

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**CONTROLE MULTIVARIÁVEL DE UM TROCADOR DE CALOR**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**DANIEL FERREIRA COUTINHO**

**FLORIANÓPOLIS, OUTUBRO DE 1993.**

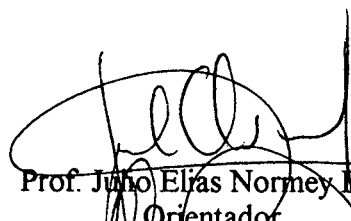
# CONTROLE MULTIVARIÁVEL DE UM TROCADOR DE CALOR

DANIEL FERREIRA COUTINHO

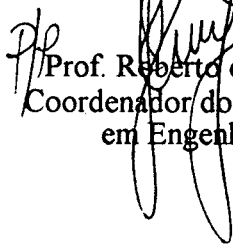
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA,  
ÁREA DE SISTEMAS DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL,

E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

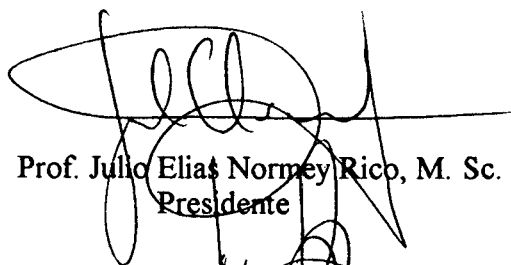


Prof. Julio Elias Normey Rico, M. Sc.  
Orientador

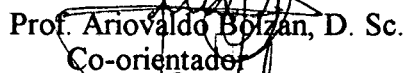


Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.  
Coordenador do Curso de Pós-graduação  
em Engenharia Elétrica

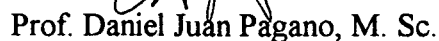
Banca Examinadora:



Prof. Julio Elias Normey Rico, M. Sc.  
Presidente



Prof. Ariovaldo Bolzan, D. Sc.  
Co-orientador



Prof. Daniel Juan Pagano, M. Sc.



Prof. Enrique Luis Lima, D. Sc.

**A meu pai**  
**(In memoriam)**

**À minha mãe  
e irmão**

## **AGRADECIMENTOS**

Aos professores Júlio Elias Normey Rico e Ariovaldo Bolzan pela amizade, orientação e apoio para a realização deste trabalho.

Aos demais membros da banca, Daniel Juan Pagano e Enrique Luis Lima, pelas colaborações durante a correção deste trabalho.

Aos professores, funcionários e companheiros do LCMI, aos demais colegas da PGEEL, em especial a meus amigos Gláucio N. de Abreu, Thair I. Mustafa, Luiz H. Meyer, Fábio M. Coradini, Flávio T. do Prado pela amizade e apoio em todo momento.

A Universidade Federal de Santa Catarina, a CAPES e a ETF-SC pelo apoio financeiro.

## SUMÁRIO

<b>Simbologia Utilizada .....</b>	<b>01</b>
<b>Abreviações.....</b>	<b>02</b>
<b>Resumo.....</b>	<b>03</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>04</b>
<b>Capítulo I: Introdução.....</b>	<b>05</b>
<b>Capítulo II: Teoria de Controle de Sistemas Multivariáveis.....</b>	<b>09</b>
2.1 Introdução.....	09
2.2 Teoria Polinomial.....	10
2.3 Posicionamento de Pólos.....	13
2.4 Rejeição de Perturbações.....	15
2.5 Desacoplamento.....	18
2.6 Conclusão.....	22
<b>Capítulo III: Modelagem Matemática de Sistemas Físicos.....</b>	<b>23</b>
3.1 Introdução.....	23
3.2 Princípios de Formulação.....	23
3.3 Leis Fundamentais.....	24
3.4 Linearização e Variáveis Incrementais.....	25
3.5 Modelagem Matemática do Processo Proposto.....	27
3.6 Conclusão.....	42

<b>Capítulo IV: Simulação.....</b>	<b>43</b>
4.1 Introdução.....	43
4.2 Sistemas em Malha-Aberta.....	44
4.3 Desacoplamento Estático.....	48
4.4 Técnica de Controle Proposta.....	51
4.5 Cálculo do Compensador.....	55
4.6 Sistema em Malha-Fechada.....	59
4.7 Conclusão.....	63
<b>Capítulo V: Implementação.....</b>	<b>65</b>
5.1 Introdução.....	65
5.2 Protótipo de Laboratório.....	65
5.3 Identificação.....	67
5.4 Cálculo do Compensador.....	69
5.5 Resultados.....	73
5.6 Conclusão.....	77
<b>Capítulo VI: Conclusão.....</b>	<b>78</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>80</b>

## SIMBOLOGIA UTILIZADA

$c$  = contido em.

$f: A \rightarrow B$  = mapa que aplica A em B.

$\infty$  = infinito.

$t \rightarrow a$  = t tende a.

$\det[A]$  = determinante de A.

$\frac{dx}{dt}$  = derivada de x em relação a t.

$\text{diag}[a_j]_{j=1, \dots, n}$  = matriz diagonal com elementos  $a_j$ .

$A^{p \times q}$  = matriz de dimensão p por q.

$\dim(A)$  = dimensão de A.

$C^+$  = complexos com parte real positiva ou nula.

$C^-$  = complexos com parte real negativa.

$R(s)$  = anel das funções racionais reais.

$R[s]$  = anel dos polinômios de coeficientes reais.

$R^{n \times p}(s)$  = anel das matrizes n por p, racionais reais.

$R^{n \times p}[s]$  = anel das matrizes polinomiais n por p de coeficientes reais.

$R_p(s)$  = anel das funções racionais reais e próprias.

$R_p^{n \times p}(s)$  = anel das matrizes n por p racionais reais e próprias.

$R_{p0}(s)$  = anel das funções racionais reais e próprias.

$g_{ij}(s)$  = elemento ij da matriz  $G(s)$ .

$Z[G(s)]$  = conjunto de zeros de  $G(s)$ .

$P[G(s)]$  = conjunto de pólos de  $G(s)$ .



## ABREVIACÕES

TC = trocador de calor.

PI = controlador Proporcional Integral.

PID = controlador Proporcional Integral Derivativo.

C N e S = condição necessária e suficiente.

C N = condição necessária.

SSE = se e somente se.

FTMF = função de transferência em malha fechada.

MFT = matriz função de transferência.

MA = malha aberta.

MF = malha fechada.

f.c.d = fração coprima pela direita.

f.c.e = fração coprima pela esquerda.

SLM = sistema linear multivariável.

PP = posicionamento de pólos.

DE = desacoplamento estático.

DT = desacoplamento total.

RP = rejeição de perturbações.

## RESUMO

Neste trabalho procuramos diminuir a distância existente entre a Teoria de Sistemas Lineares Multivariáveis e sua implementação em ambientes industriais.

Para tal, estudamos o problema da modelagem, simulação, controle e implementação de uma unidade piloto de um trocador de calor água-vapor.

Considerando o modelo linearizado do sistema descrito por uma matriz função de transferência, nós projetamos um controlador multivariável para desacoplar o mapa de Entrada/Saída (E/S) com posicionamento de pólos em cada canal de E/S.

Resultados de laboratório e simulações nos mostram a performance do compensador proposto em diferentes situações. Também comparamos esta estratégia com um controlador clássico, multi-PID com Desacoplamento Estático.

## **ABSTRACT**

In this work, we propose to reduce the gap between the Theory of Linear Systems and its industrial application.

We discuss the problem of modelling, simulation, control and implementation of prototype of a heat exchanger.

Considering a linearized model of the system described by rational transfer-function matrices, we design a multi-input/multi-output (MIMO) controller in order to obtaining a decoupled Input/Output (I/O) map with pole-zero assignment in each (decoupled) I/O channel.

Simulation and laboratory results show the performance of the proposed controller in different operating conditions. Also, the decoupling strategy is compared with a classical two-PID industrial controller.

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

O controle de processos multivariáveis a nível industrial tem passado, no decorrer das últimas décadas, por uma reformulação de conceitos. Porém ainda hoje, principalmente a nível nacional, utilizam-se os conceitos da teoria clássica de controle de processos. Esta abordagem não consegue solucionar os problemas de controle para as plantas mais complexas, que geralmente são multivariáveis.

Já no campo teórico, principalmente devido aos trabalhos realizados nas décadas de 70 e 80, os principais problemas de controle de processos (posicionamento de pólos, rejeição de perturbações e desacoplamento) foram solucionados. Além disto, existem diversas soluções que se diferenciam pela abordagem matemática utilizada: variáveis de estado e frações polinomiais.

Com isto formou-se uma grande distância entre a teoria de controle de sistemas e a sua implementação prática em plantas industriais.

Esse trabalho teve a preocupação em diminuir esta "distância" existente no controle de processos industriais, isto é realizado através da aplicação da Teoria de Sistemas Lineares Multivariáveis a um caso prático, a nível de laboratório.

O sistema utilizado consiste de um Trocador de Calor do tipo água-vapor (TC), construído para esta finalidade no Laboratório de Controle de Processos Químicos do Departamento de Engenharia Química da UFSC. Esse processo é similar ao das plantas existentes na indústria de laticínios.

Considerando a análise anterior, esse trabalho teve como objetivos principais:

- (a) Implementar um controlador para o Trocador de Calor, através da aplicação da metodologia de projeto de sistemas;
- (b) Atender as especificações de projeto impostas inicialmente;
- (c) Auxiliar, através da estrutura construída (processo\interfaces\controle), o desenvolvimento de futuros trabalhos na área.

A metodologia de trabalho utilizada para satisfazer estes objetivos pode ser visualizada, na forma de um fluxograma, na figura 1.1. Todas as etapas desta metodologia de projeto foram aplicadas, no decorrer deste trabalho, ao nosso caso de estudo, o trocador de calor água-vapor, até a sua implementação prática em Malha Fechada.

O trocador de calor consiste, basicamente, de um sistema que pode ser dividido em dois estágios distintos. No primeiro, ocorre a mistura água-vapor, através de duas válvulas controláveis. E no segundo, deseja-se controlar a temperatura e a vazão de saída da água. O controle da vazão pode ser obtido indiretamente através do controle do nível de água no segundo estágio.

As especificações de projeto, inicialmente impostas para a obtenção do controlador estão listadas abaixo:

- (a) Utilizar um método de controle viável em ambientes industriais;
- (b) Melhorar a dinâmica do sistema em MF, para mudanças de referência em relação a resposta em MA;
- (c) Zerar o erro estático das variáveis de saída, em relação a mudanças da referência do tipo degrau;
- (d) Rejeitar as perturbações ( devidas as variações de temperatura e vazão de saída).

Este trabalho é dividido, além deste, em cinco capítulos. A distribuição dos assuntos dentro dos capítulos procurou acompanhar, na medida do possível, a metodologia proposta nesta apresentação.

No capítulo II, são colocados os conceitos básicos da Teoria de Controle Multivariável, assim como as soluções para os problemas de Posicionamento de Pólos (PP), Rejeição de Perturbações (RP) e Desacoplamento (D). O capítulo III, aborda conceitos básicos sobre a modelagem de sistemas físicos, sendo que, nesse capítulo, obtemos os modelos não-linear e linearizado do Trocador de Calor.

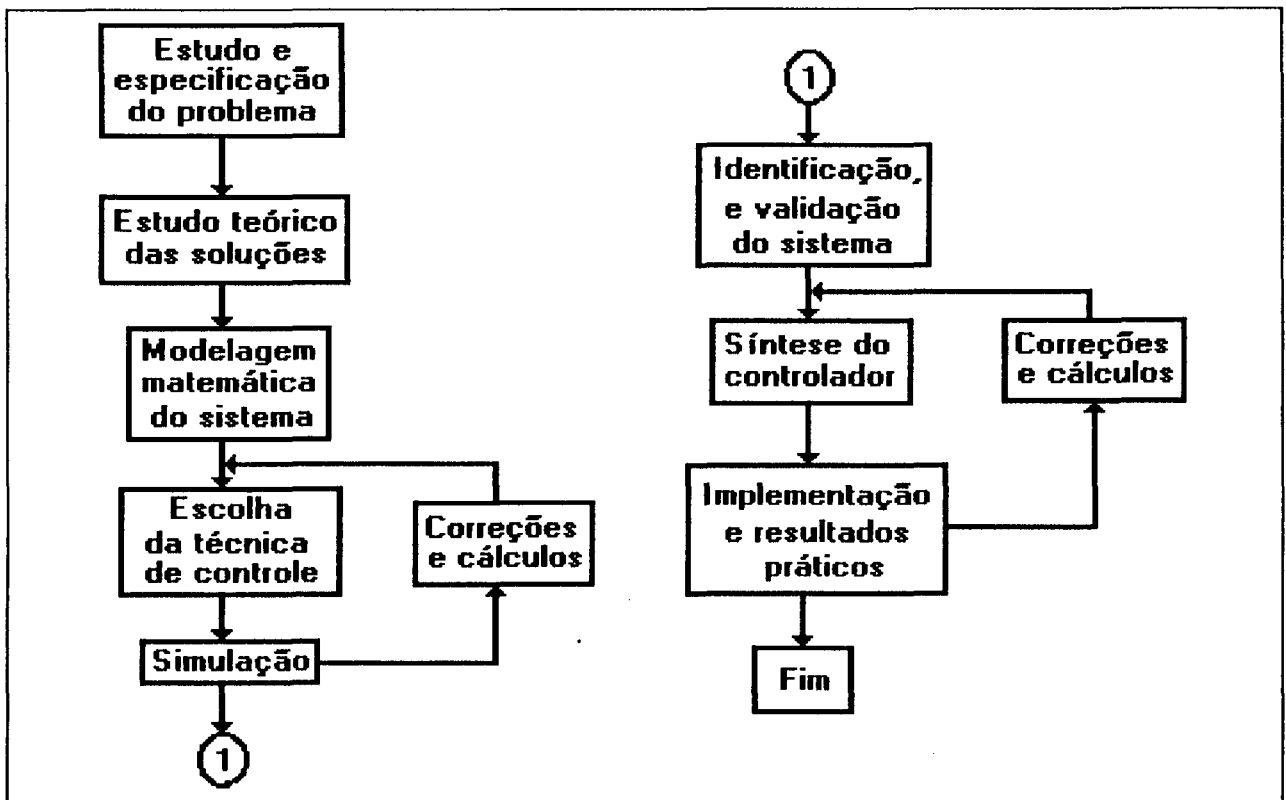


Figura 1.1: Fluxograma de Apresentação.

No capítulo IV, após analisarmos o sistema em Malha Aberta, definimos a técnica de controle a ser adotada. Além disto, testamos, através de simulações, o controlador sintetizado com esta técnica no modelo não-linear do Trocador de Calor.

No capítulo V, identificamos, utilizando um sistema especialista, o modelo do Trocador de Calor do laboratório. Com base neste modelo, calculamos o compensador que foi

implementado em um sistema digital. Também realizamos testes com o sistema em Malha Fechada (MF) para comprovarmos a validade da solução proposta.

Finalizando, o capítulo VI contém as conclusões gerais e perspectivas futuras do trabalho.

## CAPÍTULO II

### TEORIA DE CONTROLE PARA SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS

#### 2.1 Introdução:

Neste capítulo, utilizando uma abordagem por frações polinomiais, são colocados os conceitos necessários para a formulação e solução do problema de controle multivariável do trocador de calor. Porém, previamente são discutidos os pontos principais que levaram a esta escolha.

A teoria de sistemas lineares multivariáveis tem evoluído no decorrer das últimas décadas, principalmente, em duas áreas de estudo as quais se diferenciam pela abordagem matemática utilizada: variáveis de estado e frações polinomiais. Isto deu lugar, basicamente, a duas maneiras distintas de solucionarmos problemas do tipo desacoplamento, posicionamento de pólos e rejeição de perturbações.

Neste trabalho estamos preocupados em controlar um protótipo de uma planta industrial, e portanto a solução deve ser orientada a uma implementação real em ambiente industrial. Por este motivo as técnicas de controle que utilizam a realimentação do vetor de estados do sistema são pouco utilizadas, já que:

- (a) geralmente não é possível medir o vetor de estados;
- (b) e, quando é possível, necessitamos de uma quantidade maior de sensores.

Assim as técnicas de operação que utilizam realimentação de saída são as mais interessantes de serem aplicadas. No caso particular do trocador de calor água-vapor é possível medir as variáveis de saída: temperatura e vazão.

Definido o tipo de realimentação a ser utilizada podemos, agora, optar entre as duas possibilidades de implementação do controlador: variáveis de estado ou frações polinomiais.



A maior simplicidade dos algoritmos que utilizam a teoria polinomial foi o fato decisivo para a escolha desta abordagem, [Rico 89].

Neste capítulo, abordaremos, resumidamente, a teoria polinomial frente aos principais problemas da Teoria de Controle de Sistemas Lineares Multivariáveis: posicionamento de pólos (PPP), rejeição de perturbações (PRP) e desacoplamento (DE).

Posteriormente, no capítulo IV, escolheremos, através da análise do sistema e das especificações impostas ao controle, a melhor solução para o nosso caso específico.

## 2.2 Teoria Polinomial:

A teoria polinomial constitui uma ferramenta importante para o estudo da teoria de sistemas de controle multivariáveis.

Os conceitos que são analisados neste item podem ser considerados como básicos. Para uma revisão geral desta teoria referir-se a [Callier 82] e [Vidyasagar 85].

### Matrizes Polinomiais:

Um sistema linear multivariável pode ser representado, no plano  $s$ , por uma equação matricial do tipo:

$$Y(s) = H(s) \bullet U(s) ,$$

onde  $Y(s)$  é a saída,  $U(s)$  é a entrada e  $H(s)$  a Matriz Função de Transferência (MFT).

Onde  $\dim(Y(s))=n_o$ ,  $\dim(U(s))=n_i$  e  $\dim(H(s))=n_o \times n_i$ .

Assim como no caso monovariável onde a função de transferência do sistema,  $h(s)$ , é dada por

$$h(s) = \frac{n(s)}{d(s)}$$

onde  $n(s)$  e  $d(s)$  são polinômios, é possível escrever que:  $H(s) = N(s) \bullet D(s)^{-1}$ , onde  $N(s)$  e  $D(s)$  são matrizes polinomiais, isto é, seus elementos são polinômios.

Podemos, então, definir e caracterizar matrizes polinomiais.

Dada  $M[s]$  uma matriz polinomial, onde seus elementos são polinômios, pertencente a  $R^{m \times n}[s]$ , é a representação de um mapa linear que leva do módulo  $(R^n[s], R[s])$  ao módulo  $(R^m[s], R[s])$ .

Então  $M[s]: (R^n[s], R[s]) \rightarrow (R^m[s], R[s])$ , é tal que:

- (i)  $\det(M[s])$  diferente de zero  $\Leftrightarrow$  as colunas de  $M[s]$  são linearmente independentes sobre  $R[s] \Leftrightarrow$  SE  $M \cdot x = 0$  ENTÃO  $x = 0 \Leftrightarrow M$  é injetivo. E para  $m = n$  define-se a matriz  $M$  como não singular.
- (ii)  $\det(M[s]) =$  constante não nula  $\Leftrightarrow M$  é bijetivo  $\Leftrightarrow$  Existe  $M^{-1}[s]$  pertencente  $R^{n \times m}[s]$ . E para  $m = n$  define-se a matriz  $M$  como unimodular.

### Propriedade:

Seja  $M[s]$  pertencente a  $R^{m \times n}[s]$ . Então: SE  $M$  é não singular  $\Leftrightarrow$  posto( $M[s]$ ) =  $n$  menos para um conjunto finito de pontos do plano complexo.

SE  $M$  é unimodular  $\Leftrightarrow$  posto( $M[s]$ ) =  $n$  para todo  $s$  pertencente aos complexos.

### Máximo divisor Comum:

Sejam:  $A, A_1, A_2, B, B_1, B_2, R$  e  $L$  matrizes polinomiais tais que:

$$(*) A = B C$$

$$(*) A = A_1 R = L A_2$$

$$(*) B = B_1 R = L B_2$$

Então, diz-se que :

- (i)  $A$  é múltiplo pela direita de  $B$  ( m.d );
- (ii)  $C$  é divisor pela direita de  $A$  ( d.d );

- (ii) R é divisor comum pela direita ( d.c.d);
- (iv) L é divisor comum pela esquerda ( d.c.e ).

Matrizes Coprimas pela Direita e Esquerda:

Duas matrizes A e B, com o mesmo número de colunas, são ditas coprimas pela direita, c.d. ( pela esquerda, c.e.) SE E SOMENTE SE possuem um m.d.c.d. ( m.d.c.e ) unimodular.

Identidade de Berzout:

Sejam  $N_d$  pertencente a  $R[s]^{n_o \times n_i}$  e  $D_d$  pertencente a  $R[s]^{n_i \times n_i}$  com  $D_d$  não singular, então o par  $(N_d, D_d)$  é coprimo pela direita SE E SOMENTE SE existem  $U_d, V_d$  polinomiais tais que:  $U_d \cdot N_d + V_d \cdot D_d = I_{n_i}$ ; em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} U_d & V_d \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} N_d \\ D_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n_i} \end{bmatrix}$$

Existe um resultado análogo para matrizes coprimas pela esquerda. A identidade generalizada de Berzout relaciona estes dois resultados:

$$\begin{matrix} n_i & n_o \\ n_o & \end{matrix} \begin{bmatrix} V_d & U_d \\ -N_e & D_e \end{bmatrix} \bullet \begin{matrix} n_i & n_o \\ n_i & n_o \end{matrix} \begin{bmatrix} D_d & -U_e \\ N_d & V_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n_i} & 0 \\ 0 & I_{n_o} \end{bmatrix}$$

Teste do Posto:

Sejam  $N_d$  pertencente a  $R[s]^{n_o \times n_i}$  e  $D_d$  pertencente a  $R[s]^{n_i \times n_i}$ ,  $D_d$  não singular. Então o par  $(N_d, D_d)$  é coprimo pela direita SE E SOMENTE SE:

$$\text{posto} \begin{bmatrix} D_d(s) \\ N_d(s) \end{bmatrix}^{n_i} = n_i \quad \text{para qualquer } s \text{ pertencente } C.$$

### Descrição de Matrizes Função de Transferência usando Frações Polinomiais:

Seja  $H(s)$  pertencente a  $R[s]^{n_o \times n_i}$ , uma matriz função de transferência. Diz-se que  $(N_d, D_d)$  pertencente a  $(R[s]^{n_o \times n_i}, R[s]^{n_i \times n_i})$  é uma fração coprima pela direita de  $H(s)$  SE E SOMENTE SE:

- (i)  $\det(D_d)$  é diferente de zero;
- (ii)  $H(s) = N_d \cdot D_d^{-1}$ ;
- (iii)  $(N_d, D_d)$  é coprima pela direita.

### Pólos e Zeros:

Seja  $H(s)$  pertencente  $R[s]^{n_o \times n_i}$  e  $\text{posto}[H(s)] = r = \min(n_o, n_i)$ . Seja o par  $(N_D, D_D)$  uma fração coprima pela direita de  $H(s)$ . Assim tem-se:

- (i)  $p$  pertence  $P[H] \Leftrightarrow \det[D_D(p)] = 0$ ;
- (ii)  $z$  pertence  $Z[H] \Leftrightarrow \det[N_D(z)] = 0$ .

Onde  $p$  são os pólos e  $z$  são os zeros do sistema.

### **2.3 Posicionamento de Pólos:**

O estudo do posicionamento de pólos (PP) é um dos problemas mais importantes na teoria de controle de sistemas multivariáveis (podemos considerar a estabilidade como um caso particular deste).

O problema de posicionamento de pólos (PPP) de um sistema linear multivariável (SLM) pode ser abordado utilizando a sua representação por variáveis de estado ou por frações polinomiais, e de diferentes maneiras dentro de cada uma delas.

Aqui, neste trabalho, abordaremos este problema utilizando frações polinomiais, ver [Rico 89] e [Callier 82].

### Análise por Frações Polinomiais:

Para a resolução do PPP utilizaremos a representação por frações polinomiais da planta ( $P(s)$ ) e do compensador ( $C(s)$ ). A estrutura de controle utilizada para a análise é a de realimentação dinâmica de saída.

Para a análise do PPP, vamos fazer as seguintes considerações, ver [Callier 82]:

- (i)  $P(s) \in R_{p0}(s)^{n \times n_i}$  tem uma representação coprima pela direita (f.c.d)  $(D_{pd}, N_{pd})$  internamente própria;
- (ii)  $C(s) \in R_p(s)^{n_i \times n_o}$  tem uma representação pela esquerda (f.e.)  $(N_{ce}, D_{ce})$  internamente própria.

Vamos chamar o polinômio característico desejado em malha fechada como  $J(s)$ . Calculando a malha fechada do sistema,  $Y(s) = H(s) Y_{ref}(s)$ , temos:

$$H(s) = N_{pd} [D_{ce} D_{pd} + N_{ce} N_{pd}]^{-1} N_{ce} = N_{pd} D_k^{-1} N_{ce}$$

$$J(s) = \det[D_{ce} D_{pd} + N_{ce} N_{pd}] = \det[D_k],$$

onde os pólos de malha fechada são pertencentes ao semiplano esquerdo do Plano Complexo ( $C^-$ ), o que assegura a estabilidade assintótica do sistema em malha fechada.

Assim  $D_k$  é tal que:

$$D_k = X D_{pd} + Y N_{pd} \quad (2.1),$$

onde esta equação tem soluções  $(X, Y)$  pertencentes a  $R[s]^{n_i \times n_i} \times R[s]^{n_i \times n_o}$  tais que verifiquem: que  $(X, Y)$  é um f.e. internamente própria, e  $X$  é reduzida por linhas.

Sob estas condições o controlador solução,  $C(s) = X^{-1} Y$  será uma matriz função de transferência racional própria. O cálculo do Compensador se reduz a encontrar uma solução da equação (2.1), ver [Callier 82].

## 2.4 Rejeição de Perturbações:

O conjunto de entradas de um SLM pode ser dividido em dois grupos: (i) entradas de controle e referência, e (ii) entradas não manipuláveis ou Perturbações. Logo um dos objetivos de controle é a obtenção de uma saída fortemente dominada pelas entradas manipuláveis e com mínima dependência das Perturbações. Este problema é chamado de PRP.

Buscando uma solução para o PRP surgiram diferentes propostas de controle com diferentes graus de complexidade.

Podemos generalizar as diferentes soluções, em três grupos, pelo grau de dificuldade. Em ordem decrescente, temos:

- (i) rejeição total de Perturbações: o controle tentará compensar o sistema eliminando os efeitos das Perturbações de forma total, para todo o instante de tempo e independentemente do tipo de sinal da perturbação;
- (ii) rejeição parcial de Perturbações: o controle obterá na saída um efeito limitado para todo o tempo e tipo de perturbação;
- (iii) rejeição assintótica de Perturbações: os efeitos das Perturbações são rejeitados somente no regime permanente.

Na implementação prática notamos que devido à impossibilidade de se obter zeros nas relações saída/perturbação, as propostas (i) e (ii) podem, em alguns casos, fornecer soluções equivalentes. Devemos lembrar que no caso (iii) é necessário o conhecimento do tipo de perturbação. Também devemos ressaltar o caráter acadêmico do problema de rejeição total de Perturbações, ou seja, ele é usado principalmente para introduzir conceitos da teoria geométrica e tem pouca aplicabilidade em casos reais. Ver [Wonham 79], [Rico 89] e [Cury 90].

Como neste trabalho estamos mais interessados na implementação prática, levando-se em conta os fatores mencionados, para nós é de grande interesse analisar o problema da rejeição assintótica de Perturbações.

### Rejeição Assintótica de Perturbações:

O projeto de compensadores com rejeição total de Perturbações é, como já foi mencionado, pouco aplicável a casos práticos já que as Condições Necessárias e Suficientes (CNS) para a existência de solução não são verificadas para quase nenhum sistema real. Assim podemos reduzir o problema impondo condições assintóticas de rejeição de perturbações num sistema em MF.

Formalmente a saída do sistema  $y(t)$  deverá verificar:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = f(u(t)), \quad (2.2)$$

com  $u(t)$  = entradas controláveis,  $f(\cdot)$  uma função linear e sendo que para todo outro instante de tempo,  $y(t) = f(u(t), q(t))$  e com  $q(t)$  = Perturbações.

Para conseguir este objetivo é preciso conhecer a classe de Perturbações que entram no sistema. Considerando que o sistema em MF é estável, devemos considerar apenas as Perturbações instáveis ( $q(t) \not\rightarrow 0$  quando  $t \rightarrow \infty$ ), e neste caso deveremos conhecer os modos de excitação da perturbação para criarmos um compensador que obtenha a condição (2.2).

Para formalizar estas considerações para a análise do Problema de Rejeição de Perturbações de forma Assintótica (PRPA), definimos a classe das Perturbações instáveis como  $Q = \{ q(s) \text{ Estritamente Própria e } q(s) = n_q(s)/d_q(s) \text{ com } Z[d_q(s)] \subset C^+ \}$  e a Estrutura Clássica do Servo-compensador.

Estrutura Clássica. Análise por frações polinomiais:

Considera-se que, na estrutura da figura 2.1, as representações de entrada/saída (E/S) da planta P e do compensador C verificam as seguintes hipóteses de trabalho:

- (i)  $[P]_{n \times n}$  = matriz racional e estritamente própria, cuja representação em frações polinomiais é dada por  $(D_{pe}, N_{pe})$  fração coprima pela esquerda de P, onde  $P = D_{pe}^{-1} \cdot N_{pe}$ ;
- (ii)  $[C]_{n \times n}$  = matriz racional própria, cuja representação em frações polinomiais é dada por  $(N_{cd}, D_{cd})$  fração coprima pela direita de C, onde  $C = N_{cd} D_{cd}^{-1}$ .

A Matriz função de Transferência em Malha Fechada (MTMF) é:  $MTMF = [PC(I+PC)^{-1} L(I+PC)^{-1}]$ , matriz esta que relaciona o vetor de entrada  $[u(s)^t \ q(s)^t]^t$  com a saída  $y(t)$ . A matriz L representa a matriz função de transferência direta entre o ponto de entrada da perturbação e a saída da planta.

Os pólos deste sistema resultam da solução da equação:  $\det[I+PC] = 0 \Leftrightarrow \det[D_{pe}D_{cd} + N_{pe}N_{cd}] = 0$ .

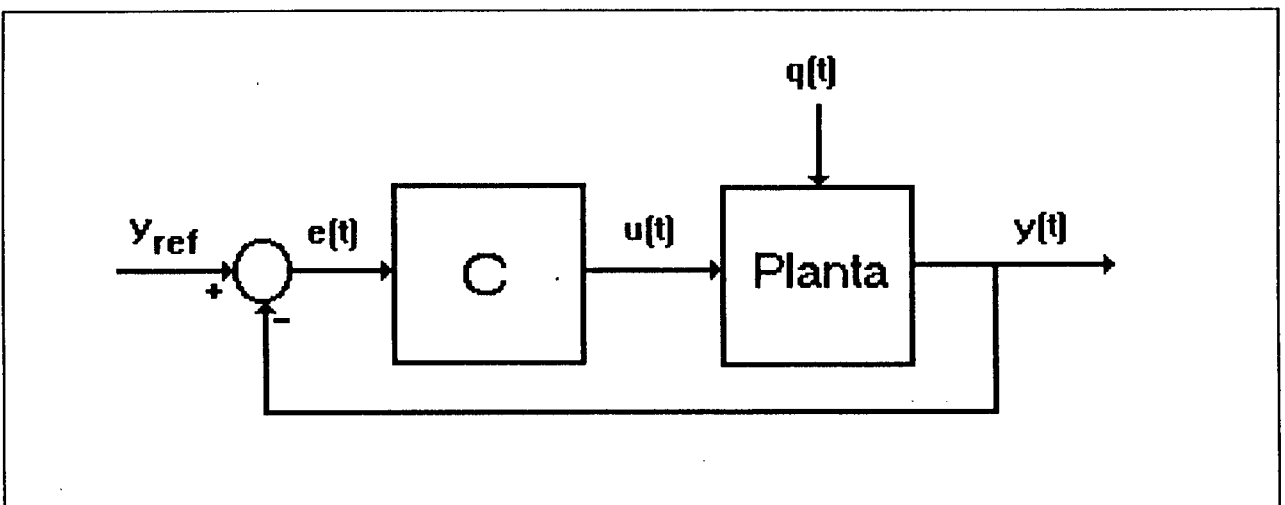


Figura 2.1: Estrutura Clássica.



A condição suficiente de solução é:

*"para as hipóteses de trabalho e  $q(t) \in Q$ , SE o sistema em MF é estável,  $Z[\det(I+PC)] \in C^-$ , e  $d_q(s) \in R[s]$  é fator de todo elemento de  $D_{cd}$ , isto é,  $D_{cd}(s) = d_q(s)D_c(s)$  para algum  $D_c(s) \in R[s]^{n \times n}$ , ENTÃO o sistema em MF rejeita assintoticamente toda perturbação  $q(t) \in Q$ ."*

### Comentários Gerais:

Podemos observar que a condição suficiente de solução via frações polinomiais é simplesmente uma generalização da solução para sistemas lineares monovariáveis; ver [Rico 89].

### **2.5 Desacoplamento:**

Podemos analisar um SLM como uma interconexão de vários subsistemas de menor dimensão, e em alguns casos como um conjunto de sistemas monovariáveis. Como o sistema é acoplado, observa-se uma interdependência entre as relações E/S. Este acoplamento entre as diferentes partes impede que seja realizado um estudo de forma independente para cada subsistema.

Assim, podemos concluir que a análise das técnicas de desacoplamento se tornam um ponto importantíssimo na teoria de controle de SLM, principalmente devido à possibilidade de utilizarmos técnicas de controle monovariáveis que já são amplamente dominadas em aplicações práticas.

Então, definimos os objetivos do desacoplamento como uma busca de uma realimentação que transforme um sistema acoplado, em MA, num conjunto de subsistemas que possam ser controlados independentemente em MF.

Existem diversas técnicas de desacoplamento que se diferenciam pelo tipo de especificação (desacoplamento dinâmico total e parcial, e desacoplamento estático), ou pelo tipo de realimentação (estados ou de saída), e pela técnica utilizada (geométrica ou polinomial).

Levando em conta o grande número de técnicas de desacoplamento e os nossos objetivos, faremos nesta parte do trabalho, apenas uma análise das soluções teóricas mais aplicáveis ao problema do Trocador de Calor. Um estudo completo pode ser visto em [Rico 89],[Wongham 79] e [Callier 82].

### Desacoplamento Estático:

A forma estática é a forma mais simples de desacoplamento embora em alguns casos não seja uma boa solução, no entanto ainda é muito utilizada em função de sua simplicidade, [Zhuang 87].

O desacoplamento estático consiste em determinar uma matriz de pré-compensação que torne o sistema diagonal em regime permanente (RP). A este sistema pré-compensado aplicamos controladores mono-variáveis, em geral do tipo PID, para obtermos a resposta desejada.

Neste ponto do trabalho limitaremos as nossas soluções ao caso quadrado. Estas soluções são facilmente aplicáveis a sistemas retangulares, para maiores detalhes ver [Rico 89].

Seja  $J$ , a matriz que representa o sistema em malha-aberta e em regime permanente, isto é:

$$J = \lim_{s \rightarrow 0} P(s), \text{ onde } P(s) \text{ representa o sistema em MA.}$$

Se  $J$  é quadrada e possui inversa, então a matriz de pré-compensação  $K$ , que torna o sistema diagonal em MA e em RP, é  $K = J^{-1}$ .

Agora a este sistema pré-compensado podemos aplicar a lei de controle desejada.

### Desacoplamento Total:

Para a formulação do problema vamos considerar um SLM onde as saídas escalares  $y_i$  foram agrupadas em  $k$  subconjuntos tais que cada um representa características físicas particulares do sistema total. Suporemos também que o sistema é controlado por um conjunto de entradas escalares  $u_j$ ,  $j=1, \dots, n_i \geq k$ . Na prática, realiza-se um esquema em MF que permita a cada entrada

uj controlar cada subconjunto de saídas de forma independente. Quando isto é possível, dizemos que o sistema foi desacoplado totalmente.

### Análise por Frações Polinomiais. Estrutura Clássica. [Rico 89]

A solução do PDT na teoria polinomial produz um algoritmo que permite uma alocação de pólos em uma determinada região do plano Complexo  $C_b$ . Este algoritmo é abaixo especificado.

Seja um SLM representado pela Matriz função de Transferência (MT)  $P(s) \in \mathbb{R}[s]^{n \times n}$ , seja a estrutura clássica de realimentação unitária de saída da figura 2.2.

O problema que se coloca é achar um compensador  $C(s) \in \mathbb{R}[s]^{n \times n}$ , tal que o sistema em MF possua uma função de transferência bloco diagonal e com seus pólos em uma região  $C_b \subset C^-$  do plano complexo. Além disso, o sistema em MF deve ser internamente estável. O Problema assim formulado é chamado de Desacoplamento Total com Posicionamento de Pólos via realimentação Unitária (PDTPPU).

Seja  $C_r$  o complemento de  $C_b$  e consideremos a representação em frações coprimas pela direita de  $P(s)$ :  $P(s) = N_d(s) D_d(s)^{-1}$ .

Sejam  $a_n(s)$  e  $a_d(s)$  as partes dos polinômios invariantes de  $N_d$  e  $D_d$  que possuam as suas raízes em  $C_r$ . Assim, podemos estabelecer uma CNS para a existência de um compensador  $C(s)$  que soluciona o PDTPPU através do seguinte teorema [Ferreira 87]:

***"Supondo que  $a_n$  e  $a_d$  sejam coprimos, existe um  $C(s)$  que soluciona o PDTPPU se e somente se  $P(s)$  é de posto completo por linhas."***

Síntese de Solução:

A síntese de  $C(s)$  pode ser vista mais detalhadamente em [Ferreira 87]. Supondo válidas as condições de solução, o algoritmo de síntese de  $C(s)$  pode ser dividido em duas partes:

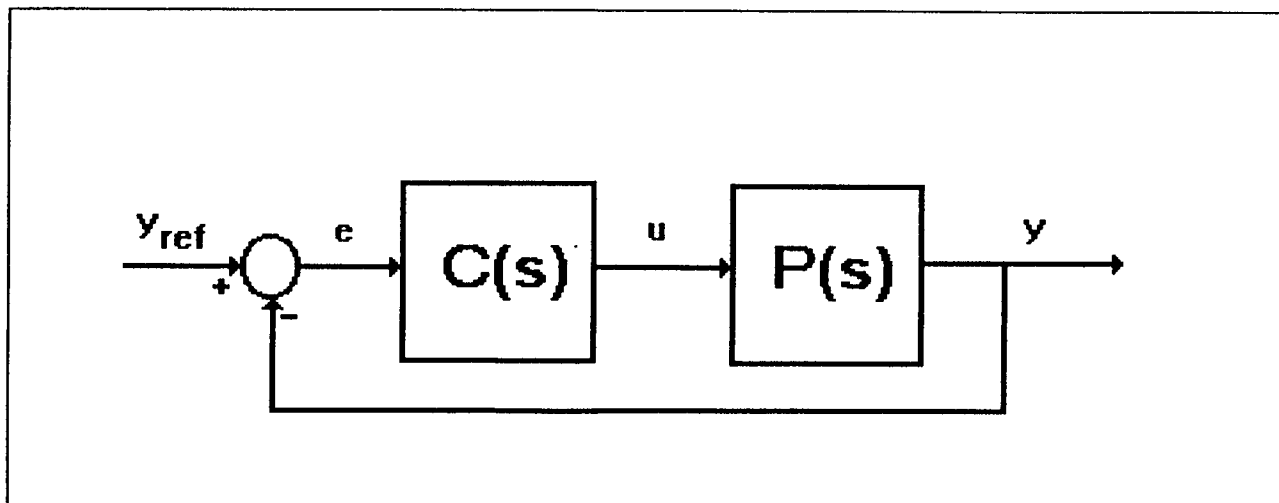


Figura 2.2: Estrutura de Controle.

- (i) síntese de  $C_1(s)$ , pré-compensador para desacoplamento;
- (ii) síntese de  $C_2(s)$ , compensador para posicionamento de pólos.

Primeira Parte:

Seja o par  $N_d, D_d$  coprimo, existe uma matriz unimodular  $U \in \mathbf{R}[s]^{n \times n}$ , tal que :

$N_d \cdot U = \begin{bmatrix} \overline{N_d} & 0 \end{bmatrix}$ , onde  $\overline{N_d} \in \mathbf{R}[s]^{n \times n}$  é quadrada e não singular.

Definimos, então, o pré-compensador  $C_1(s)$ , como:

$$C_1(s) = \frac{a_n}{m(s) \cdot a_d} D_d U \begin{bmatrix} \overline{N_d}^{-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

onde  $m$  é um polinômio, com raízes em  $\mathbf{C}_b$  e tal que  $C_1(s)$  é uma matriz própria. Além disso, notamos que o produto  $C_1(s)P(s)$  fica:

$$C_1(s) P(s) = \frac{a_n}{m a_d} I_{n \times n}$$

Segunda Parte:

Síntese de  $C_2(s)$ . Considerando que:  $C(s) = C_2(s)C_1(s)$  e

$$C(s)P(s) = C_2(s)C_1(s)P(s) = c_2(s) \frac{a_n}{m a_d} I_{no}, \text{ e definindo}$$

$C_2(s)$  como:

$$C_2(s) = \text{diag} \left[ \frac{n_{ci}}{d_{ci}} \right]_{i=1, \dots, no},$$

onde  $n_{ci}$ ,  $d_{ci}$  são polinômios tais que  $n_{ci}/d_{ci}$  é própria. E  $n_{ci}$ ,  $d_{ci}$  são projetados tais que os pólos em MF e  $C_b$ .

Então em MF teremos  $H(s) = \text{diag}[h_i(s)]_{i=1, \dots, no}$  onde os  $h_i(s)$  são dados por:

$$h_i(s) = \frac{n_{ci} a_n}{d_{ci} m a_d + n_{ci} a_n}$$

Podemos projetar  $n_{ci}$  e  $d_{ci}$  utilizando técnicas clássicas como "root-locus", etc, e com base nas especificações de projeto, ou apenas solucionar a equação:  $d_{ci} m a_d + n_{ci} a_n = 0$ , tal que os zeros desta equação não pertençam a  $C_r$ .

## 2.6 Conclusão:

Utilizando a teoria de controle polinomial é possível solucionar os principais problemas da teoria de controle moderno (PPP, PRP, PD) e que tem aplicação importante na indústria.

Os algoritmos de síntese, baseados nesta teoria, utilizam a estrutura clássica de controle e são de fácil implementação prática. Esta estrutura é própria para aplicações na indústria, pois podemos fazer uma analogia com o caso monovariável.

Cabe, então, ao projetista de controle, com base no estudo do sistema e especificações de controle, definir a melhor solução para o problema.

## **CAPÍTULO III**

### **MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS FÍSICOS**

#### **3.1 Introdução:**

Neste capítulo estudaremos o desenvolvimento de modelos matemáticos para processos físicos em geral. Basicamente, numa primeira etapa, são abordados os princípios gerais de formulação para obtenção de modelos de sistemas físicos e logo após, na segunda etapa, estes princípios são aplicados ao trocador de calor água-vapor.

Durante o desenvolvimento, o modelo matemático final deve possibilitar o conhecimento da dinâmica do sistema e de suas variáveis para aplicarmos posteriormente a teoria de controle.

#### **3.2 Princípios de Formulação:**

Para o desenvolvimento de modelos matemáticos de sistemas físicos utilizamos as leis fundamentais da física. Para a maioria dos sistemas utilizam-se as seguintes três leis fundamentais:

- Conservação de massa;
- Conservação de espécie química;
- Conservação de energia.

Como, além das variáveis do sistema, necessitamos do conhecimento da dinâmica do processo utilizam-se as equações na sua forma variável no tempo.

Durante a modelagem de sistemas devemos utilizar algumas regras práticas, como por exemplo:

- Deve existir um compromisso entre uma descrição rigorosa e uma simplificada. O objetivo na descrição é obter um modelo que descreva suficientemente bem o sistema de acordo com a aplicação.
- Devemos ter o número de variáveis globais igual ao número de equações, evitar equações redundantes e também as que são de difícil solução.

### 3.3 Leis Fundamentais:

Nesta parte, revisaremos as três leis fundamentais colocadas no item anterior. Estas leis são analisadas na sua forma dependente do tempo.

#### Conservação da Massa:

O princípio da conservação de massa quando aplicado a sistemas dinâmicos fica:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Fluxo de massa} \\ \text{que entra no} \\ \text{sistema} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Fluxo de massa} \\ \text{que sai do} \\ \text{sistema} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{Variação de} \\ \text{massa do siste-} \\ \text{ma no tempo} \end{array} \right] \quad (3.1)$$

As unidades desta equação são de massa por tempo. Somente uma equação deste tipo pode ser escrita por cada sub-sistema.

#### Equação da Conservação da Espécie Química:

Diferentemente da massa, componentes químicos não são conservativos. Caso ocorra uma reação no sistema, o número de moles de um componente individual é: aumentado (se é um produto da reação), ou diminuído (se é um reagente). Então, a equação da conservação para o j-ésimo elemento químico do sistema fica:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Fluxo de moles do} \\ \text{j-ésimo componente} \\ \text{que entra no sistema} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Fluxo de moles do} \\ \text{j-ésimo componente} \\ \text{que sai do sistema} \end{array} \right] +$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Taxa de formação de moles do } j\text{-ésimo componente} \\ \text{a partir da reação química} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} \text{Taxa de variação de moles} \\ \text{do } j\text{-ésimo componente} \\ \text{dentro do sistema} \end{array} \right]$$

(3.2)

A unidade desta equação é a de moles do  $j$ -ésimo componente por unidade de tempo. Nós podemos escrever uma equação da conservação da espécie química para cada componente do sistema.

### Equação de Energia:

A primeira lei da termodinâmica coloca o princípio da conservação de energia. Escrevendo esta equação para um sistema geral aberto (onde o fluxo pode entrar e sair), temos:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Fluxo de energia interna,} \\ \text{cinética e potencial que} \\ \text{entra no sistema por con-} \\ \text{vecção ou difusão} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{Fluxo de energia interna,} \\ \text{cinética e potencial que} \\ \text{sai do sistema por convec-} \\ \text{ção ou difusão} \end{array} \right] +$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Calor adicionado ao} \\ \text{sistema por condução,} \\ \text{radiação e reação quí-} \\ \text{mica} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{Trabalho fei-} \\ \text{to pelo siste-} \\ \text{ma nas suas re-} \\ \text{dondezas} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{Perdas} \\ \text{externas} \end{array} \right] =$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Taxa da variação de energia} \\ \text{interna, cinética e potencial} \\ \text{dentro do sistema} \end{array} \right]$$

(3.3)

A unidade desta equação é a de potência, isto é, energia por tempo.

### **3.4 Linearização e variáveis incrementais:**

Uma das principais dificuldades da análise da dinâmica de processos industriais é o fato da maioria das equações serem não-lineares. Estas não-linearidades provocam algumas dificuldades, como:



- não podemos utilizar a teoria de controle, vista anteriormente, pois esta é aplicável em sistemas lineares;
- não existem técnicas gerais para a análise de sistemas multivariáveis não-lineares.

Para utilizar os resultados conhecidos para sistemas lineares, podemos aproximar as equações não-lineares (que representam o processo) por equações lineares em torno de um determinado ponto de operação. Assumiremos então que, a resposta do sistema aproximado representa a resposta do sistema real numa região próxima do ponto de operação.

### Linearização:

O sistema aproximado é obtido utilizando-se a expansão por série de Taylor até os termos de primeira ordem, ver [Luyben 73].

Generalizando, para funções de  $n$  variáveis do tipo  $f[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$ , temos que:

$$f[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)] = f[\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_n] + \frac{df}{dx_1}(\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_n) \cdot [x_1(t) - \underline{x}_1] + \dots + \frac{df}{dx_n}(\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_n) \cdot [x_n(t) - \underline{x}_n]$$

(3.4)

E utilizando o conceito de variáveis incrementais, obtemos:

$$\Delta f[x_1(t), \dots, x_n(t)] = \frac{df}{dx_1}(\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_n) \cdot \Delta x_1(t) + \dots + \frac{df}{dx_n}(\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_n) \cdot \Delta x_n(t)$$

(3.5)

onde:

$$\Delta f[x_1(t), \dots, x_n(t)] = f[x_1(t), \dots, x_n(t)] - f[\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_n]$$

$$\Delta x_1(t) = x_1(t) - \underline{x}_1;$$

⋮

$$\Delta x_n(t) = x_n(t) - \underline{x}_n;$$

$$\underline{x}_i |_{i=1, \dots, n} = \text{valor de } x_i(t) \text{ no ponto de operação.}$$

### 3.5 Modelagem Matemática do Processo Proposto:

#### Introdução:

O sistema proposto para o estudo e posterior implementação, consiste de um processo de aquecimento de água baseado em um trocador de calor do tipo água-vapor.

Este processo é realizado em dois estágios distintos. No primeiro, a água é misturada diretamente ao vapor, e logo após é transportada ao segundo estágio.

O objetivo deste processo, é o de controlarmos separadamente a temperatura e o nível de água na saída (do segundo estágio). Poderíamos controlar a vazão de água através do controle do nível ( $l$ ) da água no segundo estágio, pela seguinte relação :  $v = k \cdot \sqrt{l}$ , onde  $v$  é a vazão e  $k$  uma constante.

Na figura 3.1, temos uma representação do sistema.

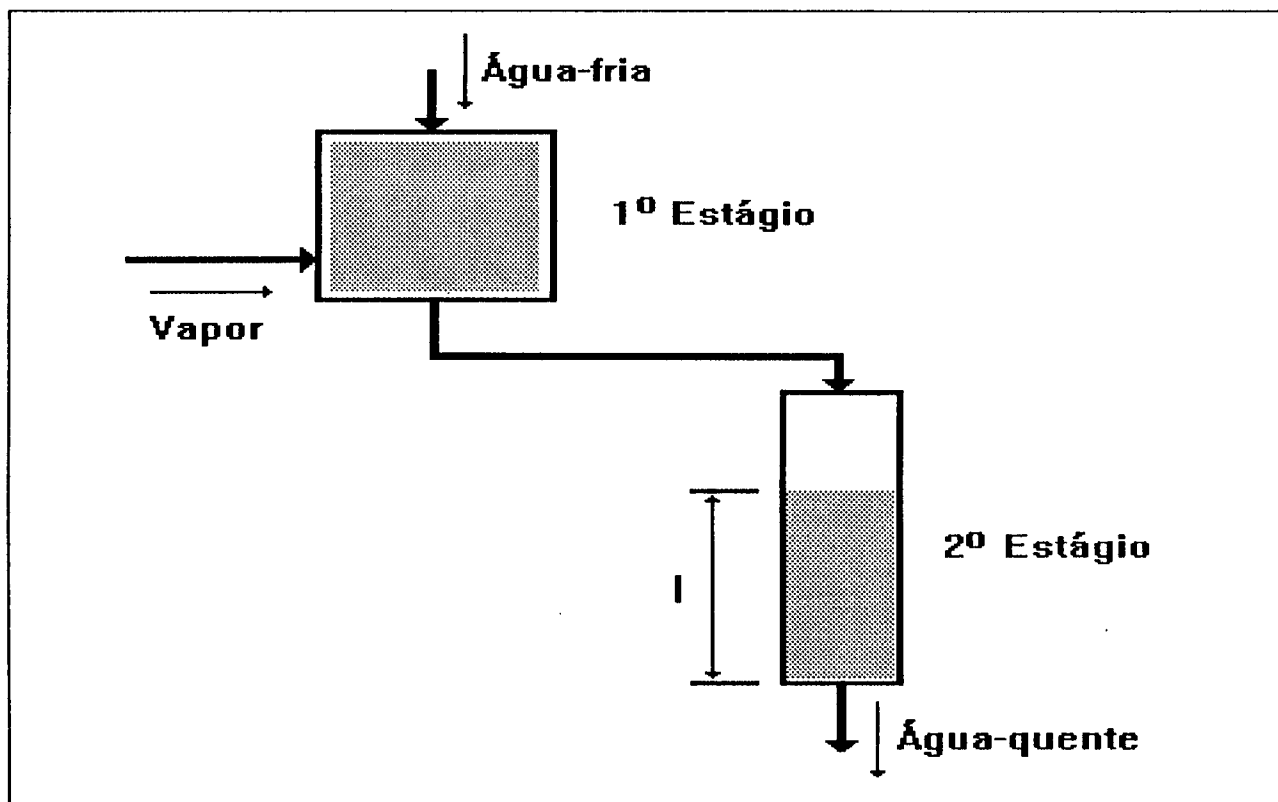


Figura 3.1: Trocador de Calor.

### Apresentação do Sistema Completo:

Como foi dito anteriormente, o nosso objetivo é o de controlarmos a temperatura e o nível (ou vazão) da água de saída e para tal temos uma fonte de água fria e uma de vapor. Podemos, então, considerar que o sistema a ser controlado é composto de duas entradas e duas saídas.

Logo, podemos considerar as entradas como: (i) vazão de água fria; (ii) vazão de vapor; e como saídas: (i) temperatura da água de saída; e (ii) nível de água no segundo estágio.

O controle das vazões de água e vapor de entrada, é feito através de duas válvulas pneumáticas, respectivamente  $V_{AE}$  e  $V_{VE}$ . Para a leitura das saídas temos dois transdutores: um termopar para lermos a temperatura da água e um sensor de pressão diferencial para o nível da coluna de água no segundo estágio (esta leitura é feita indiretamente, pois existe uma relação direta entre o nível da coluna de água e a pressão da água).

Também, foram colocadas no sistema duas válvulas manuais nas saídas do primeiro e segundo estágios, para possibilitar ajustes no ponto de operação do sistema.

Analisando este processo consideraremos como perturbações: (i) temperatura da água de entrada; (ii) temperatura ambiente e (iii) abertura da válvula de saída ( $V_2$ ) e como parâmetro a válvula de saída do primeiro estágio ( $V_1$ ). Na figura 3.2 temos uma visão do sistema completo.

### Equações Básicas:

O trocador de calor envolve processos termodinâmicos com fluxo de massa, logo aplicamos a este processo apenas duas leis fundamentais: conservação de massa e conservação de energia.

Para a aplicação destas leis podemos subdividir este processo em três partes, a saber: (i) primeiro estágio; (ii) sistema de conexão do primeiro estágio com o segundo estágio; e (iii) segundo estágio.

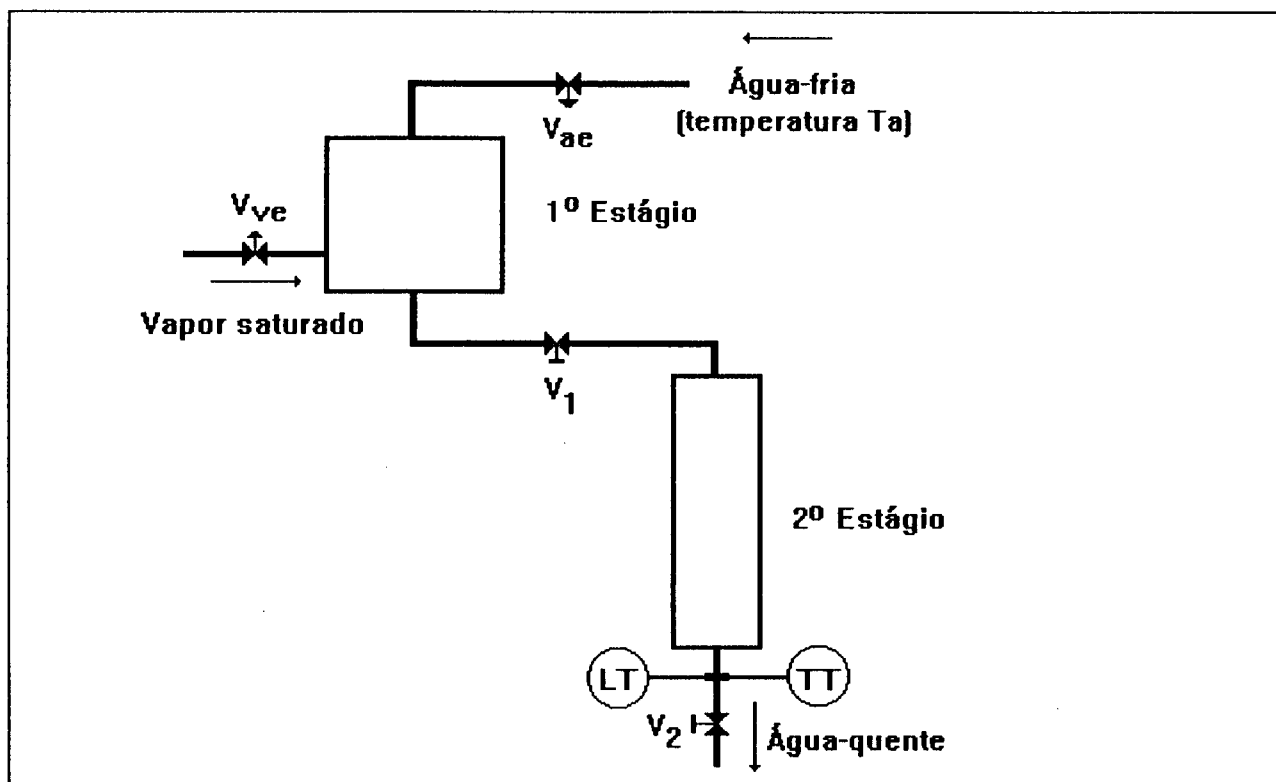


Figura 3.2: Trocador de Calor Completo.

### Conservação de Massa:

Escrevendo matematicamente a equação da conservação de massa para este processo temos:

$$\frac{dm_e}{dt} - \frac{dm_s}{dt} = \frac{dm}{dt} \quad (3.6)$$

onde:

$m_e$ : é a massa que entra no sistema;

$m_s$ : é a massa que sai do sistema;

$m$ : é a massa dentro do sistema.

Aplicando esta equação ao sub-sistema (i), e considerando que todo o vapor injetado se condensa, temos que:

$$\frac{dl_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left[ \frac{\rho_v}{\rho_a} q_{ve} + q_{ae} - q_1 \right] \quad (3.7)$$

$$\text{e } q_{ve} = a_{ve} \cdot q_{vemax}; \quad q_{ae} = a_{ae} \cdot q_{aemax}; \quad q_1 = a_1 \cdot q_1'$$

Onde:

$a_1$  : é a abertura da válvula  $V_1$ ;

$a_{ae}$  : é a abertura da válvula  $V_{AE}$ ;

$a_{ve}$  : é abertura da válvula  $V_{VE}$ ;

$A_1$  : é área da secção transversal do estágio I;

$l_1$  : é o nível da água no estágio I;

$q_1'$ : é a vazão de saída da água no estágio I, desconsiderando  $a_1$ ;

$q_1$  : é a vazão de saída da água no estágio I;

$q_{ae}$  : é a vazão de entrada de água fria;

$q_{ve}$  : é a vazão de entrada de vapor;

$\rho_a$  : é a densidade da água;

$\rho_v$  : é a densidade do vapor.

Para obtermos uma relação entre o nível  $l_1$  e a vazão de saída  $q_1$  podemos utilizar o teorema de Bernoulli para escoamento de fluídos, [Lydersen 79].

Considerando que:

(i) a secção reta do tanque é muito maior que a secção reta do cano de escoamento;

(ii) o nível  $l$  é suficientemente pequeno para desconsiderarmos a diferença de pressão;

Podemos aplicar o teorema de Torricelli, [Garcez 60]:

$$q_1' = k_1 \sqrt{l_1} \quad (3.8), \text{ e } k_1 \text{ é dado por:}$$

$$k_1 = s_c \cdot \sqrt{2 \cdot g}.$$

Onde:

$s_c$  : é a secção reta do cano de saída do estágio I;

$g$  : é a aceleração da gravidade.

Aplicando a equação da conservação de massa ao sub-sistema (ii), temos que:  $m_e = m_s$ .

E para o sub-sistema (iii), fica:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{1}{A_2} [q_1 - q_2] \quad (3.9)$$

e  $q_2 = a_2 \cdot q_2'$ .

Onde:

$a_2$  : é abertura da válvula  $V_2$ ;

$l$  : é o nível da água no segundo estágio;

$q_2$  : é a vazão de saída;

$A_2$  : é a área da secção transversal do estágio II.

Também neste caso podemos aplicar o teorema de Bernoulli, e obter uma relação entre a vazão de saída  $q_2$  e o nível ( $l$ ) neste estágio:

$$q_2' = k_5 \cdot \sqrt{l} \quad (3.10), \text{ e } k_5 \text{ é dado por}$$

$$k_5 = s_{cs} \cdot \sqrt{2 \cdot g}.$$

Onde  $s_{cs}$  é a secção reta do cano de saída no segundo estágio.

### Conservação de Energia:

A equação que descreve o princípio da conservação de energia fica matematicamente:

$$\frac{dE_E}{dt} - \frac{dE_S}{dt} + \frac{dQ}{dt} - \frac{dQ_P}{dt} = \frac{dE}{dt} \quad (3.11)$$

Onde:

$E_E$  : é a energia que entra no sistema;

$E_S$  : é a energia que sai do sistema;

$E$  : é a energia dentro do sistema;

$Q$  : é o calor entregue ao sistema;

$Q_p$  : são as perdas do sistema.

A energia do sistema é dada por :  $E = U + K + P$  (3.12), onde  $U$  é a energia interna,  $K$  é a energia cinética e  $P$  é a energia potencial.

Considerando que: (a)  $U \gg K$ , (b)  $U \gg P$ , (c)  $U =$  entalpia, (d) as perdas externas são por convecção com o meio ambiente, e (e) a densidade da água é constante na faixa da temperatura de trabalho do trocador de calor, a equação 3.11 fica:

$$\rho_e q_e C_{pe} T_e - \rho_s q_s C_{ps} T_s - kA_0 (T - T_0) = \rho C_p A \frac{d(l \cdot T)}{dt}$$

(3.13)

Onde:

$\rho_e$  : é a densidade do fluido de entrada;

$\rho_s$  : é a densidade do fluido de saída;

$\rho$  : é a densidade do fluido dentro do sistema;

$q_e$  : é a vazão de entrada;

$q_s$  : é a vazão de saída;

$C_{pe}$  : é a capacidade calorífica a pressão constante de entrada;

$C_{ps}$  : é a capacidade calorífica a pressão constante de saída;

$C_p$  : é a capacidade calorífica a pressão constante do sistema;

$T_e$  : é a temperatura de entrada;

$T_s$  : é a temperatura de saída;

$T$  : é a temperatura do sistema;

$T_0$  : é a temperatura ambiente;

$k$  : é o coeficiente de transmissão de calor;

$l$  : é o nível do fluido no sistema;

$A_0$  : é a área de contato do sistema com o meio ambiente;

$A$  : é a área da secção transversal do sistema.

Então, aplicando esta equação (3.13) ao sub-sistema (i), temos:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{l_1} \left[ \frac{\rho_v C_{pv} T_v q_{ve}}{\rho_a C_{pa} A_1} + \frac{1}{A_1} (q_{ae} T_a - q_1 T_1) - \frac{k_0 A_{01}}{\rho_a C_{pa} A_1} (T_1 - T_O) - T_1 \frac{dl_1}{dt} \right] \quad (3.14)$$

Onde:

$T_1$  : é a temperatura no estágio I;

$T_a$  : é a temperatura da água de entrada;

$T_v$  : é a temperatura do vapor;

$C_{pv}$  : é a capacidade calorífica a pressão constante da água;

$A_{01}$  : é a área de contato com o meio ambiente do estágio I;

$k_0$  : é o coeficiente de transmissão de calor do estágio I.

$A_1$  : é a área da secção transversal do estágio I.

Agora aplicamos a equação 3.13 ao sub-sistema de conexão:

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{1}{A_c x_c} q_1 (T_1 - T_c) - \frac{k_2 A_{02}}{\rho_a C_{pa} A_c x_c} (T_c - T_O) \quad (3.15)$$

Onde:

$T_c$  : é a temperatura no cano de conexão dos estágios I e II;

$A_c$  : é a área da secção reta do cano de conexão;

$A_{02}$  : é a área de contato do cano com o meio ambiente;

$x_c$  : é o comprimento do cano de conexão;

$k_2$  : é o coeficiente de transmissão de calor do cano.

E por último aplicamos a equação 3.13 ao sub-sistema (ii):



$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{l} \left[ \frac{1}{A_2} (q_1 T_c - q_2 T) - \frac{k_3 A_{03}}{\rho_a C_{pa} A_2} (T - T_O) - T \frac{dl}{dt} \right] \quad (3.16)$$

Onde:

T : é a temperatura no estágio II;

$A_{03}$  : é a área de contato do estágio II com o meio ambiente;

$k_3$  : é o coeficiente de transmissão de calor do estágio II.

### Equações Finais:

As equações finais, resultantes das aplicações das leis fundamentais são:

#### Equação (3.7):

$$\frac{dl_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left[ \frac{\rho_a}{\rho_v} q_{ve} + q_{ae} - q_1 \right]$$

#### Equação (3.14):

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{l_1} \left[ \frac{\rho_v C_{pv} T_v}{\rho_a C_{pa} A_1} q_{ve} + \frac{1}{A_1} (q_{ae} T_a - q_1 T_1) - \frac{k_0 A_{01}}{\rho_a C_{pa} A_1} (T_1 - T_O) - T_1 \frac{dl_1}{dt} \right]$$

#### Equação (3.15):

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{1}{A_c x_c} q_1 (T_1 - T_c) - \frac{k_2 A_{02}}{\rho_a C_{pa} A_c x_c} (T_c - T_O)$$

#### Equação (3.9):

$$\frac{dl}{dt} = \frac{1}{A_2} (q_1 - q_2)$$

#### Equação (3.16):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{l} \left[ \frac{1}{A_2} (q_1 T_c - q_2 T) - \frac{k_3 A_{03}}{\rho_a C_{pa} A_2} (T - T_O) - T \frac{dl}{dt} \right]$$

### Diagrama em Blocos:

Para a aplicação das leis fundamentais subdividimos o trocador de calor em três blocos distintos. Neste item utilizaremos esta subdivisão para representar o trocador de calor na forma de diagrama em blocos.

Na figura 3.3, temos uma representação na forma de diagrama em blocos do sistema completo, subdividido em três partes: Estágio I, Cano de Conexão e Estágio II.

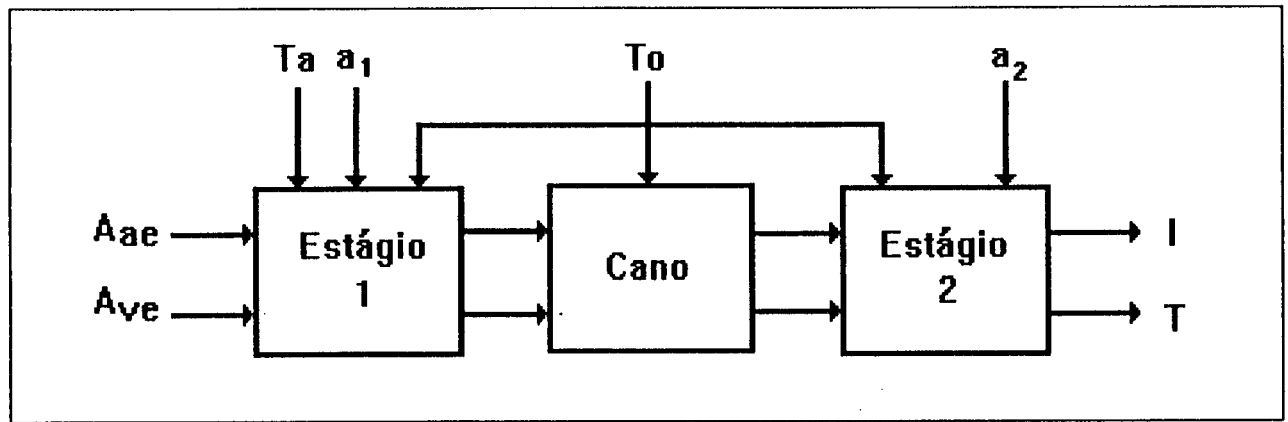


Figura 3.3: Diagrama em Blocos do Trocador de Calor.

Na figura 3.4, temos a representação do subsistema (i), estágio I, onde podemos notar as não-linearidades deste sistema, do tipo multiplicação, divisão e raiz quadrada, e também o acoplamento entre as variáveis  $T_1$  e  $I_1$ .

Na figura 3.5 é apresentado o diagrama do subsistema (ii), cano de conexão dos estágios I e II. Deste diagrama podemos notar uma não-linearidade do tipo multiplicação.

E finalmente na figura 3.6 temos a representação do sub-sistema (iii), estágio II. Nesta figura também notamos não-linearidades do tipo multiplicação, divisão e raiz quadrada, e também o acoplamento entre as variáveis de saída  $I$  e  $T$ .

### Linearização:

Através da análise dos diagramas em blocos notamos várias não-linearidades. Para a aplicação da teoria de sistemas lineares multivariáveis a este sistema aplicaremos a técnica de linearização, em torno de um determinado ponto de operação  $\underline{x}$ , descrita neste capítulo.

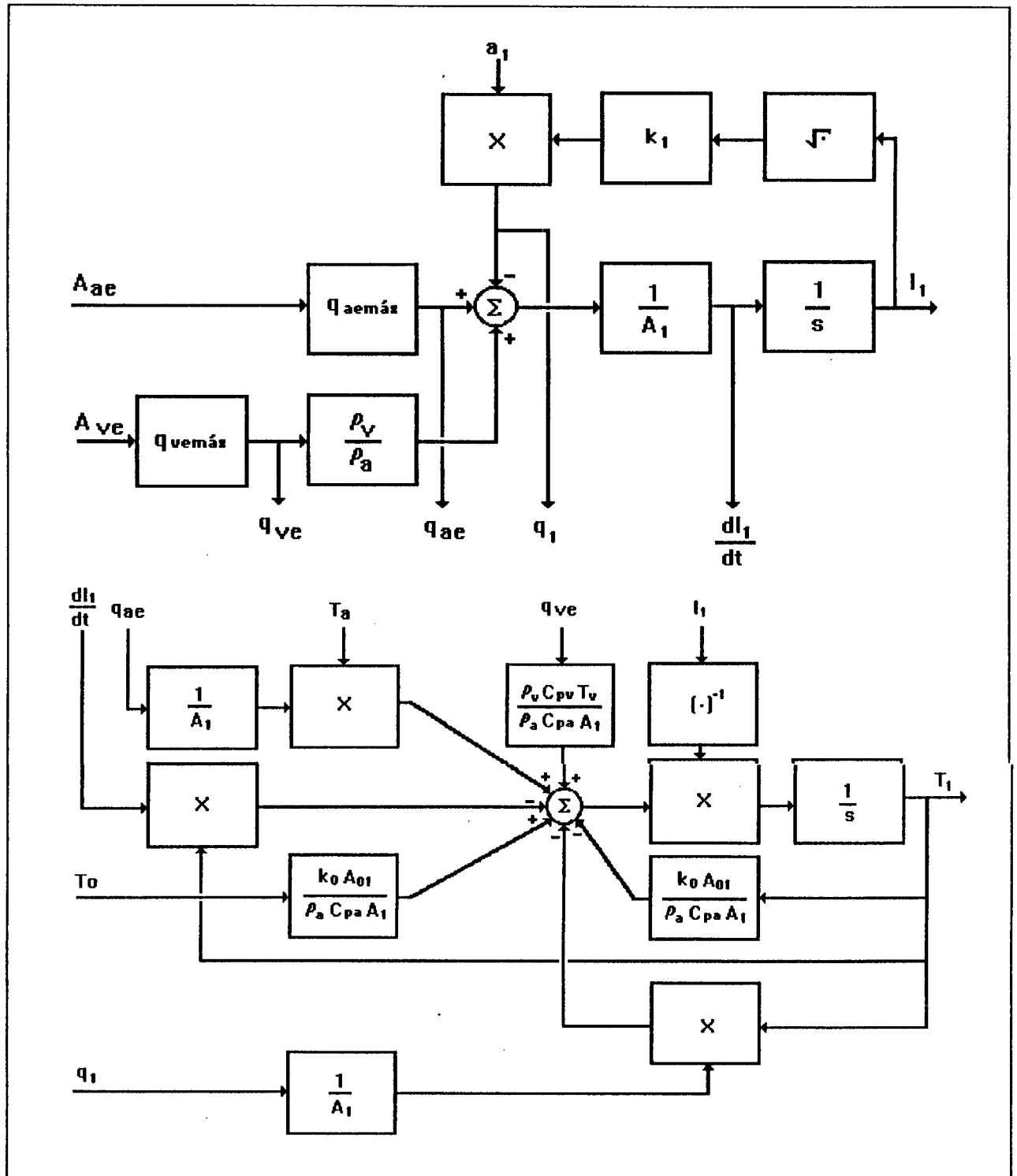


Figura 3.4: Sub-sistema (i)

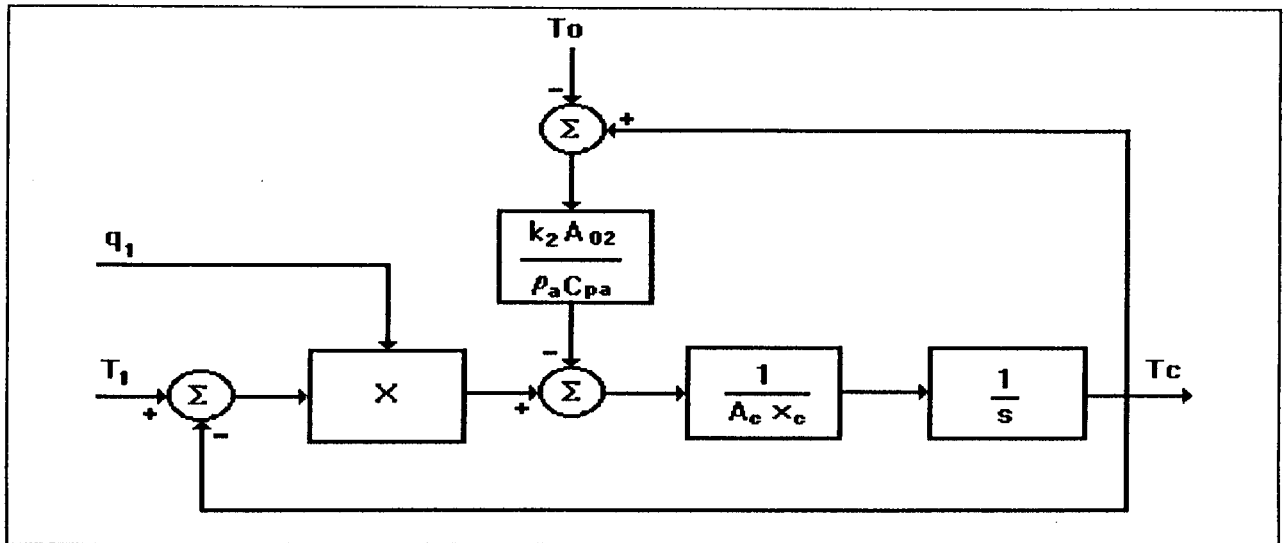


Figura 3.5: Sub-sistema (ii).

Abaixo temos as equações 3.7, 3.9, 3.14, 3.15, e 3.16 linearizadas, onde  $\underline{x}$  é o valor de  $x$  no ponto de operação e  $\Delta x$  é a nova variável  $x$  linearizada onde  $x = \underline{x} + \Delta x$ .

Equação (3.7):

$$\frac{d\Delta l_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left[ \frac{\rho_v}{\rho_a} \Delta q_{ve} + \Delta q_{ae} - \Delta q_1 \right] \quad (3.17)$$

$$\Delta q_{ae} = q_{aemax} \cdot \Delta a_{ae};$$

$$\Delta q_{ve} = q_{vemax} \cdot \Delta a_{ve};$$

$$\Delta q_1 = \left[ \frac{1}{2} k_1 \frac{1}{\sqrt{l_1}} a_1 \right] \cdot \Delta l_1$$

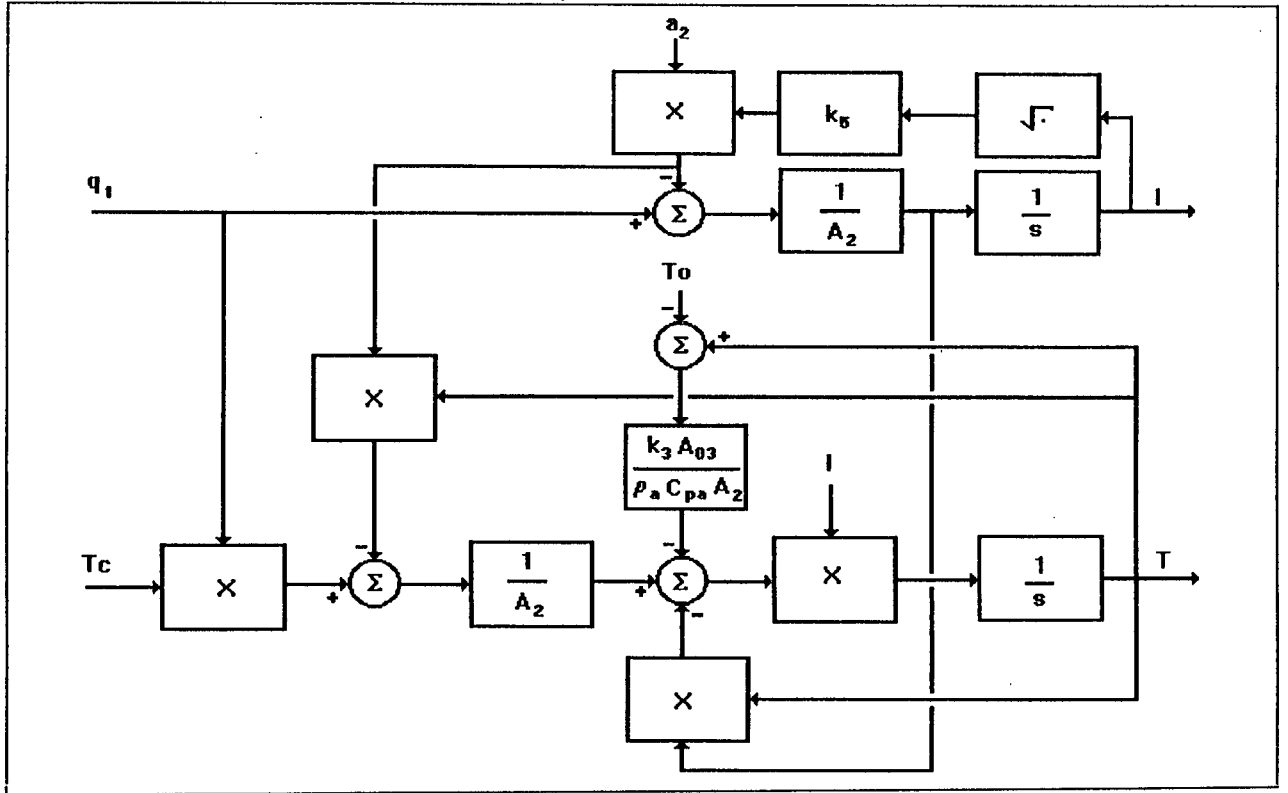


Figura 3.6: Sub-sistema (iii).

Equação (3.14):

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta T_1}{dt} = & \left[ \frac{q_{ve \max}}{l_1 A_1} (T_a - T_1) \right] \Delta a_{ae} + \left[ \frac{\rho_v C_{pv} q_{ve \max} T_v}{\rho_a C_{pa} A_1 l_1} - \frac{\rho_v q_{ve \max} T_1}{\rho_a A_1 l_1} \right] \Delta a_{ve} + \left[ \frac{q_{ae \max} a_{ae}}{A_1 l_1} \right] \Delta T_a + \\ & + \left[ \frac{k_0 A_{01}}{\rho_a C_{pa} A_1} \right] \Delta T_O - \left[ \frac{a_1 k_1}{A_1 \sqrt{l_1}} + \frac{k_0 A_{01}}{\rho_a C_{pa} A_1 l_1} + \frac{\rho_v q_{ve \max} a_{ve}}{\rho_a A_1 l_1} + \frac{q_{ae \max} a_{ae}}{A_1 l_1} - \frac{a_1 k_1}{A_1 \sqrt{l_1}} \right] \Delta T_1 - \left[ \frac{w_1}{l_1^2} \right] \Delta l_1 \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$w_1 = \frac{\rho_v C_{pv} T_v q_{ve}}{\rho_a C_{pa} A_1} + \frac{1}{A_1} (q_{ae} T_a - q_1 T_1) - \frac{k_0 A_{01}}{\rho_a C_{pa} A_1} (T_1 - T_O) - \frac{T_1}{A_1} \left( q_{ve} \frac{\rho_v}{\rho_a} + q_{ae} - q_1 \right)$$

Equação (3.15):

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta T_c}{dt} = & \left[ \frac{a_1 k_1}{2 A_c x_c \sqrt{l_1}} (T_1 - T_c) \right] \Delta l_1 + \left[ \frac{a_1 k_1 \sqrt{l_1}}{A_c x_c} \right] \Delta T_1 - \left[ \frac{1}{A_c x_c} (a_1 k_1 \sqrt{l_1} + \frac{k_2 A_{02}}{\rho_a C_{pa}}) \right] \Delta T_c \\ & + \left[ \frac{k_2 A_{02}}{A_c x_c \rho_a C_{pa}} \right] \Delta T_O \end{aligned} \quad (3.19)$$

Equação (3.9):

$$\frac{d\Delta l}{dt} = \left[ \frac{a_1 k_1}{2 A_2 \sqrt{l_1}} \right] \Delta l_1 - \left[ \frac{a_2 k_5}{2 A_2 \sqrt{l_1}} \right] \Delta l - \left[ \frac{k_5 \sqrt{l_1}}{A_2} \right] \Delta a_2 \quad (3.20)$$

Equação (3.16):

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta T}{dt} = & \left[ \frac{a_1 k_1}{2 A_2 \sqrt{l_1} l} (T_c - T) \right] \Delta l_1 + \left[ \frac{a_1 k_1 \sqrt{l_1}}{A_2 l} \right] \Delta T_c - \left[ \frac{k_3 A_{03}}{l A_2 \rho_a C_{pa}} + \frac{a_1 k_1 \sqrt{l_1}}{A_2 l} \right] \Delta T + \\ & - \left[ \frac{w}{l^2} \right] \Delta l + \left[ \frac{k_3 A_{03}}{A_2 \rho_a C_{pa} l} \right] \Delta T_O \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$w = \frac{1}{A_2} \left[ \frac{q_1 T_c}{\rho_a C_{pa}} - \frac{k_4 A_{03}}{\rho_a C_{pa}} (T - T_O) - \frac{q_1 T}{\rho_a C_{pa}} \right]$$

### Representação por Variáveis de Estado:

Podemos representar o sistema linearizado por variáveis de estado, e com isso facilitar a aplicação da teoria de sistemas lineares multivariáveis, já que podemos obter facilmente a MFT do sistema  $P(s)$ , através da relação:

$$P(s) = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B$$

Com isto temos a possibilidade de trabalharmos tanto na representação por variáveis de estado como por frações polinomiais.

### Notação:

- Variáveis de Estado:

$$x_1 = \Delta I_1;$$

$$x_2 = \Delta T_1;$$

$$x_3 = \Delta T_C;$$

$$x_4 = \Delta T;$$

$$x_5 = \Delta I.$$

- Entradas Controláveis:

$$u_1 = \Delta a_{ve};$$

$$u_2 = \Delta a_{ae}.$$

- Saídas do Sistema:

$$y_1 = \Delta T;$$

$$y_2 = \Delta I.$$

- Perturbações do Sistema:

$$p_1 = \Delta T_A;$$

$$p_2 = \Delta T_O;$$

$$p_3 = \Delta a_2.$$

De forma genérica a representação por variáveis de estado é dada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_i \end{bmatrix} &= A \begin{bmatrix} x_i \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} u_j \end{bmatrix} + E \begin{bmatrix} p_k \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_j \end{bmatrix} &= C \begin{bmatrix} x_i \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} u_j \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} p_k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Onde A, B, C, D, E e G são matrizes;  $\dot{x}$ , x, u, y e p são vetores coluna e  $i=1,\dots,5$ ;  $j=1,2$ ;  $k=1,2,3$ .

No caso particular das equações 3.17,...,3.21, temos:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ p_{21} & p_{22} & 0 \\ 0 & p_{32} & 0 \\ 0 & p_{42} & 0 \\ 0 & 0 & p_{53} \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

E as constantes  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  e  $p_{ij}$ , são:

$$a_{11} = \frac{k_1 a_1}{2 A_1 \sqrt{l_1}}; a_{21} = -\frac{w_1}{l_1^2}; a_{22} = -\left[ \frac{q_{ae}}{l_1 A_1} + \frac{k_0 A_{01}}{l_1 A_1 \rho_a C_{pa}} + \frac{\rho_v q_{ve}}{l_1 \rho_a C_{pa}} \right];$$

$$a_{31} = \left[ \frac{a_1 k_1}{2 A_c x_c \sqrt{l_1}} (T_1 - T_c) \right]; a_{32} = \frac{q_1}{A_c x_c}; a_{33} = -\left[ \frac{q_1}{A_c x_c} + \frac{k_2 A_{02}}{A_c x_c \rho_a C_{pa}} \right];$$



$$a_{41} = \left[ \frac{a_1 k_1}{2 A_2 \sqrt{l_1} l} (T_c - T) \right]; a_{43} = \frac{q_1}{A_2 l}; a_{44} = - \left[ \frac{k_3 A_{03}}{A_2 \rho_a C_{pa} l} + \frac{q_1}{A_2 l} \right];$$

$$a_{45} = - \frac{w}{l^2}; a_{51} = \frac{a_1 k_1}{2 A_1 \sqrt{l_1}}; a_{55} = - \frac{a_2 k_5}{2 A_2 \sqrt{l}};$$

$$b_{11} = \frac{\rho_v q_{ve \max}}{\rho_a A_1}; b_{12} = \frac{q_{ae \max}}{A_1}; b_{21} = \frac{\rho_v q_{ve \max}}{\rho_a A_1 l_1} \left[ \frac{C_{pv}}{C_{pa}} (T_v - T_1) \right];$$

$$b_{22} = \frac{q_{ae \max}}{A_1 l_1} (T_a - T_1); p_{21} = \frac{q_{ae}}{A_1 l_1}; p_{22} = \frac{k_0 A_{01}}{A_1 l_1 \rho_a C_{pa}};$$

$$p_{32} = \frac{k_2 A_{02}}{A_c x_c \rho_a C_{pa}}; p_{42} = \frac{k_3 A_{03}}{A_2 l \rho_a C_{pa}}; p_{53} = - \frac{k_5 \sqrt{l}}{A_2}.$$

### 3.6 Conclusão:

Baseando-se nas leis fundamentais da física (conservação de massa e da energia) obtemos o modelo do sistema em estudo.

No nosso caso particular, o trocador de calor, obtemos as equações diferenciais não-lineares que descrevem o processo.

Após a linearização destas equações, obtivemos uma representação do sistema na forma de variáveis de estado. Esta forma pode ser transformada facilmente na de frações polinomiais.

Posteriormente poderemos aplicar as leis de controle mais adequadas para este caso.

## CAPÍTULO IV

### SIMULAÇÃO

#### 4.1 Introdução:

Neste trabalho propomos um método de análise e projeto para controladores industriais multivariáveis. Como aplicação utilizamos um trocador de calor do tipo água-vapor normalmente utilizado na indústria de produtos lácteos.

No capítulo II, fizemos uma retrospectiva dos diversos algoritmos de síntese de controladores da teoria de Controle Multivariável.

Já no capítulo III, obtivemos o modelo matemático do trocador de calor baseado nas leis básicas que regem os sistemas físicos em geral.

Agora neste capítulo, utilizando o modelo linearizado do trocador de calor, analisaremos o sistema em malha aberta para posteriormente, dentro das diversas técnicas mostradas no capítulo II, escolhermos a proposta de controle mais adequada à resolução do nosso problema.

Utilizando o software SIMNON\* (Simulador de Processos não-Lineares) realizamos diversos testes para a verificação da proposta de controle utilizada. Também realizamos uma análise comparativa com controladores normalmente utilizados em ambientes industriais.

---

\*SIMNON é software da SSP-Sweden.

As constantes do modelo foram determinadas a partir das dimensões do trocador de calor e das propriedades termodinâmicas da água e do vapor. Estes valores podem ser encontradas em [Schmidt 84].

#### 4.2 Sistema em Malha-Aberta:

Neste item, realizaremos algumas simulações do trocador de calor em malha aberta. Os resultados obtidos nos permitirão conhecer melhor as características do sistema, como, por exemplo, tempo de estabilização, o acoplamento entre as saídas, etc.

Posteriormente, analisando estes resultados em malha-aberta poderemos definir a melhor técnica de controle para o nosso problema.

Não devemos nos esquecer, conforme mencionado no capítulo III, que o nosso objetivo é controlar as duas saídas do TC separadamente, atender as especificações de controle impostas normalmente nestes casos e além disto, a solução deve ser aplicável em ambientes industriais.

Cabe, neste momento, colocarmos as especificações de controle para podermos analisar adequadamente os resultados de MA.

Em ordem de importância, para esta aplicação, temos:

- (a) seguimento assintótico de referência;
- (b) controle independente das malhas de saída;
- (c) melhorar a resposta dinâmica do sistema;
- (d) rejeição assintótica de perturbações.

#### Simulação em Malha-Aberta:

Podemos representar o trocador de calor água-vapor (TC) como um sistema composto por duas entradas ( $A_{ve}, A_{ae}$ ) e duas saídas (I,T). A representação deste sistema está apresentada na figura 4.1.

Para verificarmos o acoplamento entre as relações de Entrada e Saída (E/S), realizamos duas simulações. Na primeira, figura 4.2, aplicamos um degrau na entrada  $A_{ve}$  ( $DA_{ve}=-0,02$ ) e na segunda, figura 4.3, aplicamos um degrau na entrada  $A_{ae}$  ( $DA_{ae}=-0,1$ ).

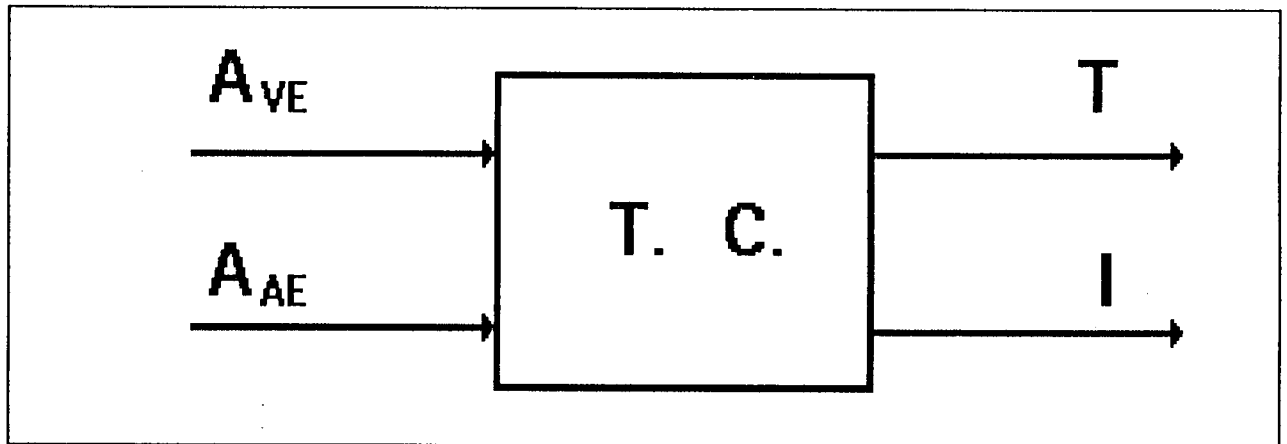


Figura 4.1: Representação do Trocador de Calor

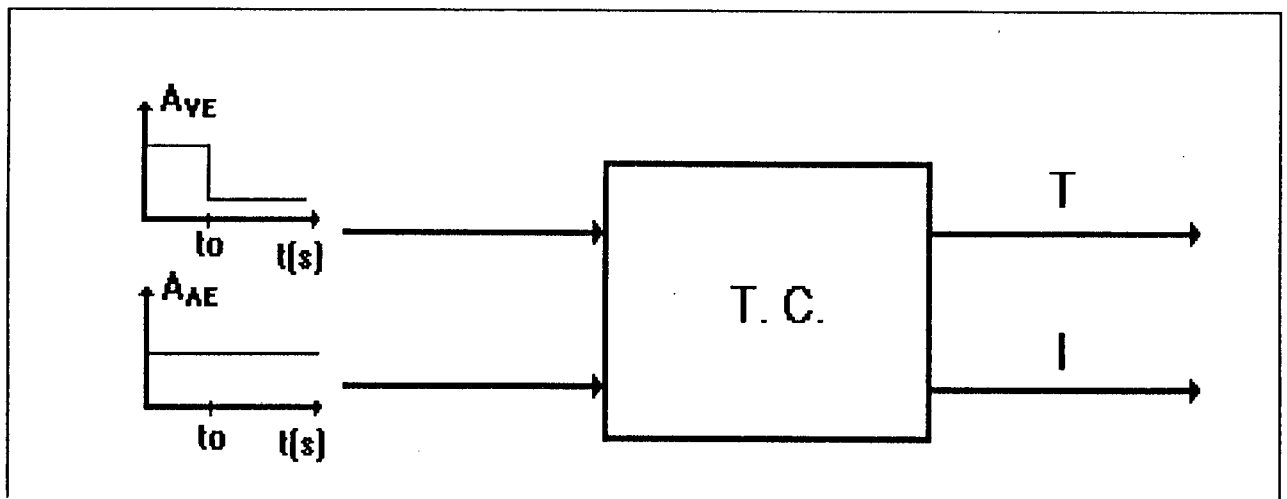


Figura 4.2: Simulação I (Degrau em  $A_{ve}$ )

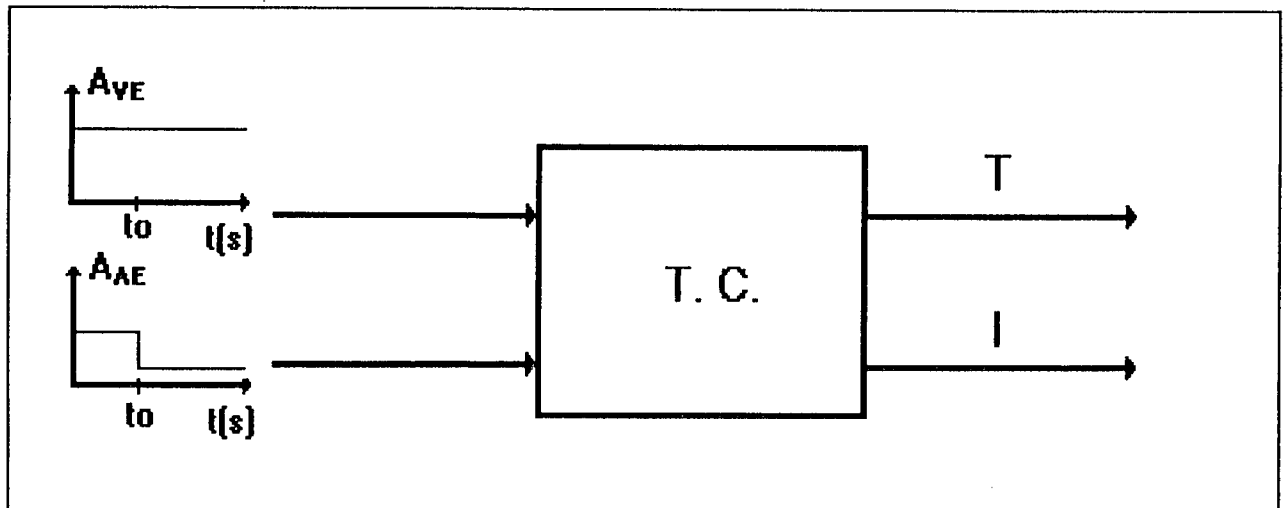


Figura 4.3: Simulação II (Degrau em  $A_{ae}$ )

Como condição inicial para as simulações I e II, utilizamos um determinado ponto de operação (ou "set-point"-SP), escolhido de maneira a permitir uma boa atuação das entradas de controle sem saturação.

Então:

$$SP \begin{cases} I=0,37 \text{ m}; A_{ae}=0,5; \\ T=348,26 \text{ K}; A_{ve}=0,1. \end{cases}$$

Os resultados destas simulações estão nas figuras 4.4[a] (simulação I) e 4.4[b] (simulação II). Analisando-as verificamos que:

- (i) o tempo de estabilização ( $t_s$ ) é aproximadamente 2000 s para a malha da temperatura e 3000 s para a do nível;
- (ii) a entrada  $A_{ve}$  afeta a saída T muito mais do que a saída I;
- (iii) a entrada  $A_{ae}$  afeta a saída T tanto quanto a saída I.

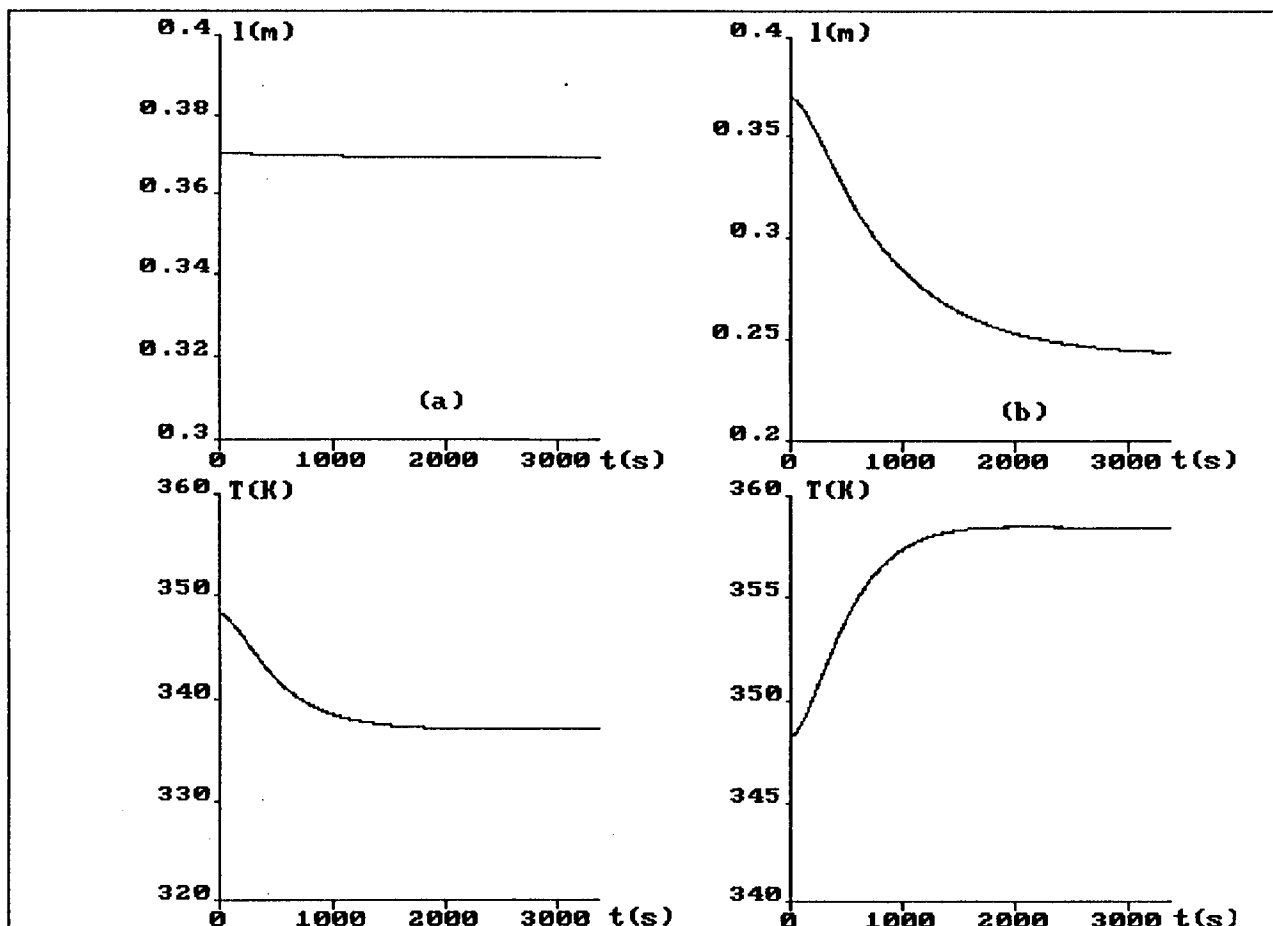


Figura 4.4: Resultados [a] Simulação I e [b] Simulação II

### Comentários:

Analisando (ii) e (iii) podemos considerar que existe um desacoplamento parcial no sistema, pois a entrada  $A_{Ve}$  afeta a temperatura  $T$  e praticamente não afeta o nível  $l$ . Esta característica já era esperada pois o volume de água adicionado pelo vapor é pequeno.

Uma possível solução, para as nossas especificações, seria a de utilizar a técnica de desacoplamento parcial para resolver o nosso problema.

Mas, como o tempo de estabilização ( $t_s$ ) das malhas de temperatura e nível é da mesma ordem de grandeza, intuitivamente podemos eliminar esta solução de desacoplamento parcial, pois ela se aplica a sistemas que possuem o tempo de estabilização das malhas muito diferentes ( $t_{si} \gg t_{sj}$ ). Ver [Rico 89].

### 4.3 Desacoplamento Estático:

Já colocamos anteriormente que o objetivo principal deste trabalho é o controle de sistemas multivariáveis a nível industrial. Logo devemos considerar as técnicas de controle normalmente utilizadas pela indústria.

Ainda hoje, na indústria, utilizam-se técnicas de controle clássicas que na maioria dos sistemas industriais conseguem soluções satisfatórias. O compensador clássico mais difundido neste meio é o Proporcional-Integral-Derivativo (PID).

Com o surgimento de sistemas mais complexos apareceu a necessidade de adotar-se técnicas de controle multivariáveis. Este fato gerou um novo problema: como reformular os conceitos já fortemente formados nos gerenciadores de plantas industriais baseados principalmente em compensadores do tipo PID.

Na tentativa de resolver este problema, surgiram duas correntes de trabalho distintas:

- (i) para não perder todo o conhecimento já adquirido com compensadores PID, buscou-se mesclar esta técnica de controle monovariável com técnicas de controle multivariável;
- (ii) reformular totalmente os conceitos já formados, pois a teoria de controle moderno é muito poderosa, possuindo vários métodos de solução utilizando diferentes abordagens para solucionar o mesmo problema, permitindo ao projetista várias opções de solução.

A corrente de trabalho (i) é hoje em dia a mais utilizada na solução de problemas em plantas industriais, pois não necessita de uma total reformulação de conhecimentos por parte dos gerenciadores de plantas e consegue solucionar a maioria dos problemas satisfatoriamente. Além do que, permite através de um bom planejamento a passagem da teoria de controle clássica para a teoria de controle moderna.

*" Mas como poderíamos mesclar controladores monovariáveis com sistemas multivariáveis?"*

Buscando uma resposta a esta pergunta, desenvolveu-se uma teoria, a do desacoplamento (já revisada no capítulo II), que busca através de um pré-compensador transformar um sistema multivariável em diversos sistemas monovariáveis, sistemas estes que poderiam, então, ser controlados por compensadores clássicos monovariáveis.

Existem, basicamente, três tipos de desacoplamento: estático, parcial e total. O desacoplamento parcial já foi analisado anteriormente e não se apresenta como uma boa solução.

A forma estática é a mais simples embora em alguns casos não seja uma boa solução. Analisaremos, a seguir, a aplicação desta técnica ao trocador de calor.

Algoritmo de Síntese para Desacoplamento Estático (DE):

O desacoplamento estático consiste em determinar uma matriz de pré-compensação que torne o sistema diagonal em regime permanente (RP).

Ao sistema pré-compensado podemos aplicar a lei de controle desejada. A sua representação em MF é mostrada na figura 4.5.

No controle de plantas industriais, este método é bastante utilizado, [Zhuang 87], e como compensadores podemos utilizar PID's e PI's (PI: Proporcional-Integral) industriais .

Agora, para verificarmos a validade da aplicação deste método ao nosso caso faremos uma simulação, na qual aplicaremos-o no trocador água-vapor.



### Simulação do Desacoplamento Estático:

A matriz função de transferência  $P(s)$ , que representa o trocador de calor água-vapor, pode ser obtida a partir de sua representação por variáveis de estado, vista no capítulo III, que é dada por:  $P(s) = C (sI - A)^{-1} B$ .

Então:

$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{p11}}{d_p} & \frac{n_{p12}}{d_p} \\ \frac{n_{p21}}{d_p} & \frac{n_{p22}}{d_p} \end{bmatrix}$$

onde:

$$n_{p11} = 2,6 \cdot 10^{-5} s^3 + 2,0 \cdot 10^{-2} s^2 + 1,8 \cdot 10^{-4} s + 1,7 \cdot 10^{-7};$$

$$n_{p12} = 1,9 \cdot 10^{-4} s^3 - 3,3 \cdot 10^{-3} s^2 - 2,9 \cdot 10^{-5} s - 2,7 \cdot 10^{-8};$$

$$n_{p21} = 1,7 \cdot 10^{-6} s^3 + 4,4 \cdot 10^{-6} s^2 + 2,7 \cdot 10^{-8} s + 5,8 \cdot 10^{-10};$$

$$n_{p22} = 1,2 \cdot 10^{-5} s^3 + 1,0 \cdot 10^{-5} s^2 + 2,0 \cdot 10^{-7} s + 4,2 \cdot 10^{-10};$$

$$d_p = s^5 + 0,8 s^4 + 2,3 \cdot 10^{-2} s^3 + 1,8 \cdot 10^{-4} s^2 + 4,4 \cdot 10^{-7} s + 2,9 \cdot 10^{-10};$$

Então J e K são dadas por:

$$J = \begin{bmatrix} 586,2 & -93,1 \\ 2,0 & 1,4 \end{bmatrix}; \quad K = \begin{bmatrix} 1,4 \cdot 10^{-3} & 9,2 \cdot 10^{-2} \\ -2,0 \cdot 10^{-3} & 0,6 \end{bmatrix}$$

A este sistema pré-compensado, representado pela MFT  $Q(s) = K \cdot P(s)$ , aplicamos dois compensadores monovariáveis,  $PID_1$  e  $PID_2$ . O sistema completo em MF é representado na figura 4.6.

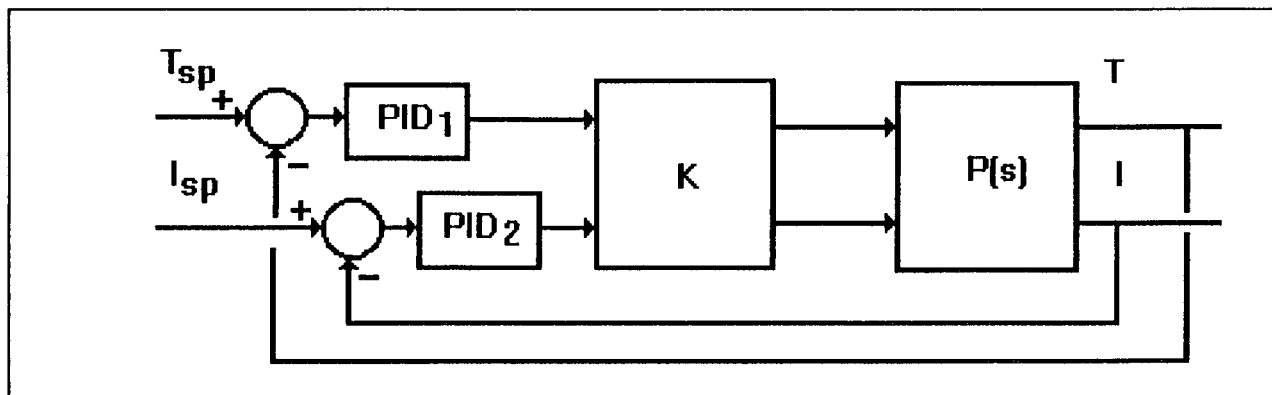


Figura 4.6: Sistema em MF com PID+DE.

Estes compensadores,  $PID_1$  e  $PID_2$ , foram projetados com técnicas clássicas de controle através de um sistema especialista, o software SADECA, desenvolvido no LCMI que contém um módulo para ajuste baseado em regras de produção ([Kammer 92]).

Para esta simulação, nos temos:  $T_{SP}=338K$  (degrau negativo de 20% de  $T$ ) e  $I_{SP}=0,37$  m (I). A figura 4.7, mostra a performance do sistema em MF para a melhor sintonia dos PID's.

Analisando a resposta do sistema notamos que:

- (i) mesmo para a melhor sintonia dos PID's, o sistema tornou-se instável;
- (ii) as entradas permaneceram nos níveis de saturação.

Isto nos mostra que, para este caso específico, a técnica de Desacoplamento Estático (DE) + controladores clássicos não pode ser utilizada.

Podemos justificar estes resultados baseados nos tempos de estabilização das duas malhas, nível e temperatura. O DE para produzir bons resultados deve ter uma das malhas de controle com  $t_s$  muito maior do que a outra, semelhante ao Desacoplamento Parcial.

#### 4.4 Técnica de Controle Proposta:

Levando em conta os objetivos deste trabalho, e também que os desacoplamentos parcial e estático não são boas soluções para o nosso problema, propomos como solução o desacoplamento total (DT) com abordagem polinomial.

A escolha desta técnica deve-se, principalmente, a duas características:

- (i) esta abordagem utiliza uma realimentação de saída unitária, o que facilita a sua aplicação em sistemas reais;
- (ii) o Algoritmo de síntese do controlador é de fácil implementação.

#### Algoritmo de Síntese do Controlador:

Este Algoritmo já foi comentado anteriormente no capítulo II. Consiste de um pré-compensador de desacoplamento,  $C_1(s)$ , e um compensador para posicionamento de pólos,  $C_2(s)$ . E inclusive para o projeto de  $C_2(s)$  podemos utilizar técnicas de controle clássicas.

Podemos visualizar esta lei de controle, de desacoplamento e posicionamento de pólos, aplicado ao Trocador de Calor água-vapor (TC) na figura 4.8.

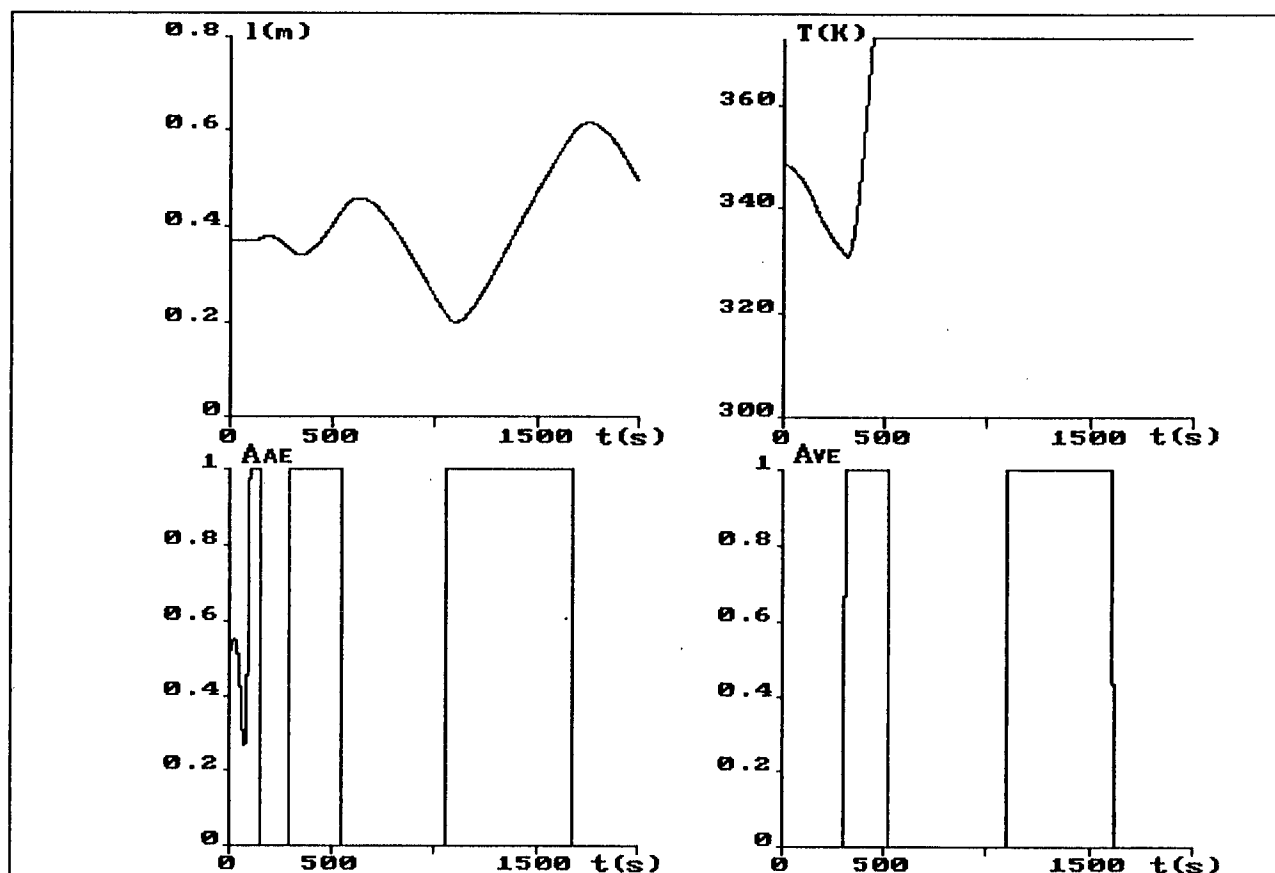


Figura 4.7: Resultados da Simulação em MF com PID+DE

Para uma melhor compreensão do Algoritmo de síntese do controlador, dividiremos-o em duas partes:

- (i) síntese do pré-compensador de desacoplamento,  $C_1(s)$ ;
- (ii) síntese do compensador de posicionamento de pólos,  $C_2(s)$ .

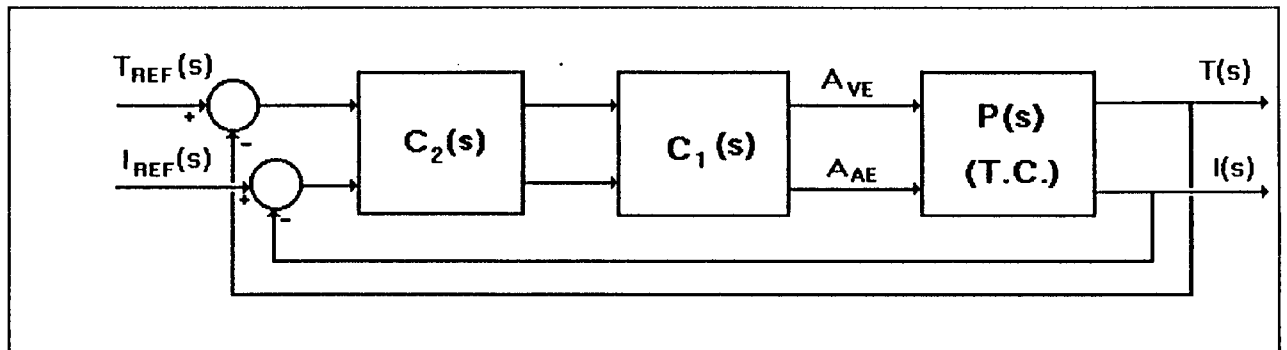


Figura 4.8: Técnica de Controle Proposta

### Síntese de $C_1(s)$ :

Dado que  $P(s)$ , planta do sistema, pertence a  $R(0)^{m \times m}$ , então  $C_1(s)$  pode ser sintetizado nas seguintes etapas.

- 1: obter uma f.c.d de  $P(s)$ ,  $P(s) = N_D(s) \cdot D_D(s)^{-1}$ , onde  $N_D(s), D_D(s)$  pertencem a  $R[s]^{m \times m}$ .
- 2: calcular  $N_D(s)^{-1}$ , onde  $N_D(s)^{-1}$  pertence a  $R(s)^{m \times m}$ .
- 3: calcular os polinômios menores de  $N_D(s)$  e  $D_D(s)$ , respectivamente  $\underline{a}_n(s)$  e  $\underline{a}_d(s)$ , onde:

$$\underline{a}_n(s) = \det[N_D(s)] = a_n(s) \cdot a_n'(s);$$

$$\text{e } \underline{a}_d(s) = \det[D_D(s)] = a_d(s) \cdot a_d'(s);$$

onde  $a_n'(s)$  é a parte estável de  $\underline{a}_n(s)$  e  $a_d'(s)$  é a parte estável de  $\underline{a}_d(s)$ .

4: calcular  $a_n$  e  $a_d$ , tais que:  $Z[a_n]$  pertençam a  $C_+$  (isto é :  $Z[a_n']$  não pertençam a  $C_+$ ) e  $Z[a_d]$  pertençam a  $C_+$ (isto é:  $Z[a_d']$  não pertençam a  $C_+$ )

5: calcular o pré-compensador de desacoplamento por:

$$C_1(s) = \frac{a_n(s)}{a_d(s)} D_d(s) N_d(s)^{-1}$$

onde  $m(s)$  é qualquer polinômio, tal que  $Z[m(s)]$  não pertençam a  $C_+$  e  $C_1(s)$  pertença a  $R_0^{m \times m}$ .

### Síntese de $C_2(s)$ :

Considerando que  $Q(s) = C_1(s).P(s)$ , a MFT do sistema em MA, é diagonal, então seus termos são dados por:

$$Q(s) = \text{diag} \left[ \frac{a_n(s)}{m(s)a_d(s)} \right]_{i=1, \dots, m}$$

1: calcular o compensador  $C_2(s)$ , por:

$$C_2(s) = \text{diag} \left[ \frac{n_{ci}(s)}{d_{ci}(s)} \right]_{i=1, \dots, m}$$

onde :

$Z[n_{ci}.a_n + m.a_d.d_{ci}]$  não pertencem a  $C_+$  e  $C_2(s)$  pertence a  $R_0^{m \times m}$ .

2: calcular o compensador de desacoplamento e posicionamento de pólos por:

$C(s) = C_2(s).C_1(s)$ , onde a MFT em MF é dada por:

$$H(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} = \text{diag} \left[ \frac{n_{ci}(s)a_{n(s)}}{n_{ci}(s)a_{n(s)} + d_{ci}(s)m(s)a_d(s)} \right]_{i=1, \dots, m}$$

### Comentários:

O compensador  $C_2(s)$  pode ser projetado com técnicas clássicas, isto é, para cada subsistema monovariável/desacoplado  $q_i(s)|_{i=1,\dots,m}$  projetamos um compensador monovariável  $C_{2,i}(s)|_{i=1,\dots,m}$ . Esta estrutura de controle é representada na figura 4.9.

Então, cada subsistema em MA, fica:

$$C_{2,i} \bullet q_i(s) = \frac{n_{ci}(s)a_n(s)}{d_{ci}(s)a_d(s)m(s)}$$

e, em MF:

$$h_i(s) = \frac{n_{ci}(s)a_n(s)}{n_{ci}(s)a_n(s) + d_{ci}(s)a_d(s)m(s)}$$

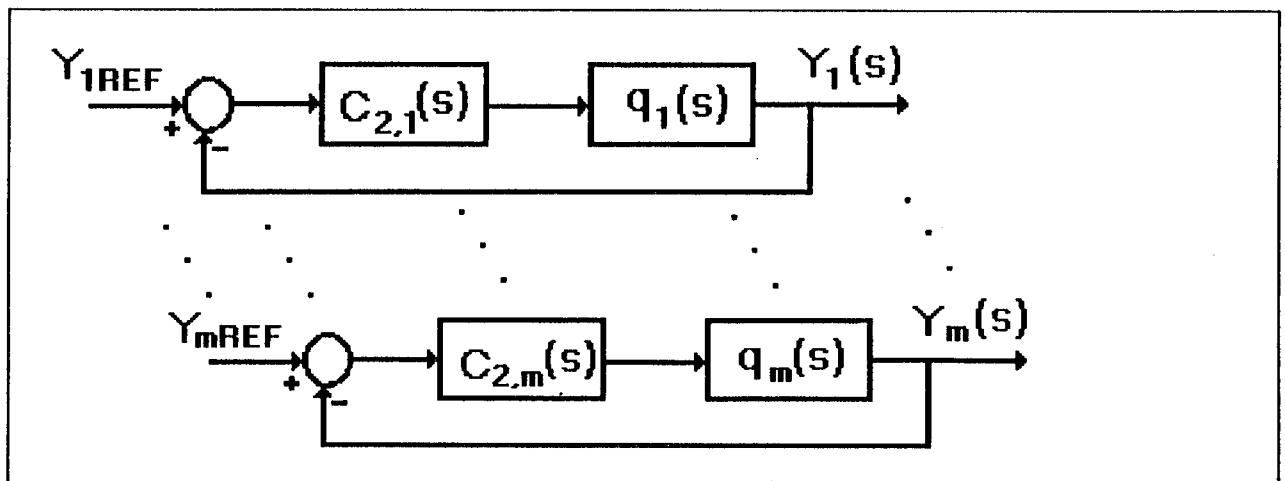


Figura 4.9: Compensador  $C_2(s)$ .

### 4.5 Cálculo do Compensador:

Utilizando o Algoritmo descrito no item anterior, podemos, agora, projetar o compensador de desacoplamento e posicionamento de pólos aplicado ao trocador de calor água-vapor.

Cálculo de  $C_1(s)$ :

A MFT que representa o sistema deve pertencer a  $R_O(0)^{2 \times 2}$ . Analisando a MFT do trocador de calor,  $P(s)$ , vemos que todos os seus elementos,  $n_{pij} / d_p$ , são funções racionais estritamente próprias. Logo, podemos aplicar o Algoritmo.

Etapa 1:

$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{p11}}{d_p} & \frac{n_{p12}}{d_p} \\ \frac{n_{p21}}{d_p} & \frac{n_{p22}}{d_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{p11} & n_{p12} \\ n_{p21} & n_{p22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{d_p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{d_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{p11} & n_{p12} \\ n_{p21} & n_{p22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_p & 0 \\ 0 & d_p \end{bmatrix}^{-1}$$

Então:

$$N_d(s) = \begin{bmatrix} n_{p11} & n_{p12} \\ n_{p21} & n_{p22} \end{bmatrix}; D_d(s) = \begin{bmatrix} d_p & 0 \\ 0 & d_p \end{bmatrix};$$

onde todos  $n_{pij}, d_p$  são pertencentes ao anel dos polinômios  $\mathbf{R}[s]$ .

Etapa 2: Calcular  $N_D(s)^{-1}$ :

$$N_d(s)^{-1} = \frac{1}{n_{p11}n_{p22} - n_{p12}n_{p21}} \begin{bmatrix} n_{p22} & -n_{p12} \\ -n_{p21} & n_{p11} \end{bmatrix};$$

onde  $N_D(s)^{-1}$  pertence a  $\mathbf{R}(s)^{2 \times 2}$ .

Etapa 3: Calcular  $\underline{a}_n(s)$  e  $\underline{a}_d(s)$ :

$$\underline{a}_n(s) = n_{p11} \cdot n_{p22} - n_{p12} \cdot n_{p21};$$

$$\underline{a}_d(s) = d_p;$$

Etapa 4: Calcular  $a_n$  e  $a_d$ :

$$a_n = (s - 3,5 \cdot 10^9);$$

$$a_d = 1;$$

Etapa 5: Calcular  $C_1(s)$ :

$$C_1(s) = \frac{s - 3,5 \cdot 10^9}{m(s)} \bullet \frac{d_p}{n_{p11}n_{p22} - n_{p12}n_{p21}} \begin{bmatrix} n_{p22} & -n_{p12} \\ -n_{p21} & n_{p11} \end{bmatrix},$$

$$\text{onde: } m(s) = (s+1)(s+10)(s+20).$$

### Cálculo de $C_2(s)$ :

Seja  $Q(s)$ , MFT em MA, dada por:

$$Q(s) = \begin{bmatrix} \frac{a_n(s)}{m(s)} & 0 \\ 0 & \frac{a_n(s)}{m(s)} \end{bmatrix};$$

Etapa 1: Calcular  $C_2(s)$ :

$$C_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{c1}(s)}{d_{c1}(s)} & 0 \\ 0 & \frac{n_{c2}(s)}{d_{c2}(s)} \end{bmatrix};$$

onde  $n_{ci}/d_{ci}|_{i=1,2}$ , podem ser quaisquer controladores. Como já foi comentado podemos utilizar técnicas clássicas de controle para projetá-los.

Então primeiro devemos escolher o tipo de controlador e depois determinar as suas constantes.



Pela análise do sistema em MA, podemos escolher um controlador do tipo PI ou PID, mas como as constantes de tempo envolvidas são grandes podemos para simplificar, fazer  $C_{2,i}(s) = k_i/s$ ,  $i=1,2$ . Então sub-sistema em MA fica:

$$C_{2,i}(s) \cdot q_i(s) = \frac{k_i(s - 3,5 \cdot 10^9)}{s \cdot (s + 1) \cdot (s + 10) \cdot (s + 20)}$$

Convém salientar que este tipo de controlador rejeita assintoticamente perturbações do tipo degrau e, além disto, torna o erro estático do sistema em MF nulo.

O "root-locus" deste sistema pode ser visto na figura 4.10, considerando que  $k_i < 0$  (pois para  $k_i > 0$  o sistema em MF é instável).

Por simulação os melhores valores de  $k_i$  são  $k_1 = -1,3 \cdot 10^{-12}$  e  $k_2 = -1,3 \cdot 10^{-10}$ .

Então  $C_2(s)$  é dado por:

$$C_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{-1,3 \cdot 10^{-12}}{s} & 0 \\ 0 & \frac{-1,3 \cdot 10^{-10}}{s} \end{bmatrix}$$

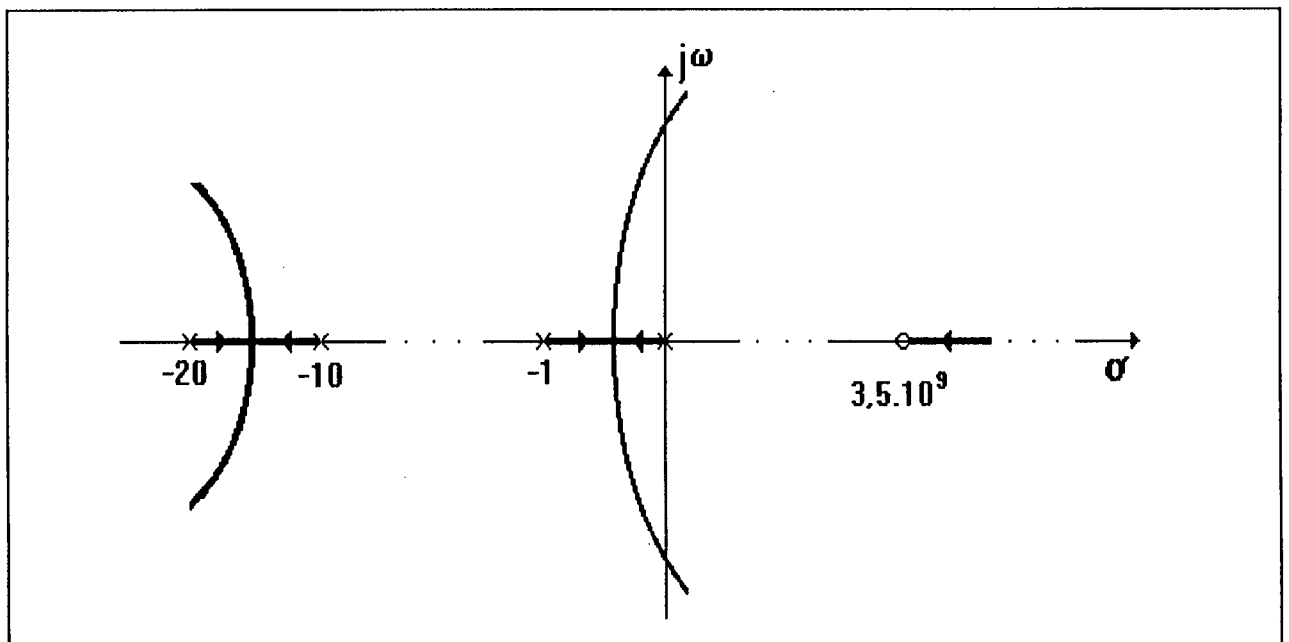


Figura 4.10: "Root-locus" do sistema com  $C_2(s)$  e  $k_i < 0$ .

Etapa 2: Calcular  $C(s) = C_2(s) \cdot C_1(s)$ ;

$$\text{considerando que } C_{ij}(s) = \frac{nC_{ij}(s)}{dC(s)} \Big|_{i=1,2}$$

temos então:

$$nC_{11}(s) = 0,2 ( s^8 + 1,6.s^7 + 0,7.s^6 + 3,3.10^{-2}.s^5 + 5,5.10^{-4} s^4 + 4,1.10^{-6}.s^3 + 1,3.10^{-18}.s^2 + 2,0.10^{-11}.s + 1,0.10^{-14} );$$

$$nC_{12}(s) = -3,3 ( s^8 - 16,7.s^7 - 14,8.s^6 - 0,5.s^5 - 6,9.10^{-3}.s^4 + - 3,9.10^{-5}.s^3 - 1,0.10^{-7}.s^2 - 1,1.10^{-10}.s - 4,2.10^{-14} );$$

$$nC_{21}(s) = -3,1 ( s^8 + 1,7.s^7 + 0,7.s^6 + 3,2.10^{-2}.s^5 + 5,5.10^{-4} s^4 + 4,1.10^{-6}.s^3 + 1,3.10^{-8}.s^2 + 2,0.10^{-11}.s + 1,0.10^{-14} );$$

$$nC_{22}(s) = 46,8 ( s^8 + 770,8.s^7 + 649,6.s^6 + 23,7.s^5 + 3,1.10^{-1}.s^4 + 1,7.10^{-3}.s^3 + 4,5.10^{-6}.s^2 + 5,0.10^{-6}.s + 1,9.10^{-12} );$$

$$dC(s) = s ( s^8 + 31,8.s^7 + 255,6.s^6 + 390,1.s^5 + 169,2.s^4 + 3,4.s^3 + 1,0.10^{-2}.s^2 + 7,5.10^{-6}.s + 5,9.10^{-18} ).$$

#### 4.6 Sistema em Malha Fechada :

O controlador  $C(s)$ , calculado no item anterior, é simulado com o modelo não linear do Trocador de Calor (TC) utilizando o software SIMNON.

O diagrama em blocos do sistema em Malha Fechada pode ser visto na figura 4.11. Também, neste diagrama e na simulação, os níveis de saturação das entradas são considerados.

O ponto de operação (SP) do sistema TC, utilizado nesta simulação, é o seguinte:

$$(\text{SP}) \underline{l}=0,37 \text{ m}; \underline{T}=348,26 \text{ K}; \underline{A}_{VE}=0,1 \text{ e } \underline{A}_{AE}=0,5.$$

Podemos salientar que em alguns casos na indústria a preocupação maior é com a rejeição de perturbações. Isto não invalida o que nós desenvolvemos, pois poderíamos durante o projeto do compensador  $C_2(s)$  utilizar técnicas de rejeição de perturbações, como as vistas no capítulo II.

É interessante notar que  $C_2(s)$ , calculado anteriormente, deverá rejeitar assintoticamente perturbações de carga constantes.

Para analisar o desacoplamento das variáveis de saída  $I$  e  $T$ , basicamente, nós realizamos dois tipos de testes com o sistema em MF. No primeiro teste, nós aplicamos um degrau negativo na referência do nível, e no segundo nós aplicamos um degrau negativo na referência da temperatura.

Para verificarmos o comportamento do sistema em MF frente a perturbações realizamos uma outra simulação. Para tal aplicamos um degrau na válvula de saída  $A_{V2}$  de 33% em relação ao valor do ponto de operação.

Na simulação I, figura 4.12, temos o desempenho para as seguintes condições do sistema:

- (i) nível de referência ( $I_{REF}$ ) = 0,3 m ( o que representa um degrau negativo de 20 % em relação a  $I$ );
- (ii) temperatura de referência ( $T_{REF}$ ) = 348,26 K ( igual a  $T$ ).

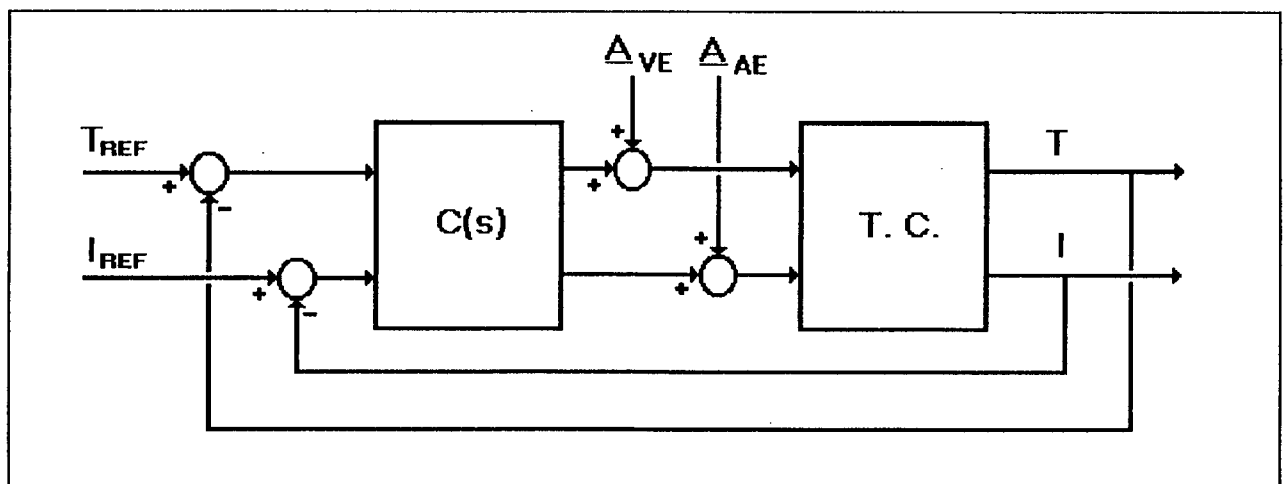


Figura 4.11: Sistema simulado em MF.

Já na simulação II, aplicamos um degrau negativo na referência da temperatura. A figura 4.13, mostra o desempenho do sistema para o seguinte ponto de operação:

- (i)  $I_{REF}$  = 0,37 m ( igual a  $I$ );
- (ii)  $T_{REF}$  = 338 K ( degrau negativo de 20% em relação a  $T$ ).

E, finalizando, a simulação III, aplicamos um degrau positivo na entrada não controlável  $A_{V2}$  (para  $t > 500$  s). Este degrau é de 20%. A figura 4.14, mostra o desempenho do sistema em MF.

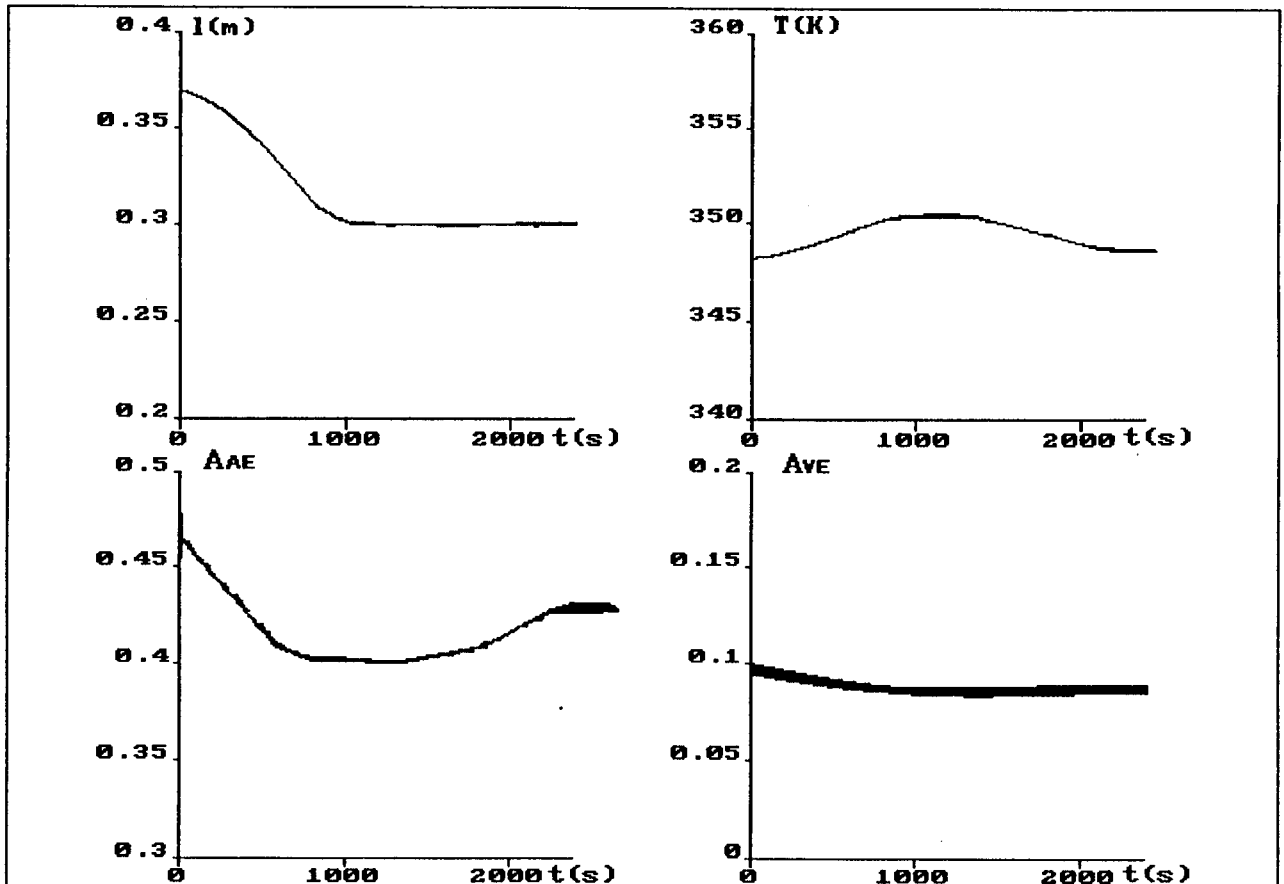


Figura 4.12: Simulação I.

### Comentários:

Analisando quantitativamente os resultados das simulações, podemos concluir que:

Na simulação I:

- (i) ocorreu um transitório de 10% de  $\underline{T}$ , enquanto em malha-aberta era de 20%;
- (ii) erro estático nulo, o que já era previsto pois o controlador utilizado possui um integrador;
- (iii) as entradas não atingiram os níveis de saturação.

E para a simulação II, temos:

- (i) ocorreu um transitório de 5% de  $I$ , praticamente o mesmo do sistema em MA;
- (ii) erro estático nulo;
- (iii) as entradas,  $A_{AE}$  e  $A_{VE}$ , não saturaram.

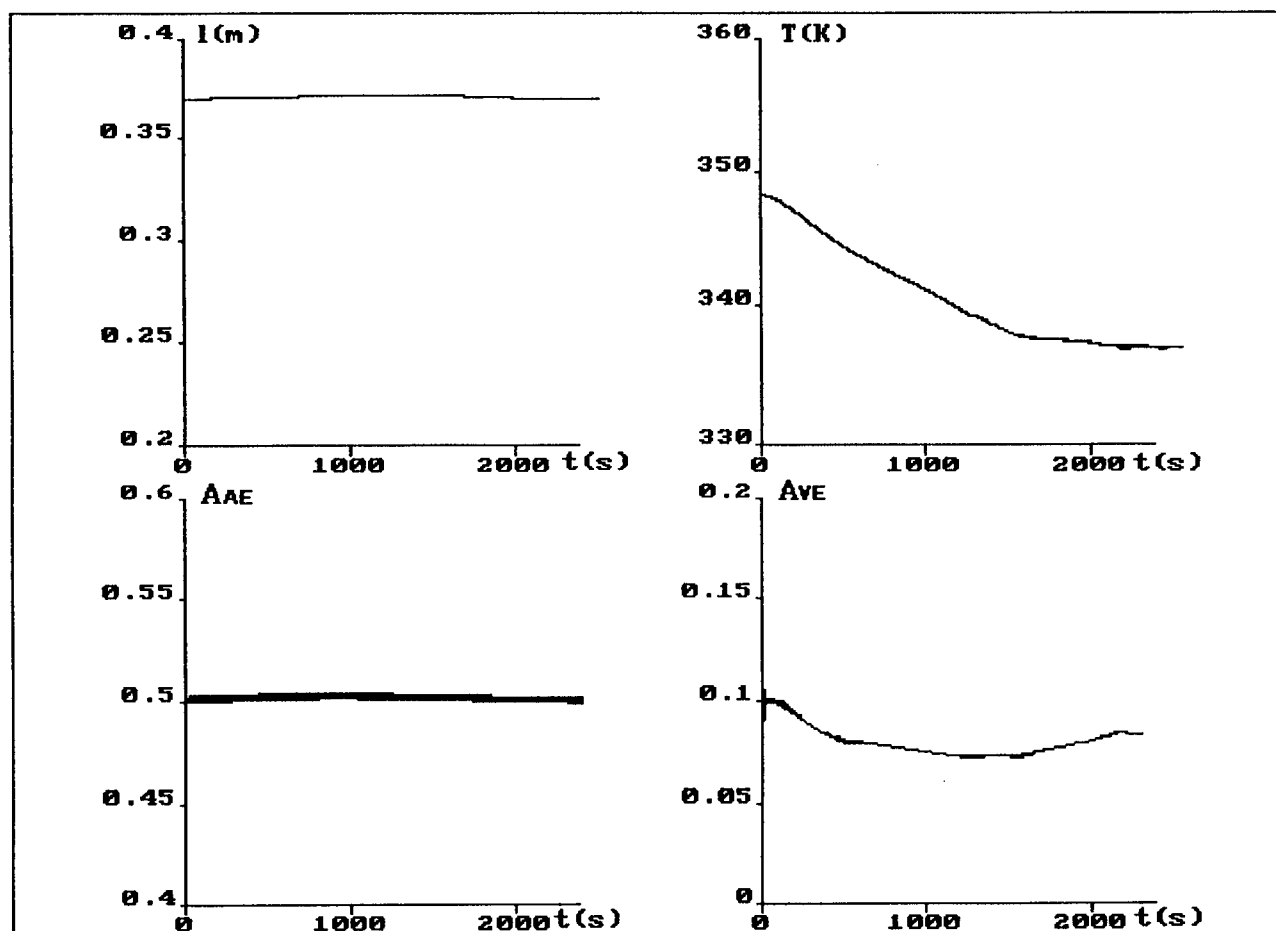


Figura 4.13: Simulação II.

Através dos resultados I e II, quantitativamente concluímos que o fato do sistema ser não linear provocou um transitório indesejável, tanto no nível como na temperatura, mas que permaneceram em níveis satisfatórios.

A margem de atuação deste controlador pode ser aumentada pois as entradas ainda não atingiram a saturação e os transitórios que surgiram ainda são menores que os de MA.

E, finalizando, verificamos pela simulação III, que o sistema em MF rejeita assintoticamente perturbações do tipo degrau, o que já era esperado.

#### 4.7 Conclusão:

Este capítulo mostra como um problema real de controle multivariável a nível industrial pode ser especificado e simulado a fim de escolher a abordagem e método de controle dentro das diversas possibilidades.

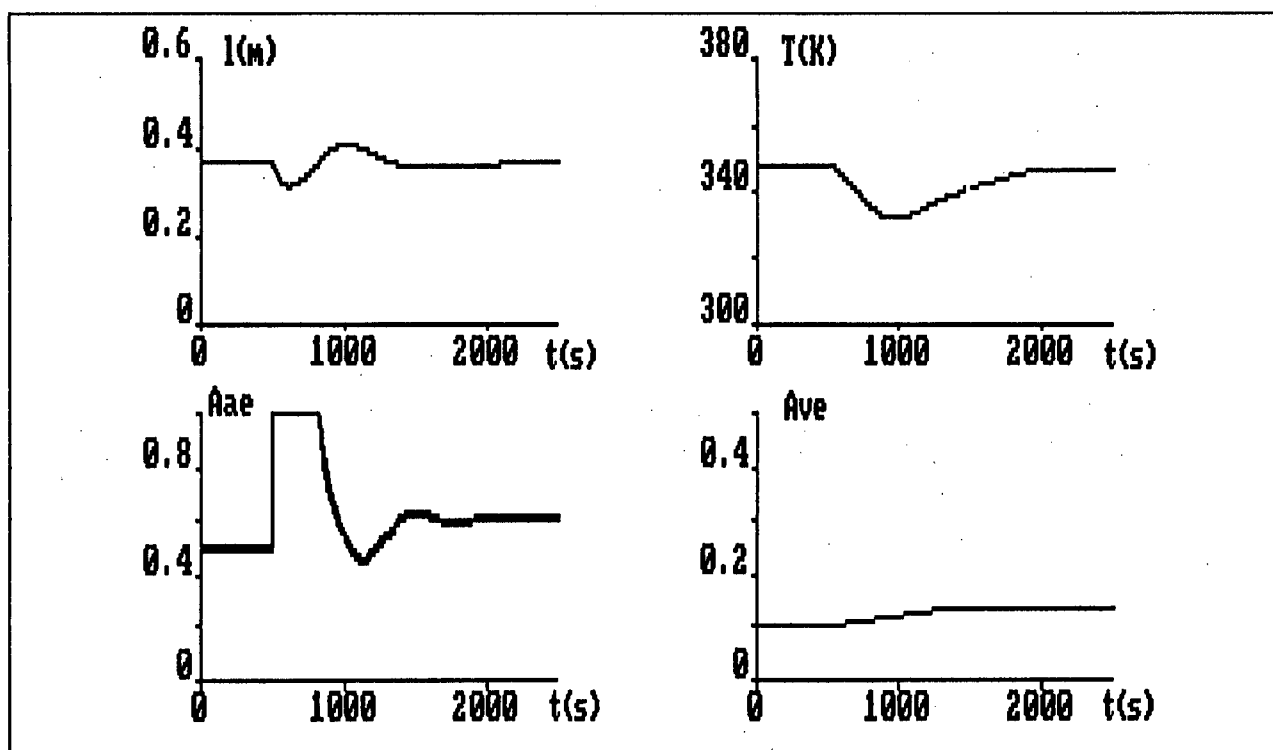


Figura 4.14: Simulação III.

A fim de definir a estratégia de controle a ser utilizada realizamos um estudo do sistema em MA.

Com base nestes resultados, e levando em conta as especificações de projeto, assim como os objetivos deste trabalho concluímos que o método mais adequado para este caso é o desacoplamento total com posicionamento de pólos.

O desacoplamento parcial foi eliminado devido as características da planta, onde as constantes de tempo das duas malhas de controle são equivalentes.

Neste ponto o desacoplamento estático aparece como uma perspectiva de solução, o que por simulação mostrou-se insatisfatório.

A solução proposta para o sistema, desacoplamento total utilizando abordagem polinomial, foi então, testado por simulação e mostrou boa performance com o sistema real do trocador de calor.

Baseado nestes resultados podemos concluir que a estratégia de controle proposta deve funcionar satisfatoriamente na sua aplicação real.

## **CAPÍTULO V**

### **IMPLEMENTAÇÃO**

#### **5.1 Introdução:**

No capítulo IV, através de simulações, comprovamos a possibilidade da aplicação, na prática, da técnica de controle proposta.

A partir dos resultados obtidos implementamos um controlador de desacoplamento e posicionamento de pólos no protótipo de laboratório do trocador de calor.

O modelo utilizado nas simulações não leva em conta certos detalhes do sistema, como a função de transferência dos transdutores de nível e temperatura. Isto, deve-se ao fato de que o objetivo principal das simulações era provar a possibilidade da utilização da técnica proposta.

Para a obtenção do modelo discreto da unidade experimental de laboratório identificamos o processo através de um sistema dedicado.

Após esta etapa implementamos um controlador digital ( $C(z)$ ), o qual foi testado no laboratório em MF. Os resultados e análises são apresentados no decorrer deste capítulo.

#### **5.2 Protótipo de Laboratório:**

Para possibilitar a implementação do controlador de desacoplamento e posicionamento de pólos, construímos um protótipo do TC no Laboratório de Controle de Processos Químicos do Departamento de Engenharia Química da UFSC.



### Trocador de Calor:

O funcionamento físico do sistema já foi comentado no capítulo III. A forma final e dimensões do sistema são mostradas na figura 5.1.

Onde  $V_V$  e  $V_A$ , são as válvulas de controle eletro-pneumáticas, e  $A_{VE}$  e  $A_{AE}$  são as suas respectivas aberturas.

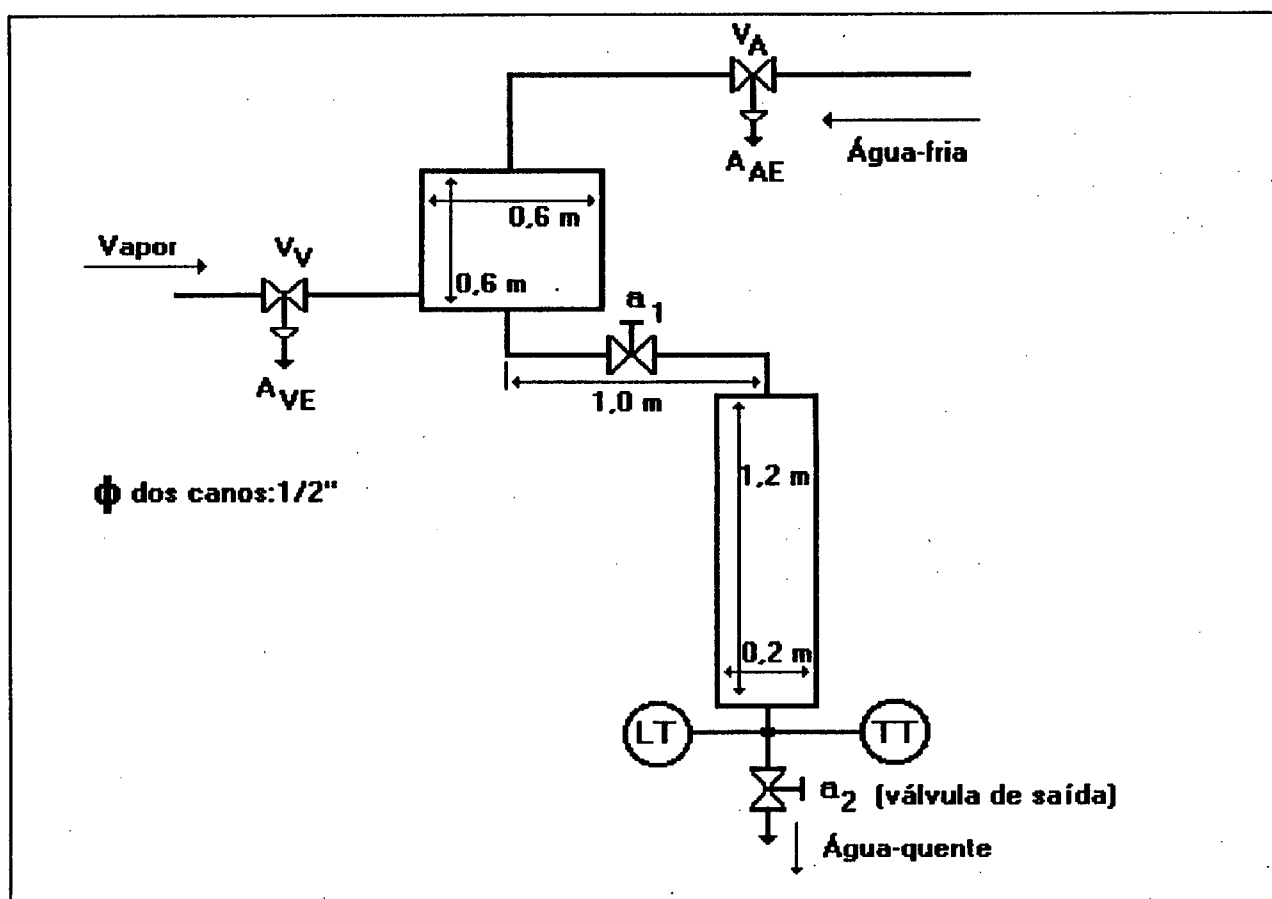


Figura 5.1: Unidade Experimental.

### Sistema de Controle e Monitoração:

Para a monitoração das variáveis de saída e de controle do sistema, seja em MA ou MF, utilizamos um micro-computador, PC-XT compatível, e uma placa de aquisição de dados.

A placa é a ADA-10 da Taurus Eletrônica e tem como características principais:

- (a) Conversor A/D com 10 bits de resolução;
- (b) Oito canais de Entradas em tensão de 1 a 5 V;
- (c) Dois canais de Saída em corrente de 4 a 20 mA.

Para gerenciar este sistema desenvolvemos, em conjunto com o LCMI, um software que opera em tempo real. O tempo de amostragem ( $t_a$ ) utilizado foi de cinco segundos.

Este sistema de controle e monitoração é representado em blocos na figura 5.2.

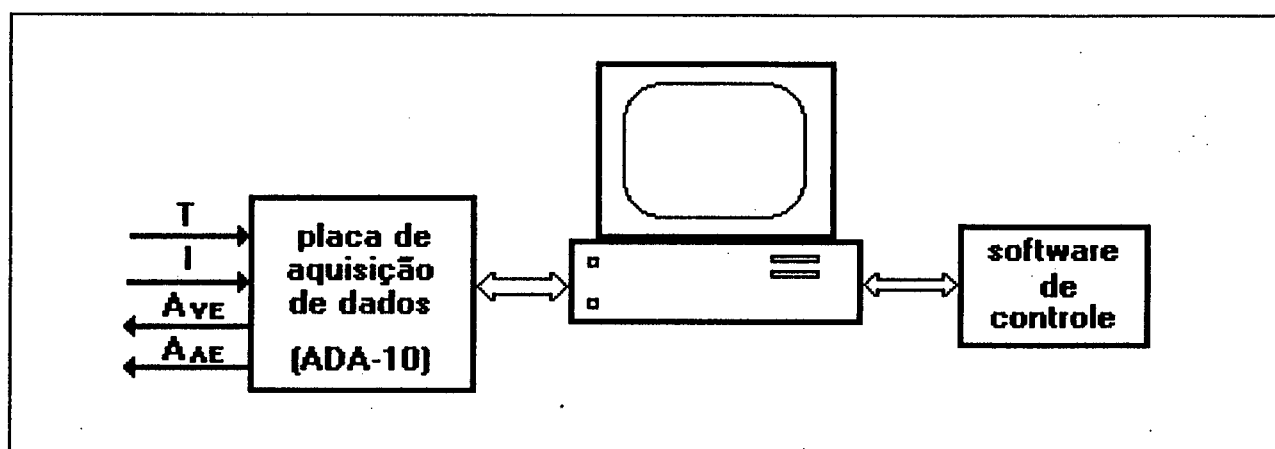


Figura 5.2: Sistema de Monitoração e Controle.

### 5.3 Identificação:

Para obtermos um modelo do trocador de calor que represente o sistema completo, realizamos testes em MA com o objetivo de identifica-lo utilizando um sistema dedicado (ISAC) desenvolvido no LCMI, [Lima 90].

Como o nosso sistema é de ordem  $2 \times 2$ , temos que identificar quatro funções de transferência, a saber:

$$P(z) = p_{ij}(z) \quad | \quad i,j=1,2.$$

Nesta fase, realizamos dois testes em MA com o sistema montado em laboratório. No primeiro teste, aplicamos um salto na entrada  $A_{VE}$ , e no segundo, aplicamos um salto na outra entrada,  $A_{AE}$ .

Os valores das condições iniciais foram escolhidos de maneira a possibilitar uma boa margem de atuação das válvulas de controle.

Eles são:

$$(*) \quad l = 0,55 \text{ m}; \quad T = 298,15 \text{ K}; \quad A_{AE} = 0,125; \quad A_{VE} = 0,25.$$

Sendo que, no primeiro teste  $\Delta A_{VE} = 0,25$  e no segundo  $\Delta A_{AE} = 0,315$ .

A resposta temporal dos sistema em MA pode ser vista na figura 5.3, testes I e II.

Analisando estes resultados obtidos com o ISAC, obtemos as quatro funções de transferência:

$$p_{11}(z) = \frac{0,046 \cdot z^{-3}}{z - 0,997} \quad p_{12}(z) = -\frac{0,026 \cdot z^{-50}}{z - 0,994}$$

$$p_{21}(z) = 0 \quad p_{22}(z) = \frac{0,002 \cdot z^{-36} \cdot (z - 0,449)}{z^2 - 0,830 \cdot z - 0,157}$$

### Comentários Gerais:

A função de transferência  $p_{21}(z)$  é nula. Este resultado já era esperado, pois confirma os resultados de simulação, os quais mostravam o baixo acoplamento entre a saída  $l$  e a entrada  $A_{VE}$ .

Além disto, nestes testes I e II, podemos observar a resposta do sistema em MA para posterior comparação com os resultados em MF.

Com relação aos tempos de estabilização das malhas de saída, temos:

(a)  $t_s$ (nível) é aproximadamente 3000 s;

(b)  $t_s$ (temperatura) é de aproximadamente 2500 s.

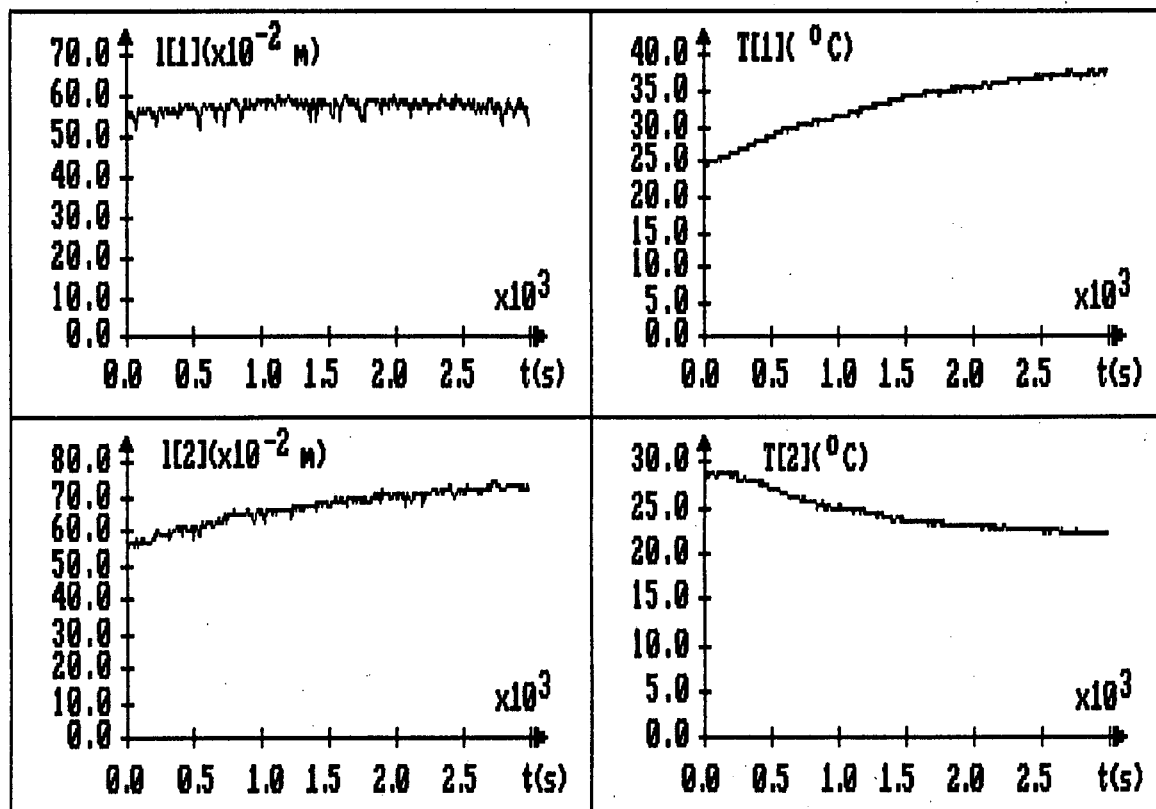


Figura 5.3: Testes I e II.

#### 5.4 Cálculo do Compensador:

Podemos com base na MFT discreta  $P(z)$ , identificada anteriormente, calcular o compensador de desacoplamento e posicionamento de pólos,  $C(z)$ .

O algoritmo de síntese do controlador já foi descrito, no capítulo anterior.

Podemos dividir a síntese do controlador em duas partes, cálculos de  $C_1(z)$  e de  $C_2(z)$ :

$$C_1(z) = \frac{a_n(z)}{m(z) \cdot a_d(z)} [D_d(z)] [N_d(z)]^{-1}$$

$$C_2(z) = \text{diag} \left[ \frac{n_{ci}(z)}{d_{ci}(z)} \right]_{i=1,2}$$

A fração coprima pela direita (fcd) que representa o sistema  $[N_d(z), D_d(z)]$  é dada por:

$$N_d(z) = \begin{bmatrix} 0,046 & -0,026(z-0,539).(z-0,291) \\ 0 & 0,002.z^{14}.(z-0,449).(z-0,994) \end{bmatrix}$$

$$D_d(z) = \begin{bmatrix} z^3.(z-0,997) & 0 \\ 0 & z^{50}.(z-0,994).(z-0,539).(z-0,291) \end{bmatrix}$$

onde  $P(z) = N_d(z).D_d(z)^{-1}$ .

Aplicando o algoritmo ao sistema, o pré-compensador  $C_1(z)$  fica:

$$C_1(z) = \frac{9,0.10^3}{z^{50}.(z-0,010).(z-0,449).(z-0,994)} [C'_1]_{2 \times 2}$$

$$C'_{111}(z) = 0,020 . z^{17} . (z - 0,997) . (z - 0,449) . (z - 0,994)$$

$$C'_{112}(z) = 0,026 . z^3 . (z - 0,997) . (z - 0,539) . (z - 0,291)$$

$$C'_{121}(z) = 0$$

$$C'_{122}(z) = 0,046 . z^{50} . (z - 0,994) . (z - 0,539) . (z - 0,291)$$

A MFT em MA  $Q(z) = C_1(z).P(z)$  é dada por:

$$Q(z) = \text{diag} \left[ \frac{1}{z^{36} . (z - 0,01)} \right]_{2 \times 2}$$

Para o projeto do compensador para posicionamento de pólos  $C_2(z)$  devemos levar em conta as especificações de projeto, inicialmente impostas.

Um integrador consegue solucionar estes problemas, além disto possui somente um parâmetro para ser projetado, facilitando o seu cálculo.

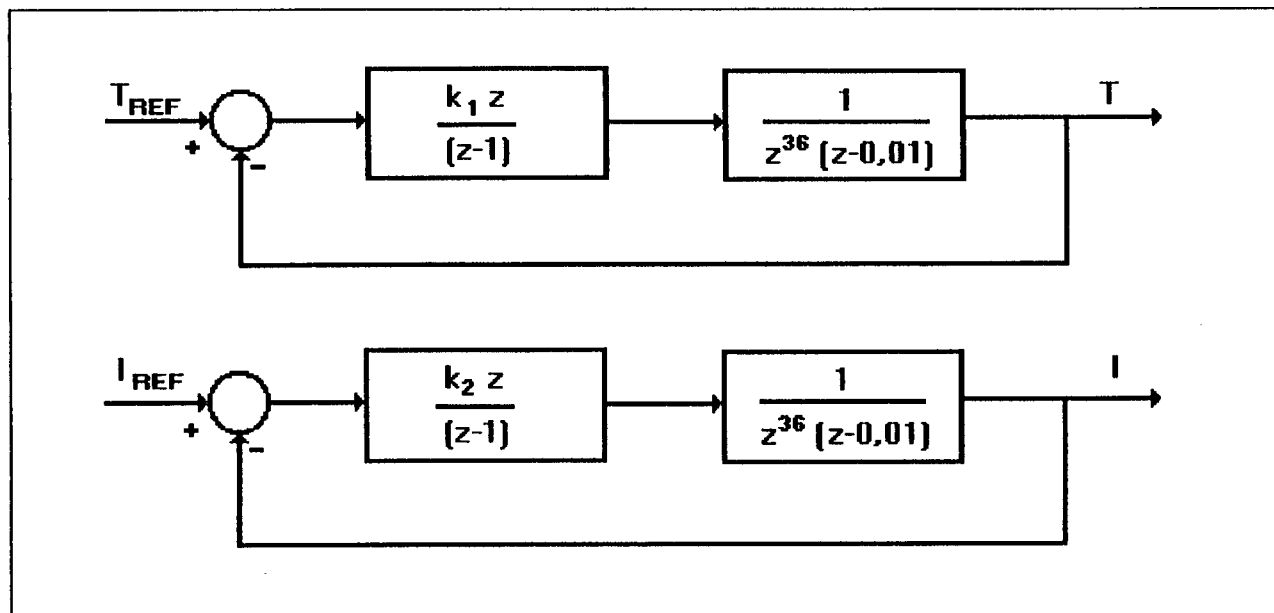


Figura 5.4: Sistema desacoplado com PP.

Então  $C_2(z)$  fica:

$$C_2(z) = \text{diag} \left[ \frac{k_i \cdot z}{z-1} \right]_{i=1,2}$$

Podemos representar o sistema desacoplado, como dois sistemas monovariáveis. Esta representação pode ser vista na figura 5.4.

Definindo  $g_i(z) = C_{2,i}(z) \cdot q_i(z) |_{i=1,2}$ , temos:

$$g_i(z) = \frac{k_i}{z^{35} \cdot (z-1) \cdot (z-0,01)}$$

Na figura 5.5, temos o "root-locus" da função de transferência  $g_i(z)$ .

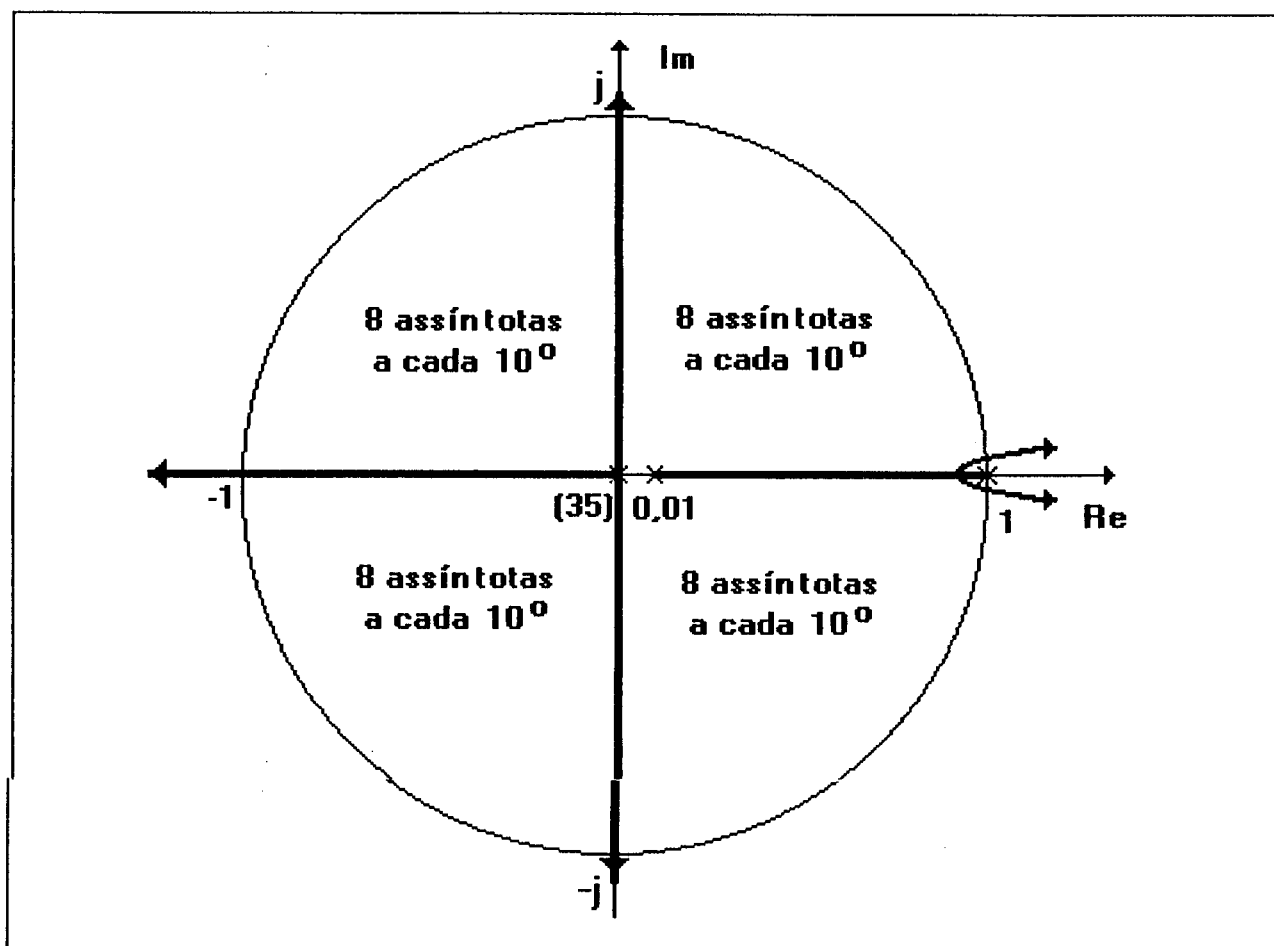


Figura 5.5: "Root-locus" de  $G_i(z)$ .

Analisando o "root-locus" da função de transferência  $g_i(z)$ , determinamos que  $k_i=1.10^{-4}$ ,  $i=1,2$  satisfaz as especificações de projeto.

Para a validação, realizamos vários testes em laboratório, onde concluímos que os melhores valores para  $k_i$  são:

$k_1=1,0.10^{-4}$  (malha de temperatura) e  $k_2=2,0.10^{-4}$  (malha do nível).

O compensador de Posicionamento de Pólos,  $C_2(z)$ , fica :

$$C_2(z) = \begin{bmatrix} \frac{1 \cdot 10^{-4} \cdot z}{z-1} & 0 \\ 0 & \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot z}{z-1} \end{bmatrix}$$

O compensador  $C(z)=C_{ij}(z) \mid i,j=1,2$ , fica:

$$C_{11}(z) = \frac{0,02 \cdot k_1 \cdot (z - 0,997)}{z^{32} \cdot (z^2 - 1,01 \cdot z + 0,01)}$$

$$C_{12}(z) = \frac{0,023 \cdot k_1 \cdot (z^3 - 1,827 \cdot z^2 + 0,984 \cdot z - 0,156)}{z^{46} \cdot (z^4 - 2,453 \cdot z^3 + 1,914 \cdot z^2 - 0,465 \cdot z + 0,004)}$$

$$C_{21}(z) = 0$$

$$C_{22}(z) = \frac{0,042 \cdot k_2 \cdot (z^3 - 0,83 \cdot z^2 + 0,157 \cdot z)}{z^3 - 1,459 \cdot z^2 + 0,463 \cdot z - 0,004}$$

## 5.5 Resultados:

Para analisarmos o desempenho do controlador  $C(z)$  realizamos, basicamente, dois testes (III e IV) no protótipo de laboratório em Malha Fechada.

Para posterior comparação entre a estrutura proposta e outra normalmente utilizada em ambientes industriais (PID+DE), realizamos outro teste (V) em MF com dois PID's.

### Resultados de $C(z)$ :

No primeiro teste (III), aplicamos um degrau na referência do nível ( $l_{REF}$ ) de 20% e a referência da temperatura ( $T_{REF}$ ) permaneceu constante.



Os valores iniciais para o teste III, foram os seguintes:

$$- I_{\text{REF0}} = 0,56 \text{ m} ; T_{\text{REF0}} = 32,0 \text{ }^{\circ}\text{C} (305,15 \text{ K}),$$

e o SP:

$$- I_{\text{REF}} = 0,65 \text{ m} ; T_{\text{REF}} = 32,0 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Na figura 5.6, temos os resultados do teste III realizado em laboratório.

Já para o teste IV, aplicamos um degrau na outra referência ( $T_{\text{REF}}$ ) e  $I_{\text{REF}}$  permaneceu constante.

As condições iniciais para o teste IV, foram as mesmas do teste III. E o novo valor de referência para a temperatura foi:  $T_{\text{REF}} = 40^{\circ} \text{C}$  (313,15 K), aproximadamente um degrau de 20%.

Podemos visualizar os resultados para o teste IV na figura 5.7.

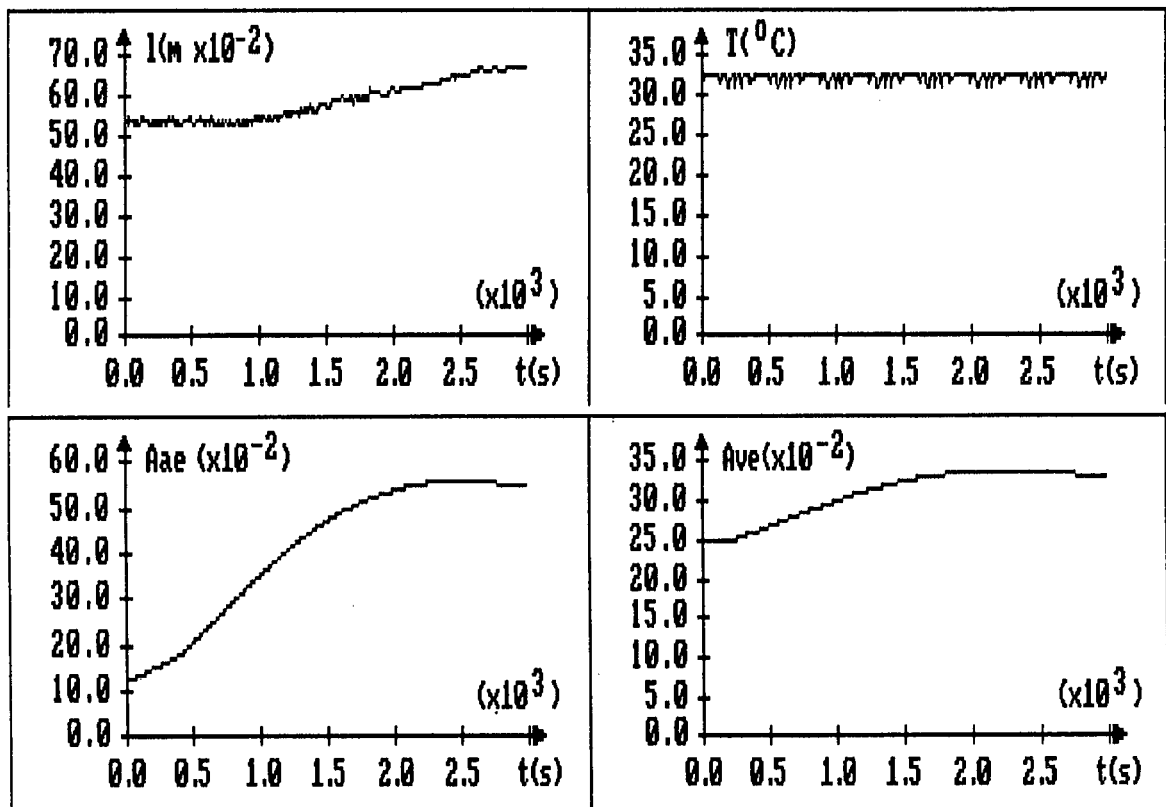


Figura 5.6: Resultados de laboratório para o teste III.

Comentários:

O objetivo da realização dos teste III e IV é o de analisar o desempenho do controlador proposto frente as especificações de projeto inicialmente impostas.

Analisando os resultados, figuras 5.6 e 5.7, observamos que:

- (a) Podemos considerar que as malhas do nível e da temperatura foram desacopladas, pois ocorreu apenas um pequeno transitório, de cerca de 5%, nos testes III e IV.
- (b) Ocorreu uma sensível melhora na resposta dinâmica do sistema. O tempo de estabilização melhorou em cerca de 10%, tanto para o nível como para a temperatura.
- (c) O erro estático para as duas variáveis de saída é nulo.

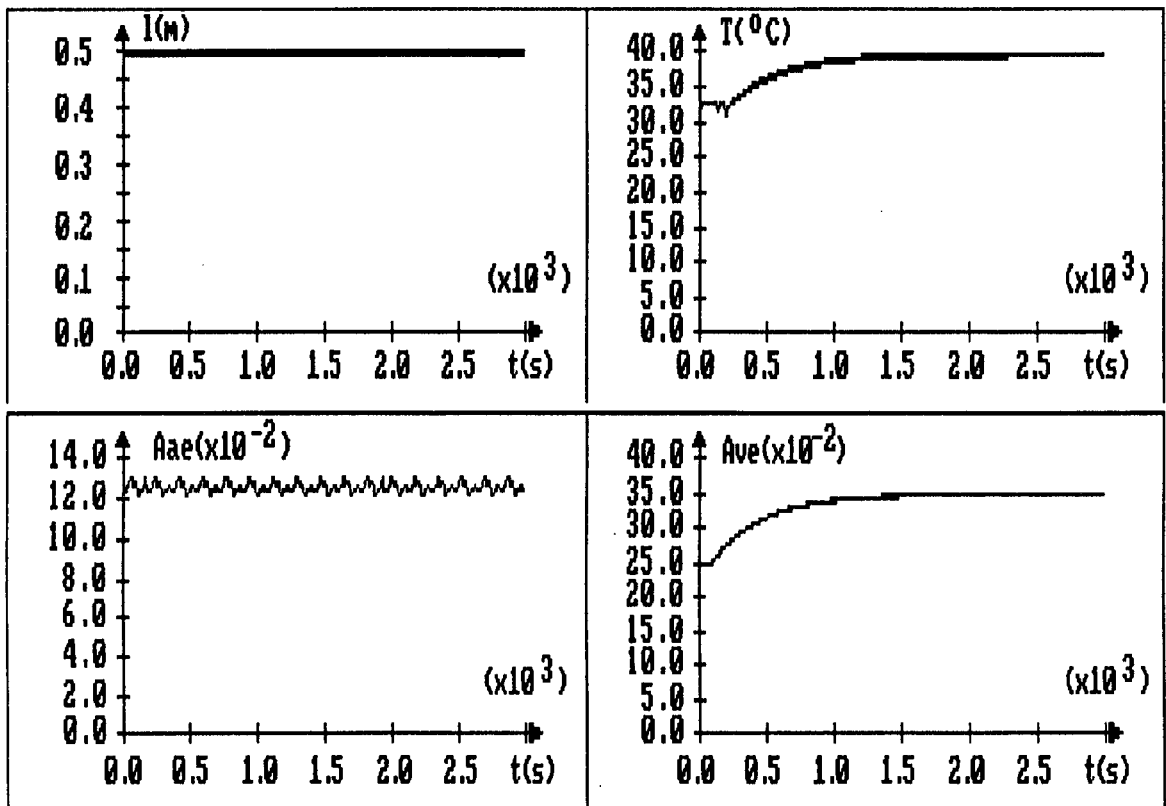


Figura 5.7: Resultados de laboratório para o teste IV.

### Resultados de PID+DE:

Como já foi mencionado anteriormente, realizamos um teste com outro compensador para posterior comparação.

O compensador utilizado para análise consiste de dois PID's, um para malha do nível e outro para a de temperatura em conjunto com um pré-compensador para Desacoplamento Estático.

Para projetarmos os controladores, PID, utilizamos o modelo identificado do TC e o sistema especialista SADECA. E o de DE através do método mostrado no capítulo IV.

O melhor ajuste, obtido através do SADECA, para os PID's foi o seguinte:

(a) PID<sub>1</sub> (malha de temperatura):  $K_c : 0,24$ ;  $T_i : 80,0$  s;  $T_d : 0$  s.

(b) PID<sub>2</sub> (malha do nível):  $K_c : 7,0$ ;  $T_i : 20,0$  s;  $T_d : 0$  s.

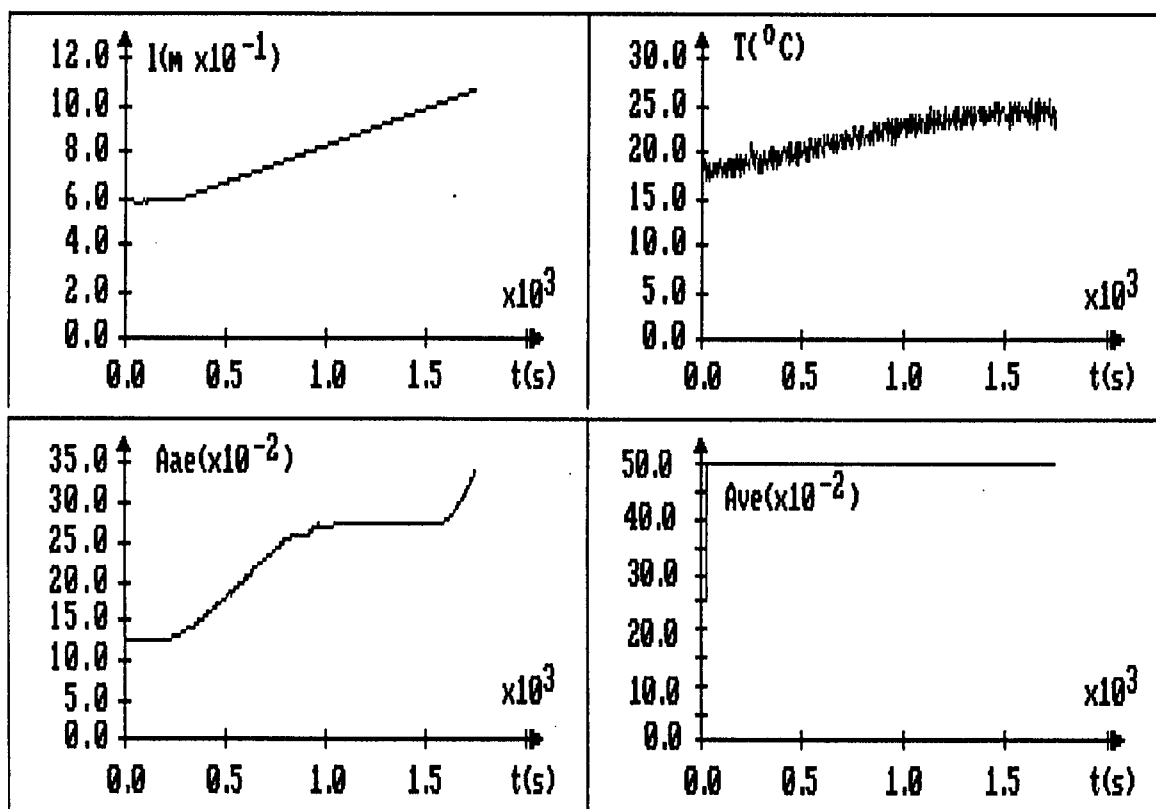


Figura 5.8: Resultados de laboratório para o teste V.

As condições iniciais para este teste foram:

-  $l_{\text{REFO}} = 0,6 \text{ m}$ ;  $T_{\text{REFO}} = 20,0 \text{ }^\circ \text{C}$ .

E o SP ( nova referência ):

-  $l_{\text{SP}} = 0,6 \text{ m}$ ;  $T_{\text{REFO}} = 25,0 \text{ }^\circ \text{C}$ .

Os resultados deste teste, com os PID's, podem ser vistos na figura 5.8.

### Comentários:

Analisando os resultados do teste V, podemos verificar que:

- (a) a entrada de controle  $A_{ve}$  permaneceu saturada em todo o teste;
- (b) a entrada  $A_{ae}$ , mesmo com o nível já estabilizado no SP, tornou-se crescente;
- (c) conforme era esperado, ver resultados de simulação no capítulo IV, esta estrutura não conseguiu controlar o sistema multivariável em MF.

### **5.6 Conclusão:**

Neste capítulo mostramos que a técnica de controle proposta obteve um desempenho satisfatório nos testes realizados em laboratório, baseados no modelo identificado do sistema através dos testes em MA.

Estes resultados, realizados em laboratório, são semelhantes aos resultados simulados no capítulo IV, o que comprova a validade da método usado para o projeto do controlador.

A comparação com as técnicas clássicas de controle, também demonstrou que a solução proposta obteve um bom resultado.

## **CAPÍTULO VI**

### **CONCLUSÃO**

Neste trabalho, procuramos diminuir a distância existente entre a teoria de controle de sistemas lineares multivariáveis e a sua implementação prática em plantas industriais.

Para tal, utilizamos, como sistema de estudo, um trocador de calor água-vapor construído especialmente para esta finalidade.

Posteriormente, projetamos e implementamos um controlador multivariável mais adequado ao sistema em questão.

As simulações e os resultados práticos nos demonstraram a validade do método utilizado no projeto do compensador para o trocador de calor.

#### **Contribuições:**

Como contribuições mais importantes deste trabalho, destacamos:

- (a) Implementação de um controlador multivariável viável em ambientes industriais, através da aplicação da metodologia de projeto de sistemas;
- (b) Projeto do controlador de maneira a atender as especificações do sistema em Malha Fechada inicialmente impostas;
- (c) Estrutura construída (processo/interface/controle) possibilita o desenvolvimento de futuros trabalhos na área.

### **Perspectivas Futuras:**

Para a continuidade do trabalho e futuras pesquisas, propomos:

- (a) Analisar o desempenho do sistema em Malha Fechada frente a perturbações externas;
- (b) Melhorar a resposta dinâmica do sistema;
- (c) Projetar e implementar outros controladores para posicionamento de pólos, como, por exemplo PID's;
- (d) Desenvolver um método de controle que atenda toda a faixa de atuação do sistema, possivelmente métodos adaptativos, não-lineares ou de controle robusto;
- (e) Estudar a aplicabilidade de outros métodos existentes na teoria de controle multivariável diferentes do desacoplamento.

## BIBLIOGRAFIA

[Aström 84]

Aström, K.J. & Wittenmark, B. Computer Controlled Systems: Theory and Design. Prentice-Hall. New Jersey. 1984.

[Bai 87]

Bai, H. & Bai, F. & Xue, J. Modeling, Simulation and Control of an Oil Heater. IEEE, Control Systems Magazine. 1987, august, Pag 41.

[Callier 82]

Callier, F.M. & Desoer, Ch.A. Multivariable Feedback Systems. Springer Verlag. New York. 1982.

[Chen 70]

Chen, C.T. Introduction to Linear Systems Theory. Holt, Rinehart & Winston, INC. New York. 1970.

[Coughanowr 65]

Coughanowr, D.R. & Koppel, L.B. Process Systems Analysis & Control. MacGraw-Hill. Tokio. 1965.

[Cury 90]

Cury, J.E. Sistemas Lineares I (1ª parte). Notas de aula. PGEEL. UFSC. 1990.

[D'Azzo 66]

D'Azzo, J.J. & Houpis, C.H. *feedback Control System Analysis & Synthesis*. McGraw-Hill. Tokio. 1966.

[Desoer 81]

Desoer, C.A. & Chen, M.J. *Design of Multivariable Feedback Systems with Stable Plant*. IEEE trans. on Aut. Control, nº2. 1981, april.

[Ferreira 88]

Ferreira, P.M.G. *Coments on Internal Stabilization and Decoupling in Linear Multivariable Systems by Unit Feedback Compensation*. IEEE t. on A. C, pag 1195. 1988, december.

[Garcez 60]

Garcez, L.N. *Elementos de Mecânica dos Flúidos. Hidráulica Geral*. Editora Edgard Blücher Ltda. 2ª edição. São Paulo. 1960.

[Kammer 92]

Kammer, L.C. & Pagano, D.J. & Bruciaplaga, A.H. *Sistema de Avaliação de Desempenho de Controladores Adaptativos*. Anais do IX Congresso Brasileiro de Automática (IX CBA). Vitória. Brasil. 1992.

[Kidd 85]

Kidd, P.T. & Munro, N. & Winterbone, D.E. *Design of Compensation schemes for a Nonminimum-phase multivariable Plant*. IEEE p. D, C. T. and Ap. 1985(2), pag. 75-85.

[Lima 91]

Lima, S.C. *Identificação de Sistemas Assistida por Computador*. Dissertação de Mestrado. PGEEL. UFSC. 1991.



[Luyben 73]

Luyben, W.L. Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers. McGraw-Hill. Tokio. 1973.

[Lydersen 79]

Fluid Flow and Heat Transfer. John Wiley & Sons. New York. 1979.

[Ogata 82]

Ogata, K. Engenharia de Controle Moderno. Prentice-Hall do Brasil. Rio de Janeiro. 1982.

[Rico 89]

Rico, J.E.N. Teoria de Controle de Sistemas Lineares Multivariáveis: uma Análise Comparativa das Teorias Geométrica e Polinomial. Dissertação de Mestrado. PGEEL. UFSC. 1989.

[Rico 90]

Rico, J.E.N. Sistemas Lineares II (2ª parte). PGEEL. UFSC. 1990.

[Schmidt 84]

Schmidt, F.W. & Henderson, R.G. & Wolgemuth, C.H. Introduction to Thermal Sciences. John Wiley & Sons. New York. 1984.

[Slotine 91]

Slotine, J.J. & Li, W. Applied Nonlinear Control. Prentice-Hall Inc. New Jersey. 1991.

[Vidyasagar 85]

Vidyasagar, M. Control system synthesis: A factorization approach. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts. 1985.

[Smith 85]

Smith, C.A. & Corripio, A.B. Principles and Practique of Automatic Process Control. John Wiley & Sons. New York. 1985.

[Vardulakis 87]

Vardulakis, A. Internal Stabilization ans Decoupling in Linear Multivariable Systems by Unit Output Feedback Compensation. IEEE, t. A. C., pag735. 1987, august.

[Wonham 79]

Wonham, W. M. Linear Multivariable Control: A geometric Approach. Springer Werlag. New York. 1979.