

YASMÍN ROMINA MONTENEGRO MALUENDA

**ANÁLISE ESTATÍSTICA DO ALGORITMO LMS
APLICADO AO CANCELAMENTO DE
RETROALIMENTAÇÃO ACÚSTICA EM
APARELHOS AUDITIVOS**

FLORIANÓPOLIS

2009

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

**ANÁLISE ESTATÍSTICA DO ALGORITMO
LMS APLICADO AO CANCELAMENTO DE
RETROALIMENTAÇÃO ACÚSTICA EM
APARELHOS AUDITIVOS.**

Tese submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito parcial à obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Elétrica

YASMÍN ROMINA MONTENEGRO MALUENDA

Florianópolis, Agosto de 2009

ANÁLISE ESTATÍSTICA DO ALGORITMO LMS APLICADO AO CANCELAMENTO DE RETROALIMENTAÇÃO ACÚSTICA EM APARELHOS AUDITIVOS

Yasmín Romina Montenegro Maluenda

‘Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de *Doutor em Engenharia Elétrica*, área de concentração em *Comunicações e Processamento de Sinais*, sendo aprovada em sua forma final pelo programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

Prof. José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.
Orientador

Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Banca Examinadora

Prof. José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.
Presidente

Prof. Joceli Mayer, Ph.D.

Prof. Márcio Holsbach Costa, Dr.

Prof. Leonardo Silva Resende, D.Sc.

Prof. Sérgio José Melo de Almeida, Dr.

Prof. Vítor Heloiz Nascimento, Ph.D.

*Esta tese, é dedicada a
minha família.*

Agradecimentos

Ao professor José Carlos Moreira Bermudez, pela orientação impecável a qual atribuo a minha formação de pesquisadora e o sucesso deste trabalho.

A minha mãe pela confiança, a companhia e o constante apoio.

A Diego, Matías e Dieguito, pela paciência, a força e o constante apoio que teve durante este tempo todo.

Aos colegas do LPDS, pelo excelente relacionamento, em especial a meu amigo Wemerson pelo carinho e amizade.

À Universidad de Antofagasta - Chile e à Capes, pelo oportunidade, incentivo e financiamento.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Análise estatística do algoritmo LMS aplicado ao cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos

Yasmín Romina Montenegro Maluenda

Agosto/2009

Orientador: José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.

Área de concentração: Comunicações e processamento de sinais.

Palavras-chave: Aparelhos auditivos, algoritmos adaptativos, retroalimentação acústica, análise estatística.

RESUMO:

A tendência atual no projeto de aparelhos auditivos é a de reduzir o efeito de oclusão causado por moldes herméticos. Se, por um lado, a *ventilação* do aparelho alivia o desconforto causado pela oclusão, por outro lado permite o acoplamento acústico entre o alto-falante e o microfone do aparelho.

Este acoplamento gera um processo de retroalimentação acústica que pode levar à instabilidade do sistema, gerando outro tipo de desconforto. A ocorrência de retroalimentação acústica é atualmente uma das queixas mais comuns entre os usuários de aparelhos auditivos.

Várias soluções já foram propostas na literatura para a redução deste problema. Resultados de sistemas de cancelamento da retroalimentação acústica baseados no método do erro predição de identificação de laço fechado indicam que seu desempenho é melhor do que maioria das soluções alternativas. A maioria das análises propostas, entretanto, são limitadas a resultados em regime permanente. Esta tese de doutorado tem o propósito de contribuir para a modelagem do comportamento estatístico de algoritmos adaptativos quando aplicados ao cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos. Assim, esta tese apresenta uma análise transiente e em regime permanente de um sistema proposto recentemente. A estrutura é analisada

para uma adaptação lenta e sinais de entradas autoregressivas. Modelos analíticos são derivados para momentos de primeira e segunda ordem. Isto inclui um modelo para o comportamento transiente da polarização da solução adaptativa. Simulações de Monte Carlo são apresentadas para verificar a acurácia dos modelos derivados.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

Statistical analysis of LMS algorithm applied to feedback acoustical cancellation in hearing aids

Yasmín Romina Montenegro Maluenda

August/2009

Advisor: José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.

Area of concentration: Communications and signal processing.

Keywords: Hearing aids, adaptive algorithm, acoustic feedback, statistical analysis.

ABSTRACT:

Currently, projects in hearing aids tend to reduce the occlusion effect because of hermetic mold. Even though the *venting* of the hearing aid relieves the discomfort caused by the occlusion, on the other hand, allows the acoustical coupling between the hearing aids loudspeaker and the microphone.

This coupling generate an acoustical feedback process that can lead to instability of the system, generating other kind of discomfort. The occurrence of acoustic feedback is nowadays the most common complaints among the hearing aids users.

Several solutions have been proposed in the literature to reduce this problem. Results on acoustic feedback cancellation systems based on the prediction error method of closed-loop identification indicate that their perform is better than the majority of the alternative solutions. Most available analyses of such systems, however, are limited to steady-state results. This doctoral thesis has the aim to contribute to the modeling of the statistical behavior of the adaptive algorithm when applied to the acoustic feedback cancellation in hearing aids. Thus, this thesis presents a transient and steady-state analysis of a recently proposed system. The structure is analyzed for slow adaptation and for autoregressive input signals. Analytical models are derived for first and second order moments. This includes a model for the transient behavior of the bias

of the adaptive solution. Monte Carlo simulations are presented to verify the accuracy of the derived models.

Sumário

Lista de Figuras	xii
1 Introdução	4
1.1 Preliminares	5
1.1.1 Sistema auditivo e o seu funcionamento [1]	5
1.2 Tipos de Deficiência auditiva	9
1.3 Graus de Deficiência auditiva	11
1.4 Tratamentos	12
1.4.1 Implante coclear	13
1.4.2 Aparelhos auditivos	15
1.5 Principais queixas dos usuários	18
1.5.1 Inteligibilidade da fala	18
1.5.2 Retroalimentação acústica e oclusão	19
1.6 Justificativa	24
1.7 Objetivos do trabalho	28
1.8 Organização do trabalho	28
1.9 Trabalhos publicados e submetidos	29
2 Cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos	31
2.1 Introdução	31
2.2 Filtros adaptativos	32
2.3 Definição do problema	34
2.3.1 Solução polarizada	36
2.4 Aparelhos auditivos comerciais [2]	39
2.5 Aplicação de retardos	40
2.5.1 Solução ótima	42
2.5.2 Exemplo	46
2.6 Adaptação restringida [2]	48
2.7 Filtragem limitada em frequência.	49
2.7.1 Conclusões	52

3	Comportamento médio dos coeficientes	54
3.1	Introdução	54
3.2	Formulação do problema	54
3.2.1	Solução de Wiener para o estimador \mathbf{w}	58
3.2.2	Simulações referentes ao posicionamento do PEF.	59
3.3	Comportamento médio para o sistema adaptativo LMS	61
3.3.1	Comportamento médio dos coeficientes do estimador	62
3.3.2	Comportamento médio dos coeficientes do preditor	65
3.3.3	Resultados de simulação	65
3.4	Novo modelo para o comportamento médio do PEF	69
3.4.1	Valores esperados $E\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_i(n)\}$, para $i = 0, 1, 2$	70
3.4.2	Resultados de Simulação	74
3.4.3	Modelo de voz	75
3.5	Conclusões	76
4	Modelagem da polarização	77
4.1	Introdução	77
4.2	Modelo matemático para a polarização	77
4.2.1	Correlação cruzada $E\{x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\}$	78
4.2.2	Determinação de $\mathbf{K}_p(n) = E\{\mathbf{v}_p(n)\mathbf{v}_p^T(n)\}$	80
4.2.3	Expressão em regime permanente para $\mathbf{K}_p(n)$	83
4.2.4	Matriz de Correlação $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)$	86
4.2.5	Resultados de simulação	87
4.3	Análise da estabilidade	95
4.3.1	Modelo para estabilidade	96
4.3.2	Exemplo 1	97
4.3.3	Exemplo 2	97
4.3.4	Exemplo 3	100
4.3.5	Resultados de simulação	101
4.3.6	Incremento do caminho de retroalimentação	101
4.4	Conclusões	107
5	Erro quadrático médio	108
5.1	Introdução	108
5.2	Erro quadrático médio, MSE	108
5.2.1	Determinação de $\mathbf{K}_v(n) = E\{\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(n)\}$	109
5.2.2	Erro quadrático médio em regime permanente	110
5.2.3	Exemplo	114
5.3	Conclusões	120

6	Discussões e comentários	121
6.1	Introdução	121
6.2	Simulações com sinal de voz como sinal de entrada.	121
6.2.1	Exemplo 1.	123
6.2.2	Exemplo 2.	123
6.2.3	Exemplo 3.	124
6.3	Estratégia de cópia	130
6.4	Justificativa do não estudo do rastreamento	130
6.5	O que sucede com as correlações do sinal de saída do aparelho no momento da atualização?	133
7	Conclusões	135
A	Equivalência das Análises com o Preditor Adaptativo Aplicado a $e(n)$ ou a $u(n)$	139
B	Avaliação de $r_u(l)$ e $r_{xu}(l)$ [3]	141
B.1	Autocorrelação $r_u(l)$	141
B.2	Correlação cruzada $r_{xu}(l)$ [3]	143
B.3	Cálculo de $E\{u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{v}_p(n)\mathbf{u}^T(n-1)\}$	143
B.4	Cálculo de $E\{u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\}$	144
B.5	Cálculo $E\{u^2(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\}$	145
B.6	Cálculo de $r_{x_q}(n)$	146
	Referências Bibliográficas	147

Lista de Figuras

1.1	Anatomia da orelha.	6
1.2	Cadeia ossicular.	7
1.3	Diagrama transversal da cóclea.	8
1.4	Implante coclear.	14
1.5	Diagrama em blocos geral de um aparelho auditivo.	15
1.6	Partes de um aparelho auditivo tipo BTE.	16
1.7	Esquema da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos	20
1.8	a) Resposta ao Impulso do caminho de retroalimentação acústica; b) Resposta em frequência do caminho de retroalimentação (amostragem 20kHz) de um aparelho auditivo típico. Figuras extraídas de [4].	21
1.9	Diferentes tipos de caminhos de retroalimentação segundo: a) O tipo de aparelho auditivo; b) O tamanho da ventilação; c) Obstáculos, por exemplo, mão colocada perto do ouvido. Figuras extraídas de [4].	22
1.10	Efeito de oclusão e o tamanho da ventilação. Tomado de [5].	23
1.11	Estrutura que considera adaptação não contínua.	25
2.1	Diagrama em blocos para a identificação de sistemas	34
2.2	Diagrama em blocos para do filtro de erro de predição	34
2.3	Diagrama em blocos da amplificação e retroalimentação no aparelho auditivo	35
2.4	Diagrama em blocos do cancelamento adaptativo para retroalimentação em aparelho auditivo	35
2.5	Diagrama em blocos de um sistema típico de cancelamento adaptativo de retroalimentação em aparelhos auditivos	41
2.6	Representação do problema de cancelamento de retroalimentação acústica em aparelhos como um problema de identificação de sistemas	41
2.7	Desajuste para entrada ruído branco e ruído colorido, para diferentes valores de retardos (D). Sinal gerado a partir de um processo AR1. $G = 3$; $a = 0,9$	48
2.8	Cancelamento da retroalimentação em banda limitada com algoritmo X filtrado	51
3.1	Diagrama em blocos de um sistema de cancelamento de retroalimentação acústica para aparelhos auditivos. (O que está dentro da linha pontilhada representa o aparelho auditivo)	56

3.2	Estrutura para o cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos. Modificado de [6].	57
3.3	Desvio médio quadrático do estimador usando o filtro preditor em $e(n)$ e em $u(n)$	60
3.4	Comportamento médio dos coeficientes do filtro preditor com PEF aplicado a $e(n)$ e em $u(n)$	61
3.5	Desajuste nos coeficientes do filtro estimador	67
3.6	Desajuste nos coeficientes no filtro preditor para $\rho = 0,001$	68
3.7	Desajuste nos coeficientes no filtro preditor para $\rho = 0,0001$	68
3.8	Desajuste nos coeficientes do filtro preditor.	74
3.9	Resposta impulsiva w^o utilizada em todos os exemplos dessa Tese. Para os exemplos são consideradas as N como primeiras amostras dessa resposta de w^o	75
4.1	MSD do preditor para as estruturas das figuras 3.1 e 3.2.	88
4.2	MSD do estimador para as estruturas das figuras 3.1 e 3.2.	89
4.3	Norma do vetor da polarização (dB) para as estruturas das figuras 3.1 e 3.2.	89
4.4	MSD do preditor para a estrutura da Fig. 3.2.	91
4.5	MSD do preditor como uma função de D e ρ	92
4.6	Norma do vetor da polarização (dB) para $D = 2$	92
4.7	Norma do vetor da polarização (dB) para $D = 2$ em regime transiente e permanente.	93
4.8	Norma do vetor da polarização (dB) versus o passo de adaptação ρ , para diferentes valores de D	93
4.9	Norma do vetor da polarização (dB) versus o retardo para dois passos de adaptação de ρ	94
4.10	Relação sinal a ruído $SNR = 10 \log_{10}(\ w^o\ ^2/\ B\ ^2)$ como uma função do retardo do caminho direto D e o tamanho do passo do preditor ρ	94
4.11	Norma da polarização (dB) como função do retardo no caminho direto. São consideradas as primeiras 12 amostras da resposta real de um caminho de retroalimentação. (a) Estrutura dada na Fig. 3.2 e (b) estrutura Fig. 3.2 sem o PEF	95
4.12	Diagrama em blocos de um sistema para cancelamento da retroalimentação em aparelhos auditivos operando em regime permanente	96
4.13	Ganho no início do cancelamento ($B = -w^o$) como função do retardo.	98
4.14	Ganho em regime permanente como função do retardo	98
4.15	Ganho como função do tempo de atualização para $D = 15$	99
4.16	Ganho como função do tempo de atualização para $D = 20$	99
4.17	Ganho máximo estável como função do retardo D para as estruturas: a) com filtro de erro de predição [6] e b) sem preditor [3].	100
4.18	Resultados de simulação para $D = 10$, com $G_p = 8,5$ em $n = 0$. De acordo ao modelo, $G_p < 8,57$	102
4.19	Resultados de simulação para $D = 10$, com $G = 8,58$ em $n = 0$. De acordo ao modelo $G_p < 8,57$	103

4.20	Resultados de simulação para $D = 10$, com $G = 2450$ em regime permanente. De acordo ao modelo, $G_p < 2400$	104
4.21	Resultados de simulação para $D = 10$, com $G = 2000$ em regime permanente. De acordo ao modelo, $G_p < 2400$	105
4.22	Magnitude da resposta em frequência de um caminho de retroalimentação para um aparelho auditivo tipo BTE. Telefone posto na orelha (linha sólida), telefone removido da orelha (linha pontilhada) [7].	106
5.1	MSD do estimador para estrutura na Fig. 3.2	115
5.2	MSE para a estrutura na Fig. 3.2	115
5.3	MSE para a estrutura na Fig. 3.1	116
5.4	MSD do estimador como função de D e μ com $\rho = 0,0005$: a) $D = 2$, $\mu = 0,001$; b) $D = 2$, $\mu = 0,0005$; c) $D = 15$, $\mu = 0,001$; d) $D = 15$, $\mu = 0,0005$	117
5.5	MSD do estimador como função de D e ρ com $\mu = 0,001$: a) $D = 2$, $\rho = 0,001$; b) $D = 2$, $\rho = 0,0005$; c) $D = 15$, $\rho = 0,001$; d) $D = 15$, $\rho = 0,0005$	118
6.1	Modelo geral discreto no tempo para a produção da fala. Extraído de [8]	122
6.2	Norma do vetor da polarização(dB) para $D = 40$ e $D = 90$, em que a entrada é um sinal de voz real feminino amostrado a 16 KHz.	124
6.3	Norma do vetor da polarização(dB) para $D = 25$ e $D = 90$, em que a entrada é um sinal de voz real masculino amostrado a 16 KHz.	125
6.4	Norma do vetor da polarização(dB) para $\rho = 0,01$ e $\rho = 0,0001$, em que a entrada é um sinal de voz real masculino amostrado a 16 KHz.	126
6.5	Norma do vetor da polarização(dB) para $\rho = 0,01$ e $\rho = 0,0001$, em que a entrada é um sinal de voz real feminino amostrado a 16 KHz.	127
6.6	Norma do vetor da polarização (dB), em que a entrada é um sinal de voz real feminina amostrado a 16 KHz e a frase falada é: <i>Ele já foi vítima de dois atentados a bordo</i>	128
6.7	Norma do vetor da polarização (dB), em que a entrada é um sinal de voz real masculina amostrado a 16 KHz e a frase falada é: <i>Foi construído de 1908 a 1914</i>	129
6.8	Autocorrelação do sinal de saída do aparelho auditivo, $u(n)$	134

Lista de Símbolos e Siglas

Símbolos

- $s(n)$ — Sinal de saída do aparelho auditivo.
- $x(n)$ — Sinal de entrada ao aparelho auditivo. Sinal desejada.
- $y(n)$ — Sinal de saída ao aparelho auditivo (antes do altofalante).
- $z(n)$ — Ruído gaussiano aditivo.
- $G(z)$ — Função de transferência do caminho do aparelho.
- $H(z)$ — Função de transferência do caminho da retroalimentação.
- $\hat{d}(n)$ — Sinal de saída de uma planta desconhecida.
- $e(n)$ — Sinal de erro.
- mic* — Microfone.
- $y_1(n)$ — Soma dos sinais $y(n) + x(n)$.
- $w(n)$ — Vetor de coeficientes do filtro adaptativo. Filtro estimador
- $J_{ms}(n)$ — Superfície de desempenho (erro médio quadrático) no instante de tempo n .
- w^o — Vetor de coeficientes do caminho de retroalimentação. (Caminho entre o altofalante e o microfone)
- R_{ss} — Matriz de correlação do sinal $s(n)$.

- \mathbf{r}_{y_1s} — Vetor de correlação cruzada entre os sinais $y_1(n)$ e $s(n)$.
- $\mathbf{p}_{xs}(n)$ — Vetor de correlação cruzada entre o sinal desejado $x(n)$ e a saída do aparelho auditivo $s(n)$ no instante de tempo n .
- \mathbf{r}_{xs} — Vetor de correlação entre os sinais $x(n)$ y $s(n)$.
- $\zeta(n)$ — Ruído branco gaussiano de média zero independente dos outros sinais.
- $\eta(n)$ — Ruído branco gaussiano de média zero independente dos outros sinais.
- D — Retardo permitido para o aparelho auditivo.
- μ — Passo de convergência do filtro estimador.
- σ_ζ^2 — Variância do ruído $r(n)$.
- σ_η^2 — Variância do ruído $\eta(n)$. Entrada ao filtro $\mathbf{H}(z)$.
- G — Ganho do aparelho auditivo.
- $\mathbf{u}(n)$ — Vetor de entrada do sistema a identificar.
- \mathbf{R}_{uu} — Matriz de autocorrelação do sinal $u(n)$.
- $\mathbf{r}_{xu}(l)$ — Vetor de correlação cruzada dos sinais $x(n)$ e $u(n)$.
- $\mathbf{r}_u(l)$ — Vetor de autocorrelação do sinal $u(n)$.
- $\mathbf{p}(n)$ — Vetor de coeficientes do filtro adaptativo PEF.
- \mathbf{w}^c — Filtro fixo, cópia da estimativa do filtro estimador de $\mathbf{w}(n)$.
- $\mathbf{u}_q(n)$ — Vetor de entrada $u(n)$ filtrado por $\mathbf{q}(n)$.
- $\mathbf{R}_{u_q u_q}$ — Matriz de autocorrelação do sinal $u_q(n)$.
- $\mathbf{e}_q(n)$ — Vetor de erro $e(n)$ filtrado por $\mathbf{q}(n)$.
- $x_q(n)$ — Sinal de entrada filtrado por $\mathbf{q}(n)$.
- ρ — Passo de convergência do filtro preditor.

- $\mathbf{r}_{x_q u_q}(l)$ — Vetor de correlação cruzada dos sinais $x(n)$ filtrado e $u(n)$ filtrado.
- \mathbf{r}_q — Vetor correlação cruzada dos sinais filtrados $y_{q1}(n)$ y $\mathbf{u}_q(n)$.
- $\mathbf{r}_{u_q}(l)$ — Vetor de autocorrelação do sinal $u(n)$ filtrado.
- $\hat{\mathbf{R}}(n)$ — Estimativa instantanea de $\mathbf{R}_{u_q u_q}$.
- $\hat{\mathbf{r}}_q(n)$ — Estimativa instantanea de \mathbf{r}_q .
- $\mathbf{U}(n)$ — Matriz de entrada de $M \times N$ para $u(n)$.
- $\mathbf{v}(n)$ — Vetor de erro nos coeficientes do estimador.
- $\mathbf{v}_p(n)$ — Vetor de erro nos coeficientes do preditor.
- $\mathbf{K}(n)$ — Matriz de correlação do vetor de erro nos coeficientes do estimador.
- $\mathbf{K}_p(n)$ — Matriz de correlação do vetor de erro nos coeficientes do preditor.
- \mathcal{B} — Vetor de polarização

Siglas

- SPL — *Sound Pressure Level*
- ITE — *In-The-Ear. Aparelho auditivo*
- BTE — *Behind-The-Ear. Aparelho auditivo*
- ITC — *In-The-Canal. Aparelho auditivo*
- CIC — *Completely-In-Canal. Aparelho auditivo*
- LMS — *Least Mean Square*
- PEF — *Predictor Error Filter (Filtro de erro de predição).*
- MSE — *Mean Square Error (Erro Quadrático Médio).*
- MSD — *Mean Square Deviation (Desvio Quadrático Médio).*
- SNR — *Relação sinal/ruído. (Signal Noise Rate).*

Capítulo 1

Introdução

Aproximadamente 10% da população mundial sofre de perda auditiva [9], gerando sérias limitações na vida dos deficientes auditivos. As perdas auditivas variam de acordo com as pessoas e as circunstâncias e muitas vezes impossibilitando-as de compartilhar e participar da sociedade. As principais causas das perdas auditivas são o envelhecimento e a exposição ao ruído na vida diária. De acordo com estudos, o problema vem aumentando e estima-se que mais de 900 milhões de pessoas em todo o mundo venham a sofrer de perdas auditivas de mais de 25 dB em 2025 *. Para os deficientes auditivos, a escolha mais comum de amplificação são as próteses auditivas [9]. Para muitos deles, os audífonos ou próteses, abrem um universo de possibilidades. Aparelhos auditivos análogos têm sido gradualmente substituídos por aparelhos auditivos digitais, os quais oferecem melhores possibilidades de compensação das perdas auditivas devido a sua programabilidade. Usuários de aparelhos auditivos comerciais esperam obter grandes benefícios com o uso dessa nova tecnologia, mas benefícios para deficientes auditivos ainda são limitados, devido à falta de algoritmos eficientes que permitam desenvolver todas as possibilidades de um processamento digital sob as restrições impostas pelo reduzido tamanho físico e a limitação de potência de alimentação. A desejável miniaturização de aparelhos auditivos tem trazido problemas como o efeito de oclusão e a retroalimentação acústica, principais queixas dos usuários. A oclusão refere-se à distorção da própria voz quando o conduto externo

* Informação obtida no site www.hear-it.org

auditivo é tampado pelo aparelho. A solução para esse problema é providenciar uma via de ventilação para desbloquear o ouvido, mas devido à proximidade entre o microfone e o alto-falante, essa ventilação gera o problema da retroalimentação acústica. A retroalimentação acústica é percebida como uma distorção do sinal desejado, diminuindo o ganho máximo fornecido pelo aparelho. Ganhos elevados no caminho direto do aparelho auditivo podem conduzir a instabilidade em presença da retroalimentação acústica devido ao caminho da retroalimentação. Isso leva a oscilação, produzindo sons incômodos definidos como "whistling" e "howling".

Esses tipos de problemas, muitas vezes, resultam em tamanho incômodo para alguns usuários, os quais acabam desistindo do uso de próteses. Portanto, existe uma urgência na busca de estruturas e algoritmos eficientes no processamento de sinais para reduzir tais problemas. A presente proposta de Tese concentra-se na análise do desempenho de sistemas adaptativos para o cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos.

1.1 Preliminares

Esta seção define alguns conceitos sobre a anatomia do ouvido humano, as deficiências auditivas, os limiares utilizados para classificar tais deficiências e os tipos de aparelhos auditivos.

1.1.1 Sistema auditivo e o seu funcionamento [1]

A orelha é o órgão coletor dos estímulos auditivos externos que transforma as vibrações sonoras em impulsos sonoros para o cérebro. É, sem dúvida, a estrutura mecânica mais sensível do corpo humano, pois detecta quantidades mínimas de energia. Ela nos permite perceber e interpretar ondas sonoras numa gama muito ampla de frequências que vão aproximadamente de 16 a 20.000 Hz. A orelha é dividida em três partes: orelha externa, orelha média e orelha interna.

- A orelha externa compõe-se do pavilhão auditivo (antigamente denominado de orelha) e

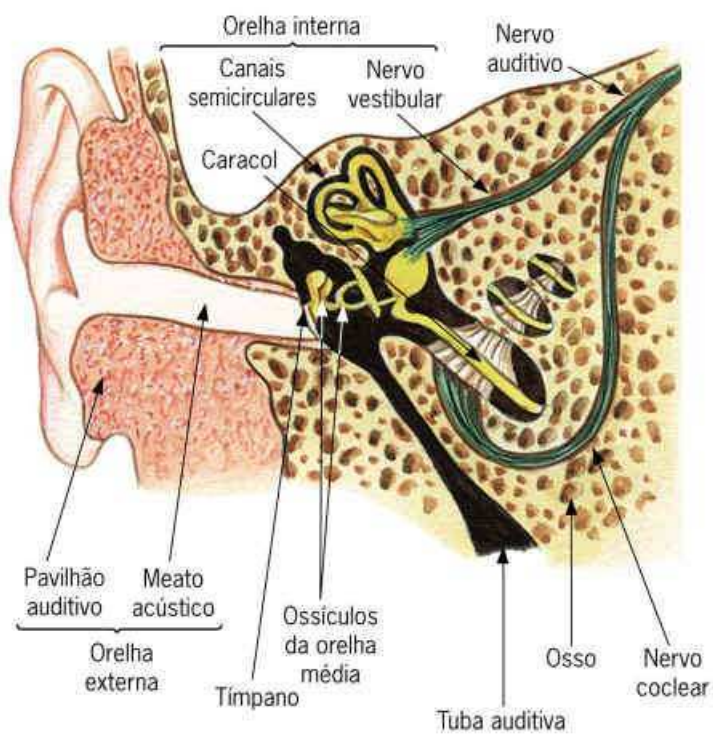


Figura 1.1: Anatomia da orelha.

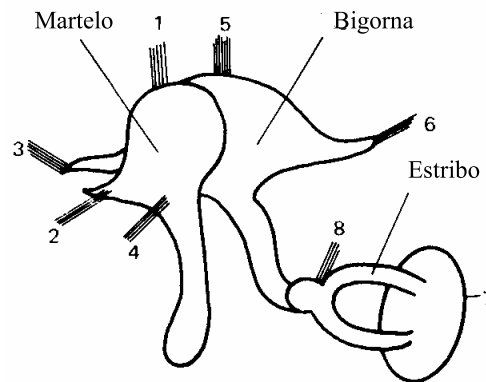


Figura 1.2: Cadeia ossicular.

do canal auditivo. A função da orelha é a de uma corneta acústica, capaz de proporcionar um acoplamento de impedâncias entre o espaço exterior e o canal auditivo, possibilitando uma melhor transferência de energia. Essa corneta, possuindo certa característica diretiva, ajuda na localização da fonte sonora. O canal auditivo estabelece a comunicação entre a orelha média e o meio externo e está revestido internamente por pelos e glândulas que fabricam uma substância gordurosa e amarelada, denominada cerume ou cera. O canal auditivo termina numa delicada membrana (tímpano) firmemente fixada ao conduto auditivo externo por um anel de tecido fibroso, chamado anel timpânico.

- A orelha média é composta por uma cavidade cheia de ar conhecida também como cavidade do tímpano, cujo volume é da ordem de $1,5 \text{ cm}^3$ e que contém 3 ossículos (Fig. 1.2): o martelo, a bigorna e o estribo, os quais se encontram suspensos na orelha média através de ligamentos (1-3, 5-7), que são: o músculo tensor do tímpano (4) e o músculo estapédio (8). A função desses ossículos é, através de uma alavanca, acoplar mecanicamente o tímpano à cóclea (caracol), triplicando a pressão do tímpano. Na parte interna da cavidade do tímpano, existem as aberturas do caracol, nominadas como janelas ovais e redondas.
- A orelha interna inicia na janela oval, seguindo por um canal semicircular que conduz ao

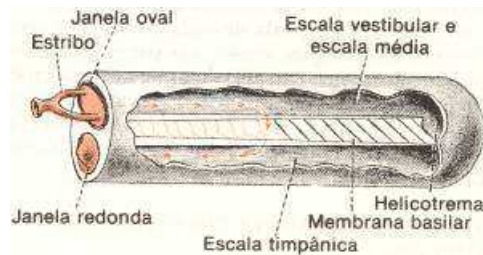


Figura 1.3: Diagrama transversal da cóclea.

caracol (cóclea). Esse canal tem um comprimento de 30 a 35 mm e é dividido longitudinalmente em duas galerias pela membrana basilar. O caracol tem aspecto de um caramujo de jardim e mede cerca de 5 mm do ápice à base e a largura na base mede aproximadamente 9 mm. A janela oval fecha o compartimento superior e transmite suas vibrações para a membrana basilar através da endolinfa, líquido viscoso que preenche esse conduto. A janela redonda é uma membrana circular, muito elástica, que fecha a parte superior do canal e, mediante as suas contrações, compensa as variações de pressão produzidas pelas oscilações da membrana basilar. Sobre a membrana basilar estão distribuídas as células acústicas (Órgão de Corti), em número de 18 mil (externas e internas), de onde saem os nervos que formam o nervo auditivo e levam o sinal elétrico até o cérebro. A membrana basilar atua como um filtro seletivo ou analisador de frequências, em que a percepção de cada frequência se realiza num determinado ponto da membrana: as altas frequências excitam a parte próxima da membrana oval e à medida que se avança para dentro do caracol a frequência diminui. Essa decomposição do som em sua frequência fundamental e suas harmônicas permite-nos distinguir o timbre dos sons, realizando uma verdadeira análise espectral. Observe o diagrama da seção transversal da cóclea (Fig. 1.3).

1.2 Tipos de Deficiência auditiva

A deficiência auditiva refere-se à perda bilateral, parcial ou total de 40 dB ou mais, aferida por audiogramas nas frequências de 500Hz, 1000Hz, 2000Hz e 3000Hz [†]. Dependendo da causa, deficiência e classificação essa pode ser de leve a severa, podendo ser considerada como reversível, temporária ou permanente.

As deficiências auditivas podem ser classificadas em:

- *Deficiência Auditiva Condutiva*: Refere-se a qualquer interferência na transmissão do som desde o conduto auditivo externo até a orelha interna (cóclea). O bloqueio mais comum é o excesso de cerume. O ouvido interno tem capacidade de funcionamento normal, mas não é estimulado pela vibração sonora. A grande maioria das deficiências auditivas condutivas é temporária e podem ser corrigidas através de tratamento clínico ou cirúrgico. Uma deficiência condutiva também pode acontecer devido a uma perfuração no tímpano, defeitos quando do nascimento ou outras causas. [10].
- *Deficiência Auditiva Sensório-Neural*: Este é o tipo de deficiência mais comum. Mais de um 90% das perdas auditivas são sensório-neural e desse grupo as perdas referidas à idade são as mais comuns [10]. As causas dessa deficiência são problemas que acontecem na orelha interna. Ocorre quando há uma impossibilidade de recepção do som por lesão das células ciliadas da cóclea ou do nervo auditivo. Esse tipo de deficiência auditiva é irreversível, ou seja, as pessoas não podem recuperar a audição, mas a maior parte delas pode ser auxiliada através do uso de aparelhos auditivos.
- *Deficiência Auditiva Mista*: Ocorre quando existe uma alteração na condução do som até o órgão terminal sensorial associada à lesão do órgão sensorial ou do nervo auditivo. O audiograma, geralmente, mostra limiares de condução óssea abaixo dos níveis normais, embora com comprometimento menos intenso do que nos limiares de condução aérea.

[†] Segundo o Ministério de Saúde Brasileiro, art. 70 do capítulo IX, Decreto nro. 5.296 de 2004

- *Deficiência Auditiva Central, Disfunção Auditiva Central ou Surdez Central*: Este tipo de deficiência auditiva não é, necessariamente, acompanhada de diminuição da sensibilidade auditiva, mas manifesta-se por diferentes graus de dificuldade na compreensão das informações sonoras.

Conforme citado anteriormente, o tipo de deficiência sensorio-neural é a mais comum e em adultos geralmente ocorre devido ao ruído e a idade ‡.

1.- As perdas auditivas devido ao ruído podem afetar pessoas de todas as idades e se desenvolvem gradualmente durante vários anos ou de forma abrupta, dependendo da fonte e da intensidade do ruído. Em geral, sons acima de 85 dB são considerados prejudiciais dependendo do tempo de exposição (ver Tabela 1.1[§]). Se a exposição a estes sons é inevitável, recomenda-se usar protetores auditivos. O ruído pode afetar a escuta por meio de inúmeros caminhos:

- Um trauma acústico: Ocorre quando a pessoa é exposta repentinamente a um ruído muito forte como uma explosão ou disparo. Qualquer dano na estrutura da orelha produz perda auditiva imediata, severa e permanente.
- Perda temporária: Esta acontece quando sons como um concerto de rock ou o ruído do cortador de grama causam um zumbido temporário, por algumas horas ou às vezes por mais tempo.
- Perda permanente: A exposição repetitiva a sons fortes ou moderados, por um prolongado período de tempo, pode levar, gradualmente, a uma perda permanente, por exemplo: escutar música com volume alto, mas esse tipo de perda, certamente, pode ser evitada.

‡ Informação obtida no site <http://www.webmd.com/a-to-z-guides/hearing-loss-overview>

§ Obtida em

<http://www.webmd.com/a-to-z-guides/hearing-loss-prevention>

2.- Mudanças podem acontecer na orelha interna com o envelhecimento, causando uma gradual, mas estável perda auditiva. A causa mais frequente desse tipo de perda é a deterioração natural das células nervosas dentro da orelha interna. A perda auditiva referida à idade usualmente afeta as duas orelhas e vai desde a faixa média à severa sendo essa última permanente.

Tabela 1.1: Níveis de ruído

Ruído	Potência média (dB)
Música calma	30
Casa	40
Conversação normal	60
Tráfego, restaurante	80 - 89
Escola de dança	101-105
Concert de Rock	120 - 129

1.3 Graus de Deficiência auditiva

O som possui características subjetivas e objetivas. As propriedades subjetivas, como intensidade, timbre e entonação são o resultado das propriedades objetivas, variações de pressão e frequência. A amplitude de uma vibração acústica está associada à definição de pressão sonora e se expressa em unidades Pascal (Pa). Uma Pa equivale aproximadamente à pressão sonora promediada de uma audição musical a um nível confortável. Quando o estímulo acústico está associado ao funcionamento do ouvido humano, tem-se substituída a estimação de unidades Pascal pela estimação em decibéis (dB) [11]. Universalmente, tem-se adotado a definição do nível de pressão sonora, SPL (Sound Pressure Level), como a relação logarítmica

$$\text{SPL em dB} = 20 \log \frac{P}{P_o}$$

em que $P_o = 20\mu\text{Pa}$ é a menor variação de pressão sonora que um ser humano pode detectar (Zero audiométrico, 0 dB), medida nas frequências em que somos mais sensíveis e P corresponde ao valor eficaz da pressão, medida em unidades Pascal [12].

Um SPL de 0 dB representa a menor intensidade de som que, em geral, pode ser percebida pelo ouvido humano. Quanto mais aumenta este valor, maior é a perda auditiva. Já um SPL de 120 dB, conhecido como "limiar de desconforto" corresponde a maior intensidade de som que o ouvido humano pode suportar. Assim, denomina-se de "faixa dinâmica" a diferença (em dB) entre a mínima intensidade perceptível e o limiar de desconforto. Para uma audição normal, esse valor é de 120 dB [12].

Os graus de severidade da deficiência auditiva são caracterizados por limiares que podem sofrer algumas variações entre os diferentes autores. Segundo o critério de [13], tem-se:

- Audição Normal: Limiares entre 0 a 24 dB SPL para o nível de audição.
- Deficiência Auditiva Leve: Limiares entre 25 a 40 dB SPL para o nível de audição.
- Deficiência Auditiva Moderada: Limiares entre 41 e 70 dB SPL para o nível de audição.
- Deficiência Auditiva Severa: Limiares entre 70 e 90 dB SPL para o nível de audição.
- Deficiência Auditiva Profunda: Limiares acima de 90 dB SPL.

1.4 Tratamentos

A deficiência auditiva do tipo sensorio-neural é uma das mais comuns e um dos tratamentos mais utilizados é o aparelho auditivo. A função principal desses é amplificar os sons. Eles não recuperam a audição normal, mas auxiliam deficientes auditivos a terem uma comunicação mais fácil. Ainda assim, 10% dos deficientes auditivos (muitos dos quais tem limiares acima dos 80 dB SPL) não são beneficiados com os aparelhos auditivos convencionais. Porém, por ser

um amplificador sonoro, a prótese auditiva necessita de uma reserva coclear suficiente para que possa haver uma boa recepção do som e discriminação da fala. Nos pacientes em que o caracol tem pouca reserva coclear, pelo que não conseguem boa discriminação mesmo com amplificação sonora, o implante coclear é uma alternativa para a sua reabilitação.

1.4.1 Implante coclear

Os implantes cocleares são pequenos dispositivos eletrônicos introduzidos cirurgicamente na orelha interna. Ao contrário do aparelho auditivo convencional, o implante coclear capta a onda sonora e a transforma em impulso elétrico, estimulando diretamente o nervo coclear. Podem ser programados de acordo a uma necessidade específica e o grau de perda auditiva. Existem, em todo o mundo, cerca de 100.000 usuários.

Os implantes cocleares funcionam sob a hipótese de que existe um número suficiente de fibras nos nervos auditivos para que a estimulação, quando da inserção dos eletrodos, possa acontecer.[¶]

O implante coclear não consegue transmitir os sons tão bem quanto o ouvido normal, no entanto, sua eficácia varia conforme os surdos. Para alguns ajuda a ler os lábios, outros, podem distinguir algumas palavras sem precisar da leitura labial e ainda outros podem manter uma conversa por telefone. Além disso, o implante ajuda os surdos a ouvirem e distinguirem sinais ambientais e de precaução, como campainhas, telefones, alarmes e sirenes.

Um implante coclear é composto por duas unidades. A externa, usada pelo paciente de acordo com a sua vontade, contendo microfone, processador de fala e antena transmissora; e a unidade interna, cirurgicamente implantável, que contém um receptor/estimulador e um fino cabo de eletrodos^{||}.

Os componentes essenciais que compõem o sistema de implante coclear são: (ver Fig. 1.4):

[¶] Informação obtida no site <http://www.webmd.com/a-to-z-guides/hearing-loss-overview>

^{||} Informação

obtida desde <http://www.forl.org.br/>



Figura 1.4: Implante coclear.

- Microfone direcional : situado no compartimento retroauricular, capta a informação acústica e converte-a em sinais elétricos.
- Processador de fala externo : filtra, analisa e digitaliza o som em sinais codificados de acordo com uma estratégia pré-definida.
- Antena de transmissão: envia os sinais codificados como sinais de rádio FM para o receptor.
- Receptor/estimulador (uma das partes internas do implante, situada debaixo da pele): libera energia elétrica adequada para o feixe de eletrodos inseridos na cóclea.
- Feixe de eletrodos: estimula as fibras nervosas remanescentes na cóclea.

Os implantes cocleares foram inicialmente limitados a pacientes adultos pós-linguais, com perda auditiva bilateral profunda e que não obtinham benefícios com o uso de próteses convencionais. Esse grupo de pacientes, especialmente aqueles com surdez recente, são os que apresentam melhores resultados com os implantes cocleares. Pacientes que ficaram surdos após os 5 anos de vida são usualmente classificados como surdos pós-linguais. Apesar do fato de esses pacientes desenvolverem vários aspectos da fala, eles frequentemente demonstram rápida deterioração da fala após a perda auditiva. A colocação de implante coclear precocemente pode

melhorar e diminuir a deterioração da produção da fala e percepção do som. Os critérios para seleção de candidatos adultos estão baseados na avaliação audiométrica dos pacientes. Não existe limite para a colocação do implante coclear podendo qualquer paciente ser implantado desde que tenha condições clínicas, mas o implante coclear é uma alternativa para pacientes com surdez profunda, embora alguns irão apresentar melhor resultado que outros. Assim, para a grande maioria dos deficientes auditivos (aproximadamente 660 milhões) a escolha mais comum de amplificação são os aparelhos auditivos.

1.4.2 Aparelhos auditivos

Basicamente, os aparelhos auditivos são pequenos aparelhos eletrônicos compostos por um microfone e um alto-falante. O som é captado pelo microfone, amplificado e depois reproduzido pelo alto-falante (Fig. 1.5). Desse modo, o usuário ouve os sons que o rodeiam de forma amplificada e em intensidade adequada ao seu tipo de perda auditiva. Entretanto, a amplificação do aparelho não pode superar o limiar de desconforto. Em geral, a faixa dinâmica será menor para um deficiente auditivo do que para uma pessoa com audição normal. A Fig. 1.6 apresenta as partes de um aparelho auditivo básico do tipo BTE (detalhado na sequência), e consta de um amplificador, microfone, bateria, alto-falante, tubo e o molde inserido na orelha.

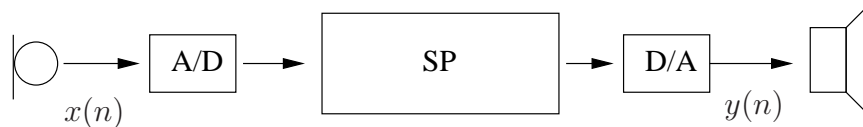


Figura 1.5: Diagrama em blocos geral de um aparelho auditivo.

Os avanços na tecnologia digital e a redução no consumo de energia pelos circuitos eletrônicos têm permitido que atualmente existam aparelhos auditivos bastante sofisticados, capazes de serem individualmente otimizados para cada paciente, o que é muito importante, já que as perdas auditivas têm características diferentes para pessoas distintas. Existem diferentes tipos de

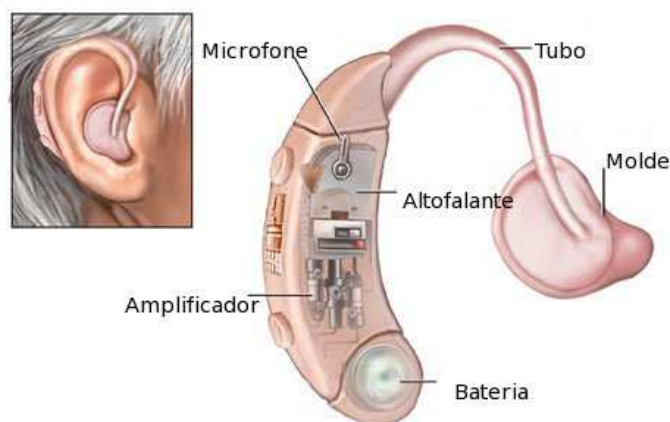


Figura 1.6: Partes de um aparelho auditivo tipo BTE.

próteses auditivas e cada uma delas oferece diferentes vantagens, dependendo de seu desenho, níveis de amplificação e tamanho, mas o tamanho do aparelho auditivo não é um bom indicador de sua qualidade do som. Para pessoas com perdas auditivas sensoriais, existem basicamente quatro tipos de aparelhos:

Atrás da orelha (Behind The Ear, BTE): Estes aparelhos são instalados atrás da orelha, existindo uma ligação de plástico entre o aparelho e o canal auditivo. São utilizados por pessoas de todas as idades e podem corrigir desde perdas leves até profundas. Essa é a melhor escolha para crianças devido à segurança e o crescimento da mesma.



Dentro do ouvido (In The-Ear, ITE): Este tipo de prótese se encaixa exatamente dentro do ouvido externo e pode ser utilizada para reparar desde perdas auditivas moderadas até severas. Os principais inconvenientes desse aparelho são as possibil-



idades de serem danificados pela cera do ouvido e os problemas de ajuste que podem advir de suas dimensões reduzidas. Usualmente não é recomendada para crianças devido ao fato de que elas estão em constante crescimento e devem ser constantemente substituídas.

Aparelhos de canal (Canal Aids): Estes ficam colocados dentro do canal auditivo. Existem de dois tipos: dentro do canal (In the Canal, ITC), adaptado para a forma do canal auditivo e o mais reduzido, Completely-in-Canal (CIC), que fica completamente oculto



dentro do canal auditivo. Ambos podem corrigir desde perdas leves até severas. Devido às reduzidas dimensões, esses mecanismos são difíceis de ajustar e mover, podendo também ser danificados pelo acúmulo de cera no canal auditivo. Eles não são recomendados para crianças.

Preso à cintura: Este tipo de aparelho auditivo é utilizado por pessoas com perdas profundas e devido às suas grandes dimensões, normalmente é utilizado preso à cintura ou dentro do bolso. A ligação ao ouvido se faz com um fio discreto. Dado o fato de que ele é um modelo relativamente grande, incorpora muitas opções de processamento. Só é utilizado quando não é possível escolher uma das alternativas anteriores.

Em relação ao mecanismo interno de processamento, existem três tipos de aparelhos auditivos, sendo do mesmo estilo.

1. *Analógico ajustável:* Uma vez que o audiologista determina o volume de amplificação e outras especificações, o aparelho é fabricado por um laboratório de acordo com essas especificações. Esses circuitos são geralmente os mais baratos.
2. *Analógico programável:* Usando um computador, o audiologista programa o aparelho

auditivo de acordo com as necessidades do usuário. Esses aparelhos podem acomodar várias configurações, podendo o seu portador comutar entre elas, dependendo do ambiente onde se encontra.

3. *Digital programável*: Aqui também o audiologista programa o aparelho usando um computador, só que existe maior flexibilidade no ajuste da qualidade do som e do tempo de resposta, sendo mais fácil adaptar cada aparelho às necessidades do usuário.

1.5 Principais queixas dos usuários

As queixas mais comuns dos usuários de aparelhos auditivos são: a inteligibilidade da fala em ambientes ruidosos, a retroalimentação acústica e a oclusão.

1.5.1 Inteligibilidade da fala

Pessoas com deficiência auditiva apresentam dificuldade em entender a fala especialmente quando essa vem acompanhada de ruídos ou da interferência de sons. Por exemplo, ter uma conversa em um restaurante lotado ou participar de reuniões no trabalho ou em casa ou ainda, simplesmente conversando com amigos. Pessoas com perda auditiva têm uma dificuldade maior de entender a fala em ambientes ruidosos do que pessoas com audição normal. Estudos revelam [9] que em um ambiente ruidoso, a fala precisa ser 30dB maior em pessoas com perda auditiva para alcançar o mesmo nível de entendimento que pessoas com audição normal. Segundo pesquisadores [14], dentro das causas deste déficit na discriminação da fala estão: a redução da faixa dinâmica, a redução da habilidade para discriminar diferentes frequências em tons puros ou complexos e a redução da seletividade de frequência. A habilidade de entendimento da fala em ruído se expressa como a relação sinal-ruído (S/N). A quantidade exata de perda de S/N depende do grau e tipo de perda auditiva, bem como das características temporal e espectral do

ruído [9]. Diferentes técnicas têm sido desenvolvidas para melhorar o entendimento da fala e oferecer maior conforto aos usuários de aparelhos auditivos. Dentro das estratégias desenvolvidas mais recentemente estão: os microfones direcionais e os algoritmos de redução de ruído. Os microfones direcionais são mais sensíveis aos sons vindos de frente do que aos sons vindos atrás ou de lado. Assim, essa estratégia trabalha basicamente sob a hipótese de que quando os usuários de aparelhos auditivos estão participando de uma conversação o locutor esta na frente e os sons vindos de outras direções são indesejados [9]. Algoritmos adaptativos para a redução do ruído estão entre as técnicas mais utilizadas devido ao fato de que seu desempenho é melhor que algoritmos fixos em ambientes variantes no tempo. A meta de algoritmos de redução de ruído é melhorar a inteligibilidade da fala e não aumentar a relação S/N [2].

1.5.2 Retroalimentação acústica e oclusão

Uma das principais queixas dos usuários de aparelhos auditivos e foco dessa Tese é a retroalimentação acústica, a qual ocorre em altas frequências (ver Fig. 1.8), devido ao acoplamento acústico entre o alto-falante e o microfone do aparelho (Fig. 1.7). Essa é uma situação particularmente preocupante, porque as perdas auditivas são geralmente piores na faixa de 500Hz até 4KHz (perda de informação em alta frequência) [12].

A retroalimentação acústica é percebida como uma distorção desagradável para o usuário (*whistling or howling*), agravando a deficiência auditiva, já que limita o ganho máximo do aparelho auditivo. A retroalimentação acústica pode ocorrer por diferentes motivos, tais como [7]:

1. *As características do usuário*: Quantidade de ressonância no canal do ouvido, forma e tamanho do pavilhão auditivo e movimentos mandibulares.
2. *As características físicas do aparelho auditivo*: Estilo do aparelho auditivo (BTE, ITE, etc.), escolha da ventilação (vent) e formato da parte externa da orelha.

3. *As mudanças no ambiente acústico:* Conversações, ações de mastigar e bocejar, recebimento de abraço, condução do telefone à orelha.
4. *Mal funcionamento e defeitos do aparelho auditivo:* Defeito no microfone e fuga no tubo acústico (BTE), contato interno dos componentes, ventilação interna, fendas e furinhos, fugas devido ao movimento da mandíbula.

Os dois primeiros motivos são estáticos, enquanto que o terceiro é altamente variante no tempo, já que depende de situações momentâneas. A Fig. 1.9 apresenta variações típicas da resposta em frequência do caminho de retroalimentação acústica em função desses parâmetros.

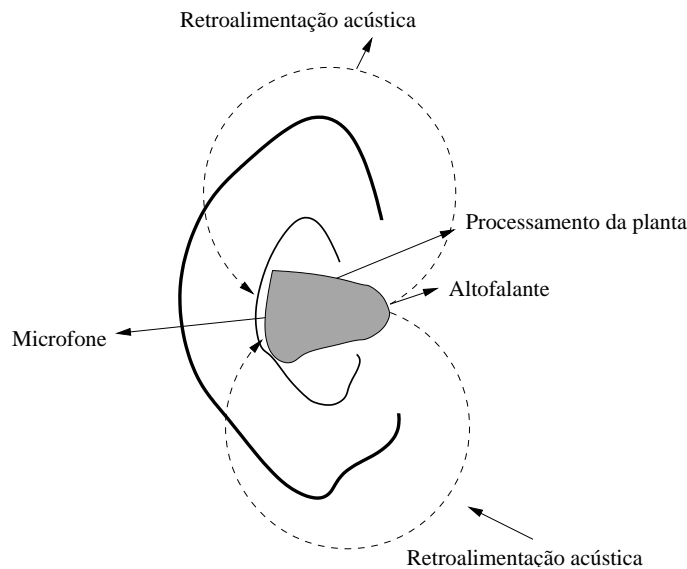


Figura 1.7: Esquema da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos

Para o segundo parâmetro, a ventilação refere-se à distância existente entre o canal auditivo e o aparelho. A ventilação é necessária para evitar o efeito da oclusão, definida como a distorção da própria voz, que ocorre quando o canal auditivo é obstruído. Muito tem sido pesquisado sobre as origens e os efeitos da oclusão, mas a remoção do efeito de oclusão, segundo [5], pode acontecer de duas formas:

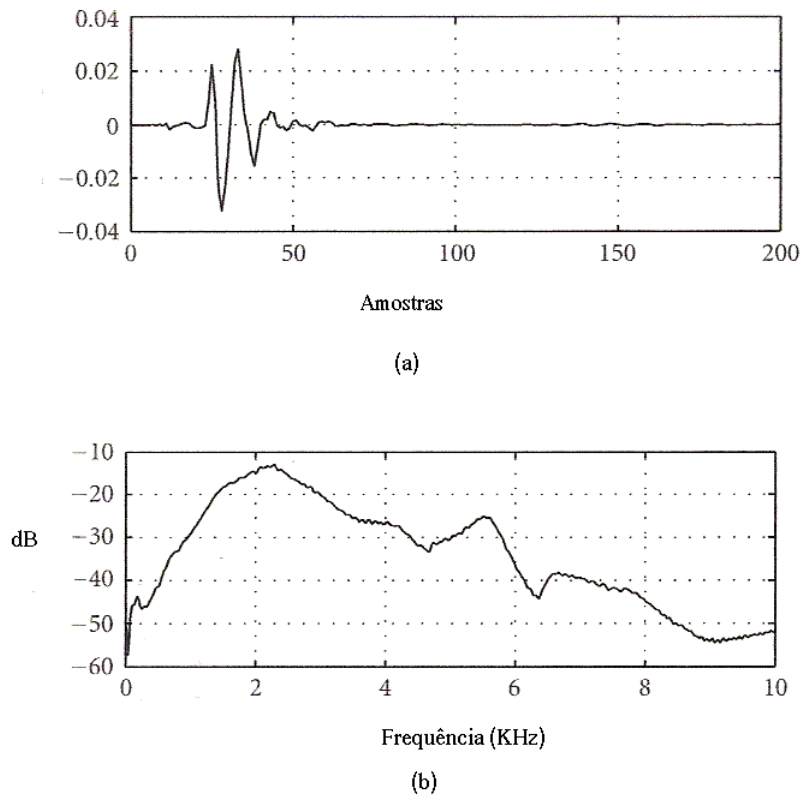
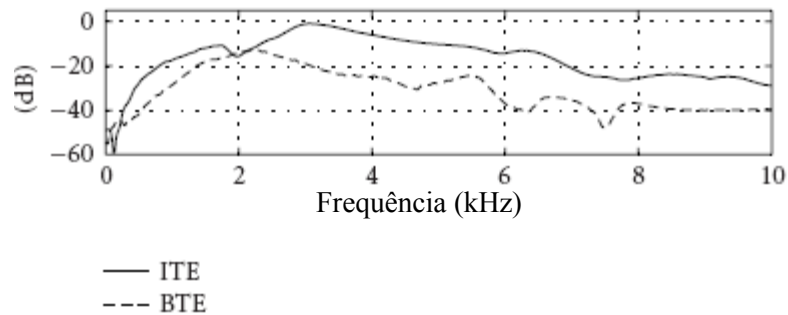


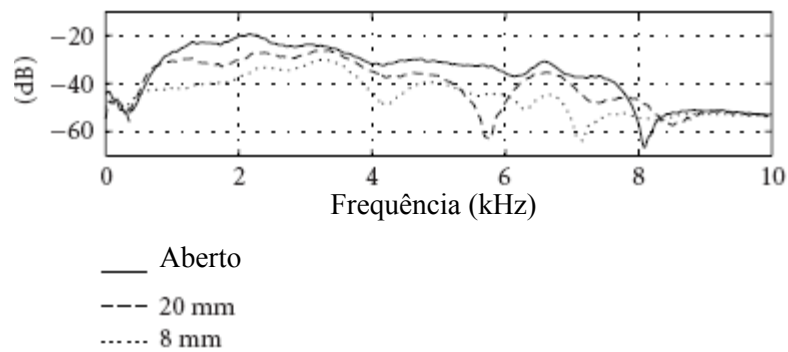
Figura 1.8: a) Resposta ao Impulso do caminho de retroalimentação acústica; b) Resposta em frequência do caminho de retroalimentação (amostragem 20kHz) de um aparelho auditivo típico. Figuras extraídas de [4].

- Incrementando o tamanho da ventilação e deixando que os sons de baixa frequência escapem pelo canal auditivo;
- Criando um molde para a orelha que encha completamente a porção de cartilagem externa, no caso dos tipos ITE e de canal.

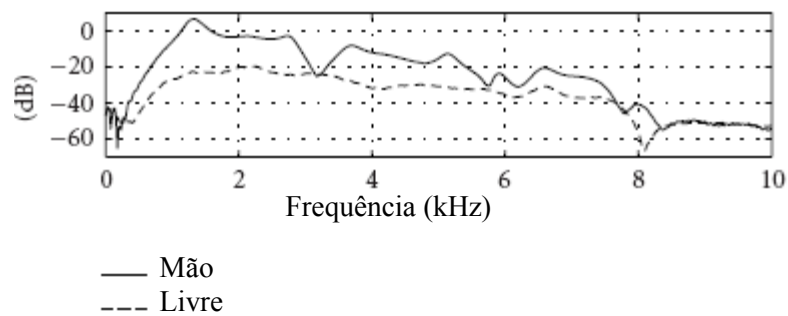
A segunda solução é inviável devido ao desconforto físico que provocaria. Portanto, a única solução razoável para o problema de oclusão é o tamanho do canal de ventilação. A Fig. 1.10 mostra a redução do efeito de oclusão na medida em que o tamanho da via de ventilação aumenta.



(a)



(b)



(c)

Figura 1.9: Diferentes tipos de caminhos de retroalimentação segundo: a) O tipo de aparelho auditivo; b) O tamanho da ventilação; c) Obstáculos, por exemplo, mão colocada perto do ouvido. Figuras extraídas de [4].

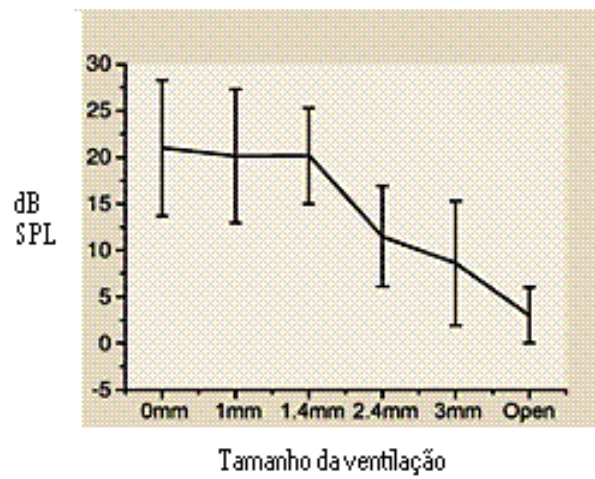


Figura 1.10: Efeito de oclusão e o tamanho da ventilação. Tomado de [5].

Pesquisas como [15, 16] têm recomendado usar o maior tamanho da ventilação possível para diminuir a oclusão. No entanto, essa restrição automaticamente aumenta os riscos de retroalimentação acústica e diminui a amplificação alcançável pelo aparelho.

A retroalimentação acústica gera uma série de consequências[7] como:

1. Limita o máximo de ganho que o aparelho auditivo pode proporcionar e limita o tipo de aparelho ou prótese auditiva que pode ser projetada para o usuário com determinado grau de perda auditiva;
2. Limita o tamanho da ventilação, gerando efeitos negativos como o efeito de oclusão e uma ventilação deficiente do canal auditivo;
3. Quando o nível de ganho do aparelho auditivo é suficientemente elevado para gerar uma retroalimentação positiva, suboscilações são geradas. As consequências incluem "picos" e "vales" na resposta em frequência do aparelho. Em altas frequências, assobios estão presentes no processamento da fala, degradando a inteligibilidade e a qualidade do som.
4. O efeito de retroalimentação pode também ser muito desagradável e embaraçoso para o

usuário, já que ele e as pessoas á sua volta podem escutar os tons de alta frequência. Isto pode ser especialmente embaraçoso para aqueles usuários que querem ocultar sua deficiência auditiva. Se esse problema não é solucionado, os usuários, geralmente, desistem do uso do aparelho auditivo.

Apesar dessas limitações, deve ser considerado o fato de que muitos deficientes auditivos se beneficiam com o uso dos aparelhos. Portanto, torna-se importante o aprimoramento das técnicas de cancelamento da retroalimentação acústica. De uma maneira geral, existem duas classes de cancelamento: contínuo e descontínuo. Vários trabalhos foram desenvolvidos nesse sentido [17]-[18]. No próximo capítulo essas técnicas serão apresentadas com maiores detalhes.

1.6 Justificativa

De uma forma geral, as soluções propostas na literatura para resolver o problema de retroalimentação acústica em aparelhos auditivos dividem-se em soluções não adaptativas e adaptativas. Algumas das soluções não adaptativas baseiam-se na modificação da resposta do caminho direto do aparelho auditivo de forma a estabilizar o sistema que inclui o caminho de retroalimentação. Modificações propostas incluem o uso de filtros "notch" sintonizados em torno das frequências de oscilação do sistema, de equalizadores de fase ou de deslocadores de espectro de frequência [19].

Tais soluções tendem a levar a melhorias modestas no máximo de ganho permissível e podem alterar a qualidade do som por modificarem a resposta em frequência do aparelho auditivo. Outras soluções não adaptativas baseiam-se em uma identificação da resposta do caminho de retroalimentação que é feita pelo fonoaudiólogo quando do ajuste inicial do aparelho ao usuário. Soluções desse tipo são claramente insatisfatórias porque a resposta do caminho de retroalimentação tende a sofrer mudanças quando o aparelho auditivo é utilizado [20, 21]. Assim, as soluções mais modernas baseiam-se em sistemas adaptativos.

Diversos algoritmos e estruturas têm sido propostos para a solução adaptativa. As soluções existentes podem ser classificadas em soluções de adaptação não contínua e soluções de adaptação contínua. As soluções de adaptação não contínua, como a apresentada na Fig. 1.11, atualizam os coeficientes do filtro apenas quando o efeito da retroalimentação é detectado. Quando tal fato ocorre, a operação normal do aparelho é interrompida e o próprio aparelho auditivo aplica um sinal de prova (geralmente um ruído branco) ao alto-falante de saída. Esse sinal serve como sinal de teste para o processo de identificação da resposta do caminho de retroalimentação que se segue. Essa estrutura, quando analisada, resulta em uma solução ótima para a identificação do caminho de retroalimentação, mas o sinal gerado pelo aparelho auditivo apresenta-se como um ruído desconfortável para o usuário reduzindo a relação sinal a ruído na saída do aparelho auditivo e conseqüentemente afetando a qualidade do som [22, 23, 24]. Pelas exposições anteriores, tais soluções não são as preferidas pelos deficientes auditivos. Esse tipo de estrutura tem sido abandonado em favor de soluções continuamente adaptativas.

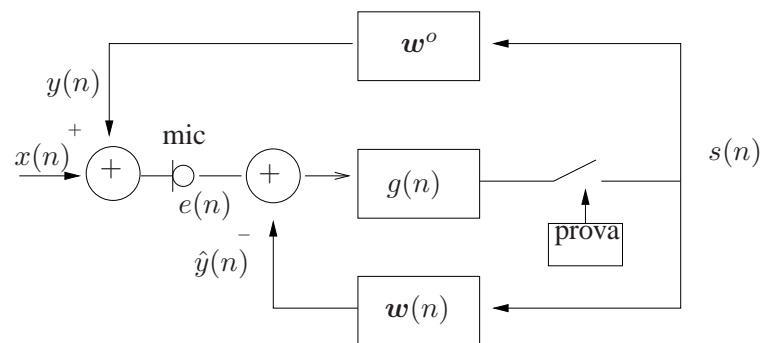


Figura 1.11: Estrutura que considera adaptação não contínua.

Dentre as inúmeras soluções propostas na literatura para a solução adaptativa contínua, algumas das mais relevantes são:

- Aplicação dos algoritmos LMS e NLMS simples [17], [25] e [3]. Embora essa solução siga os princípios básicos de identificação de sistemas, o fato de que a retroalimentação do aparelho auditivo fecha uma malha ao redor do caminho direto do sinal leva a proble-

mas específicos que devem ser considerados. Um dos problemas é a correlação entre o sinal a ser amplificado pelo aparelho e o sinal de entrada do filtro adaptativo (ver ilustração no capítulo a seguir, Fig. 2.5). Essa correlação faz com que a solução encontrada pelo algoritmo adaptativo seja polarizada. Propostas para reduzir essa correlação e, portanto, a polarização da solução, geralmente envolvem a inclusão de um atraso no caminho direto ou no caminho do filtro adaptativo [3]. Tais soluções são controversas porque o atraso necessário à decorrelação pode ser excessivo e causar instabilidade do sistema ou desconforto para o usuário. Em [26] o algoritmo LMS é implementado no domínio da frequência para acelerar o processo de convergência e além disso, emprega-se passos de adaptação especificamente normalizados para diferentes faixas de frequência, o que tende a melhorar o desempenho do algoritmo.

- Aplicação de distorções ao sinal no caminho direto do aparelho auditivo com a finalidade de decorrelacionar o sinal a ser amplificado e o sinal na entrada do filtro adaptativo. Em [22] aplica-se um compressor de frequência como pré-processador no caminho do aparelho auditivo. As frequências do sinal são deslocadas para frequências ligeiramente mais baixas antes de serem amplificadas no aparelho auditivo. A compressão de frequência aplicada deve ser suave para evitar distorções perceptíveis. O processamento requer uma reamostragem do sinal em blocos e a remontagem do sinal através de um recobrimento controlado dos blocos comprimidos em frequência. Em [27] aplica-se, além do atraso no caminho direto, uma filtragem "passa-tudo IIR" de segunda ordem e variante no tempo. A variação no tempo é implementada através de um modulador de baixa frequência, de forma a gerar uma distorção não audível.
- Aplicação de filtragem limitada em frequência. Essa solução baseia-se na restrição da operação do filtro adaptativo em regiões do espectro de frequências contendo as possíveis frequências de oscilação do sistema retroalimentado [28, 29]. Dessa forma, aumenta-se a

eficiência do filtro adaptativo. O desempenho de tais soluções está fortemente atrelado à identificação das frequências de oscilação e conseqüente projeto dos filtros "passa-faixa" a serem utilizados [30].

- Aplicação de restrições aos coeficientes do filtro adaptativo [23]–[31]. Essas soluções limitam a divergência dos coeficientes do filtro adaptativo através de uma restrição adicional incorporada à função custo de forma a penalizar afastamentos significativos do vetor de coeficientes em relação à sua inicialização. Tais soluções são fortemente dependentes de uma boa identificação *a priori* da resposta do caminho de retroalimentação. Além disso, a solução evita a divergência dos coeficientes do filtro adaptativo, mas não possui intrinsecamente qualquer proteção contra a instabilidade da malha de retroalimentação.
- Utilização de técnicas de identificação de laço fechado [24, 28, 32, 18]. Essas técnicas consideram o problema de estabilidade da malha de realimentação como um todo. Em geral, requerem dois sistemas adaptativos: um sistema configurado como identificador do caminho de retroalimentação e outro como preditor, cuja finalidade é a de modelar o sinal desejado (sinal a ser amplificado). Esse modelo é então utilizado para branquear o sinal desejado antes de sua utilização pelo sistema adaptativo.

Resultados de simulações mostram que a última solução, acima apresentada, tende a levar a melhores desempenhos do cancelador de retroalimentação, entretanto, falta na literatura, uma análise mais detalhada do desempenho de tais estruturas.[19]. Os resultados disponíveis consideram somente o comportamento do algoritmo adaptativo em regime permanente, a partir de hipóteses de convergência para pontos estacionários específicos. Esses resultados não possibilitam o estudo das diferentes possibilidades de convergência a partir de diferentes inicializações do sistema [32, 6, 19]. Mesmo no caso de uma estrutura simples de cancelamento de retroalimentação para aparelhos auditivos, as poucas análises existentes concentram-se no comporta-

mento em regime permanente [3, 33]. Assim, existe uma importante lacuna na literatura no que diz respeito ao estudo do comportamento de algoritmos adaptativos empregados em sistemas de cancelamento de retroalimentação em aparelhos auditivos. Esse trabalho tem como objetivo contribuir para um melhor entendimento do comportamento de tais sistemas adaptativos, tendo como base os sistemas que utilizam técnicas de identificação de laço fechado.

1.7 Objetivos do trabalho

Essa Tese tem como objetivo principal estudar o comportamento estatístico dos filtros adaptativos de uma importante estrutura para o cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos. A estrutura é baseada no método do erro de predição de identificação de sistemas e utiliza dois algoritmos adaptativos operando simultaneamente. Modelos analíticos são derivados a fim de que possam prever o comportamento do sistema em regime transitório e permanente.

1.8 Organização do trabalho

Neste capítulo foram apresentados alguns conhecimentos preliminares sobre aparelhos auditivos, evidenciando problemas frequentemente apontados pelos usuários. A amenização de tais problemas justifica essa Tese para obtenção do grau de Doutor.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão do estado-da-arte em retroalimentação em aparelhos auditivos. Define-se matematicamente o problema e analisa-se uma possível solução.

O Capítulo 3 apresenta uma análise da estrutura proposta em [6]. Verifica-se, considerando as características típicas de respostas medidas no caminho de retroalimentação, que a análise do comportamento de uma estrutura diferente da apresentada em [6] permite prever com bastante exatidão o comportamento estocástico daquela estrutura. Modelos analíticos para descrever o

comportamento, médio e médio quadrático, dos coeficientes dos filtros são derivados.

O Capítulo 4 apresenta um modelo matemático para a polarização presente na solução adaptativa. Resultados deste modelo permitem analisar a estabilidade do sistema e evidenciar as características de operação da estrutura.

O Capítulo 5 apresenta um modelo para descrever o comportamento do erro médio quadrático. Exemplos de simulação são descritos para verificar a eficácia do modelo.

O Capítulo 6 apresenta um compêndio de comentários e discussões sobre diferentes aspectos da estrutura em estudo avaliados durante o desenvolvimento desta Tese. Finalizando, no Capítulo 7 são discutidas as conclusões mais importantes deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas.

1.9 Trabalhos publicados e submetidos

A seguir são enumeradas as publicações em congressos nacionais e internacionais resultantes do desenvolvimento deste trabalho.

1. Yasmín Montenegro M. and José C. M. Bermudez; 2008. Mean Weight Behavior of Coupled LMS Adaptive Systems Applied to Acoustic Feedback Cancellation in Hearing Aids. *In Proc. ICISP 2008*, Normandy, France. Image and Signal Processing - Lecture Notes in Computer Science. Heidelberg: Springer Berlin, 2008. v.5099, pp.527 - 535.
2. Yasmín Montenegro M. and José C. M. Bermudez; 2008. Statistical Analysis of the Bias in Acoustic Feedback Cancellation System for Hearing Aids. *XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBrT 2008*, Rio de Janeiro, Brazil. Anais do XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações. Sociedade Brasileira de Telecomunicações.
3. Yasmín Montenegro M. and José C. M. Bermudez; 2009. Transient Mean-Square Analysis of Prediction Error Method Based Adaptive Feedback Cancellation in Hearing Aids.

IEEE Transactions on Signal Processing. Submetido em Julho 2009.

Capítulo 2

Cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos

2.1 Introdução

A retroalimentação acústica é uma das principais queixas dos usuários de aparelhos auditivos, limitando a máxima amplificação do sinal desejado [4]. Quando o ganho máximo é excedido, o sinal de saída do aparelho auditivo oscila, produzindo um som desagradável para o usuário, referido como assobio. Em muitos casos a ventilação é a principal causa da presença da retroalimentação em aparelhos auditivos, no entanto, a ventilação é necessária para prover um som mais natural, reduzindo assim o efeito de oclusão que usuários frequentemente experimentam quando a ventilação é insuficiente. O problema da retroalimentação se torna pior em aparelhos dos tipos ITE e de canal devido à pequena distância entre o microfone e o alto falante, e o conseqüente incremento do acoplamento entre o receptor e o microfone. Trabalhos prévios sobre esse problema têm proposto técnicas para reduzir os efeitos da retroalimentação acústica de maneira a permitir ao usuário obter um máximo de ganho estável. As principais técnicas utilizadas para o cancelamento da retroalimentação são:

- Filtros Notch: Rejeição de determinados componentes de frequências do sinal de entrada do aparelho;

- Controle do ganho em determinadas frequências;
- Filtragem adaptativa: Cancelamento do sinal de retroalimentação como um todo.

Considerando que o caminho de retroalimentação pode mudar quando o aparelho auditivo é utilizado [20, 21], é desejável utilizar-se algoritmos adaptativos, os quais se classificam em: adaptação não contínua, a qual só atualiza os coeficientes do filtro quando a instabilidade é detectada ou quando o sinal de entrada é baixo e adaptação contínua, que continuamente adapta os coeficientes do filtro. Na seção a seguir apresenta-se um resumo de sistemas adaptativos focado nas aplicações de identificação de sistemas e de predição adaptativa, as quais têm aplicação direta nos sistemas a serem analisados mais no decorrer.

2.2 Filtros adaptativos

Os filtros adaptativos são filtros com coeficientes variantes no tempo, os quais são modificados periodicamente para satisfazer um determinado critério de desempenho. Normalmente esse critério é uma função do erro do processo de adaptação, o qual deverá ser minimizado. Em geral, os filtros adaptativos consistem de duas partes: 1) o processo de filtragem, cuja saída é a resposta desejada para um ou vários sinais de entrada; 2) o processo adaptativo, que provê um mecanismo de controle adaptativo, através de algum algoritmo, para o ajuste dos parâmetros utilizados no processo de filtragem. A escolha de um ou outro algoritmo é determinada por um ou mais dos seguintes fatores: taxa de convergência (número de iterações necessárias), desajuste (diferença entre os parâmetros obtidos e os parâmetros ideais), rastreamento (capacidade de acompanhar as variações dos sinais), robustez (habilidade para operar frente a sinais mal condicionados), complexidade computacional, estrutura e propriedades numéricas (implementação do algoritmo num processador digital). A avaliação do desempenho do sistema adaptativo pode ser feita utilizando-se dos mais variados critérios, entretanto, o critério mais utilizado é

baseado no Erro Quadrático Médio (EQM), é expresso pela equação:

$$J_{ms} = E\{e^2(n)\} = E\{[d(n) - y(n)]^2\}$$

em que $E\{\cdot\}$ corresponde ao valor esperado (esperança estatística), $d(n)$ representa a resposta desejada e $y(n)$ representa a estimativa do sinal desejado.

Existem diversas aplicações para sistemas adaptativos. A maioria delas corresponde a uma das seguintes classes de problemas: identificação de sistemas, predição, modelagem inversa e cancelamento de interferência [34]. A diferença essencial entre as várias aplicações é a forma de extrair a resposta desejada. Nessa Tese serão apresentadas apenas duas aplicações, as quais serão utilizadas nas estruturas mais adiante:

- *Identificação de sistemas*: Nesta aplicação, o filtro adaptativo é utilizado para prover o modelo que melhor represente uma planta desconhecida. A Fig. 2.1 apresenta um diagrama em blocos para esse tipo de aplicação. A planta e o filtro adaptativo são alimentados pelo mesmo sinal de entrada e a saída da planta, $(\hat{d}(n))$ é a resposta desejada para o filtro adaptativo. O ruído aditivo $z(n)$ representa o ruído interno da planta ou ruído de medição. Fazendo a adaptação dos coeficientes do filtro através de um algoritmo recursivo, obtém-se uma boa aproximação para o modelo da planta desconhecida. A identificação adaptativa é frequentemente utilizada em sistemas de comunicações, sistemas de controle e na identificação de estruturas;
- *Predição linear*: Nesta aplicação, a função do filtro adaptativo é prover a melhor predição do valor presente de um sinal aleatório a partir de amostras passadas do mesmo sinal. O valor presente serve como sinal desejado no filtro adaptativo e os valores passados alimentam-no. Dependendo da aplicação, pode-se ter duas saídas: $y(n)$, denominada saída do filtro preditor ou $e(n)$, denominada de saída do filtro de erro de predição. Uma das aplicações da predição linear é a análise espectral, na qual se utiliza a modelagem preditiva

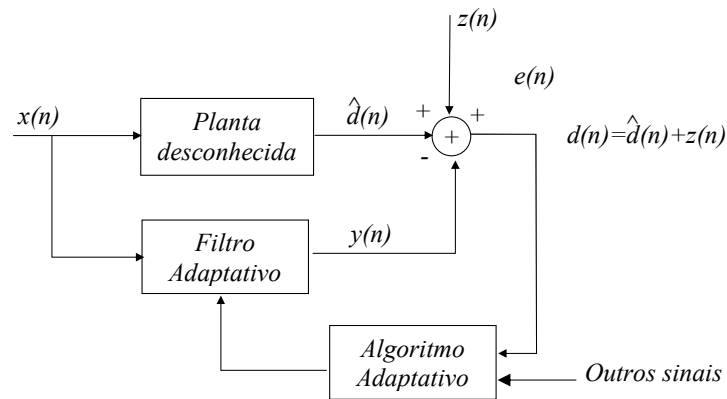


Figura 2.1: Diagrama em blocos para a identificação de sistemas

para estimar a potência espectral de um sinal de interesse [34]. A Fig. 2.2 apresenta o diagrama em blocos de um preditor linear adaptativo.

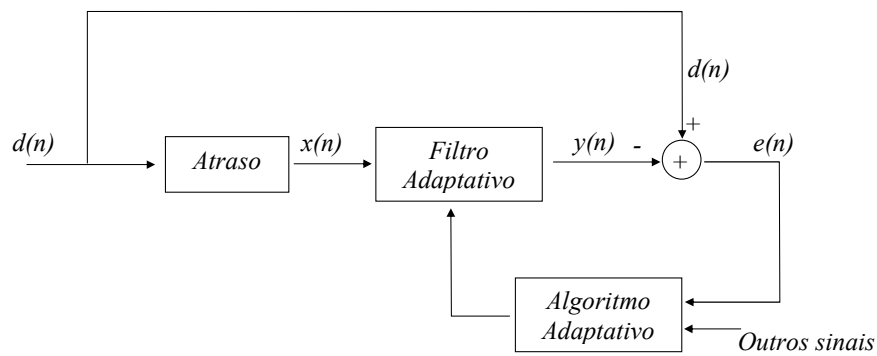


Figura 2.2: Diagrama em blocos para do filtro de erro de predição

2.3 Definição do problema

A Fig. 2.3 apresenta de maneira simplificada o problema da retroalimentação no aparelho auditivo, em que $x(n)$ é o sinal de entrada do aparelho e $s(n)$ é a saída do aparelho. Através do caminho de retroalimentação, $s(n)$ retorna ao microfone. $G(z)$ e $H(z)$, respectivamente, apresentam as funções de transferência do caminho direto (ou do aparelho) e da retroalimentação. Observe que devido à presença de $G(z)$, os sinais $x(n)$ e $s(n)$ são *correlacionados* [6] e além disso, o sinal de entrada $x(n)$, usualmente, possui substancial autocorrelação temporal

(por exemplo, o sinal de voz) [24]. Como, dependendo do ambiente acústico, a função de trans-

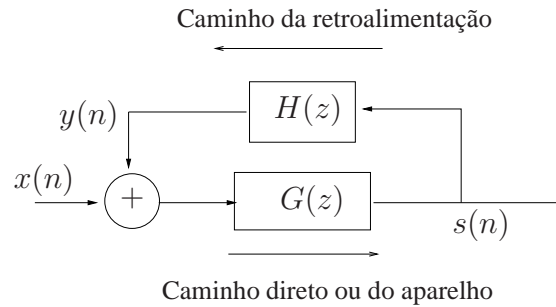


Figura 2.3: Diagrama em blocos da amplificação e retroalimentação no aparelho auditivo

ferência da retroalimentação pode mudar significativamente, [20, 21], o cancelamento deve ser adaptativo como ilustra a Fig. 2.4.

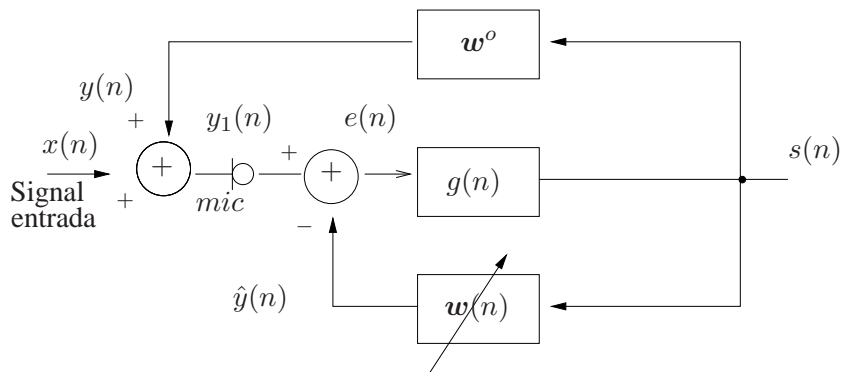


Figura 2.4: Diagrama em blocos do cancelamento adaptativo para retroalimentação em aparelho auditivo

Na Fig. 2.4, w^o representa o caminho de retroalimentação entre o alto falante e o microfone, $x(n)$ representa o sinal de entrada, $g(n)$ representa o ganho do aparelho auditivo e $s(n)$ é a saída do aparelho que é enviada ao microfone (*mic*) pela retroalimentação. $w(n)$, denominado de estimador auditivo, representa a resposta impulsiva do filtro adaptativo destinado ao cancelamento da retroalimentação acústica.

Nesse caso, o filtro adaptativo tenta obter uma estimativa do sinal $y(n)$, dada por $\hat{y}(n)$, de forma que a saída seja $e(n) = x(n)$. No entanto, devido à presença de $G(z)$ (ver Fig. 2.3),

os sinais de entrada do filtro adaptativo e de saída do aparelho auditivo $x(n)$ e $s(n)$, são, respectivamente, correlacionados, o que conduz a uma solução polarizada, conforme será visto mais adiante. Requisitos como rapidez de convergência, rastreamento de variações do caminho da retroalimentação (*tracking*), baixo desajuste e baixa complexidade devido ao tamanho dos processadores [33, 28, 35] deverão ser satisfeitos pelo estimador adaptativo.

2.3.1 Solução polarizada

Nesta seção demonstra-se, analiticamente, a polarização existente na solução devida à correlação entre os sinais de entrada do aparelho auditivo e do filtro adaptativo.

Observando a Fig. 2.4, define-se:

$$\begin{aligned}\mathbf{s}(n) &= [s(n), s(n-1), \dots, s(n-N+1)]^T \\ \mathbf{w}(n) &= [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T\end{aligned}$$

sendo N o comprimento do filtro ideal. Segue ainda da Fig. 2.4 a dedução da superfície de desempenho com $E[e^2(n)|\mathbf{w}]$ (consideração a ser levada nas próximas análises).

$$\begin{aligned}e(n) &= y_1(n) - \hat{y}(n) \\ e(n) &= y_1(n) - \mathbf{s}^T(n)\mathbf{w} \\ e^2(n) &= y_1^2(n) - 2y_1(n)\mathbf{s}^T(n)\mathbf{w} + \mathbf{w}^T\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^T(n)\mathbf{w} \\ E[e^2(n)] &= E[y_1^2(n)] - 2\mathbf{r}_{y_1s}^T\mathbf{w} + \mathbf{w}^T\mathbf{R}_{ss}\mathbf{w}\end{aligned}$$

em que

$$\mathbf{r}_{y_1s} = E[y_1(n)\mathbf{s}(n)] \quad (2.1)$$

Fazendo-se $J_{ms} = E[e^2(n)]$, tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial J_{ms}}{\partial \mathbf{w}} &= -2\mathbf{r}_{y_1s} + 2\mathbf{R}_{ss}\mathbf{w} = 0 \\ \hat{\mathbf{w}} &= \mathbf{R}_{ss}^{-1}\mathbf{r}_{y_1s}\end{aligned}\quad (2.2)$$

Para comparar a solução de Wiener (Equação (2.2)) com a resposta ao impulso da planta física, \mathbf{w}^o , tem-se que

$$y_1(n) = x(n) + \mathbf{s}^T(n)\mathbf{w}^o$$

Substituindo-se a equação acima em (2.1), obtêm-se:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{y_1s} &= E\{[x(n) + \mathbf{s}^T(n)\mathbf{w}^o]\mathbf{s}(n)\} \\ \mathbf{r}_{y_1s} &= E\{x(n)\mathbf{s}(n) + \mathbf{s}(n)\mathbf{s}^T(n)\mathbf{w}^o\} \\ \mathbf{r}_{y_1s} &= \mathbf{r}_{xs} + \mathbf{R}_{ss}\mathbf{w}^o\end{aligned}\quad (2.3)$$

Finalmente, substituindo-se (2.3) em (2.2) chega-se em

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{w}} &= \mathbf{R}_{ss}^{-1}(\mathbf{r}_{xs} + \mathbf{R}_{ss}\mathbf{w}^o) \\ \hat{\mathbf{w}} &= \mathbf{R}_{ss}^{-1}\mathbf{r}_{xs} + \mathbf{w}^o\end{aligned}\quad (2.4)$$

Observe que a Equação (2.4) resulta numa solução polarizada, tendo como excedente a primeira parcela, $\mathbf{R}_{ss}^{-1}\mathbf{r}_{xs}$, devido à correlação entre $x(n)$ e $s(n)$. Para futuros comparativos, define-se $\varepsilon = \mathbf{R}_{ss}^{-1}\mathbf{r}_{xs}$ como polarização. Numerosas propostas foram apresentadas para reduzir ou cancelar a retroalimentação acústica em aparelhos auditivos. Essas se dividem em duas classes: adaptação não contínua e adaptação contínua. Dentro da primeira, algumas propostas como [17, 25, 36] identificam o caminho de retroalimentação em laço fechado, interrompendo o caminho do aparelho quando oscilações estão presentes, e aplicando um sinal de prova, por exemplo ruído

branco, na saída. Dessa forma, uma solução não polarizada é obtida, no entanto, o sinal de prova irá apresentar-se como ruído para o usuário e será especialmente desagradável se a identificação for frequentemente requerida. Assim, essa técnica somente terá utilidade para pessoas com surdez profunda, as quais não são afetadas pela sequência de ruído [3].

Para o caso da segunda classe de adaptação, a dificuldade surge da correlação existente entre a entrada e a saída do aparelho. Diferentes soluções são encontradas na literatura para reduzir o valor de ε . Propostas clássicas incluem operações de descorrelação no caminho $G(z)$ ou no caminho do estimador adaptativo, tais como retardos ou não linearidades [22, 26, 3]. Restrições no cancelador adaptativo [23, 31, 35] também são propostas, entretanto, o sinal de retroalimentação nunca será cancelado de forma absoluta. Soluções alternativas são encontradas baseadas no método de identificação do laço-fechado [37]. Propostas como [24, 28] e [6, 32, 19, 18] utilizam cancelamento adaptativo da retroalimentação baseado na técnica de [37]. Em [24, 28] uma estimativa fixa da resposta ao impulso do caminho da retroalimentação é proposta. Em [6, 32] a estimação do sinal desejado é adaptativa e baseada na hipótese de que o sinal de entrada é desconhecido e altamente variante no tempo. Teoricamente, essas propostas permitem a eliminação da polarização, no entanto, não existem ainda estudos analíticos que permitam avaliar completamente o desempenho do filtro adaptativo nessas estruturas quando entradas correlacionadas são usadas em sistemas de adaptação contínua. O projeto otimizado do algoritmo somente é possível a partir de um bom conhecimento do desempenho do filtro adaptativo em tais estruturas [38]. Essa proposta de Tese tem como objetivo apresentar uma análise matemática do comportamento dos filtros adaptativos em estruturas baseadas no método de identificação de sistemas em laço fechado e que seguem a proposta de [6]. Na próxima seção uma primeira avaliação é efetuada. O comportamento do algoritmo LMS para o cancelamento da retroalimentação em aparelhos auditivos é estudado quando retardos são incorporados no caminho do aparelho. Os resultados são comparados com os obtidos em [3].

2.4 Aparelhos auditivos comerciais [2]

Com o avanço da tecnologia, aparelhos auditivos comerciais tem permitido obter vantagens das características do processamento digital, como por exemplo a redução da retroalimentação. No entanto, devido às restrições de potência e às limitações de tamanho, os resultados têm sido limitados. O mais recente aparelho auditivo digital tem um poder de processamento de 2 a 4 milhões de instruções por segundo e uma memória de 2 a 4 kbytes, mas requer que as baterias sejam substituídas a cada semana. As primeiras e ainda mais comuns soluções para retroalimentação acústica em aparelhos auditivos comerciais são a redução do ganho em alta frequência e o uso de filtros notch. Geralmente a retroalimentação apresenta uma menor atenuação em altas frequências, faixa na qual a maioria das perdas auditivas acontecem. Atenuando o ganho a altas frequências o risco da retroalimentação pode ser reduzido, mas compromete a audibilidade nessa faixa. Para minimizar esse efeito alguns aparelhos auditivos utilizam um ou vários filtros notch, visto que o ganho é reduzido apenas em faixas estreitas ao redor das frequências críticas.

A primeira aplicação de cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos comerciais foi introduzida pela Danavox BTE DFS Genius, seguida depois pela digital Danalogic hearing instruments da GN Danavox. No primeiro projeto, a retroalimentação acústica foi identificada tendo como base um sinal de prova externo enviado ao alto-falante. Com essa técnica é possível alcançar um incremento de 10 dB no ganho máximo estável, mas, para preservar a qualidade do som, o uso de sinal de prova externo é limitado. De forma geral esse tipo de sinal é utilizado para inicializar o filtro adaptativo em uma banda limitada de frequência ou em baixas frequências. Em outros aparelhos auditivos como por exemplo, GN ReSound Canta 4 e Canta 7, a polarização é reduzida mediante restrições na adaptação para evitar afastamentos significativos do vetor de erro nos coeficientes, mas deve ter-se conhecimento a priori da resposta do caminho de retroalimentação, o que compromete o rastreamento de mudanças no caminho de retroalimentação. Resumindo, a máxima amplificação disponível em aparelhos auditivos comerciais ainda é limi-

tada. Portanto, existe uma forte demanda por técnicas de cancelamento adaptativo que permitam estimar o caminho de retroalimentação sem comprometer o rastreamento ou a qualidade do som.

A seguir, analisa-se três das técnicas mais empregadas para o cancelamento adaptativo em sistemas de aparelhos auditivos: a aplicação de retardos, a restrição nos coeficientes do filtro e finalmente, a filtragem limitada da qual originou a estrutura escolhida para ser modelada neste trabalho.

2.5 Aplicação de retardos

Dentro das técnicas adaptativas, a primeira solução é incluir alguma operação de decorrelação em cascata com o caminho direto. Idealmente a unidade de decorrelação remove parte da correlação entre o sinal desejado $x(n)$ e a entrada ao filtro adaptativo, como foi visto no modelamento anterior, mas operações de decorrelação degradam a qualidade do som, fazendo impossível a eliminação total da correlação [2]. A seguir será apresentada uma análise do efeito do retardo em um sistema adaptativo aplicado a aparelhos auditivos e uma modelagem estatística será derivada.

A Fig.2.5 apresenta o diagrama em blocos de um sistema típico de cancelamento de retroalimentação acústica em aparelhos auditivos. Nessa figura o sinal de entrada $x(n)$, modelado como um processo autoregressivo é o sinal desejado. O sistema linear invariante no tempo \mathcal{H} com função de transferência $\mathbf{H}(z)$ e um ruído branco gaussiano $\eta(n)$ define um modelo paramétrico para $x(n)$. $\zeta(n)$ é um ruído branco de média zero requerido para a identificação do caminho de retroalimentação quando $x(n)$ inclui componentes periódicas [6]. w^o representa o caminho de retroalimentação e o retardo D corresponde ao atraso permitido para o aparelho auditivo com ganho G . $y_1(n)$ representa o sinal no microfone, *mic*. O sinal $u(n)$ representa a saída do alto-falante do aparelho auditivo e a entrada ao filtro adaptativo. $w(n)$ representa o estimador adaptativo utilizado para prover um modelo que melhor represente o caminho de retroalimentação e w^o .

$\hat{y}(n)$ representa a saída do filtro adaptativo, sendo uma estimativa do sinal $y(n)$.

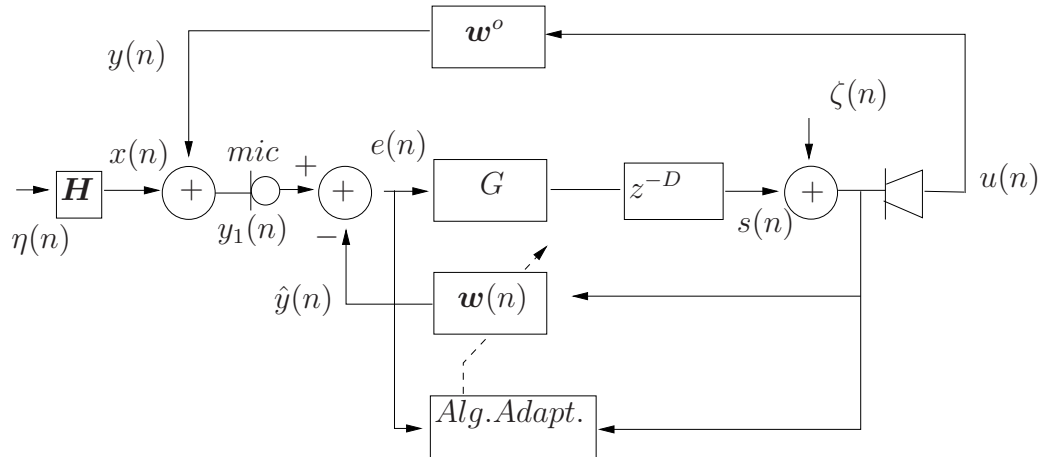


Figura 2.5: Diagrama em blocos de um sistema típico de cancelamento adaptativo de retroalimentação em aparelhos auditivos

Observando a Fig. 2.5, é possível representar o problema de cancelamento de retroalimentação acústica através de um esquema facilmente comparável com o problema mais usual de identificação de sistemas, como mostra a Fig. 2.6.

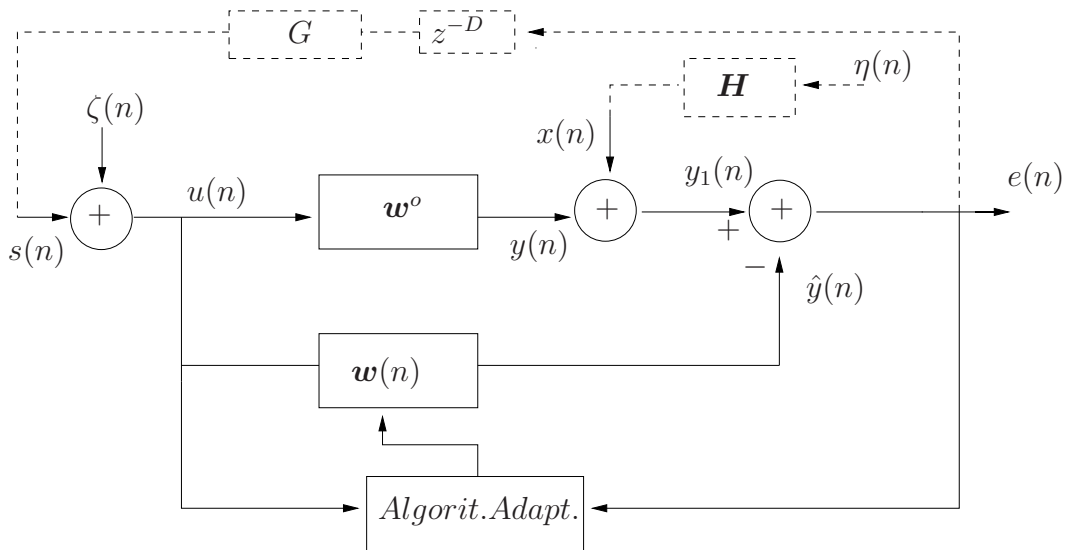


Figura 2.6: Representação do problema de cancelamento de retroalimentação acústica em aparelhos como um problema de identificação de sistemas

2.5.1 Solução ótima

Para observar o efeito do retardo D sobre o comportamento da estrutura apresentada na Fig. 2.6, primeiro obtém-se uma expressão para a solução ótima do sistema. Assim, considera-se $\mathbf{H}(z)$ como um sistema AR com função de transferência

$$\mathbf{H}(z) = \frac{X(z)}{\eta(z)} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}}$$

Os vetores utilizados nesta estrutura são:

$$\mathbf{u}(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-N+1)]^T \quad \text{vetor de entrada do sistema a identificar}$$

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T \quad \text{vetor de coeficientes adaptativos}$$

$$\mathbf{w}^o = [w_0^o, w_1^o, \dots, w_{N-1}^o]^T \quad \text{resposta impulsiva caminho de retroalimentação}$$

sendo N o comprimento do filtro \mathbf{w}^o .

A análise a seguir mostra o efeito do retardo D e do fator de autocorrelação de $x(n)$ na redução da polarização da solução $\hat{\mathbf{w}}$, correspondente ao ponto mínimo da superfície de desempenho definida pelo erro quadrático médio. Da Fig. 2.6,

$$\begin{aligned} e(n) &= y_1(n) - \hat{y}(n) \\ e(n) &= y_1(n) - \mathbf{u}^T(n)\mathbf{w}(n) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Então, deseja-se determinar a solução de Wiener para a minimização de $E[e^2(n)|\mathbf{w}]$. Assim, segue direto de (2.5) que

$$e^2(n) = y_1^2(n) - 2y_1(n)\mathbf{u}^T(n)\mathbf{w} + \mathbf{w}^T\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n)\mathbf{w}$$

Tomando o valor esperado da expressão anterior, obtém-se o valor quadrático médio de $e(n)$:

$$E\{e^2(n)|\mathbf{w}\} = E\{y_1^2(n)\} - 2E\{y_1(n)\mathbf{u}^T(n)\}\mathbf{w} + \mathbf{w}^T E\{\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n)\}\mathbf{w} \quad (2.6)$$

Definindo

$$\mathbf{R}_{uu} = E\{\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n)\} \text{ e } \mathbf{r}^T = E\{y_1(n)\mathbf{u}^T(n)\}$$

e substituindo na equação (2.6), em que $J_{ms} = E\{e^2(n)|\mathbf{w}\}$, obtém-se,

$$J_{ms} = E\{y_1^2(n)\} - 2\mathbf{r}^T\mathbf{w} + \mathbf{w}^T \mathbf{R}_{uu}\mathbf{w} \quad (2.7)$$

Derivando a equação (2.7) em relação a \mathbf{w} , obtém-se:

$$\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{r} \quad (2.8)$$

Para expressar a relação entre a solução de Wiener (Equação (2.8)) e a resposta ao impulso da planta física, \mathbf{w}^o , expande-se a expressão de \mathbf{r} :

$$\mathbf{r} = E\{y_1(n)\mathbf{u}(n)\} \quad (2.9)$$

em que:

$$y_1(n) = x(n) + \mathbf{u}^T(n)\mathbf{w}^o \quad (2.10)$$

Substituindo a equação (2.10) em (2.9) tem-se que

$$\begin{aligned}\mathbf{r} &= \mathbf{E}\{x(n)\mathbf{u}(n)\} + \mathbf{E}\{\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n)\}\mathbf{w}^o \\ \mathbf{r} &= \mathbf{E}\{x(n)\mathbf{u}(n)\} + \mathbf{R}_{uu}\mathbf{w}^o \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}_{xu}(0) + \mathbf{R}_{uu}\mathbf{w}^o\end{aligned}\tag{2.11}$$

Assim, usando (2.11) em (2.8) obtém-se:

$$\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{r}_{xu}(0) + \mathbf{w}^o\tag{2.12}$$

A equação (2.12) mostra que para obter uma solução não polarizada para $\hat{\mathbf{w}}$, o valor da correlação cruzada entre $x(n)$ e $\mathbf{u}(n)$ deve ser nulo. Note que $x(n)$ é o sinal alvo do aparelho auditivo e $u(n)$ é o sinal na entrada do filtro adaptativo. Se $u(n)$ é descorrelacionado de $x(n)$, o princípio da ortogonalidade aplicado ao filtro adaptativo da Fig. 2.6 mostra que apenas $y(n)$ será cancelado por $\hat{y}(n)$, eliminando assim a polarização da solução.

Procedendo a análise do diagrama em blocos da Fig. 2.6 tem-se que:

$$\begin{aligned}u(n) &= \zeta(n) + s(n) \\ u(n) &= \zeta(n) + Ge(n - D) \\ u(n) &= \zeta(n) + G\{x(n - D) + y(n - D) - \hat{y}(n - D)\}\end{aligned}\tag{2.13}$$

em que

$$\begin{aligned}y(n - D) &= \mathbf{u}^T(n - D)\mathbf{w}^o \\ \hat{y}(n - D) &= \mathbf{u}^T(n - D)\mathbf{w}(n)\end{aligned}\tag{2.14}$$

Substituindo (2.14) em (2.13), tem-se

$$\begin{aligned} u(n) &= \zeta(n) + G\{x(n-D) + \mathbf{u}^T(n-D)\mathbf{w}^o - \mathbf{u}^T(n-D)\mathbf{w}(n)\} \\ &= \zeta(n) + Gx(n-D) - G\mathbf{u}^T(n-D)\mathbf{v}(n) \end{aligned} \quad (2.15)$$

em que, $\mathbf{v}(n) = \mathbf{w} - \mathbf{w}^o$ é definido como vetor de erro nos coeficientes do filtro adaptativo,

Então, voltando à Equação (2.12), em que $E\{x(n)\mathbf{u}(n)\}$ determina a polarização, desde (2.15) é possível observar a relação entre $x(n)$ e $\mathbf{u}(n)$, onde o sinal $x(n)$ é fortemente autocorrelacionado. Assim, tem-se que o produto $E\{x(n)x(n-D)\}$ é o termo que determina o efeito do retardo D *

Para que o valor esperado de cada elemento do vetor $[x(n)\mathbf{u}(n)]$ seja desprezível, gerando uma solução não polarizada para (2.12), é necessário que:

$$D \gg L_c$$

em que L_c é função da duração da função de autocorrelação do sinal de entrada $x(n)$. Uma medida frequentemente utilizada para medir a memória de um sinal aleatório é o comprimento de correlação, dado por [39]:

$$L_c = \frac{1}{r_x(0)} \sum_{l=0}^{\infty} r_x(l) = \sum_{l=0}^{\infty} \rho_x(l) \quad (2.16)$$

em que $\rho_x(l) = \frac{r_x(l)}{r_x(0)}$

A análise apresentada em [3] é basicamente o único trabalho na literatura que apresenta um modelo matemático para um sistema de redução adaptativa de retroalimentação acústica em aparelhos auditivos, quando retardos são incorporados no caminho direto e no caminho de

* D que seria usado no projeto para complementar o atraso do caminho de retroalimentação $D < D_o$ e que D_o corresponde ao limiar de conforto sobre a polarização da solução.

cancelamento. Dos resultados obtidos da modelagem em [3], observa-se que a quantidade de retardo necessário para descorrelacionar os sinais está fortemente ligada ao comprimento de correlação do sinal de entrada no microfone do aparelho, propriedade essa verificada na análise anterior, Equação (2.16).

2.5.2 Exemplo

Neste exemplo é considerada a estrutura da Fig. 2.6, em que o ganho de aparelho é $G = 3$, o coeficiente do filtro ideal é $w^o = 0,32$, o passo de adaptação para o algoritmo LMS é $\mu = 0,001$ e a potência do sinal $\zeta(n)$ é dada por $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$.

Para fins comparativos, duas entradas são utilizadas: ruído branco gaussiano (com retardo $D = 1$ no caminho direto) e um sinal autocorrelacionado obtido de um processo AR de ordem 1, em que $a_1 = 0,9$ e $\sigma_x^2 = 1$. Para esse último sinal são considerados os retardos $D = 5, 10, 11$ e 18 . Quando a entrada $x(n)$ é ruído branco gaussiano independente dos outros sinais, a polarização (ou desajuste) é completamente eliminada, e o efeito da retroalimentação pode ser completamente cancelado. O valor de desajuste referente a esse caso será então considerado como referência.

Para um processo AR de ordem 1, em que $r_x(l) = a_1^l \sigma_x^2 = a_1^l r_x(0)$, e assumido $\sigma_x^2 = 1$, tem-se

a_1	L_c
0,1	1,11
0,2	1,25
0,3	1,43
0,4	1,67
0,5	2,00
0,6	2,50
0,7	3,33
0,8	5,00
0,9	10,00

Portanto, sabendo que $a_1 = 0,9$, espera-se que quando $L_c > 10$, ou, da mesma forma, quando D for superior a 10 amostras, a polarização da solução diminua.

O critério utilizado para determinar o desajuste é dado por:

$$\varepsilon(n) = \frac{\mathbf{E}\{(w(n) - w_o)^T(w(n) - w_o)\}}{w_o^T w_o} \quad (2.17)$$

em que $\varepsilon(n)$ é a medida da polarização da solução de Wiener, dada pela diferença entre a estimativa do filtro adaptativo e a solução ótima.

Os resultados de simulação para $D = 18$ são comparados com a predição obtida pelo modelo proposto (2.12). No modelo avalia-se a polarização considerando sinais escalares. De (2.12) temos que:

$$\hat{w} - w^o = r_u(0)^{-1} r_{xu}(0)$$

então,

$$\varepsilon = \left(\frac{r_{xu}(0)}{r_u(0)w^o} \right)^2$$

em que $r_{xu}(0)$ e $r_u(0)$ são obtidos do Apêndice B. Como a correlação cruzada $r_{xu}(0)$ e a autocorrelação $r_u(0)$ dependem do valor de ε , utiliza-se o Método de Newton-Raphson para a sua avaliação. Na Fig. 2.7 o desajuste, ε , é traçado em dB.

A Fig. 2.7 mostra os resultados obtidos e calculados para o desajuste em regime permanente considerando entrada ruído branco e ruído colorido. Como pode ser observado, se o sinal de entrada ao aparelho auditivo $x(n)$ é ruído branco gaussiano e decorrelacionado, é possível obter uma solução não polarizada sempre que no caminho de retroalimentação exista um retardo de pelo menos uma amostra. No entanto, no caso de um sinal $x(n)$ correlacionado, retardos superiores ao comprimento da correlação deverão ser aplicados para que a polarização seja reduzida

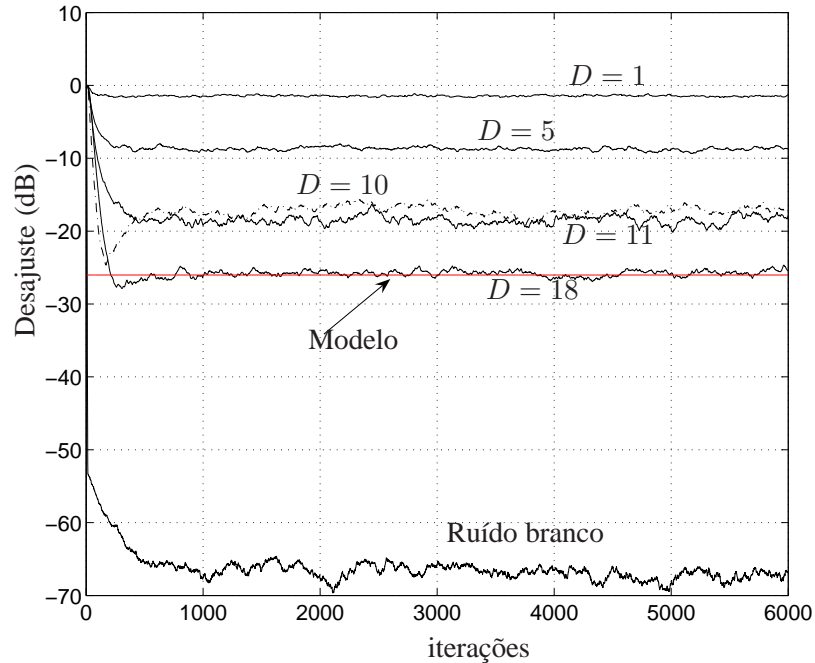


Figura 2.7: Desajuste para entrada ruído branco e ruído colorido, para diferentes valores de retardos (D). Sinal gerado a partir de um processo AR1. $G = 3$; $a = 0,9$

a níveis aceitáveis de maneira a não produzir desconforto ao usuário. Observa-se na curva $D = 18$, o total acordo entre a simulação e o modelo proposto em regime permanente.

2.6 Adaptação restringida [2]

Nessa técnica a adaptação do cancelador baseia-se no conhecimento a priori do caminho de retroalimentação, utilizando adaptação restringida ou de banda limitada. Em [23] a polarização é reduzida mediante restrições na adaptação. Os coeficientes do filtro adaptativo $w(n)$, não se podem desviar dos coeficientes de um filtro de referência w_{ref} , os quais são medidos durante o processo de inicialização por meio de um sinal de prova (ruído).

Considere um sistema adaptativo típico para o cancelamento da retroalimentação como o apresentado na Fig. 2.6. Para impor a restrição é adicionado um termo à função objetivo do

cancelador. Assim, da equação (2.5) tem-se

$$e^2(n) = (y(n) - \mathbf{u}^T(n)\mathbf{w}(n))^2 + \kappa(\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_{ref})^T(\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_{ref}) \quad (2.18)$$

em que o termo multiplicado por κ penaliza os desvios de $\mathbf{w}(n)$ em relação a \mathbf{w}_{ref} .

Fazendo $J_{ms} = E\{e^2(n)|\mathbf{w}\}$, tem-se,

$$J_{ms} = E\{y^2(n)\} - 2\mathbf{r}^T\mathbf{w} + \mathbf{w}^T\mathbf{R}_{uu}\mathbf{w} + \kappa(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{ref})^T(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{ref})$$

em que $\mathbf{r} = E\{y(n)\mathbf{u}(n)\}$ e $\mathbf{R}_{uu} = E\{\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n)\}$.

Assim, para o algoritmo LMS em que a equação de atualização dos coeficientes do filtro é dada por $\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \frac{1}{2}\mu\hat{\nabla}J_{ms}$ e $\hat{\nabla}J_{ms} = \frac{\partial e^2(n)}{\partial \mathbf{w}(n)}$, tem-se

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu[\mathbf{u}(n)e(n) - \kappa(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{ref})] \quad (2.19)$$

De (2.19) observa-se a penalização na atualização dos coeficientes quando é aplicado o algoritmo LMS, mas a restrição é imposta para um caminho de retroalimentação fixo \mathbf{w}_{ref} . Como foi exposto anteriormente, a retroalimentação acústica é altamente variante no tempo. Assim, esta técnica compromete a capacidade de rastreamento do sistema adaptativo.

2.7 Filtragem limitada em frequência.

Outra técnica é a filtragem limitada em frequência. Essa técnica considera que a energia do sinal desejado se concentra nas baixas frequências, enquanto que a retroalimentação acústica ocorre em altas frequências [20], faixa em que a maioria dos usuários de aparelhos auditivos apresentam uma menor audição. Essa técnica adapta o cancelador de retroalimentação somente na faixa das altas frequências, assim espera-se cancelar mais eficiente e que introduza uma

distorção menor [19].

A Fig. 2.8 apresenta o diagrama de blocos de um cancelador em banda limitada. Os filtros $B_1(n)$ e $B_2(n)$ são usualmente filtros passa-alta e passa-banda respectivamente, de modo que todas as frequências críticas (onde acontece a retroalimentação) serão preservadas enquanto que o sinal desejado é removido. O filtro $B_1(n)$ no caminho do cancelador de retroalimentação limita o cancelamento da retroalimentação na banda de frequências de interesse, impedindo que componentes do sinal desejado sejam distorcidas pelo cancelador $\mathbf{w}(n)$. $\hat{\mathbf{w}}(n)$ e \mathbf{w}^c correspondem à estimativa da retroalimentação e a um filtro fixo, cópia do filtro $\mathbf{w}(n)$ respectivamente. A função a minimizar é dada por:

$$\mathbb{E}\{e_f^2(n)\} = [y_f(n) - \mathbf{u}_f^T(n)\mathbf{w}(n)]^2 \quad (2.20)$$

em que $y_f(n) = \mathbf{y}^T(n)\mathbf{B}_2(n)$, $\mathbf{u}_f(n) = \mathbf{u}_B^T(n)\mathbf{B}_2(n)$ e $u_B(n) = \mathbf{u}^T(n)\mathbf{B}_1(n)$. Fazendo $J_{ms} = \mathbb{E}\{e_f^2(n)|\mathbf{w}\}$ tem-se,

$$J_{ms} = \mathbb{E}\{y_f^2(n)\} - 2\mathbf{r}_f^T\mathbf{w} + \mathbf{w}^T\mathbf{R}_{u_f u_f}\mathbf{w}$$

em que, $\mathbf{r}_f = \mathbb{E}\{y_f(n)\mathbf{u}_f(n)\}$ e $\mathbf{R}_{u_f u_f} = \mathbb{E}\{\mathbf{u}_f(n)\mathbf{u}_f^T(n)\}$. Assim, para o algoritmo LMS em que $\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \frac{1}{2}\mu\hat{\nabla}J_{ms}$ e $\hat{\nabla}J_{ms} = -2\mathbf{r}_f + 2\mathbf{R}_{u_f u_f}\mathbf{w}$, se terá

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu[\mathbf{u}_f(n)e_f(n)] \quad (2.21)$$

Contudo, a especificação da largura de banda dos filtros depende das frequências de oscilação para diferentes aparelhos auditivos e diferentes usuários, isto torna a aplicação técnica incômoda no uso prático [2]. Uma nova estrutura apresentada em [6] considera o filtro

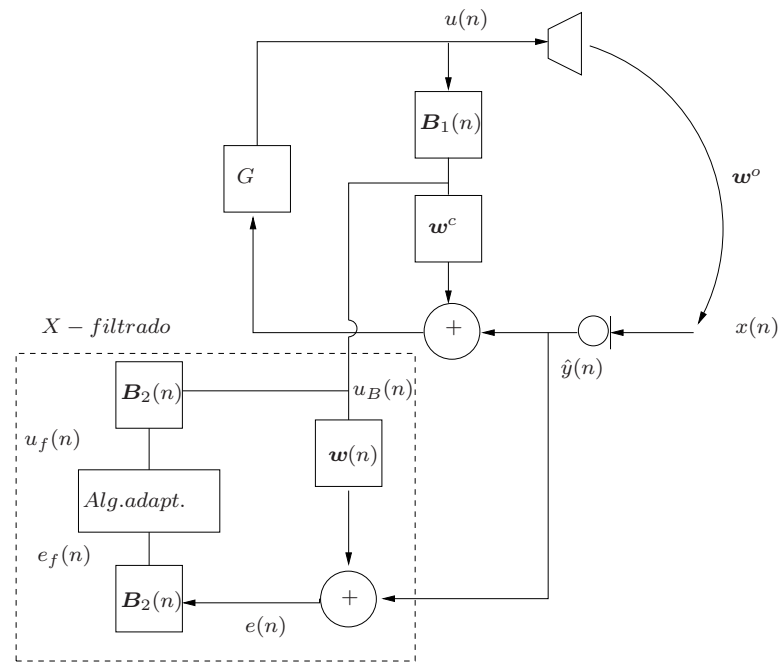


Figura 2.8: Cancelamento da retroalimentação em banda limitada com algoritmo X filtrado

$B_1(n) = 1$ e os sinais $u(n)$ e $e(n)$ branqueados por um filtro adaptativo de erro de predição. A predição linear remove a correlação existente entre os sinais de entrada do aparelho auditivo e o sinal desejado, reduzindo a polarização. Originalmente, a ideia de prebranqueamento já foi proposta em [40] para melhorar a convergência do algoritmo LMS em um sistema de identificação de sistemas. O prebranqueamento adaptativo reduz a autocorrelação de sinais de entrada coloridos e, portanto, a dispersão dos autovalores da matriz de correlação da entrada. No caso do cancelamento da retroalimentação, prebranqueando o sinal de entrada ao filtro adaptativo e o sinal de erro, também se reduzirá a polarização, evitando assim a limitação dos filtros em frequência. Simulações em [6] tem demonstrado que essa nova estrutura apresenta melhor desempenho, quando comparada com outras soluções adaptativas. Com base nessas análises a estrutura proposta em [6] será o foco da modelagem estatística nesta tese.

2.7.1 Conclusões

Esse capítulo apresentou uma breve descrição matemática do problema de cancelamento de retroalimentação acústica em aparelhos auditivos. As técnicas mais utilizadas foram revisadas. O efeito do retardo, a restrição aos coeficientes e a filtragem adaptativa foram avaliadas.

Em particular, foi apresentado o efeito de polarização da solução adaptativa, que ocorre devido à correlação existente entre o sinal desejado e o sinal de referência do filtro adaptativo. A análise e modelagem apresentada quantifica o efeito de polarização em função do atraso D existente no caminho direto de amplificação do aparelho auditivo.

Os resultados apresentados nesse capítulo mostram que um atraso $D \geq 1$ no caminho direto é suficiente para um bom desempenho da estrutura no caso de sinais de entrada descorrelacionados. No caso de sinais correlacionados, a solução fornecida pelo algoritmo adaptativo é polarizada. Essa polarização diminui com o aumento do retardo D no caminho direto. Em geral, retardos superiores ao comprimento de correlação do sinal desejado são necessários para um desempenho aceitável. Tal desempenho, no entanto, pode ainda ficar muito além do que poderia ser obtido com a eliminação completa da correlação entre os sinais desejado e de referência (caso de $x(n)$ ruído branco). Os resultados experimentais concordam com o desempenho previsto pela modelagem analítica desenvolvida.

De acordo com a literatura [9], aparelhos auditivos comerciais registram um retardo no processamento entrada-saída de 1,1 a 11,2 ms[†]. Esse tipo de retardo, no entanto, é percebido pelo usuário como distúrbio. A tolerância a esse distúrbio depende do nível de perda auditiva do indivíduo. Pesquisas mostram que usuários de aparelhos auditivos com menor perda auditiva tendem a ser mais sensíveis aos incômodos causados pelos retardos no processamento do que em usuários com perdas moderadas ou severas [41].

Da revisão apresentada, verifica-se a importância de analisar e modelar a estrutura proposta em [6], a qual apresenta melhor desempenho no cancelamento da retroalimentação. O próximo

[†] Aproximadamente 8 a 89 amostras, com frequência de amostragem de 8kHz

capítulo inicia o estudo do comportamento dessa estrutura adaptativa que incorpora uma etapa de predição adaptativa. Essa etapa tem como finalidade modelar o sinal desejado de forma a branqueá-lo antes de sua aplicação no algoritmo adaptativo.

Capítulo 3

Comportamento médio dos coeficientes

3.1 Introdução

Para o cancelamento da retroalimentação, soluções adaptativas são preferidas considerando que o caminho de retroalimentação tende a sofrer mudanças quando o aparelho auditivo é utilizado. Diversos algoritmos e estruturas têm sido propostos, como foi exposto ao final do Capítulo 1 e 2. Uma importante estrutura proposta [6], que considera dois filtros adaptativos operando simultaneamente tem levado a melhores desempenhos. Neste capítulo é analisado o comportamento médio dos coeficientes para esta estrutura (Fig. 3.2). Equações recursivas em termos de momentos até de segunda ordem são apresentadas. Os modelos propostos são comparados com os resultados da simulação obtendo um excelente desempenho.

3.2 Formulação do problema

Fig. 3.1 mostra o diagrama em bloco do sistema de cancelamento da retroalimentação acústica proposto em [6]. $x(n)$ é o sinal desejado. O sistema invariante no tempo \mathcal{H} com função de transferência $H(z)$ e um ruído branco gaussiano $\eta(n)$ definem um modelo paramétrico para $x(n)$. Tal modelo é frequentemente empregado para o estudo do cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos que utilizam o método direto de identificação de laço

fechado [6], [24], [28]. $\zeta(n)$ é um ruído branco de média-zero requerido para a identificação do caminho de retroalimentação quando $x(n)$ inclui componentes periódicos [6]. w^o é o caminho de retroalimentação a ser identificado. $w(n)$ é o estimador adaptativo de w^o . $e(n)$ e $u(n)$, respectivamente, são os sinais de entrada e saída do aparelho auditivo, o qual é modelado por um ganho G e um retardo D . w^c é o filtro de estimação da retroalimentação implementado no caminho do sinal. w^c é periodicamente atualizado com os coeficientes do filtro adaptativo $w(n)$ seguindo alguma regra de atualização [6]. O filtro predictor $q(n)$ processa $e(n)$ antes de seu uso pelo algoritmo adaptativo. Uma cópia do filtro $q(n)$ é também aplicada a $u(n)$.

Nessa Tese assume-se um modelo simplificado para o caminho direto composto por um ganho constante G e um retardo D . Esse modelo tem sido tipicamente empregado na análise do cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos, e tem levado a bons resultados no modelamento [26, 3, 42]. Um ganho constante representa na verdade o pior caso para o estudo da polarização na solução do filtro adaptativo, já que isto maximiza a correlação estatística entre os sinais $x(n)$ e $u(n)$. Outra consideração simplificadora feita neste estudo, assim como em todos os estudos existentes na literatura, é a de que o sinal $x(n)$ é estacionário. Essa hipótese é frequentemente utilizada na análise de sistemas que processam sinais de voz, com o objetivo de viabilizar a análise. Apesar da simplificação, os resultados obtidos desta forma são bastante úteis no estabelecimento de diretrizes de projeto. Além disso, no presente caso, o estudo do comportamento do sistema adaptativo deve preocupar-se primordialmente com o período transitório, isso porque, devido justamente à não estacionaridade dos sinais reais de entrada, não faz sentido esperar o regime permanente de $w(n)$ para atualizar o filtro w^c . Assim, no caso de sinais de voz, por exemplo, as atualizações de w^c são feitas a intervalos inferiores ao período de quase estacionaridade de $x(n)$, portanto, a hipótese de que o sinal de entrada é estacionário no período de interesse é bastante aceitável.

Mesmo com as hipóteses simplificadoras discutidas acima, a análise do comportamento do sistema adaptativo da Fig. 3.1 representa um grande desafio matemático porque o sinal $e(n)$

é não estacionário durante todo o período de adaptação de $w(n)$ e de $q(n)$, mesmo que os sinais $x(n)$ e $u(n)$ sejam estacionários. Felizmente, características próprias do sistema físico em questão e da técnica de implementação do sistema eletrônico permitem a utilização de um sistema modificado no processo de análise, sem que isso afete significativamente a exatidão da modelagem do comportamento do sistema em condições de operação. No apêndice A mostramos que, para condições típicas de operação de sistemas de cancelamento de retroalimentação acústica em aparelhos auditivos, a análise do sistema da Fig. 3.1 realizando a adaptação do preditor que atua sobre o sinal $u(n)$, com cópia dos coeficientes para o preditor que processa $e(n)$, leva a modelos que prevêm, com apurada exatidão, o comportamento do sistema original.

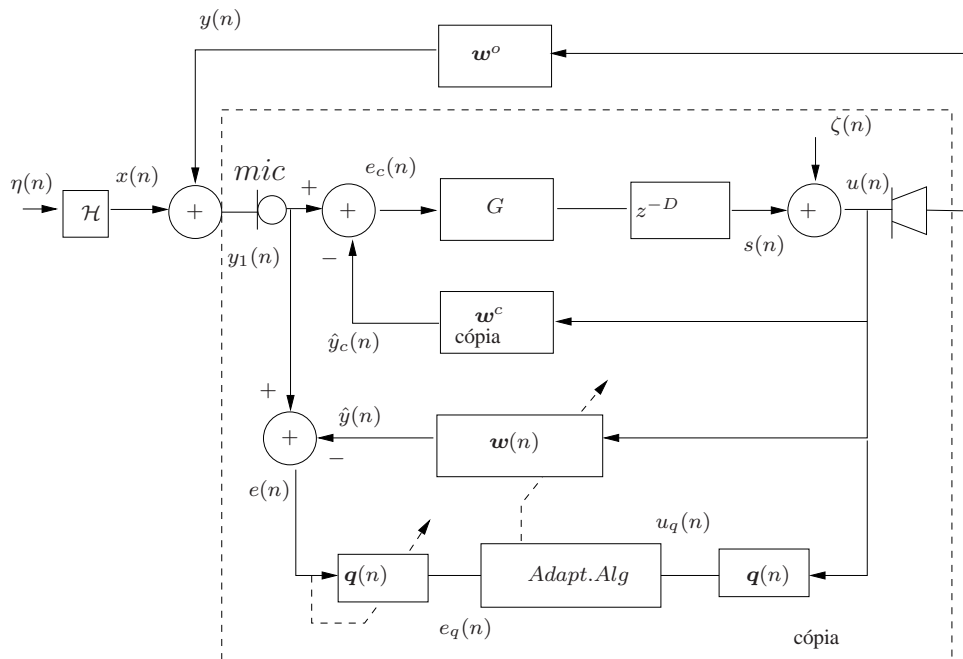


Figura 3.1: Diagrama em blocos de um sistema de cancelamento de retroalimentação acústica para aparelhos auditivos. (O que está dentro da linha pontilhada representa o aparelho auditivo)

O sistema na Fig. 3.1 é redesenhado na Fig. 3.2 como um problema de identificação de sistemas, já considerando a adaptação do preditor que atua sobre $u(n)$. O subsistema na parte superior (acima da linha pontilhada) opera como um sistema estacionário durante a adaptação

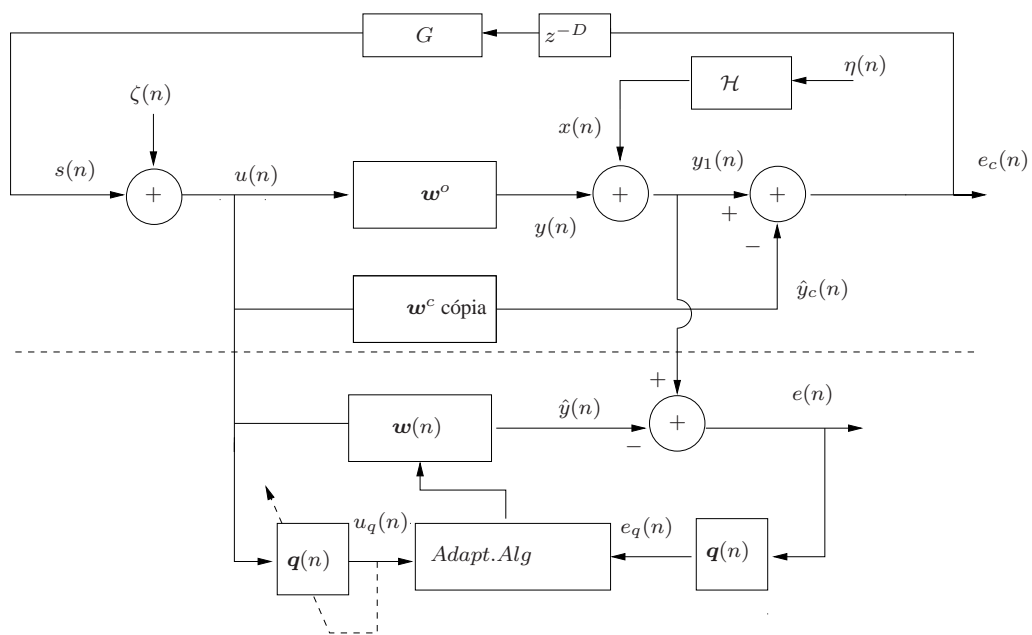


Figura 3.2: Estrutura para o cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos. Modificado de [6].

da parte inferior*.

A estrutura na Fig. 3.2 é a mesma que a proposta por [6] exceto pela localização do preditor adaptativo. Em [6] a adaptação do preditor foi aplicado ao sinal de erro $e(n)$ e copiado ao filtro $u(n)$.

Dadas certas condições, a estrutura em Fig. 3.1 pode prover uma identificação não polarizada do caminho de retroalimentação. É mostrado em [6], que $e(n)$ convergem a $x(n)$ e o filtro adaptativo PEF (do inglês Predictor Error Filter) aplicado a $e(n)$ converge a \mathcal{H}^{-1} , se $x(n)$ for um processo autoregressivo.

* Assume-se um caminho de retroalimentação estacionário nesta análise. Assim, nós assumimos que, mudanças no caminho de retroalimentação acontecem lentamente, se comparado com a velocidade de convergência do filtro adaptativo. Também se assume que transientes, devido a atualizações em w^c , são muito mais curtos que o tempo de convergência do filtro, portanto os sinais $u(n)$ e $y_1(n)$ são considerados estacionários durante a adaptação de $w(n)$ e $q(n)$.

3.2.1 Solução de Wiener para o estimador w

Para derivar a expressão para o estimador ótimo w , assume-se w e q fixos na Fig. 3.2. Usando o subscrito q para nos referirmos ao sinal filtrado por $q(n)$,

$$e_q(n) = y_{1q}(n) - \hat{y}_q(n) \quad (3.1)$$

Escrevendo o vetor de coeficientes do PEF como $q = [1 \ p^T]^T$, temos $\hat{y}_q(n) = \hat{y}(n) + \sum_{i=1}^M p_i \hat{y}(n-i) = \mathbf{u}_q^T(n)w$, em que M é a ordem do filtro preditor com $\mathbf{u}_q(n) = [u_q(n), \dots, u_q(N-1)]^T$ e N a ordem do filtro estimador. Assim,

$$e_q(n) = y_{1q}(n) - \left(\hat{y}(n) + \sum_{i=1}^M p_i \hat{y}(n-i) \right) \quad (3.2)$$

$$e_q(n) = y_{1q}(n) - \mathbf{u}_q^T(n)w$$

Tomando a esperança de (3.2), nós temos

$$E\{e_q^2(n)\} = E\{y_{1q}^2(n)\} - 2E\{y_{1q}(n)\mathbf{u}_q^T(n)\}w + w^T E\{\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\}w \quad (3.3)$$

Definindo $\mathbf{R}_{u_q u_q} = E\{\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\}$ e $\mathbf{r}_q = E\{y_{q1}(n)\mathbf{u}_q(n)\}$ leva a

$$E\{e_q^2(n)\} = J_{ms}(n) = E\{y_{1q}^2(n)\} - 2\mathbf{r}_q^T(n)w + w^T \mathbf{R}_{u_q u_q}(n)w \quad (3.4)$$

Minimizando (3.4) respeito de w e resolvendo para w leva à solução de Wiener para $w = \hat{w}$, assim

$$\hat{w} = \mathbf{R}_{u_q u_q}^{-1} \mathbf{r}_q \quad (3.5)$$

Usando $y_{q1}(n) = x_q(n) + \mathbf{u}_q^T(n)w^o$ com $x_q(n) = \mathbf{q}^T \mathbf{x}(n)$ nas expressões de \mathbf{r}_q leva a

$$\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{R}_{u_q u_q}^{-1} \mathbf{E}\{x_q(n) \mathbf{u}_q(n)\} + \mathbf{w}^o \quad (3.6)$$

o qual mostra que a solução polarizada[†] é controlada pelo vetor de correlação cruzada $\mathbf{E}\{x_q(n) \mathbf{u}_q(n)\}$ e pela matriz de autocorrelação $\mathbf{R}_{u_q u_q}$. Note que (3.6) foi derivada para um vetor genérico \mathbf{q} , em que o mesmo filtro \mathbf{q} é aplicado a $u(n)$ e $e(n)$. Supondo que \mathbf{q} corresponde ao preditor de $e(n)$, foi demonstrado em [6] que este preditor é de fato o preditor de $x(n)$, e assim, $x_q(n)$ será branco para $n \rightarrow \infty$ e (idealmente) não correlacionado com $u_q(n)$. Se \mathbf{q} corresponde ao preditor de $u(n)$ como na estrutura da Fig. 3.2, então $u_q(n)$ será branco quando $n \rightarrow \infty$ e (idealmente) não correlacionado com $x_q(n)$. Em ambos casos, $\mathbf{E}\{x_q(n) \mathbf{u}_q(n)\}$ tende idealmente a zero, eliminando a polarização na solução de Wiener.

3.2.2 Simulações referentes ao posicionamento do PEF.

As figuras 3.3 e 3.4 mostram resultados de simulação de Monte Carlo (MC) para os comportamentos médio do preditor e médio quadrático do estimador (MSD)[‡] das estruturas dadas nas figuras 3.1 e 3.2.

Para comparar o comportamento de ambas as estruturas, diferentes tamanhos de passos precisam ser utilizados para o filtro preditor, devido à potência dos sinais de entrada. No caso da Fig. 3.1 o sinal de entrada ao PEF é $e(n)$ e para o sistema modificado, Fig. 3.2, $u(n)$. Ambos os sinais, $e(n)$ e $u(n)$ correspondem, respectivamente, à entrada e saída do aparelho auditivo. Idealmente $P_u = G^2 P_e$, em que G é o ganho do aparelho e P_u e P_e são as potências dos sinais $u(n)$ e $e(n)$ respectivamente. Assim, na estrutura modificada usamos $\rho = 0,001$ e na Fig. 3.1 $\rho_e = G^2 \rho$.

Nas simulações se usa o algoritmo LMS, com \mathbf{w}^o correspondente às primeiras 20 amostras de um caminho de retroalimentação medido em um aparelho auditivo e $H(z) = 1/(1 - 1,5z^{-1} +$

[†] A expressão (3.6) da polarização é válida para um valor fixo de \mathbf{w} e \mathbf{q} . No esquema adaptativo, a polarização será aproximada por $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)^{-1} \mathbf{E}\{x_q(n) \mathbf{u}_q(n)\}$. [‡] Do inglês Mean Square Deviation, $\mathbf{E}\{\|\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}^o\|^2\}$

$z^{-2} - 0,25z^{-3}$) [43]. Tamanhos de passo iguais a 10^{-4} foram usados para o estimador LMS, $\sigma_\eta^2 = 0,1875$ e $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$. Observe que em condições típicas de operação o comportamento do sistema modificado prevê, com exatidão, o comportamento do sistema original dado em [6], tanto nas fases transiente como na permanente.

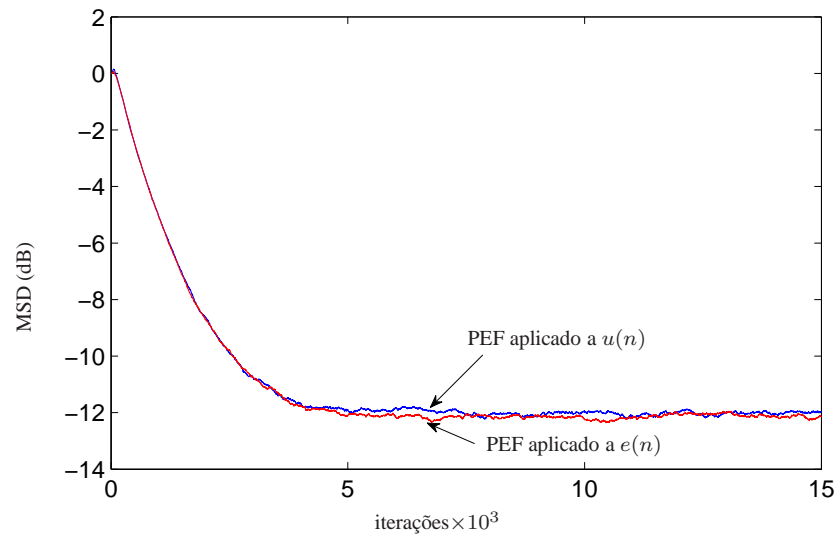


Figura 3.3: Desvio médio quadrático do estimador usando o filtro preditor em $e(n)$ e em $u(n)$.

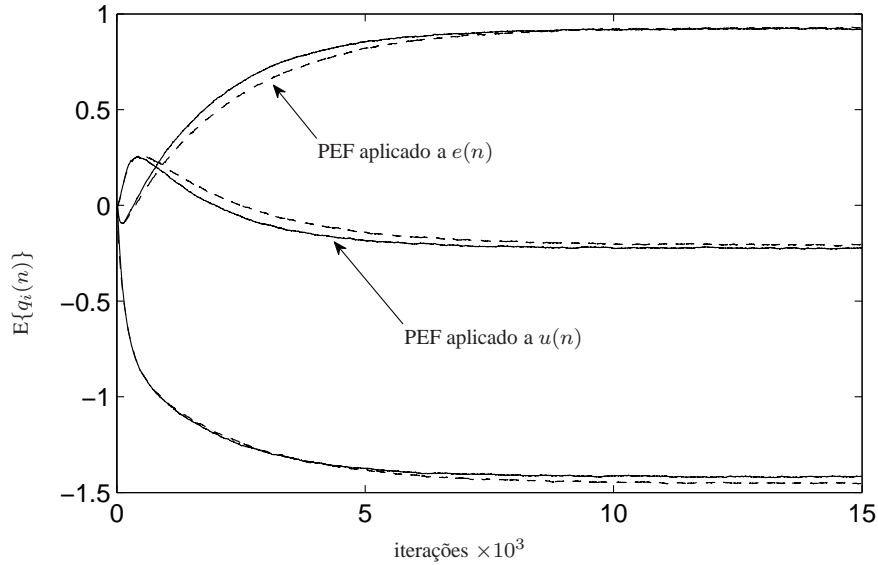


Figura 3.4: Comportamento médio dos coeficientes do filtro preditor com PEF aplicado a $e(n)$ e em $u(n)$.

3.3 Comportamento médio para o sistema adaptativo LMS

Nesta seção o comportamento médio dos coeficientes dos filtros adaptativos da estrutura dada na Fig. 3.2 é derivado. A seguinte análise assume que o sistema e os sinais da parte superior na Fig. 3.2 são estacionários. Essa hipótese deriva-se do modelo de entrada empregado em [6], em que se assume que $\mathbf{w}(n)$ será copiado em \mathbf{w}^c seguindo alguma regra de atualização. Assim, entre cópias de $\mathbf{w}(n)$ a \mathbf{w}^c , a parte superior da estrutura é invariante no tempo. Se assumirmos que cópias de $\mathbf{w}(n)$ a \mathbf{w}^c são feitas entre intervalos de quase-estacionaridade do sinal de entrada $x(n)$, os sinais $x(n)$ e $u(n)$ podem ser assumidos como estacionários na análise. Essa hipótese é levada em conta na derivação do modelo para o comportamento em estado transiente do algoritmo, assim como a atualização de \mathbf{w}^c deverá ser feita antes da convergência de $\mathbf{w}(n)$. Outra hipótese utilizada é a de que os filtros adaptativos $\mathbf{q}(n)$ e $\mathbf{w}(n)$ variam lentamente. Resultados de simulação mostram que essa hipótese tem um pequeno impacto na exatidão dos modelos analíticos derivados a seguir.

3.3.1 Comportamento médio dos coeficientes do estimador

A equação de atualização do LMS para o estimador na Fig. 3.2, é dada por,

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \frac{1}{2}\mu \nabla J_{ms} \quad (3.7)$$

em que, minimizando (3.4) com relação a \mathbf{w} tem-se,

$$\nabla J_{ms} = -2\mathbf{r}_q + 2\mathbf{R}_{u_q u_q} \mathbf{w}$$

Considerando como em [34] para \mathbf{r}_q e $\mathbf{R}_{u_q u_q}$ as estimativas instantâneas, temos

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}(n) &= \mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q(n)^T \\ \hat{\mathbf{r}}_q(n) &= y_{1q}(n)\mathbf{u}_q(n) \end{aligned}$$

Portanto podemos escrever

$$\hat{\nabla} J_{ms}(n) = -2y_{1q}(n)\mathbf{u}_q(n) + 2\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q(n)^T \mathbf{w} \quad (3.8)$$

Logo, substituindo a equação (3.8) em (3.7) obtém-se

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{u}_q(n) \left[y_{1q}(n) - \mathbf{u}_q(n)^T \mathbf{w} \right]$$

Considerando a equação (3.2) e aplicando-a na expressão anterior, tem-se que a equação de atualização dos coeficientes do estimador é dada por:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{u}_q(n) e_q(n)$$

Considera-se as ordens N e M para o estimador e o PEF, respectivamente. Definindo o

vetor de coeficientes $N \times 1$ como $\mathbf{v}(n) = \mathbf{w}(n) - \mathbf{w}^o$, temos que:

$$\mathbf{v}(n+1) = \mathbf{v}(n) + \mu e_q(n) \mathbf{u}_q(n) \quad (3.9)$$

em que $e_q(n) = \mathbf{q}^T(n) \mathbf{e}(n)$ com $\mathbf{e}(n) = [e(n), \dots, e(n-N+1)]^T$, $\mathbf{u}_q(n) = [u_q(n), \dots, u_q(n-N+1)]^T$, sendo μ o tamanho do passo de adaptação do estimador.

Assumindo uma adaptação lenta de $\mathbf{q}(n)$ e $\mathbf{w}(n)$, podemos usar a aproximação $\mathbf{w}(n) \approx \dots \approx \mathbf{w}(n-N+1)$ [40]. Sob esta aproximação,

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{x}(n) - \mathbf{U}(n) \mathbf{v}(n), \quad (3.10)$$

em que $\mathbf{U}(n)$ é uma matriz, $M \times N$ com colunas $\mathbf{u}(n), \dots, \mathbf{u}(n-N+1)$. Assim, $e_q(n)$ pode ser escrito como:

$$e_q(n) = x_q(n) - \mathbf{u}_q^T(n) \mathbf{v}(n) \quad (3.11)$$

Usando (3.11) em (3.9), tomando a esperança e assumindo independência entre $\mathbf{u}_q \mathbf{u}_q^T(n)$ e $\mathbf{v}(n)$ [44] temos que,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{\mathbf{v}(n+1)\} &= \mathbf{E}\{\mathbf{v}(n)\} - \mu \overbrace{\mathbf{E}\{\mathbf{u}_q(n) \mathbf{u}_q^T(n)\}}^{\alpha} \mathbf{E}\{\mathbf{v}(n)\} \\ &\quad + \mu \underbrace{\mathbf{E}\{x_q(n) \mathbf{u}_q(n)\}}_{\beta} \end{aligned} \quad (3.12)$$

em que

$$\begin{aligned}
\mathbf{q}(n) &= [1 \ \mathbf{p}^T(n)] \\
\mathbf{u}_q(n) &= u(n) + \sum_{i=1}^M p_i(n) \mathbf{u}(n-i) \text{ com } \mathbf{u}(n-i) = [u(n-i), \dots, u(n-i-N+1)]^T \\
x_q(n) &= x(n) + \sum_{j=1}^M p_j(n) x(n-j)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Desprezando as flutuações de $p(n)$ e as correlações entre $p(n)$, $u(n)$ e $x(n)$ (adaptação lenta), as i -ésimas componentes de $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$, $i = 0, \dots, N-1$, em (3.12) são dadas por

$$\begin{aligned}
\alpha_i(n) &\approx \sum_{j=0}^{N-1} \mathbf{E}\{u_q(n-i)u_q(n-j)v_j(n)\} \quad \text{for } 0 \leq i \leq N-1 \\
&= \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^M \sum_{l=0}^M \mathbf{E}\{q_k(n)q_l(n)u(n-i-k)u(n-j-l)v_j(n)\} \\
&= \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^M \sum_{l=0}^M \mathbf{E}\{q_k(n)\}\mathbf{E}\{q_l(n)\}r_u(l+j-i-k)\mathbf{E}\{v_j(n)\}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

e

$$\beta_i(n) = \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^M \mathbf{E}\{q_j(n)\}\mathbf{E}\{q_k(n)\}r_{xu}(k+i-j) \tag{3.15}$$

em que $r_u(l) = \mathbf{E}[u(n)u(n-l)]$, $r_{xu}(l) = \mathbf{E}[x(n)u(n-l)]$, $q_0(n) = 1$ e $q_\ell(n) = p_\ell(n)$ para $\ell = 1, \dots, M$.

As equações (3.14) e (3.15) foram escritas em função do vetor $\mathbf{q}(n)$ para simplificar a apresentação.

Substituindo (3.14) e (3.15) em (3.12) completa o modelo para $\mathbf{E}\{\mathbf{v}(n+1)\}$. As expressões para $r_u(l)$ e $r_{xu}(l)$ são derivadas no Apêndice B. Esse modelo requer uma equação recursiva para $\mathbf{q}(n)$, a qual é derivada na sequência.

3.3.2 Comportamento médio dos coeficientes do preditor

A equação de atualização para o preditor é dada por

$$\mathbf{p}(n+1) = \mathbf{p}(n) - \rho u_q(n) \mathbf{u}(n-1), \quad (3.16)$$

em que $\mathbf{u}(n-1) = [u(n-1), \dots, u(n-M)]^T$, $u_q(n) = u(n) + \mathbf{p}(n)^T \mathbf{u}(n-1)$ e ρ é o tamanho do passo do PEF. Assim,

$$\mathbf{p}(n+1) = \mathbf{p}(n) - \rho u(n) \mathbf{u}(n-1) - \rho \mathbf{u}(n-1) \mathbf{u}(n-1)^T \mathbf{p}(n) \quad (3.17)$$

Tomando a esperança sob a hipótese de uma lenta adaptação, temos que

$$\mathbb{E}[\mathbf{p}(n+1)] = [I - \rho \mathbf{R}_{uu}(0)] \mathbb{E}[\mathbf{p}(n)] - \rho \mathbf{r}_u(1) \quad (3.18)$$

com $\mathbf{R}_{uu}(0) = \mathbb{E}[\mathbf{u}(n-1) \mathbf{u}(n-1)^T]$ e $\mathbf{r}_u(1) = \mathbb{E}[u(n) \mathbf{u}(n-1)]$.

Assim, com as expressões matemáticas (3.12) e (3.18) modelos para o comportamento dos filtros estimador e preditor foram derivados. Na próxima seção, resultados de simulação são apresentados para verificar a acurácia dos modelos.

3.3.3 Resultados de simulação

Esta seção apresenta simulações de Monte Carlo (MC) para verificar os modelos teóricos derivados em (3.12) e (3.18). Os parâmetros utilizados no exemplo são: $\mu = 0,001$, $\rho = 0,001$, $\sigma_x^2 = 1$ (usando $\sigma_\eta^2 = 0,1875$), $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$, $D = 15$ e $H(z) = 1/(1 - 1,5z^{-1} + z^{-2} - 0,25z^{-3})$ (assim o preditor é $\mathbf{p}^o = [-1,5; 1; -0,25]^T$).

O caminho de retroalimentação é dado por $\mathbf{w}^o = [-0,0016 \ 0,0016 \ 0,0046 \ 0,0502 \ -0,0691]^T$, o qual corresponde às primeiras 5 amostras de uma resposta real do caminho de retroalimen-

tação. As figuras 3.5 e 3.6 mostram, respectivamente, os resultados teóricos obtidos para o comportamento médio dos filtros estimador e preditor. As curvas suaves demonstram o comportamento dos coeficientes obtidos utilizando (3.12), (3.18), (B.7), (B.9) e (B.10). As curvas irregulares são obtidas para as simulações MC promediados sobre 150 realizações. Esses resultados mostram um excelente acordo entre os resultados de simulação e o modelo teórico, tanto em estado transiente quanto em regime permanente.

Observe que a Fig. 3.6 mostra uma leve diferença entre o modelo e a simulação. Uma lenta adaptação foi assumida no desenvolvimento do modelo para o PEF (3.18), mas nesse exemplo um passo de adaptação de $\rho = 0,001$ foi considerado. Para passos menores, modelo e simulação mostram um excelente acordo como se observa na Fig. 3.7.

A seguir é apresentado um modelo para o comportamento médio dos coeficientes no preditor em que a teoria da independência nas primeiras análises são evitadas. Melhoras podem ser notadas no modelo para passos maiores, observe o exemplo 3.4.2.

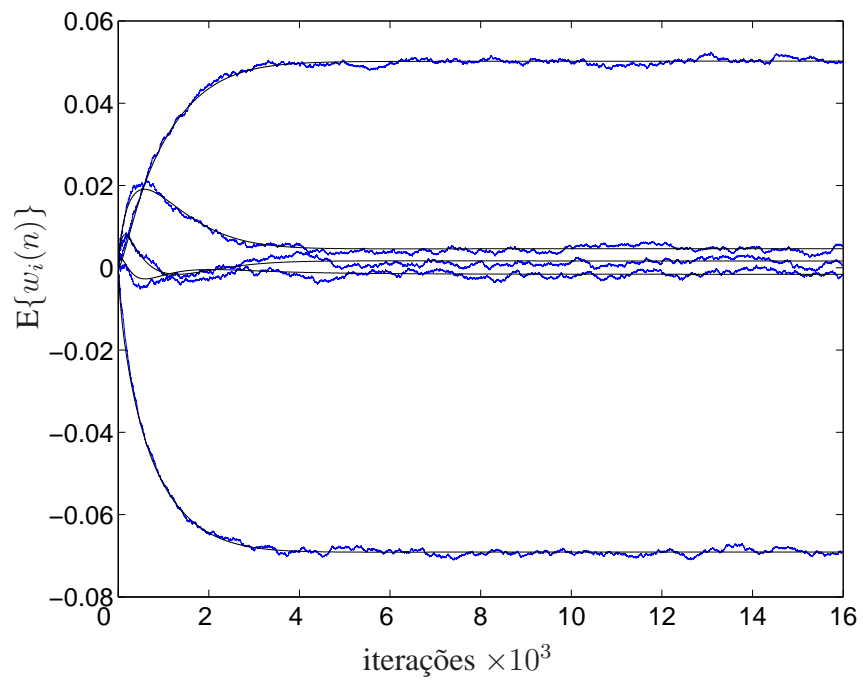
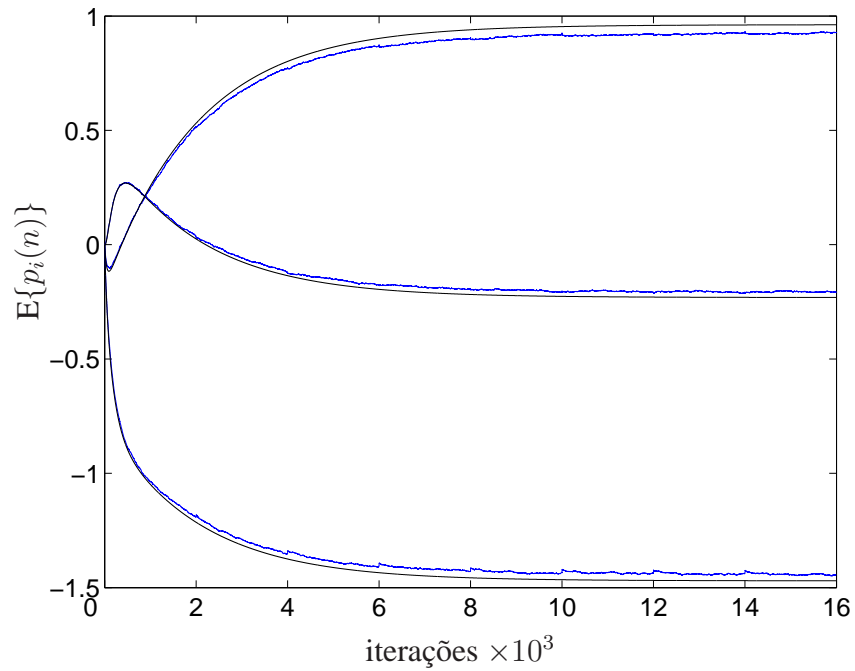
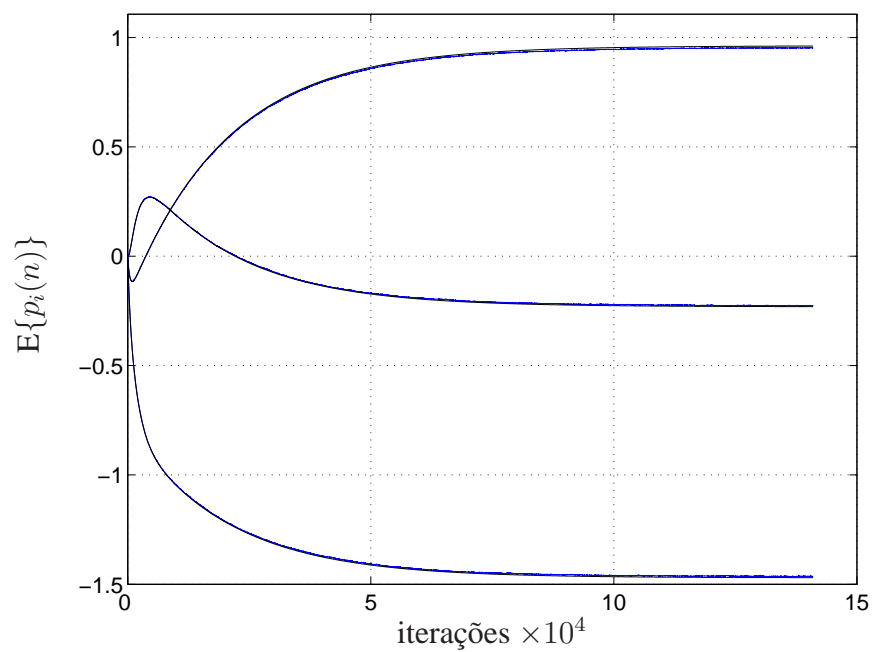


Figura 3.5: Desajuste nos coeficientes do filtro estimador

Figura 3.6: Desajuste nos coeficientes no filtro preditor para $\rho = 0,001$ Figura 3.7: Desajuste nos coeficientes no filtro preditor para $\rho = 0,0001$

3.4 Novo modelo para o comportamento médio do PEF

O modelo anteriormente proposto para o filtro preditor, considera uma adaptação lenta e sua análise baseia-se na teoria da independência. No entanto, observa-se na Fig. 3.6 uma pequena diferença entre o modelo teórico e as simulações. Para grandes passos de adaptação, esta diferença será maior. A seguir deriva-se um novo modelo para o comportamento do PEF, evitando, na medida do possível, utilizar a teoria da independência.

Para um filtro preditor a equação de atualização dos coeficientes é dada por

$$\mathbf{p}(n+1) = \mathbf{p}(n) - \rho u_q(n) \mathbf{u}(n-1) \quad (3.19)$$

em que $u_q(n) = u(n) + \mathbf{p}^T(n) \mathbf{u}(n-1)$ e $\mathbf{u}(n-1) = [u(n-1), \dots, u(n-M)]^T$

Substituindo $u_q(n)$ na equação (3.19), obtém-se

$$\mathbf{p}(n+1) = \mathbf{p}(n) - \rho u(n) \mathbf{u}(n-1) - \rho \mathbf{u}(n-1) \mathbf{u}^T(n-1) \mathbf{p}(n) \quad (3.20)$$

Denotando $\boldsymbol{\epsilon}(n) = \mathbf{p}(n) - \mathbf{p}^\circ$ e inserindo em (3.20) passamos a ter,

$$\boldsymbol{\epsilon}(n+1) = [I - \rho \mathbf{u}(n-1) \mathbf{u}^T(n-1)] \boldsymbol{\epsilon}(n) - \rho u(n) \mathbf{u}(n-1) - \rho \mathbf{u}(n-1) \mathbf{u}^T(n-1) \mathbf{p}^\circ \quad (3.21)$$

De [34] considera-se $\boldsymbol{\epsilon}(n) = \boldsymbol{\epsilon}_0(n) + \boldsymbol{\epsilon}_1(n) + \boldsymbol{\epsilon}_2(n)$, assim

$$\boldsymbol{\epsilon}(n+1) = [I - \rho \mathbf{u}(n-1) \mathbf{u}^T(n-1)] [\boldsymbol{\epsilon}_0(n) + \boldsymbol{\epsilon}_1(n) + \boldsymbol{\epsilon}_2(n)] - \rho u(n) \mathbf{u}(n-1) - \rho \mathbf{u}(n-1) \mathbf{u}^T(n-1) \mathbf{p}^\circ$$

Assumindo $\mathbf{P}(n) = \mathbf{u}(n-1) \mathbf{u}^T(n-1) - \mathbf{R}_{uu}(0)$, em que $\mathbf{R}_{uu}(0) = E\{\mathbf{u}(n-1) \mathbf{u}^T(n-1)\}$

e substituindo $\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) = \mathbf{P}(n) + \mathbf{R}_{uu}(0)$ em (3.21), leva

$$\boldsymbol{\epsilon}(n+1) = [I - \rho\mathbf{R}_{uu}(0)]\boldsymbol{\epsilon}(n) - \rho u(n)\mathbf{u}(n-1) - \rho\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{p}^o - \rho\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}(n) \quad (3.22)$$

em que,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\epsilon}_0(n+1) &= (I - \rho\mathbf{R}_{uu}(0))\boldsymbol{\epsilon}_0(n) - \rho u(n)\mathbf{u}(n-1) - \rho\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{p}^o \\ \boldsymbol{\epsilon}_1(n+1) &= (I - \rho\mathbf{R}_{uu}(0))\boldsymbol{\epsilon}_1(n) - \rho\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_0(n) \\ \boldsymbol{\epsilon}_2(n+1) &= (I - \rho\mathbf{R}_{uu}(0))\boldsymbol{\epsilon}_2(n) - \rho\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_1(n) \end{aligned} \quad (3.23)$$

O valor esperado de $\boldsymbol{\epsilon}(n+1)$ é dado por $\mathbf{E}\{\boldsymbol{\epsilon}(n+1)\} = \mathbf{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n+1) + \boldsymbol{\epsilon}_1(n+1) + \boldsymbol{\epsilon}_2(n+1)\}$

em que,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n+1)\} &= (I - \rho\mathbf{R}_{uu}(0))\mathbf{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n)\} - \rho\mathbf{r}_u(1) - \rho\mathbf{R}_{uu}(0)\mathbf{p}^o \\ \mathbf{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_1(n+1)\} &= (I - \rho\mathbf{R}_{uu}(0))\mathbf{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_1(n)\} - \rho\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_0(n)\} \\ \mathbf{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_2(n+1)\} &= (I - \rho\mathbf{R}_{uu}(0))\mathbf{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_2(n)\} - \rho\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_1(n)\} \end{aligned} \quad (3.24)$$

e $\mathbf{r}_u(1) = \mathbf{E}\{u(n)\mathbf{u}(n-1)\}$.

A seguir determinan-se os valores esperados para $\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_0(n)$ e $\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_1(n)$.

3.4.1 Valores esperados $\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_i(n)\}$, para $i = 0, 1, 2$

Resolvendo para $\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_0(n)\}$

Considere,

$$\boldsymbol{\epsilon}_0(n) = (I - \lambda\mathbf{R})\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1) - \lambda u(n-1)\mathbf{u}(n-2) - \lambda\mathbf{u}(n-2)\mathbf{u}^T(n-2)\mathbf{p}^o$$

em que $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{uu}(0)$, só para simplificar a apresentação da equação, assim

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_0(n)\} &= \mathbb{E}\left\{\mathbf{P}(n)\left[(I - \lambda\mathbf{R})\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1) - \lambda\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}(n-2) - \lambda\mathbf{u}(n-2)\mathbf{u}^T(n-2)\mathbf{p}^o\right]\right\} \\ &= \mathbb{E}\left\{\mathbf{P}(n)[I - \lambda\mathbf{R}]\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\right\} - \lambda\mathbb{E}\left\{\mathbf{P}(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-2)\right\} \\ &\quad - \lambda\mathbb{E}\left\{\mathbf{P}(n)\mathbf{u}(n-2)\mathbf{u}^T(n-2)\mathbf{p}^o\right\} \end{aligned} \tag{3.25}$$

- *Análise da primeira parcela da equação (3.25)*

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\mathbf{P}(n)[I - \lambda\mathbf{R}]\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\} &= -\mathbb{E}\left\{[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) - \mathbf{R}][\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1) - \lambda\mathbf{R}\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)]\right\} \\ &= -\mathbb{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\} - \mathbf{R}\mathbb{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\} \\ &\quad - \lambda\mathbf{R}\mathbb{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\} + \lambda\mathbf{R}^2\mathbb{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\} \end{aligned}$$

Assumindo a teoria da independência

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\mathbf{P}(n)[I - \lambda\mathbf{R}]\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\} &= \mathbf{R}\mathbb{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\} - \mathbf{R}\mathbb{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\} - \lambda\mathbf{R}^2\mathbb{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\} \\ &\quad + \lambda\mathbf{R}^2\mathbb{E}\{\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

- *Análise da segunda parcela da equação (3.25)*

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\mathbf{P}(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}(n-2)\} &= \mathbb{E}\left\{[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) - \mathbf{R}]\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-2)\right\} \\ &= \mathbb{E}\{\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-2)\} \\ &\quad - \mathbf{R}\mathbb{E}\{\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-2)\} \\ &= \mathbb{E}\{\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-2)\} - \mathbf{R}\mathbf{r}_u(1) \end{aligned}$$

$$\mathbf{r}_u(1) = [r_u(1), r_u(2), \dots, r_u(M)]^T$$

- *Análise da terceira parcela da equação (3.25)*

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\mathbf{u}(n-2)\mathbf{u}(n-2)\mathbf{p}^o\} &= \mathbf{E}\left\{[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) - \mathbf{R}]\mathbf{u}(n-2)\mathbf{u}^T(n-2)\right\} \\ &= \mathbf{E}\{\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{u}(n-2)\mathbf{u}^T(n-2)\mathbf{p}^o\} \\ &\quad - \mathbf{R}\mathbf{E}\{\mathbf{u}(n-2)\mathbf{u}^T(n-2)\mathbf{p}^o\} \\ &= \mathbf{E}\{\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{u}(n-2)\mathbf{u}^T(n-2)\}\mathbf{E}\{\mathbf{p}^o\} - \mathbf{R}^2\mathbf{E}\{\mathbf{p}^o\} \end{aligned}$$

Os valores de quarta ordem são determinados no Anexo A. Assim a equação (3.25) é dada por:

$$\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_0(n)\} = -\lambda[\mathbf{r}_u(0)r_u(1) + \mathbf{R}_1\mathbf{r}_u(0) + \mathbf{R}_1^2\mathbf{E}\{\mathbf{p}^o\} + \mathbf{R}_1\text{tr}(\mathbf{R}_1)] \quad (3.26)$$

em que, $\mathbf{r}_u(0) = [r_u(0), \dots, r_u(M-1)]^T$ e $\mathbf{R}_1 = \mathbf{E}\{\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-2)\}$

Resolvendo para $\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_1(n)\}$

Considere

$$\boldsymbol{\epsilon}_1(n) = (\mathbf{I} - \lambda\mathbf{R})\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1) - \lambda\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)$$

assim,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_1(n)\} &= \mathbf{E}\left\{\mathbf{P}(n)\left[(I - \lambda\mathbf{R})\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1) - \lambda^2\mathbf{P}(n)\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\right]\right\} \\
&= \mathbf{E}\left\{\left[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) - \mathbf{R}\right]\left[\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1) - \lambda\mathbf{R}\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1)\right] - \lambda^2\mathbf{P}(n)\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\right\} \\
&= \mathbf{E}\left\{\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1)\right\} - \lambda\mathbf{R}\mathbf{E}\left\{\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1)\right\} \\
&\quad - \mathbf{R}\mathbf{E}\left\{\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1)\right\} + \lambda\mathbf{R}^2\mathbf{E}\left\{\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1)\right\} - \lambda^2\mathbf{E}\left\{\mathbf{P}(n)\right\}\left\{\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\right\}
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Assumindo teoria da independência,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_1(n)\} &= \mathbf{R}\mathbf{E}\left\{\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1)\right\} - \lambda\mathbf{R}^2\mathbf{E}\left\{\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1)\right\} \\
&\quad - \mathbf{R}\mathbf{E}\left\{\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1)\right\} + \lambda\mathbf{R}^2\mathbf{E}\left\{\boldsymbol{\epsilon}_1(n-1)\right\} \\
&\quad - \lambda^2\mathbf{E}\left\{\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) - \mathbf{R}\right\}\mathbf{E}\left\{\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\epsilon}_0(n-1)\right\} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{3.28}$$

De (3.27) se conclui que $\mathbf{E}\{\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\epsilon}_2(n)\} = 0$, então utilizando-se os resultados e inserindo (3.26) e (3.28) na equação (3.23) e a seguir aplicando-se (3.22), finalmente se obtém,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}\{\boldsymbol{\epsilon}(n+1)\} &= [I - \rho\mathbf{R}_{uu}(0)]\mathbf{E}\{\boldsymbol{\epsilon}(n)\} - \rho[\mathbf{r}_u(1) + \mathbf{R}_{uu}(0)\mathbf{p}^o] \\
&\quad + \rho^2\left[\mathbf{R}_{uu}(1)\mathbf{r}_u(0) + \mathbf{r}_u(0)\text{tr}(\mathbf{R}_{uu}(1)) + \mathbf{R}_{uu}(1)^2\mathbf{p}^o + \mathbf{R}_{uu}(1)\text{tr}(\mathbf{R}_{uu}(1))\mathbf{p}^o\right]
\end{aligned} \tag{3.29}$$

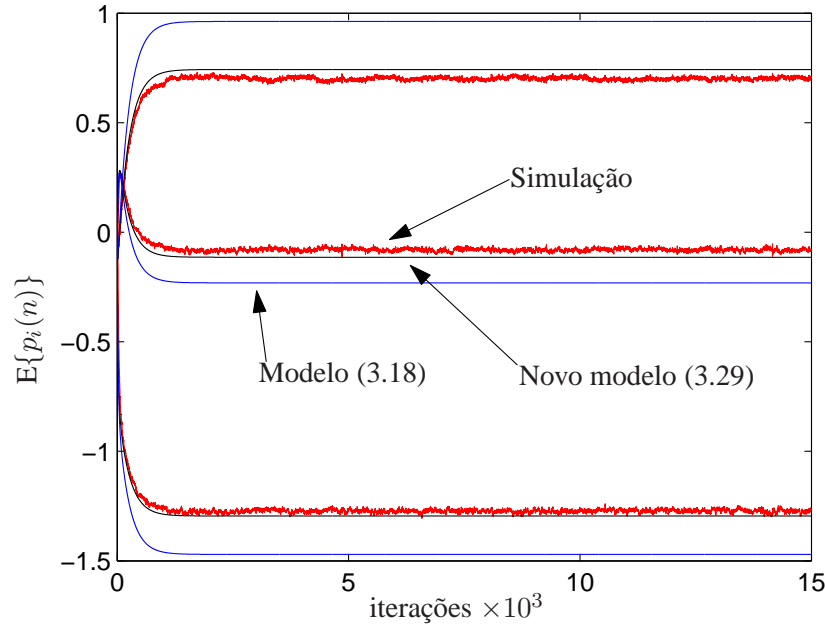


Figura 3.8: Desajuste nos coeficientes do filtro preditor.

em que, $\epsilon(n) = \mathbf{p}(n) - \mathbf{p}^o$

3.4.2 Resultados de Simulação

Nesta seção apresentam-se simulações MC para verificar o novo modelo proposto para o PEF. Os parâmetros utilizados são os mesmos do exemplo 3.3.3 em que $\mu = 0,001$, $\sigma_x^2 = 1$ (usando $\sigma_\eta^2 = 0,1875$), $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$ e $H(z) = 1/(1 - 1,5z^{-1} + z^{-2} - 0,25z^{-3})$ (assim o preditor ótimo é $\mathbf{p}^o = [-1,5; 1; -0,25]^T$). A diferença do exemplo 3.3.3 é que agora considera-se um passo de adaptação maior para o preditor, $\rho = 0,0085$. A Fig. 3.8 mostra o comportamento médio dos coeficientes do preditor e as simulações MC promediada sobre 150 realizações. Esses resultados mostram o excelente acordo entre os resultados de simulação e os teóricos dados por (3.29), quando comparados com o modelo dado em (3.18).

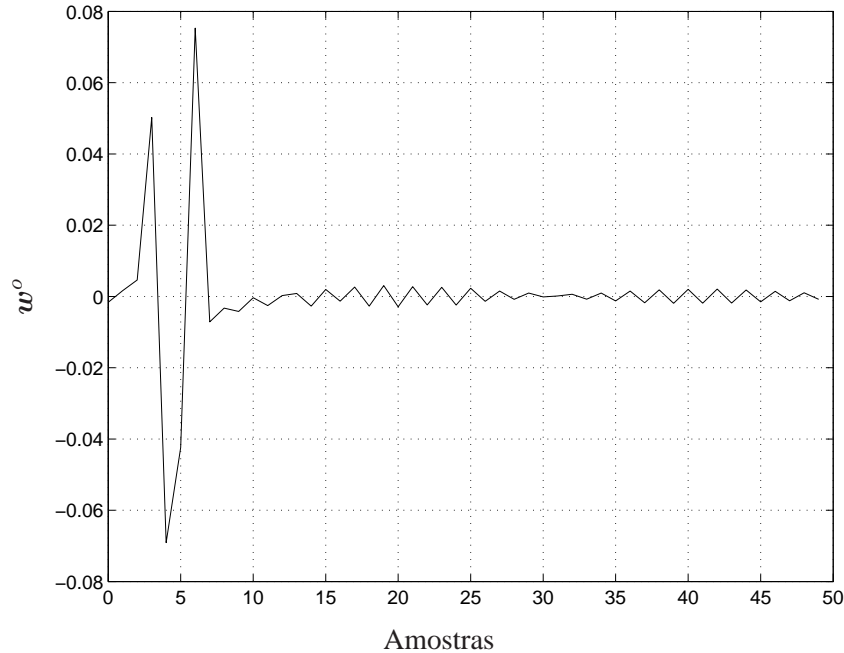


Figura 3.9: Resposta impulsiva w^o utilizada em todos os exemplos dessa Tese. Para os exemplos são consideradas as N como primeiras amostras dessa resposta de w^o .

3.4.3 Modelo de voz

Nos aparelhos auditivos a parte dominante da resposta ao impulso do caminho de retroalimentação é bem curta (ver Fig. 3.9). O comprimento N das amostras, tipicamente utilizadas para representar o caminho de retroalimentação, é escolhido considerando o curto tempo de estacionaridade da voz de forma que $N/f_s < 20\text{ms}$ [45], em que f_s é a frequência de amostragem. Em geral, nos exemplos dessa Tese é utilizada a resposta ao impulso do caminho de retroalimentação dada na Fig. 3.9 [§]. Um modelo autoregressivo de ordem 3 derivado em [43] é utilizado para representar o sinal de voz. Comentários referentes a esse modelo são discutidos no Capítulo 6.

[§] obtido a partir de [6], em que $f_s = 16\text{kHz}$

3.5 Conclusões

Esse capítulo apresentou uma análise do transiente de um sistema adaptativo constituído por um estimador LMS e um preditor LMS, quando aplicado ao cancelamento da retroalimentação em aparelhos auditivos. Uma modificação foi proposta para a estrutura de [6]. A modificação simplifica a análise nas fases transiente e permanente sem comprometimento do desempenho estrutural.

Modelos analíticos para momentos de primeira ordem do vetor de erro nos coeficientes foram derivados para ambos os filtros. A teoria da independência foi utilizada sem afetar significativamente os modelos $E[\mathbf{v}(n)]$ e $E[\mathbf{p}(n)]$ por tratar-se de modelos de primeira ordem.

Nos próximos capítulos se verá que novos modelos precisam ser derivados para a matriz de correlação $E\{\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\}$ e o vetor de correlação cruzada $\mathbf{r}_{xu}(n)$, quando o comportamento de momentos de segunda ordem é estudado. Considerou-se um modelo autoregressivo de ordem 3 bastante utilizado [43, 46], para representar o sinal de voz. Simulações de Monte Carlo demonstraram um bom acordo com os modelos propostos em estado transiente e permanente.

No próximo capítulo se faz uma modelagem da polarização \mathcal{B} presente na solução para a estrutura da Fig. 3.2. Desse modelo, interessantes informações são obtidas para o projeto de sistemas adaptativos no cancelamento da retroalimentação em aparelhos auditivos. Todos resultados não encontrados na literatura.

Capítulo 4

Modelagem da polarização

4.1 Introdução

Como observado no capítulo anterior uma solução polarizada é encontrada em (3.6). Nesta seção um modelo matemático para a expressão da polarização é determinado. Novos modelos analíticos para a matriz de autocorrelação $\mathbf{R}_{u_q u_q}$ e o vetor de correlação cruzada $\mathbf{r}_{u_q x_q}$ são derivados com o intuito de obter-se uma análise mais exata da polarização. Nessa análise o vetor de erro nos coeficientes do filtro preditor foi considerado. Através desses resultados são obtidas as condições em regime permanente para o desvio quadrático médio do preditor.

Na última seção a estabilidade da estrutura dada em Fig. 3.2 é analisada fazendo-se uso do modelo derivado para a polarização.

4.2 Modelo matemático para a polarização

Da expressão dada em (3.6), denotamos por \mathcal{B} o vetor da polarização. Assim

$$\mathcal{B}(n) = \mathbf{R}_{u_q u_q}^{-1}(n) \mathbf{E}\{x_q(n) \mathbf{u}_q(n)\} \quad (4.1)$$

em que a dependência no tempo foi explicitada. Note que essa é uma expressão aproximada, visto que (3.6) foi derivada assumindo que o estimador e preditor são invariantes no tempo. A seguir determinamos expressões matemáticas para $E\{x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\}$ e $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)$.

4.2.1 Correlação cruzada $E\{x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\}$

O i -ésimo elemento de $\mathbf{r}_{x_q u_q}(n) = E\{x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\}$ é dado por

$$\begin{aligned} [\mathbf{r}_{x_q u_q}(n)]_i &= E\{x_q(n)u_q(n-i)\} \\ &= E\{[x(n) + \mathbf{p}^T(n)\mathbf{x}(n-1)][u(n-i) + \mathbf{p}^T(n)\mathbf{u}(n-i-1)]\} \end{aligned} \quad (4.2)$$

com $i = 0, \dots, N-1$, $\mathbf{x}(n-1) = [x(n-1), \dots, x(n-M)]^T$ e $\mathbf{u}(n-i-1) = [u(n-i-1), \dots, u(n-i-M)]^T$. De (4.2) assumimos uma convergência lenta do filtro preditor $\mathbf{p}(n)$ tal que $\mathbf{p}(n) = \mathbf{p}(n-1) = \dots = \mathbf{p}(n-N+1)$.

Definindo o vetor de erros no preditor como $\mathbf{v}_p(n) = \mathbf{p}(n) - \mathbf{p}^o$, em que \mathbf{p}^o é o preditor ótimo de $x(n)$ * com $\mathbf{R}_{uu}(0) = E[\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n)]$ sendo $M \times M$ a matriz de autocorrelação de $\mathbf{u}(n)$.

* Note que \mathbf{p}^o não é necessariamente o preditor ótimo de $u(n)$ no sentido médio quadrático

Substituindo $\mathbf{p}(n) = \mathbf{v}_p(n) + \mathbf{p}^o$ em (4.2), temos

$$\begin{aligned}
[\mathbf{r}_{x_q u_q}(n)]_i &= \mathbf{E} \left\{ [x(n) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{x}(n-1) + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{x}(n-1)] [u(n-i) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-i-1) \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-i-1)] \right\} \\
&= \mathbf{E} \left\{ x(n)u(n-i) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-i-1)x(n) + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-i-1)x(n) \right. \\
&\quad + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{x}(n-1)u(n-i) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{x}(n-1)\mathbf{u}^T(n-i-1)\mathbf{v}_p(n) \\
&\quad + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{x}(n-1)\mathbf{u}^T(n-i-1)\mathbf{p}^o + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{x}(n-1)u(n-i) \\
&\quad \left. + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{x}(n-1)\mathbf{u}^T(n-i-1)\mathbf{v}_p(n) + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{x}(n-1)\mathbf{u}^T(n-i-1)\mathbf{p}^o \right\}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Condicionando inicialmente (4.3) em $\mathbf{v}_p(n)$ e desprezando as correlações de $\mathbf{v}_p(n)$ com $u(n)$ e $x(n)$, temos

$$\begin{aligned}
[\mathbf{r}_{x_q u_q}(n)]_i |_{\mathbf{v}_p(n)} &= r_{xu}(i) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{r}_{xu}(i+1) + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{r}_{xu}(i+1) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{r}_{ux}(1-i) \\
&\quad + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{R}_{xu}(i)\mathbf{v}_p(n) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{R}_{xu}(i)\mathbf{p}^o + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{r}_{ux}(1-i) + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{R}_{xu}(i)\mathbf{v}_p(n) \\
&\quad + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{R}_{xu}(i)\mathbf{p}^o
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Removendo o condicionamento em $\mathbf{v}_p(n)$ obtém-se,

$$\begin{aligned}
[\mathbf{r}_{x_q u_q}(n)]_i &= r_{xu}(i) + \{\mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] + \mathbf{p}^{oT}\}\mathbf{r}_{xu}(i+1) + \text{tr}\{\mathbf{R}_{xu}(i)\mathbf{K}_p(n)\} + \{\mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] \\
&\quad + \mathbf{p}^{oT}\}\mathbf{r}_{ux}(1-i) + \text{tr}\{\mathbf{R}_{xu}(i)\mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)]\mathbf{p}^{oT}\} + \text{tr}\{\mathbf{R}_{xu}(i)\mathbf{p}^o\mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)]\} \\
&\quad + \text{tr}\{\mathbf{R}_{xu}(i)\mathbf{p}^o\mathbf{p}^{oT}\}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

em que $\mathbf{R}_{xu}(i) = \mathbf{E}[\mathbf{x}(n-1)\mathbf{u}^T(n-i-1)]$, $\mathbf{r}_{xu}(l-k) = \mathbf{E}[x(n-k)\mathbf{u}(n-l)]$, $\mathbf{r}_{ux}(l-k) = \mathbf{E}[u(n-k)\mathbf{x}(n-l)]$ e $\mathbf{K}_p(n) = \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)\mathbf{v}_p^T(n)]$. A correlação cruzada $r_{xu}(i)$ é derivada no Apêndice B e é dada por (B.9) e (B.10). As Eqs. (B.9) e (B.10) mostram que $r_{xu}(i)$ depende do

retardo D . Assim $r_{x_q u_q}(n)$ e portanto a polarização mudará em função de D .

As Eqs. (B.9) e (B.10) mostram que $r_{xu}(i)$ depende do retardo D , assim, $r_{x_q u_q}(n)$ e a magnitude de polarização sofrerão mudanças em função de D . A recursão para $E[\mathbf{v}_p(n)]$ utilizando o algoritmo LMS pode ser obtida a partir de (3.18) como

$$E[\mathbf{v}_p(n+1)] = [\mathbf{I} - \rho \mathbf{R}_{uu}(0)]E[\mathbf{v}_p(n)] - \rho[r_u(1) + \mathbf{R}_{uu}(0)\mathbf{p}^o] \quad (4.6)$$

Mas, uma expressão matemática para $\mathbf{K}_p(n) = E[\mathbf{v}_p(n)\mathbf{v}_p^T(n)]$ é necessária. A seguir determina-se uma recursão para $\mathbf{K}_p(n)$.

4.2.2 Determinação de $\mathbf{K}_p(n) = \mathbf{E}\{\mathbf{v}_p(n)\mathbf{v}_p^T(n)\}$

Usando $\mathbf{p}(n) = \mathbf{v}_p(n) + \mathbf{p}^o$ em (3.17) leva a,

$$\mathbf{v}_p(n+1) = \mathbf{v}_p(n) - \rho \mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{v}_p(n) - \rho \mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{p}^o - \rho u(n)\mathbf{u}(n-1) \quad (4.7)$$

Multiplicando (4.7) por sua transposta, temos

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_p(n+1)\mathbf{v}_p^T(n+1) &= \mathbf{v}_p(n)\mathbf{v}_p^T(n) - \rho\mathbf{v}_p(n)\mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) \\
&\quad - \rho\mathbf{v}_p(n)\mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) - \rho u(n)\mathbf{v}_p(n)\mathbf{u}^T(n-1) \\
&\quad - \rho\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{v}_p(n)\mathbf{v}_p^T(n) \\
&\quad + \rho^2\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{v}_p(n)\mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) \\
&\quad + \rho^2\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{v}_p(n)\mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) \\
&\quad + \rho^2 u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{v}_p(n)\mathbf{u}^T(n-1) \\
&\quad - \rho\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{p}^o\mathbf{v}_p^T(n) \\
&\quad + \rho^2\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{p}^o\mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) \\
&\quad + \rho^2\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{p}^o\mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) \\
&\quad + \rho^2 u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{p}^o\mathbf{u}^T(n-1) \\
&\quad - \rho u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{v}_p^T(n) + \rho^2 u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) \\
&\quad + \rho^2 u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1) + \rho^2 u^2(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Tomando o valor esperado de (4.8) e fazendo as mesmas aproximações como em (4.5) obtém-se, finalmente, uma recursão matemática para $\mathbf{K}_p(n)$.

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_p(n+1) = & \mathbf{K}_p(n) - \rho \left[\mathbf{K}_p(n) \mathbf{R}_{uu}(0) + \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{K}_p(n) + \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{p}^{oT} \mathbf{R}_{uu}(0) \right. \\
& + \left. \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{r}_u^T(1) + \mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] + \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^o \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] \right] \\
& + \rho^2 \left[\mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{K}_p(n)) + 2 \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{K}_p(n) \mathbf{R}_{uu}(0) \right. \\
& + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{p}^{oT}) + 2 \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{p}^{oT} \mathbf{R}_{uu}(0) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^o \mathbf{p}^{oT}) \\
& + \left. 2 \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^o \mathbf{p}^{oT} \mathbf{R}_{uu}(0) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^o \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)]) + 2 \mathbf{p}^o \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] \mathbf{R}_{uu}(0) \right] \\
& + \rho^2 \left[\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{r}_u^T(1) + \mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] \mathbf{R}_{uu}(0) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)]) \right. \\
& + \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^o \mathbf{r}_u^T(1) + \mathbf{r}_u(1) \mathbf{p}^{oT} \mathbf{R}_{uu}(0) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{r}_u(1) \mathbf{p}^{oT}) + \mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] \mathbf{R}_{uu}(0) \\
& + \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{r}_u^T(1) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{r}_u^T(1)) + \mathbf{r}_u(1) \mathbf{p}^{oT} \mathbf{R}_{uu}(0) \\
& \left. + \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^o \mathbf{r}_u^T(1) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{p}^o \mathbf{r}_u^T(1)) + 2 \mathbf{r}_u(1) \mathbf{r}_u^T(1) + \mathbf{R}_{uu}(0) r_u(0) \right]
\end{aligned} \tag{4.9}$$

com $r_u(l)$ dado pela Eq. (B.7) no Apêndice B. Expressões para $\mathbf{E}\{u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{v}_p(n)\mathbf{u}^T(n-1)\}$, $\mathbf{E}\{u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\}$ e $\mathbf{E}\{u^2(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\}$ são derivadas no Apêndice B. As demais expressões em (4.9) são derivadas em [47].

Juntando os termos da Eq. (4.9) podemos escrever,

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_p(n+1) = & (\mathbf{I} - \rho \mathbf{R}_{uu}(0)) \mathbf{K}_p(n) (\mathbf{I} - \rho \mathbf{R}_{uu}(0)) + \rho^2 \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{K}_p(n) \mathbf{R}_{uu}(0) \\
& + \rho^2 \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{K}_p(n)) + \mathbf{C}_q(n)
\end{aligned} \tag{4.10}$$

em que \mathbf{I} é a matriz identidade $M \times M$ e

$$\begin{aligned}
C_q(n) = & -\rho \left[\mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{p}^{\circ T} \mathbf{R}_{uu}(0) + \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{r}_u^T(1) + \mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] + \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^{\circ} \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] \right] \\
& + \rho^2 \left[\mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^{\circ} \mathbf{p}^{\circ T}) + 2\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^{\circ} \mathbf{p}^{\circ T} \mathbf{R}_{uu}(0) + 2\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^{\circ} \mathbf{r}_u^T(1) \right. \\
& + 2\mathbf{r}_u(1) \mathbf{p}^{\circ T} \mathbf{R}_{uu}(0) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{r}_u(1) \mathbf{p}^{\circ T}) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{p}^{\circ} \mathbf{r}_u^T(1)) + 2\mathbf{r}_u(1) \mathbf{r}_u^T(1) \\
& + \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{r}_u(0) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{p}^{\circ T}) + 2\mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{p}^{\circ T} \mathbf{R}_{uu}(0) \\
& + \left. \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{p}^{\circ} \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)]) + 2\mathbf{p}^{\circ} \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] \mathbf{R}_{uu}(0) \right] + 2\mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{r}_u^T(1) \\
& + \left. 2\mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] \mathbf{R}_{uu}(0) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)]) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{r}_u^T(1)) \right]
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Com as equações (4.10) e (4.11) uma expressão matemática recursiva para $\mathbf{K}_p(n)$ em todo n pode ser derivada.

4.2.3 Expressão em regime permanente para $\mathbf{K}_p(n)$

Para estudar o comportamento em regime permanente de $\mathbf{K}_p(n)$ (e assim $\mathbf{E}\{x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\}$), escrevemos $\mathbf{R}_{uu}(0) = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T$, em que as colunas de \mathbf{Q} são os autovetores ortonormais de $\mathbf{R}_{uu}(0)$ e $\mathbf{\Lambda}$ é sua matriz diagonal de autovalores com elementos $\lambda_i, i = 1, \dots, M$. Assim,

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_p(n+1) = & (\mathbf{I} - \rho\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T) \mathbf{K}_p(n) (\mathbf{I} - \rho\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T) + \rho^2 \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T \mathbf{K}_p(n) \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T \\
& + \rho^2 \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T \text{tr}(\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T \mathbf{K}_p(n)) + C_q(n)
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Definindo $\tilde{\mathbf{K}}_p(n) = \mathbf{Q}^T \mathbf{K}_p(n) \mathbf{Q}$ tal que $\mathbf{K}_p(n) = \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{K}}_p(n) \mathbf{Q}^T$. Então, (4.12) pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{K}}_p(n+1) \mathbf{Q}^T &= (\mathbf{I} - \rho \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T) \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{K}}_p(n) \mathbf{Q}^T (\mathbf{I} - \rho \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T) + \rho^2 \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{K}}_p(n) \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T \\ &\quad + \rho^2 \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{K}}_p(n) \mathbf{Q}^T) + \mathbf{C}_q(n) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Usando $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{I}$ e pre- e pós-multiplicando (4.13) por \mathbf{Q}^T e \mathbf{Q} respectivamente leva:

$$\tilde{\mathbf{K}}_p(n+1) = \mathbf{F} \tilde{\mathbf{K}}_p(n) \mathbf{F} + \rho^2 \mathbf{\Lambda} \tilde{\mathbf{K}}_p(n) \mathbf{\Lambda} + \rho^2 \mathbf{\Lambda} \text{tr}(\mathbf{\Lambda} \tilde{\mathbf{K}}_p(n)) + \mathbf{C}'_q \quad (4.14)$$

em que $\mathbf{C}'_q = \mathbf{Q}^T \mathbf{C}_q(n) \mathbf{Q}$ e $\mathbf{F} = (\mathbf{I} - \rho \mathbf{\Lambda})$. \mathbf{F} é uma matriz diagonal com vetor diagonal $\mathbf{f} = [f_1, \dots, f_M]^T$, em que $f_i = 1 - \rho \lambda_i$.

Os elementos $\tilde{k}_{p_{ij}}$ de (4.14) para $i \neq j$ são dados por

$$\tilde{k}_{p_{ij}}(n+1) = f_i f_j \tilde{k}_{p_{ij}}(n) + \rho^2 \lambda_i \lambda_j \tilde{k}_{p_{ij}}(n) + c'_{ij} \quad (4.15)$$

Assim, (4.15) para $n \rightarrow \infty$ é dado por:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{k}_{p_{ij}}(n) = \frac{c'_{ij}}{\rho(\lambda_i + \lambda_j - 2\rho \lambda_i \lambda_j)} \quad \text{para } i \neq j \quad (4.16)$$

em que c'_{ij} são elementos da matriz \mathbf{C}'_q .

Denotando por simplicidade $\tilde{k}_{p_i}(n)$ os elementos da diagonal $\tilde{k}_{p_{ii}}(n)$ de $\tilde{\mathbf{K}}_p(n)$, (4.14) pode ser escrita como,

$$\tilde{k}_{p_i}(n+1) = f_i^2 \tilde{k}_{p_i}(n) + \rho^2 \lambda_i^2 \tilde{k}_{p_i}(n) + \rho^2 \lambda_i \mathbf{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{k}}_p(n) + c'_{ii} \quad (4.17)$$

em que $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \dots, \lambda_M]^T$ e $\tilde{\mathbf{k}}_p(n) = [\tilde{k}_{p_1}(n), \dots, \tilde{k}_{p_M}(n)]^T$. Assim,

$$\tilde{\mathbf{k}}_p(n+1) = \mathbf{B}\tilde{\mathbf{k}}_p(n) + \mathbf{c}' \quad (4.18)$$

em que \mathbf{c}' é um vetor que contém os elementos da diagonal de \mathbf{C}'_q e \mathbf{B} é uma matriz $M \times M$ com elementos

$$b_{ij} = \begin{cases} f_i^2 + 2\rho^2\lambda_i^2, & \text{para } i = j \\ \rho^2\lambda_i\lambda_j, & \text{para } i \neq j \end{cases}$$

A solução em regime permanente de (4.18) é dada por:

$$\tilde{\mathbf{k}}_p(\infty) = [\mathbf{I} - \mathbf{B}]^{-1}\mathbf{c}' \quad (4.19)$$

Denotando $\mathbf{B}' = [\mathbf{I} - \mathbf{B}]^{-1}$, temos:

$$\tilde{k}_{p_i}(\infty) = \sum_{k=1}^M b'_{ik}c'_k \quad (4.20)$$

Resumindo, os elementos de $\tilde{\mathbf{K}}_p(\infty)$ são dados por

$$[\tilde{\mathbf{K}}_p(\infty)]_{ij} = \begin{cases} \frac{c'_{ij}}{\rho(\lambda_i + \lambda_j - 2\rho\lambda_i\lambda_j)}, & \text{para } i \neq j \\ \sum_{k=1}^M b'_{ik}c'_k, & \text{para } i = j \end{cases} \quad (4.21)$$

em que $\mathbf{K}_p(\infty) = \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{K}}_p(\infty)\mathbf{Q}^T$.

A equação (4.21) mostra como $\mathbf{K}_p(\infty)$ depende do tamanho do passo de ρ e dos autovalores de $\mathbf{R}_{uu}(0)$. Note também que estes autovalores são funções do retardo D através de $r_u(l)$ (ver (B.7)), mas o modelo para a polarização (4.1) ainda requer a expressão matemática para $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)$. Esta expressão é derivada a seguir.

4.2.4 Matriz de Correlação $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)$

Os elementos de $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)$ são dados por

$$[\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)]_{ij} = \mathbb{E}\{u_q(n-i)u_q(n-j)\}.$$

Já que $u_q(n-i) = u(n-i) + \mathbf{p}^T(n)\mathbf{u}(n-i-1)$, temos

$$[\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)]_{ij} = \mathbb{E}\{[u(n-i) + \mathbf{p}^T(n)\mathbf{u}(n-i-1)][u(n-j) + \mathbf{p}^T(n)\mathbf{u}(n-j-1)]\} \quad (4.22)$$

Assumindo uma convergência lenta como é feito na seção 4.2.1 tal que $\mathbf{p}(n) = \mathbf{p}(n-1) = \mathbf{p}(n-N)$ e usando $\mathbf{p}(n) = \mathbf{v}_p(n) + \mathbf{p}^o$ em (4.22) nos leva à recursão para $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)$ como função do tempo.

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)]_{ij} &= \mathbb{E}\left\{ [u(n-i) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-i-1) + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-i-1)] [u(n-j) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{v}_q^T(n)\mathbf{u}(n-j-1) + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-j-1)] \right\} \\ &= \mathbb{E}\left\{ u(n-i)u(n-j) + u(n-i)\mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-j-1) + u(n-i)\mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-j-1) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-i-1)u(n-j) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-i-1)\mathbf{u}^T(n-j-1)\mathbf{v}_p(n) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-i-1)\mathbf{u}^T(n-j-1)\mathbf{p}^o + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-i-1)u(n-j) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-i-1)\mathbf{u}^T(n-j-1)\mathbf{v}_p(n) + \mathbf{p}^{oT}\mathbf{u}(n-i-1)\mathbf{u}^T(n-j-1)\mathbf{p}^o \right\} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Assim, cada parcela de (4.23) é dada por:

$$\begin{aligned}
[\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)]_{ij} = & r_u(j-i) + \mathbf{p}^{oT} \mathbf{r}_u(j+1-i) + \mathbf{p}^{oT} \mathbf{r}_u(j-(i+1)) + \text{tr}\{\mathbf{R}_u(j-i) \mathbf{K}_p(\infty)\} \\
& + \text{tr}\{\mathbf{R}_u(j-i) \mathbf{p}^o \mathbf{p}^{oT}\} + \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)]^T \mathbf{r}_u(j+1-i) + \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)]^T \mathbf{r}_u(j-(i+1)) \\
& + \text{tr}\{\mathbf{R}_u(j-i) \mathbf{p}^o \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)]^T\} + \text{tr}\{\mathbf{R}_u(j-i) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{p}^{oT}\}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Usando (4.24) com (4.6) e a expressão derivada no Apêndice B para $r_u(l)$ leva a um modelo analítico para $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)$, assim, o modelo analítico para o comportamento transiente da polarização (4.1) é obtido combinando (4.5), (4.10) e (4.24). Em regime permanente $\mathbf{R}_{u_q u_q}(\infty)$ pode ser obtida de (4.24) usando $\mathbf{K}_p(\infty)$ obtido em (4.21) e

$$E[\mathbf{v}_p(\infty)] = -\mathbf{R}_{uu}(0)^{-1} \mathbf{r}_u(1) - \mathbf{p}^o \tag{4.25}$$

determinado de (4.6) como $n \rightarrow \infty$.

4.2.5 Resultados de simulação

Antes de fazer a comparação entre o modelo proposto e a simulação, simulações comparativas do comportamento quadrático médio dos vetores erro nos coeficientes das estruturas das figuras 3.1 e 3.2 são apresentadas. Considera-se $\mu = 0,001$, $\rho = 0,0001$, $G = 3$, $D = 15$, $\sigma_x^2 = 1$ (usando $\sigma_\eta^2 = 0,1875$), $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$ e $H(z) = 1/(1 - 1,5z^{-1} + z^{-2} - 0,25z^{-3})$ (assim, o preditor ótimo é $\mathbf{p}^o = [-1,5; 1; -0,25]^T$).

O caminho de retroalimentação é modelado por $\mathbf{w}^o = [-0,0016 \ 0,0016 \ 0,0046 \ 0,0502 \ -0,0691]^T$ (as primeiras 5 amostras de uma resposta medida do caminho de retroalimentação).

A Fig. 4.1 mostra o desvio quadrático médio MSD (do inglês Mean Square Deviation) do preditor $E[\|\mathbf{v}_p(n)\|^2] = \sum_{i=1}^M [\mathbf{K}_p(n)]_{ii}$ para ambas estruturas. Observa-se em regime perma-

nente uma diferença de 5dB. Essa diferença ocorre porque as hipóteses assumidas no Apêndice A para a igualdade dos coeficientes dos dois preditores não são satisfeitas exatamente. O efeito desse erro na predição teórica do comportamento do estimador, no entanto, não é significativo, como pode ser verificado nas figuras 4.2 (MSD do estimador) e 4.3 (norma do vetor da polarização).

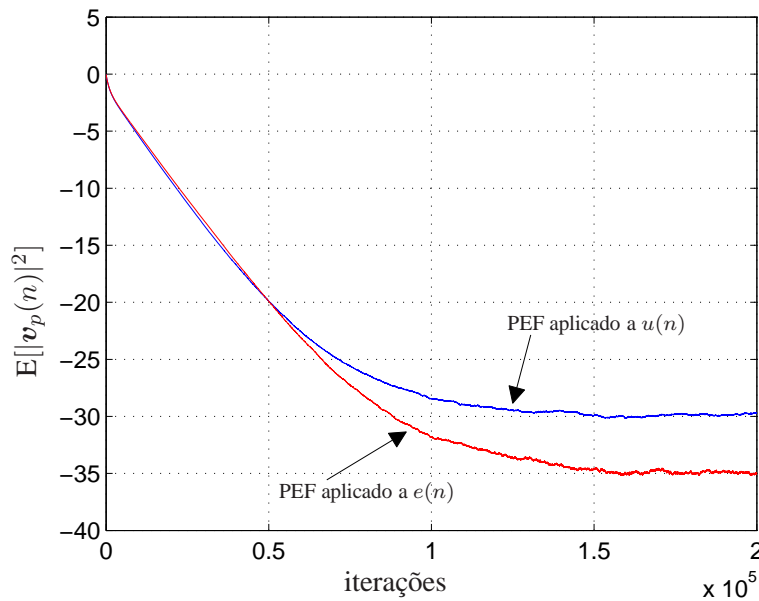


Figura 4.1: MSD do preditor para as estruturas das figuras 3.1 e 3.2.

A seguir apresenta-se simulações de Monte Carlo (MC) para verificar o modelo teórico derivado de (4.1). A estrutura da Fig. 3.2 foi utilizada com os mesmos parâmetros utilizados nas figuras 4.1 e 4.3.

A Fig. 4.4 mostra as predições teóricas obtidas a partir da Eq. (4.10) e os resultados de simulação MC para o desvio quadrático médio MSD do preditor $E[||\mathbf{v}_p(n)||^2] = \sum_{i=1}^M [\mathbf{K}_p(n)]_{ii}$. Excelente concordância pode ser verificada na fase transiente e na de regime permanente. A Fig. 4.5 mostra o MSD teórico e de simulação (linha sólida) para $\mu = 0,001$ e diferentes valores

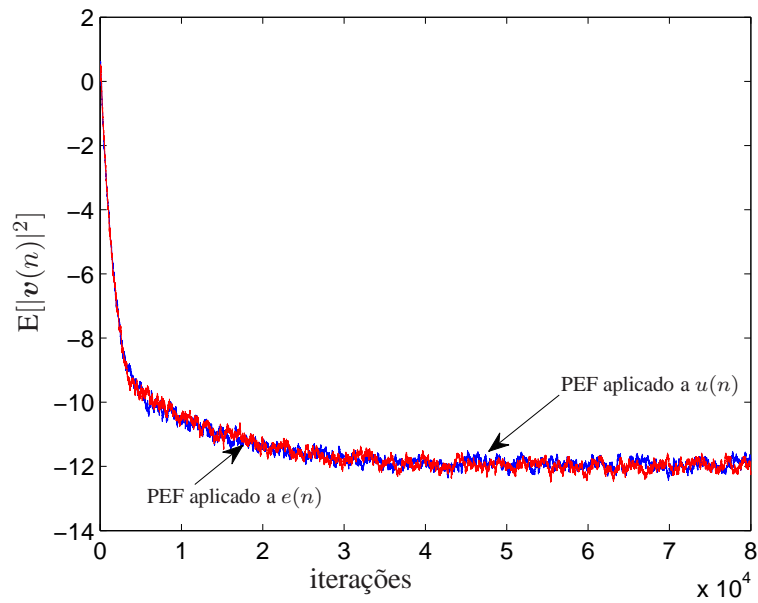


Figura 4.2: MSD do estimador para as estruturas das figuras 3.1 e 3.2.

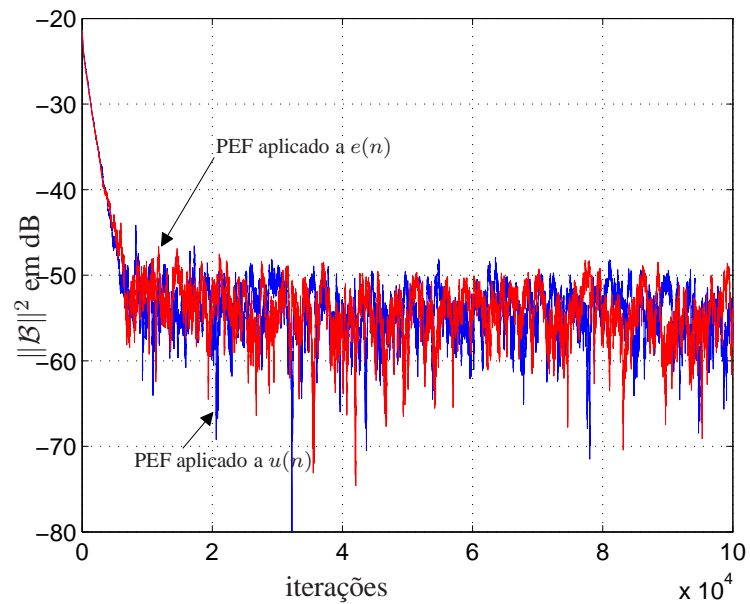


Figura 4.3: Norma do vetor da polarização (dB) para as estruturas das figuras 3.1 e 3.2.

de D e de passo ρ do PEF . Os demais parâmetros são os mesmos da Fig. 4.4. Esses resultados mostram que grandes retardos levam a uma rápida convergência e um MSD reduzido para um passo fixo (curvas Fig. 4.5 a–b e c–d). Note que o ganho é maior no desempenho em regime permanente do que na velocidade de convergência do MSD. Também, como esperado, reduzindo o tamanho do passo ρ obtemos uma convergência mais lenta e um MSD menor em regime permanente (curvas a–b e c–d).

A Fig. 4.6 mostra resultados de simulação MC e os valores teóricos preditos no regime permanente do vetor norma e da polarização para $D = 2$. A Tabela 4.1 mostra os coeficientes da polarização em regime permanente avaliado em (4.1) usando simulações MC e utilizando o modelo teórico dado por (4.10), (4.5), (4.21), (4.24) e (4.1).

A Fig. 4.7 mostra resultados de simulação MC e os valores teóricos preditos no regime transiente e permanente do vetor norma da polarização para $D = 2$. Excelente concordância pode ser verificada.

Com base no modelo descrito para a polarização, duas figuras para a polarização em regime permanente são apresentadas. A Fig. 4.8 mostra a evolução da polarização em função do passo de adaptação ρ para diferentes retardos. Como esperado, conforme o passo de adaptação aumenta, o nível de polarização também aumenta. Para retardos maiores, obtem-se uma redução da polarização.

A Fig. 4.9 mostra a evolução da polarização em função do retardo para dois valores de passo de adaptação $\rho = 0,02$ e $\rho = 1 \times 10^{-6}$. Como mostrado na Fig. 4.8 grandes passos de adaptação aumentam a polarização e grandes retardos levam a uma redução do nível de polarização.

Tabela 4.1: Coeficientes da polarização em regime permanente obtidos pela simulação e a teoria.

	$\hat{w}_0(\infty)$	$\hat{w}_1(\infty)$	$\hat{w}_2(\infty)$	$\hat{w}_3(\infty)$	$\hat{w}_4(\infty)$
Teoría	-0,0023	-0,0099	-0,0089	-0,0042	0
Simulação	0,0005	-0,0104	-0,0090	-0,0044	0,0001

A Fig. 4.10 mostra a variação da relação sinal a ruído em $\hat{y}(n)$ em que $\mathbf{w}^{oT} \mathbf{u}(n)$ é o sinal desejado e $\mathcal{B}^T \mathbf{u}(n)$ é o ruído. Assim,

$$\text{SNR} = 10 \log \frac{\|\mathbf{w}^o\|^2}{\|\mathcal{B}\|^2}$$

é avaliado utilizando o modelo proposto como uma função do tamanho do passo do preditor ρ e do retardo D . Os demais parâmetros são os mesmos utilizados para gerar a Fig.4.4.

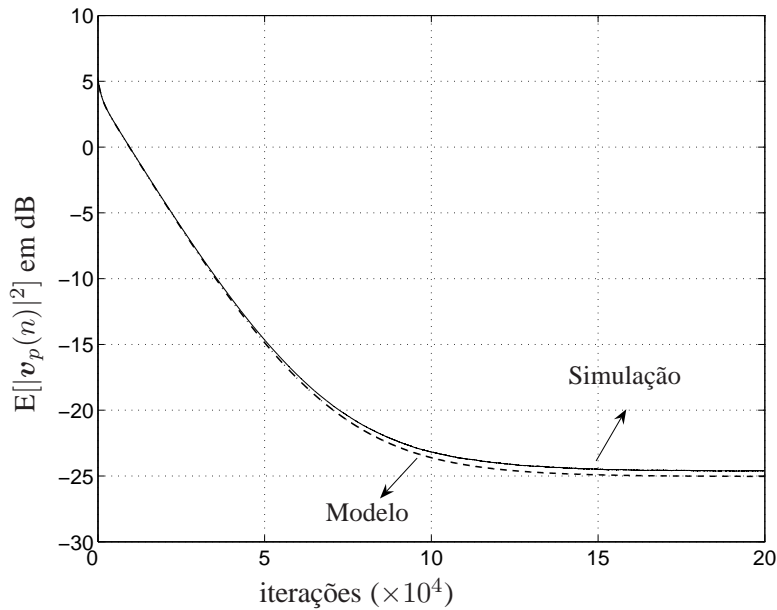


Figura 4.4: MSD do preditor para a estrutura da Fig. 3.2.

A Fig. 4.11 mostra a norma do vetor da polarização em regime permanente predito teoricamente para diferentes valores do retardo do caminho direto. Duas estruturas são avaliadas: (a) o sistema LMS adaptativo Fig. 3.2 e (b) o sistema da Fig. 3.2 sem ambos os filtros $\mathbf{q}(n)$. A Fig. 4.11 mostra que quando o PEF é utilizado, melhoras de 60 dB podem ser obtidas sobre a estrutura clássica.

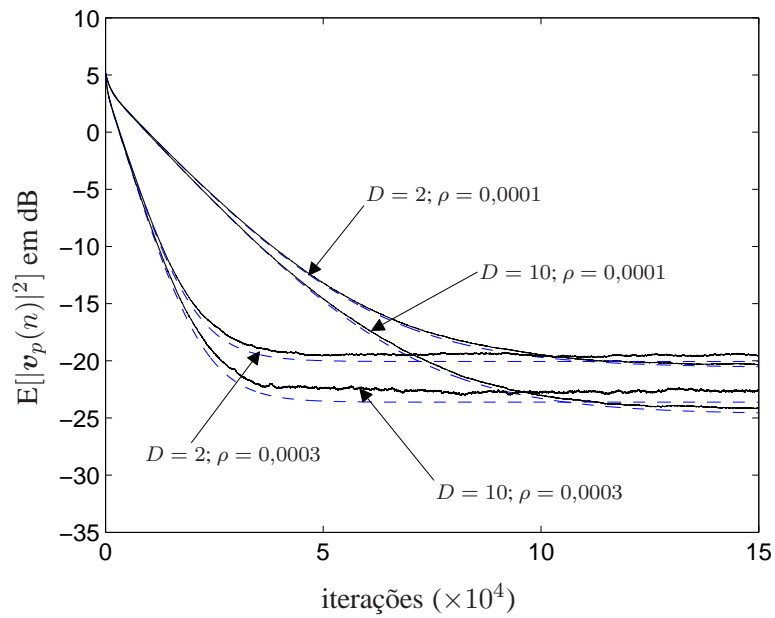


Figura 4.5: MSD do preditor como uma função de D e ρ .

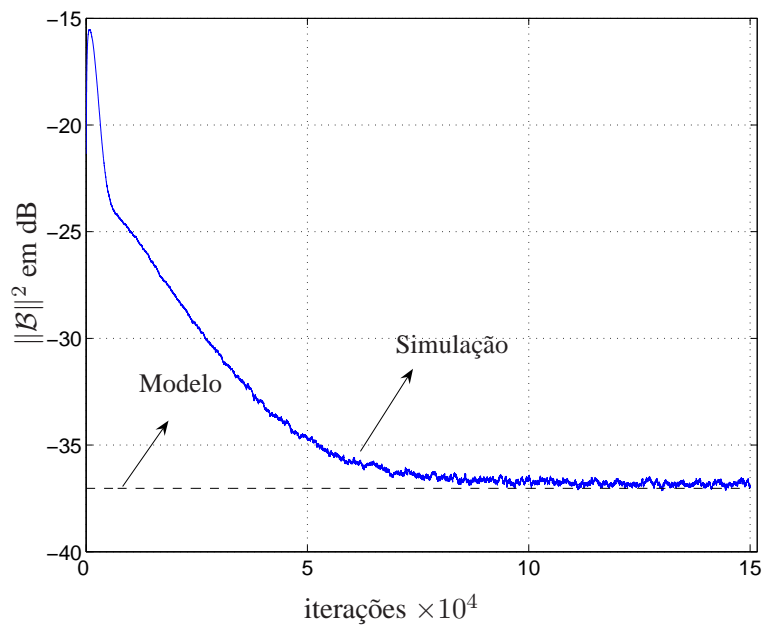
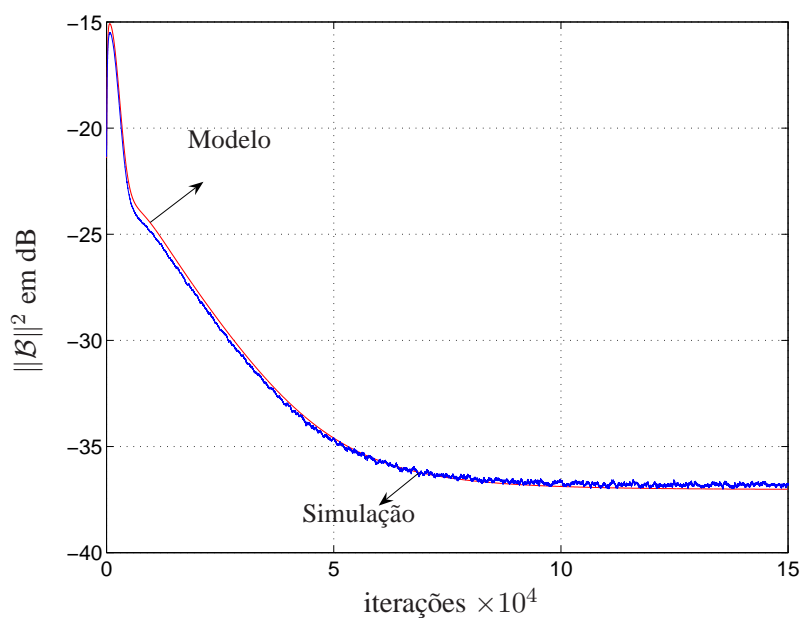
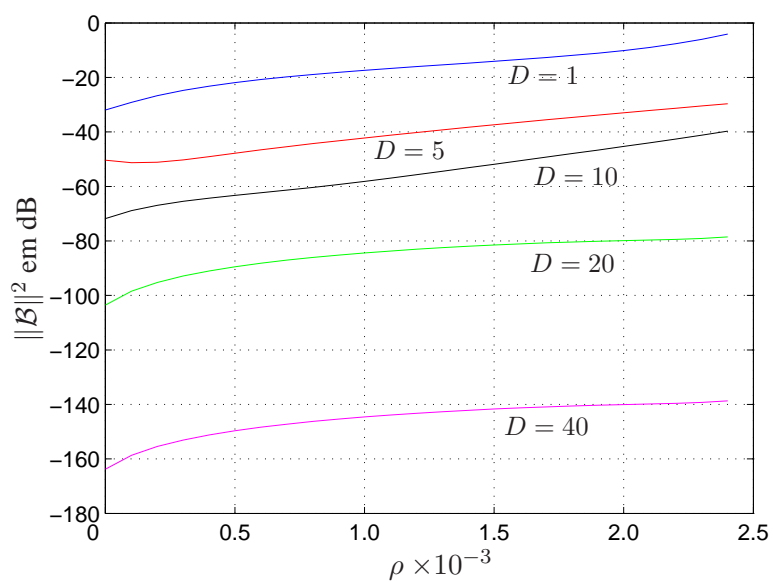


Figura 4.6: Norma do vetor da polarização (dB) para $D = 2$

Figura 4.7: Norma do vetor da polarização (dB) para $D = 2$ em regime transiente e permanente.Figura 4.8: Norma do vetor da polarização (dB) versus o passo de adaptação ρ , para diferentes valores de D .

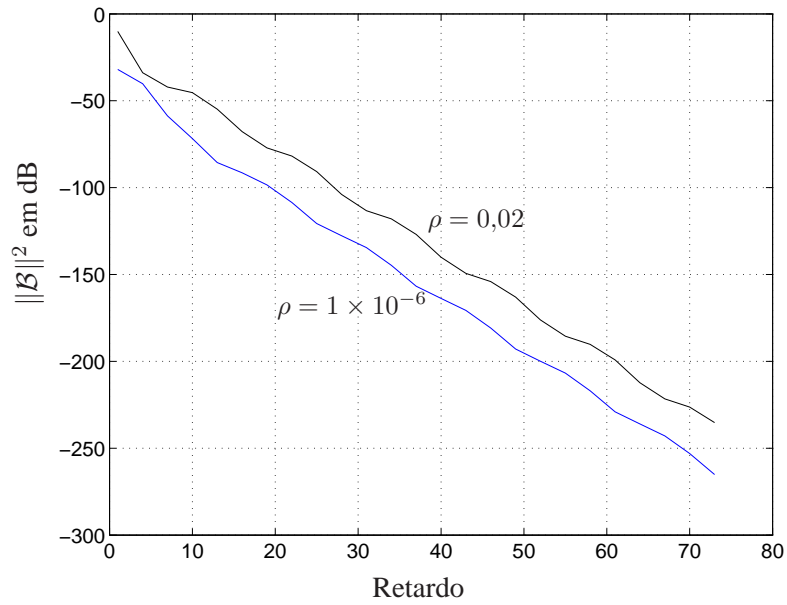


Figura 4.9: Norma do vetor da polarização (dB) versus o retardo para dois passos de adaptação de ρ

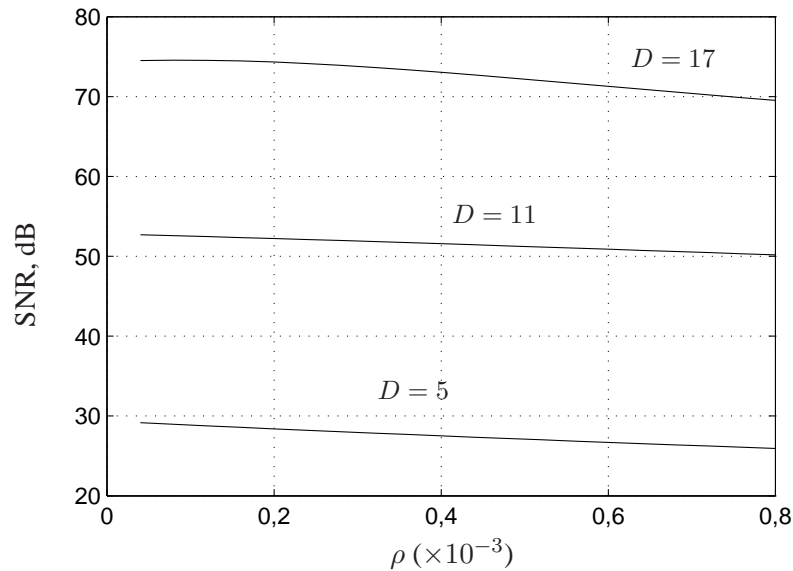


Figura 4.10: Relação sinal a ruído $\text{SNR} = 10 \log_{10}(\|\mathbf{w}^o\|^2/\|\mathcal{B}\|^2)$ como uma função do retardo do caminho direto D e o tamanho do passo do preditor ρ .

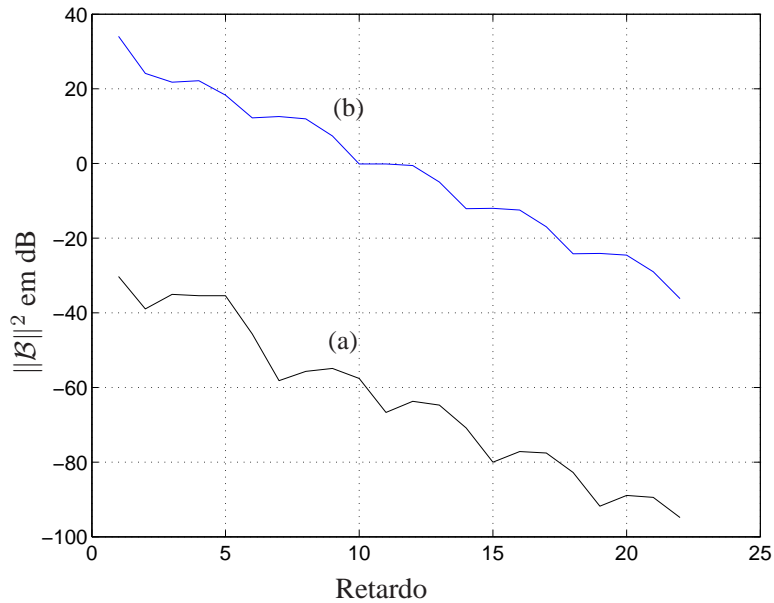


Figura 4.11: Norma da polarização (dB) como função do retardo no caminho direto. São consideradas as primeiras 12 amostras da resposta real de um caminho de retroalimentação. (a) Estrutura dada na Fig. 3.2 e (b) estrutura Fig. 3.2 sem o PEF

4.3 Análise da estabilidade

Sendo que a estrutura da Fig. 3.2 corresponde a um sistema retroalimentado, na qual o caminho direto é o aparelho auditivo e o laço de retroalimentação corresponde à retroalimentação acústica, se faz necessária uma análise da estabilidade do sistema. Em [35] restrições ao sistema de cancelamento adaptativo são feitas para garantir a estabilidade. As restrições baseiam-se no comprometimento do ganho do aparelho e a norma dos coeficientes do filtro adaptativo. A análise se faz em função das simulações de MC. Nesta seção analisaremos a estabilidade de um sistema adaptativo para o cancelamento da retroalimentação acústica aplicado a aparelhos auditivos utilizando o modelo da polarização anteriormente derivado. O diagrama em blocos da Fig. 4.12 apresenta o comportamento em regime permanente do sistema de cancelamento. G representa o ganho do aparelho auditivo, B a polarização, D o retardo no caminho direto, $x(n)$

o sinal desejado e $e_c(n)$ o sinal de saída do aparelho. A função de transferência é dada por

$$H(z) = \frac{Gz^{-D}}{1 + Gz^{-D}\mathcal{B}\psi(z^{-1})} \quad (4.26)$$

em que, $\psi(z^{-1}) = [1, z^{-1}, \dots, z^{-(N-1)}]^T$.

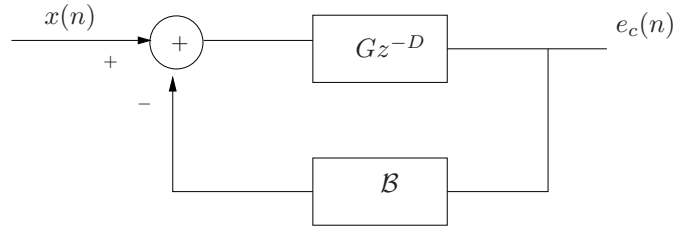


Figura 4.12: Diagrama em blocos de um sistema para cancelamento da retroalimentação em aparelhos auditivos operando em regime permanente

Nessa análise determina-se o máximo ganho estável como função do retardo no caminho direto quando o sistema se encontra no regime permanente. O máximo ganho estável é o máximo ganho permissível para que o sistema seja estável.

Denotamos o denominador de (4.26) como $D(z)$, assim

$$\begin{aligned} D(z) &= 1 + Gz^{-D} \sum_{k=0}^{N-1} \mathcal{B}_k z^{-k} \\ &= 1 + G \sum_{k=0}^{N-1} \mathcal{B}_k z^{-(k+D)} \end{aligned} \quad (4.27)$$

em que, N é a ordem do filtro estimador.

4.3.1 Modelo para estabilidade

Para que o sistema seja estável, as raízes do denominador $D(z)$ devem estar dentro do círculo unitário. Utilizando a expressão (4.27) determina-se numericamente o máximo de ganho permissível G_p para um dado valor de retardo D e de polarização \mathcal{B} (valor obtido do modelo

(4.1)).

$$D(z) = 1 + G \sum_{k=0}^{N-1} \mathcal{B}_k z^{-(k+D)} \quad (4.28)$$

A seguir avalia-se a expressão (4.28) para diferentes valores de retardo e polarização.

4.3.2 Exemplo 1

Neste exemplo o valor de \mathcal{B} é obtido usando a Fig. 3.2 para os parâmetros: $\mu = 0,001$, $\rho = 0,0005$, $G = 3$, $\sigma_x^2 = 1$ (usando $\sigma_\eta^2 = 0,1875$), $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$ e $H(z) = 1/(1 - 1,5z^{-1} + z^{-2} - 0,25z^{-3})$ (assim o preditor ótimo é $\mathbf{p}^o = [-1,5; 1; -0,25]^T$).

$\mathbf{w}^o = [-0,0016 \ 0,0016 \ 0,0046 \ 0,0502 \ -0,0691]^T$ (primeiras 5 amostras de um atual caminho de retroalimentação. Mediante um programa computacional avalia-se a localização das raízes do polinômio $D(z)$ para diferentes valores do ganho D . Desses resultados são obtidas informações interessantes do comportamento da estrutura da Fig. 3.2.

As figuras 4.13 e 4.14 demonstram a magnitude do ganho como uma função do retardo no caminho direto. A Fig. 4.13 demonstra o ganho como função do retardo para o início do cancelamento em que $\mathbf{w}(0) = 0$, ou seja $\mathcal{B} = -\mathbf{w}^o$ e a Fig. 4.14 demonstram o ganho como função do retardo para ganhos calculados com a polarização \mathcal{B} obtida em regime permanente para cada retardo D .

4.3.3 Exemplo 2

Para este exemplo os parâmetros usados são: $\mu = 0,001$, $\rho = 0,0005$, $G = 3$, $\sigma_x^2 = 1$ (usando $\sigma_\eta^2 = 0,1875$), $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$ e $H(z) = 1/(1 - 1,5z^{-1} + z^{-2} - 0,25z^{-3})$ (assim, o preditor ótimo é $\mathbf{p}^o = [-1,5; 1; -0,25]^T$). $\mathbf{w}^o = [-0,0016 \ 0,0016 \ 0,0046 \ 0,0502 \ -0,0691]^T$ (primeiras 5 amostras de um atual caminho de retroalimentação). As figuras 4.15 e 4.16 são obtidas considerando um retardo fixo e atualizando \mathcal{B} a partir do modelo (\mathbf{w}^c é periodicamente atualizado com o filtro adaptativo $\mathbf{w}(n)$ seguindo alguma política de atualização.)

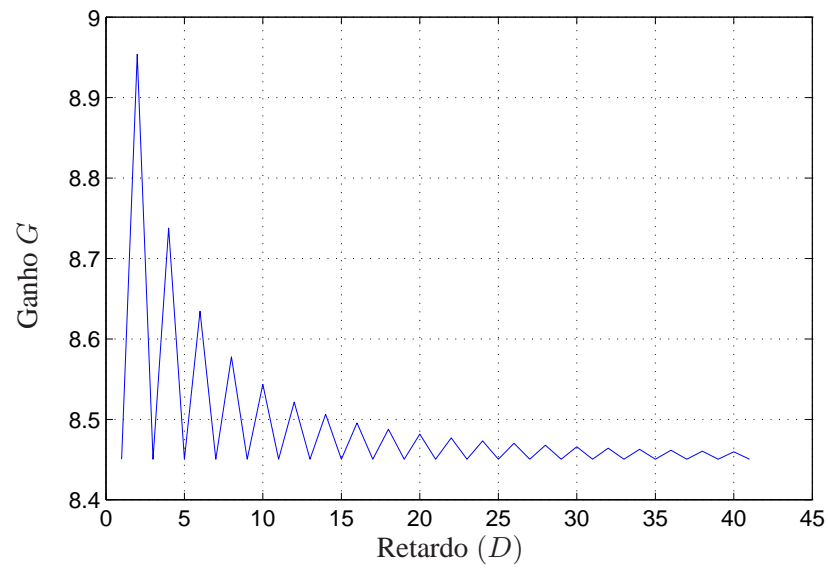
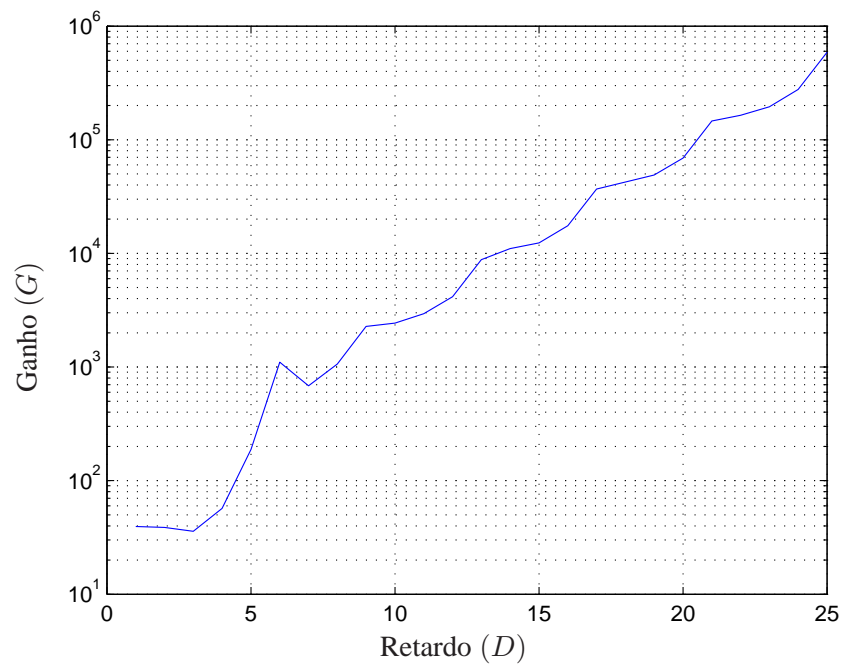
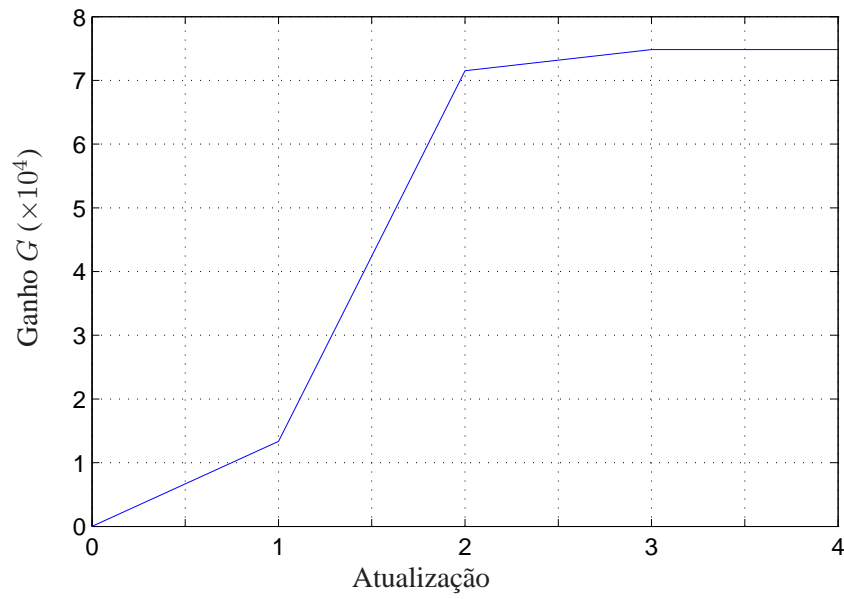
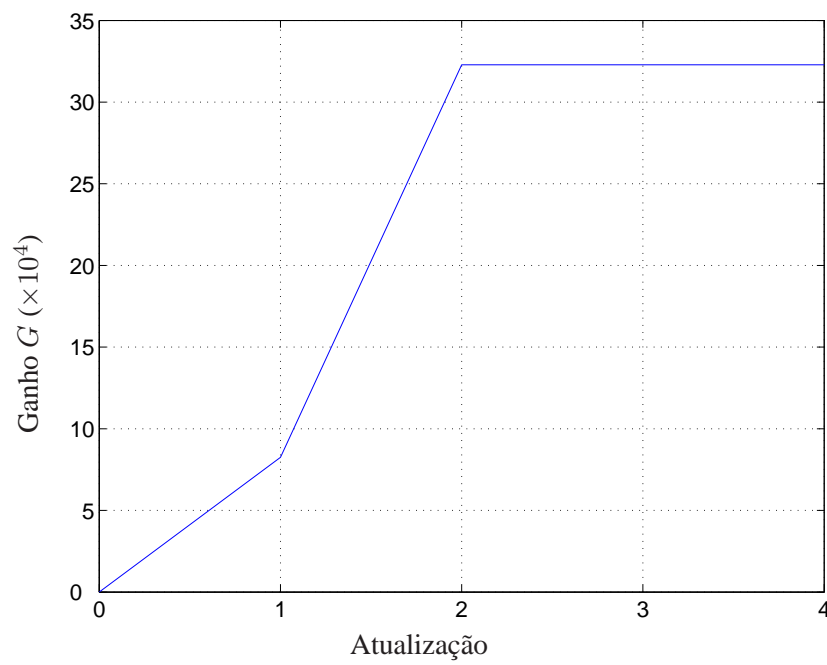
Figura 4.13: Ganho no início do cancelamento ($\mathcal{B} = -w^o$) como função do retardo.

Figura 4.14: Ganho em regime permanente como função do retardo

Figura 4.15: Ganho como função do tempo de atualização para $D = 15$ Figura 4.16: Ganho como função do tempo de atualização para $D = 20$

4.3.4 Exemplo 3

Para este exemplo os parâmetros utilizados são: $\rho = 0,001$, $G = 3$, $\sigma_x^2 = 1$ (usando $\sigma_\eta^2 = 0,1875$), $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$ e $H(z) = 1/(1 - 1,5z^{-1} + z^{-2} - 0,25z^{-3})$ (assim, o preditor ótimo é $\mathbf{p}^o = [-1,5; 1; -0,25]^T$). $\mathbf{w}^o = [-0,0016 \ 0,0016 \ 0,0046 \ 0,0502 \ -0,0691]^T$ (primeiras 5 amostras de um atual caminho de retroalimentação). A figura 4.17 compara o comportamento de ambos os sistemas: com preditor (estrutura proposta por [6]) e sem preditor (como em [3]). O ganho máximo permissível para que o sistema seja estável é apresentado para diferentes valores de retardo. Os resultados mostram uma vez mais a vantagem do uso de preditores na estrutura. A correlação entre os sinais $x(n)$ e $u(n)$ é reduzida na medida em que a polarização diminui e o ganho máximo estável aumenta.

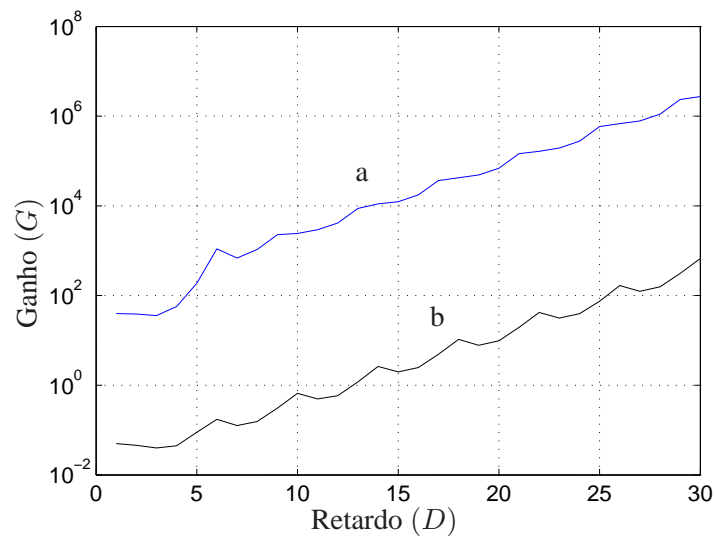


Figura 4.17: Ganho máximo estável como função do retardo D para as estruturas: a) com filtro de erro de predição [6] e b) sem preditor [3].

4.3.5 Resultados de simulação

As figuras a seguir ilustram o excelente acordo que existe entre os resultados obtidos para G_p mediante a expressão (4.28) e os resultados de simulação. Nas figuras 4.18 e 4.19 considerou-se $\mathcal{B} = -\mathbf{w}^o$, ou seja, sistema em estado inicial ($n = 0$), em que $\mathbf{w}^o = [-0,0016 \ 0,0016 \ 0,0046 \ 0,0502 \ -0,0691]^T$. Aqui compara-se o máximo de ganho permissível G_p com a resposta do sistema para valores maiores e menores que G_p .

Para as figuras 4.20 e 4.21 o valor de \mathcal{B} é obtido da Fig. 3.2 para os parâmetros: $\mu = 0,001$, $\rho = 0,0005$, $G = 3$, $\sigma_x^2 = 1$ (usando $\sigma_\eta^2 = 0,1875$), $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$, $H(z) = 1/(1 - 1,5z^{-1} + z^{-2} - 0,25z^{-3})$ (assim, o preditor ótimo é $\mathbf{p}^o = [-1,5; 1; -0,25]^T$) e os mesmos coeficientes para \mathbf{w}^o utilizados anteriormente. Aqui \mathcal{B} corresponde à polarização obtida em regime permanente. Os resultados para G_p são comparados com a resposta do sistema para valores maiores e menores que este. Como esperado, observa-se das figuras que quando a polarização diminui ($n \rightarrow \infty$) o ganho permissível G_p aumenta.

4.3.6 Incremento do caminho de retroalimentação

Estudos [35] demonstraram que o caminho de retroalimentação pode ter mudanças de aproximadamente 10dB na magnitude da sua função de transferência quando um telefone é posto na orelha (ver Fig. 4.22). Essa mudança relativa é independente do tipo de aparelho. Assim, considerando um incremento de 10dB na magnitude da retroalimentação, pode escrever-se $\mathbf{w}^{o'} = \sqrt{10}\mathbf{w}^o$ e inserir esse novo valor de \mathbf{w}^o no modelo para a polarização (4.1), em que as correlações $r_u(l)$ e $r_{xu}(l)$ serão modificadas a partir desse momento (B.1) $\mathbf{v}^c = \mathbf{w}^c - \mathbf{w}^{o'}$. Desse modo, obtém-se um modelo para determinar o máximo valor permissível do ganho no pior caso.

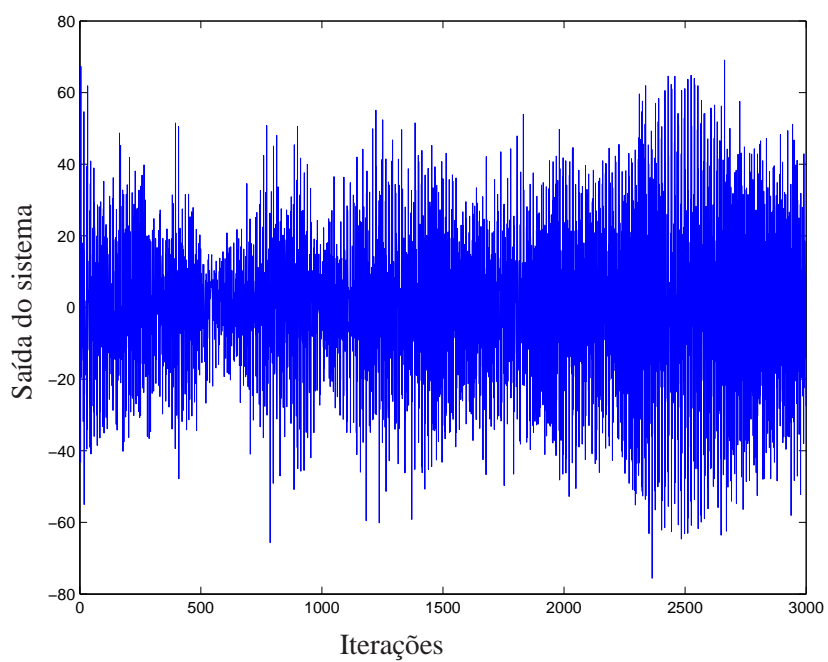


Figura 4.18: Resultados de simulação para $D = 10$, com $G_p = 8,5$ em $n = 0$. De acordo ao modelo, $G_p < 8,57$

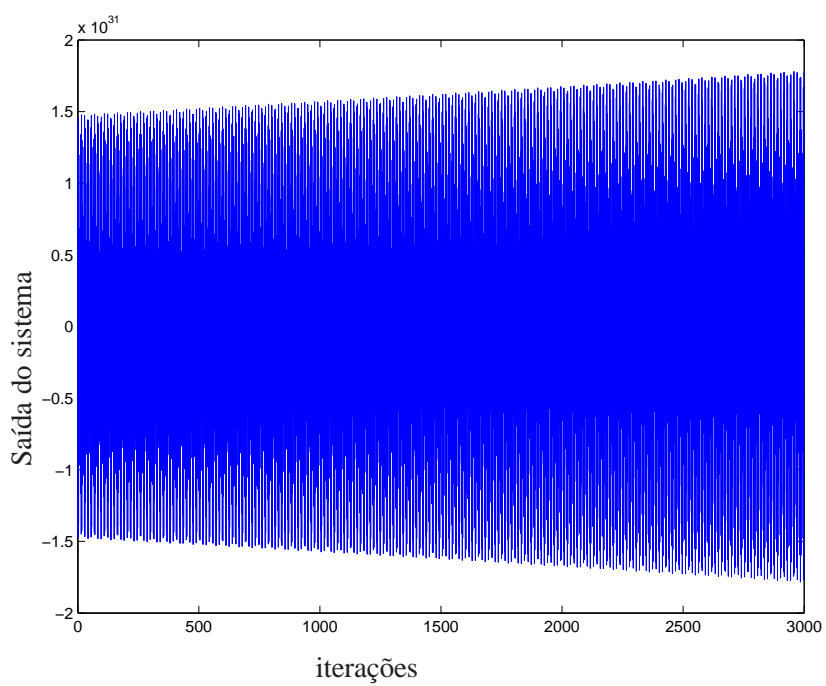


Figura 4.19: Resultados de simulação para $D = 10$, com $G = 8,58$ em $n = 0$. De acordo ao modelo $G_p < 8,57$

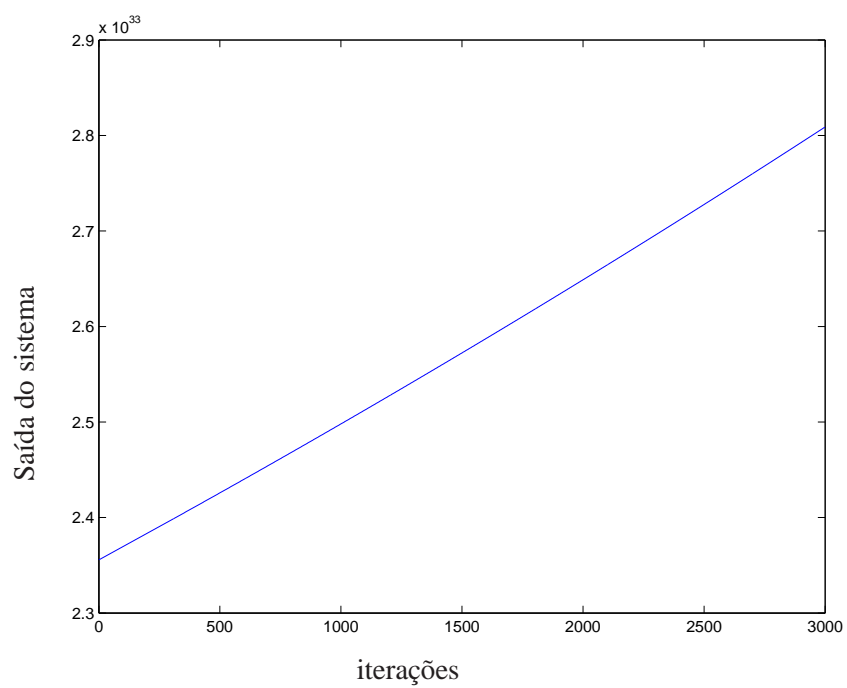


Figura 4.20: Resultados de simulação para $D = 10$, com $G = 2450$ em regime permanente. De acordo ao modelo, $G_p < 2400$

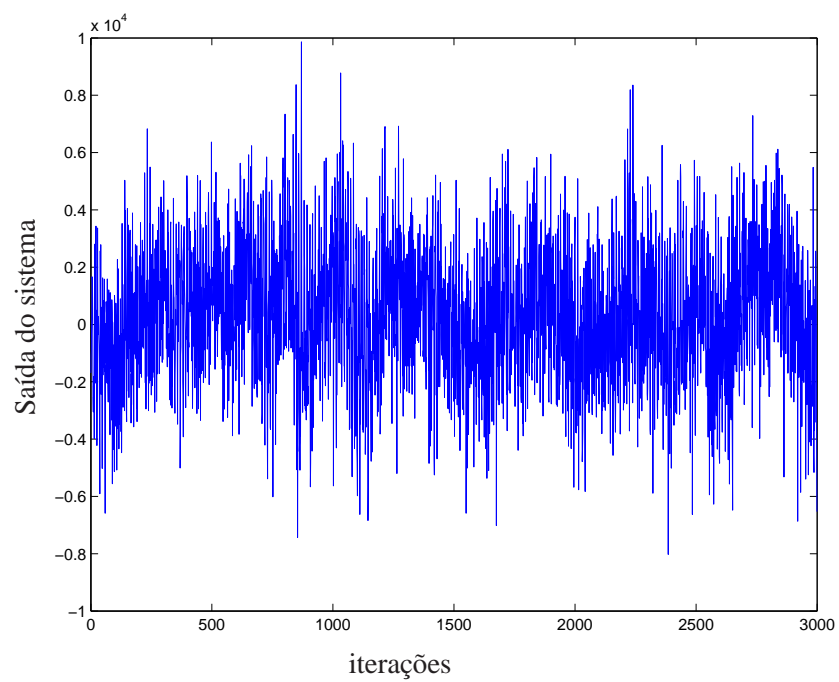


Figura 4.21: Resultados de simulação para $D = 10$, com $G = 2000$ em regime permanente. De acordo ao modelo, $G_p < 2400$

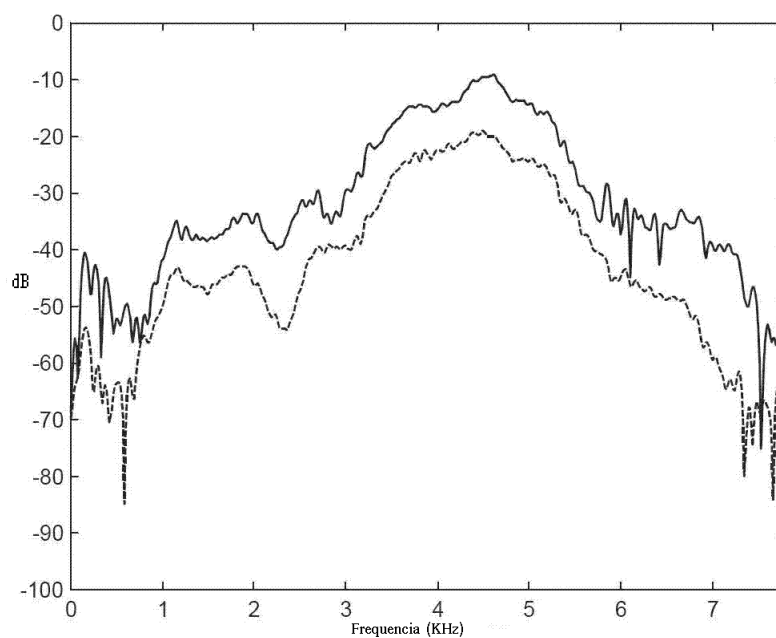


Figura 4.22: Magnitude da resposta em frequência de um caminho de retroalimentação para um aparelho auditivo tipo BTE. Telefone posto na orelha (linha sólida), telefone removido da orelha (linha pontilhada) [7].

4.4 Conclusões

Neste capítulo, momentos de segunda ordem foram derivados e importantes informações foram obtidas a partir dos modelos propostos.

Em aparelhos auditivos, o sinal de interferência (sinal desejado) é correlacionado com a entrada do filtro adaptativo através do amplificador do aparelho auditivo, dessa forma uma solução polarizada é derivada. Esse capítulo apresentou uma análise estatística para a polarização resultante a partir do bom conhecimento do cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos. O novo modelo prediz as variações da polarização como função do caminho de retroalimentação e do tamanho do passo do preditor. As predições teóricas mostram um excelente acordo com as simulações de Monte Carlo.

A estabilidade da estrutura da Fig. 3.2 foi analisada a partir do modelo proposto para a polarização. Foram obtidas informações, não encontradas na literatura, para essa estrutura. Excelentes acordos entre as predições teóricas e os resultados de simulação foram apresentados.

Espera-se que todos estes resultados sejam úteis no projeto de sistemas de cancelamento da retroalimentação para aparelhos auditivos.

No próximo capítulo é derivado um modelo para erro quadrático médio presente no comportamento da estrutura dada na Fig. 3.2. Simulações de Monte Carlo desmostraram um excelente acordo com o modelo proposto.

Capítulo 5

Erro quadrático médio

5.1 Introdução

Este capítulo estuda o comportamento em regime transiente e permanente do erro quadrático médio, MSE (do inglês Mean Square Error), para o sistema dado na Fig. 3.2 usando o algoritmo LMS. Expressões matemáticas recursivas em termos de momentos até de segunda ordem são derivadas e os resultados são comparados com as simulações de Monte Carlo. Analisa-se $E[e_q^2(n)]$, em que a minimização do erro filtrado $e_q(n)$ valida a minimização do erro $e(n)$.

5.2 Erro quadrático médio, MSE

Elevando ao quadrado a equação (3.11) e tomando seu valor esperado, temos

$$E\{e_q^2(n)\} = E\{x_q^2(n)\} - 2E\{x_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\mathbf{v}(n)\} + E\{\mathbf{v}(n)^T\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\mathbf{v}(n)\} \quad (5.1)$$

Condicionando inicialmente em $\mathbf{v}(n)$ e desprezando a correlação estatística de $\mathbf{v}(n)$ com $\mathbf{u}_q(n)$ e $x_q(n)$, leva a

$$E\{e_q^2(n)|\mathbf{v}(n)\} = E\{x_q^2(n)|\mathbf{v}(n)\} - 2E\{x_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\}\mathbf{v}(n) + \mathbf{v}(n)^T E\{\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\}\mathbf{v}(n) \quad (5.2)$$

Então, removendo o condicionamento e fazendo $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n) = \mathbf{E}\{\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\}$, $\mathbf{r}_{x_q u_q}(n) = \mathbf{E}\{x_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\}$ e $J_{ms}(n) = \mathbf{E}\{e_q^2(n)\}$ obtemos,

$$J_{ms}(n) = \mathbf{E}\{x_q^2(n)\} - 2\mathbf{r}_{x_q u_q}(n)^T \mathbf{E}[\mathbf{v}(n)] + \text{tr}\{\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)\mathbf{K}_v(n)\} \quad (5.3)$$

em que $\mathbf{K}_v(n) = \mathbf{E}[\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(n)]$ é uma matriz de correlação para vetor de erro nos coeficientes do estimador. Modelos para $r_{u_q u_q}(n)$ e $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)$ foram derivados no Capítulo 4. Deriva-se uma equação recursiva para $\mathbf{K}_v(n)$ na próxima seção.

5.2.1 Determinação de $\mathbf{K}_v(n) = \mathbf{E}\{\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(n)\}$

Usando (3.11) em (3.9), leva

$$\mathbf{v}(n+1) = \mathbf{v}(n) + \mu x_q(n)\mathbf{u}_q(n) - \mu \mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\mathbf{v}(n) \quad (5.4)$$

Multiplicando a equação (5.4) por sua transposta e tomando o valor esperado,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_v(n+1) &= \mathbf{K}_v(n) - \mu \mathbf{E}[\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)] + \mu \mathbf{E}[x_q(n)\mathbf{v}(n)\mathbf{u}_q^T(n)] \\ &\quad - \mu \mathbf{E}[\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(n)] + \mu^2 [\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)] \\ &\quad - \mu^2 \mathbf{E}[x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\mathbf{v}(n)\mathbf{u}_q^T(n)] - \mu^2 \mathbf{E}[x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{v}^T(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)] \\ &\quad + \mu [x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{v}^T(n)] + \mu^2 \mathbf{E}[x_q^2(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)] \end{aligned} \quad (5.5)$$

Os primeiros quatro valores esperados foram derivados em [34] e os restantes são obtidos no Apêndice B. Em resumo temos,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}[\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)] &= \mathbf{K}_v(n)\mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \\
\mathbf{E}[\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(n)] &= \mathbf{R}_{u_q u_q}(n)\mathbf{K}_v(n) \\
\mathbf{E}[x_q(n)\mathbf{v}(n)\mathbf{u}_q^T(n)] &= \mathbf{E}[\mathbf{v}(n)]\mathbf{E}[x_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)] = \mathbf{E}[\mathbf{v}(n)]\mathbf{r}_{x_q u_q}^T(n) \\
[\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)] &= \mathbf{R}_{u_q u_q}(n)\text{tr}[\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)\mathbf{K}_v(n)] \\
&\quad + 2\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)\mathbf{K}_v(n)\mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \\
\mathbf{E}[x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)\mathbf{v}(n)\mathbf{u}_q^T(n)] &= \mathbf{r}_{x_q u_q}(n)\mathbf{E}[\mathbf{v}^T(n)]\mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \\
&\quad + \mathbf{R}_{u_q u_q}(n)\text{tr}[\mathbf{r}_{x_q u_q}(n)\mathbf{E}[\mathbf{v}^T(n)]] \\
&\quad + \mathbf{R}_{u_q u_q}(n)\mathbf{E}[\mathbf{v}(n)]\mathbf{r}_{x_q u_q}^T(n) \\
\mathbf{E}[x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{v}^T(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)] &= \mathbf{r}_{x_q u_q}(n)\mathbf{E}[\mathbf{v}^T(n)]\mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \\
&\quad + \mathbf{R}_{u_q u_q}(n)\text{tr}[\mathbf{r}_{x_q u_q}(n)\mathbf{E}[\mathbf{v}^T(n)]] \\
&\quad + \mathbf{R}_{u_q u_q}(n)\mathbf{E}[\mathbf{v}(n)]\mathbf{r}_{x_q u_q}^T(n) \\
\mathbf{E}[x_q(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{v}^T(n)] &= \mathbf{r}_{x_q u_q}(n)\mathbf{E}[\mathbf{v}^T(n)] \\
\mathbf{E}[x_q^2(n)\mathbf{u}_q(n)\mathbf{u}_q^T(n)] &= 2\mathbf{r}_{x_q u_q}(n)\mathbf{r}_{x_q u_q}^T(n) + \mathbf{R}_{u_q u_q}(n)r_{x_q}(n)
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Expressões para $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n)$, $\mathbf{r}_{x_q u_q}(n)$, $\mathbf{E}[\mathbf{v}^T(n)]$ e $r_{x_q}(n)$ foram derivadas em (4.24), (4.5), (3.12) e no Apêndice B.

5.2.2 Erro quadrático médio em regime permanente

De (5.3) assumindo convergência em $n \rightarrow \infty$, temos que

$$J_{ms}(\infty) = \mathbf{E}\{x_q^2(\infty)\} + \text{tr}\{\mathbf{R}_{u_q u_q}\mathbf{K}_v(\infty)\} - 2\mathbf{r}_{x_q u_q}^T \mathbf{E}[\mathbf{v}(\infty)] \tag{5.7}$$

Podemos escrever $\mathbf{R}_{u_q u_q} = \mathbf{Q}_q \mathbf{\Lambda}_q \mathbf{Q}_q^T$ em que \mathbf{Q}_q é uma matriz de autovetores ortogonais e $\mathbf{\Lambda}_q$ a matriz de autovalores com elementos λ_{q_i} para $i = 0, \dots, N - 1$. Também podemos definir $\tilde{\mathbf{K}}_v(\infty) = \mathbf{Q}_q^T \mathbf{K}_v(\infty) \mathbf{Q}_q$ de tal forma que $\mathbf{K}_v(\infty) = \mathbf{Q}_q \tilde{\mathbf{K}}_v(\infty) \mathbf{Q}_q^T$. Assim, (5.7) pode ser escrito como:

$$J_{ms}(\infty) = \mathbf{E}\{x_q^2(\infty)\} + \text{tr}[\mathbf{\Lambda}_q \tilde{\mathbf{K}}_v(\infty)] - 2\mathbf{r}_{x_q u_q}^T \mathbf{E}[\mathbf{v}(\infty)] \quad (5.8)$$

ou

$$J_{ms}(\infty) = \mathbf{E}\{x_q^2(\infty)\} + \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_{q_i} \tilde{k}_{v_i}(\infty) - 2\mathbf{r}_{x_q u_q}^T \mathbf{E}[\mathbf{v}(\infty)] \quad (5.9)$$

em que $\tilde{k}_{v_i}(n)$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$ por simplicidade denota-se aos elementos da diagonal $\tilde{k}_{v_{ii}}(n)$ de $\tilde{\mathbf{K}}_v(n)$. Note, por (4.1) que $\mathbf{E}[\mathbf{v}(\infty)] = \mathbf{R}_{u_q u_q}(\infty)^{-1} \mathbf{r}_{x_q u_q}(\infty)$ representa a polarização em regime permanente.

(5.9) depende somente dos elementos da diagonal principal de $\tilde{\mathbf{K}}_v(n)$. Assim, concentra-se o estudo nestes elementos. Para determinar uma expressão para $\tilde{\mathbf{K}}_v(n)$, inicia-se inserindo (5.6) em (5.5), o qual resulta em

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_v(n+1) &= [\mathbf{I} - \mu \mathbf{R}_{u_q u_q}(n)] \mathbf{K}_v(n) [\mathbf{I} - \mu \mathbf{R}_{u_q u_q}(n)] + \mu^2 \mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \mathbf{K}_v(n) \mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \\ &\quad + \mu^2 \mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \text{tr}(\mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \mathbf{K}_v(n)) + \mathbf{C}_v(n) \end{aligned} \quad (5.10)$$

em que \mathbf{I} é a matriz identidade de ordem $N \times N$ e

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_v(n) = & \mu \left[\mathbf{E}[\mathbf{v}(n)] \mathbf{r}_{x_q u_q}(n)^T + \mathbf{r}_{x_q u_q}(n) \mathbf{E}[\mathbf{v}(n)]^T \right] - 2\mu^2 \left[\mathbf{r}_{x_q u_q}(n) \mathbf{E}[\mathbf{v}(n)] \mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \right. \\ & \left. + \mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \text{tr} \left[\mathbf{r}_{x_q u_q}(n) \mathbf{E}[\mathbf{v}(n)]^T \right] + \mathbf{R}_{u_q u_q}(n) \mathbf{E}[\mathbf{v}(n)] \mathbf{r}_{x_q u_q}^T(n) \right] \\ & + \mu^2 \left[2\mathbf{r}_{x_q u_q}(n) \mathbf{r}_{x_q u_q}^T(n) + \mathbf{R}_{u_q u_q}(n) r_{x_q}(n) \right] \end{aligned} \quad (5.11)$$

Usando $\mathbf{R}_{u_q u_q}(n) = \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T$,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_v(n+1) = & [\mathbf{I} - \mu \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T] \mathbf{K}_v(n) [\mathbf{I} - \mu \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T] \\ & + \mu^2 \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T \mathbf{K}_v(n) \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T \\ & + \mu^2 \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T \text{tr} [\mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T \mathbf{K}_v(n)] + \mathbf{C}_v(n) \end{aligned} \quad (5.12)$$

Substituindo $\mathbf{K}_v(n) = \mathbf{Q}_q(n) \tilde{\mathbf{K}}_v(n) \mathbf{Q}_q(n)^T$ em que $\tilde{\mathbf{K}}_v(n) = \mathbf{Q}_q(n)^T \mathbf{K}_v(n) \mathbf{Q}_q(n)$, (5.12) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \mathbf{Q}_q(n) \tilde{\mathbf{K}}_v(n+1) \mathbf{Q}_q(n)^T \\ = & [\mathbf{I} - \mu \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T] \mathbf{Q}_q(n) \tilde{\mathbf{K}}_v(n) \mathbf{Q}_q(n)^T [\mathbf{I} - \mu \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T] \\ & + \mu^2 \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T \mathbf{Q}_q(n) \tilde{\mathbf{K}}_v(n) \mathbf{Q}_q(n)^T \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T \\ & + \mu^2 \mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T \text{tr} [\mathbf{Q}_q(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \mathbf{Q}_q(n)^T \mathbf{Q}_q(n) \tilde{\mathbf{K}}_v(n) \mathbf{Q}_q(n)^T] + \mathbf{C}'_v(n) \end{aligned} \quad (5.13)$$

Usando $\mathbf{Q}_q(n)^T \mathbf{Q}_q(n) = \mathbf{I}$ e pre-multiplicando e pós-multiplicando a expressão resultante por $\mathbf{Q}_q(n)^T$ e $\mathbf{Q}_q(n)$, respectivamente leva:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{K}}_v(n+1) = & [\mathbf{I} - \mu \mathbf{\Lambda}_q(n)] \tilde{\mathbf{K}}_v(n) [\mathbf{I} - \mu \mathbf{\Lambda}_q(n)] + \mu^2 \mathbf{\Lambda}_q(n) \tilde{\mathbf{K}}_v(n) \mathbf{\Lambda}_q(n) \\ & + \mu^2 \mathbf{\Lambda}_q(n) \text{tr} [\mathbf{\Lambda}_q(n) \tilde{\mathbf{K}}_v(n)] + \mathbf{C}'_v \end{aligned} \quad (5.14)$$

em que $\mathbf{C}'_v = \mathbf{Q}_q(n)^T \mathbf{C}_v(n) \mathbf{Q}_q(n)$.

Os elementos da diagonal de (5.14) são dados por:

$$\tilde{k}_{v_i}(n+1) = [1 - \mu\lambda_{q_i}(n)]\tilde{k}_{v_i}(n) + \mu^2\lambda_{q_i}(n) \sum_{j=0}^{N-1} \lambda_{q_j}(n)\tilde{k}_{v_j}(n) + \mu^2\lambda_{q_i}(n)^2\tilde{k}_{v_i}(n) + c'_{v_i} \quad (5.15)$$

em que c'_{v_i} são elementos da diagonal da matriz \mathbf{C}'_v .

Definindo $\tilde{\mathbf{k}}_v(n) = [\tilde{k}_{v_1}(n), \dots, \tilde{k}_{v_N}(n)]^T$ e $\mathbf{c}_v = [c_{v_1}(n), \dots, c_{v_N}(n)]^T$, pode-se escrever (5.15) como:

$$\tilde{\mathbf{k}}_v(n+1) = \mathbf{B}_v(n)\tilde{\mathbf{k}}_v(n) + \mathbf{c}'_v \quad (5.16)$$

em que $\mathbf{B}_v(n)$ é uma matriz $N \times N$ com elementos,

$$[\mathbf{B}_v(n)]_{ij} = \begin{cases} (1 - \mu\lambda_{q_i}(n))^2 + 2\mu^2\lambda_{q_i}(n)^2, & \text{para } i = j \\ \mu^2\lambda_{q_i}(n)\lambda_{q_j}(n), & \text{para } i \neq j \end{cases}$$

Assim, a solução em regime permanente de (5.16) é dada por:

$$\tilde{\mathbf{k}}_v(\infty) = [\mathbf{I} - \mathbf{B}_v]^{-1} \mathbf{c}_v \quad (5.17)$$

em que $\mathbf{B}_v = \mathbf{B}_v(\infty)$. Denotando $\mathbf{B}'_v = [\mathbf{I} - \mathbf{B}_v]^{-1}$, temos

$$\tilde{k}_{v_i}(\infty) = \sum_{k=1}^N b'_{v_{ik}} c'_{v_k} \quad (5.18)$$

Inserindo (5.18) em (5.9) leva a um modelo analítico para o MSE em regime permanente.

5.2.3 Exemplo

Nesta seção apresentam-se simulações de MC para verificar a exatidão dos modelos derivados nesse Capítulo. Considera-se a estrutura dada na Fig. 3.2 para $\mu = 0,001$, $\rho = 0,001$, $D = 15$, $G = 3$, $\sigma_x^2 = 1$ (utilizando $\sigma_\eta^2 = 0,1875$), $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$ e $H(z) = 1/(1 - 1,5z^{-1} + z^{-2} - 0,25z^{-3})$ (assim, o preditor ideal é $\mathbf{p}^o = [-1,5; 1; -0,25]^T$). O caminho de retroalimentação foi dado por $\mathbf{w}^o = [-0,0016 \ 0,0016 \ 0,0046 \ 0,0502 \ -0,0691]^T$ (primeiras 5 amostras de um atual caminho de retroalimentação).

A Fig. 5.1 mostra os resultados teóricos (obtidos por (5.10)) e de simulação para o desvio quadrático médio MSD, $E[\|\mathbf{v}(n)\|^2] = \sum_{i=1}^N [\mathbf{K}_v]_{ii}$. Excelentes acordos são derivados na fase transiente e permanente. As figuras 5.2 e 5.1 mostram resultados de simulação (curvas irregulares) e predições analíticas desde (5.3) para o comportamento do MSE, tanto na estrutura da Fig. 3.2 como da Fig. 3.1. Os resultados ilustram a exatidão do modelo proposto, durante as fases transiente e permanente, para ambas as estruturas.

A Fig. 5.4 apresenta o MSD teórico do estimador para $\rho = 0,0005$ e diferentes valores de μ e D . A Fig. 5.5 mostra o MSD do estimador para $\mu = 0,001$ e diferentes valores de ρ e D . Os outros parâmetros são os mesmos que os da Fig. 5.1. Estes resultados indicam que grandes retardos no caminho direto levam a uma rápida convergência e um baixo MSD. Como esperado, reduzindo o tamanho do passo μ leva a uma convergência lenta e a um baixo MSD. Variações de ρ para o mesmo retardo e um μ fixo afeta exclusivamente a velocidade de convergência, mas não o MSD em regime permanente.

A Tabela 5.1 mostra o MSE* e o MSD do estimador em regime permanente para diferentes tamanhos de passos e retardos.

Pela Tabela 5.1 temos que, grandes retardos no caminho direto levam a um baixo MSD do estimador e retardos $D > 11$ não melhoram significativamente os valores de MSE e MSD. A

* Idealmente em regime permanente $E\{e_q^2(n)\} = \sigma_\eta^2$ quando o caminho de retroalimentação é cancelado completamente, assim $\text{MSE}_{\text{dB}} = 10 \log(\sigma_\eta^2) = -7,27\text{dB}$.

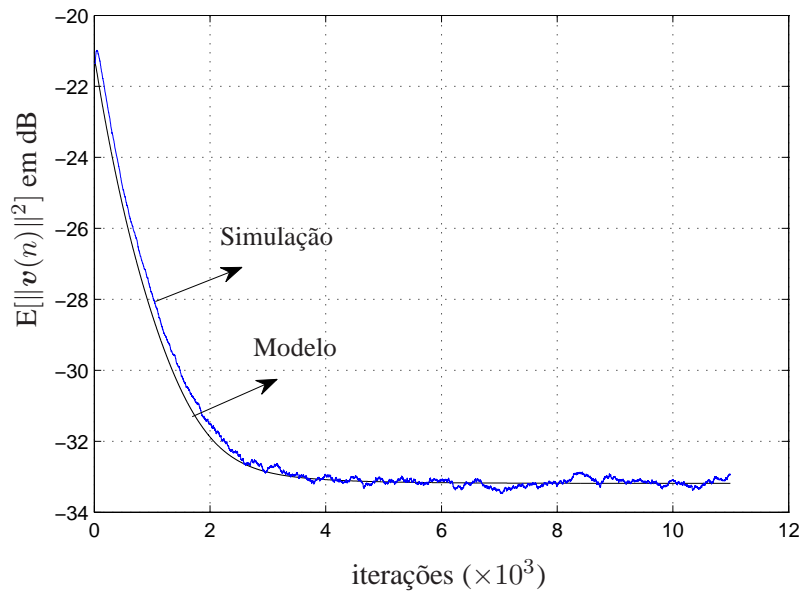


Figura 5.1: MSD do estimador para estrutura na Fig. 3.2

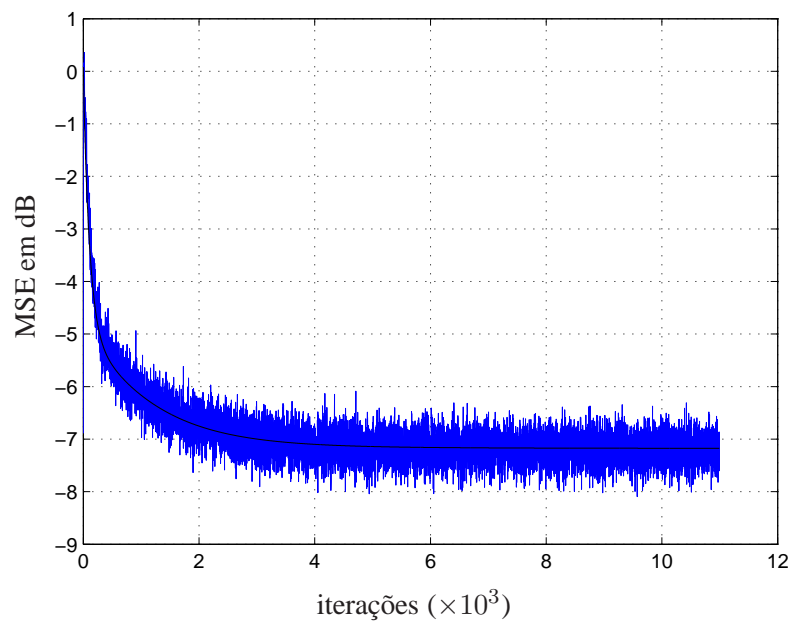


Figura 5.2: MSE para a estrutura na Fig. 3.2

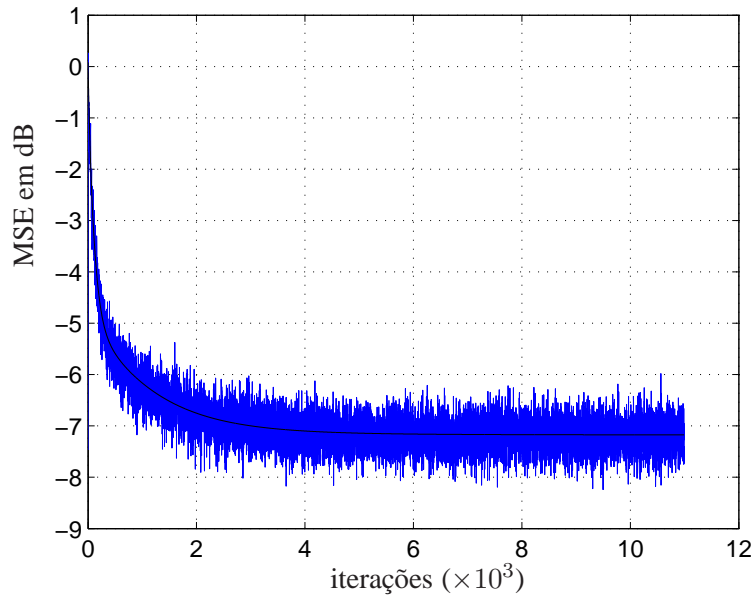


Figura 5.3: MSE para a estrutura na Fig. 3.1

tolerância a este distúrbio depende do grau de perda auditiva. Estudos tem mostrado que usuários de aparelhos auditivos com menos perda são mais sensíveis a distúrbios do que usuários com perda auditiva mais severas [41]. De acordo a [48] e [49] retardos de 10 ms poderiam ter um efeito prejudicial na qualidade do som.

O caminho de retroalimentação utilizado nesse exemplo tem uma frequência de amostragem de $f_s = 16\text{KHz}$ [6], assim um retardo de $D = 15$ corresponde a 0,9375 ms. De acordo a [9] e [48] este retardo corresponderia a um retardo de processamento e não afetaria a qualidade do som.

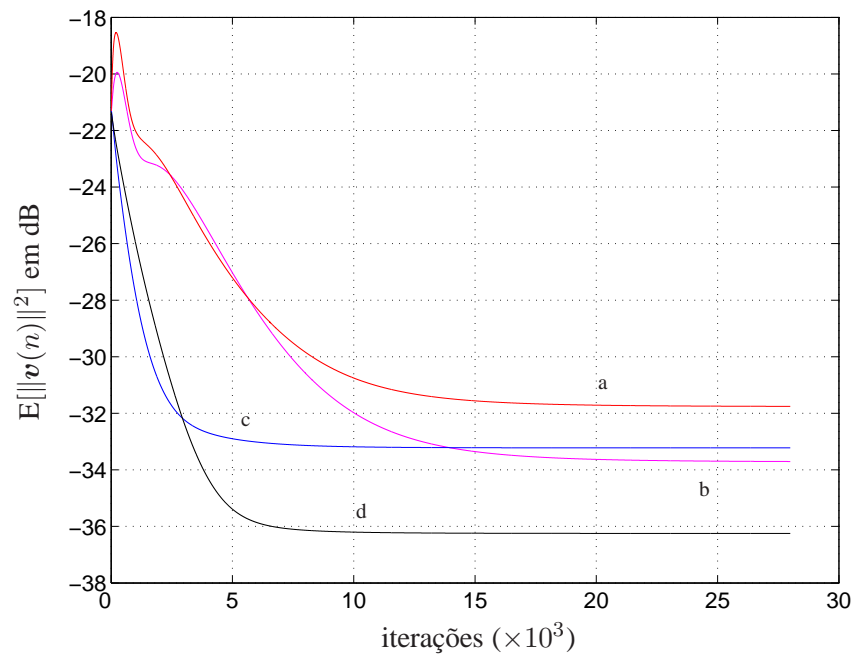


Figura 5.4: MSD do estimador como função de D e μ com $\rho = 0,0005$: a) $D = 2, \mu = 0,001$; b) $D = 2, \mu = 0,0005$; c) $D = 15, \mu = 0,001$; d) $D = 15, \mu = 0,0005$

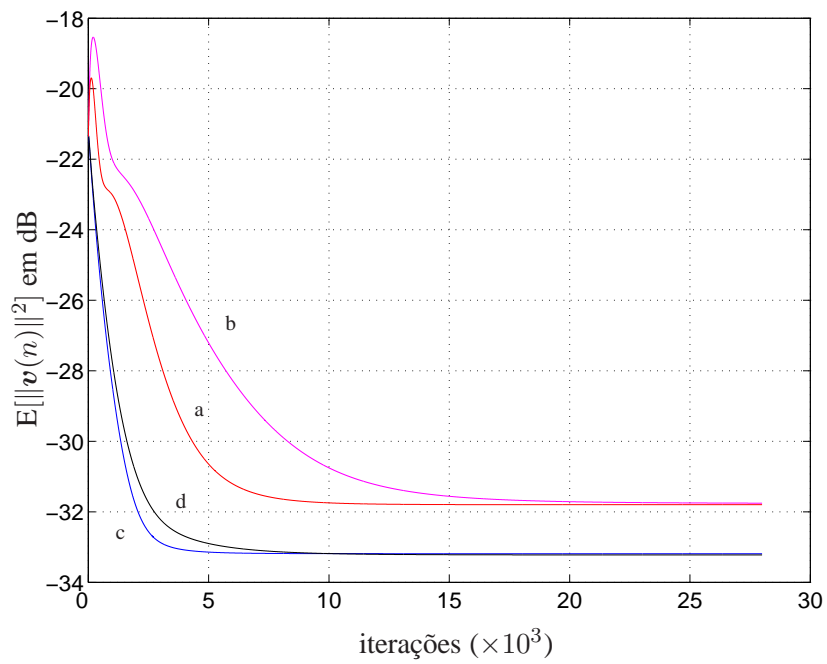


Figura 5.5: MSD do estimador como função de D e ρ com $\mu = 0,001$: a) $D = 2, \rho = 0,001$; b) $D = 2, \rho = 0,0005$; c) $D = 15, \rho = 0,001$; d) $D = 15, \rho = 0,0005$

Tabela 5.1: Parâmetros em regime permanente.

Tamanho do passo	MSE em dB	MSD em dB	Retardo D
$\rho = 0,001, \mu = 0,001$	-7,185	-28,979	1
	-7,180	-33,192	11
	-7,180	-33,192	15
	-7,180	-33,192	35
$\rho = 0,001, \mu = 0,0005$	-7,195	-29,893	1
	-7,190	-36,216	11
	-7,190	-36,216	15
	-7,190	-36,217	35
$\rho = 0,0005, \mu = 0,001$	-7,212	-29,281	1
	-7,213	-33,226	11
	-7,213	-33,226	15
	-7,213	-33,226	35
$\rho = 0,0005, \mu = 0,0005$	-7,222	-30,262	1
	-7,223	-36,249	11
	-7,223	-36,250	15
	-7,223	-36,250	35

5.3 Conclusões

Nesse capítulo expressões matemáticas para o comportamento do erro quadrático médio, MSE, da estrutura dada em Fig. 3.2 foram derivadas. A estrutura é baseada no método do erro de predição e emprega dois algoritmos adaptativos operando simultaneamente. Momentos até de segunda ordem foram analisados. Desses resultados, expressões para o comportamento em regime permanente do MSE foram obtidas. Simulações demonstraram a exatidão dos modelos propostos. Através dos modelos propostos, novos estudos do comportamento da estrutura da Fig. 3.2 foram elaborados. A dependência do retardo no nível do MSE foi explicitada.

No próximo capítulo apresentam-se discussões e comentários surgidos no decorrer da Tese. São discutidos temas como aplicação de sinal de voz real à estrutura em estudo, análise do rastreamento e efeito da atualização no sinal de entrada ao filtro estimador.

Capítulo 6

Discussões e comentários

6.1 Introdução

Neste capítulo serão revisados comentários e discussões surgidas durante o desenvolvimento do trabalho. Será revisado e discutido o modelo do sinal de voz utilizado nessa Tese. Exemplos com sinais de voz como sinal de entrada validam os modelos propostos analisados nos capítulos anteriores. Uma justificativa é apresentada para a falta de análise de rastreamento nessa Tese. Simulações respondem questões sobre o comportamento das correlações entre entrada e a saída da estrutura. Essas discussões indicam possíveis temas futuros para pesquisa.

6.2 Simulações com sinal de voz como sinal de entrada.

Esta seção apresenta simulações utilizando a estrutura da Fig. 3.2. Considera-se como entrada ao aparelho auditivo sinais reais de voz (masculino e feminino). Note que, nos modelos propostos nessa Tese, o sinal de entrada $x(n)$ é modelado como um processo autoregressivo, em que $H(z)$ é obtido de [43] para um ruído branco gaussiano $\eta(n)$.

A maioria dos sons de fala pode ser classificada em vozeados, como por exemplo /U/, /d/, /w/, /i/ e /e/ e não sonoros como /p/, /f/ e /s/. Um modelo completo para o sinal de voz será aquele que combine dois geradores de excitação de forma a produzir sons vozeados e não vozeados,

como mostra a Fig. 6.1. Sons vozeados apresentam características como autocorrelação quase-periódica e maior energia nas baixas frequências, enquanto que os sons não vozeados apresentam uma autocorrelação baixa (sinal aleatório) e um número maior de passagens por zero. Observe que na Fig. 6.1, a entrada para segmentos vozeados corresponde a um trem de pulsos, enquanto que para os segmentos não vozeados é um ruído branco. Embora esse modelo seja uma aproximação da geração natural da voz, estudos têm demonstrado que suas deficiências não limitam severamente sua aplicabilidade [8].

Assim, de acordo com o modelo [43] utilizado nessa Tese, para o sinal de voz, somente os sons não vozeados estão sendo modelados. Como consequência, espera-se que o cancelamento adaptativo seja afetado para sons vozeados, em que o cancelador adaptativo não acompanhará o modelo $H(z)$ causando polarização na estimativa do caminho de retroalimentação. Para modelar os sons vozeados é necessário ter como entrada um trem de pulsos e fazer um modelamento do sistema considerando o modelo desta entrada. Essa limitação de modelagem é comum na análise do comportamento de aparelhos auditivos [6], [3].

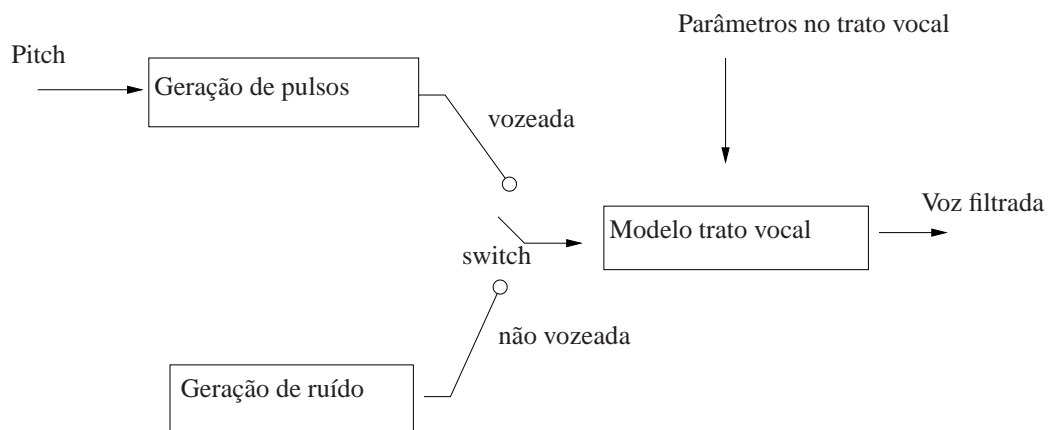


Figura 6.1: Modelo geral discreto no tempo para a produção da fala. Extraído de [8]

Ainda que os modelos feitos para a estrutura da Fig. 3.2 sejam dados somente para segmentos não vozeados, resultados de simulações em que a entrada é um sinal de voz real são necessárias para validar em forma geral as informações dadas pelos modelos propostos. Assim, sinais de

voz são aplicados à estrutura analisada na Fig. 3.2. Observa-se o comportamento da polarização como uma função do retardo e do passo de adaptação em ambos os filtros.

De acordo com os modelos (4.10), (4.5), (4.21), (4.24) e (4.1) determinados no Capítulo 4, espera-se que grandes retardos conduzam a uma diminuição na polarização e a um incremento na SNR (ver Fig. 4.8). Da mesma forma, grandes variações do passo de adaptação ρ , conduzem a variações consideráveis no nível da polarização, ver Fig. 4.9.

A seguir apresenta-se dois exemplos em que as informações do filtro adaptativo $w(n)$ são copiadas em w^c a cada 70 iterações. O número de iterações em que acontece a atualização de w^c dependerá do critério de cópia a ser utilizado. Mais na frente, neste capítulo, sugere-se um critério para essa atualização. Nos exemplos a seguir, o valor de 70 iterações foi tomado de forma arbitrária e exclusivamente para agilizar a convergência dos filtros.

6.2.1 Exemplo 1.

Os parâmetros utilizados neste exemplo são $\mu = 0,001$, $\rho = 0,001$, $G = 9$, $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$. O caminho de retroalimentação, w^o , foi dado pelas primeiras 10 amostras do caminho de retroalimentação ilustrado na Fig. 3.9.

As figuras 6.2 e 6.3 mostram resultados de simulação no regime transiente e permanente do vetor norma da polarização para dois valores de retardo, em que sinais de voz feminina e masculina amostrados a 16 kHz são considerados como entradas ao aparelho auditivo. Como esperado, de acordo com o modelo proposto no Capítulo 4, para grandes retardos um cancelamento maior da retroalimentação é obtido.

6.2.2 Exemplo 2.

Os parâmetros utilizados neste exemplo são $\mu = 0,001$, $D = 80$, $G = 9$, $\sigma_\zeta^2 = 10^{-5}$. O caminho de retroalimentação é o mesmo do Exemplo 1. As figuras 6.4 e 6.5 mostram resultados

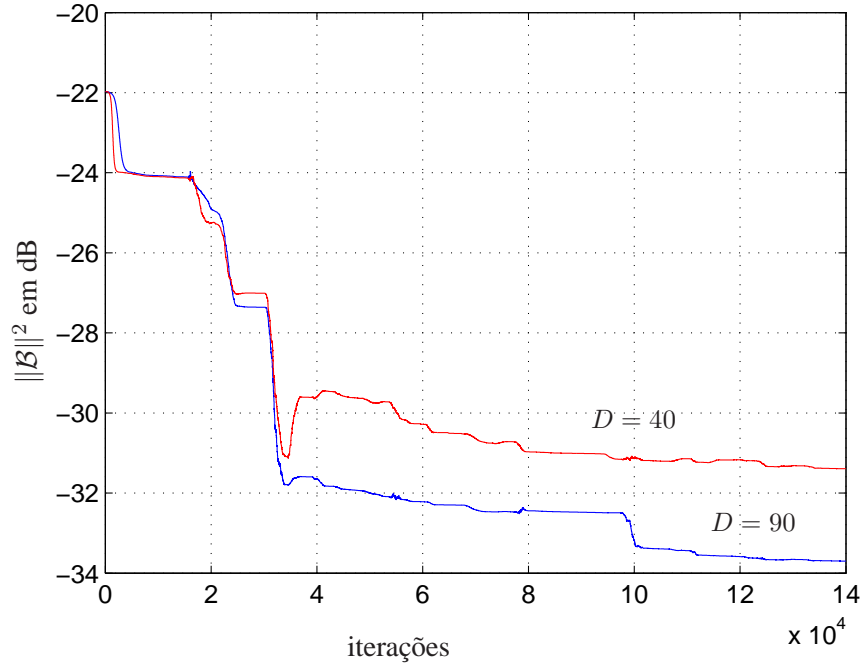


Figura 6.2: Norma do vetor da polarização(dB) para $D = 40$ e $D = 90$, em que a entrada é um sinal de voz real feminino amostrado a 16 KHz.

de simulação no regime transiente e permanente do vetor norma da polarização para dois valores de passo de adaptação, $\rho = 0,01$ e $\rho = 0,0001$, em que sinais de voz masculina e feminina amostrados a 16 kHz são considerados como entradas ao aparelho auditivo. Os resultados estão de acordo com os obtidos pelo modelo descrito no Capítulo 4. Pequenos passos de adaptação no preditor levam a um maior cancelamento da retroalimentação.

6.2.3 Exemplo 3.

Neste exemplo são utilizados os parâmetros $\mu = 0,001$, $\rho = 0,001$, $D = 50$, $G = 9$, $\sigma_{\zeta}^2 = 10^{-5}$ e o mesmo caminho de retroalimentação do Exemplo 1. As figuras 6.6 e 6.7 mostram resultados de simulação no regime transiente e permanente do vetor norma da polarização comparada com o sinal de voz real utilizado como entrada ao aparelho auditivo. Dois sinais de voz masculina e feminina analisados a 16 kHz são considerados como entradas.

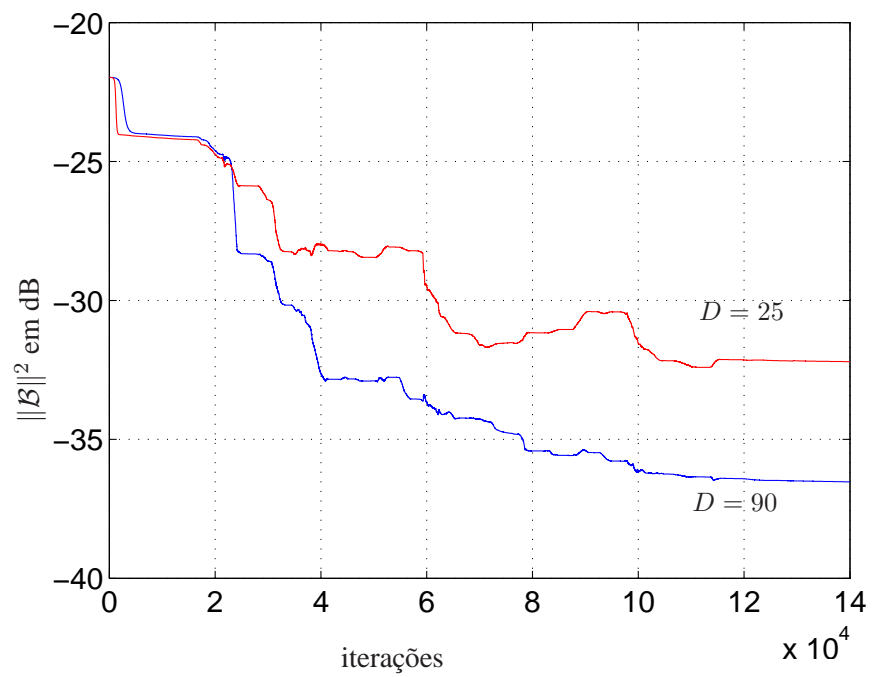


Figura 6.3: Norma do vetor da polarização(dB) para $D = 25$ e $D = 90$, em que a entrada é um sinal de voz real masculino amostrado a 16 KHz.

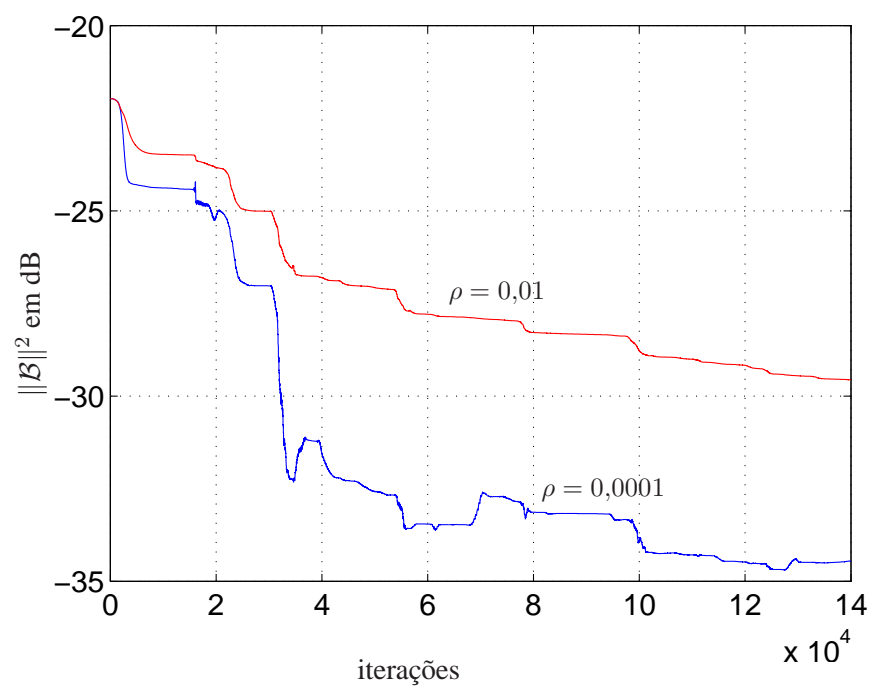


Figura 6.4: Norma do vetor da polarização(dB) para $\rho = 0,01$ e $\rho = 0,0001$, em que a entrada é um sinal de voz real masculino amostrado a 16 KHz.

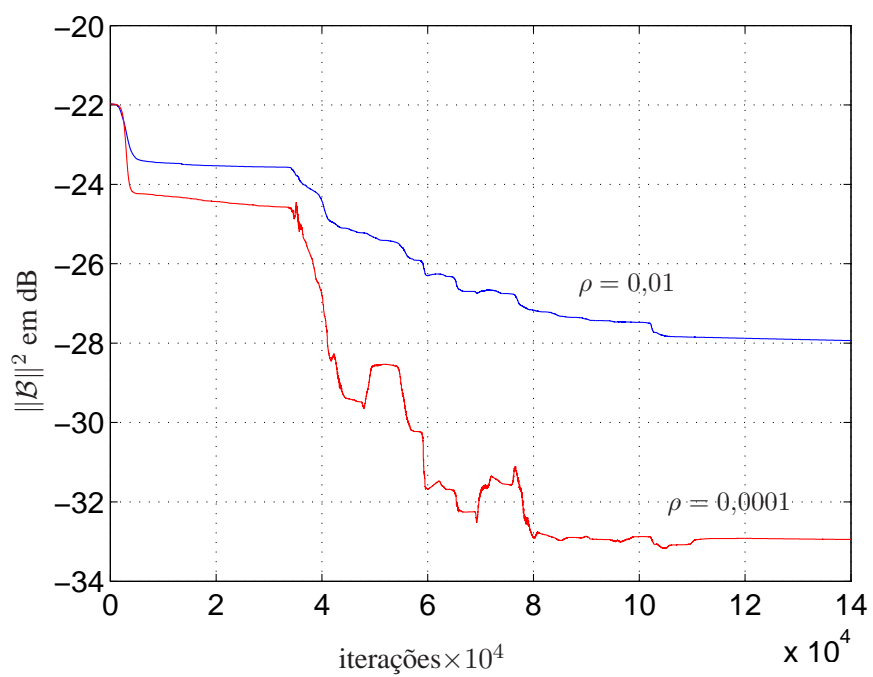


Figura 6.5: Norma do vetor da polarização(dB) para $\rho = 0,01$ e $\rho = 0,0001$, em que a entrada é um sinal de voz real feminino amostrado a 16 KHz.

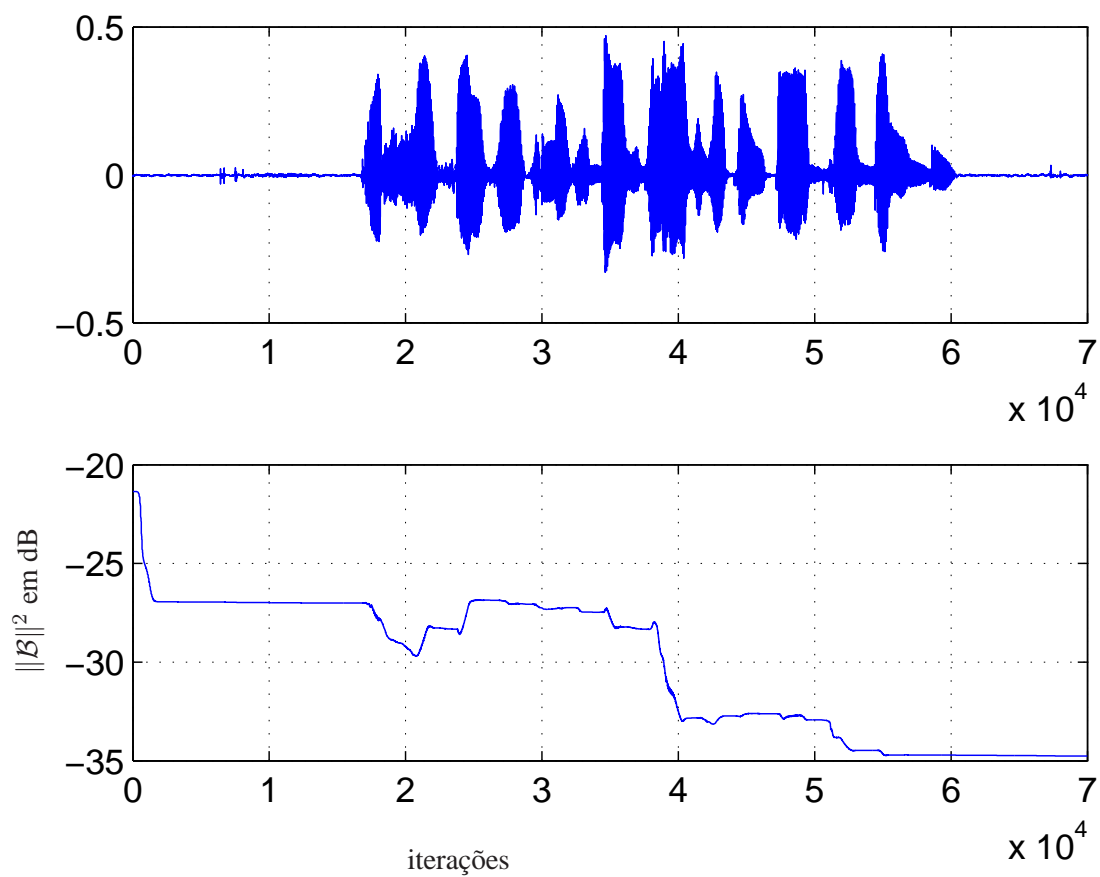


Figura 6.6: Norma do vetor da polarização (dB), em que a entrada é um sinal de voz real feminina amostrado a 16 KHz e a frase falada é: *Ele já foi vítima de dois atentados a bordo*

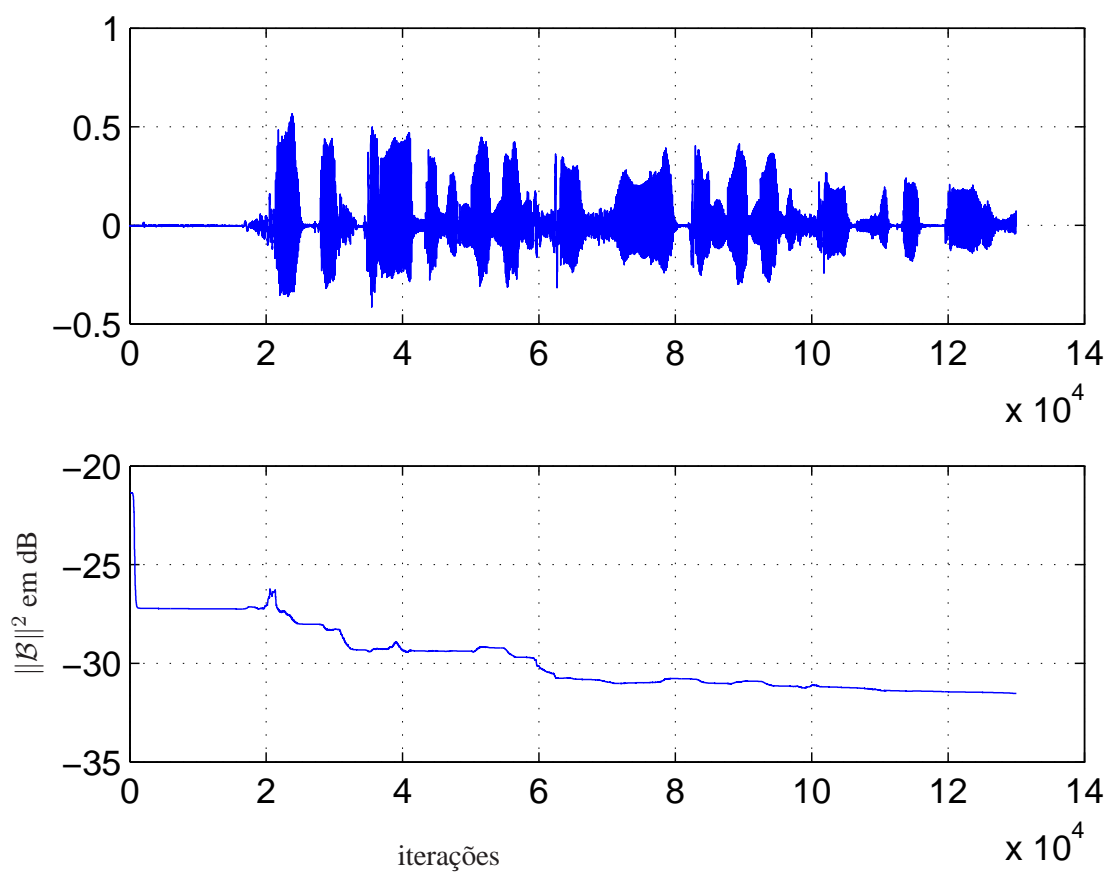


Figura 6.7: Norma do vetor da polarização (dB), em que a entrada é um sinal de voz real masculina amostrado a 16 KHz e a frase falada é: *Foi construído de 1908 a 1914*

6.3 Estratégia de cópia

Uma possível estratégia para efetuar a atualização de \mathbf{w}^c , segundo as informações de $\mathbf{w}(n)$, é comparar a potência do erro estacionário $e_c(n)$, com a do erro $e(n)$, em que

$$\begin{aligned} e_c(n) &= x(n) - \mathbf{u}^T(n)\mathbf{v}_c \\ e(n) &= x(n) - \mathbf{u}^T(n)\mathbf{v}(n) \end{aligned} \tag{6.1}$$

Inicialmente $\mathbf{v}_c = \mathbf{v}(n) = -\mathbf{w}^o$, em que \mathbf{v}_c é um filtro fixo. Conforme a evolução do algoritmo LMS o valor de $\mathbf{v}(n)$ tende a diminuir e ser menor que \mathbf{v}_c . Espera-se que, na medida em que o filtro adaptativo convirja ao filtro ótimo, a potência de $e(n)$ seja menor do que a potência $e_c(n)$. Assim, a estratégia de cópia de \mathbf{w}^c pode estar baseada em comparações da potência desses erros. Tendo as medições de $E[e_c^2(n)]$ e $E[e^2(n)]$ a atualização de \mathbf{w}^c pode acontecer quando $E[e^2(n)] \leq \varphi E[e_c^2(n)]$, em que $0 < \varphi < 1$. Também pode estabelecer-se períodos de atualização, como foi feito para as figuras do Exemplo 1 e 2, na qual o filtro fixo \mathbf{w}^o foi atualizado pelo filtro adaptativo $\mathbf{w}(n)$ a cada 70 iterações. O período de atualização P_a , é determinado pelo tempo de quase-estacionariedade do sinal de voz, ou seja, $\frac{P_a}{f_s} \leq \varphi \times 20\text{ms}$, em que f_s é a frequência de amostragem e $0 < \varphi < 1$.

6.4 Justificativa do não estudo do rastreamento

A capacidade de tracking é uma característica importante a ser observada em um algoritmo adaptativo. Nessa Tese foram derivadas as equações preliminares para análise do tracking, mas, do resultado dessas equações concluiu-se que novas ferramentas precisam ser utilizadas para analisar o tracking quando algoritmos adaptativos são aplicados ao cancelamento da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos. A seguir uma análise preliminar do efeito do tracking

nos sistemas adaptativos descritos na Fig. 3.2.

Considerando o caminho de retroalimentação não estacionário, no qual:

$$\mathbf{w}^o(n+1) = \delta \mathbf{w}^o(n) + \phi(n) \quad \text{com } 0 < \delta < 1 \quad (6.2)$$

Temos que,

$$\mathbf{w}^o(1) = \delta \mathbf{w}^o(0) + \phi(0)$$

$$\mathbf{w}^o(2) = \delta \mathbf{w}^o(1) + \phi(1) = \delta[\delta \mathbf{w}^o(0) + \phi(0)] + \phi(1) = \delta^2 \mathbf{w}^o(0) + \delta \phi(0) + \phi(1)$$

$$\mathbf{w}^o(3) = \delta \mathbf{w}^o(2) + \phi(2) = \delta[\delta \mathbf{w}^o(1) + \phi(1)] + \phi(2) = \delta^3 \mathbf{w}^o(0) + \delta^2 \phi(0) + \delta \phi(1) + \phi(2) \quad (6.3)$$

Assim, $\mathbf{w}^o(n)$ pode ser escrito como:

$$\mathbf{w}^o(n) = \delta^n \mathbf{w}^o(0) + \sum_{k=0}^{n-1} \delta^{n-1-k} \phi(k) \quad (6.4)$$

Por outro lado, definindo $\mathbf{v}^c(n) = \mathbf{w}^c - \mathbf{w}^o(n)$, temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^c(n-D) &= \mathbf{w}^c - \mathbf{w}^o(n-D) \\ \mathbf{v}^c(n-D) &= \mathbf{w}^c - \delta^{n-D} \mathbf{w}^o(0) - \sum_{k=0}^{n-D-1} \delta^{n-D-1-k} \phi(k) \end{aligned} \quad (6.5)$$

Com $\delta < 1$, quando $n \rightarrow \infty$ (convergência) obtém-se:

$$\mathbf{v}^c(n) = \mathbf{w}^c - \phi(n) \quad (6.6)$$

Do Apêndice (B.1), temos que o sinal de entrada ao filtro adaptativo (ver Fig. 3.2) é dado por $u(n) = \gamma(n) - G\mathbf{u}^T(n-D)\mathbf{v}^c$, mas considerando que o caminho de retroalimentação \mathbf{w}^o é

não estacionário, então o sinal de entrada $u(n)$ será também não estacionário, sendo dado por:

$$u(n) = \gamma(n) - G\mathbf{u}^T(n-D)\mathbf{v}^c(n-D) \quad (6.7)$$

Logo, substituindo (6.5) em (6.7), temos que:

$$\begin{aligned} u(n) &= \gamma(n) - G\mathbf{u}^T(n-D) \left[\mathbf{w}^c - \delta^{n-D}\mathbf{w}^o(0) - \sum_{k=0}^{n-D-1} \delta^{n-D-1-k}\phi(k) \right] \\ &= \gamma(n) - G\mathbf{u}^T(n-D)\mathbf{w}^c + G\mathbf{u}^T(n-D)\delta^{n-D}\mathbf{w}^o(0) + G\mathbf{u}^T(n-D) \sum_{k=0}^{n-D-1} \delta^{n-D-1-k}\phi(k) \\ &= \gamma(n) - G\mathbf{u}^T(n-D) \left[\mathbf{w}^c - \delta^{n-D}\mathbf{w}^o(0) \right] + G\mathbf{u}^T(n-D) \sum_{k=0}^{n-D-1} \delta^{n-D-1-k}\phi(k) \end{aligned} \quad (6.8)$$

com $\delta < 1$ e para $n \rightarrow \infty$, podemos escrever (6.8) como:

$$u(n) = \gamma(n) - G\mathbf{u}^T(n-D) \left[\mathbf{w}^c - \phi(n) \right]$$

De $\mathbf{v}^c(n) = \mathbf{w}^c - \phi(n)$ observa-se que o filtro $\mathbf{v}^c(n)$ não é fixo como foi considerado para a dedução dos modelos expostos nessa Tese. Lembre que ao considerar a parte superior da estrutura da Fig. 3.2 estacionária foi possível utilizar a Transformada Z para determinar as correlações de entrada e saída do sistema, necessários na dedução dos modelos propostos. Nesse caso, quando $\mathbf{v}^c(n)$ depende das variações do caminho de retroalimentação, novas ferramentas matemáticas e de análise deverão ser utilizadas para obter os momentos de primeira e segunda ordem do sistema em estudo. O anterior extrapola o trabalho dessa Tese sendo proposto então como tema para um trabalho futuro.

6.5 O que sucede com as correlações do sinal de saída do aparelho no momento da atualização?

Uma das perguntas que surgem quando é atualizado o filtro fixo w^c , de acordo as novas informações do filtro adaptativo $w(n)$, é saber o que ocorre com as correlações do sinal de entrada ao filtro, $r_u(l)$, elemento importante nos modelos deduzidos nessa Tese. Existe um período transiente para esse momento?. Se existe, quanto tempo demora essa fase?. Para responder a essas questões foram feitas simulações para observar o comportamento da autocorrelação da entrada $u(n)$ no momento da atualização. Consideram-se passos de adaptação pequenos para observar melhor o momento da atualização do filtro w^c , $\mu = 0,00001$ e $\rho = 0,00001$. A atualização ocorre a cada 200 iterações, nas quais $D = 15$, $G = 5$ e $\sigma_x^2 = 1$ para 4000 realizações. O caminho de retroalimentação foi dado por $w^o = [-0,044 \ -0,01 \ 0,036 \ 0,03 \ 0,046 \ -0,03 \ -0,044 \ 0,03 \ 0 \ 0,02]^T$ (as primeiras 10 amostras de uma atual resposta do caminho de retroalimentação). A Figura 6.8 mostra os resultados de simulação no regime transiente e permanente para $r_u(0)$. Observa-se um período transiente abrupto na primeira atualização do filtro w^c . Aqui a potência de $u(n)$ tenta rapidamente aproximar-se do valor considerado como ideal. É importante lembrar que a potência de $x(n)$ é 1 e, o ganho do aparelho é de 5, assim espera-se que $r_u(0)$ alcance uma potência igual a 25 no regime permanente. Para os restantes momentos de atualização as mudanças no nível de potência são mais leves, chegando, na sequência, a serem praticamente imperceptíveis.

No próximo capítulo, para finalizar, são apresentadas as conclusões.

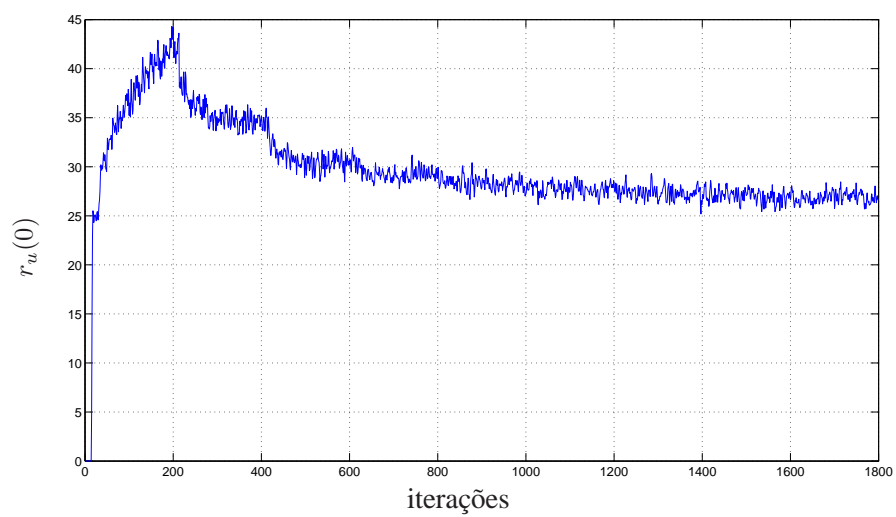


Figura 6.8: Autocorrelação do sinal de saída do aparelho auditivo, $u(n)$.

Capítulo 7

Conclusões

Foi apresentada a importância dos aparelhos auditivos na vida de pessoas com deficiências auditivas. Atualmente, aparelhos auditivos análogos têm sido substituídos por aparelhos auditivos digitais, os quais oferecem melhores possibilidades de compensação das perdas auditivas devido a sua programabilidade. Ainda assim, os benefícios para os deficientes auditivos são limitados devido à falta de algoritmos que efetivamente explorem todas as potencialidades do processamento digital de sinais. A desejada miniaturização nos aparelhos auditivos tem trazido problemas, como o efeito de oclusão e a retroalimentação acústica, explicados nos capítulos 1 e 2. Uma das principais queixas dos usuários de aparelhos auditivos é a retroalimentação acústica, objeto desse trabalho de Tese.

Foram expostas soluções clássicas para reduzir a retroalimentação acústica, mas soluções modernas baseadas no cancelamento adaptativo contínuo têm obtido melhores desempenhos [19]. Inicialmente, uma descrição matemática do problema da retroalimentação acústica em aparelhos auditivos foi apresentada, evidenciando a polarização da solução adaptativa devido à correlação existente entre o sinal desejado e o sinal de referência do filtro.

Nessa Tese foram desenvolvidas análises estatísticas de uma importante estrutura [6] para

o cancelamento da retroalimentação em aparelhos auditivos. A estrutura é baseada no método do erro de predição de identificação de sistemas e utiliza dois algoritmos adaptativos operando simultaneamente. A análise foi desenvolvida para o algoritmo LMS aplicado aos dois filtros, estimador e preditor. A análise não é trivial, já que os dois filtros operam simultaneamente.

No capítulo 3, uma modificação foi proposta para a estrutura de [6], a qual simplifica a análise matemática. O posicionamento do filtro preditor, agora aplicado a $u(n)$ permite trabalhar com entradas estacionárias aos filtros adaptativos, isto sem comprometer o desempenho em regime permanente. Modelos analíticos para momentos de primeira ordem dos coeficientes dos filtros adaptativos foram derivados. A teoria da independência foi aplicada sem afetar significativamente os modelos para o estimador e preditor.

Apresentou-se uma análise estatística dos momentos de primeira e segunda ordem para a polarização resultante devido ao caminho de retroalimentação. O novo modelo prediz as variações da polarização como função do caminho de retroalimentação e do tamanho do passo do preditor. A estabilidade da estrutura modificada e a relação sinal/ruído foram analisadas a partir das equações recursivas derivadas para a polarização. Foi elaborada uma comparação ilustrativa entre o modelo para a estrutura considerando somente o filtro estimador e o modelo proposto para a estrutura modificada a partir de [6]. Observou-se o ganho na redução da polarização quando essa última estrutura é utilizada. Resultados interessantes foram obtidos a partir do modelo para a polarização no Capítulo 4.

Foram derivadas expressões matemáticas para o comportamento em regime transiente e permanente do erro quadrático médio, evidenciando-se a dependência do retardo no caminho de retroalimentação.

Para a validação dos modelos propostos, simulações de Monte Carlo foram feitas com o objetivo de comparar o comportamento dos modelos. Observou-se excelentes acordos, confirmando a acuracidade dos modelos desenvolvidos.

Nesse trabalho foram obtidas informações pioneiras, não encontradas na literatura. Para a estrutura modelada, a relação sinal a ruído do aparelho auditivo para diferentes valores de passo no preditor e diferentes retardos no caminho direto foram entregues. As vantagens na utilização do filtro preditor na estrutura adaptativa foram expostas. Mediante os modelos derivados foram comparados os comportamentos de estruturas adaptativas com preditor e sem preditor no cancelamento da retroalimentação acústica. A modelagem da polarização permitiu observar a estabilidade do sistema, sua dependência da polarização e o retardo D . Incrementos no ganho máximo estável depois da atualização do filtro fixo w^c foram observados mediante a utilização do modelo matemático da polarização. É esperado que os novos resultados, como de forma exemplificativa, nas figuras (4.10), (4.14), (4.15) e (4.17), sejam úteis no projeto de sistemas adaptativos para o cancelamento da retroalimentação em aparelhos auditivos.

Algumas propostas para a continuação do trabalho de Tese são sugeridas a seguir.

1. *Desenvolvimento dos modelos propostos a partir de um modelo de voz para sons vozeados.* Um sinal de voz é composto por sons vozeados e não vozeados. Os modelos propostos nessa Tese, para avaliar o desempenho dos algoritmos adaptativos, utilizou-se um modelo de voz para sons não vozeados, deixando a análise para sons vozeados para futuras pesquisas.
2. *Análise do tracking da estrutura dada em Fig. 3.2.* Seguindo a explicação do Capítulo 6, observou-se as dificuldades que surgem na análise do tracking quando o cancelamento adaptativo é aplicado a aparelhos auditivos. Pelo anterior, sugere-se que novas ferramen-

tas matemáticas devam ser utilizadas para modelar a capacidade de tracking da estrutura proposta.

3. *Modelamento do ganho do aparelho.* Nessa Tese considerou-se o ganho G do aparelho como uma constante, o que representa o pior caso para o estudo da polarização na solução do filtro adaptativo, já que esse fator maximiza a correlação estatística entre os sinais $x(n)$ e $u(n)$. Seria interessante observar o comportamento da estrutura da Fig. 3.2 frente a um ganho G dependente da frequência. Isso sugere modelar G de acordo a resultados de pesquisas como os mostrados em [20].

Apêndice A

Equivalência das Análises com o Preditor Adaptativo Aplicado a $e(n)$ ou a $u(n)$

Considere o sistema demonstrado na Fig. 3.1. Considerando a estacionaridade dos sinais da parte superior da figura, fazemos aqui o tratamento matemático no domínio da transformada z . Sejam $X(z)$, $U(z)$, $N(z)$, $E_c(z)$ as transformadas z de $x(n)$, $u(n)$, $\eta(n)$, $e_c(n)$, respectivamente. Sejam também $H(z) = 1/A(z)$, $W^o(z)$ e $W^c(z)$ as funções de transferência associadas ao modelo de $x(n)$, a w^o e a w^c , respectivamente, e sejam $V(z) = W^o(z) - W^c(z)$. Então, desprezando para esta análise o ruído aditivo $\zeta(n)$, obtemos:

$$X(z) = \frac{1}{A(z)}N(z) \quad (\text{A.1})$$

$$U(z) = Gz^{-D}E_c(z) \quad (\text{A.2})$$

$$E_c(z) = X(z) + W^o(z)U(z) - W^c(z)U(z) = X(z) + V(z)U(z) \quad (\text{A.3})$$

Destas expressões, tiramos que

$$U(z) = z^{-D} \left[GX(z) + GV(z)U(z) \right] \quad (\text{A.4})$$

que pode ser escrita como:

$$U(z) \left[1 - z^{-D}GV(z) \right] = \frac{Gz^{-D}}{A(z)}N(z) \quad (\text{A.5})$$

Para prosseguir, torna-se importante uma breve discussão sobre a operação do sistema na Fig. 3.1. Um fator importante dessa operação é a manutenção da estabilidade do sistema durante todo o período de operação. Como esse sistema contém uma malha fechada com ganho no domínio z dado por $GV(z)$, é necessário manter a magnitude deste produto pequena durante toda a operação. No período inicial de convergência do filtro adaptativo $w(n)$, isso é obtido mantendo-se o ganho G do aparelho auditivo pequeno, já que a resposta corrigida $V(z)$ do caminho de retroalimentação ainda apresenta um ganho não desprezível. Na medida em que os coeficientes do filtro adaptativo $w(n)$ convergem para valores próximos aos dos coeficientes de w^o , o ganho de $V(z)$ se reduz e o ganho G do aparelho auditivo pode aumentar. Isso, no entanto, é feito mantendo-se o ganho de malha $GV(z)$ sempre pequeno (em geral bem menor do que 1) para evitar a instabilidade. Assim, a análise do comportamento do sistema adaptativo da Fig. 3.1 em operação (tanto durante o transitório quanto em regime permanente) deve ser feita para um ganho de malha $GV(z)$ reduzido.

Considerando a magnitude de $GV(z)$ muito menor do que a unidade, podemos aproximar (A.5) por

$$U(z) \sim \frac{Gz^{-D}}{A(z)}N(z) \quad (\text{A.6})$$

Essa equação, quando comparada a (A.1) mostra que os coeficientes do preditor $q(n)$ aplicado a $u(n)$ serão aproximadamente os mesmos coeficientes do preditor aplicado a $e(n)$.

Apêndice B

Avaliação de $r_u(l)$ e $r_{xu}(l)$ [3]

Nesta seção são avaliadas as correlações $r_u(l)$ e $r_{xu}(l)$ necessárias para o desenvolvimento dos modelos propostos nesta tese. Essas correlações são obtidas através da análise do subsistema estacionário em laço fechado descrito na parte superior da Fig. 3.2 para uma entrada autoregressiva $x(n)$.

B.1 Autocorrelação $r_u(l)$

Define-se o vetor de erro nos coeficientes invariante no tempo $\mathbf{v}^c = \mathbf{w}^c - \mathbf{w}^o$. Assim, a partir de Fig. 3.2 temos

$$u(n) = \gamma(n) - G\mathbf{u}^T(n-D)\mathbf{v}^c \quad (\text{B.1})$$

em que $\gamma(n) = \zeta(n) + Gx(n-D)$.

Tomando a transformada z de (B.1) temos

$$H_u(z) = \frac{U(z)}{\Gamma(z)} = \frac{1}{1 + G\boldsymbol{\psi}(z^{-1})\mathbf{v}^c z^{-D}} \quad (\text{B.2})$$

com $\boldsymbol{\psi}(z^{-1}) = [1, z^{-1}, z^{-2}, \dots, z^{-N+1}]^T$. Sabendo que $\zeta(n)$ é independente de $x(n)$, a

densidade espectral complexa $R_u(z)$ de $u(n)$ é então dada por [50]

$$R_u(z) = H_u(z)R_{\gamma u}(z) = \frac{R_{\gamma u}(z)}{1 + G\boldsymbol{\psi}(z^{-1})\mathbf{v}^c z^{-D}} \quad (\text{B.3})$$

em que $R_{\gamma u}(z)$ é a densidade complexa espectral cruzada de $u(n)$ e $\gamma(n)$, dada por [50]

$$R_{\gamma u}(z) = \frac{R_r(z)}{1 + G\boldsymbol{\psi}(z)\mathbf{v}^c z^D} + \frac{G^2 R_x(z)}{1 + G\boldsymbol{\psi}(z)\mathbf{v}^c z^D} \quad (\text{B.4})$$

em que a independência estatística de $\zeta(n)$ e $x(n)$ foi usada. Para $x(n)$ autoregressivo, $R_x(z) = H(z)H^*(1/z^*)\sigma_\eta^2$ com

$$H(z) = \frac{1}{\prod_{i=1}^M (1 + a_i z^{-1})}. \quad (\text{B.5})$$

Assumindo estabilidade de (B.2) e aplicando o Teorema do Residuo em (B.4), temos que:

$$r_{\gamma u}(l) = \sigma_\zeta^2 \delta(l) + \sum_{k=1}^M \frac{G^2 \sigma_\eta^2 (-a_k)^M (-a_k)^{l-1}}{\prod_{\substack{i=1 \\ k \neq i}}^M (a_i - a_k) \prod_{j=1}^M (1 - a_j a_k)} \times \frac{1}{(1 + G\boldsymbol{\psi}(-a_k)\mathbf{v}^c (-a_k)^D)}, \quad l \geq 0. \quad (\text{B.6})$$

Finalmente, de (B.3) podemos escrever:

$$r_u(l) = r_{\gamma u}(l) - G\mathbf{r}_u^T(l - D)\mathbf{v}^c \quad (\text{B.7})$$

em que $\mathbf{r}_u(l - D) = [r_u(l - D), \dots, r_u(l - D - N + 1)]^T$.

B.2 Correlação cruzada $r_{xu}(l)$ [3]

Temos que $r_{xu}(l) = \mathbf{E}\{x(n+l)u(n)\} = Gh(-l) * r_x(l+D)$ no qual $*$ corresponde à convolução linear e $h(n)$ representa a resposta ao impulso de (B.5). Assim,

$$R_{xu}(z) = GH^*(1/z^*)R_x(z)z^D \quad (\text{B.8})$$

Substituindo (B.5) e $R_x(z) = H(z)H^*(1/z^*)\sigma_\eta^2$ em (B.8) e usando o Teorema do Residuo, temos:

$$r_{xu}(l) = \sum_{k=1}^M \frac{G\sigma_\eta^2(-a_k)^{D+M}(-a_k)^{l-1}}{\prod_{\substack{i=1 \\ k \neq i}}^M (a_i - a_k) \prod_{j=1}^M (1 - a_j a_k)} \times \frac{1}{(1 + G\boldsymbol{\psi}(-a_k)\mathbf{v}^c(-a_k)^D)}, \quad l \geq 0 \quad (\text{B.9})$$

e

$$r_{xu}(l) = \sum_{k=1}^M \frac{G\sigma_\eta^2(-a_k)^{D+M}}{(-a_k)^{l+1} \prod_{\substack{i=1 \\ k \neq i}}^M (a_i - a_k) \prod_{j=1}^M (1 - a_j a_k)} \times \frac{1}{(1 + G\boldsymbol{\psi}(-a_k)\mathbf{v}^c(-a_k)^D)}, \quad l < 0. \quad (\text{B.10})$$

B.3 Cálculo de $\mathbf{E}\{u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\mathbf{v}_p(n)\mathbf{u}^T(n-1)\}$

Define-se $M_{rp} = \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[u(n)u(n-r)u(n-s)v_p(n-s+1)u(n-p)]$. Tomando a esperança de M_{rp} condicionada em $v_p(n-s+1)$ e desprezando a dependência estatística entre $\mathbf{u}(n-l)$ e $\mathbf{v}_p(n-k)$ para todos l e k , temos

$$\mathbf{E}[M_{rp}|v_p(n-s+1)] = \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[u(n)u(n-r)u(n-s)u(n-p)] \times v_p(n-s+1) \quad (\text{B.11})$$

em que $r = 1, \dots, M$ e $p = 1, \dots, M$. Assumindo que as variáveis na esperança são conjuntamente gaussianas,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}[\mathbf{M}_{rp}] &= \left\{ \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[u(n)\mathbf{u}(n-1)]_{r,1} \mathbf{E}[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)]_{s,p} \right. \\
&\quad + \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[u(n)\mathbf{u}(n-1)]_{s,1} \mathbf{E}[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}(n-1)]_{rp} \\
&\quad \left. + \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[u(n)\mathbf{u}(n-1)]_{p,1} \mathbf{E}[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)]_{r,s} \right\} \mathbf{v}_p^T(n)_{s,1}
\end{aligned} \tag{B.12}$$

o qual leva a,

$$\mathbf{E}[\mathbf{M}_{rp}] = \mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] \mathbf{R}_{uu}(0) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)]) + \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{r}_u^T(1). \tag{B.13}$$

B.4 Cálculo de $\mathbf{E}\{u(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\}$

Define-se $[M_{rp}] = \sum_{s=1}^M u(n)u(n-r)v_p(n-s)u(n-s)u(n-p)$. Tomando a esperança de $[M_{rp}]$ condicionada em $v_p(n-s)$ e desprezando a dependência estatística entre $\mathbf{u}(n-l)$ e $\mathbf{v}_p(n-k)$ para todos os l e k temos,

$$\mathbf{E}[M_{rp}] = \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[u(n)u(n-r)u(n-s)u(n-p)] v_p(n-s) \tag{B.14}$$

em que $r = 1, \dots, M$ e $p = 1, \dots, M$. Assumindo que as variáveis esperadas são conjuntamente gaussianas,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\mathbf{M}_{rp}] &= \left\{ \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[u(n)\mathbf{u}(n-1)]_{r,1} \mathbf{E}[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)]_{s,p} \right. \\ &\quad + \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[u(n)\mathbf{u}(n-1)]_{s,1} \mathbf{E}[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)]_{r,p} \\ &\quad \left. + \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[u(n)\mathbf{u}(n-1)]_{p,1} \mathbf{E}[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)]_{r,s} \right\} \mathbf{v}_p(n)_s, 1 \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Assim,

$$\mathbf{E}[\mathbf{M}_{rp}] = \mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)] \mathbf{R}_{uu}(0) + \mathbf{R}_{uu}(0) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)] \mathbf{r}_u^T(1) + \mathbf{R}_{uu}(0) \text{tr}(\mathbf{r}_u(1) \mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)]). \quad (\text{B.16})$$

B.5 Cálculo $\mathbf{E}\{u^2(n)\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)\}$

Define-se $[M_{rp}] = \sum_{s=1}^M = u(n-r)u(n)u(n)u(n-p)$. Tomando a esperança de $[M_{rp}]$ leva,

$$\mathbf{E}[M_{rp}] = \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[u(n-r)u(n)u(n)u(n-p)] \quad (\text{B.17})$$

em que, $r = 1, \dots, M$ e $p = 1, \dots, M$. Assumindo que todas variáveis são conjuntamente Gaussianas,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}[\mathbf{M}_{rp}] &= \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[\mathbf{u}(n-1)u(n)]_{r,1} \mathbf{E}[u(n)\mathbf{u}^T(n-1)]_{p,1} \\
&\quad + \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[\mathbf{u}(n-1)u(n)]_{r,1} \mathbf{E}[u(n)\mathbf{u}^T(n-1)]_{p,1} \\
&\quad + \sum_{s=1}^M \mathbf{E}[\mathbf{u}(n-1)\mathbf{u}^T(n-1)]_{r,p} \mathbf{E}[u^2(n)] \\
&= 2\mathbf{r}_u(1)\mathbf{r}_u^T(1) + \mathbf{R}_{uu}(0)r_u(0).
\end{aligned} \tag{B.18}$$

B.6 Cálculo de $r_{x_q}(n)$

$$\begin{aligned}
r_{x_q}(n) &= \mathbf{E}[x_q^2(n)] \\
&= \mathbf{E}[x(n) + \mathbf{p}^T(n)\mathbf{x}(n-1)]\mathbf{E}[x(n) + \mathbf{p}^T(n)\mathbf{x}(n-1)]
\end{aligned} \tag{B.19}$$

substituindo $\mathbf{p}(n) = \mathbf{v}_p(n) + \mathbf{p}^o$, temos

$$\begin{aligned}
r_{x_q}(0) &= \mathbf{E}[x(n) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{x}(n-1) + p^{oT}\mathbf{x}(n-1)]\mathbf{E}[x(n) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{x}(n-1) + p^{oT}\mathbf{x}(n-1)] \\
&= \mathbf{E}[x^2(n) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{x}(n-1)x(n) + p^{oT}\mathbf{x}(n-1)x(n) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{x}(n-1)x(n) \\
&\quad + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{x}(n-1)\mathbf{x}^T(n-1)\mathbf{v}_p(n) + \mathbf{v}_p^T(n)\mathbf{x}(n-1)\mathbf{x}^T(n-1)p^o(n) + p^{oT}(n)\mathbf{x}(n-1)x(n) \\
&\quad + p^{oT}(n)\mathbf{x}(n-1)\mathbf{x}^T(n-1)\mathbf{v}_p(n) + p^{oT}(n)\mathbf{x}(n-1)\mathbf{x}^T(n-1)p^o(n)] \\
&= r_x(0) + 2\mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)]\mathbf{r}_x(1) + 2p^{oT}\mathbf{r}_x(1) + \text{tr}[\mathbf{R}_x(0)\mathbf{K}_p(n)] + \text{tr}[\mathbf{R}_x(0)\mathbf{E}[\mathbf{v}_p(n)]p^{oT}] \\
&\quad + \text{tr}[\mathbf{R}_x(0)p^o\mathbf{E}[\mathbf{v}_p^T(n)]] + \text{tr}[\mathbf{R}_x(0)p^op^{oT}]
\end{aligned} \tag{B.20}$$

Referências Bibliográficas

- [1] V. A. Fuisinato, “Minicurso de acústica e ruído,” Universidade Estadual de Maringá, Tech. Rep., Setembro 2003.
- [2] A. Spriet, “Adaptive filtering techniques for noise reduction and acoustic feedback cancellation in hearing aids,” Ph.D. dissertation, Faculteit Toegepaste Wetenschappen, Departement Elektrotechniek, Belgium, 2004.
- [3] M. G. Siqueira and A. Alwan, “Steady-state analysis of continuous adaptation in acoustic feedback reduction systems for hearing-aids,” *IEEE Trans. on speech and audio processing*, vol. 8, no. 4, pp. 443–453, July 2000.
- [4] V. Hamacher, J. Chalupper, J. Eggers, E. Fischer, U. Kornagel, H. Puder, and U. Rass, “Signal processing in high-end hearing aids: State of the art, challenges, and future trends,” *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2005.
- [5] M. Flynn, “Opening ears: The scientific basis for an open ear acoustic system,” *Hearing Review*, vol. 10, no. 5, pp. 34–37, 2003.
- [6] A. Spriet, I. Proudler, M. Moonen, and J. Wouters, “Adaptive feedback cancellation in hearing aids with linear prediction of the desired signal,” *IEEE Trans. on Signal processing*, vol. 53, no. 10, pp. 3749–3763, October 2005.

- [7] K. Chung, "Challenges and recent developments in hearing aids part.2. feedback and occlusion effects reduction strategies, laser assisted manufacturing processes and other signal processing technologies," *Trends In Amplification*, vol. 8, no. 4, 2004.
- [8] L. R. Rabiner and R. W. Schafer, *Digital processing of speech signals*. USA: Prentice Hall, 1978.
- [9] K. Chung, "Challenges and recent developments in hearing aids part.1 speech understanding in noise, microphone technologies and noise reduction algorithms," *Trends In Amplification*, vol. 8, no. 3, pp. 83–124, 2004.
- [10] C. Silva, "Cochlear implants," in *Proc. Electrical Insulation Conference and Electrical Manufacturing Expo*, 2005, pp. 442–447.
- [11] C. Sanchez, "Potenciales evocados auditivos de tronco cerebral en recién nacidos," Ph.D. dissertation, Facultad de Medicina, Universidad Complutense de Madrid, España, 1994.
- [12] H. Dillon, *Hearing Aids*. Boomerang Press - Thieme USA, 2001.
- [13] H. Davis and S. R. Silverman, *Hearing and deafness*. Boomerang Press, Australia, 2001.
- [14] T. Baer and B. Moore, "Effects of spectral smearing on the intelligibility of sentences in noise," *J. Acoust. Society of America*, vol. 94, no. 3, pp. 1229–1241, September 1993.
- [15] K. MacKenzie, G. Browning, and L. McClymont, "Relationship between earmould venting, comfort and feedback." *British Journal of audiology*, 1989.
- [16] F. K. Kuk, "Perceptual consequence of vents in hearing aids." *British Journal of audiology*, 1991.
- [17] J. M. Kates, "Feedback cancellation in hearing aids: results from a computer simulation," *IEEE Trans. on Speech and audio Processing*, vol. 39, no. 3, pp. 553–562, March 1991.

- [18] N. Shusina and B. Rafaely, “Unbiased adaptive feedback cancellation in hearing aids by closed-loop identification,” *IEEE Trans. Speech and audio processing*, vol. 14, no. 2, pp. 658–664, March 2006.
- [19] A. Spriet, G. Rombouts, M. Moonen, and J. Wouters, “Adaptive feedback cancellation in hearing aids,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 343, no. 6, pp. 545–573, September 2006.
- [20] J. Hellgren, T. Lunner, and S. Arlinger, “Variations in the feedback of hearing aids,” *Acoustic Society of America*, vol. 106, no. 5, pp. 2821–2833, November 1999.
- [21] B. Rafaely, M. Roccasalva-Firenze, , and E. Payne, “Feedback path variability modeling for robust hearing aids,” *Acoustic Society of America*, vol. 107, no. 5, pp. 2665–2673, May 2000.
- [22] H. Josen, F. Asano, Y. Suzuki, and S. Toshio, “Adaptive feedback cancellation with frequency compression for hearing aids,” *J. Acoust. Society of America*, vol. 94, no. 6, pp. 3248–3254, December 1993.
- [23] J. M. Kates, “Constrained adaptation for feedback cancellation in hearing aids,” *J. Acoust. Society of America*, vol. 106, no. 2, pp. 1010–1019, August 1999.
- [24] J. Hellgren and U. Forsell, “Bias of feedback cancellation algorithms in hearing aids based on direct closed loop identification,” *IEEE Trans. Speech and audio processing*, vol. 9, no. 7, pp. 906–913, November 2001.
- [25] J. A. Maxwell and P. M. Zurek, “Reducing acoustic feedback in hearing aids,” *IEEE Trans. on Speech and audio Processing*, vol. 3, no. 4, pp. 304–313, July 1995.
- [26] P. Estermann and A. Kaelin, “Feedback cancellation in hearing aids,” in *Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, ISCAS*, 1994, pp. 21–24.

- [27] Y. Park, I. Kim, and S. Lee, "An efficient adaptive feedback cancellation for hearing aids," in *Engineering in Medicine and Biology Society EMBS 2003. Proceedings IEEE*, vol. 2, September 2003, pp. 1647–1652.
- [28] J. Hellgren, "Analysis of feedback cancellation in hearing aids with filtered-xlms and the direct method closed loop identification," *IEEE Trans. Speech and audio processing*, vol. 10, no. 2, pp. 119–131, February 2002.
- [29] H. F. Chi, S. X. Gao, S. D. Soli, and A. Alwan, "Band-limited feedback cancellation with a modified filtered-x lms algorithm for hearing aids," *Speech Communication*, vol. 39, no. 1, pp. 147–161, 2003.
- [30] F. Luo and A. Nehorai, "Recent developments in signal processing for digital hearing aids," *IEEE Signal Processin Magazine*, pp. 103–106, September 2006.
- [31] S.Gao, S.Soli, and H.-F. Chi, "Band-limited adaptive feedback canceller for hearing aids," European Patent W00 019 605, Sept., 1999.
- [32] A. Spriet, I. Proudler, M. Moonen, and J. Wouters, "An instrumental variable method for adaptive feedback cancellation in hearing aids," in *Proc. Int. Conf. Acoustic, Speech, Signal Processing*, 2005, pp. 129–132.
- [33] M. Siqueira, "Adaptive filtering algorithms in acoustic echo cancellation and feedback reduction," Ph.D. dissertation, University of California. Los Angeles, 1998.
- [34] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory 4nd ed.* New Jersey: Prentice-Hall, 2002.
- [35] J. Benesty and Y. Huang, *Adaptive Signal Processing : Applications to Real-World Problems.* N.Y: Springer, 2003.
- [36] J. Greenberg, P.M.Zurek, and M.Brantley, "Evaluation of feedback algorithms for hearing aids," *Acoustic Society of America*, vol. 108, no. 5, pp. 2366–2376, November 2000.

- [37] L. Ljung, *System identification, theory for the user*. USA: Prentice Hall, 1987.
- [38] B. Neil and J. Bermudez, “Sinusoidal interference rejection analysis of an lms adaptive feedforward controller with a noisy periodic reference,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 46, no. 5, pp. 1298–1313, May 1998.
- [39] D. Manolakis, V. Ingle, and S. Kogon, *Statistical and adaptive signal processing, spectral estimation, signal modeling, adaptive filtering and array processing*. McGraw–Hill, 2000.
- [40] M. Mboup, M. Bonnet, and N. Bershad, “Lms coupled adaptive prediction and system identification: a statistical model and transient mean analysis,” *IEEE Transaccion Signal Processing*, vol. 42, no. 10, pp. 2607–2615, October 1994.
- [41] M. Stone and B. Moore, “Tolerable hearing aids delays 1. Estimation of limits imposed by the auditory path alone using simulated hearing losses,” *Ear and Hearing*, vol. 20, no. 3, pp. 182–192, June 1999.
- [42] A. Chankawee and N. Tangsangiumvisai, “Performance improvement of acoustic feedback cancellation in hearing aids using linear prediction,” in *IEEE Region 10 Conference*, vol. A, Nov. 2004, pp. 116–119.
- [43] A. Sugiyama, S. Ikeda, and A. Hirano, “A fast convergence algorithm for sparse-tap adaptive FIR filters identifying an unknown number of dispersive regions,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 12, pp. 3008–3017, December 2002.
- [44] J. Minkoff, “Comment: On the unnecessary assumption of statistical independence between reference signal and filter weights in feedforward adaptive systems,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 49, no. 5, p. 1109, May 2001.
- [45] J. M. Kates, “Room reverberation effects in hearing aid feedback cancellation,” *J. Acoust. Society of America*, vol. 109, no. 1, pp. 367–378, January 2001.

-
- [46] K. Ho and S. D. Blunt, “Rapid identification of a sparse impulse response using an adaptive algorithm in the Haar domain,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 51, no. 3, pp. 628–638, March 2003.
- [47] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory 2nd ed.* New Jersey: Prentice-Hall, 1991.
- [48] H. Dillon, G. Keidser, A. O’Brien, and H. Silberstein, “Sound quality comparisons of advanced hearing aids,” *The Hearing Journal*, vol. 56, no. 4, pp. 30–40, April 2003.
- [49] W.G.Knecht, “Some notes on feedback suppression with adaptive filters in hearing aids,” in *IEEE ASSP Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics*, 1997.
- [50] D. G. Manolakis, V. K. Ingle, and S. M. Kogon, *Statistical and Adaptive Signal Processing: Spectral Estimation, Signal Modeling, Adaptive Filtering and Array Processing.* Norwood: Artech House, 2005.