	V <sup>max</sup>	$V^{\min}$	$V^{\max}$	
	9	6	Μ	W	m	1 <sup>3</sup> /s	
1	88,69	91,15	141	238	171	189	
2	88,61	91,16	280	474	341	378	
3	88,53	91,17	415	707	510	566	
4	88,46	91,18	550	934	680	752	

Tabela 2.4: Pontos de máximo RG da UHE Emborcação para V<sup>min</sup> e V<sup>max</sup>.

Pode-se notar na Tabela 2.4 que a medida que aumenta o número de unidades hidrelétricas em operação para  $V^{\min}$ , o máximo *RG* diminui. O comportamento é oposto quando  $V^{\max}$  é considerado, ou seja, neste caso o máximo rendimento global aumenta com o aumento do número de unidades em operação. O motivo desses comportamentos pode ser explicado explorando a Figura 2.6 (curva-colina). Em geral, o  $V^{\min}$  está

associado a baixos valores de hl que, a partir dos quais, para um aumento no número de unidades em operação (aumento de q e diminuição de hl) se obtém uma diminuição no rendimento. De maneira semelhante, o  $V^{max}$  está relacionado com altos valores de hl que, a partir dos quais, para um aumento no número de unidades em operação se obtém um aumento no rendimento.

# 2.2.1 Classificação das UHEs no Brasil

Nesta seção são introduzidos os tipos de UHEs identificados no parque de geração hidrelétrica do Brasil. Vale destacar que os dois primeiros tipos estão associados a usinas com capacidade de armazenamento e os dois últimos não apresentam essa característica (UHEs fio da água).

2.2.1.1 Tipo I: UHEs com FPH dependente de Q,  $V \in S$ 

Este tipo de usina é representado por meio da seguinte expressão:

$$PH = \text{FPH}(Q, V, S). \tag{2.29}$$

A Equação (2.29) indica que a potência gerada por uma usina deste tipo está relacionada com uma função de produção que depende das variáveis Q,  $V \in S$ . Uma lista das UHEs Tipo I encontradas no Brasil é apresentado na Tabela 2.5.

No UHE	Nome UHE	No UHE	Nome UHE
1	FURNAS	25	PAI QUERE
2	M. DE MORAES	26	BARRA GRANDE
3	CACONDE	27	MACHADINHO
4	MARIMBONDO	28	QUEBRA QUEIX
5	BATALHA	29	FUNIL
6	SERRA FACAO	30	P. ESTRELA
7	BOCAINA	31	SAO DOMINGOS
8	NOVA PONTE	32	RETIRO BAIXO
9	CORUMBA IV	33	TRES MARIAS
10	CORUMBA I	34	SOBRADINHO
11	ITUMBIARA	35	ITAPARICA

Tabela 2.5: UHEs Tipo I no Brasil.

No UHE	Nome UHE	No UHE	Nome UHE
12	I. SOLTEIRA	36	P. CAVALO
13	BARRA BONITA	37	B. ESPERANCA
14	PROMISSAO	38	CORUMBA III
15	TRES IRMAOS	39	CUBATAO
16	I. SOLT. EQV	40	SERRA MESA
17	A.A. LAYDNER	41	PEIXE ANGIC
18	CHAVANTES	42	CURUA-UNA
19	SAO JERONIMO	43	TUCURUI
20	CAPIVARA	44	MANSO
21	STA CLARA PR	45	BELO MONTE
22	G.B. MUNHOZ	46	ESPORA
23	SEGREDO	47	CACU
24	SLT.SANTIAGO	48	B. COQUEIROS

Pode-se notar na Tabela 2.5 que este grupo é composto por usinas como Furnas, Ilha Solteira, Itumbiara e Tucurui, as quais apresentam grande capacidade de armazenamento e produção.

A capacidade de geração de todas as usinas deste grupo é de 49.635 MW, equivalente a 46% da capacidade do parque hidrelétrico do Brasil.

# 2.2.1.2 Tipo II: UHEs com FPH dependente de $Q \in V$

Este tipo está relacionado com as usinas que não apresentam influência da vazão vertida no canal de fuga e possuem variação na capacidade de armazenamento. A sua característica pode ser expressa através da seguinte equação:

$$PH = \text{FPH}(Q, V). \tag{2.30}$$

Na Tabela 2.6 é apresentada uma lista das UHEs Tipo II do parque hidrelétrico brasileiro.

No UHE	Nome UHE	No UHE	Nome UHE
1	CAMARGOS	9	PASSO FUNDO
2	A. VERMELHA	10	PASSO REAL
3	EMBORCACAO	11	G.P. SOUZA

Tabela 2.6: UHEs Tipo II no Brasil.

No UHE	Nome UHE	No UHE	Nome UHE
4	MIRANDA	12	JAGUARI
5	CAPIM BRANC1	13	PARAIBUNA
6	SAO SIMAO	14	SANTA BRANCA
7	P. PRIMAVERA	15	IRAPE
8	CAMPOS NOVOS	16	QUEIMADO

A capacidade de geração de todas as usinas deste grupo é de 8.690 MW, equivalente a 8% da capacidade do parque hidrelétrico do Brasil.

# 2.2.1.3 Tipo III: UHEs com FPH dependente de Q e S

As usinas Tipo III podem ser representadas por meio da seguinte expressão:

$$PH = \text{FPH}(Q, S). \tag{2.31}$$

A Equação (2.31) indica que a potência gerada por uma usina deste tipo está relacionada com uma função de produção que depende das variáveis Q e S. Segundo isto, as UHEs Tipo III do parque hidrelétrico brasileiro são as apresentadas na Tabela 2.7.

	rabela 2.7. emes mpo m no brash.						
No UHE	Nome UHE	No UHE	Nome UHE				
1	FUNIL-GRANDE	33	PICADA				
2	ESTREITO	34	SIMPLICIO				
3	IGARAPAVA	35	P. PASSOS				
4	P. COLOMBIA	36	BAU I				
5	E. DA CUNHA	37	CANDONGA				
6	A.S.OLIVEIRA	38	BAGUARI				
7	CAPIM BRANC2	39	MASCARENHAS				
8	CACH.DOURADA	40	MURTA				
9	A.S. LIMA	41	ITAPEBI				
10	IBITINGA	42	SACOS				
11	NAVANHANDAVA	43	P.AFONSO 123				
12	JUPIA	44	P.AFONSO 4				
13	PIRAJU	45	XINGO				
14	L.N. GARCEZ	46	ITAOCARA				

Tabela 2.7: UHEs Tipo III no Brasil.

No UHE	Nome UHE	No UHE	Nome UHE
15	CANOAS II	47	SA CARVALHO
16	CANOAS I	48	TRAIRA II
17	TAQUARUCU	49	JAURU
18	ROSANA	50	GUAPORE
19	ITAIPU	51	SALTO PILAO
20	FUNDAO	52	SLT VERDINHO
21	S GDE CHOPIM	53	SAO SALVADOR
22	SALTO OSORIO	54	LAJEADO
23	SAO JOAO	55	SALTO
24	CACHOEIRINHA	56	ESTREITO TOC
25	SALTO CAXIAS	57	S. QUEBRADA
26	ITA	58	SANTA ISABEL
27	MONJOLINHO	59	OLHO DAGUA
28	SAO JOSE	60	ITUMIRIM
29	PASSO S JOAO	61	ITIQUIRA II
30	JACUI	62	ITAGUACU
31	ITAUBA	63	B.MONTE COMP
32	D. FRANCISCA	64	FOZ R. CLARO

Ressalta-se na Tabela 2.7 a UHE Itaipu que embora tenha capacidade de armazenamento é operada como usina a fio da água. Este grupo representa aproximadamente o 37% da capacidade do parque hidrelétrico, com 40.157 MW.

# 2.2.1.4 Tipo IV: UHEs dependentes de Q

Finalmente as usinas que não variam a sua capacidade de armazenamento e o seu nível de jusante não é afetado pela vazão vertida são classificadas como UHEs Tipo IV.

No UHE	Nome UHE	No UHE	Nome UHE
1	ITUTINGA	15	MOXOTO
2	JAGUARA	16	COMP PAF-MOX
3	VOLTA GRANDE	17	FONTES A
4	CASTRO ALVES	18	FONTES BC
5	MONTE CLARO	19	BARRA BRAUNA
6	14 DE JULHO	20	GUILMAN-AMOR
7	FOZ CHAPECO	21	ROSAL

Tabela 2.8: UHEs Tipo IV no Brasil.

No UHE	Nome UHE	No UHE	Nome UHE
8	HENRY BORDEN	22	OURINHOS
9	SOBRAGI	23	CANA BRAVA
10	ILHA POMBOS	24	COUTO MAGALH
11	NILO PECANHA	25	PONTE PEDRA
12	FONTES	26	STA CLARA MG
13	SALTO GRANDE	27	ITIQUIRA I
14	AIMORES		

Este tipo pode ser representado por meio da seguinte expressão:

$$PH = \text{FPH}(Q). \tag{2.32}$$

Este grupo está composto por 27 UHEs, somando 10.138 MW que equivalem a 9% da capacidade total parque hidrelétrico brasileiro.

# **3** FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO E DOS CASOS DE ESTUDO

Neste capítulo tem-se como objetivo principal introduzir a formulação do problema do planejamento energético de curto prazo, o qual servirá como plataforma de testes para a obtenção dos resultados a serem apresentados na segunda parte do Capítulo 4.

O problema em questão é um modelo de otimização de vários estágios que visa a minimização do custo total de operação do sistema, no qual se considera a operação de UHEs em cascata e onde a incerteza das afluências ao longo do horizonte de estudo é desprezada (problema determinístico).

É importante mencionar que o sistema é modelado como um sistema de barra única (WOOD e WOLLENBERG, 1996) desconsiderando assim o sistema de transmissão.

Ainda neste capítulo é apresentado o equacionamento dos casos de estudo, cuja análise faz parte dos objetivos principais deste trabalho. Esses casos surgem a partir das seguintes simplificações:

- Consideração de alguns pressupostos operativos na FPH proposta. Dado que tal função é não linear e não côncava, como comentado no capítulo anterior, o problema mantém a característica de um problema de Programação Não Linear – PNL;
- Aproximação linear da FPH proposta. Tal aproximação, por ser linear, gera um problema de Programação Linear PL.

Assim, os casos de estudo são divididos em: (*i*) Casos Não Lineares – CNLs e (*ii*) Casos Lineares – CLs.

# 3.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA DE CURTO PRAZO

Na sequência são descritas as principais equações do problema do planejamento da operação energética de curto prazo abordado neste trabalho. É importante advertir que tal problema é uma simplificação do problema completo abordado pelo ONS por meio do modelo DECOMP,

cujos detalhes podem ser encontrados no seu respectivo manual (CEPEL, 2010b).

# 3.1.1 Função Objetivo

Como comentado acima, a função objetivo do problema visa minimizar o valor do custo total de operação do sistema. Esse custo é composto pelo custo do combustível das UTEs ao longo do horizonte de planejamento e a penalidade do déficit:

$$\min \sum_{t=1}^{NE} \left( \sum_{j=1}^{NT} \left( ct_{jt} PT_{jt} \right) \right), \tag{3.1}$$

em que,

NE	é o número total de estágios do horizonte de estudo
	(sem);
t	é o índice associado aos estágios, $t = 1,, NE$ ;
NT	é o número total de UTEs do sistema;
j	é o índice associado às UTEs, $j = 1,, NT$ ;
ct <sub>jt</sub>	é o custo variável unitário da j-ésima UTE no estágio t
5	(R\$/MWh);
$PT_{it}$	é a energia gerada pela j-ésima UTE no estágio t
5	(MWh).

Segundo a literatura, há duas maneiras de representar matematicamente o déficit de energia no problema: (*i*) representação por meio de uma única usina térmica fictícia de capacidade infinita com custo superior à térmica mais cara; (*ii*) modelado por meio de uma curva linear por partes, as quais representam usinas termelétricas fictícias com capacidades e custos distintos (GONÇALVES, 2011). Neste trabalho, opta-se pela modelagem (*i*). Em seguida são detalhadas as restrições do problema.

#### 3.1.2 Restrições de Atendimento à Demanda – AD

Estas restrições garantem que a energia gerada total nas UHEs e UTEs (incluindo o déficit) seja igual à demanda de energia do sistema para cada estágio do horizonte de planejamento.

$$\sum_{i=1}^{NH} PH_{it} + \sum_{j=1}^{NT} PT_{jt} = L_t,$$

$$t = 1, ..., NE,$$
(3.2)

em que,

NH	é o número total de UHEs do sistema;
i	é o índice associado à UHEs do sistema, $i = 1,, NH$ ;
$PH_{it}$	é a energia gerada pela i-ésima UHE no estágio t
	(MWh);
$L_t$	é a demanda de energia durante o estágio t (MWh).

O conjunto de restrições de AD adiciona ao modelo NE restrições.

# 3.1.3 Restrições de Conservação da Massa d'água - CM

Segundo o princípio de conservação da massa, o volume da água que aflui a um reservatório deve ser igual ao volume que deflui do mesmo, em qualquer instante de tempo. Dito de outro modo, a quantidade de volume que chega ao reservatório deve ser igual à soma dos volumes evaporado, infiltrado, deplecionado e resultante da variação do nível no reservatório durante o estágio. Desse modo, desprezando os efeitos de evaporação e da infiltração, tem-se que:

$$V_{it} - V_{i,t-1} + C \left( Q_{it} + S_{it} - \sum_{m \in M_i} (Q_{mt} + S_{mt}) \right) = C \cdot a_{it},$$
  
 $t = 1, ..., NE,$   
 $i = 1, ..., NH,$   
(3.3)

em que,

$M_i$	é o conjunto de UHEs localizadas imediatamente à
	montante da <i>i</i> -ésima UHE;
т	é o índice associado com o conjunto de $M_i$ ;
$V_{it}$	é o volume armazenado no reservatório da <i>i</i> -ésima UHE
	no final do estágio t (hm <sup>3</sup> );
$Q_{it}$	é a vazão turbinada pela <i>i</i> -ésima UHE durante o estágio
	$t (m^{3}/s);$
$Q_{mt}$	é a vazão turbinada pela <i>m</i> -ésima UHE do conjunto $M_i$
	durante o estágio $t$ (m <sup>3</sup> /s);
$S_{it}$	é a vazão vertida pela <i>i</i> -ésima UHE durante o estágio t
	$(m^{3}/s);$
$S_{mt}$	é a vazão vertida pela <i>m</i> -ésima UHE do conjunto $M_i$
	durante o estágio $t$ (m <sup>3</sup> /s);
С	é o fator de conversão da unidade de vazão (m <sup>3</sup> /s) para
	a unidade de volume (hm <sup>3</sup> ) considerando a duração do
	estágio de interesse;
$a_{it}$	é a vazão afluente incremental ao reservatório da i-
	ésima UHE no estágio t ( $m^3/s$ ).

O conjunto de restrições de CM adiciona ao modelo NH×NE restrições.

# 3.1.4 Restrições de Volume Meta – VM

Atualmente no POE, um dos objetivos do NEWAVE é calcular a FCF, a qual contém informação sobre o custo futuro de operação em função do volume armazenado (GONÇALVES, 2011). Tal função é acoplada ao DECOMP no último estágio do horizonte fazendo com que os reservatórios não sejam esvaziados. Para simular este comportamento neste trabalho opta-se pela utilização do volume meta, o qual estabelece um valor mínimo para o volume armazenado de cada UHE no último estágio do horizonte.

$$V_{ii} \ge VM_i,$$
  

$$t = NE,$$
  

$$i = 1,...,NH,$$
  
(3.4)

em que,

 $VM_i$  é o volume meta para o reservatório da *i*-ésima UHE (hm<sup>3</sup>).

A utilização do volume meta adiciona NH restrições ao modelo.

# 3.1.5 Restrições de Volume Auxiliar – VA

O volume auxiliar, V', é incorporado neste trabalho para ser utilizado como ferramenta na análise da solução do problema. Pode-se notar em (3.5) que esse volume é uma combinação linear do volume inicial do estágio t,  $V_{i,t-1}$ , e o volume final no mesmo estágio,  $V_{it}$ . Essa combinação é feita através da inclusão do conceito de fator de volume inicial, o qual é um valor entre zero e um. Por exemplo, para estudos onde a FPH depende do volume inicial, o fator será igual a um, enquanto que para avaliar o impacto da FPH dependente do volume final, o fator será igual a zero.

$$V'_{it} - F \cdot V_{i,t-1} - (1 - F)V_{it} = 0,$$
  

$$F \in [0,1],$$
  

$$t = 1, ..., NE,$$
  

$$i = 1, ..., NH,$$
  
(3.5)

em que,

- $V'_{it}$  é o volume auxiliar do reservatório da *i*-ésima UHE no estágio *t* (hm<sup>3</sup>);
- *F* é o fator de volume inicial.

A utilização das restrições de VA adiciona ao modelo *NH×NE* variáveis e *NH×NE* restrições.

# 3.1.6 Restrições das FPHs

Basicamente estas restrições definem as variáveis *PH* estabelecidas em (3.2) para as restrições de AD. Assim, conforme comentado no início deste capítulo, para os CNLs têm-se restrições não lineares de igualdade:

$$PH_{it} = \text{FPH}(Q_{it}, V'_{it}, S_{it}),$$
  

$$t = 1, ..., NE,$$
  

$$i = 1, ..., NH.$$
(3.6)

Por sua vez, para os CLs têm-se restrições lineares de desigualdade:

$$PH_{it} \leq \text{FPH}_{k} (Q_{it}, V'_{it}, S_{it}),$$
  

$$k = 1, ..., NC_{i},$$
  

$$t = 1, ..., NE,$$
  

$$i = 1, ..., NH,$$
  
(3.7)

em que,



*k* é o índice associado ao número total de cortes que compõe a FPH, *k*=1,...,*NC<sub>i</sub>*.

Para os CNLs,  $NH \times NE$  restrições são adicionadas ao modelo. Enquanto que o número de restrições que são inseridas no problema para os CLs é:

$$\left(\sum_{i=1}^{NH} NC_i\right) \times NE.$$
(3.8)

Em seguida são introduzidos os casos de estudo, os quais definem as FPHs em (3.6) e (3.7).

# 3.2 FORMULAÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO

Em seguida é apresentado o equacionamento dos CNLs e CLs que serão analisados no Capítulo 4.

# 3.2.1 Casos Não Lineares - CNLs

Como base para comparações e análises é detalhado na sequência o Caso Referência, que basicamente é a FPH proposta neste trabalho. Os demais CNLs que vão ser estudados são produto de simplificações e mudanças no Caso Referência.

# 3.2.1.1 Caso Referência – REF

Baseando-se em (2.26) e (2.27) é possível adaptar o modelo da FPH proposto ao problema do planejamento de curto prazo formulado na Seção 3.1.

$$FPH(Q_{it}, V'_{it}, S_{it}) = \max_{n \in \mathbb{Z}} \quad G \cdot \eta \cdot hl \cdot Q_{it}$$
s.a.:  $1 \le n_{it} \le NU_i$ ,  
 $Q_{it} \le \frac{n_{it}}{NU_i} Q_{it}^{max}$ , (3.9)

em que,

*n<sub>it</sub>* é o número de unidades hidrelétricas que operariam na *i*-ésima UHE durante o estágio *t*;

e,

$$\eta = r_{0i} + r_{1i} \left( \frac{Q_{it}}{n_{it}} \right) + r_{2i} h l + r_{3i} \left( \frac{Q_{it}}{n_{it}} \right) h l + r_{4i} \left( \frac{Q_{it}}{n_{it}} \right)^2 + r_{5i} h l^2, \quad (3.11)$$

$$hl = hb - pl, \tag{3.12}$$

$$hb = fcm - fcj, \tag{3.13}$$

$$fcm = a_{0i} + a_{1i} \cdot V'_{it} + a_{2i} \cdot V'_{it}^{2} + a_{3i} \cdot V'_{it}^{3} + a_{4i} \cdot V'_{it}^{4}, \qquad (3.14)$$

$$fcj = b_{0i} + b_{1i} (Q_{it} + S_{it}) + b_{2i} (Q_{it} + S_{it})^{2} + b_{3i} (Q_{it} + S_{it})^{3} + b_{4i} (Q_{it} + S_{it})^{4},$$
(3.15)

$$pl = k_{pi} \left(\frac{Q_{it}}{n_{it}}\right)^2.$$
(3.16)

É importante mencionar que para este caso F = 0.5, isto é, no Caso REF a FPH proposta é dependente do volume armazenado médio do estágio. O comportamento deste caso já foi introduzido neste trabalho na Seção 2.2.

# 3.2.1.2 Produtibilidade Específica Constante – PEC

Este caso é destacado como uma das simplificações mais comumente aplicadas na FPH. A produtibilidade específica é definida como o produto entre a constante *G* (definida em (2.3)) e o rendimento da unidade hidrelétrica. Neste caso, a PEC, dada em  $[MW/(m^3/s)/m]$  é tomada da base de dados publicada pelo ONS e multiplicada pela altura de queda líquida e a vazão turbinada para obter a produção da hidrelétrica. Isto pode ser expresso matematicamente assim:

$$\operatorname{FPH}(Q_{it}, V'_{it}, S_{it}) = \max_{n \in \mathbb{Z}} \operatorname{PEC}_{i} \cdot hl \cdot Q_{it}, \qquad (3.17)$$

sujeito a (3.10), em que hl por (3.12), hb por (3.13), fcm por (3.14), fcj por (3.15) e pl por (3.16). Na Figura 3.1 e Figura 3.2 são apresentadas as formas da FPH e o RG da UHE Emborcação quando considerado caso PEC.



Figura 3.2: RG da UHE Emborcação considerando PEC.



Pode-se notar na Figura 3.1 e Figura 3.2 que para o caso PEC as variáveis da potência gerada e o *RG* na UHE Emborcação são bem mais comportadas que no caso REF, pois é evidente que com esta consideração as sub-curvas mencionadas anteriormente desaparecem.

# 3.2.1.3 Perda Hidráulica Constante – PHC

A consideração da perda hidráulica como constante tem sido implementada com frequência em alguns trabalhos (CUNHA *et al.*, 1997; DINIZ e MACEIRA, 2008), sendo calculada como uma porcentagem da potência gerada pela usina, desprezando a sua variação em relação a Q. Isto pode ser expresso matematicamente como mostrado em (3.9), sujeito a (3.10), em que  $\eta$  é definido por (3.11), hl por (3.12), hb por (3.13), fcm por (3.14), fcj por (3.15) e,

$$pl = PHC_i. \tag{3.18}$$

O valor PHC (que foi chamado anteriormente como vp e representa as perdas por adução) utilizado neste trabalho é o registrado na base de dados do ONS como "valor perdas" fornecido em porcentagem da queda bruta ou em metros. O comportamento da potência gerada e do rendimento global deste caso é apresentado na Figura 3.3 e na Figura 3.4, respectivamente.

Figura 3.3: FPH da UHE Emborcação com PHC: (a) Potência gerada em função do volume armazenado e vazão turbinada, (b) Curvas de nível da figura da curva mostrada em (a).



Figura 3.4: RG da UHE Emborcação considerando PEC.



#### 3.2.1.4 Altura de Queda Bruta Constante – HBC

Segundo definido em (3.13), é a altura de queda bruta que relaciona a produção de energia elétrica nas UHEs com o volume armazenado no reservatório. Portanto, com esta consideração a FPH perde a dependência do volume armazenado. Isto pode ser expresso como mostrado em (3.9), sujeito a (3.10), em que  $\eta$  é definido por (3.11) , *hl* por (3.12), *pl* por (3.16) e,

$$hb = \text{HBC}_i.$$
 (3.19)

HBC é o valor da altura de queda bruta constante em metros, que é obtido ao substituir o valor do volume inicial na Equação (2.11) e considerando um nível de jusante constante igual ao "canal de fuga médio" registrado na base de dados do ONS, em metros. Em seguida são apresentados os comportamentos para a potência gerada e o RG para este caso.

Figura 3.5: FPH da UHE Emborcação com HBC: (a) Potência gerada em função do volume armazenado e vazão turbinada, (b) Curvas de nível da figura da curva mostrada em (a).





Figura 3.6: RG da UHE Emborcação considerando HBC.

Na Figura 3.5 e Figura 3.6 é corroborada a total independência da FPH em relação ao volume armazenado. Contudo, a influência por parte da vazão turbinada ainda permanece, mantendo sub-curvas ao longo do eixo Q.

3.2.1.5 Nível de Jusante Constante – NJC

O nível de jusante em metros é dado pela função de cota jusante definida em (3.15). Neste caso a expressão a direita da igualdade é substituída pelo valor NJC, o qual é o "canal de fuga médio" mencionado anteriormente. Este caso pode ser expresso matematicamente como apresentado em (3.9), sujeito a (3.10), em que  $\eta$  é definido por (3.11), *hl* por (3.12), *hb* por (3.13), *fcm* por (3.14), *pl* por (3.16) e,

$$fcj = \text{NJC}_i. \tag{3.20}$$

As figuras que descrevem o comportamento da usina para este caso, são apresentadas na sequência.



Figura 3.8: RG da UHE Emborcação considerando NJC.



Pode-se notar na Figura 3.7 e Figura 3.8 que para este caso ainda persistem as sub-curvas ao longo do eixo da vazão turbinada. Além disso, é importante ressaltar que ao considerar o nível de jusante como constante, a influência da vazão vertida no canal de fuga é desprezada.

# 3.2.1.6 Vazão vertida nula no caso REF - REF-SV

Para este caso é importante ter uma ideia do comportamento da produção de energia elétrica nas UHEs frente à variação na vazão vertida. Para tanto, é apresentada a Figura 3.9 na qual a potência gerada pela UHE Emborcação (a qual é Tipo II) está em função da vazão vertida para dois valores de volume armazenado e uma vazão turbinada fixa (80% da vazão turbinada máxima da usina).





Em geral, fixando os valores de Q e V, quando a vazão vertida aumenta, o nível de jusante também aumenta produzindo uma diminuição da altura de queda bruta do reservatório. Isto faz com que a potência gerada pela usina decresça como pode ser observado na Figura 3.9.

A implementação deste caso leva a uma mudança nas equações apresentadas para o caso REF. Esta mudança é feita na função de cota jusante, (3.15), ficando da seguinte maneira:

$$fcj = b_{0i} + b_{1i}Q_{it} + b_{2i}Q_{it}^{2} + b_{3i}Q_{it}^{3} + b_{4i}Q_{it}^{4}.$$
 (3.21)

Isto faz com que as usinas que apresentam influência da vazão vertida no canal de fuga percam essa característica, ou seja, as UHEs Tipo I se tornam do Tipo II, enquanto que as do Tipo III são modeladas como Tipo IV.

Por fim, a modelagem para a FPH deste caso é a descrita na Seção 3.2.1.1 (Caso REF) com a variante na *fcj* a qual é definida pela Equação (3.21).
# 3.2.1.7 Caso REF dependente do volume armazenado no final do estágio – REF-VF

Como mencionado na revisão bibliográfica, a maioria dos estudos desenvolvidos na área do POE utilizam um modelo da FPH que depende do volume armazenado ao final do estágio. Portanto, com a aplicação deste caso pretende-se ter uma medida do desvio entre este caso, que considera o volume armazenado ao final do estágio (F = 0,0), e o Caso REF, o qual considera o volume armazenado médio (F = 0,5). Deste modo, a modelagem para a FPH deste caso é a descrita na Seção 3.2.1.1 como Caso REF.

### 3.2.2 Casos Lineares – CLs

As aproximações lineares feitas neste trabalho são chamadas habitualmente de aproximações lineares por partes, isto é, um conjunto de desigualdades lineares que definem a função que está sendo aproximada, onde no caso da FPH, essas desigualdades lineares são do tipo menor igual. Assim, cada uma das desigualdades que definem a FPH de certa UHE é inserida no modelo como uma restrição. Na sequência é descrito o procedimento implementado neste trabalho para gerar as aproximações lineares da FPH. É importante mencionar que tal procedimento é baseado no esquema de linearização exposto em Diniz e Maceira (2008), com algumas diferenças importantes como detalhado a seguir.

Inicialmente são escolhidos p pontos equidistantes entre o valor mínimo e o máximo das variáveis  $V \in Q$  da FPH da usina que se pretende aproximar. A partir desses pontos é gerada uma grade de discretização de  $p^2$  pontos no plano VxQ, a qual resulta da combinação dos p pontos em  $V \in Q$ . Em seguida, por meio da metodologia de cálculo da FPH detalhada na Seção 2.2 (considerando S = 0), são obtidos os valores de *PH* associados a cada ponto que compõe a grade, isto é, obtêm-se  $p^2$  pontos (V, Q, PH). Esses pontos são fornecidos como dados de entrada para a função *convhull* do MATLAB, a qual retorna os pontos que fazem parte do *convex hull*. Dado que a FPH proposta neste trabalho não é côncava, para este caso em particular a função *convhull* retorna menos de  $p^2$  pontos. Com esses pontos é gerado um conjunto inicial de desigualdades, *ci*, que definem a FPH em questão. Porém, por definição o *convex hull* sempre gera um conjunto fechado (como pode ser observado na esquerda da Figura 3.10) e devido ao sinal das desigualdades, a região viável formada pelo ci não é a desejada. Portanto, por meio do algoritmo descrito em Diniz e Maceira (2008) é feita uma filtragem que permite eliminar do ci as desigualdades que causam esse problema, obtendo assim o conjunto final de desigualdades, cf. Na Figura 3.10 é ilustrado o processo de filtragem para a FPH de uma usina que só depende de Q (V=0). Nesta figura os pontos em vermelho são os pares (Q, PH) que definem a FPH da usina, enquanto que a linha preta é o convex hull fornecido pela função convhull. Notase que a região viável do ci é delimitada por uma desigualdade que está em baixo das demais. Aplicando o algoritmo proposto em Diniz e Maceira (2008) essa desigualdade é eliminada para obter a região viável desejada, a qual é definida pelo cf.



Para exemplificar de maneira simplificada 0 processo mencionado acima, utiliza-se a FPH da UHE Jaguara que é Tipo IV, ou seja, somente depende de Q.





Na Figura 3.11 e apresentada a grade de discretização gerada com p = 20. Com esses 20 valores de Q e sabendo que para a UHE Jaguara, NU = 4, se obtêm 20 valores de *PH* usando a formulação da FPH proposta neste trabalho, apresentada na Seção 2.2.

Figura 3.12: Cortes gerados pela função convhull do MATLAB.



Esses 20 pares (*Q*, *PH*) são fornecidos como dado de entrada para a função *convhull* do MATLAB, a qual retorna o *ci*. Na Figura 3.12 são ilustrados os cortes retornados por essa função.



Na Figura 3.13 os pontos em negrito definem o *ci*, e os pontos em cinza foram excluídos pela função *convhull*, indicando que não fazem parte da região convexa delimitada pela nuvem de pontos fornecida.

Nota-se que dos 20 pontos iniciais somente 11 pertencem ao *convex hull*. Observa-se também que há um corte que está em baixo dos demais que deve ser eliminado.



Na Figura 3.14 é apresentado o conjunto de pontos que pertencem ao *cf*, obtidos após a execução do algoritmo de filtragem apresentado em Diniz e Maceira (2008). Esses pontos definem a FPH da UHE Jaguara através de 9 cortes.

Finalmente adiciona-se o efeito da vazão vertida ao cf da FPH aproximada usando também a metodologia apresentada em Diniz e Maceira (2008). Em seguida são definidos os casos de aproximações lineares que são estudados neste trabalho.

	р		Nome do
	Q	V	caso
	5	5	REF-5
Aproximação do Coso PEE	10	10	<b>REF-10</b>
uo Caso KEF	20	20	REF-20
	5	5	PEC-5
Aproximação do Caso PEC	10	10	PEC-10
	20	20	PEC-20

Tabela 3.1: Casos Lineares a serem estudados.

Os casos apresentados na Tabela 3.1 procuram dar uma noção do que acontece quando o número de pontos escolhido para gerar a grade

de discretização é variado, quando aproximados os casos REF e PEC já definidos anteriormente. Por exemplo, o Caso REF-5 é aquele em que são usados 5 pontos em Q e V para obter as aproximações lineares por meio do *convex hull*.

### 3.2.3 Resumo dos casos

Em virtude da quantidade de casos a serem estudados, nesta seção é apresentado um resumo dos casos propostos nas seções anteriores.

		Tabela 5.2. Resullo uos casos de est	uuo.	
	Caso	Consideração	Tipo de problema de otimização	Solver
	REF	-		
	PEC	Produtibilidade específica constante		
	PHC	Perda hidráulica constante	Problema de	
CNL	HBC Altura de queda bruta constante		Programação	Knitro
	NJC Função de cota jusante constante		Não Linear	
	REF-SV Caso REF sem vazão vertida			
	REF-VF	Caso REF dependente do volume médio		
	REF-5	Aproximação linear do Caso REF com $p = 5$		
	REF-10	Aproximação linear do Caso REF com $p = 10$		
CI	REF-20	Aproximação linear do Caso REF com $p = 20$	Problema de	Counti
CL	PEC-5	Aproximação linear do Caso PEC com $p = 5$	Linear	Gurobi
	PEC-10 Aproximação linear do Caso PEC com $p = 10$			
	PEC-20	Aproximação linear do Caso PEC com $p = 20$		

Tabela 3.2: Resumo dos casos de estudo.

A Tabela 3.2 apresenta então um resumo dos casos propostos indicando a consideração feita em cada um deles e o *solver* que é utilizado para resolver os problemas de otimização associados.

## 4 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Os casos de estudo propostos na Seção 3.2 têm o objetivo principal de propiciar uma análise do erro relacionado com algumas considerações. Para tanto, as análises são divididas em duas partes: (*a*) quantificação e análise do erro na FPH e (*b*) quantificação e análise do erro na solução do problema do planejamento energético de curto prazo.

Na parte (*a*) é calculado o erro absoluto para um conjunto finito de pontos de operação viáveis de cada usina do sistema hidrelétrico utilizado neste trabalho.

Por sua vez, na parte (*b*) é medido o impacto de algumas considerações e aproximações que podem ser feitas na FPH no contexto da solução do problema do planejamento da operação energética de curto prazo. Neste sentido, as soluções obtidas a partir da resolução do problema em questão (para os diferentes casos de estudo propostos) são comparadas com a solução obtida para o Caso REF. Para tanto é utilizado um sistema teste com características similares às do SEB, sendo estudado para um horizonte de planejamento de dois meses com dez estágios semanais. Os dados das UHE e UTE são fornecidos pelos "Decks"<sup>4</sup> utilizados nos estudos que envolvem o PMO nos dias atuais, enquanto que os valores dos volumes iniciais e afluências dos reservatórios são aqueles publicados no site do Operador Nacional do Sistema Elétrico – ONS entre Janeiro de 2011 e Agosto de 2012.

Os coeficientes das curvas colina modeladas neste trabalho, particulares de cada unidade hidrelétrica, são obtidos por meio da utilização de uma curva colina padrão encontrada em Fortunato *et al.* (1990).

É conveniente comentar que os problemas de PNL e PL, abordados na parte (*b*) deste capítulo, são solucionados por meio dos *softwares* comerciais *Knitro* e *Gurobi*, respectivamente. Esses softwares são gerenciados usando uma linguagem de programação orientada a objetos (STROUSTRUP, 1997), em C++, utilizando o compilador *Compaq Visual C++ Professional Edition* 9.0. Os testes são executados em um computador Dell Optiplex 980 com processador Intel Core i7 e 8 GB de memória RAM.

Dado que os problemas resolvidos pelo software Knitro são não convexos, não há garantia de que as soluções encontradas por esse

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Conjunto de arquivos correspondentes aos dados de entrada do modelo DECOMP disponibilizados pelos órgãos responsáveis do SEB.

*software* sejam ótimas globais. Porém, a opção *multistart* do *Knitro* é usada para a obtenção da solução que possua o menor custo a partir da exploração de vários pontos de partida viáveis. Portanto, neste trabalho considera-se que as soluções fornecidas pelo *Knitro* são pontos ótimos locais com uma alta probabilidade de serem ótimos globais.

De forma resumida, os resultados estão divididos em três seções: (*i*) Descrição dos dados iniciais (*ii*) Erro na simplificação da FPH e (*iii*) Erro na solução do problema do planejamento energético de curto prazo. Por sua vez, o item (*iii*) está divido da seguinte maneia: análise do erro no Custo Total de Operação – CTO; análise do erro relativo médio na *PH*; análise do erro no CMO do primeiro estágio; e análise do tempo computacional.

## 4.1 DESCRIÇÃO DOS DADOS INICIAIS

O sistema hidrotérmico utilizado é composto por 20 UHEs e 20 UTEs. A potência instalada das UHEs é de 24,5 GW (72%) e das UTEs é de 9,5 GW (28%). Pode-se notar que as porcentagens de participação das UHEs e UTEs refletem as características do SEB. Por sua vez, o perfil de demanda de energia do sistema para o horizonte de estudo considerado é mostrado na Figura 4.1.



Figura 4.1: Perfil de demanda de energia do sistema.

A demanda do sistema possui um valor médio de 25.535 MWsem e uma demanda máxima de 26.650 MWsem que correspondem a 75% e 78% da capacidade instalada, respectivamente. Como mencionado no Capítulo 3, o sistema de transmissão para este sistema é desprezado devido à consideração de operação em barra única. Na sequência são descritos os sistemas hidrelétrico e termelétrico.

## 4.1.1 Sistema hidrelétrico

As UHEs estão espacialmente conectadas formando diversas cascatas como pode ser visto na Figura 4.2.



Figura 4.2: Diagrama esquemático do sistema hidrelétrico.

Nesta configuração hidrelétrica considera-se que a água que deflui de uma usina demora no máximo uma semana para atingir o reservatório a jusante, ou seja, o tempo de viagem da água pode ser desprezado dado que os estágios são semanais.

Na Tabela 4.1 são apresentados os principais dados das usinas do parque hidrelétrico. Os valores mínimos para a vazão turbinada e vertida são iguais a zero. A vazão vertida máxima foi considerada como o dobro da vazão turbinada máxima da UHE (CEPEL, 2010b).

				$Q^{\max}$	S <sup>max</sup>	$V^{\min}$	V <sup>max</sup>
UHE	Nome UHE	Тіро	No Unidades	m <sup>3</sup> /s	m³/s	hm <sup>3</sup>	hm <sup>3</sup>
1	Machadinho	Ι	3	1311	2622	2283	3340
2	GB Munhoz	Ι	4	1376	2752	1974	5779
3	Segredo	Ι	4	1268	2536	2562	2950
4	Salto Santiago	Ι	4	1576	3152	2662	6775
5	Furnas	Ι	8	1688	3376	5733	22950
6	Marimbondo	Ι	8	2944	5888	890	6150
7	Três Marias	Ι	6	924	1848	4250	19528
8	Serra da Mesa	Ι	3	1215	2430	11150	54400
9	Sobradinho	Ι	6	4278	8556	5447	34116
10	Itumbiara	Ι	6	3222	6444	4573	17027
11	Passo Fundo	Π	2	104	208	185	1589
12	Agua Vermelha	II	6	2958	5916	5856	11025
13	Emborcação	II	4	1048	2096	4669	17725
14	São Simão	II	6	2670	5340	7000	12540
15	Porto Primavera	Π	14	8904	17808	14400	20000
16	Salto Caxias	III	4	2100	4200	3573	3573
17	Ita	III	5	1590	3180	5100	5100
18	Jupia	III	14	8344	16688	3354	3354
19	Jaguara	IV	4	1076	2152	450	450
20	Volta Grande	IV	4	1584	3168	2244	2244

Tabela 4.1: Dados das UHEs do sistema.

Pode-se observar na Tabela 4.1 que o sistema é composto por 10 UHEs Tipo I, 5 Tipo II, 3 Tipo III e 2 Tipo IV, o qual equivale a 50%, 25%, 15% e 10% da quantidade de usinas do sistema, respectivamente. Os volumes meta são considerados como 10% do volume útil do reservatório de cada UHE, para todos os cenários de afluência estudados. Os coeficientes das funções *fcm*, *fcj*,  $\eta$  e os valores das constantes  $k_p$  de cada uma das UHEs são apresentados no Apêndice A.

# 4.1.2 Sistema termelétrico

Na Tabela 4.2 são apresentados os principais dados das usinas que compõem o parque termelétrico. Os valores mínimos para a potência gerada são iguais a zero.

		<b>PT</b> <sup>max</sup>	ct
UTE	Nome UHE	MWh	R\$/MWh
1	Cuiabá	480	6,40
2	Angra II	1350	12,61
3	Angra I	657	15,51
4	Fortaleza	347	59,75
5	Pernambuco	638	70,00
6	FAFEN	151	71,29
7	Uruguaina	638	81,96
8	TermoBahia	186	87,12
9	Macaé	923	97,15
10	Eletrobolt	386	100,40
11	NorteFluminense	869	108,00
12	Três Lagoas	240	110,48
13	Porto Médici A	320	115,00
14	Porto Médici B	126	115,00
15	Jorge Lacerda C	363	116,12
16	TermoRio	793	124,77
17	Camaçari	347	130,50
18	Jorge Lacerda B	262	154,14
19	Jorge Lacerda A2	132	159,96
20	Nova Pirati	386	180,00

Tabela 4.2: Dados das UTEs do sistema.

Como mencionado anteriormente, o déficit é modelado como uma UTE com capacidade infinita e custo variável unitário de 600 R\$/MWh. Na sequência são definidos os cenários a serem simulados e os problemas de otimização a serem resolvidos para a obtenção de uma medida do erro na solução do problema do planejamento energético de curto prazo.

## 4.1.3 Cenários estudados

Segundo comentado anteriormente, o problema modelado neste trabalho é caracterizado como determinístico. É importante mencionar que as afluências e os volumes iniciais de cada cenário a estudar são independentes. Esses valores de afluência e volume inicial para cada cenário são os publicados no site do ONS (Dezembro de 2012), como resultados do PMO. Assim, por exemplo, os meses Janeiro/2011 e Fevereiro/2011 compõem um cenário de dez semanas operativas (cinco semanas para cada um deles), sendo os volumes iniciais do horizonte os associados a Janeiro/2011. Cada cenário é relacionado com um identificador na Tabela 4.3.

l abela 4	Tabela 4.5: Cenarios estudados.									
Identificador	Cenários PMO	No. Semanas								
1	Jan-Fev/11	10								
2	Mar-Abr/11	10								
3	Mai-Jun/11	10								
4	Jul-Ago/11	10								
5	Set-Out/11	10								
6	Nov-Dez/11	10								
7	Jan-Fev/12	10								
8	Mar-Abr/12	10								
9	Mai-Jun/12	10								
10	Jul-Ago/12	10								

Tabela 4.3: Cenários estudados.

Já na Tabela 4.4 apresentam-se os volumes iniciais para cada usina e cenário, em porcentagem do volume útil do respectivo reservatório.

THE		Cenários												
UHE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
1	69	100	91	85	98	75	32	31	8	63				
2	85	95	95	42	100	99	56	0	24	91				
3	88	100	83	76	100	100	80	0	36	99				
4	56	100	98	81	100	96	83	0	54	100				
5	59	95	99	94	83	67	70	95	85	78				
6	24	73	91	85	78	55	34	80	73	69				
7	54	75	95	89	66	51	66	89	91	83				
8	0	0	0	0	0	0	0	77	78	72				
9	52	49	84	95	95	88	51	88	78	55				
10	15	39	98	98	83	51	35	61	57	46				
11	82	79	86	88	99	92	72	0	31	33				
12	23	84	100	97	77	64	50	80	81	64				
13	24	42	69	72	66	58	63	87	82	76				
14	33	50	87	94	98	72	73	91	89	89				
15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				

Tabela 4.4: Volume inicial (% do volume útil) para cada cenário e UHE.

Em seguida são apresentados os valores de afluência ao longo do horizonte de planejamento para cada cenário e para uma usina de cada tipo introduzido na Seção 2.2.1. A informação completa sobre as afluências é apresentada no Apêndice B.



Figura 4.3: Comportamento das afluências ao longo do horizonte de planejamento para as usinas Machadinho, Emborcação, Itá e Jaguara.

Na Figura 4.3 pode-se ressaltar a grande variabilidade das afluências ao longo do horizonte de planejamento para cada cenário. Além da variabilidade nos volumes iniciais de cada cenário, a variabilidade nas afluências também garante a exploração de um grande número de pontos de operação para as usinas do sistema.

### 4.1.4 Dimensão dos problemas de otimização

Após o cálculo das aproximações mencionadas na Seção 3.2.2, na Tabela 4.5 é apresentado uma síntese do número de cortes de cada aproximação por UHE.

	Número de cortes da aproximação da FPH									
UHE	REF-5	<b>REF-10</b>	<b>REF-20</b>	PEC-5	PEC-10	<b>PEC-20</b>				
1	19	56	199	13	29	65				
2	10	39	92	11	31	65				
3	15	54	219	12	28	61				
4	16	50	178	11	26	63				
5	19	59	220	13	29	65				
6	17	65	233	11	30	65				
7	16	57	189	13	31	65				
8	18	55	182	13	28	62				
9	19	62	204	11	32	67				
10	18	66	215	13	29	68				
11	13	50	182	19	77	294				
12	18	59	207	13	29	62				
13	18	56	205	14	29	66				
14	19	59	196	13	33	66				
15	29	101	309	31	115	376				
16	6	10	25	10	22	48				
17	6	13	21	8	21	46				
18	8	23	48	9	24	49				
19	3	5	9	4	7	19				
20	3	5	8	4	9	19				
Total (NC)	289	944	3141	245	659	1691				

Tabela 4.5: Número de cortes que conformam as FPHs das UHE para cada aproximação proposta.

Ao comparar na Tabela 4.5 o número de cortes dos casos REF-5 e PEC-5, pode-se notar que na maioria das UHEs o Caso REF-5 apresenta mais cortes que no Caso PEC-5. Isto pode ser claramente verificado quando comparados os casos REF-10/PEC-10 e REF-20/PEC-20. Nas figuras apresentadas na sequência são ilustradas as aproximações lineares REF-5 e PEC-5 para a UHE Emborcação.



Figura 4.4: Convex hull da FPH da UHE Emborcação para o Caso REF-5.

Figura 4.5: Convex hull da FPH da UHE Emborcação para o Caso PEC-5.



A Figura 4.4 apresenta o *convex hull* da FPH ilustrada na Figura 2.11. Por sua vez, a Figura 4.5 apresenta o *convex hull* da FPH esboçada na Figura 3.1. Na Figura 4.4 podem ser identificados três pontos vermelhos que não pertencem ao *convex hull* do Caso PEC-5 (Figura 4.5). Do mesmo modo, na Figura 4.5 identificam-se dois pontos vermelhos que não fazem parte do *convex hull* do Caso REF-5. Essa diferença entre o *cf* desses casos causa então um número diferente de cortes, como pode ser observado na Tabela 4.5 para a UHE Emborcação (13).

Em geral, a FPH é naturalmente definida como uma função côncava, devido a sua forma. Porém, conforme visto ao longo deste

trabalho, as FPHs estudadas apresentam regiões côncavas e convexas. Dado que o *convex hull* tende a aproximar as regiões côncavas da FPH (desprezando as regiões convexas), uma FPH que possui grandes regiões côncavas terá mais cortes que uma FPH com pequenas regiões côncavas.

A partir dos valores de *NE*, *NH*, *NT* e *NC* já conhecidos, pode-se ter noção do tamanho do problema de otimização a ser resolvido para cada caso de estudo. A Tabela 4.6 apresenta um resumo dos tamanhos de cada problema.

	Caso	Variáveis	Restrições	
	REF	1210	630	
	PEC	1210	630	
	PHC	1210	630	
CNL	HBC	1210	630	
	NJC	1210	630	
	REF-SV	1210	630	
	REF-VF	1210	630	
	REF-5	JC 1210 63   F-SV 1210 63   F-VF 1210 63   EF-5 1210 33   F-10 1210 98	3320	
	REF-10		9870	
CT	REF-20	1210	31840	
CL	PEC-5	1210	2880	
	PEC-10	1210	7020	
	PEC-20	1210	17340	

Tabela 4.6: Dimensão dos problemas de otimização.

Da Tabela 4.6 é importante destacar que o número de pontos da grade de discretização utilizados para a geração da representação da FPH, impacta diretamente no tamanho do problema. Em seguida são apresentadas as análises propostas neste trabalho dividindo-as em análise para os CNLs e CLs.

## 4.2 ERRO NA SIMPLIFICAÇÃO DA FPH

Em geral, ao simplificar uma função, que inicialmente é definida como a função referência, sempre vai existir um erro associado com tal simplificação. No caso abordado neste trabalho, a implementação dos casos de estudo definidos anteriormente produz um erro para cada ponto de operação estudado. Assim, para qualquer ponto de operação o erro absoluto é definido como o módulo da diferença entre o valor da FPH simplificada e o valor da FPH real (referência). Por exemplo, na Figura 4.6 é feita uma comparação entre a FPH do Caso REF e a FPH do Caso PEC na UHE Emborcação fixando o volume armazenado no seu limite máximo.





Pode-se observar que os maiores erros aparecem na faixa [600-1048]  $m^3$ /s sendo que o maior erro é obtido quando a vazão turbinada é máxima. Particularmente, os desvios apresentados nesta comparação são causados pela consideração de um rendimento que não depende do número de unidades em operação.

Nota-se que a simplificação origina erros que podem ser medidos ponto a ponto. Assim, para um número finito de pontos de operação, *w*, pode-se obter *w* valores de erro. Neste sentido, para ter uma estimativa global do erro originado por uma simplificação, opta-se pelo cálculo da média dos erros. É importante mencionar que o número de pontos de operação *w* usado para o cálculo da média do erro influencia significativamente no resultado. Neste sentido, na sequência são apresentadas duas tabelas que sintetizam o cálculo do erro absoluto médio (EAM) produzido por algumas das simplificações definidas como casos de estudo, considerando *w* = 200x200x200 para as UHEs Tipo I, *w* = 200x200 para as UHEs Tipo II - III e *w* = 200 para as UHEs Tipo IV. Também é apresentada a porcentagem que o EAM representa na capacidade total da usina.

			Caso						
IIIIE	Nome LILE	Tine	PE	C	PH	I <b>C</b>	NJ	C	
UHE	Nome UHE	11po	EAM (MW)	%	EAM (MW)	%	EAM (MW)	%	
1	Machadinho	Ι	11,8	1,03	2,4	0,21	26,8	2,35	
2	GB Munhoz	Ι	15,0	0,89	3,5	0,21	25,3	1,51	
3	Segredo	Ι	14,7	1,17	3,9	0,31	7,8	0,62	
4	Salto Santiago	Ι	24,2	1,70	4,7	0,33	19,2	1,35	
5	Furnas	Ι	20,3	1,54	3,0	0,23	6,7	0,51	
6	Marimbondo	Ι	24,1	1,62	5,4	0,36	65,9	4,43	
7	Três Marias	Ι	6,6	1,66	1,0	0,26	4,0	1,01	
8	Serra da Mesa	Ι	27,9	2,19	7,8	0,62	9,7	0,76	
9	Sobradinho	Ι	17,1	1,63	4,0	0,38	64,3	6,13	
10	Itumbiara	Ι	22,2	0,98	5,8	0,25	62,1	2,72	
11	Passo Fundo	II	3,4	1,49	1,3	0,58	0,1	0,04	
12	Agua Vermelha	II	13,2	0,95	2,9	0,21	38,2	2,74	
13	Emborcação	II	13,8	1,16	3,2	0,27	3,6	0,30	
14	São Simão	II	16,3	0,95	1,9	0,11	46,6	2,73	
15	Porto Primavera	II	23,7	1,54	4,7	0,31	53,9	3,50	
16	Salto Caxias	III	14,0	1,13	2,1	0,17	11,4	0,92	
17	Ita	III	26,6	1,83	4,2	0,29	11,1	0,77	
18	Jupia	III	18,3	1,18	4,5	0,29	164,7	10,61	
19	Jaguara	IV	3,7	0,87	1,0	0,24	6,3	1,48	
20	Volta Grande	IV	4,3	1,14	0,5	0,13	2,9	0,76	
5	Sistema hidrelétric	0	321,1	1,32	67,9	0,28	630,6	2,58	

Tabela 4.7: Erro absoluto médio na FPH de cada UHE para alguns CNLs.

Os valores ressaltados em cinza na Tabela 4.7 estão associados aos casos com maior EAM para cada UHE. Pode-se notar que, na média, o caso que menos erro absoluto gera na simplificação da FPH é o Caso PHC para todas as UHEs.

É importante mencionar que embora existam valores de EAM da ordem de 60 MW no Caso NJC, estes não representam um desvio importante quando comparados com a capacidade de geração das UHEs.

No Caso NJC, a UHE Jupia apresenta o maior EAM o qual equivale a 10,61 % da sua capacidade total de geração.

Por sua vez, no Caso PEC a usina que mais erro apresenta é a UHE Serra da Mesa, cujo EAM equivale a 2,19 % da sua capacidade de geração total.

		Ca	Caso					
UHE	Nome UHE	Tino	RE	F-5	REF	-10	REF	-20
UHE	Nome UHE	тро	EAM (MW)	%	EAM (MW)	%	EAM (MW)	%
1	Machadinho	Ι	17,55	1,54	15,06	1,32	13,71	1,20
2	GB Munhoz	Ι	47,06	2,81	50,54	3,02	39,90	2,38
3	Segredo	Ι	11,87	0,94	7,05	0,56	6,34	0,50
4	Salto Santiago	Ι	34,58	2,44	34,76	2,45	20,14	1,42
5	Furnas	Ι	18,49	1,41	13,90	1,06	11,45	0,87
6	Marimbondo	Ι	58,70	3,94	62,24	4,18	17,42	1,17
7	Três Marias	Ι	10,04	2,54	8,60	2,17	8,62	2,18
8	Serra da Mesa	Ι	27,13	2,13	22,96	1,80	22,38	1,76
9	Sobradinho	Ι	38,38	3,65	38,90	3,70	17,79	1,69
10	Itumbiara	Ι	65,92	2,89	37,35	1,64	29,48	1,29
11	Passo Fundo	II	2,77	1,23	2,45	1,08	2,45	1,09
12	Agua Vermelha	II	16,00	1,15	11,98	0,86	11,96	0,86
13	Emborcação	II	21,21	1,78	18,63	1,56	18,41	1,54
14	São Simão	II	17,12	1,00	13,08	0,76	13,16	0,77
15	Porto Primavera	II	6,16	0,40	2,03	0,13	1,39	0,09
16	Salto Caxias	III	8,32	0,67	5,69	0,46	5,71	0,46
17	Ita	III	10,26	0,71	8,52	0,59	9,25	0,64
18	Jupia	III	34,33	2,21	38,25	2,47	39,34	2,54
19	Jaguara	IV	2,78	0,66	1,70	0,40	1,56	0,37
20	Volta Grande	IV	2,41	0,63	1,48	0,39	1,39	0,37
	Sistema hidrelétrico	)	451,1	1,85	395,2	1,62	291,9	1,20

Tabela 4.8: Erro absoluto médio na FPH de cada UHE para alguns CLs.

Na Tabela 4.8 pode-se evidenciar um comportamento comum entre UHEs ressaltadas em negrito. Para tais UHEs, quando *p* aumenta, se produz uma diminuição no EAM na FPH, isto é, o EAM atende o seguinte comportamento:  $EAM_{REF-5} > EAM_{REF-10} > EAM_{REF-20}$ . Para as UHEs restantes observa-se que não há um comportamento definido quando *p* é incrementado.

Para tentar explicar este comportamento deve-se relembrar que os pontos usados para a geração da grade de discretização fornecida para a função *convhull* do MATLAB são escolhidos de maneira equidistante entre os limites mínimos e máximos das variáveis de controle/estado de cada UHE. Essa escolha de pontos não é adequada uma vez que a grande maioria desses pontos podem não fazer parte do *cf* que define o

*convex hull* da FPH em questão. Assim, a escolha de pontos que delimitem regiões "mal comportadas" pode ser desnecessária. Por exemplo, não é recomendável a escolha de pontos que compõem as regiões definidas pela união de sub-curvas, dado que são regiões muito mal comportadas e que por natureza não fazem parte do *convex hull* da função. Contudo, nota-se que para o sistema hidrelétrico completo, o EAM diminui quando o p aumenta.

# 4.3 ERRO NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO

Conforme comentado anteriormente, basicamente nesta seção se compara a solução obtida quando solucionado o problema do planejamento de curto prazo (Seção 3.1) para FPHs modeladas como descrito no Caso REF, contra a solução obtida quando as FPHs são modeladas como nos demais casos propostos. Como resultado dessa comparação, são obtidos os erros associados a essas considerações os quais são estudados e analisados.

## 4.3.1 Análise do Erro no Custo Total de Operação - CTO

Dado que em sistemas hidrotérmicos geralmente é desejado ter altos valores de geração hidrelétrica, nesta seção são introduzidos dois conceitos que facilitam a análise do erro no CTO. Os seguintes conceitos caracterizam aos casos de estudo da seguinte maneira:

- Caso otimista: Fornece uma política de geração hidrelétrica com valores acima do esperado, produzindo um CTO menor que o CTO do Caso REF.
- Caso pessimista: Fornece uma política de geração hidrelétrica com valores abaixo do esperado, produzindo um CTO maior que o CTO do Caso REF.

# 4.3.1.1 Casos Não Lineares

Na Figura 4.7 apresenta-se o CTO (em milhões de R\$) para os CNLs e cenários simulados.



#### Figura 4.7: CTO do sistema para os CNLs.

■REF □PEC □PHC ■HBC ■NJC □REF-SV ■REF-VF

Os cenários 6, 7, 8 e 9 são cenários de baixa afluência conforme pode ser visto nos altos custos de geração termelétrica, apresentados na Figura 4.7. Por sua vez, os cenários restantes refletem as altas afluências registradas em 2011 e meados de 2012.

Em princípio pode-se notar também que o CTO do Caso PEC é significativamente menor que o do Caso REF para todos os cenários analisados, sendo o Cenário 3 é o de menor desvio (R\$ 0,834 milhões). Entretanto, o CTO do Caso PHC se mostra ligeiramente próximo ao do Caso REF, sendo o Cenário 9 é o de maior desvio (R\$ 0,034 milhões). Na Tabela 4.9 é apresentado um resumo quantitativo do comportamento observado na Figura 4.7. Os números em negrito indicam os cenários com maior desvio, enquanto que os números em cinza ressaltam àqueles com menor erro.

	Erro absoluto no CTO (Milhoes de R\$)										
Caso	Cenários									Média	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
PEC	0,959	0,930	0,834	0,902	0,864	0,954	1,024	1,127	0,957	0,887	0,944
PHC	0,026	0,021	0,012	0,026	0,027	0,027	0,033	0,012	0,034	0,023	0,024
HBC	0,006	0,499	0,856	0,888	0,892	0,990	0,298	0,502	0,860	0,816	0,661
NJC	0,162	0,199	0,212	0,200	0,153	0,131	0,207	0,212	0,170	0,143	0,179
REF-SV	0,032	0,020	0,017	0,019	0,019	0,009	0,022	0,050	0,023	0,021	0,023
REF-VF	0,003	0,056	0,092	0,085	0,099	0,084	0,041	0,067	0,094	0,098	0,072

Tabela 4.9: Erro absoluto entre os CNLs e o Caso REF em Milhões de R\$.

Pode-se notar na Tabela 4.9 que, na média, o caso que mais erro apresenta é o Caso PEC com R\$ 0,944 milhões, enquanto que os casos PHC e REF-SV apresentam os menores desvios com R\$ 0,024 milhões e R\$ 0,023 milhões, respectivamente.

Para observar os desvios individualmente, na Figura 4.8 apresenta-se o erro relativo no CTO em relação ao Caso REF.



Figura 4.8: Erro relativo no CTO para os CNLs e cenários simulados.

Pode-se notar na Figura 4.8 que os casos PEC, HBC, NJC e REF-SV se mostram como considerações otimistas (isto é, fornecem um

custo de operação menor em relação ao Caso REF) para todos os cenários analisados. Caso contrário ocorre com os casos PHC e REF-VF que são caracterizados como pessimistas. Porém, os casos PEC e HBC apresentam desvios muito elevados, sendo os casos PHC e REF-SV os que fornecem um CTO mais próximo do considerado como real.

Observando a Figura 4.7 e a Figura 4.8, nota-se uma correlação entre a magnitude do erro e o valor das afluências para cada cenário nos casos PEC, PHC, NJC e REF-SV. Para esses casos, nos cenários de muita afluência (1, 2, 3, 4, 5 e 10) o erro é maior que nos cenários restantes onde há pouca afluência.

Dado que o Cenário 8 fornece os menores erros, na Tabela 4.10 é apresentada uma comparação entre o *RG* do Caso REF e o *RG* do Caso PEC ao longo do horizonte de planejamento para esse cenário. Os grandes desvios obervados anteriormente para o Caso PEC podem ser analisados a partir dos dados apresentados nessa tabela. Para cada estágio e UHE é ressaltado em cinza o maior valor de volume armazenado.

					Rendi	mento	o Glob	al (%)			
UHE	Caso					Está	igios				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	REF	73,9	87,5	75,2	81,7	81,5	71,4	71,2	81,0	85,0	89,7
1	PEC	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	90,8
2	REF	83,2	88,9	89,7	89,3	89,5	88,6	88,5	88,3	88,3	86,5
2	PEC	92,0	91,9	91,7	91,7	91,7	91,6	91,7	91,9	91,9	91,9
REF	REF	80,9	80,4	90,0	90,9	90,9	90,8	90,6	90,9	90,4	87,9
3	PEC	92,0	92,0	91,7	91,5	91,5	91,5	91,6	91,6	91,6	91,9
4 R P	REF	85,9	85,9	85,8	90,7	93,5	93,7	93,8	93,6	86,7	86,1
	PEC	90,0	90,0	90,0	90,0	89,9	89,8	89,6	89,1	88,3	88,3
5	REF	83,0	83,0	82,5	82,3	82,0	81,9	81,5	81,3	80,9	80,8
	PEC	87,1	87,1	87,1	87,1	87,0	87,0	87,0	87,0	87,0	86,9
6	REF	81,2	82,7	82,4	81,5	81,2	81,2	81,2	81,2	81,3	81,2
0	PEC	85,6	85,7	85,7	85,6	85,6	85,6	85,6	85,6	85,6	85,6
7	REF	84,0	81,6	81,5	81,5	81,4	81,4	81,4	81,3	81,3	81,2
/	PEC	86,4	86,3	86,3	86,3	86,3	86,3	86,3	86,3	86,2	86,2
0	REF	83,0	83,0	83,0	83,0	83,0	83,0	82,9	82,7	82,6	82,5
0	PEC	90,3	90,3	90,3	90,3	90,3	90,3	90,3	90,3	90,3	90,3
0	REF	83,8	83,8	83,7	83,6	83,5	83,4	83,3	83,1	83,0	82,8
9	PEC	90,3	90,3	90,3	90,3	90,2	90,2	90,2	90,2	90,2	90,2
10	REF	82,4	82,5	82,6	82,7	82,7	82,5	82,1	81,6	81,0	80,3
10	PEC	88,9	88,9	88,9	88,9	88,9	88,9	88,8	88,8	88,8	88,7
11	REF	87,5	80,2	81,5	81,5	88,4	88,4	88,4	88,4	86,7	87,6
11	PEC	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	90,4

Tabela 4.10: Rendimento global ao longo do horizonte para o Cenário 8 nos Casos REF e PEC.

		Rendimento Global (%)										
UHE	Caso	Estágios										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
12	REF	86,3	85,4	85,0	84,6	84,3	84,1	83,8	83,5	83,5	83,5	
12	PEC	89,1	89,1	89,1	89,1	89,1	89,0	89,0	89,0	89,0	89,0	
13	REF	82,9	82,3	81,8	81,0	80,2	79,5	79,2	78,9	78,4	77,9	
	PEC	87,9	87,8	87,8	87,7	87,7	87,6	87,6	87,6	87,6	87,5	
14	REF	86,9	85,9	85,8	85,7	85,6	85,4	85,2	85,0	84,9	84,8	
	PEC	91,5	91,5	91,5	91,5	91,4	91,4	91,4	91,4	91,4	91,4	
15	REF	83,9	84,2	84,3	84,3	84,3	84,4	84,5	84,8	84,9	84,8	
	PEC	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,4	91,4	91,4	91,4	91,4	
16	REF	89,5	84,6	84,7	90,3	87,5	90,4	90,3	90,6	90,7	90,6	
	PEC	92,0	92,0	92,0	92,0	91,9	91,9	91,8	91,7	91,5	91,4	
17	REF	84,4	88,8	93,5	87,8	85,4	78,0	80,1	72,7	93,0	93,0	
17	PEC	90,9	90,9	90,9	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	90,8	
10	REF	80,9	82,6	82,6	82,6	82,6	82,6	82,6	82,6	82,6	82,6	
18	PEC	87,6	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	
19	REF	86,4	86,4	86,4	86,4	86,4	86,4	86,4	86,4	86,4	86,4	
	PEC	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	
20	REF	86,7	86,7	86,7	86,7	86,7	86,7	86,7	86,7	86,7	86,7	
	PEC	91,4	91,4	91,4	91,4	91,4	91,4	91,4	91,4	91,4	91,4	

Pode-se notar na Tabela 4.10 que para todas as UHEs o comportamento do RG no Caso PEC, se mantém quase constante ao longo do horizonte de planejamento. Por sua vez, o RG no Caso REF apresenta uma maior variação. Além disso, pode-se observar que para todas as UHEs e estágios, o RG do Caso PEC é significativamente maior que o RG do Caso REF. Dado que a maior rendimento a tendência é maior produção de energia, esse perfil de altos valores de RG no Caso PEC torna este caso em otimista.

Conforme comentado na Seção 2.1.1, a constante  $k_p$  é calculada de modo que o valor de PHC somente seja atingido quando q é máxima, no caso em que a perda hidráulica é considerada variável em função de q. Partindo desse fato, na Figura 4.9 é feita uma comparação entre a altura de queda líquida dos casos REF e PHC. As porções em cinza indicam os valores que podem ser assumidos por hl para ambos os casos.





Nota-se na Figura 4.9 que o máximo valor de hl que pode ser assumido no Caso PHC é (no máximo) igual ao mínimo valor que pode ser assumido por hl no Caso REF. Portanto, em geral o Caso REF sempre vai ter um valor de hl maior que no Caso PHC o qual se traduz em uma maior capacidade de geração. Em conclusão, isto faz com que o Caso PHC se mostre como pessimista.

Em princípio, a presença de vazão vertida no reservatório produz uma diminuição na altura de queda bruta que consequentemente leva à diminuição da produção de energia na usina, como é observado na Figura 3.9. Por causa disto, na ausência da vazão vertida a geração hidrelétrica aumenta, embora não seja um aumento significativo. Em conclusão, isto faz com que o Caso REF-SV se mostre como otimista.

A Tabela 4.11 apresenta uma comparação entre o volume médio (VM) e o volume final (VF) armazenado nos reservatórios das UHEs Tipo I e II ao longo do horizonte de planejamento, também para o Cenário 8. Para cada estágio e UHE é ressaltado em cinza o maior valor de volume armazenado.

		Volume armazenado (hm³) Estágios									
UHE	Caso										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	REF (VM)	2627	2680	2690	2702	2754	2711	2579	2517	2482	2377
1	REF-VF	2648	2711	2668	2737	2771	2651	2507	2526	2438	2315
2	REF (VM)	2155	2448	2636	2703	2705	2614	2496	2396	2232	2064
2	REF-VF	2335	2560	2713	2694	2716	2511	2480	2312	2153	1974
3	REF (VM)	2596	2659	2711	2763	2825	2888	2933	2913	2839	2683
	REF-VF	2631	2687	2736	2790	2861	2916	2950	2876	2803	2562

Tabela 4.11: Volume armazenado ao longo do horizonte para o Cenário 8 nos Casos REF e REF-VF.

		Volume armazenado (hm <sup>3</sup> )										
UHE	Caso	Estágios										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4	REF (VM)	2714	2813	2922	3132	3343	3476	3577	3457	3118	2796	
4	REF-VF	2766	2861	2983	3281	3405	3547	3607	3307	2930	2662	
5	REF (VM)	20788	18882	17584	16294	15046	13673	12196	10806	9417	8040	
3	REF-VF	19538	18226	16942	15645	14448	12898	11494	10118	8717	7363	
6	REF (VM)	5619	6150	6150	6150	6150	6150	6150	6150	6150	6108	
0	REF-VF	6150	6150	6150	6150	6150	6150	6150	6150	6150	6067	
7	REF (VM)	17107	16249	15999	15772	15543	15432	15420	15287	15046	14810	
	REF-VF	16381	16117	15880	15663	15422	15441	15398	15176	14917	14702	
8	REF (VM)	44513	44632	44743	44820	44842	44744	44511	44221	43897	43525	
	REF-VF	44572	44692	44795	44846	44838	44650	44373	44069	43725	43324	
0	$\operatorname{REF}\left(\operatorname{VM}\right)$	30679	30128	28989	27934	26879	26049	25382	24605	23779	22830	
9	REF-VF	30711	29545	28434	27434	26323	25775	24989	24221	23338	22322	
10	$\operatorname{REF}\left(\operatorname{VM}\right)$	12294	12552	12811	13088	13206	12536	11315	10144	8969	7769	
10	REF-VF	12417	12687	12934	13242	13171	11901	10728	9559	8380	7159	
11	REF (VM)	187	190	194	198	203	208	198	188	193	190	
11	REF-VF	188	192	196	200	207	210	186	189	196	185	
12	$\operatorname{REF}\left(\operatorname{VM}\right)$	9902	9854	9902	9902	9902	9943	9902	9902	9902	9902	
12	REF-VF	9819	9889	9916	9889	9916	9971	9834	9971	9834	9971	
13	$\operatorname{REF}\left(\operatorname{VM}\right)$	15152	13485	11839	10195	8667	7771	7375	6955	6507	6039	
	REF-VF	14314	12656	11022	9368	7966	7577	7174	6737	6278	5801	
14	$\operatorname{REF}\left(\operatorname{VM}\right)$	12232	12492	12540	12540	12540	12540	12471	12207	11907	11443	
	REF-VF	12444	12540	12540	12540	12540	12540	12403	12011	11803	11082	
15	REF (VM)	15093	16294	17116	17754	18455	18967	19219	19397	19539	19709	
15	REF-VF	15785	16803	17429	18080	18829	19104	19334	19459	19619	19799	

Além de que na maioria dos casos VM é maior que VF, note-se que nas UHEs com alta capacidade de armazenamento (7, 9, 13) o VM é significativamente maior que o VF. Neste sentido, quando considerado o VM é produzida mais energia hidrelétrica que no caso em que é considerado VF, tornando assim ao Caso REF-VF em pessimista.

## 4.3.1.2 Casos Lineares

Na Figura 4.10 apresenta-se o CTO (em milhões de R\$) para os CLs e cenários simulados.



Figura 4.10: CTO do sistema para os CLs e cenários simulados.

■REF □REF-5 □REF-10 ■REF-20 □PEC-5 ■PEC-10 ■PEC-20

Na Figura 4.10 pode-se notar que a aproximação da FPH proposta neste trabalho por meio de aproximações lineares fornece erros pouco relevantes, como pode ser visto na Tabela 4.12. Porém, como era esperado segundo o analisado anteriormente para o caso PEC, a aproximação do mesmo não fornece resultados satisfatórios quando se trata do CTO do sistema.

Ao aumentar o número de pontos p usado para a geração da grade de discretização utilizada para o cálculo dos cortes que compõem a aproximação linear por partes, espera-se uma maior aderência da mesma à função original. Isto se vê traduzido em uma suposta diminuição do desvio entre elas levando a uma diminuição do erro na solução quando resolvido o problema de otimização. Entretanto, neste caso se observa que o aumento de p não leva à diminuição do erro no CTO, mas sim à diminuição do CTO. Na Tabela 4.12 resumem-se os desvios apresentados na Figura 4.10.

Erro absoluto no CTO (Milhões de R\$)											
Caso	Cenário										
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 1									10	
REF-5	0,033	0,041	0,009	0,010	0,038	0,047	0,037	0,126	0,005	0,047	0,039
REF-10	0,032	0,019	0,057	0,028	0,020	0,026	0,048	0,157	0,085	0,011	0,048
REF-20	0,042	0,032	0,068	0,038	0,031	0,044	0,064	0,167	0,103	0,022	0,061
PEC-5	1,009	0,968	0,872	0,932	0,876	1,002	1,088	1,216	1,049	0,915	0,993
PEC-10	1,023	0,983	0,882	0,943	0,889	1,018	1,105	1,228	1,065	0,932	1,007
PEC-20	1,026	0,986	0,884	0,945	0,891	1,021	1,108	1,230	1,067	0,934	1,009

Tabela 4.12: Erro absoluto entre os CLs e o caso REF em Milhões de R\$.

Nota-se na Tabela 4.12 que a aproximação da FPH proposta a partir de uma grade de cinco pontos em  $Q \in V$  fornece uma média do erro absoluto no CTO mais baixa que a média dos casos de dez e vinte pontos. Destaca-se que todas as aproximações apresentam seus maiores erros no cenário oito (cenário mais seco). Em seguida analisa-se o erro relativo no CTO.

Figura 4.11: Erro Relativo no CTO para os CLs e cenários simulados.



Pode-se observar na Figura 4.11 que os casos REF-5, REF-10 e REF-20 proporcionam soluções muito próximas à obtida no Caso REF. Ressalta-se que o Caso REF-5 fornece soluções pessimistas, enquanto que os casos REF-10 e REF-20 geram soluções otimistas. Por sua vez, as aproximações lineares dos casos PEC-5, PEC-10 e PEC-20 geram soluções com CTOs muito otimistas.

#### 4.3.2 Análise do Erro Relativo Médio na PH – ERM

Após resolução do problema de otimização, os valores das variáveis *PH*, *Q*, V' e *S* são substituídos em (4.1) para deste modo calcular o erro relativo médio da política de geração do parque hidrelétrico do sistema.

$$\text{ERM} = \frac{1}{NH \cdot NE} \sum_{t=1}^{NE} \sum_{i=1}^{NH} \left[ \left( \frac{\|PH_{it} - \text{FPH}(Q_{it}, V'_{it}, S_{it})\|}{\text{FPH}(Q_{it}, V'_{it}, S_{it})} \right) 100 \right]$$
(4.1)

É importante mencionar que o valor  $\text{FPH}(Q_{it}, V'_{it}, S_{it})$  citado acima é sempre obtido com o equacionamento do Caso REF descrito na Seção 3.2.1.1. Esta medida de erro, para o estudo da FPH, é descrita com maior detalhe em Diniz e Maceira (2008).

#### 4.3.2.1 Casos Não Lineares

Na Figura 4.12 apresenta-se o ERM (em %) para os CNLs e cenários simulados.



Figura 4.12: ERM para os CNLs e cenários simulados.

□PEC □PHC □HBC ■NJC □REF-SV ■REF-VF

Pode-se observar na Figura 4.12 que o caso PHC apresenta um ERM menor que 0,4% para todos os cenários analisados. Porém, nota-se que o Caso REF-SV apresenta erros imperceptíveis, sendo o caso que menos erro gera. Por sua vez, os casos PEC e HBC fornecem erros significativos (acima de 5,0% para todos os cenários). Já no caso NJC pode-se ver que os erros não superam 3,0 %.

Todavia, com esta medida de erro o caso que geralmente apresenta maior desvio é o HBC. Isto não coincide com as análises feitas para o erro no CTO, em que o caso PEC sempre apresenta o maior desvio.

Na Figura 4.13 é feita uma comparação entre a altura de queda bruta dos casos (a) REF - HBC e (b) REF - NJC. As porções em cinza indicam os valores que podem ser assumidos por hb para ambos os casos.



Em princípio, pode-se notar na Figura 4.13(a) que a produção de energia elétrica no Caso REF poderia ser maior que a produção do Caso HBC. Entretanto, nota-se na Figura 4.8 que o Caso HBC fornece custos de operação mais baixos (níveis mais altos de geração hidráulica) que o Caso REF, o qual indica que a altura de queda bruta equivalente do sistema no Caso HBC foi maior que a fornecida pelo Caso REF para os cenários analisados. Isto torna ao Caso HBC em otimista.

O raciocínio mencionado acima pode ser utilizado para analisar a Figura 4.13(b). Segundo esse raciocínio e conforme observado na Figura 4.8 pode-se concluir que o Caso NJC pode fornecer soluções com níveis de geração hidráulica maiores às do Caso REF.

Considerando que o valor das perdas hidráulicas é igual para esses casos, em princípio pode-se concluir que a capacidade de geração de energia é maior no Caso NJC que no HBC visto que no NJC a altura de queda bruta pode assumir valores mais altos. Porém, o valor de HBC depende do volume armazenado no início do horizonte de planejamento. Assim, para estimativas de volumes iniciais altos a produção de energia na usina para o Caso HBC poderia atingir valores mais altos que os fornecidos pelo Caso NJC.

#### 4.3.2.2 Casos Lineares

Na Figura 4.14 apresenta-se o ERM (em %) para os CLs e cenários simulados.



#### Figura 4.14: ERM para os CLs e cenários simulados.

□REF-5 □REF-10 □REF-20 □PEC-5 □PEC-10 ■PEC-20

Conforme visto na Figura 4.14 os casos REF-5, REF-10 e REF-20 apresentam baixos valores de erro, os quais são sempre menores que os erros apresentados pelos casos PEC-5, PEC-10 e PEC-20. Ressalta-se que os máximos erros estão relacionados com o cenário mais seco (Cenário 8), o qual confere a análise feita para o erro no CTO nos CLs.

Em geral, nota-se que não existe um padrão de comportamento do erro quando é aumentado o número de pontos da grade de discretização. Além disso, percebe-se que os maiores erros são obtidos no cenários mais seco (Cenário 8).

#### 4.3.3 Análise do Erro no CMO do primeiro estágio

Uma das principais funções da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica – CCEE é realizar a contabilização dos montantes de energia elétrica comercializados no SEB, bem como liquidar a compra e venda de energia elétrica no Mercado de Curto Prazo – MCP. Para a valoração dos montantes liquidados no MCP é utilizado o PLD. Tal valor é determinado com base na comparação do CMO com certos limites máximo e mínimo estabelecidos pela ANEEL. Para altos valores de CMO, o PLD é fixado no máximo valor que o PLD pode assumir, enquanto que para baixos valores de CMO, o PLD é fixado no mínimo que ele pode assumir. Assim, o CMO da primeira semana do modelo de otimização usado no modelo DECOMP é utilizado para liquidar todo tipo de transação no MCP.

Uma vez que o CMO é base para as liquidações no mercado de energia, ressalta-se quão importante é a análise das simplificações aplicadas à FPH. Portanto, nesta seção são avaliados os desvios nos CMOs obtidos para os casos de estudo propostos neste trabalho.

4.3.3.1 Casos Não Lineares

Na Figura 4.15 apresenta-se o erro absoluto no CMO do primeiro estágio (em R\$/MWh) para os CNLs e cenários simulados.



Figura 4.15: CMO do primeiro estágio para os CNLs e cenários simulados.

Em geral pode-se concluir da Figura 4.16 que não há um padrão de comportamento dos CMOs dos casos de estudo em relação ao CMO do Caso REF. Contudo, pode-se observar que o CMO no Caso PEC é consideravelmente menor que o CMO obtido no Caso REF em todos os cenários. Por sua vez, na maioria dos cenários os CMOs dos casos HBC e NJC são menores que o CMO do Caso REF. Na Figura 4.16 apresenta-se o erro relativo do CMO (em %) em relação ao Caso REF.



Figura 4.16: Erro Relativo no CMO do primeiro estágio para os CNLs e cenários simulados.

Com a Figura 4.16 confirma-se a não existência de um padrão nos desvios do CMO dos casos PEC, PHC, HBC, NJC, REF-SV e REF-VF em relação ao CMO do Caso REF.

### 4.3.3.2 Casos Lineares

Na Figura 4.17 apresenta-se o erro absoluto no CMO do primeiro estágio (em R\$/MWh) para os CLs e cenários simulados.


Figura 4.17: CMO do primeiro estágio para os CLs e cenários simulados.

■REF □REF-5 □REF-10 □REF-20 □PEC-5 □PEC-10 ■PEC-20

Na Figura 4.17 pode-se notar que os CMOs dos casos REF-5, REF-10 e REF-20 são muito próximos aos CMOs do Caso REF. Caso contrário ocorre com os CMOs dos casos PEC -5, PEC -10 e PEC-20, os quais apresentam CMOs significativamente menores que o do Caso REF. Isto pode ser visto na seguinte figura.



## Figura 4.18: Erro Relativo no CMO do primeiro estágio para os CLs e cenários simulados.

□REF-5 □REF-10 □REF-20 □PEC-5 □PEC-10 □PEC-20

Nota-se na Figura 4.18 que para o 70 % da totalidade dos cenários estudados, o desvio nos CMOs dos casos PEC-5, PEC-10 e PEC-20 são maiores que 4,0 %, alcançando erros de 12 %. Por sua vez, nos casos REF-5, REF-10 e REF-20, em 80 % dos cenários analisados apresentaram desvios menores que 1,0 %.

### 4.3.4 Análise do tempo de resolução dos problemas de otimização

Uma análise do tempo computacional na resolução de cada um dos problemas de otimização advindos da implementação de cada caso de estudo é relevante quando se pretende comparar soluções. Portanto, nesta seção são comparados os tempos registrados pelos pacotes computacionais *Knitro* e *Gurobi* ao solucionar os problemas mencionados anteriormente. Todos os tempos apresentados na sequência estão dados em segundos.

### 4.3.4.1 Casos Não Lineares

Na Tabela 4.13 apresenta-se o tempo computacional empregado pelo modelo implementado neste trabalho para resolver os CNLs para cenários simulados.

			Т	empo	com	putac	ional	(s)			
Caso					Cen	ários					Média
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
REF	82,0	71,9	82,2	92,9	56,6	62,3	53,2	120,3	63,9	86,3	77,2
PEC	1,4	1,7	1,5	1,6	7,5	1,5	1,2	1,5	1,3	15,4	3,5
PHC	84,9	49,1	73,6	53,1	91,5	77,3	58,8	85,7	84,5	86,1	74,5
HBC	44,3	30,0	40,9	20,5	20,3	46,9	20,0	75,2	65,5	20,2	38,4
NJC	57,7	52,3	54,4	25,2	29,6	45,7	32,3	77,4	65,9	83,3	52,4
REF-SV	86,0	101,9	30,1	42,5	40,4	50,8	32,5	78,6	85,4	121,8	67,0
REF-VF	94,1	67,0	26,5	33,8	25,2	73,5	60,2	74,9	43,0	3,9	50,2

Tabela 4.13: Tempos computacionais registrados para os CNLs.

A partir dos tempos computacionais observados na Tabela 4.13, observa-se que na média o caso que menos demora em ser resolvido é o Caso PEC, apresentando uma média de aproximadamente 3,5 s. Na Figura 3.1 pode-se observar que ao considerar a produtibilidade específica como constante, a FPH se torna suave em comparação aos demais CNLs, e consequentemente mais fácil de ser abordada pelo *Knitro*. O contrário ocorre com os casos PHC, HBC, NJC, REF-SV e REF-VF onde a média dos tempos computacionais é maior a 30 s, o qual pode ser devido à presença das "sub-curvas" que tornam o problema mais difícil de ser resolvido.

Com base na média dos tempos computacionais, pode-se ver que percentualmente o caso que provoca a maior redução no tempo computacional é o Caso PEC, apresentando um 95,5 % de redução do tempo. Na seguinte tabela mostra-se um resumo para este análise.

	Caso KEF.
Caso	Redução do tempo computacional (%)
PEC	95,5
PHC	3,5
HBC	50,3
NJC	32,1
REF-SV	13,2
REF-VF	34,9

Tabela 4.14: Redução do tempo computacional nos CNLs em relação ao Caso REF.

Na Tabela 4.14 pode-se notar que, na média, o Caso HBC fornece uma redução de tempo de aproximadamente 50 %, o qual é devido a que este caso independe do volume armazenado.

Ressalta-se que, na média, todas as simplificações reduziram o tempo computacional em relação ao Caso REF.

### 4.3.4.2 Casos Lineares

Na Tabela 4.15 apresenta-se o tempo computacional empregado pelo modelo implementado neste trabalho para resolver os CLs para cenários simulados.

				Temp	o com	putacio	onal (s)	)			
Caso					Cen	ários					Média
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
REF	82,00	71,90	82,16	92,94	56,64	62,30	53,20	120,32	63,88	86,26	77,16
REF-5	0,07	0,06	0,27	0,28	0,17	0,07	0,06	0,08	0,08	0,15	0,13
REF-10	0,42	0,59	0,60	0,37	0,60	0,87	0,58	0,63	0,81	0,89	0,64
REF-20	0,72	0,97	0,99	0,59	1,07	1,05	0,95	1,03	1,03	1,09	0,95
PEC-5	0,22	0,39	0,41	0,39	0,40	0,39	0,39	0,40	0,42	0,39	0,38
PEC-10	0,26	0,42	0,44	0,43	0,45	0,45	0,43	0,46	0,45	0,45	0,42
PEC-20	0,48	0,64	0,69	0,63	0,65	0,71	0,67	0,68	0,90	0,80	0,68

Tabela 4.15: Tempos computacionais registrados para os CLs.

Na Tabela 4.15 são apresentados os tempos computacionais registrados nos CLs, além do tempo registrado no Caso REF. Vale

mencionar que neste caso não há ponto de comparação entre o tempo do Caso REF e o tempo dos CLs dado que a dimensão dos problemas de otimização associados a estes é diferente. Contudo, esta comparação permite concluir que embora os problemas relacionados aos CLs apresentem mais restrições que no Caso REF, o tempo de resolução deste último se mostra significativamente maior em comparação aos CLs.

Nota-se que tanto para os casos REF-\* e como para os casos PEC-\*, a medida que aumenta o número de pontos que geram as suas respectivas grades de discretização (isto é, aumenta o número restrições), o tempo computacional aumenta. Nota-se também que embora o Caso REF-5 tenha mais restrições (3320) que o Caso PEC-5 (2280), para todos os cenários o Caso REF-5 é resolvido em menos tempo.

### 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 5.1 CONCLUSÕES

Ao longo deste trabalho são abordados alguns aspectos relevantes referentes à modelagem da função de produção das usinas hidrelétricas no contexto da solução do problema do planejamento energética de curto prazo em sistemas hidrotérmicos. O objetivo geral consiste em propor uma modelagem da FPH que reflita o comportamento da usina de uma maneira mais próxima à realidade, de tal forma que possam ser avaliadas as distintas simplificações que têm sido feitas na literatura referente ao caso em procura da minimização do tempo e esforço computacional quando solucionado o problema em questão propondo uma FPH que considere a modelagem das unidades hidrelétricas que compõem as usinas.

A modelagem das unidades hidrelétricas detalhada e utilizada neste trabalho compila grande parte dos trabalhos desenvolvidos nos últimos anos no LabPlan, no contexto da PDO, bem como outros importantes trabalhos apresentados na literatura.

A modelagem das UHEs proposto neste trabalho parte da consideração de algumas suposições, as quais levam a que a FPH proposta seja dependente de n, além de Q,  $V \in S$ . Dado isto, a FPH de uma UHE em particular é explorada, concluindo que o comportamento e a forma da FPH está influenciado pelo número de unidades em operação.

O conceito de rendimento global da usina é introduzido e analisado neste trabalho, concluindo que quando o reservatório está na sua capacidade mínima de armazenamento e n aumenta, o máximo RG diminui. Porém, quando o volume armazenado é o máximo possível, o máximo RG aumenta quando se aumenta n.

Grande parte da capacidade hidrelétrica instalada no Brasil é fornecida por usinas do Tipo I, ou seja, UHEs com capacidade de armazenamento e canais de fuga afetados pela vazão vertida.

Dado que a FPH proposta neste estudo representa o comportamento da UHE de uma maneira mais próxima à realidade, alguns casos de estudo são indicados buscando medir o impacto de algumas das simplificações que têm sido feitas na literatura, quando comparadas com esse FPH proposta.

Devido às simplificações na FPH encontradas na literatura, propõem-se alguns casos de estudos que representam àquelas simplificações com o intuito de obter uma medida do desvio entre a solução obtida para o problema do planejamento energético de curto prazo quando utilizadas tais simplificações. Esses casos de estudo são divididos em CNLs e CLs.

Em princípio, observando as figuras que mostram o comportamento da FPH e do *RG* para os CNLs, o Caso PEC se mostra com comportamentos suaves quando comparados com o comportamento apresentado pelo Caso REF. Já nos casos PHC, HBC, NJC, REF-SV e REF-VF, o comportamento é similar ao do Caso REF.

A partir dos resultados obtidos para os CNLs, pode-se concluir que o caso que apresenta os maiores desvios para todos os cenários estudados em relação ao CTO, ERM na FPH e CMO do primeiro estágio, é o Caso PEC, destacando-se como um caso significativamente otimista. Porém, este caso registra os menores tempos computacionais quando solucionados os seus respectivos problemas não lineares, o qual demonstra que neste caso a FPH é "bem comportada" e fácil de tratar pelo solver. Por sua vez, os casos PHC e REF-SV são os que menos erro apresentam, no entanto estes precisam de mais tempo que o Caso PEC para serem resolvidos. Em seguida é apresentado um resumo do observado nos resultados.

_	Erro no CTO	ERM na PH	Erro no CMO	Tempo
Mais	PEC	HBC	PEC	Menos PEC
1	HBC	PEC	HBC	HBC
	NJC	NJC	NJC	REF-VF
	REF-VF	REF-VF	REF-SV	NJC
$\checkmark$	PHC	PHC	REF-VF	REF-SV
Menos	REF-SV	REF-SV	PHC	Mais PHC

Tabela 5.1: Resumo das análises feitas no Capítulo 4.

Na Tabela 5.1 observa-se que a não consideração da vazão vertida na solução do problema abordado neste trabalho pode originar soluções muito próximas de uma solução considerada como mais realista, registrando tempos computacionais interessantes.

Nota-se também que o Caso HBC gera soluções com grandes desvios nas variáveis analisadas (CTO, ERM na *PH* e CMO do primeiro estágio). Isto pode ser devido a que neste caso a geração por parte das UHEs não depende do volume armazenado.

Já nos CLs, pode-se concluir que, em geral, o aumento do número de pontos que gera a grade de discretização não leva a uma diminuição dos desvios nas variáveis analisadas e sim aumenta o tempo computacional requerido para a solução dos problemas de otimização associados. Assim, o Caso REF-5 apresenta soluções muito próximas à considerada como real, sendo soluções pessimistas para todos os cenários analisados.

Computacionalmente, pode-se concluir que o *Knitro* mostra um bom desempenho na resolução dos PNLs propostos neste trabalho. No mesmo sentido, o *Gurobi* apresenta uma grande eficiência na resolução de PLs, alcançando tempos menores a 1,0 s na maioria dos casos.

### 5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Uma extensão que pode ser feita a partir deste trabalho é a consideração de usinas com mais de um grupo operativo, isto é, usinas com unidades hidrelétricas com diferentes características. Deste modo a Consideração 1, mencionada na Seção 2.2 precisa ser excluída.

Em vista de que o *Knitro* alcançou um desempenho razoavelmente bom, alguns pontos de partida viáveis e mais próximos à solução esperada podem ser explorados em busca de uma melhoria na eficiência do mesmo. A utilização das soluções obtidas com o *Gurobi* como a base para a estimação de pontos de partidas mais próximos à solução do caso não linear (Caso REF) pode ser uma opção interessante.

Neste trabalho, o conjunto de pontos de operação escolhido para a geração da grade de discretização utilizada para a aproximação linear do Caso REF é obtida por meio da combinação de valores de Q e V igualmente espaçados entre os respectivos valores mínimos e máximos dessas variáveis. Ou seja, não há certeza de que os pontos escolhidos sejam pontos comumente operados na UHE. Portanto, para trabalhos futuros podem ser exploradas grades de discretização que contenham pontos de operação que sejam normalmente atingidos na realidade, em procura da obtenção menores desvios na vizinhança destes pontos. Na Figura 5.1 é esboçado o aprimoramento sugerido acima. Por exemplo, sabendo que pontos de operação mais comuns estão localizados na região cinza, podem ser escolhidos mais pontos sobre tal região.



Outro CL que é importante analisar é o uso do fator de correção citado em Diniz e Maceira (2008).

# APÊNDICE A: VALORES DOS COEFICIENTES DAS FUNÇÕES *fcm*, *fcj*, $\eta$ E DOS VALORES DE *k<sub>p</sub>*

UHE	Nome UHE	<i>a</i> <sub>0</sub>	<i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub>	<i>a</i> <sub>3</sub>	$a_4$
1	Machadinho	4,01E+02	5,01E-02	-1,57E-05	3,30E-09	-2,88E-13
2	GB Munhoz	6,51E+02	3,50E-02	-6,50E-06	7,78E-10	-3,95E-14
3	Segredo	5,53E+02	2,47E-02	-2,10E-06	0,00E+00	0,00E+00
4	Salto Santiago	4,48E+02	1,82E-02	-2,87E-06	3,00E-10	-1,27E-14
5	Furnas	7,35E+02	3,50E-03	-1,97E-07	6,92E-12	-9,77E-17
6	Marimbondo	4,18E+02	1,12E-02	-2,29E-06	2,91E-10	-1,48E-14
7	Três Marias	5,30E+02	6,08E-03	-4,84E-07	2,20E-11	-3,85E-16
8	Serra da Mesa	3,91E+02	2,77E-03	-4,36E-08	2,90E-13	0,00E+00
9	Sobradinho	3,74E+02	1,40E-03	-5,35E-08	1,16E-12	-9,55E-18
10	Itumbiara	4,71E+02	7,28E-03	-5,61E-07	2,60E-11	-4,85E-16
11	Passo Fundo	5,80E+02	2,22E-02	-1,41E-05	6,34E-09	-1,15E-12
12	Agua Vermelha	3,52E+02	5,00E-03	-2,74E-07	7,10E-12	0,00E+00
13	Emborcação	5,68E+02	1,45E-02	-1,20E-06	5,83E-11	-1,12E-15
14	São Simão	3,58E+02	8,62E-03	-8,84E-07	5,29E-11	-1,24E-15
15	Porto Primavera	2,39E+02	2,50E-03	-1,26E-07	3,05E-12	-2,57E-17
16	Salto Caxias	3,25E+02	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
17	Ita	3,70E+02	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
18	Jupia	2,80E+02	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
19	Jaguara	5,59E+02	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
20	Volta Grande	4,95E+02	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 6.1: Coeficientes de fcm.

Tabela 6.2: Coeficientes de fcj.

UHE	Nome UHE	$b_0$	$b_1$	$b_2$	<i>b</i> <sub>3</sub>	$b_4$
1	Machadinho	3,72E+02	1,93E-03	-8,53E-08	2,38E-12	-2,62E-17
2	GB Munhoz	6,02E+02	1,11E-03	4,21E-07	-8,31E-11	4,76E-15
3	Segredo	4,90E+02	6,08E-05	2,92E-07	-2,32E-11	4,56E-16
4	Salto Santiago	3,94E+02	2,11E-03	-7,92E-08	2,35E-12	-2,71E-17
5	Furnas	6,72E+02	1,02E-03	-1,80E-07	2,51E-11	0,00E+00
6	Marimbondo	3,81E+02	1,41E-03	-2,01E-08	1,06E-13	0,00E+00
7	Três Marias	5,15E+02	1,61E-03	-2,55E-07	2,89E-11	-1,18E-15
8	Serra da Mesa	3,33E+02	1,34E-03	8,82E-08	-1,63E-11	0,00E+00
9	Sobradinho	3,60E+02	1,96E-03	-2,97E-07	2,51E-11	-7,70E-16
10	Itumbiara	4,33E+02	1,60E-03	-8,18E-08	3,17E-12	0,00E+00
11	Passo Fundo	3,35E+02	8,17E-03	-5,67E-06	0,00E+00	0,00E+00
12	Agua Vermelha	3,23E+02	-4,58E-04	3,99E-07	-4,22E-11	1,40E-15
13	Emborcação	5,19E+02	3,94E-03	-3,60E-07	4,33E-11	-2,60E-15
14	São Simão	3,23E+02	4,05E-04	4,20E-08	-2,00E-12	2,91E-17
15	Porto Primavera	2,34E+02	7,08E-04	-2,52E-08	4,65E-13	-3,26E-18
16	Salto Caxias	2,58E+02	6,21E-04	-1,72E-08	2,28E-13	1,22E-20
17	Ita	2,61E+02	3,01E-03	-5,64E-07	6,79E-11	-3,03E-15
18	Jupia	2,53E+02	5,79E-04	1,44E-08	-1,42E-12	2,61E-17
19	Jaguara	5,10E+02	1,77E-03	-7,40E-08	1,12E-11	-4,80E-16
20	Volta Grande	4,66E+02	8,72E-04	-7,38E-08	6,34E-12	-1,90E-16

UHE	Nome UHE	<i>r</i> <sub>0</sub>	<i>r</i> <sub>1</sub>	<i>r</i> <sub>2</sub>	<i>r</i> <sub>3</sub>	$r_4$	<i>r</i> 5
1	Machadinho	3,59E-01	2,35E-03	3,61E-03	8,13E-06	-4,91E-06	-3,12E-05
2	GB Munhoz	-5,01E-01	4,78E-03	1,15E-02	-2,40E-06	-7,62E-06	-4,23E-05
3	Segredo	3,59E-01	3,21E-03	3,19E-03	9,81E-06	-9,13E-06	-2,44E-05
4	Salto Santiago	3,92E-01	2,97E-03	1,98E-03	4,10E-06	-5,73E-06	-1,40E-05
5	Furnas	3,59E-01	5,04E-03	3,90E-03	1,88E-05	-2,25E-05	-3,65E-05
6	Marimbondo	3,59E-01	2,92E-03	5,94E-03	1,66E-05	-7,58E-06	-8,43E-05
7	Três Marias	3,59E-01	6,98E-03	7,00E-03	4,68E-05	-4,33E-05	-1,17E-04
8	Serra da Mesa	3,59E-01	2,53E-03	3,00E-03	7,27E-06	-5,69E-06	-2,15E-05
9	Sobradinho	3,59E-01	1,43E-03	1,29E-02	1,77E-05	-1,81E-06	-3,99E-04
10	Itumbiara	3,59E-01	1,94E-03	4,38E-03	8,13E-06	-3,33E-06	-4,59E-05
11	Passo Fundo	4,34E-01	1,54E-02	1,09E-03	2,00E-05	-2,44E-04	-3,57E-06
12	Agua Vermelha	3,59E-01	2,11E-03	6,57E-03	1,33E-05	-3,96E-06	-1,03E-04
13	Emborcação	3,59E-01	4,02E-03	2,70E-03	1,04E-05	-1,43E-05	-1,74E-05
14	São Simão	3,59E-01	2,29E-03	4,95E-03	1,08E-05	-4,65E-06	-5,86E-05
15	Porto Primavera	3,59E-01	1,58E-03	1,85E-02	2,81E-05	-2,22E-06	-8,23E-04
16	Salto Caxias	3,59E-01	1,94E-03	5,37E-03	9,96E-06	-3,33E-06	-6,91E-05
17	Ita	2,45E-01	2,89E-03	6,66E-03	1,87E-05	-9,18E-06	-5,74E-05
18	Jupia	3,59E-01	1,77E-03	1,65E-02	2,79E-05	-2,77E-06	-6,51E-04
19	Jaguara	3,59E-01	3,82E-03	7,97E-03	2,91E-05	-1,30E-05	-1,52E-04
20	Volta Grande	3,59E-01	2,57E-03	1,32E-02	3,25E-05	-5,87E-06	-4,18E-04

Tabela 6.3: Coeficientes de η.

Tabela 6.4: Constantes k<sub>p</sub>.

UHE	Nome UHE	$k_p (s^2/m^5)$
1	Machadinho	5,60E-06
2	GB Munhoz	1,49E-05
3	Segredo	1,89E-05
4	Salto Santiago	1,08E-05
5	Furnas	2,20E-05
6	Marimbondo	6,99E-06
7	Três Marias	2,53E-05
8	Serra da Mesa	2,13E-05
9	Sobradinho	9,84E-07
10	Itumbiara	3,34E-06
11	Passo Fundo	2,69E-03
12	Agua Vermelha	2,44E-06
13	Emborcação	2,41E-05
14	São Simão	2,22E-06
15	Porto Primavera	8,90E-07
16	Salto Caxias	2,18E-06
17	Ita	1,98E-05
18	Jupia	8,33E-07
19	Jaguara	8,17E-06
20	Volta Grande	1,27E-06

### 7

### APÊNDICE B: VALORES DAS AFLUÊNCIAS

		1 av	cia 7.1	L. AII	utitu	as uu	Utila	10 1.		
					Afluênc	ia (m³/s)				
UHE					Está	igios				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	63	22	31	50	20	452	546	559	386	1126
2	1090	853	773	794	762	1729	1218	1105	1007	913
3	96	115	104	107	103	154	176	158	142	109
4	104	152	219	133	227	193	236	130	371	132
5	658	1398	1373	844	1293	1007	844	924	1022	1042
6	226	1601	1716	1834	870	1571	1921	1697	1353	1092
7	1213	1082	1078	1326	1146	935	401	510	561	601
8	1023	1068	1202	1296	1279	1230	1420	1468	1324	1321
9	1513	1812	2395	2763	3129	3326	1784	1368	1788	2916
10	401	332	275	301	188	491	667	681	357	257
11	54	56	49	40	40	54	44	39	40	38
12	450	430	477	413	1159	1177	572	512	421	440
13	465	479	452	465	477	469	473	485	437	452
14	2409	2565	2108	1971	1662	1353	1513	1474	1908	1755
15	1169	619	1727	4313	3191	2621	2477	2686	2345	1767
16	358	316	301	290	309	594	439	383	414	327
17	192	236	241	219	209	646	504	514	429	764
18	622	3063	3706	1268	1029	508	1072	1208	1436	562
19	18	20	20	16	25	11	18	18	20	21
20	117	131	128	97	146	70	103	104	118	120

### Tabela 7.1: Afluências do Cenário 1.

## Tabela 7.2: Afluências do Cenário 2.

					Alluenc	ia (m <sup>-</sup> /s)				
UHE					Está	igios				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	233	42	198	159	3	13	17	14	71	15
2	2247	800	665	655	467	612	614	511	485	563
3	145	95	79	77	55	84	99	81	76	91
4	408	132	959	500	946	62	64	50	26	9
5	587	749	680	677	709	820	727	673	592	569
6	622	1413	1321	1126	879	1427	1509	1118	922	773
7	423	746	577	675	599	1771	1530	1208	893	830
8	951	1018	1119	1200	1082	1744	1576	1262	1231	970
9	928	1098	1598	1978	1407	3874	3993	3695	3286	2785
10	129	335	291	681	351	1535	1028	788	969	294
11	29	32	33	26	25	9	16	19	17	7
12	373	596	358	415	518	738	395	535	440	325
13	287	341	409	359	304	1487	927	772	656	524
14	1790	2111	1868	1620	1544	2931	2710	1978	1433	1826
15	557	3	419	347	464	1177	287	1113	1032	620
16	839	286	464	341	397	216	263	222	208	181
17	590	172	263	187	152	150	100	54	182	81
18	178	475	806	911	692	1070	1100	480	421	331
19	14	19	17	17	18	22	19	16	15	14
20	87	99	90	89	95	144	102	88	80	76

					Afluênc	ia (m <sup>3</sup> /s)				
UHE					Está	igios				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	272	222	238	271	123	149	230	143	151	154
2	420	522	516	573	662	234	333	445	669	710
3	67	46	89	99	39	73	66	83	41	124
4	57	12	17	6	9	21	30	7	16	53
5	409	434	422	412	394	393	382	356	352	335
6	748	881	726	714	657	542	560	509	467	425
7	528	468	393	370	368	295	273	262	246	238
8	739	600	532	494	475	545	512	450	447	395
9	1214	1020	949	925	874	942	913	886	853	831
10	313	22	1	165	194	176	166	188	198	154
11	91	86	84	87	60	53	51	72	71	67
12	318	307	286	263	332	234	243	305	261	212
13	303	275	254	233	224	197	194	177	165	150
14	1248	1090	950	996	932	919	897	860	811	754
15	1405	1400	1334	1258	1323	1305	1393	1563	1345	1357
16	220	194	190	274	283	147	195	173	209	355
17	348	358	392	376	304	230	282	298	352	323
18	512	568	497	451	525	599	648	654	568	586
19	13	9	9	9	8	8	7	7	7	6
20	85	56	54	53	49	53	46	44	43	42

Tabela 7.3: Afluências do Cenário 3.

Tabela 7.4: Afluências do Cenário 4.

					Afluênc	<b>ia (m</b> <sup>3</sup> /s)				
UHE					Está	ígios				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	148	43	290	26	284	305	93	98	509	879
2	789	872	835	769	683	1725	1208	1111	983	772
3	125	132	127	118	94	245	193	141	128	104
4	146	173	64	67	51	292	197	666	254	288
5	319	314	314	295	278	308	298	279	269	259
6	462	501	464	444	422	361	375	337	327	297
7	225	224	222	199	196	179	174	163	159	161
8	310	279	279	267	245	209	210	168	165	180
9	756	774	788	780	759	682	659	636	619	606
10	192	140	106	153	128	60	59	63	69	62
11	246	97	117	107	89	174	186	126	103	87
12	297	265	259	251	221	240	198	209	196	223
13	153	166	173	149	136	136	133	126	123	120
14	740	704	709	642	615	609	588	557	549	528
15	898	991	929	842	622	793	772	766	692	637
16	361	398	348	324	295	788	552	634	465	403
17	311	161	301	83	406	854	641	551	612	676
18	377	411	344	259	378	455	404	354	359	331
19	7	6	6	6	5	6	5	5	5	4
20	46	37	36	34	31	40	32	30	29	29

					Afluênci	<b>ia (m</b> <sup>3</sup> /s)							
UHE		Estágios											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1	322	23	179	138	426	19	260	87	8	186			
2	2081	1753	1648	1751	1734	736	693	791	746	656			
3	268	255	239	255	252	130	110	125	118	103			
4	504	346	824	557	741	147	447	183	84	345			
5	211	225	232	220	220	169	173	182	212	253			
6	297	325	320	332	313	190	249	241	243	406			
7	139	147	152	154	154	76	95	114	150	202			
8	201	196	193	191	198	128	133	150	245	245			
9	564	543	550	535	531	478	477	516	560	655			
10	63	87	68	69	66	85	16	13	66	50			
11	103	89	109	128	119	70	74	72	65	65			
12	128	157	205	183	223	157	237	191	234	14			
13	127	131	123	123	125	95	91	81	86	123			
14	459	472	465	453	436	413	446	495	536	710			
15	591	514	469	758	708	668	660	709	662	539			
16	988	743	842	768	841	370	431	391	350	399			
17	707	411	658	590	716	522	550	521	432	392			
18	532	545	623	624	620	365	375	409	370	497			
19	4	4	4	4	4	3	2	2	2	3			
20	28	24	25	24	24	20	16	18	21	26			

Tabela 7.5: Afluências do Cenário 5.

Tabela 7.6: Afluências do Cenário 6.

					Afluênc	<b>ia (m</b> <sup>3</sup> /s)				
UHE	E Estágios									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	15	41	34	107	16	108	123	79	128	109
2	825	778	717	634	562	518	546	606	554	532
3	88	119	111	101	91	120	77	83	77	84
4	140	94	64	30	82	161	202	133	92	91
5	188	216	344	288	418	365	409	513	638	742
6	420	313	178	754	463	790	724	721	947	1025
7	125	252	319	417	491	508	596	597	770	950
8	290	415	519	581	655	589	720	784	949	1022
9	1263	815	1012	1106	1506	1206	1321	1590	1842	2170
10	127	138	117	135	118	177	190	276	46	646
11	59	61	54	47	41	44	47	44	40	36
12	355	144	123	322	288	250	275	218	185	224
13	174	206	303	315	366	122	215	274	229	274
14	529	534	759	983	878	721	825	915	1374	1414
15	1819	1032	1444	1486	1662	313	1318	728	681	402
16	368	347	315	275	264	279	277	277	246	240
17	71	208	208	199	34	149	166	164	152	140
18	355	419	278	148	368	197	99	336	456	700
19	5	4	5	4	6	7	5	5	6	7
20	31	24	29	26	38	44	38	46	56	64

	Afluência (m <sup>3</sup> /s)												
UHE		Estágios											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1	21	20	31	50	66	148	123	22	147	131			
2	362	452	469	506	586	693	640	654	702	635			
3	92	59	62	66	79	111	84	87	93	81			
4	56	121	123	92	62	46	99	48	239	169			
5	1168	1345	1334	1404	1289	1899	1525	1602	1283	1190			
6	360	288	509	496	728	1068	1485	1260	1364	1311			
7	2732	2317	3137	2020	2288	1854	1813	1553	1397	1122			
8	1407	1333	1343	1380	1339	1783	1933	1857	1808	1408			
9	4214	4606	4435	4056	3949	3298	3657	3519	3532	3399			
10	294	271	466	585	584	648	504	515	423	375			
11	5	8	9	10	11	17	15	18	20	18			
12	305	376	501	347	373	648	1069	227	461	34			
13	625	693	680	540	570	779	823	640	588	532			
14	1584	1784	1649	1243	1228	2231	2238	2326	1925	2339			
15	824	754	895	1010	1162	1849	2194	2650	2479	1671			
16	162	191	195	200	213	264	240	232	289	252			
17	88	116	142	147	165	228	246	149	269	264			
18	285	411	268	919	73	269	41	388	487	1			
19	22	22	21	21	19	48	28	28	24	23			
20	145	140	138	138	124	310	162	165	141	133			

Tabela 7.7: Afluências do Cenário 7.

Tabela 7.8: Afluências do Cenário 8.

	Afluência (m³/s)										
UHE					Está	igios					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	70	104	72	113	56	23	147	31	35	19	
2	828	652	532	518	587	210	256	297	305	268	
3	133	77	62	61	94	80	35	43	44	8	
4	102	154	300	241	39	19	148	119	31	15	
5	396	436	449	467	571	457	456	435	415	372	
6	447	609	642	600	395	187	168	233	212	197	
7	373	487	533	565	525	956	852	557	496	569	
8	1412	1413	1385	1299	1203	904	756	713	647	551	
9	1588	1425	1518	1701	1516	2448	2054	2085	1893	1675	
10	487	524	486	587	440	75	235	240	225	155	
11	5	6	7	7	11	5	5	6	11	20	
12	385	179	96	106	298	369	317	293	301	183	
13	375	402	443	409	346	404	382	325	289	260	
14	1264	1292	1217	1023	1296	1112	778	885	848	740	
15	799	836	454	837	1293	870	1181	1004	946	859	
16	313	246	247	226	251	123	156	162	140	146	
17	191	145	144	181	167	67	141	80	95	63	
18	268	431	380	424	312	143	277	268	269	232	
19	11	14	14	15	14	11	12	12	11	8	
20	70	68	68	69	77	68	65	61	57	49	

					Afluênc	<b>ia (m</b> <sup>3</sup> /s)						
UHE	Estágios											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1	32	188	64	59	137	78	121	201	16	217		
2	322	439	400	501	688	357	392	523	664	709		
3	138	75	69	86	15	97	75	95	117	124		
4	152	1	304	379	20	84	61	97	19	22		
5	597	639	551	515	499	246	265	257	247	252		
6	281	333	341	205	279	443	358	394	378	346		
7	598	479	356	356	361	275	242	232	224	211		
8	463	431	373	350	312	401	391	318	333	316		
9	888	886	857	817	825	800	820	798	775	776		
10	206	185	150	152	162	176	131	130	141	145		
11	4	7	8	11	15	5	11	15	23	20		
12	242	229	252	194	149	305	312	244	260	236		
13	204	190	176	167	161	167	167	153	147	137		
14	1149	1048	922	835	863	784	685	619	584	582		
15	767	647	687	731	534	1304	1299	1295	1218	1063		
16	220	220	310	381	301	229	241	299	333	347		
17	138	184	194	165	272	89	100	157	217	219		
18	425	342	294	285	259	549	554	436	445	432		
19	12	12	11	10	9	6	7	6	6	6		
20	79	75	65	63	59	36	38	37	36	36		

Tabela 7.9: Afluências do Cenário 9.

Tabela 7.10: Afluências do Cenário 10.

					Afluênc	<b>ia (m</b> <sup>3</sup> /s)							
UHE					Está	Estágios							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1	196	264	208	127	139	284	283	245	334	245			
2	1228	1370	1191	107	949	1016	1059	828	790	678			
3	115	202	176	25	143	327	136	110	106	94			
4	136	56	66	1095	48	259	172	663	141	475			
5	621	484	461	515	425	278	259	259	249	232			
6	987	780	651	587	671	463	345	325	341	343			
7	262	239	237	226	211	187	179	172	165	163			
8	308	278	260	256	232	204	194	178	171	168			
9	570	587	581	577	569	468	462	451	438	430			
10	131	169	147	124	108	89	94	81	82	79			
11	40	45	49	54	55	45	53	53	62	55			
12	361	312	247	255	250	382	347	286	249	279			
13	167	160	153	153	140	127	125	121	118	114			
14	519	439	498	477	452	442	419	405	387	374			
15	858	773	330	192	1066	661	711	790	628	556			
16	484	419	461	405	283	514	476	532	367	423			
17	297	373	317	320	367	346	373	331	392	322			
18	826	714	525	480	697	541	624	437	479	653			
19	10	9	8	9	8	5	5	5	4	5			
20	63	50	49	53	45	32	31	30	29	28			

### 8 REFERÊNCIAS

ANDREW, A. M. Another Efficient Algorithm for Convex Hulls in Two Dimensions. **Information Processing Letters**, v.9, p.216-219. 1979.

ANEEL. Agência Nacional de Energia Elétrica. Banco De Informações De Geração. Disponível em <u>http://www.aneel.gov.br/15.htm</u>. Acessado em 20 de Fevereiro de 2013. 2013.

ARISTIZÁBAL, J. D. C. Técnicas de Dualidade e Programação Não-Linear Inteira-Mista aplicadas ao Problema da Programação Diária da Operação Eletroenergética. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2012.

ARVANITIDIS, N. V.; ROSING, J. Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, v.PAS-89, n.2, p.319-326. 1970.

BELLONI, A.; LIMA, A. L. D. S.; MACEIRA, M. E. P.; SAGASTIZABAL, C. Bundle Relaxation and Primal Recovery in Unit Commitment Problems. The Brazilian Case. **Annals of Operations Research**, v.120, n.1, p.21-44. 2003.

BORGHETTI, A.; D'AMBROSIO, C.; LODI, A.; MARTELLO, S. An MILP Approach for Short-Term Hydro Scheduling and Unit Commitment With Head-Dependent Reservoir. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.23, n.3, p.1115-1124. 2008.

CATALAO, J. P. S.; MARIANO, S. J. P.; MENDES, V. M. F.; FERREIRA, L. A. F. Scheduling of Head-Sensitive Cascaded Hydro Systems: A Nonlinear Approach. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.24, n.1, p.337-346. 2009.

CEPEL. **Modelo NEWAVE - Manual de Referência Versão 16.0**. Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. Rio de Janeiro, 2010a.

\_\_\_\_\_. Modelo DECOMP - Manual de Referência Versão 16.0. Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. Rio de Janeiro, 2010b.

CERISOLA, S.; LATORRE, J. M.; RAMOS, A. Stochastic dual dynamic programming applied to nonconvex hydrothermal models. **European Journal of Operational Research**, v.218, n.3, p.687-697. 2012.

CUNHA, S. H. F.; PRADO, S.; DA COSTA, J. P. Modelagem da Produtividade Variável de Usinas Hidrelétricas com base na Construção de uma Função de Produção Energética. **XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, ABRH**, p.391-397. 1997.

DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P.; A., T. L.; S., C. F.; F., S. L. C.; R., X. L. N. Modelagem da Função de Produção Energética das Usinas Hidroelétricas no Modelos de Otimização do Planejamento a Curto Prazo e da Programação do Despacho de Sistemas Hidrotérmicos Interligados. IX Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica, SEPOPE, p.391-397. 2004.

DINIZ, A. L. Uma Estratégia de Decomposição por Relaxação Lagrangeana para a Otimização da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Modelagem Detalhada na Rede Elétrica - Aplicação ao Sistema Brasileiro. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2007.

DINIZ, A. L.; ESTEVES, P. P. I.; SAGASTIZABAL, C. A. A Mathematical Model for the Efficiency Curves of Hydroelectric units. In: **Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE.** 24-28 June 2007, p.1-7. 2007.

DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.23, n.3, p.1298-1308. 2008.

FINARDI, E. C. Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas em Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Seqüencial. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.

FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. D.; SAGASTIZÁBAL, C. Solving the unit commitment problem of hydropower plants via Lagrangian Relaxation and Sequential Quadratic Programming. **Computational & Applied Mathematics**, v.24, p.317-342. 2005.

FINARDI, E. C.; DA SILVA, E. L. Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.21, n.2, p.835-844. 2006.

FINARDI, E. C.; SCUZZIATO, M. R. Hydro unit commitment and loading problem for day-ahead operation planning problem. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.44, n.1, p.7-16. 2013.

FORTUNATO, L. A. M.; ARARIPE, T. A.; ALBUQUERQUE, J. C. R.; PEREIRA, M. V. Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica. Editora da Universidade Federal Fluminense. 1990.

GARCIA-GONZALEZ, J.; CASTRO, G. A. Short-term hydro scheduling with cascaded and head-dependent reservoirs based on mixed-integer linear programming. In: **Power Tech Proceedings, 2001 IEEE Porto**. 2001, v.3, p.6 pp. vol.3. 2001.

GONÇALVES, R. E. C. Análise Comparativa entre Diferentes Métodos de Otimização Estocástica na Solução do Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2007.

GONÇALVES, R. E. C. Desenvolvimento de Modelos de Programação Estocástica aplicados à Programação Mensal da Operação Energética: Uma Análise Comparativa de Desempenho Computacional. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2011.

GULLIVER, J. S.; ARNDT, R. E. Hydropower Engineering Handbook. McGraw-Hill. 1991.

KLIGERMAN, A. S. **Operação Ótima de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados utilizando Programação Dinâmica Estocástica Dual**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 1992.

LARROYD, P. V. **Comparação de Políticas com Aversão a Risco para o Planejamento da Operação Hidrotérmica de Médio Prazo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2012. MATOS, V. L. D. Análise Comparativa entre as Modelagens de Reservatório Equivalente de Energia Agregado por Subsistema e por Cascata no Problema do Planejamento Anual da Operação Energética. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2008.

MATOS, V. L. D. Um Modelo para o Planejamento Anual da Operação Energética considerando Técnicas Avançadas de Otimização Estocástica. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2012.

MCCORMICK, G. Computability of global solutions to factorable nonconvex programs: Part I — Convex underestimating problems. **Mathematical Programming**, v.10, n.1, p.147-175. 1976/12/01. 1976.

Procedimentos de rede, Submódulo 8.1: Programação Diária da<br/>Operação Eletroenergética. Disponível em<br/>http://extranet.ons.org.br/operacao/prdocme.nsf/83E7F406D2F98B2683257<br/>74C0075C45A/C3056D3F53466D21832575F600649E59?OpenDocument.<br/>Acessado em 2012.

**Operador Nacional do Sistema Elétrico**. Disponível em <u>http://www.ons.org.br/home/</u>. Acessado em Dezembro de 2012.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. A Decomposition Approach to the Economic Dispatch of Hydrothermal Systems. **Power Engineering Review, IEEE**, v.PER-2, n.10, p.41-42. 1982.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: A decomposition approach. Water **Resource Research**, v.21, n.6, p.779-792. 1985.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. **Mathematical Programming**, v.52, n.1-3, p.359-375. 1991/05/01. 1991.

RODRIGUES, R. N.; FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. D. Alocação de unidades hidrelétricas no problema da programação da operação energética utilizando relaxação lagrangeana e lagrangeano aumentado. **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, v.17, p.155-166. 2006.

SANTOS, M. L. L.; SILVA, E. L.; FINARDI, E. C.; GONÇALVES, R. E. C. Solving the Short Term Operating Planning Problem of Hydrothermal Systems by Using the Progressive Hedging Method. **16th Power System Computation Conference (PSCC)**. 2008.

SANTOS, M. L. L.; DA SILVA, E. L.; FINARDI, E. C.; GONÇALVES, R. E. C. Practical aspects in solving the medium-term operation planning problem of hydrothermal power systems by using the progressive hedging method. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.31, n.9, p.546-552. 2009.

SANTOS, M. L. L. **Modelagem e Solução do Problema de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Curto Prazo no contexto da Programação Estocástica: uma aplicação do método** *Progressive Hedging*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2010.

SCUZZIATO, M. R. **Proposta de um Modelo para Alocação Ótima de Unidades Hidrelétricas para Usinas em Cascata**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2011.

STROUSTRUP, B. **The C++ Programming Language**. 3rd. Reading. Mass.: Addison-Wesley. 910 p. 1997.

TAKIGAWA, F. Y. K. **Desenvolvimento de um Modelo Computacional para o Problema da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2010.

WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F. **Power generation, operation and control**. 2nd. New York: J. Wiley & Sons. 569 p. 1996.