

João Carlos de Oliveira Marra

CONTROLE HÍBRIDO DE VIBRAÇÕES EM  
ESTRUTURAS SOB EXCITAÇÃO DE BANDA  
LARGA, UTILIZANDO NEUTRALIZADOR  
VISCOELÁSTICO E FILTRO ADAPTATIVO.

FLORIANÓPOLIS 2007

Universidade Federal de Santa Catarina  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Controle Híbrido de Vibrações em Estruturas sob Excitação de  
Banda Larga, utilizando Neutralizador Viscoelástico e Filtro  
Adaptativo.

Dissertação submetida à

Universidade Federal de Santa Catarina

Para obtenção do grau de

Mestre em Engenharia Mecânica.

João Carlos de Oliveira Marra

Florianópolis, Novembro de 2007

Universidade Federal de Santa Catarina  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Controle Híbrido de Vibrações em Estruturas sob Excitação de Banda Larga,  
utilizando Neutralizador Viscoelástico e Filtro Adaptativo

João Carlos de Oliveira Marra

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre  
em Engenharia Mecânica, Área de Concentração Ruído e Vibrações,  
sendo aprovada em sua forma final.

---

Prof. José João de Espíndola, PhD  
Orientador

---

Prof. Eduardo Márcio de Oliveira Lopes, PhD  
Co-orientador

---

Prof. Fernando Cabral, PhD  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação

Banca Examinadora

---

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.

---

Prof. Carlos Alberto Bavastri, Dr. Eng.

---

Prof. Luis Carlos Sandoval Góes, PhD

---

Prof. Orlando José Tobias, Dr. Eng.

*"A ciência humana de maneira nenhuma nega a existência de Deus. Quando considero quantas e quão maravilhosas coisas o homem compreende, pesquisa e consegue realizar, então reconheço claramente que o espírito humano é obra de Deus, e a mais notável."  
(Galileu Galilei)*

*À minha família  
e aos meus amigos.*

## Agradecimentos

Agradeço a Deus pela paz.

Embora ainda haja perguntas sem resposta e situações cuja compreensão e o entendimento ainda não me satisfazem, a paz provém da certeza do cuidado de Deus, que, à mim, tem se realizado através de pessoas cuja definição não pode ser menos que *“braços de Deus na minha vida”*.

Aos meus pais, Heraldo e Regina, por serem tão amáveis e zelosos em cada detalhe, por toda motivação, incentivo e esforço (no mais amplo sentido dessas palavras!) empregados nesse projeto. Mesmo estando tão longe, sempre os senti muito perto, e isso foi FUNDAMENTAL. A vocês, queridos pais, meus mais profundos e sinceros agradecimentos. Obrigado!

Nos nomes de meus avós, Merchir e Imar Marra, e Suely Oliveira, agradeço a toda a minha família, em especial, aos queridos irmãos Adriana Marra pela sinceridade, fidelidade e confiança, e Paulo Henrique Marra.

Aos meus muito queridos amigos (do MMDP, Maanaim, CMBH, PUC, UFSC, GOU, PEE...) por serem para mim, sempre, tão rica fonte de sabedoria, alegria, amor e paz.

Aos amigos do PISA-LVA, Prof. Espíndola, Adriana, Izolda Moschen, Petrônio Pereira, Wagner Medeiros e, especial agradecimento, ao Prof. Eduardo Lopes, pelo apoio, presença, dedicação, enfim, pela amizade e excelente co-orientação. Ao Walter Gontijo pela agradável amizade e pela paciência e persistência na transposição das dificuldades com os testes experimentais, e ao Prof. Orlando José Tobias, pela disponibilidade nos diversos auxílios prestados e pelo interesse no trabalho. Aos companheiros do LVA Paulo Bonifácio, Paulo Novak e Marco Aurélio de Paula, pela amizade, conversas e sugestões.

Alguns merecem lugar destacado nessas páginas, diante do destacado apoio, companheirismo, compreensão e incentivo que me deram: Marcelo Campos, Maria Fátima de Oliveira, Paula Costa e família, Gabriela e Nelson Marinho, Edgard Andrade, Natália Rudorff e Eda Fossati.

Todos esses, à sua maneira e intensidade, são os *“braços”* da providência Divina em minha vida, revelando-me Deus, com toda a sua sabedoria, intensa e suave, de preparar-nos e formar-nos para a construção de um mundo novo.

Agradeço, ainda, à Analog Devices, pela colaboração na utilização da placa de processamento digital de sinais, à CAPES, pelo apoio financeiro, e à Universidade Federal de Santa Catarina, viabilizando a realização desse projeto.

## SUMÁRIO

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>VI</b>
<b>SUMÁRIO</b> .....	<b>VII</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>IX</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>XII</b>
<b>SIMBOLOGIA</b> .....	<b>XIII</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>XVII</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>XVIII</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. CONTROLE PASSIVO .....	2
1.1.1. <i>Neutralizador de Vibrações</i> .....	2
1.2. CONTROLE ATIVO-ADAPTATIVO .....	3
1.3. CONTROLE MISTO .....	4
1.4. OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES .....	5
1.5. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	5
<b>2. CONTROLE PASSIVO</b> .....	<b>7</b>
2.1. NEUTRALIZADORES DE VIBRAÇÃO .....	7
2.1.1. <i>Sistema sem Amortecimento</i> .....	7
2.2. SISTEMA COM AMORTECIMENTO .....	12
2.2.1. <i>Amortecimento Viscoelástico</i> .....	15
<b>3. CONTROLE ATIVO-ADAPTATIVO</b> .....	<b>20</b>
3.1. INTRODUÇÃO .....	20
3.2. FILTROS ADAPTATIVOS .....	21
3.2.1. <i>Filtro FIR</i> .....	23
3.2.2. <i>Filtro IIR</i> .....	24
3.3. FILTROS DE WIENER .....	26
3.3.1. <i>O Critério MSE</i> .....	27
3.3.2. <i>O Princípio da Ortogonalidade</i> .....	30
3.4. AUTOVALORES, AUTOVETORES E SUPERFÍCIE DE DESEMPENHO .....	31
3.4.1. <i>Propriedades dos Autovalores e Autovetores</i> .....	32
3.4.2. <i>Superfície de Desempenho</i> .....	33

3.5. MÉTODOS DE BUSCA .....	36
3.5.1. <i>Método Steepest Descent</i> .....	36
3.6. O ALGORITMO LMS .....	39
3.6.1. <i>Derivação do Algoritmo LMS</i> .....	39
3.7. O ALGORITMO FxLMS .....	42
3.7.1. <i>Algoritmo FxLMS com Perdas</i> .....	45
<b>4. METODOLOGIA.....</b>	<b>46</b>
4.1. INTRODUÇÃO .....	46
4.2. O SISTEMA ELETRÔNICO .....	46
4.2.1. <i>Analizador de Sinais:</i> .....	46
4.2.2. <i>Placa de Processamento Digital de Sinais</i> .....	48
4.2.3. <i>Instrumentação</i> .....	51
4.3. SISTEMAS MECÂNICOS .....	52
4.3.1. <i>Métodos de Avaliação das Identificações e do Desempenho dos Sistemas de Controle</i> .....	52
4.3.2. <i>O Sistema Massa</i> .....	55
4.3.3. <i>A Convolução</i> .....	58
4.3.4. <i>O Sistema Massa-Mola</i> .....	59
4.3.5. <i>O Sistema Final - A Viga</i> .....	62
<b>5. RESULTADOS .....</b>	<b>81</b>
5.1. INTRODUÇÃO .....	81
5.2. O SISTEMA ELETRÔNICO .....	81
5.3. SISTEMAS MECÂNICOS .....	81
5.3.1. <i>O Sistema Massa</i> .....	82
5.3.2. <i>A Convolução</i> .....	83
5.3.3. <i>O Sistema Massa - Mola</i> .....	87
5.3.4. <i>Sistema Final – A Viga</i> .....	92
<b>6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>104</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>107</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>109</b>
<b>A.1 – CONVOLUÇÃO .....</b>	<b>109</b>
<b>A.2 – SCRIPT “FILTRA_RUIDO.M” .....</b>	<b>112</b>



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Neutralizador de Vibrações com 1 GDL .....	3
Figura 1.2 – Sistema de Controle Ativo-Adaptativo [16] .....	4
Figura 2.1 – Sistema Principal e Neutralizador .....	8
Figura 2.2 - Resposta do Sistema com Neutralizador [7] .....	10
Figura 2.3 - Freqüências Naturais em função da Razão de Massas [7] .....	11
Figura 2.4 - Faixa de Atenuação do Neutralizador [19].....	12
Figura 2.5 – Sistema Composto com Amortecimento.....	13
Figura 2.6 - Influência do Amortecimento [19] .....	14
Figura 2.7 - Resposta do Sistema para Parâmetros Ótimos [19].....	15
Figura 2.8 - Variação de $G$ e $\eta_G$ com a freqüência [10].....	17
Figura 2.9 - Variação de $G$ e $\eta_G$ com a Temperatura [10] .....	18
Figura 3.1 - Abordagem de Controle Tipo <i>Feedback</i> .....	20
Figura 3.2 - Abordagem de Controle Tipo <i>Feedforward</i> .....	21
Figura 3.3 – Esquema da Planta e Controle Ativo.....	22
Figura 3.4 - Estrutura FIR .....	23
Figura 3.5 - Estrutura FIR Adaptativa .....	24
Figura 3.6 - Estrutura IIR .....	25
Figura 3.7 - Influência do Autovalor na Forma da Função Custo .....	33
Figura 3.8 - Representação da Elipse Definida na eq. 3.35.....	35
Figura 3.9 - Gráfico da Função Custo.....	35
Figura 3.10 - FxLMS.....	44
Figura 4.1 - Sinal Gerado no MATLAB.....	48
Figura 4.2 - Janelas de Importação de Sinal – SignalCalc ACE. ....	49
Figura 4.3 - “Perda de Amostras” do DSP.....	50
Figura 4.4 - Sistema Eletrônico - instrumentação .....	52

Figura 4.5 - Espectro do Sinal de Resposta - $e(n)$ .....	55
Figura 4.6 - Sistema Massa.....	56
Figura 4.7 - Esquema da Montagem do Sistema Massa .....	57
Figura 4.8 - Sistema Massa-Mola.....	59
Figura 4.9 - Montagem experimental do Sistema Massa-Mola .....	60
Figura 4.10 - Esquema para Identificação dos Caminhos Secundário e de <i>Feedback</i> .....	61
Figura 4.11 - Esquema para o Controle.....	62
Figura 4.12 - Nomograma do Material Viscoelástico Utilizado no NDV.....	63
Figura 4.13 - Vista Superior e Corte Frontal do NDV [6]. .....	64
Figura 4.14 - Desenho da Viga e seus Pontos de Medição [6].....	65
Figura 4.15 - Porções de $h(t)$ para Planta com Maior e Menor Amortecimento.....	66
Figura 4.16 - Respostas Impulsivas da Viga Com e Sem o NDV.....	67
Figura 4.17 - FRF da viga sem NDV. Interface do SignalCalc ACE®. ....	69
Figura 4.18 - FRF da Viga sem NDV. Excitação de 200 a 430 Hz.....	70
Figura 4.19 - FRF da Viga com NDV. Excitação de 200 a 430 Hz.....	70
Figura 4.20 - Esquema da Montagem para Identificação.....	72
Figura 4.21 - Convergência do Sinal de Erro em uma Identificação.....	74
Figura 4.22 - Esquema da Montagem do Controle Ativo no Sistema Viga com NDV. ....	76
Figura 4.23 - Esquema de um Excitador Eletromagnético ( <i>Shaker</i> ) [23] .....	77
Tabela 4.4 - Monitoramento da Força de Perturbação.....	78
Figura 4.24 - Montagem do Experimento no Interior da Câmara de Temperatura.....	79
Figura 5.1 - Comportamento dos Coeficientes do Filtro para Diferentes Larguras de Banda do Sinal de Excitação. ....	82
Figura 5.2 - Resultados da Convolução entre $x(n)$ e 90% do $h(n)$ . Caso Teórico.....	84
Figura 5.3 - Defasagem entre os Sinais de Saída $y(n)$ . Caso teórico - 90% do $h(n)$ . ....	85
Figura 5.4 - Resultados da Convolução entre $x(n)$ e 10% do $h(n)$ . Caso teórico. ....	86
Figura 5.5 - Defasagem entre os Sinais de Saída $y(n)$ . Caso teórico - 10% do $h(n)$ . ....	87

<b>Figura 5.6 - Resultados da Convolução entre <math>x(n)</math> e 90% do <math>h(n)</math>. Caso Prático.....</b>	<b>88</b>
<b>Figura 5.7 - Defasagem entre os Sinais de Saída <math>y(n)</math>. Caso Prático - 90% do <math>h(n)</math>. ....</b>	<b>89</b>
<b>Figura 5.8 - Resultados da Convolução entre <math>x(n)</math> e 10% do <math>h(n)</math>. Caso Prático.....</b>	<b>90</b>
<b>Figura 5.9 - Defasagem entre os Sinais de Saída <math>y(n)</math>. Caso Prático - 10% do <math>h(n)</math>. ....</b>	<b>91</b>
<b>Figura 5.10 - Variação do Desempenho do Subsistema de Controle Passivo em Função da Temperatura.....</b>	<b>93</b>
<b>Figura 5.11 – Respostas dos Sistemas via FRF e RRF (01/19): T=5°C.....</b>	<b>96</b>
<b>Figura 5.12 – Respostas dos Sistemas via FRF e RRF (01/19): T=15°C.....</b>	<b>97</b>
<b>Figura 5.13 – Respostas dos Sistemas via FRF e RRF (01/19): T=25°C.....</b>	<b>97</b>
<b>Figura 5.14 - Respostas dos Sistemas via FRF e RRF (01/19): T=35°C.....</b>	<b>98</b>
<b>Figura 5.15 – Reduções via Sinal de Erro: T=5 °C .....</b>	<b>99</b>
<b>Figura 5.16 - Reduções via Sinal de Erro: T=15 °C.....</b>	<b>100</b>
<b>Figura 5.17 - Reduções via Sinal de Erro: T=25 °C.....</b>	<b>100</b>
<b>Figura 5.18 – Reduções via Sinal de Erro: T=35 °C.....</b>	<b>101</b>
<b>Figura 5.19 - Adaptabilidade dos Coeficientes do Filtro .....</b>	<b>103</b>
<b>Figura A.1.1 – Resposta Impulsiva de um Sistema LTI .....</b>	<b>109</b>
<b>Figura A.1.2 – Entrada <math>x(n)</math> .....</b>	<b>110</b>
<b>Figura A.1.3 – Resposta <math>y(n)</math> .....</b>	<b>110</b>

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 4.1 - Identificações - Caminho Secundário.....	74
Tabela 4.2 - Identificações - Caminho de <i>feedback</i> .....	74
Tabela 4.3 - Combinação Ótima de Parâmetros do Algoritmo FxLMS - Controle Ativo .....	75
Tabela 4.4 - Monitoramento da Força de Perturbação. ....	78
Tabela 4.5 - Combinação Ótima de Parâmetros do Algoritmo FxLMS -Controle Adaptativo	79
Tabela 5.1 - Parâmetros do Algoritmo FxLMS.....	91
Tabela 5.2 - Redução do Sinal de Erro nas Identificações .....	94
Tabela 5.3 - Controle Passivo – Análise por Reduções nos Picos. ....	95
Tabela 5.4 - Resultado do Controle Passivo – Análise em Banda de Frequência.....	95
Tabela 5.5 - Atenuações dos Sistemas de Controle via FRF e RRF (01/19).....	98
Tabela 5.6 - Atenuações dos Sistemas de Controle via Sinal de Erro.....	101

## SIMBOLOGIA

### Letras Romanas

- B - módulo volumétrico
- $B_c$  - módulo volumétrico complexo
- C - matriz de amortecimento
- $c_1$  - amortecimento do sistema principal (primário)
- $c_2$  - amortecimento do sistema secundário (neutralizador)
- $d(n)$  - sinal desejado (discreto, domínio do tempo)
- E - módulo de elasticidade
- $E_c$  - módulo de elasticidade complexo
- $E[ ]$  - valor esperado
- $e(n)$  - sinal de erro (discreto, domínio do tempo)
- $e_0(n)$  - sinal de erro ótimo (discreto, associado aos coeficientes ótimos do filtro principal,  $w_0$ )
- F - força de excitação
- $F(z)$  - função de transferência do caminho de *feedback*
- $\hat{F}(z)$  - filtro digital que estima  $F(z)$
- G - módulo de cisalhamento
- $G_c$  - módulo de cisalhamento complexo
- I** - matriz identidade
- $j$  -  $\sqrt{-1}$
- K - matriz de rigidez
- $k(\Omega)$  - rigidez dinâmica
- $k_c(\Omega)$  - rigidez complexa
- $k_1$  - rigidez do sistema principal (primário)
- $k_2$  - rigidez do sistema secundário (neutralizador)
- M - matriz de massa
- $m_1$  - massa do sistema principal (primário)
- $m_2$  - massa do sistema secundário (neutralizador)
- N - ordem do filtro digital principal
- $N_s$  - ordem do filtro digital do caminho secundário
- $N_f$  - ordem do filtro digital do caminho de *feedback*
- P - ganho do sinal de controle  $y(n)$

- p** - vetor de correlação cruzada
- Q** - matriz dos autovetores de **R**
- q** - autovetor de **R**
- R** - matriz de auto-correlação do sinal de entrada
- r** - frequência normalizada  $\left( r = \frac{\omega}{\omega_i} = \frac{\text{frequência}}{\text{frequência natural do sistema principal}} \right)$
- $r_{xx}$  - auto-correlação
- $r_{xy}$  - correlação cruzada
- S(z)** - função de transferência do caminho secundário
- $\hat{S}(z)$  - filtro digital que estima **S(z)**
- T** - temperatura
- t** - tempo
- $\text{tr}[ ]$  - traço de uma matriz
- W(z)** - função de transferência do filtro adaptativo principal
- w(n)** - vetor de coeficientes do filtro adaptativo principal
- w<sub>0</sub>(n)** - vetor de coeficientes ótimos do filtro adaptativo principal
- w<sub>i</sub>(n)** - i-ésimo coeficiente do filtro adaptativo principal
- X** - Amplitude de deslocamento de **x(t)**
- x(t)** - deslocamento do sistema primário
- x(n)** - sinal de excitação / sinal de referência (domínio do tempo discreto)
- xf(n)** - vetor de entrada filtrado (sem o efeito do caminho de *feedback*)
- xf<sub>s</sub>(n)** - vetor de entrada filtrado (sem o efeito dos caminhos de *feedback* e secundário)
- y(n)** - sinal de controle (domínio do tempo discreto)
- yf(n)** - sinal de controle filtrado (sem o efeito do caminho de *feedback*)
- y<sub>0</sub>(n)** - saída do filtro ótimo
- y<sub>c</sub>** - sinal composto pelo resultado da convolução entre a resposta impulsiva **h(n)** completa e o sinal de excitação **x(n)**.
- y<sub>i</sub>** - sinal composto pelo resultado da convolução entre a resposta impulsiva **h(n)** incompleta e o sinal de excitação **x(n)**.
- | |** - módulo
- H** - complexo-conjugado transposto (hermitiano)

**Letras Gregas:**

- $\beta$  - razão de frequências  $\left( \beta = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\text{frequência natural do neutralizador}}{\text{frequência natural do sistema principal}} \right)$
- $\phi$  - função auto-correlação
- $\eta(\Omega)$  - fator de perda
- $\eta_c(\Omega)$  - fator de perda ao cisalhamento
- $\eta_E(\Omega)$  - fator de perda longitudinal
- $\eta_B(\Omega)$  - fator de perda volumétrico
- $\Lambda$  - matriz de autovalores de  $\mathbf{R}$
- $\lambda$  - autovalores da matriz  $\mathbf{R}$
- $\mu$  - tamanho do passo do algoritmo de adaptação
- $\mu_m$  - razão de massas ( $\mu_m = m_2/m_1$ )
- $\nu$  - fator de perdas (*leaky factor*)
- $\zeta$  - razão de amortecimento
- $\xi$  - função custo
- $\omega$  - frequência angular
- $\omega_1$  - frequência natural do sistema principal (primário)
- $\partial$  - operador derivada parcial
- $\nabla$  - operador gradiente

**Abreviações:**

- ADC - Conversor Analógico – Digital (*Analog-to-Digital Converter*)
- ARX - Filtro Auto-Regressio Exógeno (*Auto-Regressive Exogenous Filter, with external input*)
- AVC - Controle Ativo de Vibrações (*Active Vibration Control*)
- DAC - Conversor Digital – Analógico (*Digital-to-Analog Converter*)
- DEP - Densidade Espectral de Potência
- DSP - Processador Digital de Sinais (*Digital Signal Processor*)
- FRF - Função Resposta em Frequência
- FIR - Resposta ao Impulso Finita (*Finite Impulse Response*)
- FxLMS- Algoritmo de Mínimos quadrados com Entrada Filtrada (*Filtered-x Least Mean Square Algorithm*)
- GDL - Grau de Liberdade
- IIR - Resposta ao Impulso Infinita (*Infinite Impulse Response*)

- LMS - Algoritmo de Mínimos Quadrados (*Least Mean Square Algorithm*)
- LTI - Linear e Invariante no Tempo (*Linear Time Invariant*)
- LVA - Laboratório de Vibrações e Acústica da Universidade Federal de Santa Catarina
- MSD - Método *Steepest Descent*
- MSE - Erro Médio Quadrático (*Mean Square Error*)
- NDV - Neutralizador Dinâmico de Vibração
- PGA - Amplificador de Ganho Programável (*Programmable Gain Amplifier*)
- PISA - Grupo de Pesquisa Integrada em Sistemas Vibrantes e Acústicos
- PSF - Positiva Semidefinida
- RMS - Raiz Média Quadrática (*Root Mean Square*)
- RRF - Razão entre Resposta Força



## RESUMO

Em virtude dos constantes avanços tecnológicos, a necessidade de se controlar fenômenos vibratórios está cada vez mais presente na sociedade moderna, demandando técnicas de crescente grau de sofisticação. O presente trabalho, em sintonia com essa necessidade, trata do desenvolvimento e da implementação prática de um sistema de controle misto de vibrações em uma viga metálica, excitada por um sinal de banda larga de frequência. O sistema é denominado misto por ser composto por dois subsistemas: um passivo e outro ativo-adaptativo. O subsistema passivo consiste de um neutralizador dinâmico de vibrações (NDV) viscoelástico, enquanto o subsistema ativo-adaptativo é composto por sensores, atuadores e um processador digital de sinais (DSP), em que uma estratégia de controle baseada em um algoritmo LMS é aplicada. Tanto o neutralizador viscoelástico, projetado e construído para agir de forma ótima a 25 °C, quanto o subsistema ativo-adaptativo de controle atuam em toda a banda de frequência em que a viga é excitada. A adaptabilidade do sistema de controle misto é verificada ao se variar a temperatura na qual a viga é ensaiada. Essa variação, entre 5 a 35°C, impacta direta e consideravelmente a performance do NDV, o que exige ajustes do subsistema ativo-adaptativo, no sentido de compensar a perda de desempenho do neutralizador viscoelástico e manter um nível global de controle de vibrações. Verifica-se, ao longo do trabalho, que um sistema de controle misto de vibrações, baseado em neutralizadores viscoelásticos e filtros adaptativos, constitui uma ferramenta ao mesmo tempo flexível e poderosa, em que as vantagens de cada subsistema podem ser associadas em benefício de um controle mais confiável e menos dispendioso.

## ABSTRACT

Due to the constant technological advances, the need for controlling vibratory phenomena is more and more present in modern society, demanding techniques of increasing level of sophistication. This work, tuned to that need, deals with the development and practical implementation of a hybrid vibration control system implemented over a metallic beam excited by a broad band signal. The system is called hybrid because it consists of two subsystems: a passive one and an active-adaptive one. The passive subsystem consists of a viscoelastic dynamic vibration neutralizer (DVN), whereas the active-adaptive subsystem comprises sensors, actuators and a digital signal processor (DSP), on which a control strategy based on a LMS algorithm is developed. Both the viscoelastic neutralizer, designed to optimal action at 25 °C, and the active-adaptive subsystem work all over frequency bandwidth in which the beam is excited. The adaptability of the hybrid control system is verified by varying the temperature at which the beam is tested. This variation, between 5 and 35°C, affects directly and considerably the DVN performance. That demands the active-adaptive subsystem to adapt, in order to compensate the DVN loss of performance and maintain an overall level of vibration control. It is verified, along the current work, that a hybrid vibration control system, based on viscoelastic neutralizers and adaptive filters, is a powerful and flexible tool, since the advantages of each subsystem can be associated towards a more reliable and less expensive control action.

## 1. Introdução

Vibrações estão comumente presentes no cotidiano humano, em seus mais variados setores. Há casos em que as vibrações são desejadas e até mesmo induzidas, como em instrumentos musicais. Mas, geralmente, sua ocorrência pode gerar desde pequenos desconfortos até graves acidentes, como o caso clássico da ponte Tacoma Narrows.

A necessidade de se controlar os fenômenos vibratórios é cada dia mais latente na sociedade moderna, em virtude do crescente desenvolvimento industrial e tecnológico, e pode ser observada tanto em estruturas civis, como pontes e edifícios, quanto em máquinas cada vez maiores, mais potentes e mais precisas. Entende-se por controle de vibrações o conjunto de medidas que visam manter a resposta dinâmica de um sistema mecânico abaixo de níveis máximos considerados permitidos.

O grupo PISA-LVA tem, de longa data, se dedicado ao estudo de técnicas de controle de vibrações, realizando esforços tanto no aperfeiçoamento de técnicas que já são utilizadas atualmente, como os Neutralizadores Dinâmicos de Vibrações, como também no desenvolvimento de novas metodologias de controle de vibrações, a saber, o Controle Ativo-Adaptativo. Os trabalhos desenvolvidos por este grupo têm caráter de pesquisa aplicada, cuja intenção é disponibilizar à sociedade uma metodologia/produto eficaz e efetivamente aplicável a problemas reais que envolvam o controle de vibrações.

O presente trabalho se desenvolveu em conformidade com essa perspectiva, dando prosseguimento ao trabalho realizado em [6], onde a abordagem do controle misto (passivo-ativo-adaptativo) de vibrações foi aplicada a um sistema mecânico excitado de forma tonal. O foco do atual trabalho está na aplicação dessa técnica de controle misto no controle de vibrações em banda larga de frequências, aproximando o estado da arte de aplicações reais, nas quais a maioria dos fenômenos vibratórios ocorre em uma região do espectro de frequências.

Existem, basicamente, duas vertentes para os sistemas de controle de vibrações: Controle Passivo e Controle Ativo. A partir delas, pode-se fazer combinações que têm gerado resultados bastante significativos, a citar, sistemas que utilizam controle passivo-ativo [9], passivo-ativo-adaptativo [6] e passivo-adaptativo [14].

Caso a medida de controle não requeira manutenção de potência externa para sua aplicação, ela será classificada como sendo de controle passivo. Caso contrário, ela pertencerá à classe do controle ativo. À associação de medidas de controle passivo com medidas de controle ativo tem-se dado a denominação de controle misto (ou híbrido).

## **1.1. Controle Passivo**

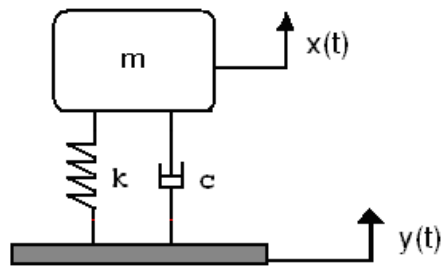
No campo do controle passivo, tem-se duas formas de atuação: (a) atuação sobre a excitação; (b) atuação sobre o sistema. Na atuação sobre a excitação, busca-se ou reduzir sua amplitude, como no caso do balanceamento, ou alterar seu espectro (ou seja, sua composição harmônica). Já quando se atua sobre o sistema, recorre-se, via de regra, às seguintes medidas clássicas: alteração de rigidez, alteração de massa, introdução de amortecimento, dessintonização, isolamento e neutralização.

Uma das grandes vantagens de uma medida de controle passivo é a robustez. Sua ação é consequência da interação mecânica natural de componentes físicos. Isso restringe bastante a possibilidade de falhas, pois são mínimas as margens para variações comportamentais desses componentes, quando se trabalha em ambientes estáveis. Essa vantagem implica, naturalmente, uma limitação: a reduzida flexibilidade quando da ocorrência ou necessidade de alterações. Há ainda que se apontar que, via de regra, soluções de controle passivo são de baixo custo.

### **1.1.1. Neutralizador de Vibrações**

O controle passivo de vibrações considerado neste trabalho se dá através de um dispositivo denominado Neutralizador Dinâmico de Vibrações (NDV) viscoelástico. Um NDV é um sistema secundário, tal como o ilustrado na Figura 1.1, que é adicionado a um sistema mecânico primário (planta), cuja vibração se deseja controlar. Ou seja, um NDV é uma modificação estrutural [12]. Seu projeto pode ser desenvolvido para atuação tanto em uma frequência tonal quanto em uma banda de frequência [2].

Um NDV viscoelástico é um dispositivo cujas características de rigidez e amortecimento são obtidas a partir das características do material viscoelástico utilizado em sua fabricação. Em [10], encontram-se algumas abordagens para o modelamento de materiais viscoelásticos, a citar, modelo a derivadas inteiras e modelo a derivadas fracionárias, bem como a técnica desenvolvida no PISA-LVA para a caracterização de materiais viscoelásticos, por identificação dos parâmetros do modelo fracionário.



**Figura 1.1 - Neutralizador de Vibrações com 1 GDL**

Uma das linhas de pesquisa principais do PISA-LVA tem sido o controle de vibrações por neutralizadores viscoelásticos. A eficácia desses sistemas é cada vez mais reconhecida e aplicações práticas têm apresentado resultados de sucesso. Técnicas para projeto ótimo de NDV podem ser encontradas em [2].

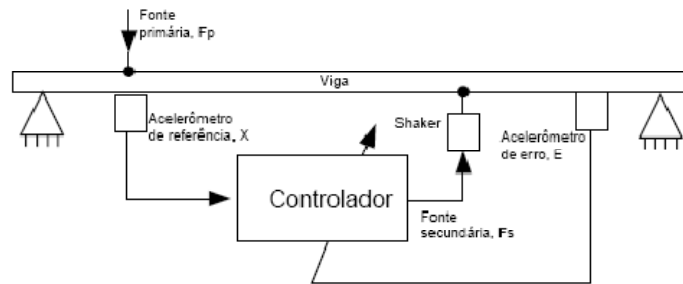
## **1.2. Controle Ativo-Adaptativo**

O controle ativo de vibrações é classicamente implementado através da técnica do Cancelamento de Vibrações, que está baseada na idéia de interferência destrutiva de ondas, isto é, de se conseguir um cancelamento da vibração do sistema, decorrente de uma certa perturbação, se a essa vibração for somada uma outra de igual amplitude e fase contrária, através da introdução de uma excitação secundária, denominada sinal de controle.

Para o cômputo e geração deste sinal, faz-se uso de modernos dispositivos de aquisição e processamento de sinais, os “DSP” (*Digital Signal Processor*), desenvolvidos na década de 80, que possibilitam a implementação de algoritmos ativo-adaptativos bastante eficazes a um custo computacional razoável [25]. Essa nova estratégia para controle de vibrações abre possibilidades de superação das dificuldades e obstáculos encontrados por técnicas de controle passivo, sobretudo em baixas frequências.

Um sistema adaptativo pode ser definido como aquele que possui uma estrutura ajustável, de tal forma que seu comportamento ou desempenho modifica-se em função de fatores externos, de acordo com algum critério desejado e previamente determinado. A partir de um ponto inicial, os parâmetros de um sistema adaptativo são modificados para se encontrar um ponto ótimo à medida que o sistema é excitado [27], gerando ações de controle mais adequadas à nova configuração do sistema a ser controlado. Isso atribui grande flexibilidade aos sistemas de controle de vibrações, tornando sua aplicabilidade ainda mais abrangente.

No presente trabalho, o controle ativo-adaptativo de vibrações em uma banda de frequências foi implementado a partir de filtros digitais que representam o comportamento da planta a ser controlada. A partir dessa representação, pode-se montar um sistema capaz de gerar um sinal de controle que atue na referida planta, de maneira a reduzir o nível de vibração. Para a implementação desse sistema, foram utilizados sensores (acelerômetros) e um atuador (*shaker*) que, respectivamente, alimentam o controlador e aplicam o sinal de controle na planta, conforme a Figura 1.2 [16].



**Figura 1.2 – Sistema de Controle Ativo-Adaptativo [16]**

Estudos sobre a operação de convolução (frequentemente realizada no algoritmo LMS) foram desenvolvidos e revelaram a importância das informações guardadas nos coeficientes dos filtros digitais, bem como a natureza dessas informações e sua influência na qualidade do controle.

### 1.3. Controle Misto

Além da adaptabilidade a alterações na planta, um sistema de controle ativo-adaptativo carrega a vantagem de que ajustes e modificações futuras são, quase sempre, restritos ao âmbito de programação computacional, atribuindo-lhes uma certa flexibilidade, enquanto que, em um sistema passivo, esses mesmos procedimentos envolvem operações físicas/mecânicas, que podem ser bastante dispendiosas e até mesmo inviáveis. Por outro lado, um sistema ativo-adaptativo sempre requer manutenção de potência externa, além de cuidado redobrado com sua manutenção, em geral, sofisticada.

A idéia de se utilizar um sistema de controle misto de vibrações surge exatamente a partir das potencialidades de cada um dos subsistemas de controle. Um sistema global de controle de vibrações, dotado de um subsistema passivo e outro ativo-adaptativo trabalhando

simultaneamente, pode oferecer a robustez daquele subsistema e a flexibilidade/adaptabilidade desse.

A utilização de um sistema misto também pode contribuir para a redução da potência externa requerida, se comparado a um sistema de controle puramente ativo. Além disso, o sistema global é mais confiável, uma vez que os subsistemas trabalham como sistemas de segurança mútuos. Em caso de falha ou perda de desempenho de um, o outro pode manter um certo nível de controle, o que foi verificado experimentalmente.

#### **1.4. Objetivos e Contribuições**

Este trabalho tem por objetivo o desenvolvimento e a implementação de um sistema de controle misto de vibrações em uma viga metálica em banda larga de frequências (200 a 430 Hz). Tal sistema é dito “misto” por ser composto por dois subsistemas representativos das técnicas de controle de vibrações passiva e ativa-adaptativa, respectivamente. A composição dessas técnicas para o controle de vibrações tem sido objeto de investigação conjunta entre o PISA-LVA e o LINSE (Laboratório de Circuitos e Processamento de Sinais, da UFSC), desde o ano de 2002.

A maior contribuição deste trabalho é a expansão da faixa de frequência de atuação do sistema de controle ativo-adaptativo, dando continuidade ao trabalho realizado em [6], onde o referido sistema de controle misto de vibrações foi implementado para o caso de excitação tonal. A ampliação da faixa de frequência tornou-se viável através de uma investigação progressiva das características da operação de convolução, que resultou em um conhecimento mais aprofundado de suas influências no processo de identificação e controle de sistemas através do algoritmo LMS, uma contribuição adicional deste trabalho. Destaca-se ainda a introdução de uma nova metodologia para avaliação de desempenho dos subsistemas de controle de vibração, em que as reduções são computadas em cada frequência de medição.

#### **1.5. Organização do Trabalho**

Este trabalho está organizado em seis capítulos. Os primeiros contemplam uma breve revisão bibliográfica sobre as duas grandes vertentes do Controle de Vibrações: Controle Passivo e Controle Ativo-Adaptativo. Os capítulos seguintes descrevem a parte experimental, bem como conseqüentes resultados e conclusões.

O segundo capítulo é sucinto, pois o dispositivo de controle passivo utilizado não foi projetado e tampouco construído durante o desenvolvimento desse trabalho, mas sim no trabalho precedente [6]. No entanto, a utilização do referido dispositivo (NDV) no presente trabalho se deu de forma consciente e justificada. Portanto, o capítulo em tela fornece a base teórica necessária para se justificar a opção por um sistema misto (passivo-ativo-adaptativo), no tocante às características do sistema passivo.

O capítulo 3 trata da teoria de controle ativo-adaptativo que embasou este trabalho, abordando desde a estrutura de filtragem utilizada até o algoritmo iterativo implementado, bem como as considerações necessárias para se ter uma realização prática daquela teoria.

O quarto capítulo descreve os dispositivos eletrônicos e mecânicos, as ferramentas e as metodologias utilizadas na parte experimental desse trabalho. Detalha-se também nesse capítulo todos os passos do desenvolvimento desse trabalho, segundo sua ordem cronológica, apresentando a maneira e o motivo de cada uma das etapas.

Já o capítulo 5 está reservado aos resultados e obedece à mesma ordem traçada no capítulo antecedente, de forma a deixar clara a contribuição de cada etapa anteriormente cumprida.

Finalmente, o sexto capítulo apresenta, de forma consolidada, as conclusões resultantes dos esforços realizados durante o trabalho, incluindo as críticas pertinentes aos dispositivos eletrônicos e mecânicos utilizados. Esse capítulo é encerrado com algumas sugestões para trabalhos futuros, as quais, acredita-se, trarão grandes contribuições para o progresso da linha de pesquisa em questão.



## 2. Controle Passivo

O Controle Passivo de Vibrações consiste na utilização de técnicas que não requerem manutenção de potência externa, sendo diversos os métodos existentes. Neste trabalho, a utilização de um Neutralizador Dinâmico de Vibração viscoelástico permitiu ações de controle em toda a faixa de frequências ao longo da qual o sistema mecânico (planta) era excitado.

### 2.1. Neutralizadores de Vibração

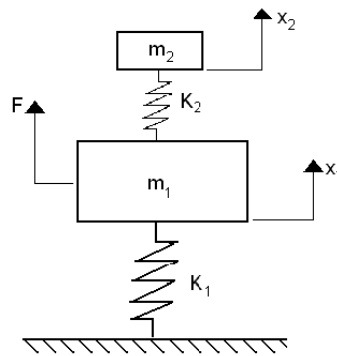
O uso de neutralizadores de vibração é uma técnica de controle passivo de vibrações. Trata-se da adição de um sistema secundário de vibração, redistribuindo a energia vibratória do sistema primário sobre uma faixa de frequência de interesse. Tais subsistemas também são comumente encontrados na literatura com outras denominações, quais sejam absorvedores de vibração e amortecedores de massa sintonizada (*tuned mass dampers*).

Tendo em vista a função principal dos neutralizadores, alguns autores condenam o uso dos termos “absorvedores” e “amortecedores”, pois o modelo básico desses subsistemas é do tipo massa-mola, na qual não há dissipação e nem absorção de energia, mas apenas a redistribuição da energia no espectro da frequência [7]. Ainda que se inclua o amortecimento, considerando-se um subsistema do tipo massa-mola-amortecedor, prefere-se a utilização do termo “neutralizador”, por ser este mais abrangente e mais representativo da ação do dispositivo do que aqueles.

#### 2.1.1. Sistema sem Amortecimento

Um sistema de um grau de liberdade não amortecido apresenta resposta infinita quando excitado em sua frequência natural. Quando se implementa um neutralizador de vibrações, na verdade, o que se faz é transformar aquele sistema em outro sistema com dois graus de liberdade, conforme Figura 2.1. Nesse novo sistema, ter-se-á resposta infinita em cada uma de suas frequências naturais. Com isso, um adequado projeto da massa e da mola auxiliares ( $m_2$  e  $k_2$  respectivamente) possibilita que o novo sistema não mais apresente

resposta infinita na frequência natural ( $\omega_1$ ) do sistema original, denominado, então, de sistema primário.



**Figura 2.1 – Sistema Principal e Neutralizador**

Tendo em vista a Figura 2.1, considere-se a força  $F$  (de excitação) da forma  $F(t)=F_0 \cdot \text{sen}(\omega t)$ . Aplicando-se a segunda lei de Newton, tem-se

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -k_1 x_1 + k_2 (x_2 - x_1) + F(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -k_2 (x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (2.1)$$

que podem ser rearranjadas nas formas

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 &= F(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 - k_2 x_1 &= 0. \end{aligned}$$

Conseqüentemente, a representação na forma matricial fica:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Pela linearidade do sistema, ter-se-á os deslocamentos na forma,  $x_1 = X_1 \cdot \text{sen}(\omega t)$  e  $x_2 = X_2 \text{sen}(\omega t)$ .

Assim sendo, tem-se:

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - m_1\omega^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 - m_2\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \text{sen}(\omega t) = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{sen}(\omega t)$$

donde pode-se explicitar

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2\omega^2)F_0}{(k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2^2} \quad (2.3)$$

$$X_2 = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2^2} \quad (2.4)$$

Pela observação da equação 2.3 fica claro que a amplitude de movimento de  $X_1$  pode ser facilmente controlada (eliminada) numa dada frequência de excitação  $\omega$ , caso se faça:

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2}.$$

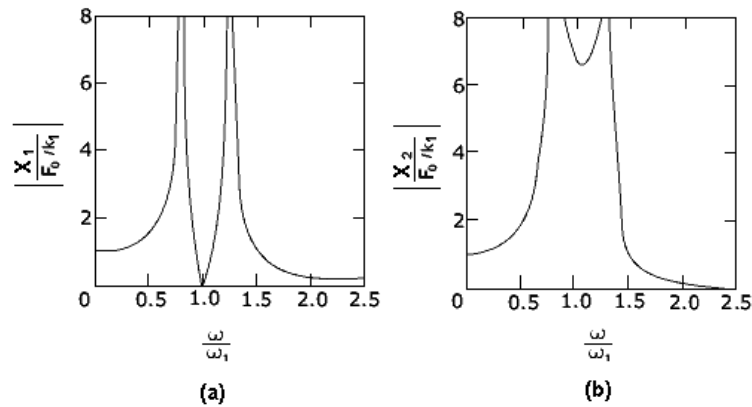
Nesse caso, em regime estacionário, a resposta do sistema primário será nula ( $X_1=0$ ) e a do neutralizador (sistema secundário) da forma:

$$x_2(t) = -\frac{F_0}{k_2} \text{sen}(\omega t) \quad (2.5)$$

Diante do exposto acima, nota-se que, caso a frequência de excitação  $\omega$  seja igual à frequência natural  $\omega_1$  do sistema primário e o neutralizador seja projetado de forma tal que sua frequência natural também coincida com  $\omega_1$  e, conseqüentemente com  $\omega$ , a força exercida pelo neutralizador, no regime estacionário, terá magnitude igual à da força excitadora do sistema, porém com sentido oposto, neutralizando a ação da mesma sobre o sistema primário, que fica parado, ou seja, a impedância (rigidez dinâmica) na base no neutralizador, quando excitado em sua frequência natural, é infinita se  $\zeta_2 = 0$ , isto é, o sistema principal sente uma impedância infinita.

A título de exemplo, a Figura 2.2 apresenta, para uma razão de massas  $\mu_m = \frac{m_2}{m_1} = 0,2$ ,

o que ocorre após a introdução de um neutralizador dinâmico de vibrações.



**Figura 2.2 - Resposta do Sistema com Neutralizador [7]**

**(a) sobre a massa  $m_1$ , (b) sobre a massa  $m_2$**

Um neutralizador, da forma como modelado acima, aplica-se eficazmente quando a frequência de operação é bem conhecida e muito pouco variável, posto que, caso a razão de frequências  $r$  seja diferente de um, o sistema poderá ser excitado em alguma das frequências naturais próximas ao ponto onde  $r = 1$ .

Esse risco pode ser minimizado por uma separação adequada das frequências naturais do sistema composto (entende-se sistema composto como sendo os sistemas primário e secundário acoplados), sendo que a separação entre essas frequências é função da razão de massas  $\mu_m$ . Conforme mostrado na Figura 2.3, ao fixar, nas abscissas, o valor  $\omega_2/\omega_1 = 1$ , pode-se encontrar a razão de massas  $m_2/m_1$  necessária para que se obtenha uma dada distância entre as frequências naturais [7], frequências essas indicadas nas ordenadas, em função de  $\omega_1$ , a partir da intersecção da reta  $\omega_2/\omega_1 = 1$  com as curvas  $m_2/m_1$  procuradas.

A utilização de uma grande razão de massas  $\mu_m$  apresenta duas consideráveis vantagens: a maior distância entre as frequências naturais do sistema composto (Figura 2.3) e, na frequência de sintonia do sistema composto, o movimento da massa  $m_2$  é diminuído proporcionalmente ao aumento do valor de  $\mu_m$ , o que se demonstra fazendo  $\omega = \omega_1$  na equação 2.4:

$$X_2 = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega_1^2)(k_2 - m_2 \omega_1^2) - k_2^2}$$

ou

$$X_2 = \frac{k_2 F_0}{(m_1 \omega_1^2 + m_2 \omega_2^2 - m_1 \omega_1^2)(m_2 \omega_2^2 - m_2 \omega_1^2) - k_2^2}$$

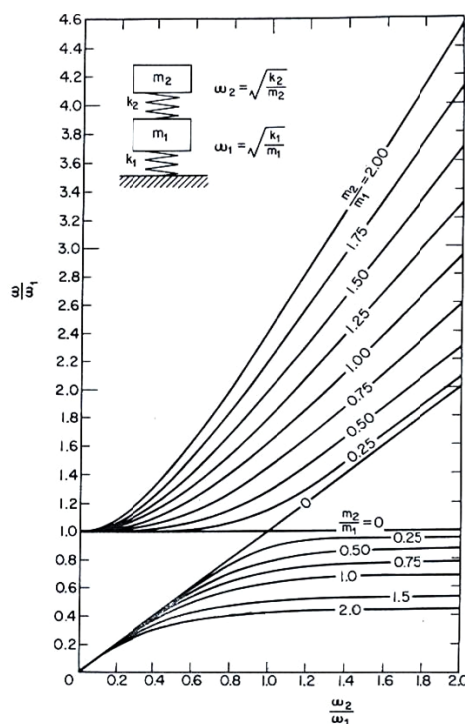
ou ainda

$$X_2 = \frac{k_2 F_0}{(m_2 \omega_2^2)(m_2 \omega_2^2 - m_2 \omega_1^2) - k_2^2} = \frac{k_2 F_0}{k_2^2 - k_2 m_2 \omega_1^2 - k_2^2} = \frac{F_0}{m_2 \omega_1^2}$$

resultando em

$$X_2 = \frac{F_0}{m_2 k_1 / \omega_1} = \frac{\left( \frac{F_0}{k_1} \right)}{\left( \frac{m_2}{m_1} \right)} \tag{2.6}$$

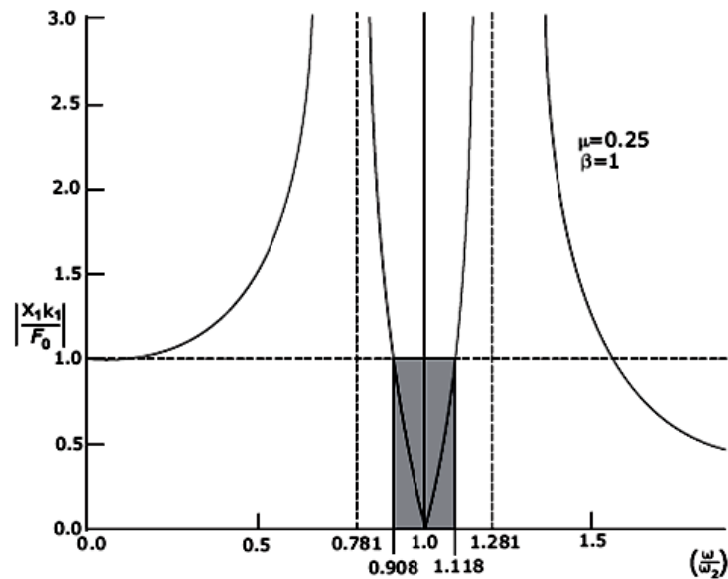
No entanto, um grande valor para  $\mu_m$  traz o ônus da grande massa adicional no sistema, o que, na maioria das vezes, é indesejável, e também, nesse caso, ter-se-á grande solicitação da mola  $k_2$ , que pode sofrer fadiga ou mesmo não resistir. Aliás, particular atenção deve ser dispensada à mola do neutralizador, que será muito solicitada e deve ser capaz de resistir aos consideráveis deslocamentos da massa adicional  $m_2$ , conforme Figura 2.2.



**Figura 2.3 - Frequências Naturais em função da Razão de Massas [7]**

A Figura 2.4 ilustra a especificidade da sintonia de um neutralizador, ou, por outra ótica, a sua dificuldade em controlar vibrações ao longo de faixas de frequência, posto que ocorre atenuação do movimento da massa  $m_1$  apenas em uma estreita faixa de frequência. Fora dela, o que ocorre, de fato, é ampliação do movimento. Informa-se que, por definição,

$$\beta = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\text{frequência natural do neutralizador}}{\text{frequência natural do sistema primário}}.$$

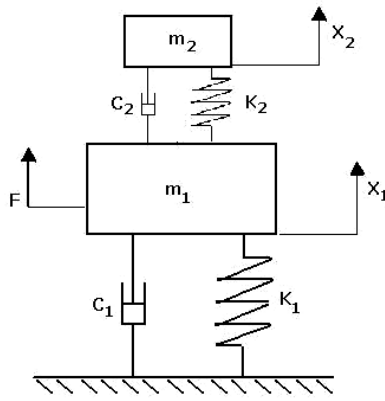


**Figura 2.4 - Faixa de Atenuação do Neutralizador [19]**

## 2.2. Sistema com Amortecimento

A faixa de frequência de atenuação dos neutralizadores pode ser aumentada através da introdução de amortecimento no sistema composto. A presença de amortecimento também serve para se controlar a resposta do sistema na ressonância, dissipando parte da energia introduzida no sistema.

Com a adição de amortecimento (Figura 2.5), o sistema composto pode ser modelado da seguinte forma:



**Figura 2.5 – Sistema Composto com Amortecimento**

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(t) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Expressando, por conveniência de exposição,  $F(t) = F_0 e^{j\omega t}$ , tem-se que

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - m_1 \omega^2 + j(c_1 + c_2)\omega & -k_2 - jc_2 \omega \\ -k_2 - jc_2 \omega & k_2 m_2 \omega^2 + jc_2 \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \begin{bmatrix} F_0(t) \\ 0 \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad (2.8)$$

Após algumas manipulações, chega-se a

$$X_1 = \frac{[(k_2 - m_2 \omega^2) - jc_2 \omega] F_0}{\det(K - \omega^2 M + j\omega C)} \quad (2.9)$$

$$X_2 = \frac{(k_2 + jc_2 \omega) F_0}{\det(K - \omega^2 M + j\omega C)} \quad (2.10)$$

sendo  $M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}$  e  $K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$ .

Cabe ressaltar que, em um sistema sem amortecimento, é possível obter  $X_1=0$ . Já em um sistema com algum amortecimento, pelas equações 2.9 e 2.10, pode-se verificar a impossibilidade dessa ocorrência.

Considerando  $c_1=0$ , de modo a ressaltar o efeito do amortecimento do neutralizador, tem-se

$$\det(K - \omega^2 M + j\omega C) = [(-m_1\omega^2 + k_1)(-m_2\omega^2 + k_2) - m_2k_2\omega^2] + [(k_1 - (m_1 + m_2)\omega^2)c_2\omega]j$$

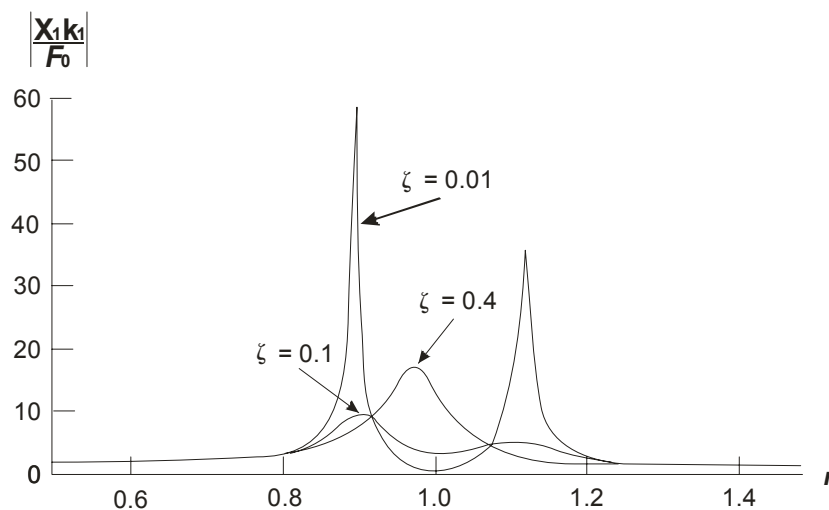
Considerando

$$r = \omega/\omega_1 \quad ; \quad \mu_m = m_2/m_1 \quad ; \quad \beta = \omega_2/\omega_1 \quad ; \quad \zeta = c_2/2m_2\omega_1$$

pode-se equacionar a amplitude normalizada de vibração do sistema primário da seguinte forma [19]:

$$\left| \frac{X_1 k_1}{F_0} \right| = \sqrt{\frac{(2\zeta r)^2 + (r^2 - \beta^2)^2}{(2\zeta r)^2 (r^2 - 1 + \mu_m r^2)^2 + [\mu_m r^2 \beta^2 - (r^2 - 1)(r^2 - \beta^2)]^2}} \quad (2.11)$$

A amplitude normalizada de vibração do sistema primário não-amortecido, em função de  $r$ , é mostrada na Figura 2.6, para valores fixos de  $\mu_m = 0.25$  e  $\beta = 1$ , deixando caracterizada a influência do amortecimento na resposta do sistema.

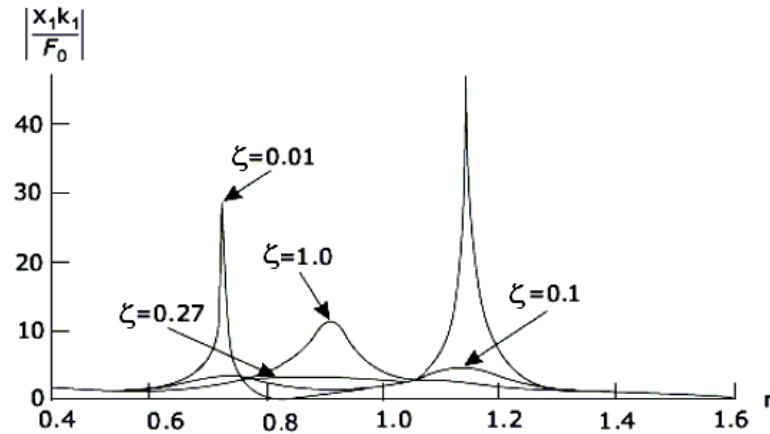


**Figura 2.6 - Influência do Amortecimento [19]**

Nota-se que a melhor resposta é obtida para  $\zeta=0,1$ , em que se constata menor amplificação e maior largura de banda atenuada. Isso gera interesse pela combinação dos



parâmetros  $\mu_m$ ,  $\beta$  e  $\zeta$  que conduziria à melhor resposta. A Figura 2.7 mostra a resposta do sistema primário para os valores ótimos  $\mu_m = 0,25$ ,  $\beta = 0,8$  e algumas variações de  $\zeta$ , sendo a melhor resposta encontrada em  $\zeta = 0,27$ .



**Figura 2.7 - Resposta do Sistema para Parâmetros Ótimos [19]**

Existem técnicas de otimização das variáveis de projeto ( $\mu_m$ ,  $\beta$  e  $\zeta$ ) que levam à melhor resposta do sistema primário, que é aquela com maior atenuação para a maior faixa de frequência, conforme [19] e [2].

### 2.2.1. Amortecimento Viscoelástico

Amortecimento viscoelástico é o nome que se dá à dissipação de energia mecânica no seio de uma importante classe de materiais, muito usada no controle de vibrações e som irradiado de superfícies. Os materiais viscoelásticos são assim chamados por apresentarem, simultaneamente, comportamento viscoso e elástico.

A abordagem de sistemas com amortecimento viscoelástico está baseada no modelo de **rigidez complexa**, que tem origem na resposta harmônica de um sistema amortecido, mas que não se restringe a ela. De fato, para fenômenos vibratórios descritos no domínio da frequência, esse modelo pode ser amplamente utilizado [2], [10]. Seja assim a dinâmica de uma massa vibrante suportada por um elemento viscoelástico (sistema de um grau de liberdade) modelada por

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = F(t). \quad (2.12)$$

Considerando, por conveniência de exposição,  $F(t) = F_0 e^{j\omega t}$ , tem-se que a resposta desse sistema será da forma  $x(t) = X e^{j\omega t}$ , donde resulta, da eq. 2.12, que:

$$F_0 = [-m\omega^2 + (k + jc\omega)]X \quad \text{ou} \quad F_0 = \left[ -m\omega^2 + k \left( 1 + j \frac{c\omega}{k} \right) \right] X$$

o que pode ser rearranjado como

$$F_0 = [-m\omega^2 + k_c(\omega)]X, \quad (2.13)$$

sendo  $k_c(\omega) = k \left( 1 + j \frac{c\omega}{k} \right)$ , ou  $k_c(\omega) = k[1 + j\eta(\omega)]$ , onde  $\eta(\omega) = c\omega/k$ .

Denomina-se  $\eta(\omega)$  de **fator de perda**, ao passo que  $k_c(\omega)$  é denominada **rigidez complexa** [19]. A parte real da rigidez complexa é responsável pelo armazenamento da energia elástica, enquanto que a parte imaginária está associada à dissipação interna da energia mecânica.

No modelo acima, o fator de perda  $\eta(\omega)$  já se apresenta, de forma incipiente, como função da frequência, enquanto que a rigidez  $k$  apresenta-se como constante. Constata-se na realidade, contudo, que a rigidez  $k$  também varia com a frequência, em maior ou menor grau. Para uma representação mais fidedigna, a rigidez complexa deve ser expressa, portanto, por

$$k_c(\omega) = k(\omega)[1 + j\eta(\omega)] \quad (2.14)$$

sendo assim o fator de perda expresso, de forma mais geral, por  $\eta(\omega) = \frac{c(\omega)\omega}{k(\omega)}$ .

Denomina-se  $k(\omega)$  de **rigidez dinâmica**.

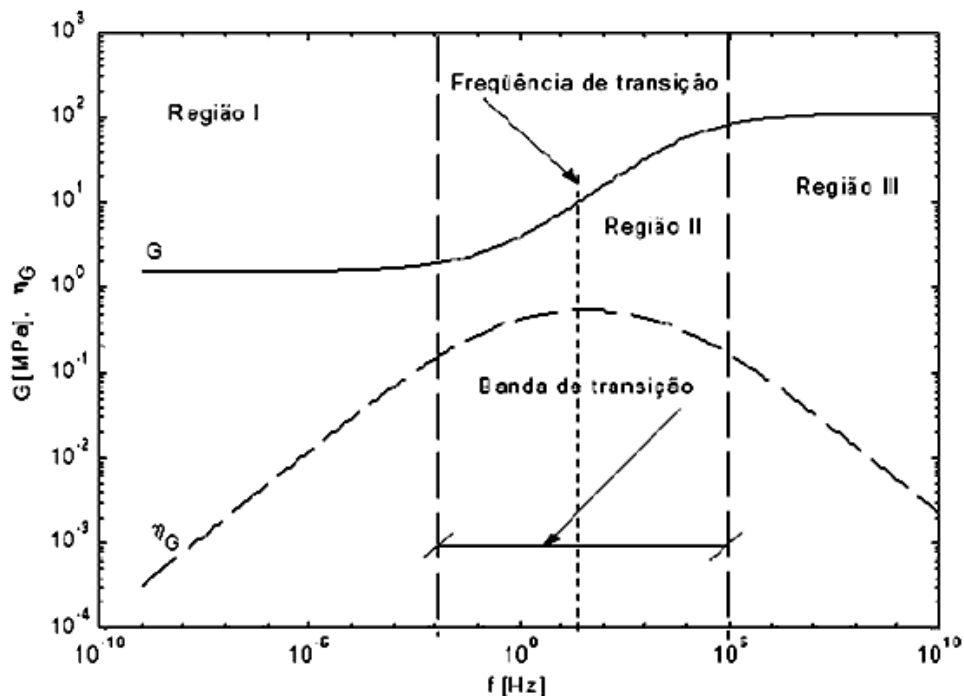
A rigidez  $k_c(\omega)$  de elementos viscoelásticos é complexa e dependente da frequência porque os módulos de elasticidade de materiais viscoelásticos também o são, de modo que [10]:

$$\begin{aligned}
 G_c(\omega) &= G(\omega)(1 + j\eta_G(\omega)) \\
 E_c(\omega) &= E(\omega)(1 + j\eta_E(\omega)) \\
 B_c(\omega) &= B(\omega)(1 + j\eta_B(\omega))
 \end{aligned}
 \quad (2.15)$$

sendo  $G$  o módulo dinâmico de cisalhamento,  $E$  o módulo dinâmico de elasticidade e  $B$  o módulo dinâmico volumétrico, ao passo que  $\eta_G$  é o fator de perda ao cisalhamento,  $\eta_E$  é o fator de perda longitudinal e  $\eta_B$  é o fator de perda volumétrico. Todas essas propriedades são conhecidas como propriedades dinâmicas de um material viscoelástico.

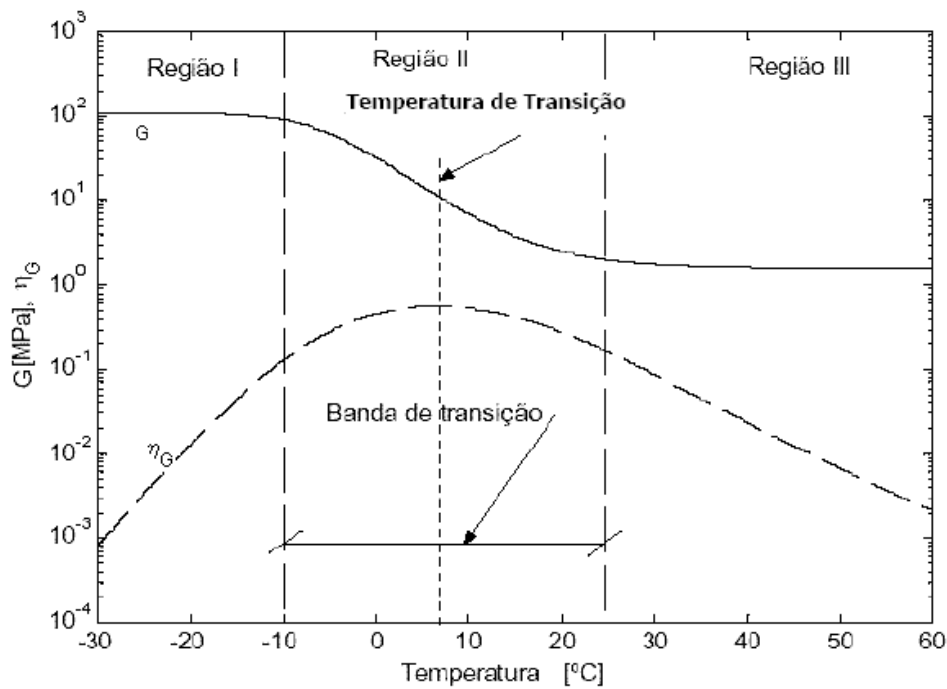
No caso do sistema analisado acima, a rigidez dinâmica será determinada a partir do módulo dinâmico ao cisalhamento do material do elemento viscoelástico, bem como de sua geometria. Já o fator de perda será idêntico ao fator de perda ao cisalhamento [10].

A dependência das propriedades dinâmicas em relação à frequência tem que ser levantada experimentalmente, conforme ilustrado na Figura 2.8.



**Figura 2.8 - Variação de  $G$  e  $\eta_G$  com a frequência [10]**

As propriedades dinâmicas dos materiais viscoelásticos também variam com a temperatura, conforme mostrado na Figura 2.9.



**Figura 2.9 - Variação de  $G$  e  $\eta_G$  com a Temperatura [10]**

Observa-se que o material viscoelástico comporta-se, com o aumento da frequência, da mesma forma que com a diminuição da temperatura, salvo por um fator de escala. Essa propriedade é de fundamental importância para a caracterização dinâmica dos materiais viscoelásticos em largas faixas de frequência e temperatura [20].

Os Neutralizadores Dinâmicos de Vibração viscoelásticos são sistemas secundários para controle de vibrações, compostos por materiais viscoelásticos. Um, dois ou vários neutralizadores viscoelásticos de um grau de liberdade (como o sistema modelado acima) podem ser projetados para atuar de forma ótima sobre um ou mais modos de um sistema primário (ou seja, em banda larga), extraindo, numa dada temperatura de interesse, o melhor das propriedades dinâmicas do material utilizado [2]. Para tanto, requer-se o modelo modal do sistema primário na faixa de frequência de interesse e no seu entorno, além de informações sobre o material viscoelástico a ser empregado. Embora com ação de banda larga, esses dispositivos possuem os mesmos princípios de redistribuição e dissipação de energia, expostos no itens anteriores.

Caso a temperatura varie significativamente em relação àquela de projeto, uma queda no desempenho dos dispositivos poderá ser observada, devido à variação das propriedades dinâmicas do material viscoelástico. Isso é particularmente relevante ao se considerar que se procura adotar, como temperatura de projeto, a temperatura de transição do material viscoelástico. Nessa temperatura, se encontra o valor máximo do fator de perda (vide Figura

2.9) e quanto maior for o fator de perda, maior poderá ser a banda de controle e a redução nela alcançada. Em torno da temperatura de transição, contudo, também ocorre a maior variação do módulo de elasticidade associado, o que afeta a rigidez dinâmica dos neutralizadores (e, conseqüentemente, sua freqüência de sintonização).

O projeto ótimo de um sistema de neutralizadores viscoelásticos de um grau de liberdade para sistemas mecânicos de qualquer complexidade geométrica é exposto em [2], ao passo que o projeto do NDV para controle de vibrações da viga metálica utilizada no presente trabalho é detalhado em [6].

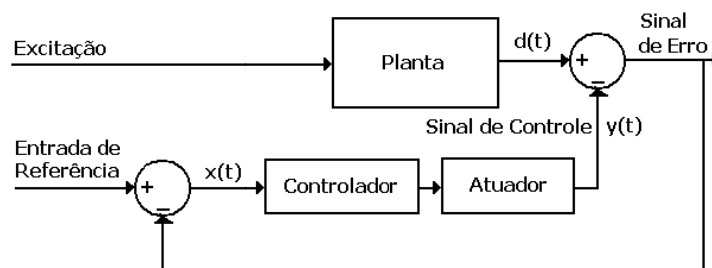
## 3. Controle Ativo-Adaptativo

### 3.1. Introdução

O atual estado-da-arte em controle ativo-adaptativo permite aplicações práticas cada vez mais complexas. Estruturas civis e até mesmo algumas aeronaves já contam com sistemas de controle ativo para atenuação de ruído e vibrações em banda larga de frequência [3].

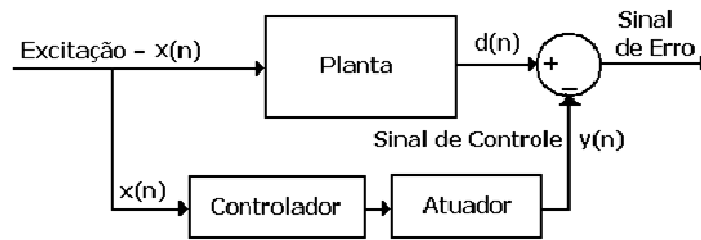
Um sistema de controle ativo pode ser implementado sob duas abordagens: *feedback* ou *feedforward*, sendo que o conhecimento do sinal de excitação é o critério determinante para a utilização dessa ou daquela abordagem.

A abordagem *feedback* é utilizada em casos onde há dificuldade ou impossibilidade de se conhecer (capturar) informações relativas ao sinal de perturbação do sistema que se deseja controlar, sistema esse denominado de planta. Toma-se, então, uma entrada de referência para alimentar o controlador, o que possibilita a geração de um sinal de controle que seja utilizado no cancelamento, como ilustrado na Figura 3.1.



**Figura 3.1 - Abordagem de Controle Tipo *Feedback***

Já a abordagem do tipo *feedforward* é aplicada nos casos onde informações sobre a perturbação do sistema podem ser medidas. O sinal com essas informações alimenta o controlador (onde passa por ajustes de amplitude e fase) e depois é aplicado no sistema, de modo a reduzir os efeitos da perturbação inicial, conforme Figura 3.2.



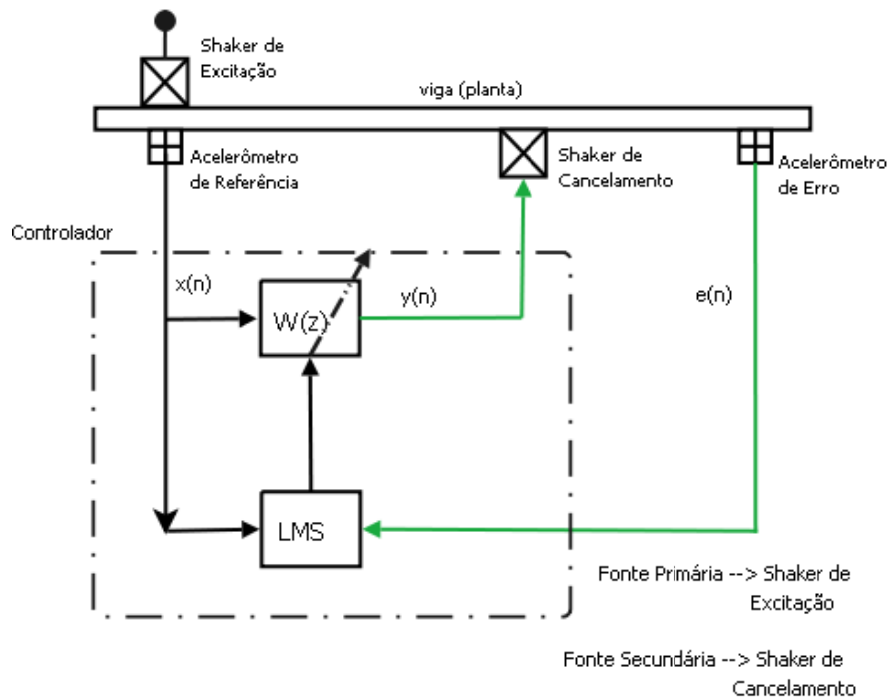
**Figura 3.2 - Abordagem de Controle Tipo *Feedforward***

Em ambas as abordagens (*feedback* e *feedforward*), a ação de controle é gerada no controlador com base no sinal de referência e no sinal de erro, objetivando a diminuição deste. O controle *feedback*, ou realimentado, opera de forma reativa, enquanto o *feedforward* opera de forma antecipativa (ou preditiva). A abordagem *feedforward* foi a escolhida nesse trabalho pois era possível se conhecer informações sobre o sinal de perturbação através de sensores instalados na planta.

### 3.2. Filtros Adaptativos

Em aplicações de controle ativo, vários componentes são representados (modelados) no controlador por filtros. O termo “filtro” é comumente utilizado para se referir a dispositivos ou sistemas capazes de processar dados, segundo algumas regras, e gerar elementos correspondentes em sua saída. No contexto de sinais e sistemas, esses elementos são as componentes em frequência.

Em uma forma mais geral, o termo “filtro” pode ser aplicado a um sistema que remodela as componentes em frequência do sinal de entrada, a fim de se gerar um sinal de saída com determinadas características desejadas [13]. O presente trabalho utiliza esse conceito de filtro tanto na representação da planta, através do filtro principal, quanto para a representação dos caminhos de *feedback* e secundário (item 3.7), através dos filtros correspondentes.



**Figura 3.3 – Esquema da Planta e Controle Ativo**

Referenciando a Figura 3.3, e baseado na interpretação de “filtro” acima descrita, o filtro digital  $W(z)$  tem a missão de remodelar as componentes em frequência do sinal de entrada (perturbação), de forma semelhante ao remodelamento que naturalmente ocorre na própria viga, de forma que o sinal de controle  $y(n)$  seja, também, semelhante ao sinal de resposta da viga  $d(n)$  (Figura 3.2). Esse processo denomina-se modelagem e, quando é implementado através de filtros digitais, pode ser referenciado por filtragem digital.

Os filtros podem ser implementados digitalmente sob duas estruturas, conhecidas como FIR e IIR.

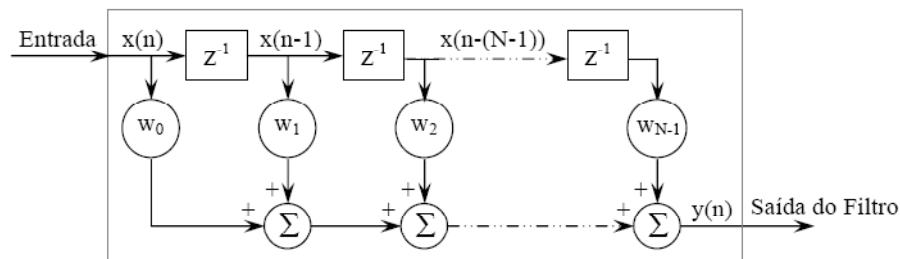


### 3.2.1. Filtro FIR

A estrutura de implementação de filtros digitais tipo FIR (*Finite Impulse Response*) é uma estrutura não-recursiva<sup>1</sup>, isto é, não considera as saídas passadas para o cálculo da saída atual, mas apenas as entradas atual e anteriores (Figura 3.4). Por isso, não possui pólos em sua função de transferência. A equação 3.1 representa seu modelo matemático, qual seja

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(n)x(n-i) \quad (3.1)$$

sendo  $y$  a saída do filtro,  $w$  o vetor de coeficientes do filtro,  $N$  o comprimento do filtro e  $x$  o vetor de entradas do sistema.

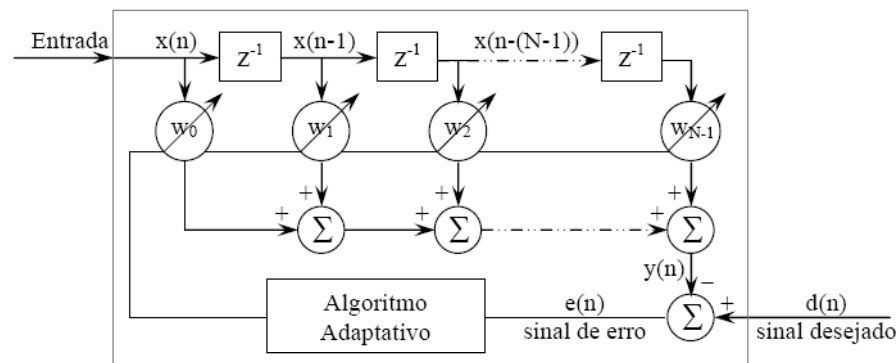


**Figura 3.4 - Estrutura FIR**

Também conhecida como estrutura transversal, esta é a forma mais comumente utilizada para a implementação de filtros digitais devido à sua simplicidade de implementação, o que também pode ocorrer de forma adaptativa, na qual seus coeficientes

<sup>1</sup> O termo **recursivo** é utilizado neste trabalho (e também na bibliografia correlata [13], [24]) em referência às entradas e saídas do sistema, no caso, um filtro digital. Sob essa abordagem, um sistema é dito não-recursivo quando suas saídas anteriores não são consideradas para o cálculo da saída seguinte, enquanto que um sistema recursivo é aquele cujas saídas anteriores são consideradas para o cálculo da nova saída, como representado, respectivamente, nas figuras 3.4 e 3.6.

$(w_0, w_1, \dots, w_{N-1})$  podem variar segundo as regras de um algoritmo de adaptação, em função de alguma alteração na planta. A estrutura FIR adaptativa é mostrada na Figura 3.5.



**Figura 3.5 - Estrutura FIR Adaptativa**

O fato de a função de transferência do filtro FIR não ter pólos (pois sua estrutura não considera as saídas anteriores, apenas as entradas) faz com que essa estrutura seja estável. Isso também justifica seu nome, pois, quando um filtro FIR é estimulado com uma função impulso unitário, sua resposta será finita no tempo (*finite impulse response*) [17].

Apesar de sua relativa simplicidade para implementação em processadores digitais de sinal (*DSPs*), sistemas com funções resposta em frequência (FRF's) mais intrincadas podem requerer um número excessivo de coeficientes para se modelar e/ou controlar a resposta dinâmica do sistema através de filtros FIR [5].

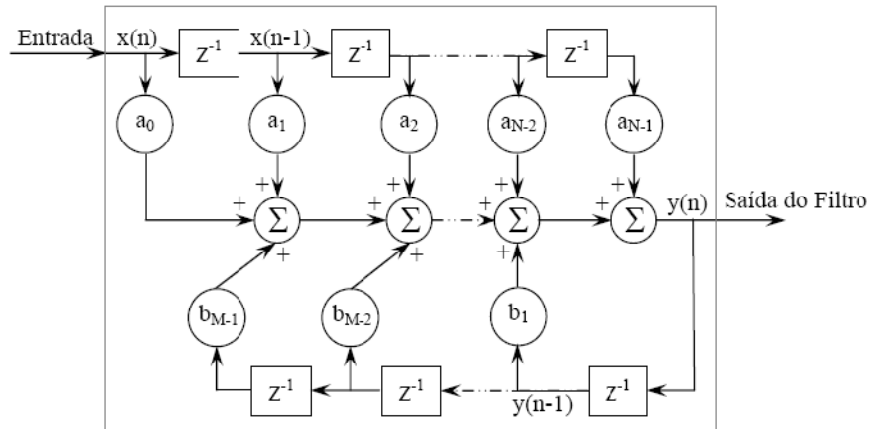
### 3.2.2. Filtro IIR

Filtros digitais também podem ser implementados em estruturas recursivas, conhecidas como IIR (*Infinite Impulse Response*). Tais estruturas consideram as entradas e as saídas anteriores para o cômputo da nova saída, conforme a equação

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i(n) x(n-i) + \sum_{i=1}^{M-1} b_i(n) y(n-i) \quad (3.2)$$

sendo  $y$  a saída do filtro,  $a$  e  $b$  os coeficientes das entradas e saídas, respectivamente, e  $x$  o vetor de entradas do sistema (vide Figura 3.6).

Estruturas do tipo IIR, por considerarem, além das entradas, também as saídas dos instantes anteriores, apresentam pólos em sua função de transferência, o que agrega certa instabilidade aos algoritmos que se baseiam nesse tipo de filtro. No entanto, alguns trabalhos têm alcançado resultados bastante interessantes em aplicações de filtragem digital utilizando filtros IIR [11],[26].



**Figura 3.6 - Estrutura IIR**

Filtros IIR também podem ser implementados com uma formulação adaptativa.

Neste trabalho, far-se-á uso da estrutura FIR. Cabe justificar a escolha da estrutura não-recursiva em detrimento de uma recursiva. Sabe-se que filtros recursivos (IIR) são indicados quando o sistema a controlar possui frequências naturais na faixa de frequências em que está sendo excitado. Como o sistema apresentará pólos em sua função de transferência, um excessivo número de coeficientes será demandado para que um filtro FIR consiga modelar esse sistema, o que, conseqüentemente, implicará sobrecarga computacional [17]. Outra situação na qual se indica o uso de filtros recursivos é quando o sinal de controle “realimenta” o sensor de referência (caminho de *feedback*, detalhado no item 3.7). Essa realimentação introduz pólos na função de transferência do caminho de *feedback*, o que, novamente, demandaria excessivo número de coeficientes, caso esse caminho fosse modelado por um filtro FIR.

Em contrapartida, existem argumentos que conduzem ao uso de estruturas não-recursivas em algoritmos adaptativos [2],[5]. Primeiramente, a utilização de filtros IIR como filtros adaptativos é consideravelmente mais complexa (do que a de filtros FIR), uma vez que sua estabilidade é afetada em cada passo de atualização do algoritmo LMS [15]. Outra questão delicada refere-se ao fato de que a função objetivo (do tipo *mean square error*) é

função dos coeficientes do filtro que, no caso de filtros IIR, teria vários pontos de mínimo locais, e não um ponto de mínimo global. Isso poderia causar a convergência do algoritmo para um desses pontos locais, e não para o mínimo global.

Embora esses argumentos sejam contornáveis através da utilização da Técnica de Minimização da Equação do Erro [26], isso agrega considerável complexidade ao algoritmo. Tal complexidade é contraposta à relativa simplicidade de implementação de filtros FIR, cuja função objetivo é uma função quadrática bem comportada, com único ponto de mínimo, que pode ser encontrado, de forma expedita, através de um algoritmo adaptativo. Respalda-se, assim, a opção por se utilizar filtros FIR nesse trabalho.

### 3.3. *Filtros de Wiener*

O projeto de filtros adaptativos, que desempenhem uma determinada função, pode ocorrer segundo uma formulação determinística ou estocástica. A aproximação estocástica requer um conhecimento prévio das estatísticas do sinal. Na maioria das aplicações, não é possível se ter um grande número de realizações para se levantar tais estatísticas, o que torna impraticável a formulação estocástica, da maneira como ela é concebida. Uma vez que geralmente se dispõe de apenas uma realização, a solução encontrada e praticada é a de se considerar que o sinal em estudo é ergódico<sup>2</sup>, ou seja, é estacionário e suas estatísticas e médias no tempo para uma realização são representativas de um grupo de realizações [17].

Os filtros de Wiener constituem uma classe importante dos filtros lineares ótimos. A teoria para o projeto de filtros de Wiener é de origem estocástica, e afirma que os coeficientes ótimos de um filtro FIR podem ser obtidos pela minimização do **erro médio quadrático** (*Mean Square Error – MSE*). Conforme dito anteriormente, esse procedimento demandaria

---

<sup>2</sup> Um **processo ergódico** é aquele para o qual as médias tomadas para um conjunto de realizações são iguais às médias tomadas no tempo para uma única realização. Para um processo ser ergódico, ele tem que ser estacionário. A recíproca, contudo, não é verdadeira [13].

um tratamento estatístico inviável. No entanto, considerando-se a ergodicidade do processo, toma-se médias no tempo, ao invés de médias de um grupo de amostras, tornando possível a implementação dessa técnica.

### 3.3.1. O Critério MSE

A função custo, ou função objetivo, para um filtro de Wiener é dada por

$$\xi = E[|e(n)|^2] \quad (3.3)$$

para  $E[\ ] =$  valor esperado.

Com base nas Figura 3.1 e Figura 3.2, o sinal de erro pode ser equacionado por:

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (3.4)$$

Conforme eq. 3.1, o sinal  $y(n)$  é resultante da convolução do sinal de entrada com os coeficientes do filtro, de modo que

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i x(n-i) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(n) = \mathbf{x}^T(n) \mathbf{w} \quad (3.5)$$

onde  $\mathbf{w} = [w_0 \quad w_1 \quad \dots \quad w_{N-1}]^T =$  vetor de coeficientes e

$\mathbf{x}(n) = [x(n) \quad x(n-1) \quad \dots \quad x(n-N+1)]^T =$  vetor de entradas.

Substituindo-se a eq. 3.5 na eq. 3.4, tem-se

$$e(n) = d(n) - \mathbf{x}^T(n) \cdot \mathbf{w} \quad (3.6)$$

que pode ser substituída na eq. 3.3 para que

$$\xi = E[|e(n)|^2] = E[(d(n) - \mathbf{x}^T(n) \mathbf{w})(d(n) - \mathbf{w}^T \mathbf{x}(n))]. \quad (3.7)$$

Expandindo-se a eq. 3.7 tem-se

$$\xi = E[d(n)^2] - \mathbf{w}^T E[\mathbf{x}(n) d(n)] - E[d(n) \mathbf{x}^T(n)] \mathbf{w} + \mathbf{w}^T E[\mathbf{x}(n) \mathbf{x}^T(n)] \mathbf{w} \quad (3.8)$$

Define-se o vetor de correlação cruzada, de tamanho  $N \times 1$ , como

$$\mathbf{p} = E[x(n) d(n)] = [p_0 \quad p_1 \quad \dots \quad p_{N-1}]^T$$

ou

$$\mathbf{p}^T = E[d(n) \mathbf{x}^T(n)]$$

e a matriz de auto-correlação do sinal de entrada, de tamanho  $N \times N$ , como

$$\mathbf{R} = E[x(n) \mathbf{x}^T(n)] = \begin{bmatrix} r_{00} & r_{01} & r_{02} & \dots & r_{0,N-1} \\ r_{10} & r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1,N-1} \\ r_{20} & r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2,N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{N-1,0} & r_{N-1,1} & r_{N-1,2} & \dots & r_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Como  $\mathbf{w}^T \mathbf{p} = \mathbf{p}^T \mathbf{w}$ , pode-se escrever

$$\xi = E[d^2(n)] - 2\mathbf{w}^T \mathbf{p} + \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w} \quad (3.10)$$

que é uma função quadrática de  $\mathbf{w}$ , com apenas **um** mínimo global.

Para se encontrar o vetor de coeficientes  $\mathbf{w}$  que minimiza a função  $\xi$ , que corresponde ao erro médio quadrático, deve-se tomar a derivada parcial de  $\xi$  em relação a cada coeficiente e igualá-la a zero:

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = 0, \text{ para } i=0, 1, 2, \dots, N-1$$

ou

$$\nabla \xi = \mathbf{0} \quad (3.11)$$

sendo:  $\nabla = \left[ \frac{\partial}{\partial w_0} \quad \frac{\partial}{\partial w_1} \quad \dots \quad \frac{\partial}{\partial w_{N-1}} \right]^T$  e  $\mathbf{0}$  = vetor coluna com N zeros.

As derivadas parciais são dadas por:

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = -2p_i + \sum_{l=0}^{N-1} w_l (r_{li} + r_{il}), \text{ para } i=0, 1, \dots, N-1. \quad (3.12)$$

Simplificando, tem-se

$$r_{il} = E[x(n-l).x(n-i)] = \phi_{xx}(i-l). \quad (3.13)$$

Como a função auto-correlação  $\phi$  é simétrica, com  $\phi_{xx}(k) = \phi_{xx}(-k)$ , tem-se  $r_{il} = r_{li}$  e

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = 2 \sum_{l=0}^{N-1} r_{il} w_l - p_i, \text{ para } i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (3.14)$$

Em notação matricial, tem-se

$$\nabla \xi = 2\mathbf{R}\mathbf{w} - 2\mathbf{p}. \quad (3.15)$$

Como:  $\nabla \xi = 0 \Rightarrow 2\mathbf{R}\mathbf{w} = 2\mathbf{p}$ . Então

$$\mathbf{R}\mathbf{w}_0 = \mathbf{p}. \quad (3.16)$$

sendo  $\mathbf{w}_0$  o vetor de coeficientes ótimos.

A eq. 3.16 é a **equação de Wiener-Hopf**, cuja solução é  $\mathbf{w}_0 = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}$ , considerando que  $\mathbf{R}$  tem inversa.

Sendo assim, pode-se definir o **erro quadrático mínimo** por:

$$\xi = E[d^2(n)] - \mathbf{w}_0^T \mathbf{R} \mathbf{w}_0 \quad (3.17)$$

ou

$$\xi = E[d^2(n)] - \mathbf{p}^T \mathbf{R} \mathbf{p}. \quad (3.18)$$

### 3.3.2. O Princípio da Ortogonalidade

O termo “ortogonal” é comumente utilizado para se referir a um par de variáveis que não são correlacionadas entre si. O Princípio da Ortogonalidade demonstra a não-correlação entre alguns sinais manipulados no critério MSE.

Derivando-se a equação 3.3 em relação aos coeficientes do filtro, tem-se:

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = E \left[ 2 e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial w_i} \right], \quad i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (3.19)$$

Considerando as (equações 3.4 e 3.5) e que  $d(n)$  é independente dos “ $w_i$ ”, pode-se chegar a:

$$\frac{\partial e(n)}{\partial w_i} = -\frac{\partial y(n)}{\partial w_i} = -x(n-i). \quad (3.20)$$

Substituindo-se 3.20 em 3.19:

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = E \left[ 2 e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial w_i} \right] = -2E[e(n)x(n-i)], \quad i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (3.21)$$

Sabe-se que, quando se tem o vetor de coeficientes ótimos  $\mathbf{w}_0$ , a derivada da função custo  $\xi$  em relação aos  $w_i$  é zero (eq. 3.11). Sendo assim, para os valores ótimos de  $w_i$ , tem-se

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = -2E[e(n)x(n-i)] = 0. \quad (3.22)$$

Ou seja, o erro para a situação de coeficientes ótimos pode ser expresso por



$$E[e_o(n)x(n-i)] = 0. \quad (3.23)$$

A variável  $e_o$  indica erro ótimo, ou seja, erro para a situação de coeficientes ótimos. Da equação 3.23, conclui-se que não há correlação entre o sinal de erro e o sinal de entrada para o filtro ótimo. Esse é o **Princípio da Ortogonalidade**.

Com base nesse princípio, pode-se demonstrar que também não há correlação entre a saída do filtro ótimo e o sinal de erro. Para tanto, observe-se que

$$E[e_o(n) y_o(n-i)] = E\left[e_o(n) \sum_{i=0}^{N-1} w_{o,i}(n) x(n-i)\right] = \sum_{i=0}^{N-1} w_{o,i}(n) E[e_o(n) x(n-i)] = 0. \quad (3.24)$$

Como o termo  $E[e_o(n).x(n-i)]$  da equação acima é nulo (vide eq. 3.23), conclui-se que

$$E[e_o(n) y_o(n)] = 0. \quad (3.25)$$

### 3.4. Autovalores, Autovetores e Superfície de Desempenho

Convém analisar um pouco mais detalhadamente a função custo do filtro de Wiener.

A forma da superfície da função custo de um filtro transversal de Wiener está intimamente relacionada aos autovalores da matriz auto-correlação  $\mathbf{R}$ .

Seja  $\mathbf{R}$  uma matriz  $N \times N$  de valores complexos:

$$\mathbf{R} = E[x(n) x^H(n)] \quad (3.26)$$

O sobrescrito  $H$  denota complexo-conjugado transposto (hermitiano).

O vetor  $\mathbf{q}$  não-nulo, de dimensão  $N \times 1$ , é chamado **autovetor** de  $\mathbf{R}$  se satisfaz a equação:

$$\mathbf{R} \mathbf{q} = \lambda \mathbf{q} \quad (3.27)$$

onde  $\lambda$  é um valor escalar constante, chamado de **autovalor** de  $\mathbf{R}$  associado ao autovetor  $\mathbf{q}$ .

Os autovalores e autovetores de  $\mathbf{R}$  podem ser determinados a partir de

$$(\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (3.28)$$

sendo  $\mathbf{I}$  a matriz identidade  $N \times N$ , e  $\mathbf{0}$  o vetor  $N \times 1$  nulo.

Para não se ter a solução trivial ( $\mathbf{q} = \mathbf{0}$ ), a matriz  $(\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I})$  tem que ser singular, o que implica

$$\det(\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I}) = 0. \quad (3.29)$$

A equação 3.29, chamada **equação característica** da matriz  $\mathbf{R}$ , quando expandida, torna-se uma equação de  $N$ -ésima ordem em função de  $\lambda$ , sendo  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{N-1}$  as suas raízes, ou seja, os autovalores de  $\mathbf{R}$ .

Quando se tem  $N$  valores de  $\lambda$  distintos, a matriz  $\mathbf{R}$  apresentará  $N$  autovetores  $\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{N-1}$ , distintos. Quando se tem autovalores repetidos, diz-se que a matriz  $\mathbf{R}$  tem autovalores degenerados.

### 3.4.1. Propriedades dos Autovalores e Autovetores

Muitas propriedades que serão apresentadas abaixo baseiam-se em que a matriz  $\mathbf{R}$  é hermitiana e positiva semidefinida (PSF) [13], sendo que:

- hermitiana: se  $\mathbf{A} = \mathbf{A}^H$ ,  $\mathbf{A}$  é hermitiana ( $\mathbf{A}$  é de ordem  $N \times N$ );
- positiva semidefinida: se  $\mathbf{v}^H \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{v} \geq 0$ ,  $\mathbf{A}$  é PSF para qualquer vetor  $\mathbf{v}$  de ordem  $N \times 1$ .

São as propriedades:

- ◆ Os autovalores da matriz de auto-correlação são todos reais e não-negativos.
- ◆ Autovetores correspondentes a autovalores distintos são ortogonais.
- ◆ Para um autovalor com multiplicidade  $\mathbf{p}$ , tem-se um grupo de  $\mathbf{p}$  autovetores ortogonais.
- ◆ A matriz autocorrelação  $\mathbf{R}$  pode sempre ser decomposta em  $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot \Lambda \cdot \mathbf{Q}^H$ , para  $\mathbf{Q}$  ortonormal e

$$\Lambda \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{N-1} \end{bmatrix}$$

sendo  $\lambda_0$  o autovalor correspondente ao autovetor  $q_0$  de  $Q$ .

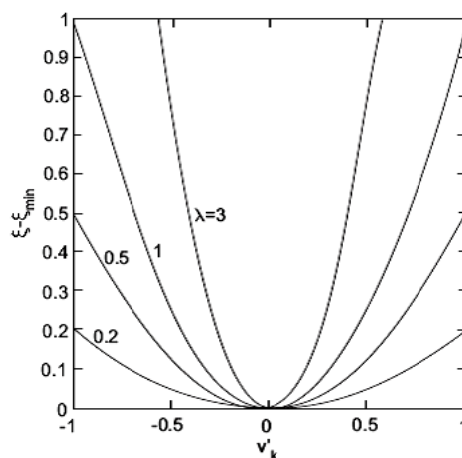
- ◆  $tr[\mathbf{R}] = tr[\Lambda] = \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i$  (traço de  $\mathbf{R}$  = soma dos elementos de sua diagonal principal).
- ◆ Os autovalores de  $\mathbf{R}$ , de um processo estacionário estocástico  $\{x(n)\}$ , são limitados pelos valores mínimo e máximo da Densidade Espectral de Potência (DEP) do processo.

### 3.4.2. Superfície de Desempenho

Considera-se que os coeficientes do filtro, o sinal de entrada e o sinal de saída desejada são valores reais. Com base nas equações 3.11, 3.17 e 3.18, pode-se chegar a:

$$\xi = \xi_{min} + (w - w_0)^T \mathbf{R} (w - w_0) \tag{3.30}$$

A equação 3.30 permite as seguintes observações. A condição de  $\mathbf{R}$  ser positiva semidefinida, implica o termo  $(w - w_0)^T \mathbf{R} (w - w_0)$  ser não-negativo. Quando  $\mathbf{R}$  é positiva definida (isto ocorre na maioria dos casos práticos [13]), o termo  $(w - w_0)^T \mathbf{R} (w - w_0)$  é zero somente se  $w = w_0$ , ou seja, quando  $\xi = \xi_{min}$ , conforme Figura 3.7.



**Figura 3.7 - Influência do Autovalor na Forma da Função Custo, variação de apenas um Coeficiente do Filtro.**

A influência do autovalor na forma gráfica da função custo pode ser analisada da seguinte maneira. Defina-se:

$$v \triangleq w - w_0 \quad (3.31)$$

e

$$v' \triangleq Q^T v \quad (3.32)$$

sendo  $Q$  a matriz de autovetores. Substituindo essas definições na eq. 3.30, pode-se escrever a seguinte equação:

$$\xi = \xi_{min} + \lambda_k v'_k{}^2 \quad (3.33)$$

A eq. 3.33 configura uma parábola cujo mínimo ocorre em  $v'=0$ . O parâmetro  $\lambda_k$  determina a “forma” da parábola, conforme Figura 3.7.

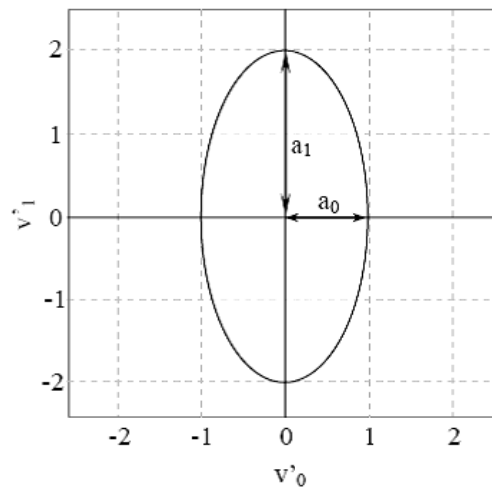
Para  $N = 2$  (filtro com 2 coeficientes), a forma canônica da função custo fica

$$\xi = \xi_{min} + \lambda_0 v'_0{}^2 + \lambda_1 v'_1{}^2 \quad (3.34)$$

A equação 3.34 pode ser rearranjada na forma de uma elipse (vide Figura 3.8), tal que

$$\left( \frac{v'_0}{a_0} \right)^2 + \left( \frac{v'_1}{a_1} \right)^2 = 1 \quad (3.35)$$

sendo  $a_0 = \sqrt{\frac{\xi - \xi_{min}}{\lambda_0}}$  e  $a_1 = \sqrt{\frac{\xi - \xi_{min}}{\lambda_1}}$ .

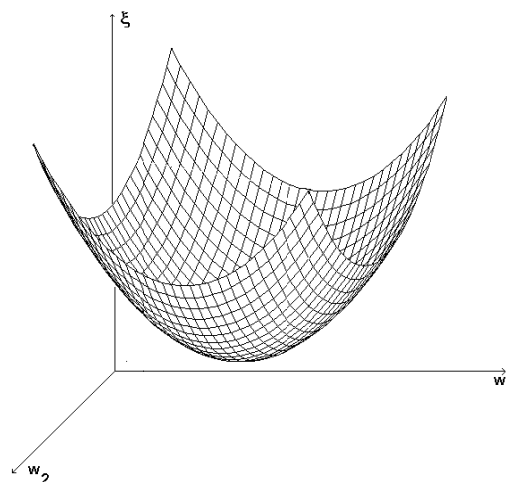


**Figura 3.8 - Representação da Elipse Definida na eq. 3.35**

Nota-se que  $a_1/a_0 = \sqrt{\lambda_0/\lambda_1}$ , ou seja, a excentricidade da elipse da função custo é determinada pela raiz quadrada da razão dos autovalores da matriz correlação correspondente.

Salienta-se que essa “distância” (diferença) entre os autovalores da matriz **R** (de um processo estocástico  $\{x(n)\}$ ) é diretamente ligada à variação da Densidade Espectral de Potência do processo, isto é, há uma relação entre a DEP do processo e a forma da superfície da função custo de um filtro de Wiener FIR[13].

A superfície da função custo de um filtro de N coeficientes reais é um hiperparabolóide no espaço Euclidiano de dimensão N+1, cujos eixos são os coeficientes e a função custo  $\xi$ , a Figura 3.9 é um exemplo.



**Figura 3.9 - Gráfico da Função Custo**

### 3.5. Métodos de Busca

Os desenvolvimentos anteriores mostram como se determinar, de forma exata, os coeficientes ótimos de um filtro através de grandezas estatísticas e inversão de matrizes (equação de *Wiener-Hopf*). No entanto, existem também algoritmos iterativos de busca, concebidos para minimizar a função custo. Esses algoritmos substituem o tratamento estatístico, outrora necessário, por estimativas obtidas a partir de alguns critérios e considerações. A principal consideração é de que as matrizes  $\mathbf{R}$  (auto-correlação da entrada) e  $\mathbf{p}$  (correlação cruzada entre  $x(n)$  e  $d(n)$ ) são conhecidas.

Esse trabalho lança mão do método de busca *Steepest Descent*, que assume que a superfície da função a ser minimizada é convexa. A busca pelo seu ponto de mínimo começa em um ponto arbitrário e toma a direção do maior decaimento da função custo, através de pequenos passos, motivo pelo qual a convergência desse método pode ser lenta.

Há também um outro método comumente utilizado, cuja convergência é mais rápida, porém, a custo de maior complexidade. Conhecido como método de *Newton*, seus passos são dados diretamente na direção do ponto de mínimo da função custo.

#### 3.5.1. Método Steepest Descent

Sabe-se que o único mínimo global da equação 3.10 pode ser obtido resolvendo-se a equação de *Wiener-Hopf* (eq. 3.16). O Método *Steepest Descent* (MSD) não resolve diretamente a equação 3.16 mas através de uma “suposição” do vetor inicial de coeficientes do filtro, promove, iterativamente, a convergência para os valores ótimos. Basicamente, o MSD percorre os seguintes passos:

1. Inicia-se com um vetor inicial de coeficientes  $w(0)$  suposto, cujos valores ótimos devem ser encontrados,
2. Determina-se o gradiente da função custo, em relação aos pontos definidos por esse vetor  $w(0)$  suposto (conforme eq. 3.11),
3. Atualiza-se  $w(0)$  através de um passo dado na direção oposta ao gradiente obtido no passo 2, ou seja, um passo na direção do “*steepest descent*”,
4. Repete-se os passos 2 e 3 até que as mudanças dos coeficientes do filtro (vetor  $w(k)$ ) não sejam mais significativas.

A equação utilizada para se atualizar os coeficientes do filtro  $w$  é a seguinte:

$$w(k+1) = w(k) - \mu \nabla_k \xi \quad (3.36)$$

sendo  $\mu$  um escalar positivo denominado “tamanho do passo” (*step size*).

Manipulando-se as equações 3.15 e 3.36, pode-se escrever

$$w(k+1) = w(k) - 2\mu(\mathbf{R}w(k) - \mathbf{p}). \quad (3.37)$$

A convergência de  $w(k)$  para a solução ótima  $w_0(k)$  e a velocidade dessa convergência dependem do tamanho do passo  $\mu$  adotado. Um passo grande pode resultar na divergência desse esquema recursivo (eq. 3.36 e 3.37).

Prova-se [13] que  $w(k)$  converge para  $w_0(k)$  se, e somente se, a seguinte condição for cumprida:

$$|1 - 2\mu\lambda_i| < 1 \quad i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (3.38)$$

A estabilidade do MSD está ligada à eq. 3.38. Em outras palavras, diz-se que a estabilidade do algoritmo *steepest descent* é possível somente quando

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}}. \quad (3.39)$$

O termo limite inferior da equação 3.39 se deve ao fato de que a direção do passo de adaptação deve ser inversa à direção do gradiente.

A performance do método “*steepest descent*” é fortemente dependente dos autovalores da matriz correlação  $\mathbf{R}$ . Quanto mais “espalhados” estiverem os autovalores, mais pobre é a performance do MSD, ou, conforme já mencionado, quanto maior for a distância entre os autovalores  $\lambda$ , mais elipsoidal será a superfície da função custo.

As velocidades de convergência dos modos<sup>3</sup> do MSD são determinadas pelo primeiro termo da eq. 3.38, de onde se conclui que o valor ideal para o passo  $\mu$  é:

$$\mu_{ideal} = \frac{1}{\lambda_{min} + \lambda_{max}}. \quad (3.40)$$

Para  $\mu = \mu_{ideal}$ , a velocidade de convergência do algoritmo *steepest descent* é determinada por:

$$\beta = \frac{\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right) - 1}{\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right) + 1}. \quad (3.41)$$

Se

$$\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right) \rightarrow \infty \Rightarrow \beta \rightarrow 1 \Rightarrow \text{convergência lenta};$$

se

$$\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right) \rightarrow 1 \Rightarrow \beta \rightarrow 0 \Rightarrow \text{convergência rápida}.$$

Conclui-se que a razão  $\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right)$ , chamada “espalhamento dos autovalores” (*eigenvalue spread*), tem um papel fundamental na limitação da performance de convergência do algoritmo *steepest descent*.

Cabe lembrar que  $\lambda_{max}$  e  $\lambda_{min}$  são intimamente relacionados aos valores máximos e mínimos da Densidade Espectral de Potência do processo em análise. Ou seja, uma ampla

---

<sup>3</sup> **Modo de convergência** pode ser entendido como sendo a trajetória percorrida pelos coeficientes até se conseguir encontrar o vetor  $\mathbf{w}$  ótimo que minimiza a função custo, para um determinado autovalor de  $\mathbf{R}$ .



distribuição de energia em espaçadas faixas de frequência introduz modos lentos de convergência no algoritmo. Quando algumas frequências (ou bandas) apresentam baixa energia em seu sinal, diz-se ser esse sinal “fracamente excitado” naquela banda. Excitações fracas implicam um desempenho pobre do método.

Uma alternativa para se fugir do problema do espalhamento dos autovalores seria a aplicação de um processo de “branqueamento do sinal”, que seria a divisão da faixa inicial de frequência em sub-faixas menores de frequência e, através de mecanismos de normalização de potência, a uniformização do sinal, tornando-o semelhante a um ruído branco.

Pela equação 3.37, pode-se observar que o MSD ainda é dependente do conhecimento de  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{P}$ . O algoritmo LMS, apresentado a seguir, é uma interessante alternativa para esse problema, visando o uso de filtros adaptativos, cujos coeficientes variam em função de alterações nos componentes representados por aqueles filtros.

### 3.6. O Algoritmo LMS

O algoritmo LMS (*Least Mean Square*), proposto inicialmente por Widrow e Hoff em 1960 [13], é o algoritmo de filtragem adaptativa mais usado na prática, devido à sua simplicidade e robustez. Esse algoritmo faz uso do valor do erro quadrático instantâneo como uma estimativa do MSE.

A grande desvantagem do LMS está em sua forte dependência da densidade espectral de potência do sinal de entrada. Assim como no MSD, uma entrada tipo ruído branco, com mesma energia do sinal em todas as componentes de frequência, contribui para a rapidez da convergência. A técnica de “branqueamento do sinal”, citada antes, é uma solução para casos onde a DEP do sinal de entrada não é uniforme.

#### 3.6.1. Derivação do Algoritmo LMS

Com base na Figura 3.5 e nas equações 3.1 e 3.4, observa-se que o vetor de coeficientes de um filtro adaptativo é função do tempo discreto “ $n$ ”, o que significa que os coeficientes estão em contínua adaptação, podendo se ajustar a qualquer variação das estatísticas do sinal. O algoritmo LMS adapta os coeficientes do filtro de forma que o sinal de erro  $e(n)$  seja minimizado segundo a lógica da média quadrática, donde, então, decorre seu nome.

O LMS é uma forma prática de se implementar um filtro de Wiener, sem ter que resolver, explicitamente, a equação de *Wiener-Hopf*. Trata-se de um algoritmo seqüencial, que adapta seus coeficientes através da devida observação da entrada  $x(n)$  e do sinal desejado  $d(n)$ . Em sua forma convencional, o algoritmo é uma implementação estocástica do MSD. Nela, a função custo  $\xi = E[|e(n)|^2]$  (eq. 3.3) é substituída pela estimativa  $\hat{\xi}(n) = e^2(n)$ , que, embora de aparência grosseira, fornece ótimos resultados.

Essa consideração, feita na eq. 3.36, dá origem a:

$$w(n+1) = w(n) - \mu \nabla e^2(n) \quad (3.42)$$

O  $i$ -ésimo elemento de  $\nabla e^2(n)$  é:

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial w_i} = 2e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial w_i} \quad (3.43)$$

Pelas equações 3.43, 3.1 e 3.4, pode-se escrever:

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial w_i} = \nabla^2 e(n) = -2e(n)x(n-i) \quad (3.44)$$

que pode ser substituída na eq. 3.42, de modo a fornecer a equação final de adaptação dos coeficientes do filtro adaptativo, qual seja

$$w(n+1) = w(n) + 2\mu e(n)x(n). \quad (3.45)$$

Essa equação apresenta um procedimento simples para adaptação recursiva dos coeficientes do filtro após a percepção de cada nova entrada  $x(n)$  e da saída desejada correspondente  $d(n)$ .

As equações 3.1, 3.4 e 3.45 ditam os três passos necessários para uma completa iteração do algoritmo LMS. O grande trunfo desse algoritmo está na sua simplicidade, realizando operações primárias (adições e multiplicações). Destacam-se também sua estabilidade e robustez, quando submetido a diferentes excitações. Uma limitação do LMS está na lentidão de seu processo de convergência quando a excitação é um ruído muito colorido.

Respaldo pelo Princípio da Independência<sup>4</sup>, afirma-se que, em média, o LMS tem comportamento idêntico ao MSD. Ambos têm  $N$  modos de convergência, controlados pelas características dos autovalores de  $\mathbf{R}$  e da densidade espectral de potência do  $\{x(n)\}$ . Por isso pode-se afirmar que o vetor de coeficientes ótimos  $\mathbf{w}_0$  será encontrado se a condição estabelecida pela eq. 3.39 for cumprida.

No entanto, esse cumprimento não garante a estabilidade do algoritmo LMS, sendo, esse algoritmo, bastante sensível ao valor do passo  $\mu$  e, como resultado, o limite superior de  $\mu$  que garante a estabilidade do LMS é consideravelmente reduzido em comparação com o algoritmo MSD. Enfim, pode-se dizer que o LMS, mediante algumas considerações [13], permanece estável quando

$$0 < \mu < \frac{1}{3 \cdot \text{tr}[\mathbf{R}]} \quad (3.46)$$

Assim como no MSD, a velocidade de convergência do LMS é determinada pelos modos mais lentos de convergência que, por sua vez, são consequência do espalhamento dos autovalores de  $\mathbf{R}$ . Além disso, o comportamento transiente do LMS também é influenciado pelos valores iniciais do vetor  $\mathbf{w}$ .

Algumas modificações foram propostas por Hirsch e Wolf (1970), Claasen e Mecklenbräuer (1981) e Duttweiler (1982) com o objetivo de simplificar a implementação do algoritmo LMS em hardware [13]. Essas modificações consistem, basicamente, na substituição do termo  $e(n)$  e/ou  $x(n)$  (eq. 3.45) por suas respectivas funções “*signum*”, eliminando, com isto, uma ou duas operações de multiplicação. Outra considerável contribuição é o algoritmo LMS com tamanho de passo  $\mu$  variável, o que aumenta a velocidade de convergência e a qualidade dos coeficientes finais, pois, tendo-se um passo maior no início do processo chega-se mais rapidamente à região onde está o mínimo da

---

<sup>4</sup> O Princípio da Independência diz que o vetor  $\mathbf{w}(\mathbf{n})$  é afetado apenas pelas observações passadas ( $x(n-1)$ ,  $d(n-1)$ ,  $x(n-2)$ ,  $d(n-2)$  ...) e não pelas observações atuais  $x(n)$  e  $d(n)$ .

função custo, para depois, com um passo menor, proceder-se uma busca minuciosa pelo ponto de mínimo da função custo [16].

### 3.7. O Algoritmo FxLMS

Uma aplicação prática de controle ativo-adaptativo demanda, basicamente, que sejam considerados dois aspectos adicionais a fim de se obter um melhor desempenho de um sistema de controle ativo: os caminhos **secundário** e de *feedback*.

A consideração do caminho secundário surge do fato de que, em aplicações práticas, os sinais de controle e de erro não estão prontamente disponíveis conforme mostrado na Figura 3.3, mas passam, antes, por conversões do domínio mecânico para o elétrico (e vice-versa) e conversões analógico-digitais (e vice-versa), além de ampliações e filtrações, que são realizadas pelos respectivos elementos: sensores (e atuadores), conversores A/D (e D/A), amplificadores e filtros. Deve-se considerar que cada um desses elementos adiciona, ao sistema de controle, sua resposta (ou seja, seu comportamento). A Figura 4.10 representa esses elementos em forma de um diagrama de blocos em série, ao que se denomina caminho secundário.

A solução mais utilizada para se compensar o efeito do caminho secundário  $S(z)$  consiste na utilização de um filtro  $\hat{S}(z)$ , com resposta ao impulso igual à resposta impulsiva de  $S(z)$ , para filtrar o sinal de referência.

Já a consideração do caminho de *feedback* advém da situação prática de que o acelerômetro de referência, cuja função principal é a captura de informações sobre o sinal de perturbação, captura também parte do sinal de cancelamento, introduzido no sistema através da fonte secundária (atuador/*shaker* de cancelamento). Isto ocorre em virtude do fato de que o sinal de cancelamento também se propaga na viga (planta) em direção ao acelerômetro de referência, através do chamado *caminho de feedback* -  $F(z)$ . Dessa forma, o sinal do acelerômetro de referência fica, então, composto por duas parcelas, uma decorrente do sinal de excitação e outra decorrente da “contaminação” da fonte secundária.

A maneira mais simples de se remover os efeitos do caminho de *feedback* é através da utilização de um modelo elétrico desse caminho, implementado no controlador que alimenta a fonte secundária. Conhecido esse caminho, bem como sua influência no sinal do acelerômetro de referência, o controlador é capaz de distinguir a ação do sinal de entrada (perturbação) do sinal provocado pela ação da fonte secundária, gerando uma ação de controle “isenta” da influência do caminho de *feedback*. Esta idéia continua sendo utilizada [9], contudo, sua

implementação atual se dá através de filtros digitais cuja resposta impulsiva é igual à resposta impulsiva do próprio caminho de *feedback*  $F(z)$ .

Diante do exposto, há a necessidade de se modelar os caminhos secundário e de *feedback*, o que se faz através de procedimentos de identificação (item 4.3.5.2). Esses procedimentos utilizam filtros digitais que representem esses caminhos, de forma a considerar seus efeitos quando da geração da lei de controle. A consideração desses filtros dá origem ao algoritmo *Filtered-x-LMS*, que apresenta uma convergência consideravelmente melhor [16], uma vez que os sinais que alimentam esse algoritmo são o sinal de erro  $e(n)$  e, agora, o sinal de referência filtrado  $xf_s(n)$ .

Considerando-se o caminho secundário, o filtro  $\hat{S}(z)$ , o caminho de *feedback* e o filtro  $\hat{F}(z)$ , o diagrama de blocos do algoritmo LMS se atualiza no FxLMS da Figura 3.10. Tais considerações implicam, conseqüentemente, alterações na equação de atualização dos coeficientes.

Referenciando a Figura 3.10-(b), o sinal de controle  $ys(n)$  é equacionado por:

$$ys(n) = s(n) * y(n) \quad (3.47)$$

onde  $s(n)$  é a resposta impulsiva do caminho secundário  $S(z)$  no tempo  $(n)$  e  $*$  denota operações de convolução.

Lembrando-se que o objetivo do filtro adaptativo é determinar seus coeficientes ótimos através da minimização da função custo, dada pelo erro instantâneo (vide equação 3.3) e que, para isso, o algoritmo LMS utiliza a equação 3.42, parte-se para as seguintes alterações.

Atualizando-se a equação 3.4 com base na Figura 3.10 determina-se a equação do sinal de erro  $e(n)$  para o FxLMS:

$$e(n) = d(n) - s(n) * [\mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}f(n)], \quad (3.48)$$

onde  $\mathbf{x}f(n) = [xf(n) \quad xf(n-1) \quad \dots \quad xf(n-N+1)]^T$  = vetor de entradas.

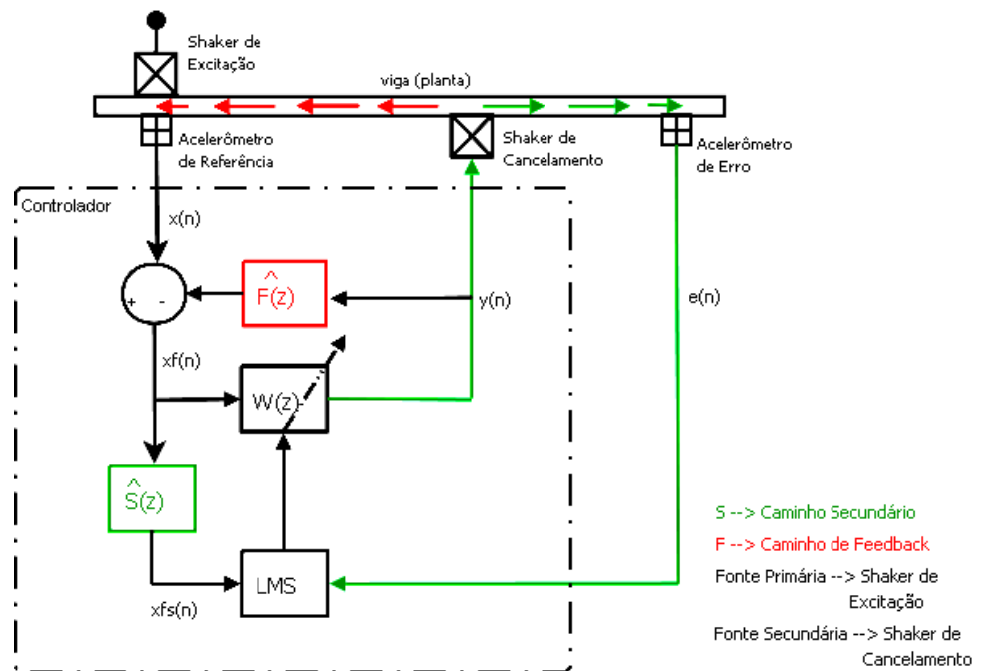
Esta equação pode ser substituída em 3.43, dando origem a

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial w_i} = \nabla^2 e(n) = -2e(n)xf(n-1) \quad (3.49)$$

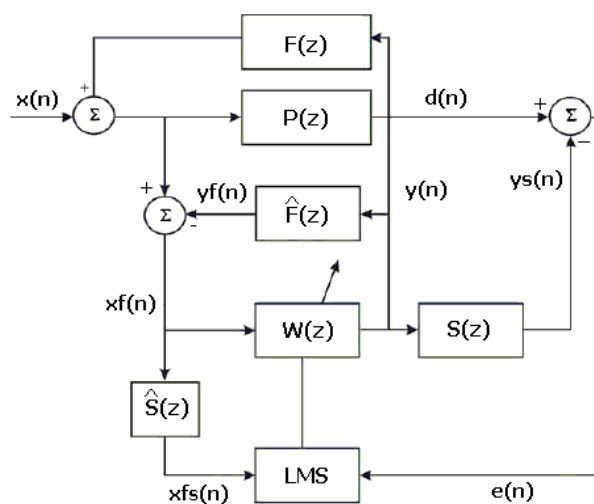
que, por sua vez, pode ser substituída em 3.42, chegando-se à equação 3.50, que considera o sinal de referência filtrado  $xf_s(n)$  para a atualização dos coeficientes no algoritmo FxLMS.

$$w(n+1) = w(n) + 2\mu e(n) xfs(n) \tag{3.50}$$

Salienta-se que a convergência do algoritmo FxLMS é agora determinada pelos autovalores da matriz de correlação do sinal de referência filtrado, ao invés de o ser por aqueles da matriz de correlação do sinal de referência não filtrado, como ocorre no LMS clássico [6].



(a)



(b)

**Figura 3.10 - FxLMS**

**(a) Esquema com a montagem experimental. (b) Diagrama em Blocos.**

### 3.7.1. Algoritmo FxLMS com Perdas

A consideração de um fator de perdas na equação de atualização dos coeficientes traz as vantagens de se reduzir erros numéricos inerentes a uma implementação com precisão finita e também de se limitar a potência de saída do filtro que é entregue à fonte secundária, evitando, com isso, distorções não-lineares [6]. Assim, a eq. (3.50) passa a ser

$$w(n+1) = \nu \cdot w(n) + 2 \cdot \mu \cdot e(n) \cdot xfs(n) \quad (3.51)$$

sendo  $\nu$  o fator de perdas (*leaky factor*).

## **4. Metodologia**

### **4.1. Introdução**

Neste capítulo será descrito todo o desenvolvimento deste trabalho, seguindo uma ordem cronológica.

A primeira abordagem refere-se ao sistema eletrônico utilizado. Num segundo estágio, far-se-á uma explicação a respeito do sistema mecânico sobre o qual foram aplicadas as técnicas de controle de vibrações, passando por algumas montagens experimentais intermediárias até se chegar à montagem final. Essas montagens intermediárias foram indispensáveis para elucidar alguns questionamentos pontuais e permitir um desenvolvimento bem fundamentado na busca do objetivo principal.

### **4.2. O Sistema Eletrônico**

Um sistema de controle ativo de vibrações demanda um sistema eletrônico-computacional para sua operação. Para o desenvolvimento desse trabalho, o referido sistema era composto pelos seguintes equipamentos:

#### **4.2.1. Analisador de Sinais:**

O SignalCalc ACE versão 4.0, produzido pela DataPhysics, foi a ferramenta utilizada para análise e geração de sinais. Sua interface com o computador se dá através de um cartão PCMCIA. A ferramenta dispõe de dois canais de entrada e dois canais de saída e oferece excelentes opções de medição e processamento dos sinais, bem como a personalização do ambiente de trabalho, otimizando sua operação. Além de permitir a geração de diversos tipos de sinais (*random*, *pseudo random*, *chirp*, *sine*, *sweep sine*, sinais em bandas de frequência pré-determinadas), o SignalCalc ACE também possibilita a reprodução de sinais gerados previamente. Isso foi extremamente útil nesse trabalho, uma vez que grande parte dos ensaios foram feitos com sinais gerados no MATLAB e reproduzidos pelo ACE.



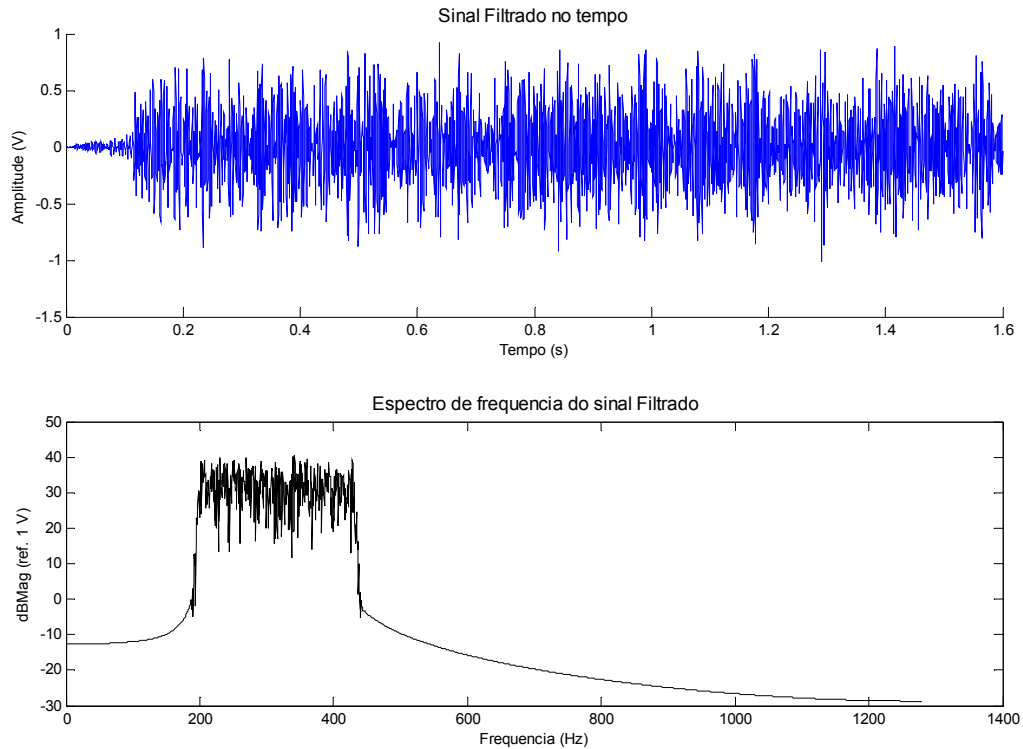
O sinal de excitação utilizado teve especial importância e contribuição para os resultados desse trabalho. Por isso, será detalhado o processo de geração e reprodução de sinais através da interação entre MATLAB e ACE, o que atribui grande praticidade a essa ferramenta.

A geração do sinal se deu integralmente no MATLAB. O objetivo era gerar um sinal com características de ruído branco em uma faixa de frequência determinada e rigorosa. Para isso, primeiramente, criou-se um filtro passa-faixa através da ferramenta “sptool” do MATLAB, onde precisam ser informadas as frequências limite para o filtro, o fator de atenuação e a frequência de amostragem. Deve-se atentar para o detalhe importante de que a frequência de amostragem desse filtro deve ser exatamente a mesma que, posteriormente, será utilizada no ACE para a reprodução do sinal, sendo que a frequência de amostragem do ACE é dada por  $2,56 \times F_{span}$ , e o  $F_{span}$ <sup>5</sup> é determinado pelo usuário.

Criado o filtro, elaborou-se a rotina “*filtra\_ruido.m*” (vide anexo A.2) para se filtrar um ruído branco genérico, utilizando o filtro outrora projetado. Essa rotina gera um arquivo “.txt” em formato adequado para ser lido pelo ACE. A Figura 4.1 mostra o sinal gerado no MATLAB (as características requeridas para esse sinal ficarão evidentes no contexto da seção 4.3.5. ).

---

<sup>5</sup>  $F_{span}$  é a faixa de frequência visível na tela do analisador de sinais. É um parâmetro controlado pelo usuário e sua configuração determina alguns outros parâmetros do analisador, tais como frequência de amostragem e  $T_{span}$  (intervalo de tempo em que o sinal, no domínio do tempo, é atualizado na tela). Ainda, sua combinação com o número de linhas no espectro (parâmetro também controlado pelo usuário - *Lines*) determina a resolução no tempo e na frequência. Esses parâmetros podem ser observados na Figura 4.17.



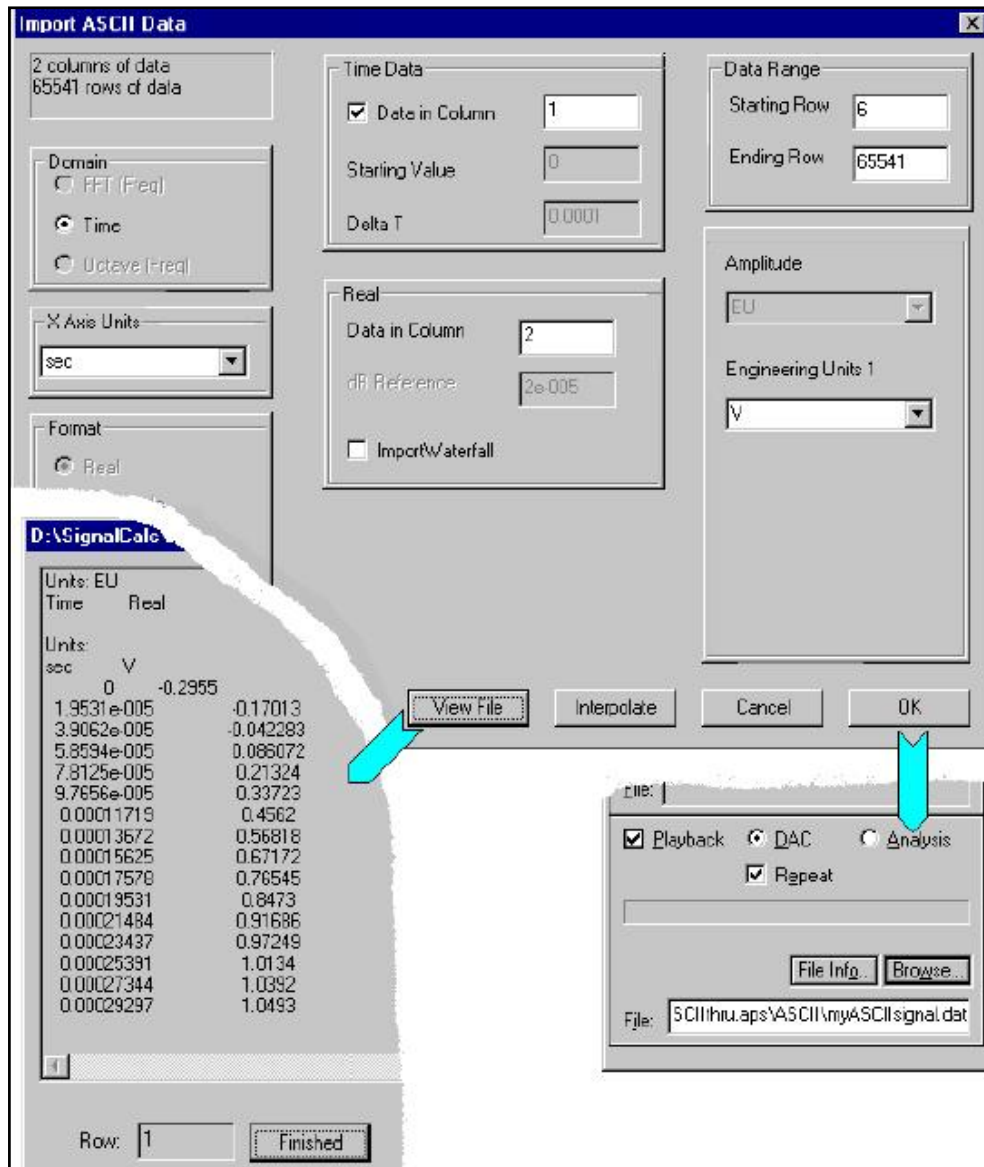
**Figura 4.1 - Sinal Gerado no MATLAB**

De posse do arquivo “.txt” gerado via MATLAB, deve-se carregá-lo no ACE habilitando a opção “*Playback*” na barra de ferramentas “*Recorder Parameters*” e localizando o arquivo através do botão “*Browse*”. Na janela “*Import Ascii Data*”, deve-se informar que a coluna 1 refere-se ao vetor tempo e a coluna 2 à amplitude dos dados, pois assim está o arquivo “.txt” criado no MATLAB. Finalmente, deve-se alterar a extensão do arquivo carregado de “.txt” para “.dat”, no campo “*File*” da barra de ferramentas “*Recorder Parameters*”.

Pode-se acionar a opção “*Repeat*” para que a reprodução do sinal ocorra de forma contínua e repetida (vide Figura 4.2).

#### **4.2.2. Placa de Processamento Digital de Sinais**

A placa de Processamento Digital de Sinais, juntamente com seus componentes, constituem o conjunto cujas características e comportamento mais influenciam os resultados do sistema de controle ativo, fazendo dela uma das partes mais importantes do sistema eletrônico desse trabalho.



**Figura 4.2 - Janelas de Importação de Sinal – SignalCalc ACE.**

**(Fonte: Manual do SignalCalc ACE [21])**

Foi utilizado o EZ-KIT Lite ADSP 21161N, da Analog Devices. Esse kit compreende o processador ADSP 21161 de 32 bits, com aritmética de ponto flutuante e com velocidade de processamento de 100 MHz. Esse dispositivo oferece duas entradas estéreo (RCA) e quatro saídas estéreo (RCA), com faixa dinâmica de aproximadamente 2 volts (pico). Outro componente desse kit, cuja singular importância será discutida em breve, é o conversor analógico-digital (ADC) modelo 1836, que permite trabalhar com frequência de amostragem de 48 ou 96 kHz. O conversor digital-analógico (DAC) é o modelo 1852 [1] [8].

As alterações nos algoritmos de identificação e controle eram feitas em linguagem C, através da ferramenta VisualDSP 3.5++, parte integrante do kit.

Conforme mencionado anteriormente, a placa DSP permite que se trabalhe com 48 ou 96 kHz de taxa de amostragem. Mesmo tendo optado pela menor delas constatou-se que, ainda assim seu valor é muito alto, tendo em vista que o maior sinal presente nos experimentos não atingia 800Hz. Isso, a priori, não representaria problema. No entanto, uma alta taxa de amostragem implica um curto intervalo de tempo amostral, e este tempo entre uma amostragem e outra pode ser insuficiente para que o DSP realize todos os cálculos com uma amostra e apresente seu resultado antes que uma nova interrupção aconteça, para que a nova amostra seja adquirida e processada pelo DSP. Assim, se os cálculos com uma amostra ainda não terminaram, a nova interrupção é ignorada até que os cálculos terminem e só então a próxima interrupção é aceita e captura-se nova amostra (Figura 4.3). Essa ocorrência será referenciada, ao longo desse trabalho, como “perda de amostras”, e foi verificada, primeiramente, nos testes realizados com o sistema massa, item 4.3.2. desse trabalho.

Foram estudadas e testadas diversas maneiras de se otimizar o algoritmo de processamento, bem com sua compilação, de forma que o tempo gasto com os cálculos fosse sempre menor que o intervalo amostral disponível. Isso não foi possível, permanecendo a “perda de amostras”, sobretudo quando se executava algoritmos de controle, onde se tinha maior carga computacional devido ao acréscimo dos filtros secundário e de *feedback*.



**Figura 4.3 - “Perda de Amostras” do DSP.**

Mesmo não se conhecendo exatamente como o DSP lida com essa “perda de amostras”, observou-se que ele não se “perde” em seus cálculos internos, isto é, o fato relatado não corrompe um sinal processado pelo DSP ou mesmo compromete o processamento feito por ele. No entanto, essa característica do DSP lhe atribui um certo grau de incerteza, pois seu comportamento não é totalmente previsível. Ainda, sua sincronização com outros dispositivos fica comprometida, uma vez que não se conhece a taxa de amostragem exata em que o DSP está trabalhando.

### 4.2.3. Instrumentação

Além dos componentes descritos previamente, a bancada experimental também era composta pelos seguintes equipamentos, cuja maioria é mostrada na Figura 4.4:

- Notebook (1):
  - HP Compaq nx 6120
- Shakers (2):
  - Marca: Bruel & Kjaer
  - Modelo: 4810
- Amplificadores de Potência (2):
  - Marca: Bruel e Kjaer
  - Modelo1: 2706
  - Modelo2: 2718
- Pré-amplificadores de Carga (3):
  - Marca: Bruel e Kjaer
  - Modelo: 2635
- Filtro Analógico (1):
  - Marca: WaveTek
  - Modelo: 852
- Acelerômetros (2):
  - Marca: Bruel e Kjaer
  - Modelo: 4393
- Célula de Força (1):
  - Marca: Bruel e Kjaer
  - Modelo: 8200



**Figura 4.4 - Sistema Eletrônico - instrumentação**

### **4.3. Sistemas Mecânicos**

Embora centrados no objetivo principal desse trabalho, a lembrar, o controle de vibrações em uma viga metálica excitada em uma banda de frequência, julgou-se necessário e prudente iniciar a pesquisa com sistemas mecânicos mais simples, a fim de se ter bastante clara a compreensão dos fenômenos que envolviam o controle, sejam eles fenômenos físicos, matemáticos ou computacionais.

#### **4.3.1. Métodos de Avaliação das Identificações e do Desempenho dos Sistemas de Controle**

Inicialmente, faz-se necessária uma explicação de como foram avaliados o desempenho dos sistemas de controle de vibrações e a qualidade das identificações dos caminhos secundário e de *feedback*.

Durante todo o trabalho, foram adotadas as seguintes metodologias para avaliação da qualidade de uma identificação:

- 1ª metodologia: o parâmetro é o valor RMS do sinal de erro em regime permanente (após a convergência completa do algoritmo).

2ª metodologia: o parâmetro é o “fator de redução do erro”, definido pela razão entre o valor RMS do erro inicial e do erro final, sendo “erro inicial” o erro  $e(n)$  de identificação no instante inicial do procedimento de identificação e “erro final” o erro  $e(n)$  após a convergência completa do algoritmo.

Já o desempenho dos sistemas de controle de vibrações foi avaliado segundo a redução nos níveis de vibração, avaliada a partir de uma determinada relação, no domínio da frequência, entre resposta e excitação (vide detalhamento mais adiante), relação essa previamente escolhida (o que será oportunamente informado). Embora o sistema de aquisição de dados capturasse o sinal na faixa de 0 a 1000Hz, o cômputo da redução obtida considerava apenas a faixa de frequência de 185 a 435 Hz, que continha a faixa de frequência de excitação do sistema, de 200 a 430 Hz, e suas proximidades.

Embora o sinal utilizado para excitação do sistema (viga metálica) estivesse rigorosamente contido na faixa de 200 a 430 Hz (conforme Figura 4.1), a resposta da viga, nos modos de vibração que se desejava controlar (4º, 5º e 6º), apresentava valores não desprezíveis em uma faixa um pouco mais extensa, de 185 a 435Hz, o que motivou a utilização dessa faixa de frequência para o cômputo da redução dos níveis de vibração (vide FRF da viga na Figura 4.17). Ainda, em algumas condições de ensaio, observou-se um suave deslocamento, na frequência, desses modos a serem controlados (vide Figura 5.10), sendo necessário considerar uma faixa de frequência um pouco mais abrangente para se contemplar esses modos em todas as condições de ensaio.

Já a faixa de frequência de 0 a 1000 Hz utilizada pelo sistema de aquisição de dados é consequência do Tspan<sup>6</sup> desejado para a atualização do sinal (no domínio do tempo) na tela do analisador, uma vez que, nesse analisador, os parâmetros Tspan e Fspan são acoplados.

---

<sup>6</sup> vide página 47

O cômputo da redução nos níveis de vibração baseou-se na eq. 4.1, sendo que a redução obtida com o subsistema de controle passivo foi calculada por essa equação, onde os  $y_j$  foram as amplitudes da FRF selecionada, para cada frequência ( $f_j$ ) da viga com o NDV, e os  $x_j$  foram as respectivas amplitudes do sistema sem o NDV. Analogamente, no cálculo da redução obtida com o subsistema de controle ativo-adaptativo, os  $y_j$  foram as amplitudes da RRF<sup>7</sup> (Razão entre Resposta e Força) para cada frequência ( $f_j$ ) da viga com o NDV e com o subsistema de controle ativo-adaptativo em operação e os  $x_j$  foram as respectivas amplitudes do sistema com o NDV e sem a atuação do subsistema de controle ativo-adaptativo.

$$Red[dB] = 20 \log_{10} \left( \frac{\left( \sum_j y_j^2(f_j) \right)^{1/2}}{\left( \sum_j x_j^2(f_j) \right)^{1/2}} \right) \quad (4.1)$$

Essa metodologia, na verdade, é o cálculo do valor RMS da redução dos níveis de vibração, redução essa obtida ao se implementar algum (ou alguns) método de controle de vibrações. Sua aplicação é fundamental nesse trabalho, pois permite o cálculo em uma banda de frequências de interesse.

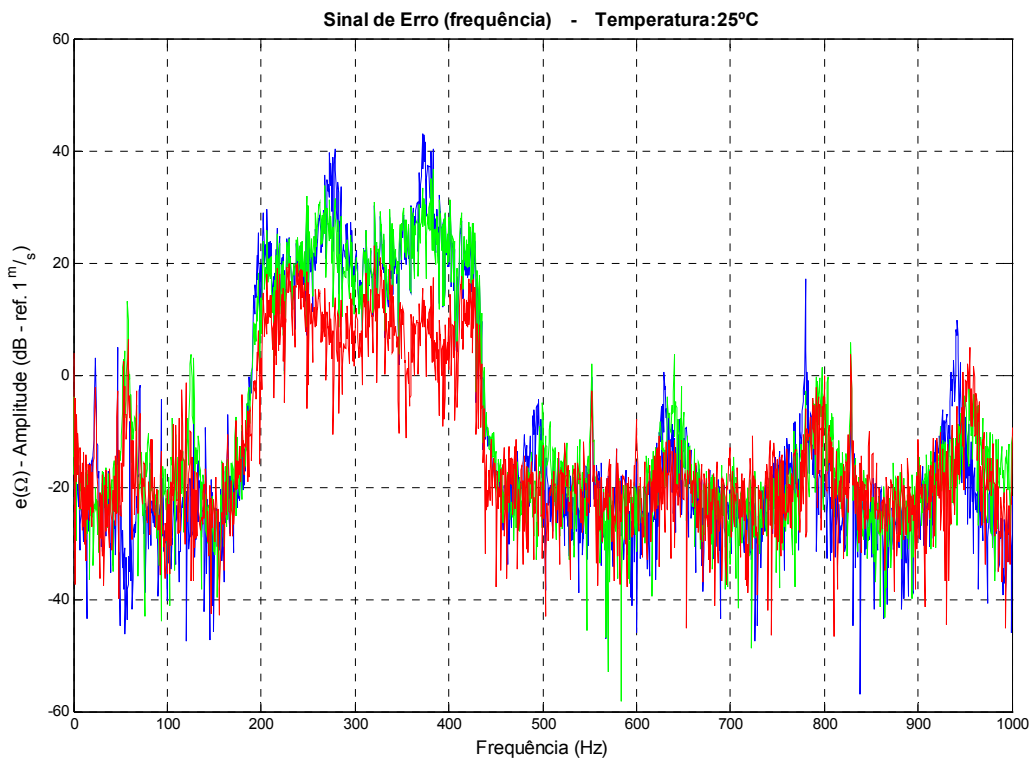
---

<sup>7</sup> A Razão entre Resposta e Força (RRF) é uma denominação criada para referenciar o comportamento vibratório do sistema ensaiado quando, sobre este, age, simultaneamente à força de perturbação, uma outra força externa, no caso, a força do *shaker* de cancelamento. Nesses casos, a razão entre uma dada aceleração (resposta) e a força de perturbação, embora seja também uma função da frequência, não é mais uma FRF (Função Resposta em Frequência), posto que essa refere-se exclusivamente a características **do sistema**, mas uma RRF, que inclui características do sistema e das forças atuantes. Mesmo não sendo uma FRF, a RRF é reveladora das alterações que ocorrem no sistema vibrante quando da ação do controle ativo-adaptativo. Quando se tem apenas o subsistema passivo em ação, uma RRF é idêntica a uma FRF.



Outra forma também adotada para se avaliar o desempenho dos sistemas de controle foi através da observação do sinal de erro, capturado pelo acelerômetro correspondente (Figura 3.3). Quando o sistema atingia um comportamento estável, o sinal era capturado e calculava-se o seu valor RMS, de 0 a 1000 Hz. O analisador de sinais automaticamente calcula o valor RMS da faixa de frequência determinada pelo Fspan. Embora a faixa de interesse concentrava-se de 200 a 430 Hz, julgou-se aceitável calcular o valor RMS da resposta de 0 a 100 Hz, uma vez que, fora da faixa de 200 a 430 Hz, os valores da resposta não são significativos, conforme Figura 4.5.

O mesmo procedimento foi realizado para as três configurações da viga (pura, com NDV e com NDV e controle adaptativo), a fim de se avaliar o desempenho de cada subsistema de controle, em todas as temperaturas de teste.



**Figura 4.5 - Espectro do Sinal de Resposta -  $e(n)$**

### 4.3.2. O Sistema Massa

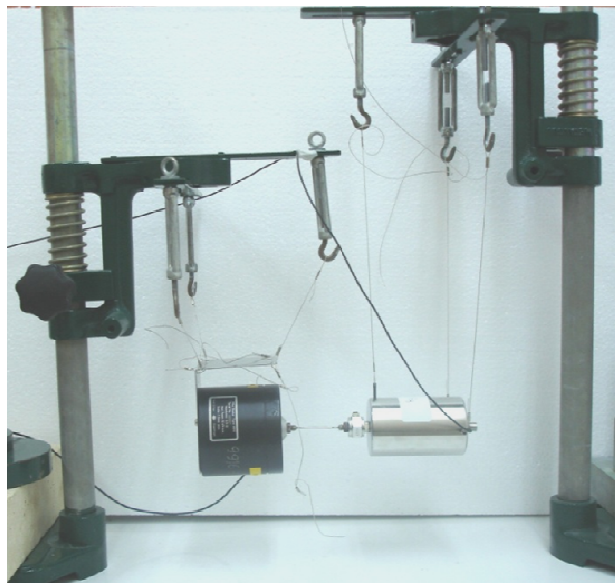
A identificação, ou representação, de sistemas através de filtragem adaptativa fornece, como resultado, um vetor de tamanho  $N$ , que são os coeficientes do filtro. Toda a parte de

filtragem adaptativa deste trabalho foi desenvolvida com uso de filtros FIR, principalmente pelas suas características de estabilidade e relativa facilidade de implementação e de convergência para um mínimo global da função custo, previamente definida segundo o critério MSE.

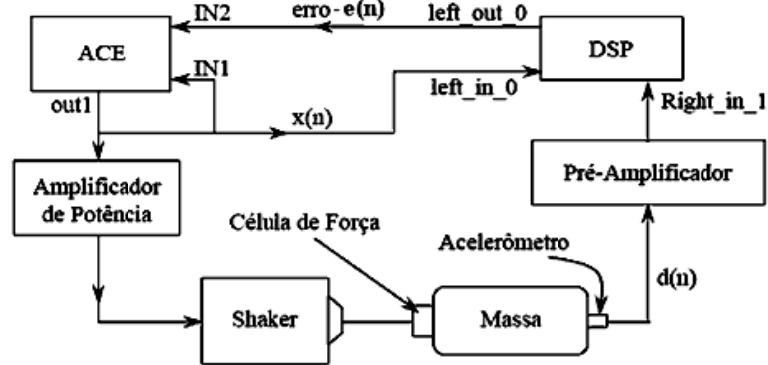
Sabia-se, dos esforços realizados em [6], que quando a identificação é realizada através de filtros FIR, podem ser necessários filtros com grande número de coeficientes. Contudo, ainda não estava evidente o que influenciava o tamanho desses filtros e nem tampouco a relação física entre as informações contidas nos coeficientes dos filtros e as características dinâmicas dos sistemas de interesse, representados por esses filtros.

De forma exploratória, na busca de respostas para essas questões, tentou-se identificar, via filtro FIR, um sistema mecânico simples, cujo comportamento dinâmico é bastante conhecido e elementar – uma massa (corpo rígido). O sistema utilizado é retratado na Figura 4.66, enquanto que o esquema da montagem experimental correspondente encontra-se na Figura 4.77. Observa-se ainda, na Figura 4.66, a presença do *shaker* (excitador), da célula de força (para aquisição do sinal de excitação – entrada) e do acelerômetro (para aquisição do sinal de resposta – saída).

Para as investigações realizadas neste sistema (sistema massa), foram utilizadas tanto excitações do tipo "soma de senóides" quanto "ruído branco filtrado".



**Figura 4.6 - Sistema Massa**



**Figura 4.7 - Esquema da Montagem do Sistema Massa**

As identificações realizadas neste sistema (sistema massa), tanto com excitações do tipo "soma de senóides" quanto "ruído branco filtrado", deixaram claro que a informação contida nos coeficientes de um filtro FIR diz respeito a uma função que tende para a resposta impulsiva do sistema identificado, à medida que a excitação aplicada nesse sistema tende para um ruído branco.

É interessante registrar que, em um dos testes, usou-se um sinal de excitação periódico (gerado no MATLAB), composto pela soma de duas senóides, em 200 e 208 Hz. Tentou-se utilizar o DSP para reproduzir e processar esse sinal de excitação, e o ACE apenas para ler as entradas do sistema (excitação e resposta). Contudo, observou-se que, quando o sinal era gerado pelo DSP e capturado pelo ACE, aparecia uma componente de 210 Hz no sinal capturado, fato que não ocorria quando o sinal era gerado e capturado no ACE.

A explicação está na **sincronização** dos processos de geração (conversão digital-analógica) e captura (conversão analógica-digital) do sinal. Quando ocorrem em dispositivos diferentes, esses processos podem não estar sincronizados, fazendo surgir essas componentes “estranhas” no sinal. Isso explica o fato de se ter um sinal “correto” quando se usa o mesmo dispositivo (ACE) para gerar e capturar (ler) o sinal, e um sinal corrompido quando se usa um dispositivo para gerar (no caso, o DSP) e outro para capturar o sinal (ACE).

A solução usual para esse problema de sincronização dos equipamentos é a de se utilizar o mesmo dispositivo tanto para geração quanto para aquisição do sinal, no caso, o ACE, pois, conforme já mencionado, ele possui um modo “playback”, com o qual se consegue reproduzir sinais gerados previamente.

### 4.3.3. A Convolução

Observa-se que, em um processo de filtragem adaptativa com base no algoritmo FxLMS, a operação principal e mais freqüente é a convolução (vide Capítulo 3 e Anexo A.1). Um cuidado especial com essa operação faz-se ainda mais necessário quando se retoma a questão do tamanho do filtro adaptativo ( $N$ ), pois o processo de filtragem é, basicamente, a convolução entre dois sinais discretos. Assim, o processamento dessas operações de convolução é tanto mais lento e pesado quanto maior for o tamanho do filtro ( $N$ ). Também deve-se ter em mente que o processo de “perda de amostras” da placa DSP, mencionado anteriormente, está diretamente relacionado ao tamanho dos filtros do algoritmo. Tudo isso reforça o interesse em se trabalhar com filtros cujos tamanhos sejam os menores possíveis.

Assim, dada a importância da operação de convolução, e antes de se prosseguir para um outro sistema mecânico, foram realizadas algumas simulações com o objetivo de se determinar a menor porção da resposta impulsiva  $h(n)$  da planta que, quando convoluída com a entrada  $x(n)$ , ainda proporcionaria bons resultados. Ou seja, de posse de um sinal de resposta impulsiva identificado com um filtro de tamanho  $N$ , desejava-se saber qual a quantidade de informações dessa resposta impulsiva poderia ser dispensada, sem o comprometimento do resultado da convolução. Isso possibilitaria a convolução de um filtro de tamanho  $M$  ( $M < N$ ) com a entrada  $x(n)$ , obtendo-se um resultado satisfatório com menor carga computacional.

A idéia básica dessas simulações foi de se convoluir o sinal de entrada  $x(n)$  com porções cada vez menores de  $h(n)$ , resposta impulsiva da planta, de forma que se pudesse comparar esses resultados e determinar o tamanho mínimo do  $h(n)$  que ainda proporcionaria um bom resultado de convolução. Entendeu-se por bom resultado de convolução, para os fins deste trabalho, aquele que, apesar de apresentar notórios erros de amplitude do sinal, não apresentava distorções consideráveis na fase do sinal resultante  $y(n)$ . Justifica-se esse critério pelo fato de que diferenças de amplitude podem ser corrigidas pelo algoritmo LMS, ao passo que diferenças de fase são de difícil correção e certamente provocariam a divergência do algoritmo.

A comparação dos resultados dessas convoluções se deu da seguinte forma: um sinal de excitação  $x(n)$  era convoluído com o sinal  $h(n)$  completo (desde o início, passando por todo o decaimento exponencial e finalizando quando  $h(n) \approx 0$ ). Como resultado dessa operação, tinha-se o melhor resultado (o ideal) para a convolução entre esses sinais. O mesmo  $x(n)$  era,

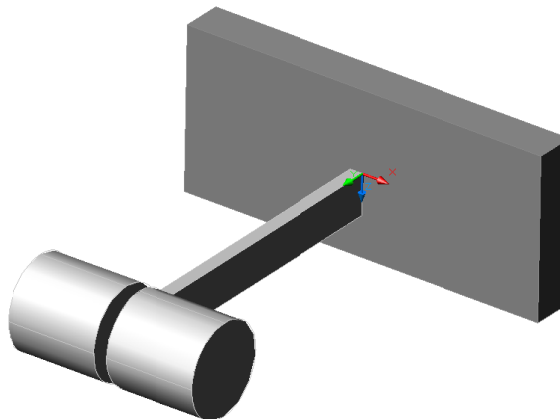
então, convoluído com apenas uma porção inicial do  $h(n)$  (chamado aqui  $h(n)$  reduzido), gerando um resultado aproximado do caso ideal.

Observou-se, inicialmente, que os resultados das convoluções com  $h(n)$  reduzido apresentavam apenas diferenças de amplitude, quando comparados com convoluções com o  $h(n)$  completo. No entanto, um estudo detalhado do comportamento da fase desses sinais mostrou que havia uma considerável diferença de fase à medida que se diminuía o  $h(n)$ .

Esse estudo sobre a convolução foi feito para sinais teóricos (sinais ideais gerados no MATLAB) e, posteriormente, para um sinal real, extraído do sistema Massa-Mola, exposto no item seguinte.

#### 4.3.4. O Sistema Massa-Mola

O segundo sistema mecânico compreendia uma viga engastada-livre de dimensões 15 x 5 x 125 mm, com duas massas de 0,24 kg na extremidade, de forma a caracterizar bem um sistema massa-mola de um grau de liberdade (GDL).

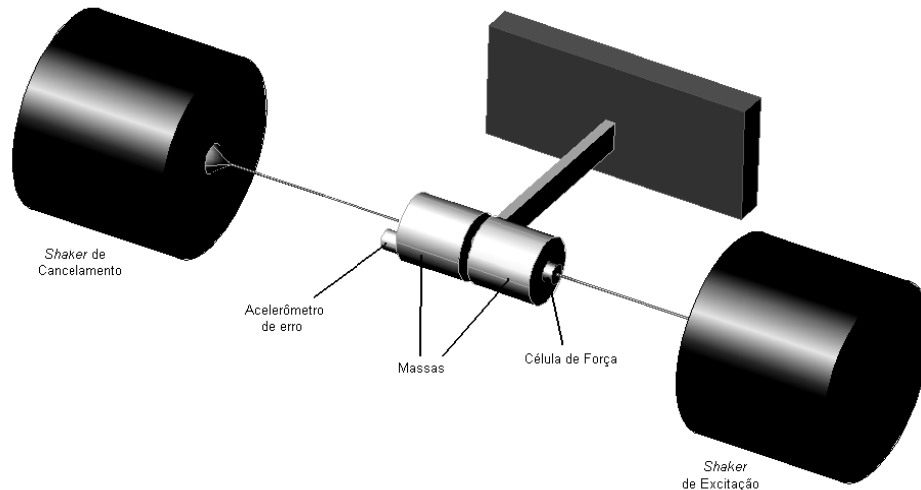


**Figura 4.8 - Sistema Massa-Mola**

O objetivo principal dessa etapa era o de se determinar a resposta impulsiva  $h(n)$  do sistema massa mola para, posteriormente, se fazer a convolução desta com a excitação  $x(n)$ , tomando-se porções cada vez menores de  $h(n)$  e, ao fim, concluir qual o tamanho mínimo do  $h(n)$  que ainda proporcionaria um bom resultado.

A resposta impulsiva da viga foi obtida através da transformada inversa de Fourier da Função Resposta em Frequência (FRF) do sistema. Essa FRF foi determinada instalando-se

uma célula de força no ponto de excitação do sistema e tomando-se a relação entre o sinal do acelerômetro de erro e o sinal da célula de força, como ilustrado na Figura 4.9.

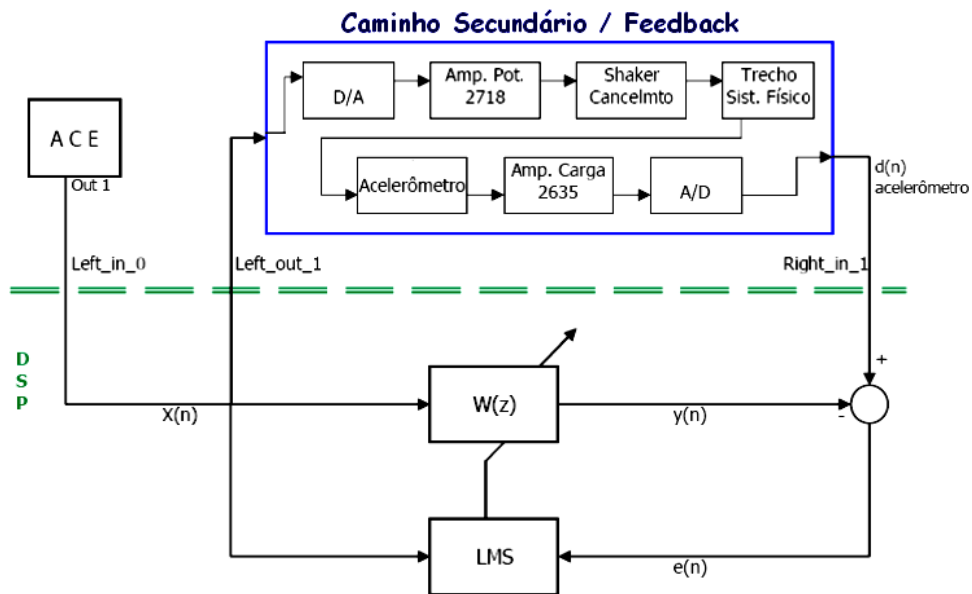


**Figura 4.9 - Montagem experimental do Sistema Massa-Mola**

Tentou-se, ainda, realizar controle nesse sistema. Para isso, foram necessárias as identificações dos caminhos de *feedback* e secundário.

Para identificação do caminho secundário, foi utilizada, em essência, a montagem da Figura 4.9, na configuração esquematizada na Figura 4.10, sendo que o sinal desejado  $d(n)$  era proveniente do acelerômetro de erro.

Já para a identificação do caminho de *feedback*, compreendido pelo trecho de sistema físico existente entre o *shaker* de cancelamento e o sensor de referência, foi utilizada a mesma montagem do caminho secundário, com a única diferença que o sinal desejado provinha do acelerômetro de referência, e não do acelerômetro de erro.

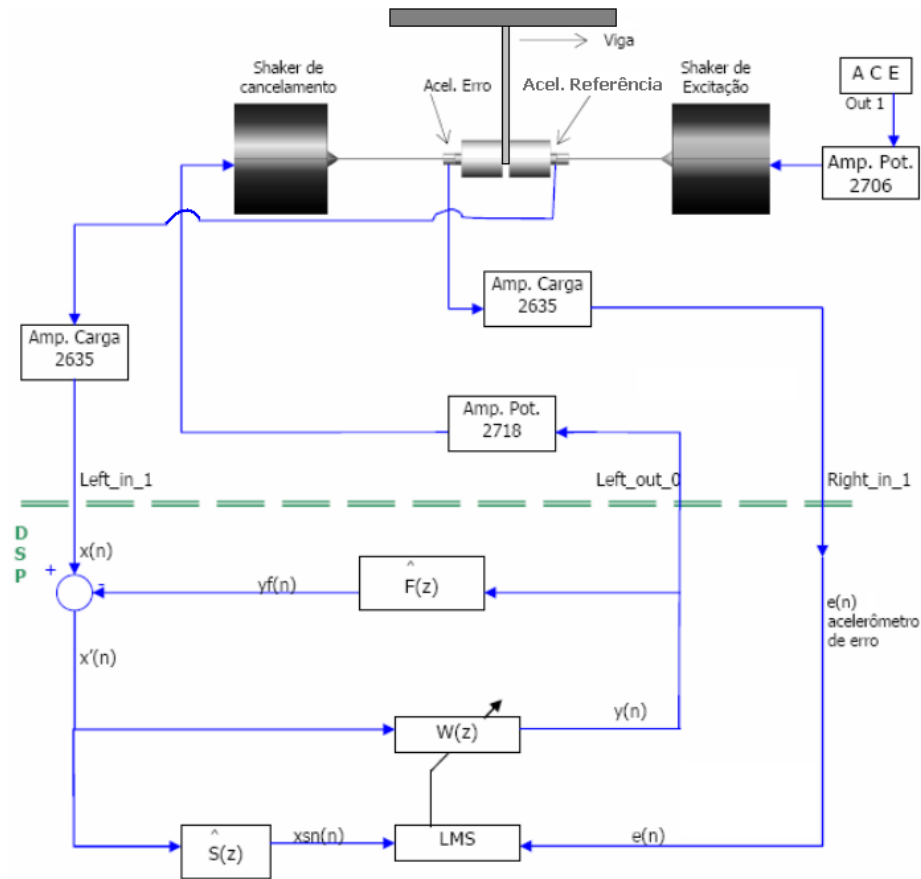


**Figura 4.10 - Esquema para Identificação dos Caminhos Secundário e de *Feedback*.**

As montagens para identificação dos caminhos secundário e de *feedback* do sistema mecânico que sucedeu o sistema massa-mola seguiram exatamente o mesmo esquema acima, sendo a única modificação o bloco “Trecho de Sistema Físico”, que se alterou de acordo com o sistema mecânico em estudo.

Mesmo sendo o objetivo principal da montagem em questão o levantamento da resposta impulsiva do sistema massa-mola (para utilização nos estudos de convolução), ela também foi empregada em um ensaio de controle, conforme Figura 4.11. Nessa montagem, os sinais dos acelerômetros de referência e de erro são, em tese, idênticos, no entanto, o algoritmo FxLMS busca a minimização do sinal de erro, independentemente de sua relação com o sinal de referência.

Todas as montagens subseqüentes para implementação de controle seguiram exatamente o esquema da referida figura, alterando-se, apenas, o sistema mecânico no qual se implementou o sistema de controle.



**Figura 4.11 - Esquema para o Controle.**

#### 4.3.5. O Sistema Final - A Viga

Após colher importantes informações dos sistemas precedentes, chegou-se ao sistema final, uma viga metálica (de aço) com massa de 0,5 kg e dimensões de 930 x 23 x 3 mm, para a qual um único Neutralizador Dinâmico de Vibrações (NDV) havia sido projetado, construído e testado. Esse sistema mecânico foi exatamente o mesmo utilizado em [6], e sua condição de contorno era uma situação intermediária, entre apoio simples e engaste duplo, o que foi implementado através de dois roletes em cada extremidade da viga, vide Figura 4.14. É chamado Sistema Final, pois nele foi aplicado o controle misto de vibrações em uma viga metálica excitada em banda larga de frequência, objetivo desse trabalho e, por isso, dar-se-á maior ênfase à essa seção.

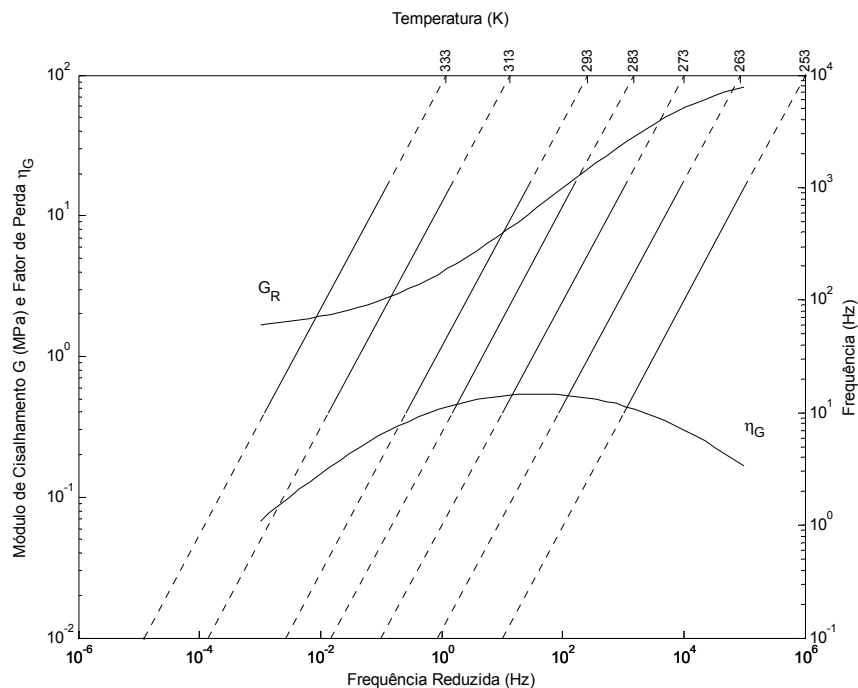


#### 4.3.5.1. Investigações Preliminares

O NDV, concebido como um dispositivo passivo de controle de vibrações em banda, foi novamente instalado e testado, sendo seu bom desempenho, observado em [6], aqui ratificado. Só após a verificação da eficácia dessa técnica passiva de controle de vibrações, que permaneceu implementada, é que se partiu para o segundo estágio, de implementação de um sistema de controle ativo-adaptativo.

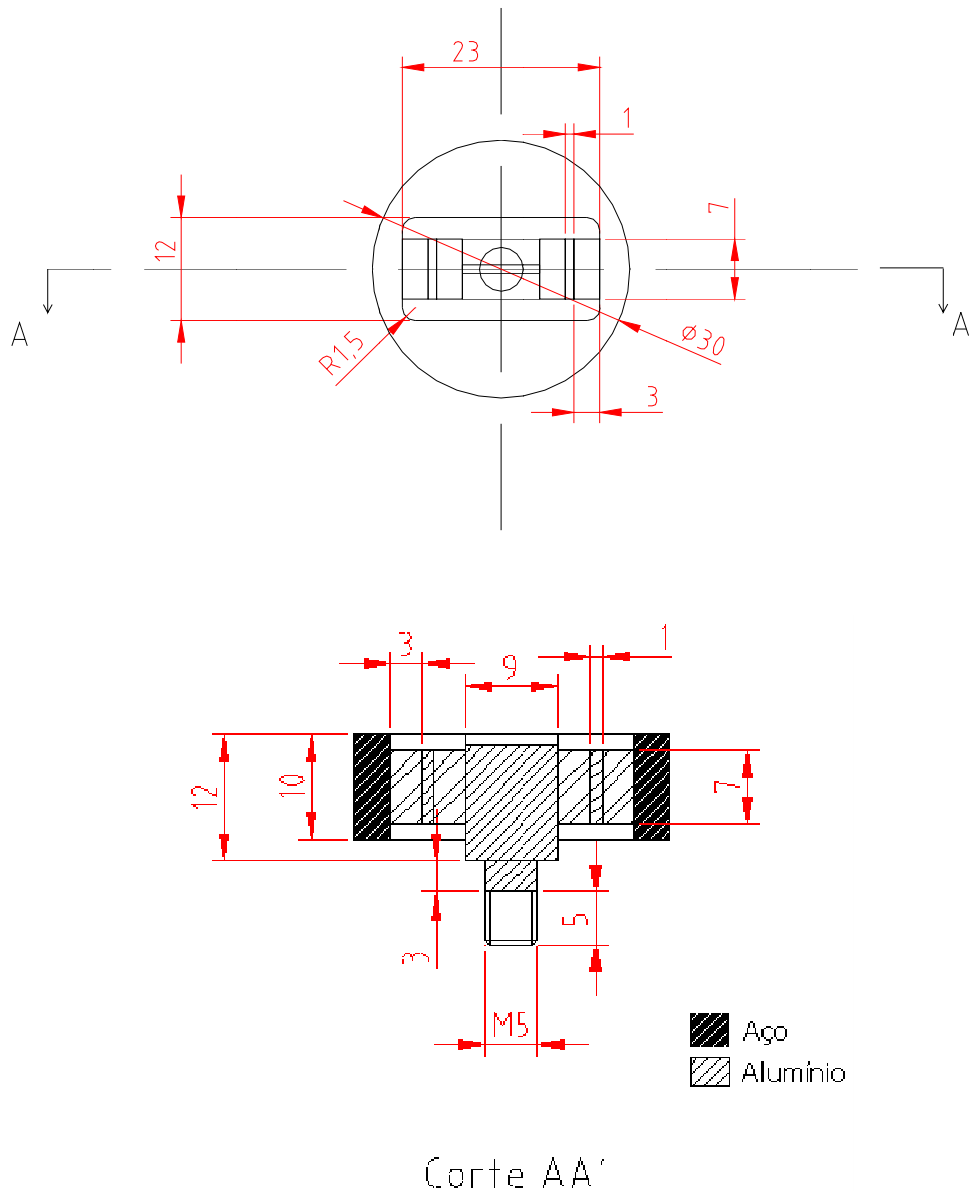
Acredita-se que as características do sistema mecânico (planta) seriam alteradas através de uma variação da temperatura de operação e que a ação do sistema de controle ativo-adaptativo poderia manter o nível conjunto de controle de vibração, face, exatamente, à sua adaptabilidade. As alterações das características do sistema mecânico sobre o qual agiria o controle ativo-adaptativo dar-se-iam através da alteração do comportamento do Neutralizador Dinâmico de Vibrações, cuja performance é influenciada pela temperatura. Recorda-se, do Capítulo 2, que dispositivos com material viscoelástico apresentam características variáveis em função da temperatura.

As principais características do NDV projetado em [6] são reproduzidas abaixo. O material viscoelástico utilizado no NDV foi a borracha butílica 45 SHORE A, cujo nomograma é o da Figura 4.12. Esse material foi caracterizado no PISA-LVA.



**Figura 4.12 - Nomograma do Material Viscoelástico Utilizado no NDV.**

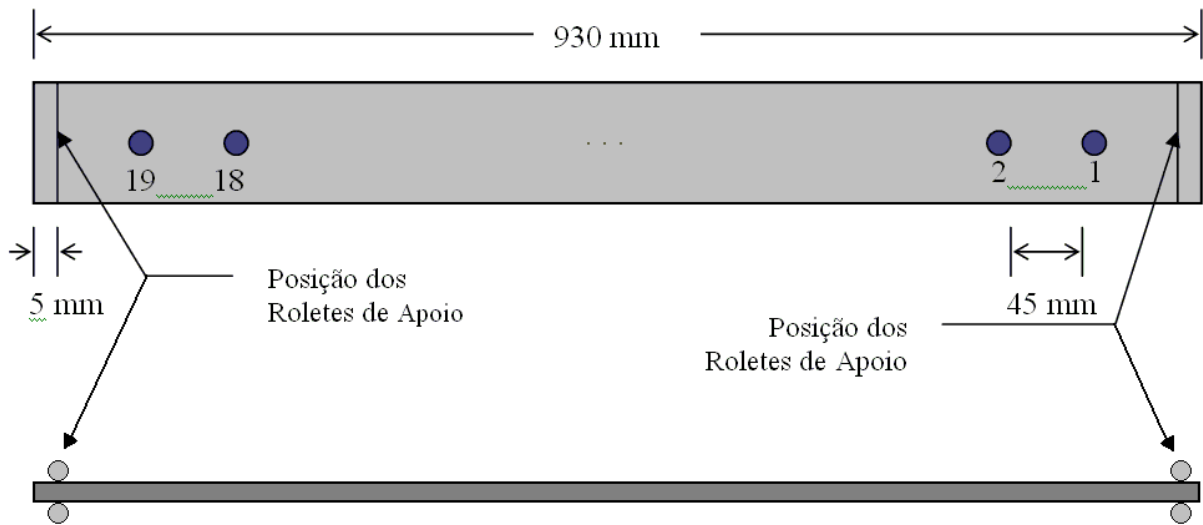
O NDV, projetado para trabalhar de forma ótima na temperatura de 25°C e atuar na faixa de frequências de 190 a 440 Hz, possuía um elemento inercial externo em aço e uma haste central de alumínio, com rosca M5, para fixação desse dispositivo na viga. Os elementos elastoméricos foram colados entre a haste central e a massa de aço externa do neutralizador, contendo lâminas intermediárias de alumínio. A Figura 4.13 mostra a configuração do NDV.



**Figura 4.13 - Vista Superior e Corte Frontal do NDV [6].**

Recomenda-se que a instalação do NDV se dê no ponto de maior deformação dos modos que se deseja controlar [2]. Após realização de uma análise modal, decidiu-se fixar o

neutralizador na posição de número 2 da viga, conforme Figura 4.14 [6]. Definiu-se, assim, a configuração do sistema de controle passivo utilizado.



**Figura 4.14 - Desenho da Viga e seus Pontos de Medição [6].**

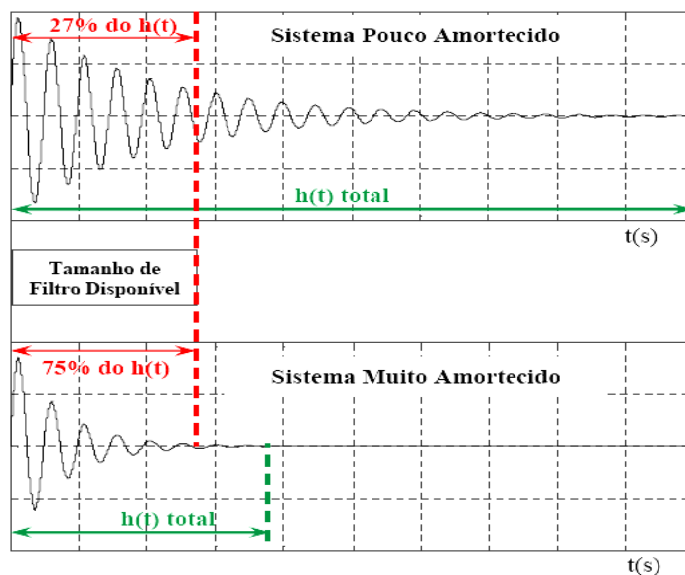
Além da variação de desempenho do NDV com a temperatura, uma outra razão conduziu à implementação do subsistema ativo-adaptativo sobre a viga com NDV. Segundo o estudo de convolução previamente realizado e cujos resultados estão detalhados no capítulo seguinte, foi demonstrado que uma identificação deve capturar a maior porção possível da resposta impulsiva  $h(n)$  do sistema. Essa era a condição favorável para a obtenção de bons resultados nas convoluções efetuadas pelos algoritmos de identificação e controle utilizados.

Devido à limitação de tamanho do filtro adaptativo, imposta pela alta taxa de amostragem do DSP vislumbrou-se que se deveria trabalhar com plantas cuja resposta impulsiva fosse compatível com essa limitação, ou seja, plantas em que o tempo de estabelecimento<sup>8</sup> de sua resposta fosse reduzido. Só assim seria possível capturar uma maior

<sup>8</sup> *Tempo de estabelecimento* é o tempo que a resposta do sistema leva para atingir uma faixa de amplitude em torno do valor final (usualmente 2% ou 5%), permanecendo nela a partir deste instante.

porção desse sinal. Essa estratégia, somada à utilização do tamanho máximo do filtro, possibilitaria a identificação de uma porção maior do  $h(n)$ .

Conforme sugere a Figura 4.15, uma redução da resposta impulsiva da viga aconteceu, de fato, através da introdução do NDV, transformando um sistema mecânico fracamente amortecido, a viga pura, em outro com amortecimento consideravelmente maior, viga com o NDV. Com a introdução do amortecimento, a resposta impulsiva  $h(n)$  da viga foi reduzida de 0,25s para 0,05s, aproximadamente, como mostra a Figura 4.16. Isso possibilitou que as identificações nesse sistema contemplassem uma maior porção do  $h(n)$  (vide Figura 4.15). As considerações anteriores reforçaram, sobremaneira, que o trabalho deveria se desenvolver dentro da faixa de projeto do NDV.



**Figura 4.15 - Porções de  $h(t)$  para Planta com Maior e Menor Amortecimento.**

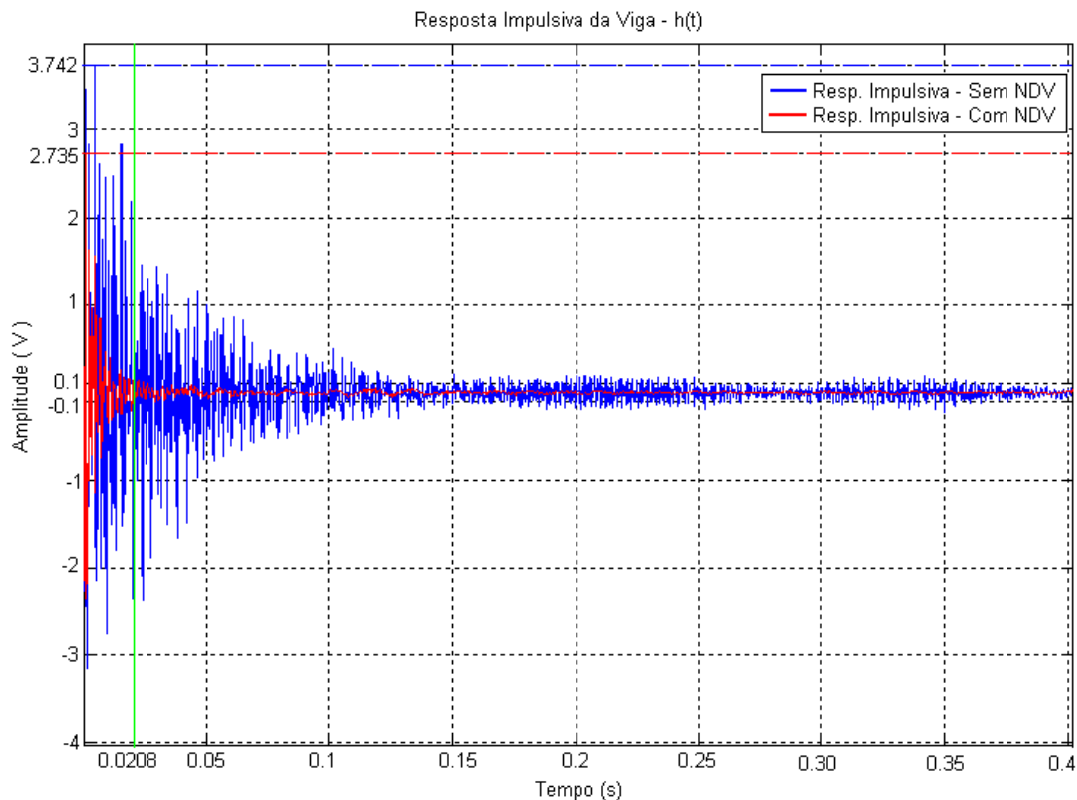
Algumas considerações sobre a extensão da resposta impulsiva são ainda pertinentes. Observa-se, pela Figura 4.16, a diferença entre os tempos de estabelecimento das respostas impulsivas da viga com e sem NDV. Essa diferença foi chave para o desenvolvimento deste trabalho, pois, como o DSP que se dispunha possuía, como menor taxa de amostragem, um valor alto (48kHz), ficava limitado o comprimento da resposta impulsiva que podia ser identificada. A título de exemplo, para se identificar o sistema com um filtro digital de tamanho  $N=1000$ , poder-se-ia capturar 0,0208s da resposta impulsiva, pois,

$$\frac{1000}{48000\text{Hz}} = 0,0208\text{s}$$

sendo esse o intervalo de tempo disponível para identificações.

Considerando-se 100% de decaimento do  $h(n)$  como sendo a diferença entre o maior e o menor valor (absoluto) de cada  $h(n)$ , isto é,  $h(n)$  com NDV e sem NDV, faz-se a seguinte comparação. A curva sem NDV tem seu valor máximo (absoluto) de 3,742V e, em  $t = 0,0208s$ , de 1,95V. Nesse intervalo de tempo disponível para a identificação, o decaimento da resposta impulsiva foi de 49,2% de seu total (vide cálculos adiante).

Já a curva com NDV tem seu valor máximo (absoluto) de 2,735 V e, em  $t = 0,0208s$ , de 0,22V. Ou seja, no mesmo intervalo de tempo (isto é, com um filtro de mesmo tamanho), a redução (o decaimento) da resposta impulsiva foi de 92,98% de seu total.



**Figura 4.16 - Respostas Impulsivas da Viga Com e Sem o NDV.**

Em outras palavras, conseguiu-se identificar quase a totalidade da resposta impulsiva para esse caso. Isso, em conformidade com os resultados das simulações de convolução mostradas adiante, no item 5.3.2. , justifica o bom desempenho do algoritmo nos casos com NDV, e o seu mau comportamento nos casos sem NDV.

Sem NDV:

Valor máximo: 3,742V

Valor mínimo (em regime): 0,1V

Valor em  $t = 0,0208s$ : 1,95V

Redução total =  $3,742 - 0,1$   
= 3,642V

Redução obtida = 1,792V

3,642  $\rightarrow$  100%

1,792  $\rightarrow$  x

x = 49,20%

Com NDV:

Valor máximo: 2,735V

Valor mínimo (em regime): 0,03 V

Valor em  $t = 0,0208s$ : 0,22V

Redução total =  $2,735 - 0,03$   
= 2,705V

Redução obtida =  $2,735 - 0,22$   
= 2,515V

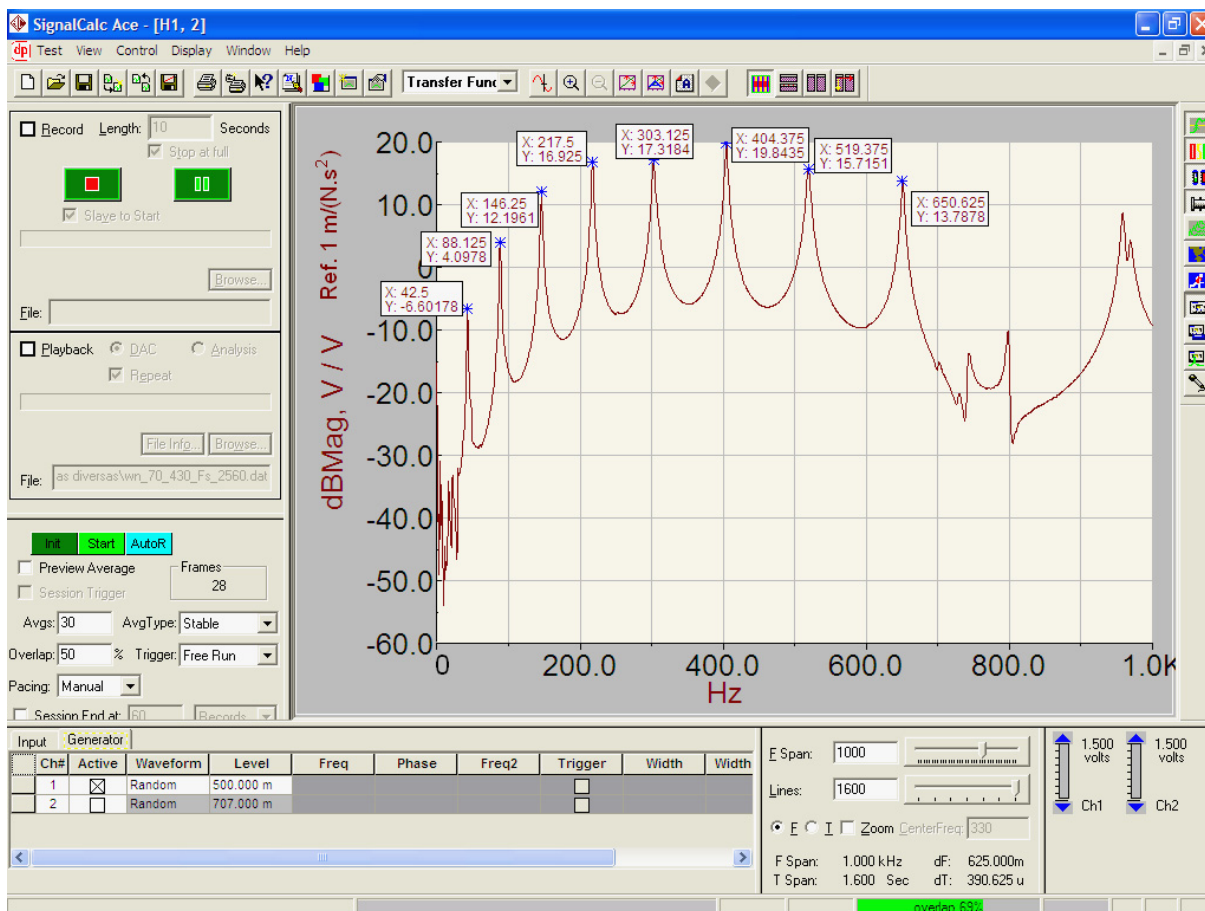
2,705  $\rightarrow$  100%

2,515  $\rightarrow$  x

x = 92,98%

O comportamento dinâmico da viga sem o NDV, ao longo de um determinado espectro de frequências é ilustrado na Figura 4.17, pela apresentação de sua Função Resposta em Frequência (FRF) na posição  $^{01}/_{19}$ , isto é, sinal de aceleração tomado no ponto 01 e sinal de excitação aplicado no ponto 19 da viga (localização dos pontos na Figura 4.14). Para o levantamento dessa FRF, utilizou-se uma excitação tipo ruído branco, na faixa de 0 a 1000 Hz. A resposta impulsiva da viga foi obtida tomando-se a transformada inversa de Fourier da FRF em questão.

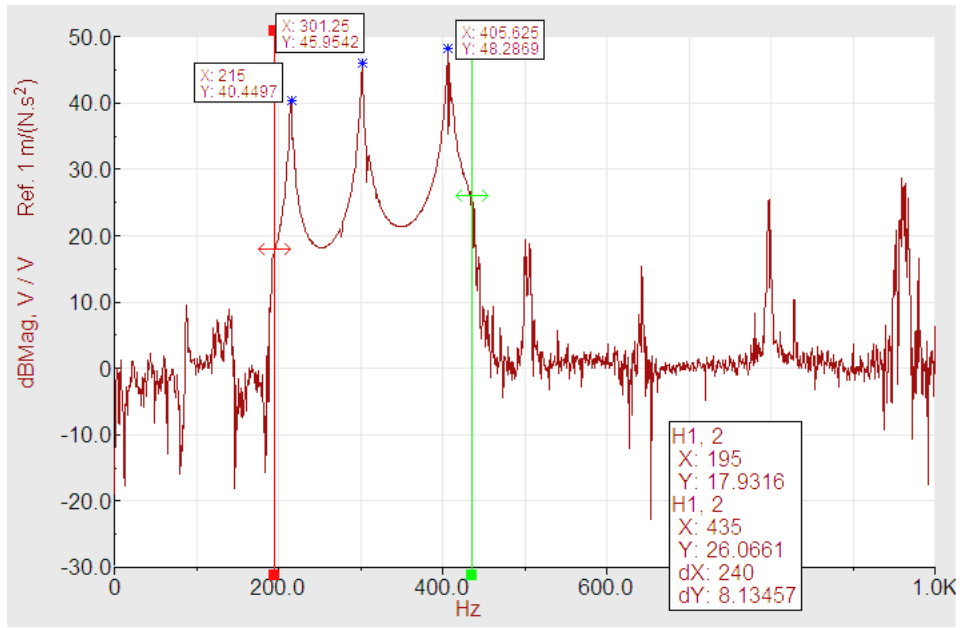
A razão, no domínio da frequência, entre aceleração no ponto 1 e excitação (perturbação) no ponto 19, seja ela a FRF ( $^{01}/_{19}$ ) ou a RRF ( $^{01}/_{19}$ ), será tomada como a razão de referência nesse trabalho. Caso seja feita alguma referência a outra razão desse sistema, isso será devidamente observado.



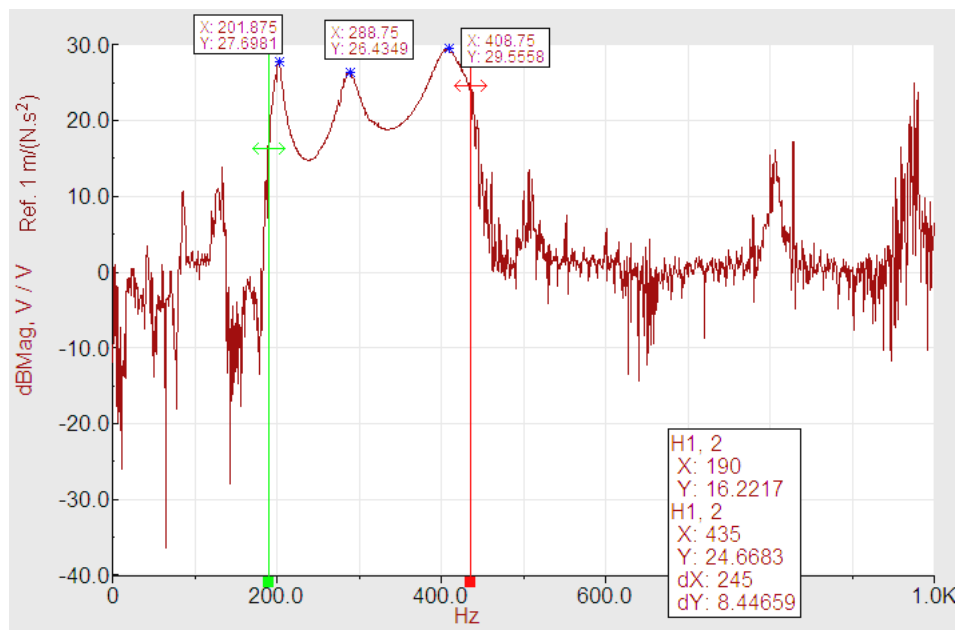
**Figura 4.17 - FRF da viga sem NDV. Interface do SignalCalc ACE®.**

Como explicado anteriormente, a faixa de frequência do trabalho foi definida em função da faixa de atuação do NDV. Assim, conseqüentemente, definiu-se o sinal de excitação do sistema para verificação do controle ativo-adaptativo: ruído branco filtrado na faixa de 200 a 430Hz, excitando-se os modos 4, 5 e 6 da viga, compreendidos nessa faixa de frequência e já contemplados pelo NDV. Esse sinal tem seu comportamento mostrado na Figura 4.1, nos domínios do tempo e da frequência. Para essa excitação, a viga sem NDV apresenta a função resposta em frequência da Figura 4.18.

A Figura 4.19 mostra a FRF da viga com NDV, com excitação na banda de 200 a 430 Hz. Comparando-se as FRF's das Figura 4.18 e Figura 4.19, junto com as respostas impulsivas da Figura 4.16, nota-se a diferença de comportamento da viga com e sem NDV.



**Figura 4.18 - FRF da Viga sem NDV. Excitação de 200 a 430 Hz.**



**Figura 4.19 - FRF da Viga com NDV. Excitação de 200 a 430 Hz.**

Conforme já mencionado, o sinal de excitação utilizado é um pseudo-ruído branco na faixa de 200 a 430Hz. Diz-se pseudo-ruído branco pois esse sinal, gerado no MATLAB e reproduzido no ACE, foi gerado com uma duração de 1,6s (Figura 4.1), sendo repetidamente reproduzido. Também tentou-se realizar controle com um sinal de excitação tipo ruído branco, gerado diretamente no ACE e com as mesmas características do pseudo-ruído branco



gerado no MATLAB (faixa de frequência e amplitude). A única diferença entre esses dois sinais era que, em um caso, o sinal é repetido a cada 1,6s, enquanto que, no outro caso, o sinal é todo o tempo aleatoriamente gerado.

No segundo caso, não se obteve sucesso no controle. O único quesito encontrado que justificaria essa ocorrência seria a característica de estacionaridade<sup>9</sup> que o pseudo-ruído branco possui e o ruído branco (gerado no ACE) não possui. Isso definiu, finalmente, o sinal de excitação a ser utilizado no experimento, um pseudo-ruído branco na faixa de frequência de 200 a 430 Hz.

Encerradas as questões acima (configuração mecânica, sinal de excitação e outras), os próximos passos foram no sentido das identificações e, posteriormente, o controle ativo-adaptativo.

#### 4.3.5.2. Identificações

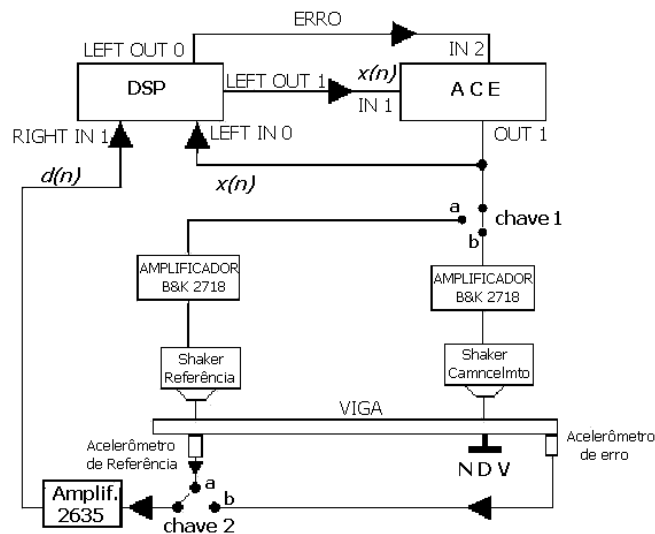
Um procedimento de identificação consiste na modelagem da resposta impulsiva de algum sistema. No presente caso, as identificações tinham o objetivo de se modelar a resposta impulsiva dos caminhos secundário e de *feedback* (item 3.7) através de filtros digitais.

Estas identificações foram procedimentos realizados *off-line*, isto é, não simultaneamente ao controle. Os caminhos identificados eram, posteriormente, carregados pelo algoritmo de controle, que realizava as devidas filtragens com esses caminhos identificados (conforme Figura 3.3).

A montagem da bancada obedecia ao esquema ilustrado na Figura 4.20.

---

<sup>9</sup> Estacionaridade e ergodicidade, vide capítulo 3 página 26.



**Figura 4.20 - Esquema da Montagem para Identificação.**

O analisador de sinais SignalCalcACE possui dois canais de entrada, os quais eram utilizados para se monitorar os sinais de excitação  $x(n)$  e de erro  $e(n)$ , sendo que este era calculado no DSP e monitorado no ACE através do canal *IN2*. Já o sinal de excitação era capturado da própria saída do ACE (*OUT1*), alimentando o algoritmo LMS através da entrada *LEFT IN 0* do DSP e monitorado através do canal *IN1* do ACE.

A chave 2 era utilizada para os procedimentos de identificação, permitindo-se optar entre a identificação do caminho secundário (posição “b”) e identificação do caminho de *feedback* (posição “a”). Já a chave 1 permitia se alternar entre ensaios de identificação (posição “b”) e ensaios de controle (posição “a”, para a qual a alimentação do *shaker* de cancelamento fica aberta para receber o sinal de controle gerado no DSP, conforme Figura 4.22).

A montagem dos equipamentos na viga ocorreu nas seguintes posições (conforme indicações da Figura 4.14):

Acelerômetro de erro	→ posição 01
Acelerômetro de referência	→ posição 19
<i>Shaker</i> de excitação	→ posição 19
<i>Shaker</i> de cancelamento	→ posição 02
Neutralizador (NDV)	→ posição 02

Os procedimentos de identificação dos caminhos secundário e de *feedback* compreendiam a excitação da viga com NDV através do *shaker* de cancelamento e a captura, no DSP, dos sinais de excitação (gerado no ACE) e de resposta: acelerômetro de referência para o caminho de *feedback*, e acelerômetro de erro, para o caminho secundário. Ou seja, alterava-se apenas o sinal de resposta, através da variação da chave 2 (Figura 4.20).

Conforme mostrado na Figura 4.20, para todas as identificações o *shaker* de referência permaneceu conectado ao sistema mecânico, pois sua influência também deveria ser identificada, uma vez que esse *shaker* estaria presente na montagem, quando da realização do controle ativo-adaptativo.

Foram realizados muitos procedimentos de identificação, para diversas configurações do experimento, variando ora dispositivos eletrônicos e suas configurações, ora parâmetros do algoritmo de identificação (tamanho do filtro N e passo de adaptação  $\mu$ ). As identificações eram avaliadas, principalmente, pelo valor RMS do sinal de erro após a convergência. No entanto, a estabilidade desse sinal também recebeu considerável atenção nessa avaliação.

A consideração dos caminhos de *feedback* e secundário no algoritmo de controle melhora substancialmente a performance do sistema de controle, o que despertou grande interesse em se levantar mais informações sobre os referidos caminhos, chegando-se a uma compreensão mais detalhada deles. No entanto, tal análise não se mostrou tão expedita e direta quanto parecia e, de modo a manter o foco do trabalho, julgou-se por bem deixar esse ponto para futuras investigações.

As duas tabelas seguintes mostram resultados de algumas identificações, de maior interesse.

Caminho Secundário:

Valores iniciais:

$$E_{rms} = 0.075V$$

$$E_{max} = 0.27V$$

N	$\mu$	$E_{rms}$	$E_{max}$
250	$1 \times 10^{-2}$	0.0335	0.26
250	$1 \times 10^{-4}$	0.058	
250	0.015	0.030	0.26
250	0.065	0.019	0.28
442	$6.5 \times 10^{-3}$	0.015	0.17
442	$3 \times 10^{-2}$	0.010	0.17
650	$3 \times 10^{-3}$	0.007	0.087
650	$3 \times 10^{-2}$	0.005	0.06
800	$3 \times 10^{-3}$	0.005	0.06
800	$3 \times 10^{-2}$	0.0038	0.05

**Tabela 4.1 - Identificações - Caminho Secundário**

Caminho de *feedback*:

Valores iniciais:

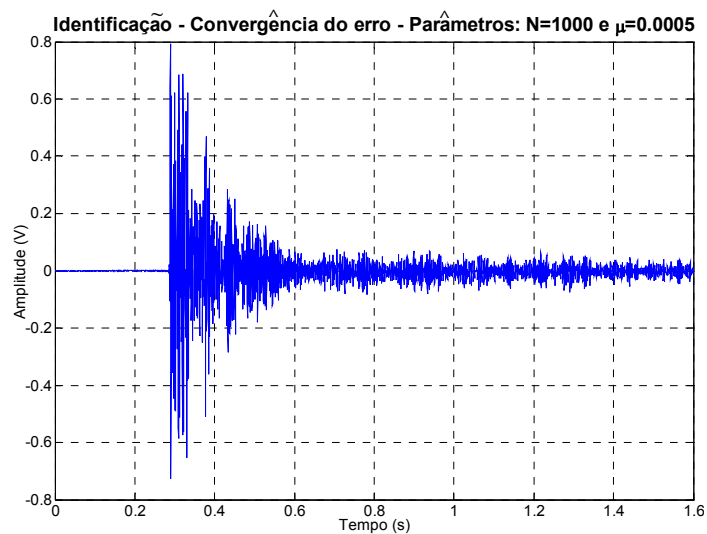
$$E_{rms} = 0.085V$$

$$E_{max} = 0.29V$$

N	$\mu$	$E_{rms}$	$E_{max}$
250	$3 \times 10^{-3}$	0.047	0.30
250	$3 \times 10^{-2}$	0.025	0.28
442	$3 \times 10^{-3}$	0.036	0.42
442	$3 \times 10^{-2}$	0.017	0.19
650	$3 \times 10^{-3}$	0.0104	0.100
650	$3 \times 10^{-2}$	0.007	0.09
800	$3 \times 10^{-3}$	0.008	0.04
800	$3 \times 10^{-2}$	0.005	0.04

**Tabela 4.2 - Identificações - Caminho de *feedback***

A Figura 4.21 mostra a convergência do sinal de erro durante um procedimento de identificação.



**Figura 4.21 - Convergência do Sinal de Erro em uma Identificação.**

A necessidade da realização de muitas identificações ao longo desse trabalho justifica-se pela sensibilidade da planta e, conseqüentemente, dos parâmetros identificados, a pequenas alterações. Uma simples movimentação da bancada demandava nova identificação.

#### 4.3.5.3. Controle Ativo.

Como exposto no Capítulo 3, o algoritmo FxLMS foi utilizado na implementação do controle ativo. Isso implica dizer que o sucesso do controle passa a depender diretamente não só da qualidade da montagem experimental, mas também da qualidade das identificações realizadas e do sensível equilíbrio entre as variáveis  $N$ ,  $N_s$ ,  $N_f$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ , sendo elas, respectivamente, ordem do filtro principal, ordem do filtro de caminho secundário, ordem do filtro de caminho de *feedback*, tamanho do passo de convergência do algoritmo e fator de perdas (*leaky factor*). Pode-se dizer que a eficiência do algoritmo também depende de outros fatores, ainda que de forma menos direta, tais como: a eficiência do compilador e algumas diretivas adicionadas ao programa, para otimização dos cálculos.

As variáveis acima citadas apresentam uma sensível ligação entre si. Portanto, é necessário um trabalho de paciência e persistência para se determinar combinações delas que forneçam bons resultados. Como as combinações dessas variáveis oferecem um leque enorme de possibilidades, em geral são necessárias diversas tentativas, até que se adquira uma certa sensibilidade do comportamento do sistema quando da alteração de cada uma delas. Cabe ressaltar que tais variáveis também são extremamente sensíveis a alterações físicas na montagem, deixando a dinâmica das combinações ainda mais delicada. Para o sistema viga com NDV, foram experimentadas aproximadamente **300** combinações dos parâmetros, para então se escolher uma que apresentasse resultados plenamente satisfatórios.

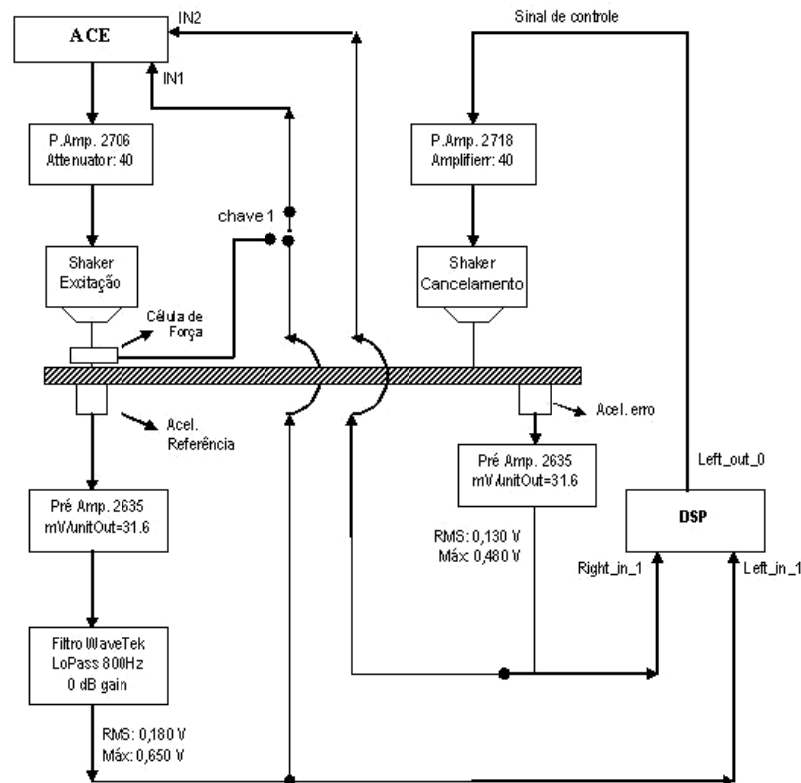
Para o controle ativo, ainda sem demanda de adaptabilidade (ensaios sob temperatura constante), a combinação dos parâmetros que resultou no melhor resultado foi a apresentada na Tabela 4.3. Nessa tabela, o parâmetro  $P$  é apenas um ganho (fator multiplicador) programado para operar no sinal de controle  $y(n)$  (saída do DSP).

N	$N_s$	$N_f$	$\nu$ (leaky)	$\mu$	P
500	650	800	0,9999995	5,00E-07	2

**Tabela 4.3 - Combinação Ótima de Parâmetros do Algoritmo FxLMS para o Controle Ativo**

A montagem utilizada para o controle em questão não difere muito daquela apresentada para o sistema Massa-Mola, e é mostrada na Figura 4.22, onde a “chave 1” permite que se escolha o sinal a ser monitorado no canal *INI* do ACE. Destaca-se a importância de se respeitar os limites de tensão na entrada dos equipamentos, isto é, a amplitude dos sinais de entrada, sobretudo do DSP. Isso porque, além do DSP ser um equipamento sensível, a amplitude dos sinais em sua entrada está diretamente relacionada com a quantização do sinal analógico realizada pelos conversores A/D da placa, o que afeta o desempenho dos algoritmos de identificação e controle.

A placa ADSP-21161N utilizada dispõe de um recurso bastante útil para se atacar essa questão da quantização do sinal. Uma das quatro entradas do conversor AD1836A da placa pode ser programado, via *software*, para funcionar no modo PGA – *Programmable Gain Amplifier*. Com isso, pode-se definir um ganho relativo àquela entrada. Esse trabalho foi desenvolvido com o ganho programado para 12 dB, o limite superior da faixa disponível para programação, que é de 0 a 12 dB, com intervalos de 3 dB [1],[6].



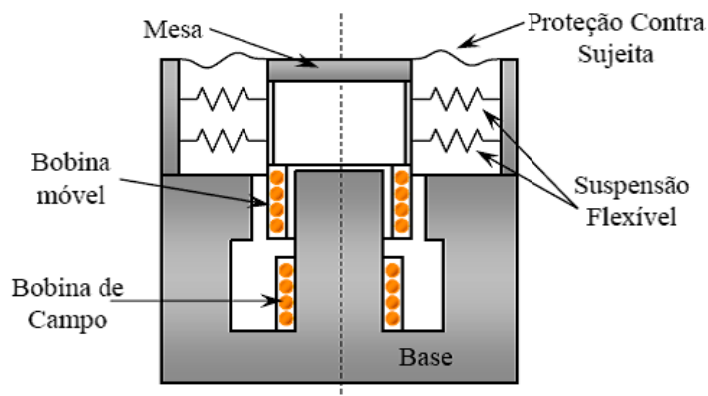
**Figura 4.22 - Esquema da Montagem do Controle Ativo no Sistema Viga com NDV.**

Um cuidado especial ser tomado quando da realização de ensaios de teste de sistemas de controle de vibrações, tanto no caso passivo quanto no caso ativo: o monitoramento da energia do sinal de excitação. Isso se justifica pois, na maioria dos casos, o dispositivo

utilizado na aplicação desse sinal sofre um efeito de **realimentação**, que pode ocasionar variações nas condições de excitação da estrutura durante a realização do ensaio. No presente caso, o dispositivo excitador (*shaker*) não é uma fonte de força, isto é, ele não garante a aplicação da mesma força no sistema quando as condições de teste se alteram (por exemplo, com/sem NDV, com/sem controle ativo).

Os excitadores eletromagnéticos (*shakers*), comumente utilizados em experimentos de vibrações, têm sua impedância elétrica variável de acordo com a amplitude do movimento da bobina móvel (Figura 4.23), o que impossibilita a dedução da amplitude da força a partir da tensão aplicada a esses *shakers*. A corrente elétrica de alimentação do *shaker* não é, tampouco, um bom parâmetro, pois a força gerada de forma eletromagnética deve mover não só a estrutura em teste, como também todas as partes móveis do próprio *shaker*. Quando a estrutura entra em ressonância, por exemplo, ela requer uma força dinâmica muito pequena para atingir altos níveis de vibração. Nessa situação, a força necessária para mover as partes móveis do *shaker* pode apresentar valor superior ao da força que é aplicada na estrutura. Com isso, não seria correto relacionar a corrente elétrica de alimentação do *shaker* com a força líquida aplicada à estrutura [22].

Em consequência do exposto acima, na prática, torna-se necessário utilizar um sensor de força entre o *shaker* e a estrutura, para medir a força efetivamente utilizada para excitar essa última [12].



**Figura 4.23 - Esquema de um Excitador Eletromagnético (*Shaker*) [23]**

Essa estratégia, de se instalar uma célula de força entre o *shaker* e a estrutura, foi implementada nesse trabalho, a fim de se manter o mesmo nível de excitação para todas as configurações da viga (pura, com NDV e com NDV e controle ativo). Com isso, pôde-se avaliar a contribuição real de cada subsistema de controle para a atenuação das vibrações, mantendo-se a mesma condição de excitação em todos os testes.

O teste relatado a seguir retrata claramente essa questão. Iniciou-se com a viga sob a ação dos dois subsistemas de controle, passivo e ativo. Nessa configuração, a célula de força, instalada entre o *shaker* de excitação (perturbação) e a viga, registrava 395 mN RMS. Retirando-se (ou seja, desligando-se) o subsistema de controle ativo, a referida força caiu para 317 mN RMS. Ajustou-se, então, a força de excitação, requantificando-a em 395 mN RMS. Em seguida retirou-se também o subsistema de controle passivo, observando-se, na seqüência, um aumento na força, que alcançou 574 mN RMS. Finalmente, fez-se um segundo reajuste dessa força, deixando-a nos iniciais 395 mN RMS.

	<b>Força (mN RMS)</b>	<b>Erro (V RMS)</b>	<b>Configuração da Viga</b>
<b>Início</b>	395	0,0381	<b>Viga + NDV + Controle</b>
<b>Retirado o Controle Ativo</b>	317	0,1216	<b>Viga + NDV</b>
<b>Ajuste 1</b>	395	0,151	<b>Viga + NDV</b>
<b>Retirado o NDV</b>	574	0,374	<b>Viga Pura</b>
<b>Ajuste 2</b>	<b>395</b>	<b>0,257</b>	<b>Viga Pura</b>

**Tabela 4.4 - Monitoramento da Força de Perturbação.**

Nota-se, pela observação da Tabela 4.4, que a inserção do NDV no sistema mecânico influencia a realimentação do *shaker* de excitação no sentido da diminuição da força de excitação. Já a inserção do controle ativo no sistema mecânico influencia a realimentação do *shaker* de excitação no sentido do aumento da força de excitação.

#### 4.3.5.4. Controle Adaptativo

A adaptabilidade do subsistema de controle ativo-adaptativo foi testada colocando-se: toda a montagem experimental dentro de uma câmara de temperatura controlada, como mostrado na Figura 4.24. Sabe-se que o sistema viga com NDV apresentaria comportamento variável com a temperatura, em virtude do elastômero utilizado na fabricação do NDV. Em particular, antecipava-se que haveria uma queda no desempenho do neutralizador, quando a temperatura ambiente diferisse de sua temperatura de projeto (25°C). Sendo assim, ao se submeter a viga com NDV a outras temperaturas (de 5 a 35 °C), esperava-se que o subsistema de controle ativo-adaptativo “sentisse” a perda de desempenho do subsistema passivo de controle e a compensasse, mantendo um certo nível global de controle de vibrações.





**Figura 4.24 - Montagem do Experimento no Interior da Câmara de Temperatura**

Novamente, fez-se necessário a busca por uma combinação das variáveis  $N$ ,  $N_s$ ,  $N_f$ ,  $\mu$ ,  $\nu$  e  $P$  que fornecesse um bom resultado do algoritmo de controle, quando o sistema fosse submetido à variação de temperatura.

Ajustou-se o algoritmo para trabalhar com a configuração abaixo, que conferiu grande estabilidade ao subsistema de controle ativo-adaptativo em todas as temperaturas testadas.

$N$	$N_s$	$N_f$	$\nu$ (leaky)	$\mu$	$P$
300	500	500	0,9999995	1,50E-06	2.8

**Tabela 4.5 - Combinação Ótima de Parâmetros do Algoritmo FxLMS para o Controle Adaptativo**

Efetivamente, o procedimento de ensaio do sistema de controle ativo-adaptativo iniciou-se com a câmara na temperatura de 25°C, estando a viga com o NDV e com o subsistema de controle ativo-adaptativo em operação. O primeiro passo foi resfriar a câmara, atingindo a temperatura mínima prevista para o ensaio, qual seja 5°C, onde se esperava consideráveis alterações no comportamento do sistema mecânico viga com NDV. Em seguida, a temperatura foi aumentada até atingir a máxima prevista, de 35°C, passando pelos

estágios intermediários de 15 e 25°C. Em cada temperatura, antes de se realizar medições, respeitou-se um intervalo de trinta minutos, garantindo-se, com isso, a homogeneidade da temperatura em todo o elastômero, para posterior observação da adaptabilidade do sistema, com a esperada manutenção dos níveis de vibração.

A capacidade de adaptação do sistema de controle ativo-adaptativo foi rastreada de forma a mostrar o comportamento do algoritmo quando o sistema mecânico sob controle sofre alterações. Essa adaptabilidade será mostrada com base no comportamento dos coeficientes do filtro principal do algoritmo. Observou-se que tais coeficientes alteravam-se (ou adaptavam-se) à medida que alterações físicas ocorriam no sistema viga com NDV, mostrando a eficiência do algoritmo em buscar sempre o menor sinal de erro.

## **5. Resultados**

### **5.1. Introdução**

Os resultados desse trabalho serão expostos neste capítulo, seguindo a ordem cronológica do seu desenvolvimento, em conformidade com as etapas descritas no capítulo anterior.

### **5.2. O Sistema Eletrônico**

O analisador de sinais SignalCalc ACE mostrou-se uma excelente ferramenta para geração, análise e processamento de sinais. Sua interface com outros programas (por exemplo, MATLAB) merece destaque, bem como o excelente suporte ao cliente oferecido pela DataPhysics, fabricante do SignalCalc ACE.

A placa de processamento digital de sinais (DSP) permitiu um bom desenvolvimento da pesquisa. No entanto, como esse hardware foi desenvolvido para se fazer processamento de sinais de áudio, a adaptação para o âmbito do controle de vibrações (frequências consideravelmente mais baixas) demandou algumas características que o hardware não dispunha. A principal delas foi a taxa de amostragem variável ou, essencialmente, mais baixa, da ordem de 2 kHz, o que provavelmente solucionaria o problema da “perda de amostras”, explicado no Capítulo 4. O ambiente de trabalho do DSP (VisualDSP) apresenta ferramentas eficazes para se visualizar sinais, alterar e analisar algoritmos, além de se dispor da facilidade de se trabalhar com a linguagem C.

Os demais equipamentos/instrumentos apresentaram bom desempenho.

### **5.3. Sistemas Mecânicos**

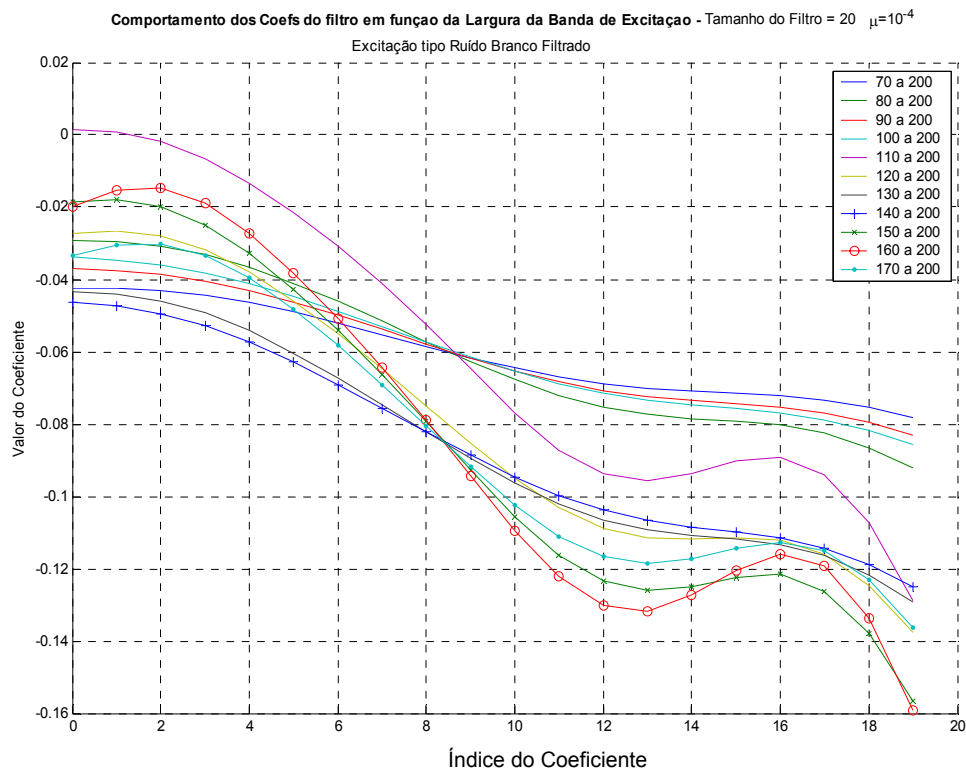
Os sistemas mecânicos mais simples, que precederam a montagem final, apresentaram contribuições fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa.

### 5.3.1. O Sistema Massa

Teoricamente, um filtro FIR, ao ser utilizado na identificação de um corpo rígido em movimento unidimensional de translação, cuja entrada é uma força do tipo ruído branco e a saída a aceleração correspondente, deveria apresentar, em seu primeiro coeficiente, um valor inverso ao da massa do corpo. Quanto aos demais coeficientes, todos deveriam ser iguais a zero.

Utilizando tanto excitações do tipo "soma de senóides" quanto "ruído branco filtrado", em que, progressivamente, se ampliava a largura de banda de frequência (na direção de um ruído branco "pleno"), buscou-se excitar o sistema massa de forma tal que os coeficientes do filtro FIR empregado na identificação convergissem para os valores indicados no parágrafo anterior.

A Figura 5.1 mostra o comportamento dos coeficientes do filtro FIR empregado, em função da largura da banda excitada, para uma excitação do tipo "ruído branco filtrado". A banda de excitação correspondente a cada curva é indicada na legenda, em Hz. O sinal de excitação foi gerado através da filtragem de um ruído branco "pleno", estritamente na banda desejada. Esse processamento foi feito via MATLAB.



**Figura 5.1 - Comportamento dos Coeficientes do Filtro para Diferentes Larguras de Banda do Sinal de Excitação.**

São visualizados, na Figura 5.1, tal como obtidos, trechos incompletos de curvas cujo comportamento observado se aproxima das curvas geradas pela função  $g(t) = (G/m) [\text{sen}(2\pi f_2 t) - \text{sen}(2\pi f_1 t)] / (\pi t)$ , em que  $f_1$  é a frequência inicial e  $f_2$  a frequência final de uma certa banda. Essa função corresponde à resposta de um corpo rígido tal como o investigado aqui, em que a massa do corpo é igual a  $m$ , a saída é uma aceleração e a entrada é uma força do tipo "ruído branco filtrado" entre  $f_1$  e  $f_2$ , com amplitude (em frequência) igual a  $G$ . São trechos incompletos pois foram utilizados filtros pequenos, de 20 coeficientes (com passo de adaptação  $\mu = 1 \times 10^{-4}$ ), para se identificar um sistema com componentes de excitação de 70 a 200Hz, com taxa de amostragem de 48 kHz.

Embora não sendo o resultado antecipado (e almejado) inicialmente, vislumbrou-se, nas curvas da Figura 5.1, uma evidência importante de que os coeficientes do filtro FIR realmente estavam ligados à resposta impulsiva do sistema massa. Para os propósitos desse trabalho, entendeu-se que essa evidência era suficiente para se seguir adiante.

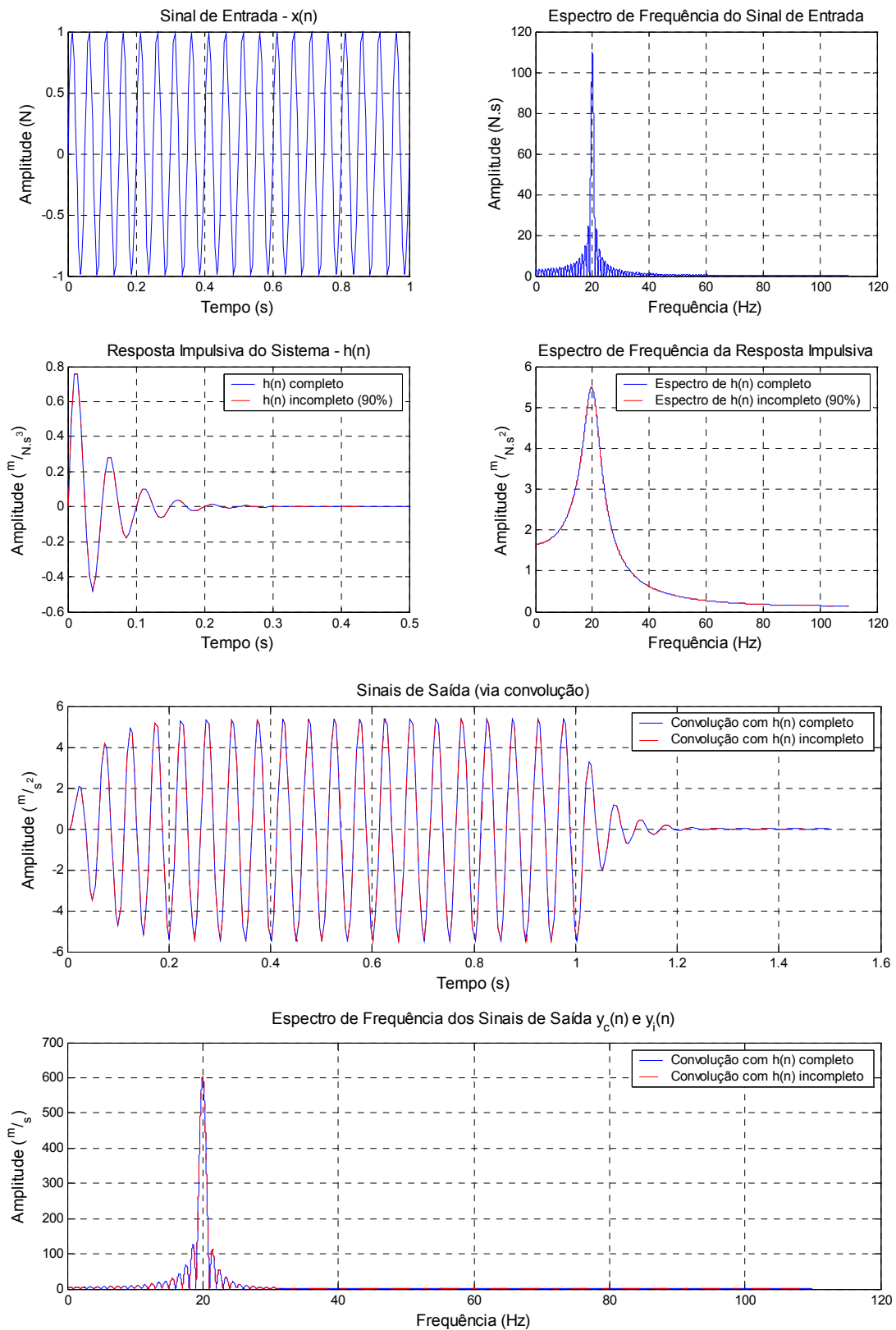
Contudo, vislumbrou-se ainda que uma investigação mais detalhada e cabal poderia ser feita através da utilização de forças cuja transformada de Fourier apresentasse a forma de uma função do tipo  $\bar{F}(f) = (2FT_f) \text{sen}(2\pi f T_f) / (2\pi f T_f)$ . Essa força corresponderia, no domínio do tempo, a uma excitação retangular, de amplitude  $F$  e duração  $2T_f$ . Reduzindo-se progressivamente o valor de  $T_f$ , ter-se-ia, na frequência, uma excitação que tenderia para um ruído branco "pleno", enquanto que, no tempo, tender-se-ia para um impulso de Dirac. A excitação em questão poderia, por exemplo, ser gerada no MATLAB e reproduzida no ACE. Ao longo da investigação vislumbrada, seriam registrados, tal como no presente trabalho, os valores assumidos pelos coeficientes do filtro.

### 5.3.2. A Convolução

Sabendo-se, então, que os coeficientes do filtro digital descreviam a resposta impulsiva da planta representada, buscou-se determinar o menor tamanho do filtro (em termos de número de coeficientes) que, quando convoluído com o sinal de entrada, ainda forneceria um bom resultado. Os resultados a seguir referem-se aos testes explicados no item 4.3.3.

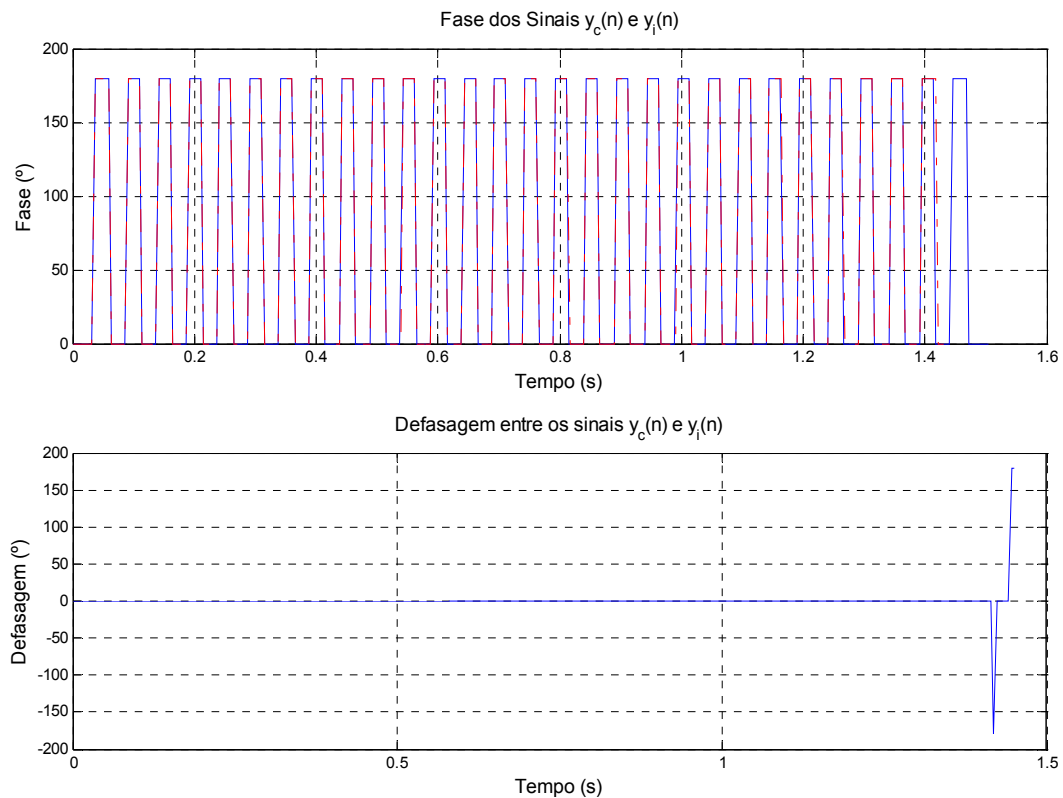
No caso teórico (testes realizados com sinais ideais, gerados no MATLAB), considerou-se, no caso incompleto, 90% do  $h(n)$ , isto é, a partir do sinal completo da resposta impulsiva da planta com um GDL (sistema massa-mola), reduziu-se o tamanho desse sinal descartando-se os últimos 10% de suas informações. A convolução se deu entre uma senóide

de 20Hz,  $x(n)$ , e uma senóide de mesma frequência próxima, com decaimento exponencial, simulando a resposta impulsiva  $h(n)$  da planta.



**Figura 5.2 - Resultados da Convolução entre  $x(n)$  e 90% do  $h(n)$ . Caso Teórico.**

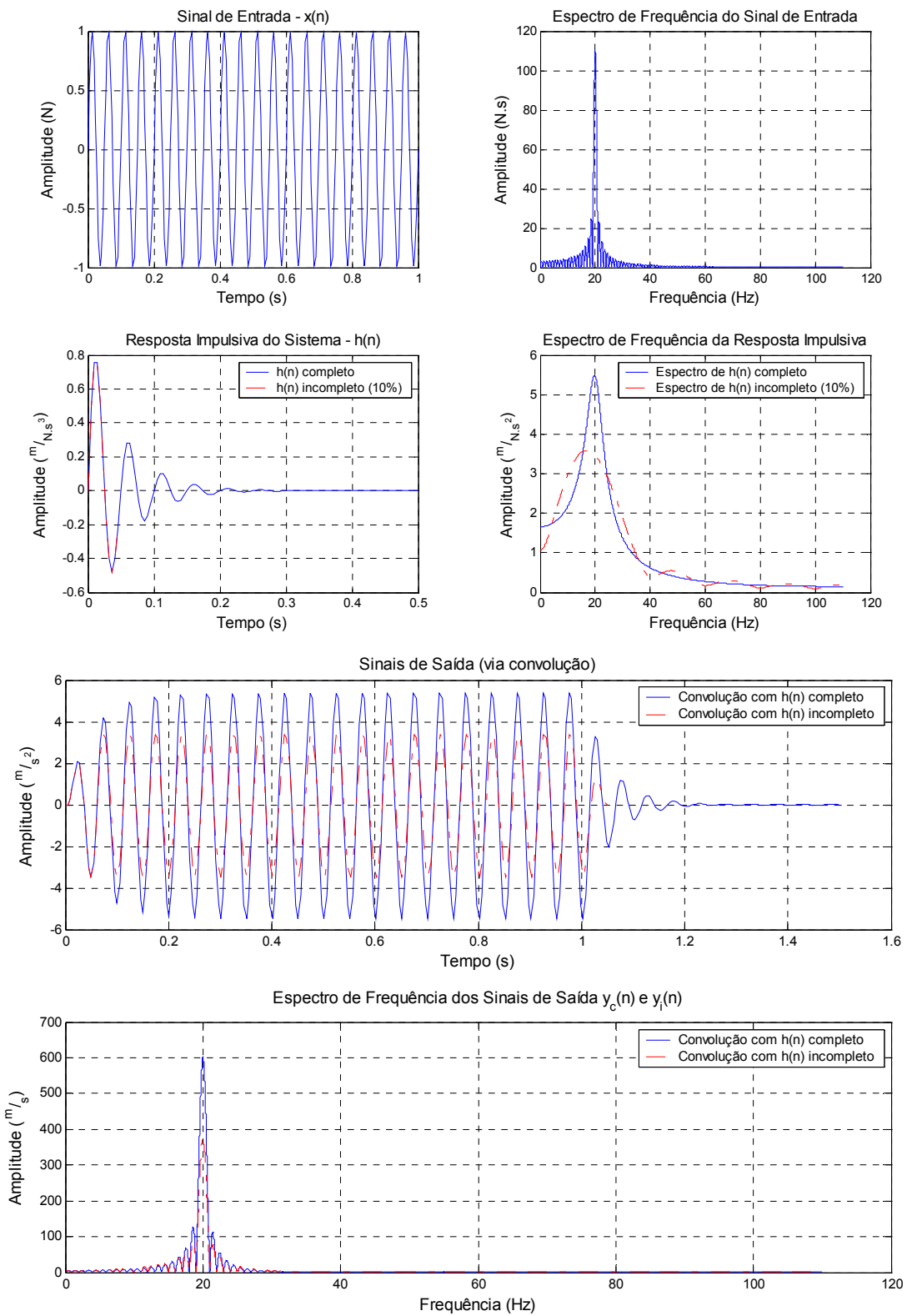
A Figura 5.2 mostra que o resultado  $y_i(n)$  da convolução entre  $x(n)$  e  $h(n)$  *incompleto* (90%) não apresenta significativas diferenças quando comparado com o resultado  $y_c(n)$  da convolução entre  $x(n)$  e  $h(n)$  *completo*. Isso é comprovado na Figura 5.3, uma vez que até aproximadamente 1,4 segundos, quando os sinais de saída já estão quase nulos, não há defasagem entre os sinais.



**Figura 5.3 - Defasagem entre os Sinais de Saída  $y(n)$ . Caso teórico - 90% do  $h(n)$ .**

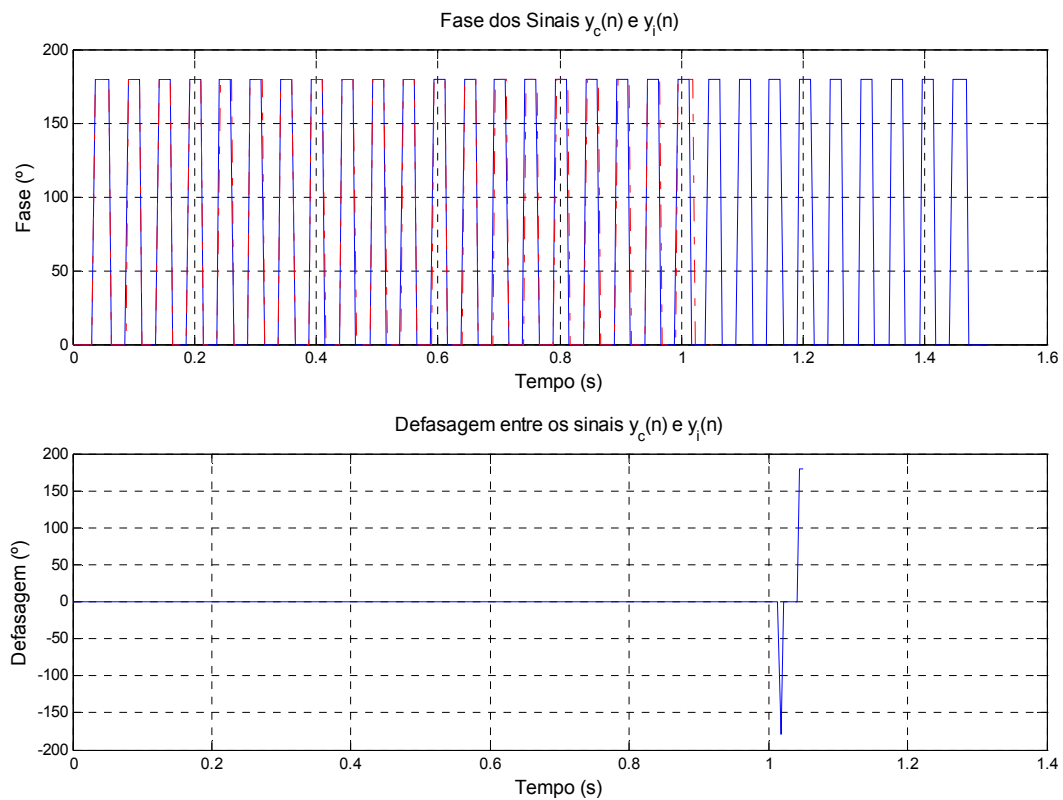
A seguir, são mostrados os resultados para os mesmos sinais, sendo considerados agora, apenas 10% do  $h(n)$ , isto é, descartando-se 90% de suas informações.

Observa-se, nas Figura 5.4 e Figura 5.5, que, para um caso teórico (sinais ideais) mesmo que se tenha apenas 10% da resposta impulsiva do sistema, o resultado  $y_i(n)$  ( $h(n)$  *incompleto*) da convolução, embora apresentando diferenças consideráveis de amplitude quando comparado com o resultado  $y_c(n)$  ( $h(n)$  *completo*), não apresenta grandes defasagens.



**Figura 5.4 - Resultados da Convolução entre  $x(n)$  e 10% do  $h(n)$ . Caso teórico.**





**Figura 5.5 - Defasagem entre os Sinais de Saída  $y(n)$ . Caso teórico - 10% do  $h(n)$ .**

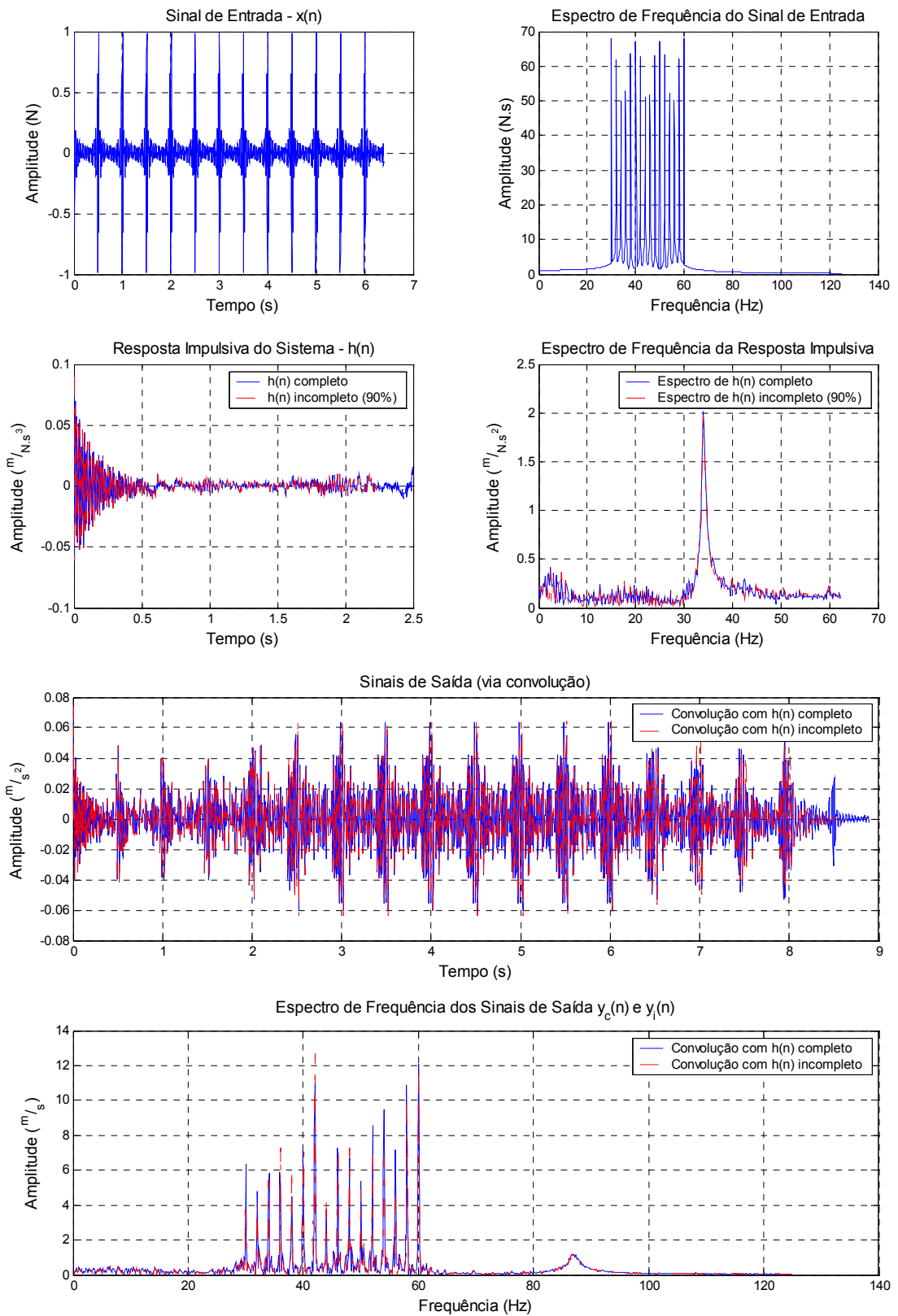
Erros de amplitude não são críticos para um algoritmo do tipo LMS, pois implicam, apenas, algumas iterações adicionais para que os sinais converjam e o erro diminua. No entanto, diferenças de fase são de difícil correção, ocasionando, quase sempre, a divergência do algoritmo.

### 5.3.3. O Sistema Massa - Mola

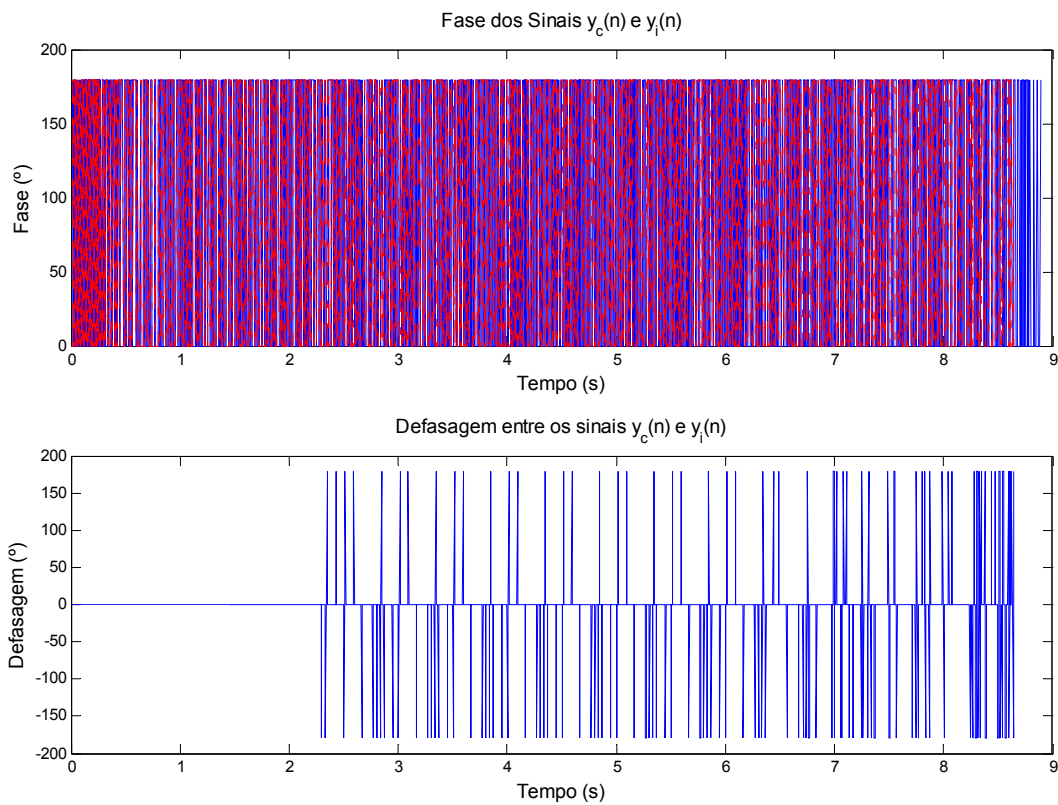
Com a determinação da FRF desse sistema, pôde-se refazer o estudo de convolução anteriormente descrito, com duas importantes alterações:

- a - O sinal de excitação ser um sinal de banda larga;
- b - O sinal de resposta impulsiva ser real, e não mais ideal como no caso anterior.

Primeiramente, o estudo das convoluções considerou para o caso incompleto, um  $h(n)$  com 90 % do  $h(n)$  total.



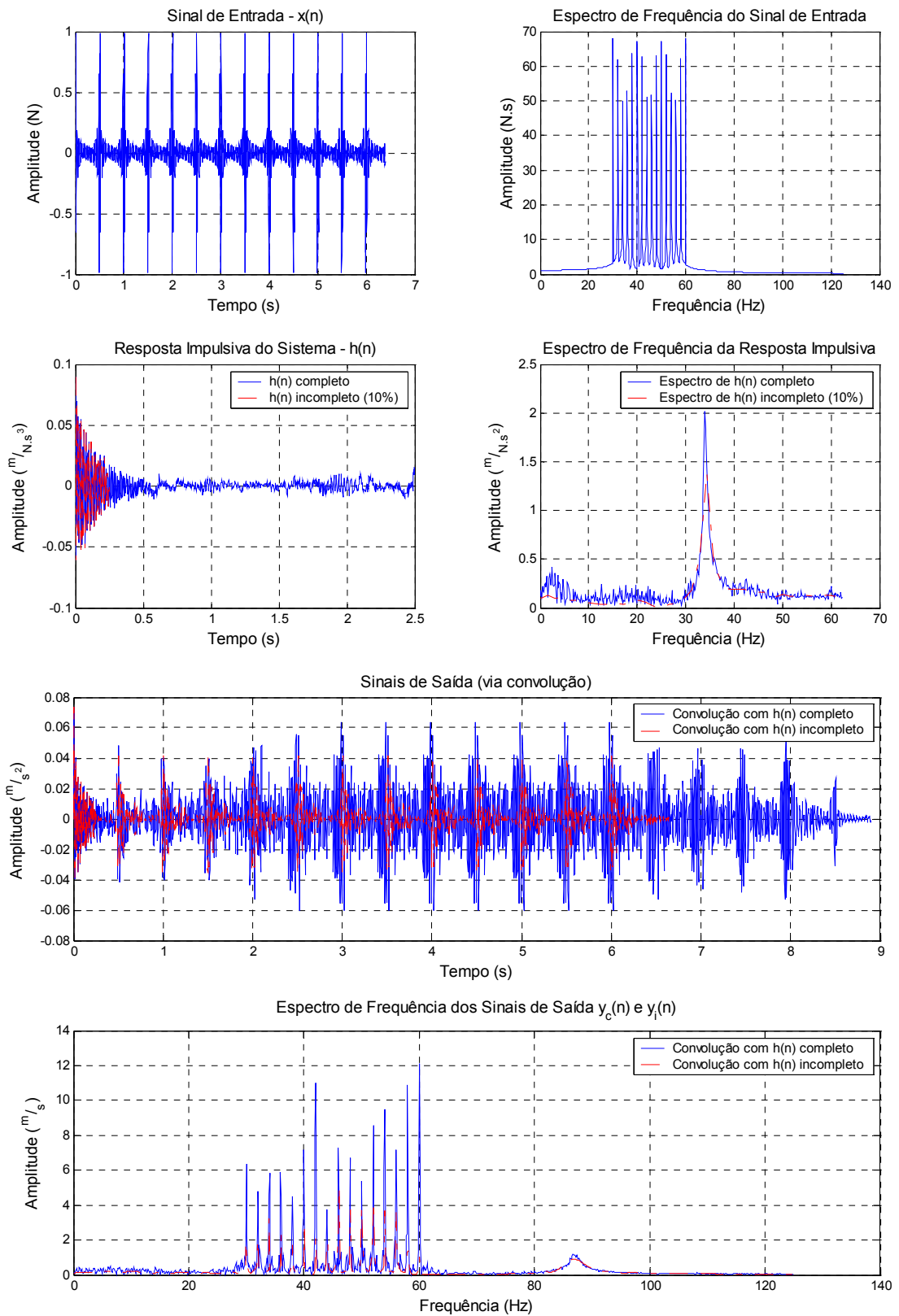
**Figura 5.6 - Resultados da Convolução entre  $x(n)$  e 90% do  $h(n)$ . Caso Prático**



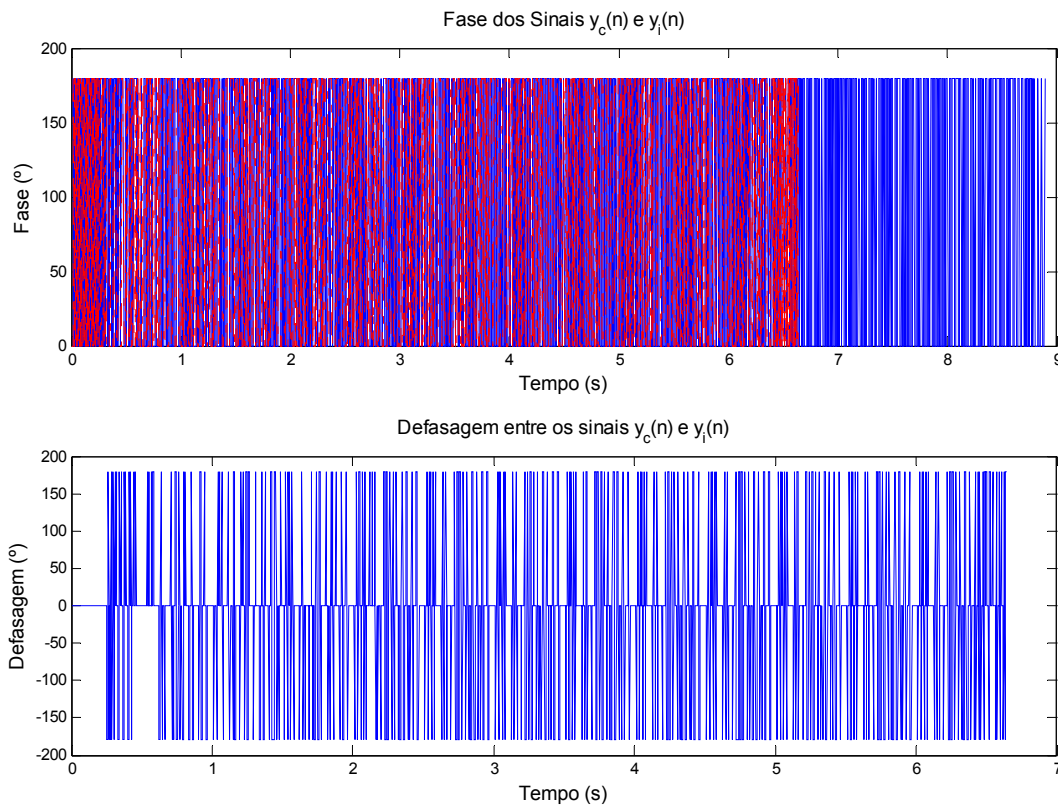
**Figura 5.7 - Defasagem entre os Sinais de Saída  $y_c(n)$ . Caso Prático - 90% do  $h(n)$ .**

A comparação desse caso experimental (prático) com o caso teórico correspondente mostra que, com as alterações realizadas, a defasagem entre os sinais é consideravelmente mais pronunciada no caso prático, como se observa nas Figura 5.6 e Figura 5.7.

Em seguida, realizou-se a convolução do mesmo sinal de entrada com apenas 10% do  $h(n)$  do sistema massa-mola.



**Figura 5.8 - Resultados da Convolução entre  $x(n)$  e 10% do  $h(n)$ . Caso Prático.**



**Figura 5.9 - Defasagem entre os Sinais de Saída  $y(n)$ . Caso Prático - 10% do  $h(n)$ .**

A defasagem está presente em, praticamente, todo o tempo de ocorrência do processamento, deixando bastante claro que o resultado de uma operação de convolução em um caso experimental, depende, de forma pronunciada, do tamanho do  $h(n)$  considerado. Em outras palavras, fica claro que a qualidade do resultado de uma convolução está diretamente relacionada com a quantidade de informações que se tem disponível sobre o sistema, reforçando a importância de se ter boas identificações desse sistema, antes de se tentar implementar o controle.

Também se tentou realizar controle sobre esse sistema, mas os resultados foram pobres, o que pode ser justificado, à luz do estudo de convolução acima, pelo fato do tamanho da resposta impulsiva desse sistema ser grande (sistema pouco amortecido). Para essa tentativa, os parâmetros do algoritmo de controle foram configurados segundo a Tabela 5.1.

N	Ns	Nf	$\mu$	$\nu$	Atenuação (dB)
900	442	Zerado	$10^{-5}$	0,995	2,5

**Tabela 5.1 - Parâmetros do Algoritmo FxLMS**

### 5.3.4. Sistema Final – A Viga

#### 5.3.4.1. Identificações

Conforme mencionado no capítulo anterior, foram realizados diversos procedimentos de identificação em virtude da alta sensibilidade do algoritmo a alterações na montagem, por menores que fossem. O ajuste dos parâmetros do algoritmo de identificação ( $N$  e  $\mu$ ) são as possibilidades (computacionais) que o usuário tem para otimizar a performance do algoritmo e conseguir uma boa identificação.

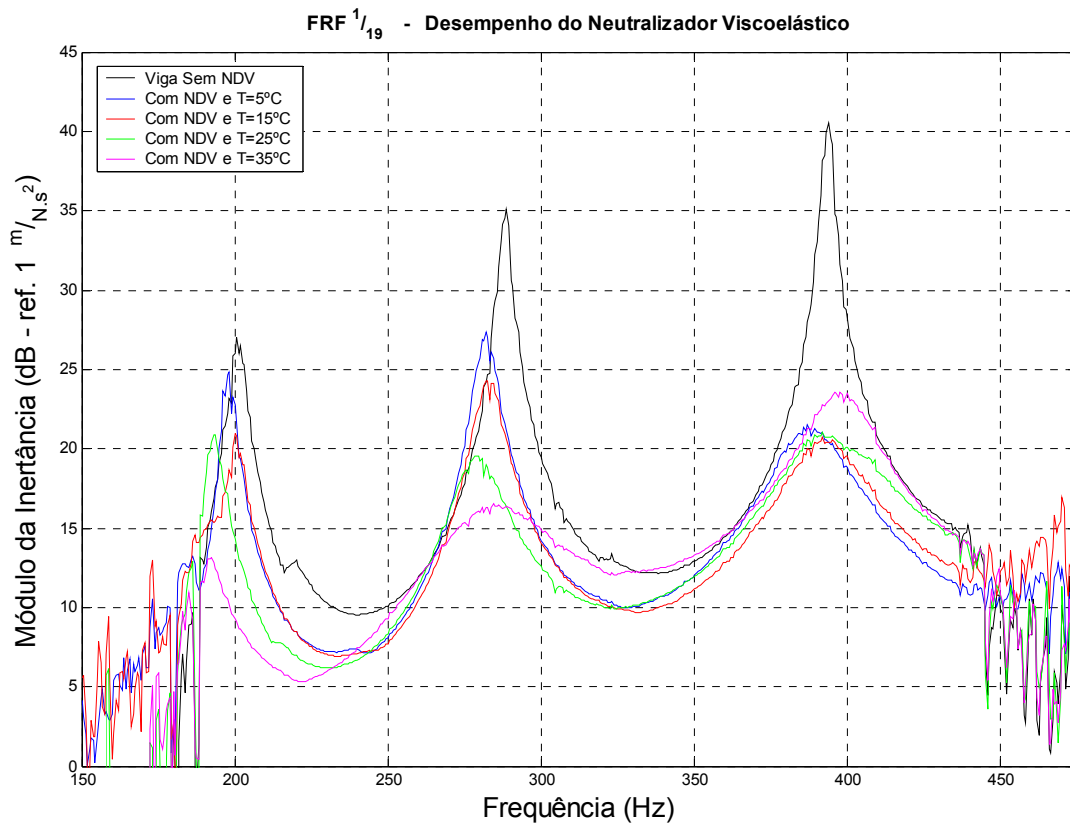
Em alguns casos, surpreendente e diferentemente do que sugerem a literatura e a lógica, a identificação com o maior filtro ( $N_{\text{máx}}$ ) não apresentou o melhor resultado, isto é, o menor e mais estável erro em regime. Observou-se que, nessas ocasiões, filtros um pouco menores apresentavam erro final menor e, sobretudo, mais estável. Essa ocorrência pode ser justificada pelo aumento da carga computacional quando da utilização de filtros muito grandes, somada à “perda de amostras” na placa DSP, detalhada no item 4.2.2. Essa ocorrência também foi constatada em [16].

Baseando-se nas metodologias adotadas para avaliação da qualidade das identificações (item 4.3.1. ), uma análise dos resultados de algumas identificações realizadas durante a pesquisa permite as observações a seguir. A Tabela 5.2 mostra que, para a viga com NDV, o fator de redução do erro nas identificações foi da ordem de 59 vezes, enquanto que, para a viga sem NDV, foi de 10,5 vezes. Esse resultado vem ratificar a importância do tamanho da porção identificada da resposta impulsiva do sistema para a qualidade da identificação.

Para o caso viga com NDV (sistema com resposta impulsiva menor), o algoritmo conseguiu obter grande parte da totalidade das informações do sistema (mesmo porque essas informações não eram muitas), resultando em uma boa identificação. Já para a viga sem NDV (cuja resposta impulsiva é consideravelmente maior), o algoritmo consegue obter apenas uma porção reduzida das informações do sistema (pois são muitas informações), resultando em uma identificação de qualidade mais baixa. Em suma, tem-se que a identificação para o caso com NDV é bastante representativa do sistema identificado, o que não ocorre para o caso sem NDV, o que compromete, num segundo momento, o controle que utiliza esses filtros.

#### 5.3.4.2. Controle Passivo

Os resultados obtidos com o subsistema de controle passivo, constituído por um Neutralizador Dinâmico de Vibrações, estão mostrados na Figura 5.10, seguidos de uma breve análise.



**Figura 5.10 - Variação do Desempenho do Subsistema de Controle Passivo em Função da Temperatura.**

Nota-se a eficácia do neutralizador viscoelástico (subsistema de controle passivo) em toda a faixa de frequência de trabalho, reduzindo a amplitude das FRFs consideradas, principalmente nas ressonâncias (picos) nos três modos contemplados.

### Redução do Sinal de Erro

Sinal de Excitação *	Viga Com NDV						Viga Sem NDV					
	Caminho de Feedback			Caminho Secundário			Caminho de Feedback			Caminho Secundário		
	Vlr inicial	Vlr final	Redução**	Vlr inicial	Vlr final	Redução	Vlr inicial	Vlr final	Redução	Vlr inicial	Vlr final	Redução
Fwn_200-430	0,264	0,032	<b>8,3</b>	0,289	0,025	<b>11,6</b>						
Fwn_200-430	0,289	0,0061	<b>47,4</b>	0,243	0,019	<b>12,8</b>						
Fwn_200-430	0,313	0,0045	<b>69,6</b>	0,262	0,0039	<b>67,2</b>						
Fwn_215-430	0,366	0,012	<b>30,5</b>	0,28	0,0057	<b>49,1</b>						
Fwn_215-430	0,21	0,0049	<b>42,9</b>	0,242	0,0033	<b>73,3</b>						
Fwn_202-415	0,18	0,0036	<b>50,0</b>	0,163	0,0055	<b>29,6</b>						
ACEwn_190-490	0,19	0,0029	<b>65,5</b>	0,21	0,0055	<b>38,2</b>						
ACEwn_200-480	0,35	0,0029	<b>120,7</b>	0,21	0,0024	<b>87,5</b>						
Fwn_215-430	0,35	0,003	<b>116,7</b>	0,208	0,0036	<b>57,8</b>						
ACEwn_215-405	0,25	0,0025	<b>100,0</b>	0,164	0,00133	<b>123,3</b>	0,6	0,059	<b>10,2</b>	0,47	0,055	<b>8,5</b>
Fwn_215-430	0,276	0,0035	<b>78,9</b>	0,38	0,0033	<b>115,2</b>						
Fwn_215-430	0,075	0,0038	<b>19,7</b>	0,085	0,005	<b>17,0</b>	0,188	0,0187	<b>10,1</b>	0,157	0,0117	<b>13,4</b>
	Redução média = <b>62,5</b>			Redução média = <b>56,9</b>			Redução média = <b>10,1</b>			Redução média = <b>11,0</b>		

\* A nomenclatura utilizada para o Sinal de Excitação obedece a seguinte lógica:

**Fwn** = Filtered White Noise --> Sinal gerado no Matlab através da filtragem de ruído branco e emitido através do ACE. Pseudo-ruído branco.

**ACEwn** = ACE White Noise --> Sinal em banda gerado diretamente no ACE. Ruído branco.

A numeração refere-se à faixa de frequência excitada, em Hz. Ex.: 200-430 é de 200 a 430 Hz.

\*\* Todas as reduções foram calculadas dividindo-se o valor final do erro pelo seu valor inicial.

**Tabela 5.2 - Redução do Sinal de Erro nas Identificações**



A variação do comportamento (e do desempenho) do neutralizador em função da temperatura era esperada e desejada, conforme nomograma do material viscoelástico utilizado em sua fabricação (Figura 4.12). Na maioria dos casos, há uma perda de eficácia quando o NDV opera fora das condições de projeto (190 a 440Hz, 25°C).

Observando-se apenas os picos da FRF, nota-se que algumas reduções foram maiores na temperatura de 35°C, condição diferente do projeto. Os resultados correspondentes são apresentados na Tabela 5.3. Esses resultados estão bastante próximos daqueles obtidos em [6], em que reduções de até 20 dB nos picos foram encontradas, indicando a eficácia do subsistema de controle passivo por neutralizador dinâmico de vibrações.

Temperatura de Ensaio [°C]	Redução do Valor Pico (4° modo) [dB]	Redução do Valor Pico (5° modo) [dB]	Redução do Valor Pico (6° modo) [dB]
5	2,0	8,0	19,0
15	6,0	11,0	20,0
25	6,0	16,0	19,5
35	14,0	18,0	17,0

**Tabela 5.3 - Controle Passivo – Análise por Reduções nos Picos.**

Por outro lado, aplicando-se a metodologia de análise de resultados em uma banda de frequência (item 4.3.1. ), verifica-se, na Tabela 5.4, que o subsistema de controle passivo apresentou, na temperatura de projeto, a maior redução, quando se compara com o caso da viga pura, sem NDV. Essa metodologia de análise, mostra ainda que quanto mais se distanciava da condição de projeto, tanto mais ineficaz se mostrava o desempenho do subsistema de controle passivo. As constatações acima reforçam a importância de se ter uma metodologia de análise de resultados em uma banda de frequência (item 4.3.1. ), que proporciona uma informação mais realista do desempenho do sistema de controle de vibrações que a simples análise tonal dos picos correspondentes de uma FRF.

Temperatura de Ensaio [°C]	Redução do Valor RMS na banda considerada (185 a 435Hz) [dB]
5	7,9
15	9,1
25	9,5
35	8,9

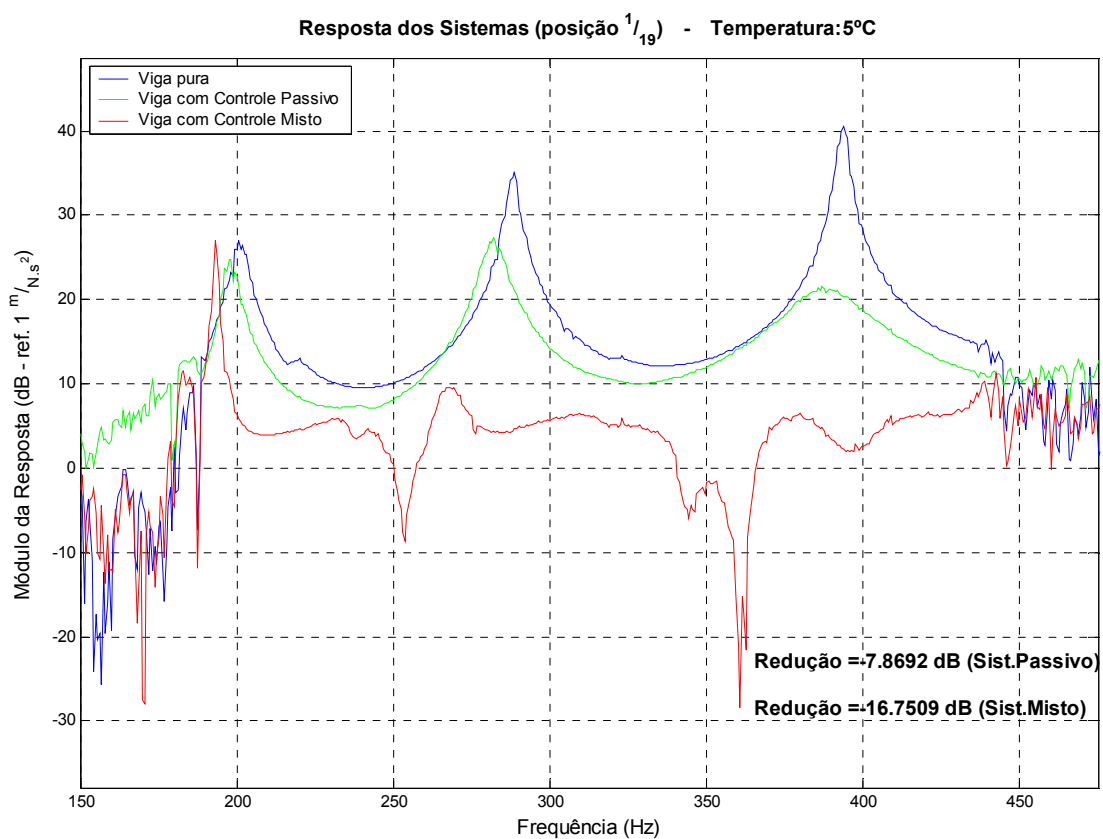
**Tabela 5.4 - Resultado do Controle Passivo – Análise em Banda de Frequência.**

### 5.3.4.3. Controle Ativo-Adaptativo

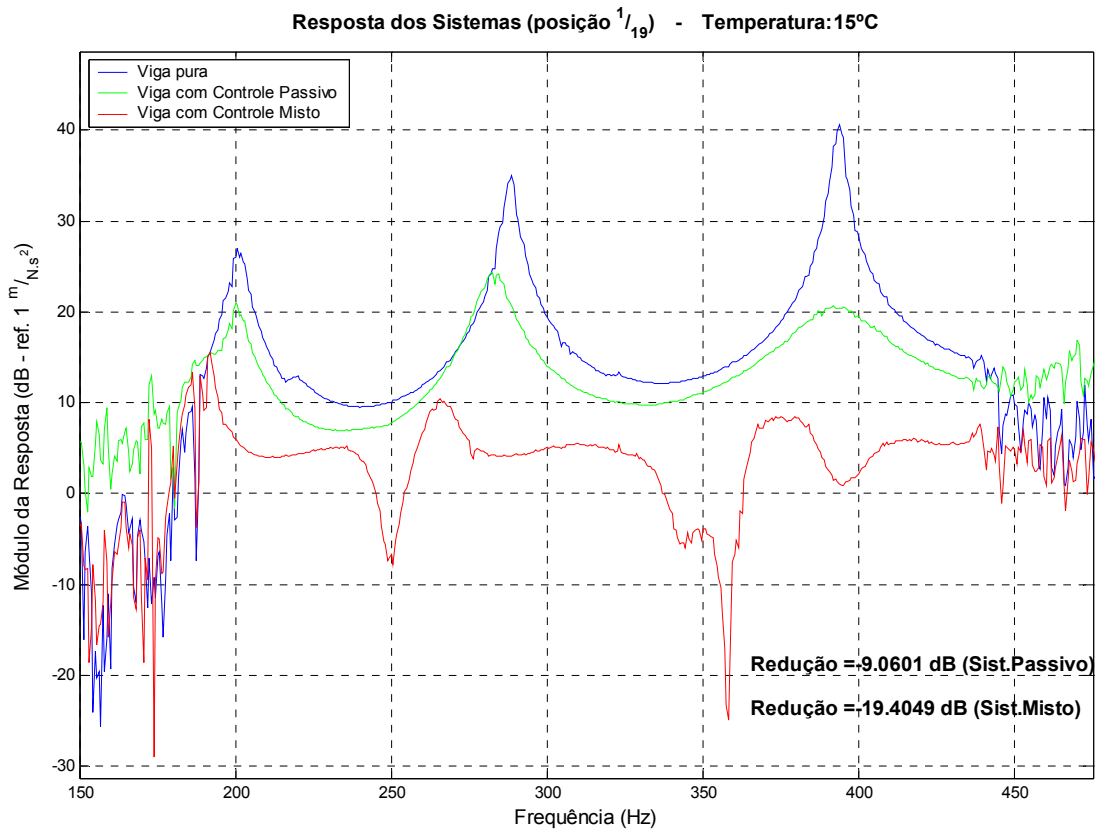
Recorda-se, preliminarmente, que o subsistema de controle passivo utilizado tem sua atuação baseada na redistribuição e na dissipação de energia. Já o subsistema de controle ativo tem sua ação baseada no cancelamento de vibrações (aplicação de força contrária).

Uma forma de se avaliar os efeitos desses subsistemas é através da análise de razões, no domínio da frequência, entre resposta (aceleração) e excitação (perturbação), em cada temperatura de ensaio. Os resultados obtidos através dos ensaios realizados no interior da câmara de temperatura (FRFs e RRFs) são mostrados nas Figura 5.11 à Figura 5.14.

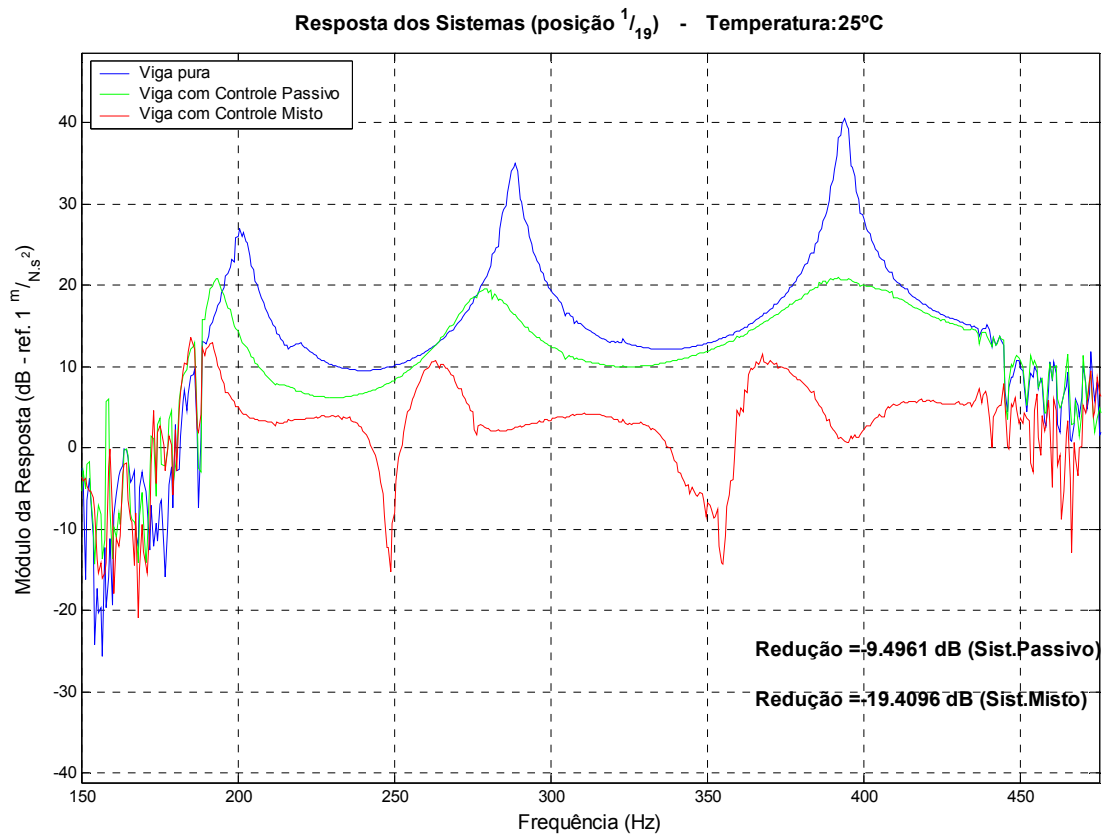
A observação dessas figuras mostra que a ação do subsistema passivo é caracterizada, em geral, por picos menos pronunciados e ligeiramente deslocados para a esquerda, o que é típico da introdução de amortecimento em sistemas. A ação do subsistema ativo-adaptativo nas regiões associadas a ressonâncias também é marcante, mas não se restringe a elas, posto que ainda dá origem a regiões de antirressonância.



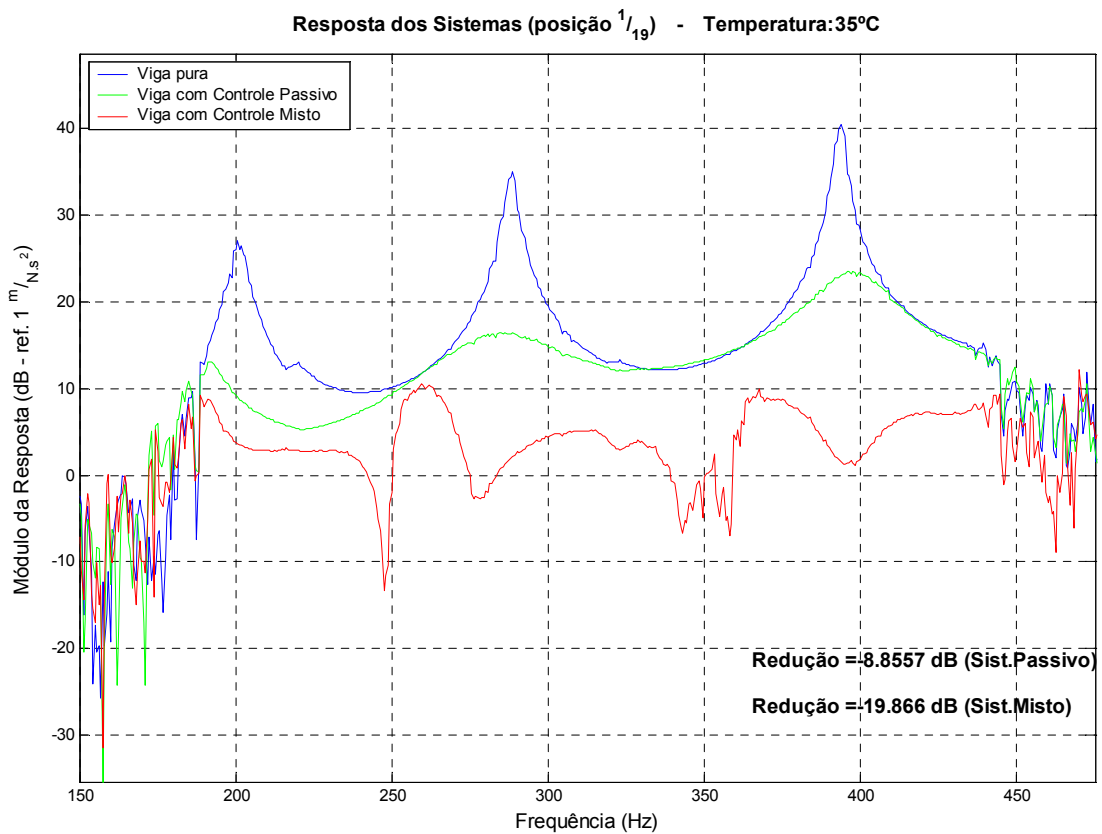
**Figura 5.11 – Respostas dos Sistemas via FRF e RRF (01/19): T=5°C.**



**Figura 5.12 – Respostas dos Sistemas via FRF e RRF (01/19): T=15°C.**



**Figura 5.13 – Respostas dos Sistemas via FRF e RRF (01/19): T=25°C.**



**Figura 5.14 - Respostas dos Sistemas via FRF e RRF (01/19): T=35°C.**

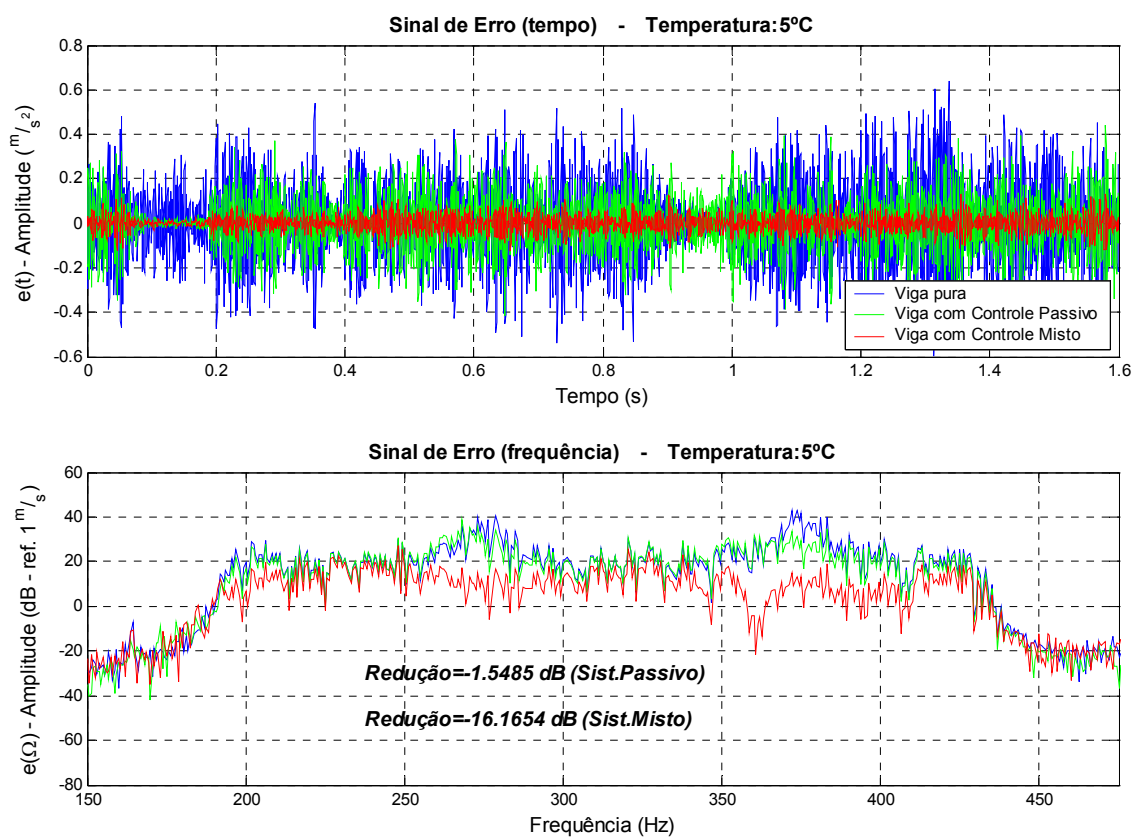
A Tabela 5.5 sintetiza os valores de atenuação, em dB, obtidos por cada subsistema de controle em cada uma das temperaturas. Observa-se, por este meio de análise, que até um certo tanto além da temperatura de projeto do NDV, o subsistema ativo-adaptativo consegue compensar a queda de desempenho daquele, mantendo o nível global de controle. Contudo, na temperatura mais afastada, isso já não ocorre.

<b>Sistema</b> <b>Temperatura</b>	<b>Controle Passivo [dB]</b>	<b>Controle Misto [dB]</b>	<b>Diferenças entre controles Misto e Passivo [dB]</b>
<b>5°C</b>	7,9	16,8	8,9
<b>15°C</b>	9,1	19,4	10,3
<b>25°C</b>	9,5	19,4	9,9
<b>35°C</b>	8,9	19,9	11,0

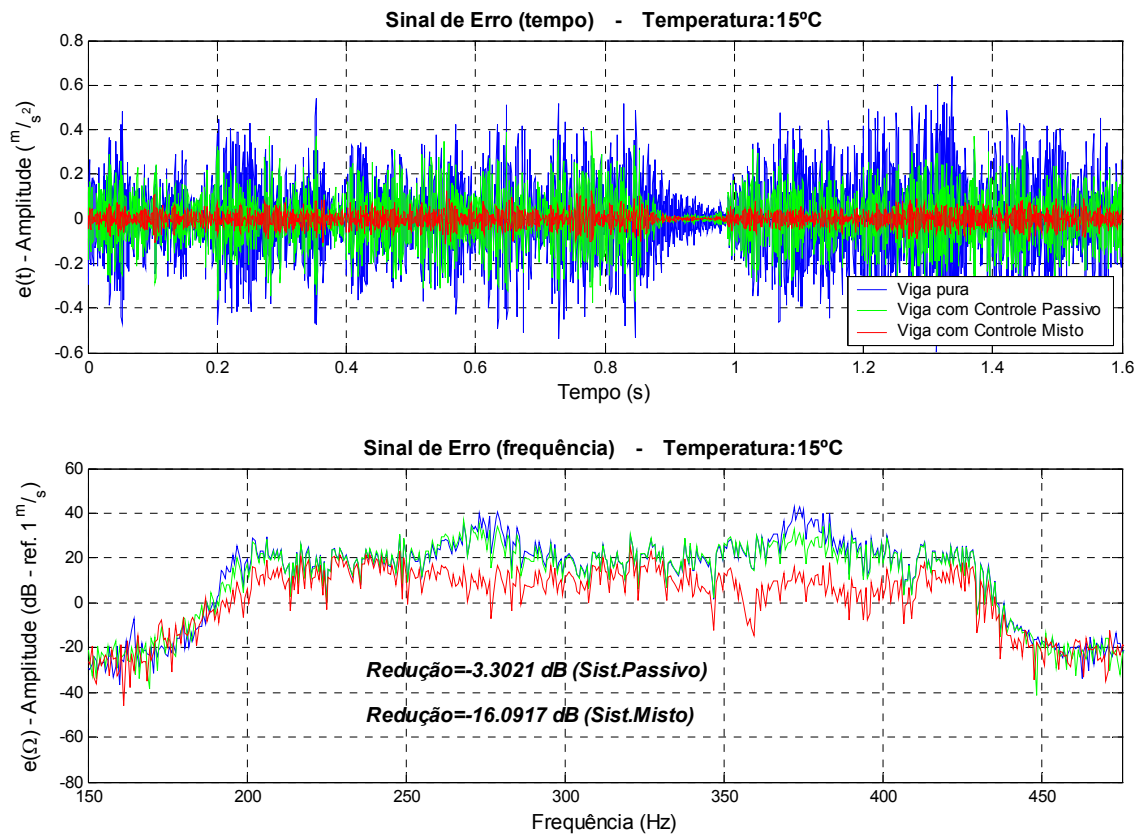
**Tabela 5.5 - Atenuações dos Sistemas de Controle via FRF e RRF (01/19)**

Os valores de redução mostrados nos gráficos e na tabela acima seguiram a metodologia de cálculo para redução em banda explicada no item 4.3.1. No entanto, caso se observem as reduções obtidas apenas pela consideração dos picos, ter-se-á a valores consideravelmente maiores, em torno de 15 a 20 dB para cada subsistema de controle, resultando em atenuações globais da ordem de 35 dB. Esses valores, também indicativos da eficácia de cada subsistema de controle e, conseqüentemente, do sistema misto, estão em conformidade com os resultados obtidos em [6], onde, para excitações tonais, foram atingidos níveis semelhantes de redução.

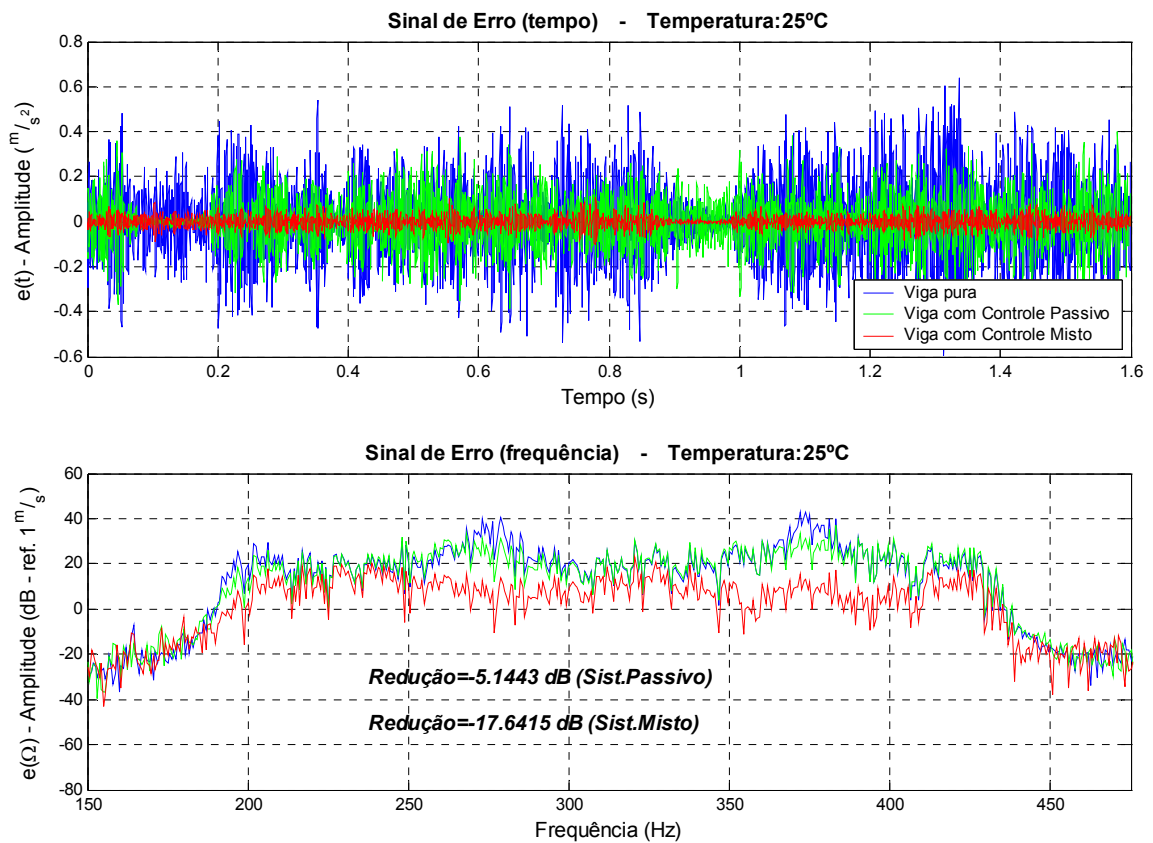
Até este ponto, os resultados foram apresentados através de análises da FRF e da RRF ( $^{01}/_{19}$ ). No entanto, outra maneira de se analisar os resultados obtidos é através da observação do sinal de erro, tomado diretamente do acelerômetro de erro (vide Figura 4.22), conforme as Figura 5.15 a Figura 5.18. A Tabela 5.6 sumariza as reduções, em dB, observadas por essa abordagem.



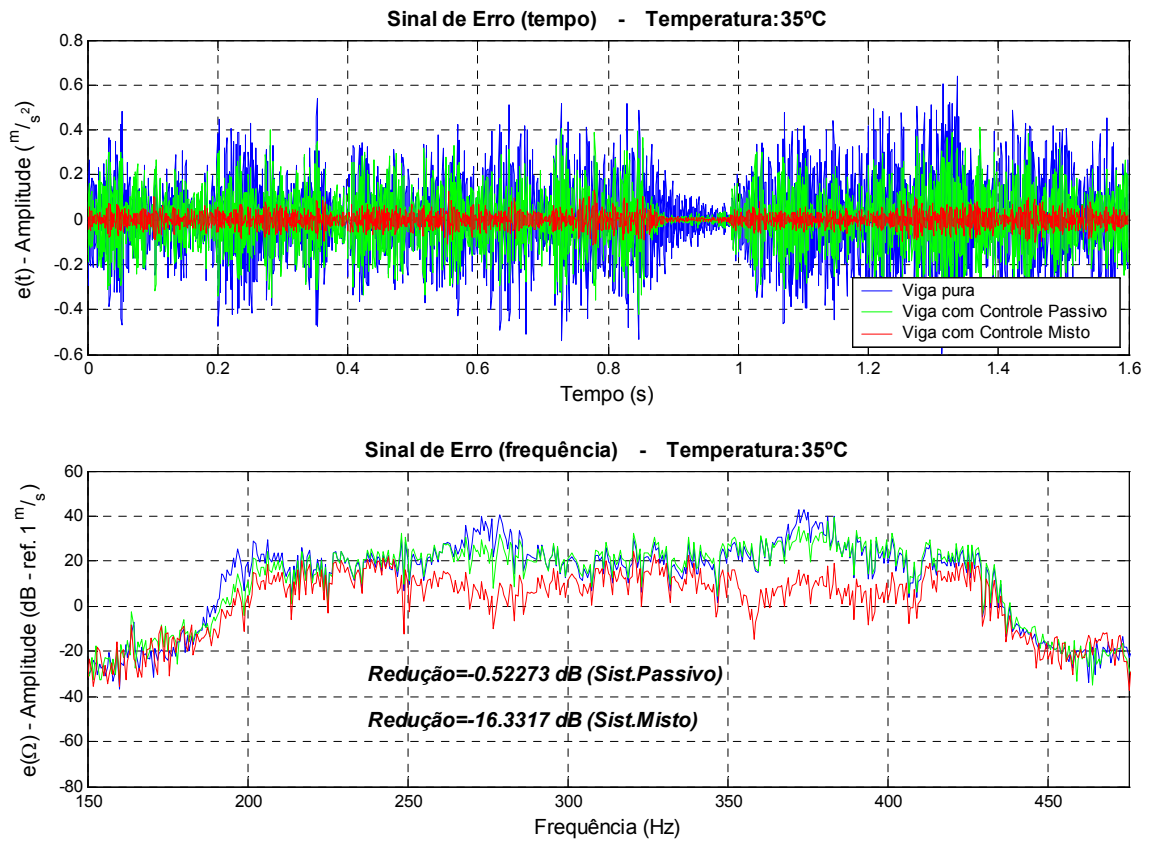
**Figura 5.15 – Reduções via Sinal de Erro: T=5 °C**



**Figura 5.16 - Reduções via Sinal de Erro: T=15 °C**



**Figura 5.17 - Reduções via Sinal de Erro: T=25 °C**



**Figura 5.18 – Reduções via Sinal de Erro: T=35 °C**

<b>Sistema</b> <b>Temperatura</b>	<b>Controle Passivo [dB]</b>	<b>Controle Misto [dB]</b>	<b>Diferença entre Controles Misto e Passivo [dB]</b>
<b>5°C</b>	1,6	16,2	14,6
<b>15°C</b>	3,3	16,1	12,8
<b>25°C</b>	5,1	17,6	12,5
<b>35°C</b>	0,5	16,3	15,8

**Tabela 5.6 - Atenuações dos Sistemas de Controle via Sinal de Erro.**

As reduções na amplitude do sinal de erro confirmam, qualitativamente, os resultados obtidos quando da análise em termos da FRF<sup>01/19</sup> e da RRF<sup>01/19</sup>. No entanto, a comparação entre as Tabela 5.5 e Tabela 5.6 permite algumas observações adicionais. Na análise via sinal de erro, nota-se, de forma mais marcante, que o subsistema ativo-adaptativo realmente se esforça para manter um nível global de controle, contribuindo mais à medida que cai o

desempenho do subsistema passivo. Recorda-se que a ação do subsistema ativo-adaptativo é baseada na observação do sinal de erro.

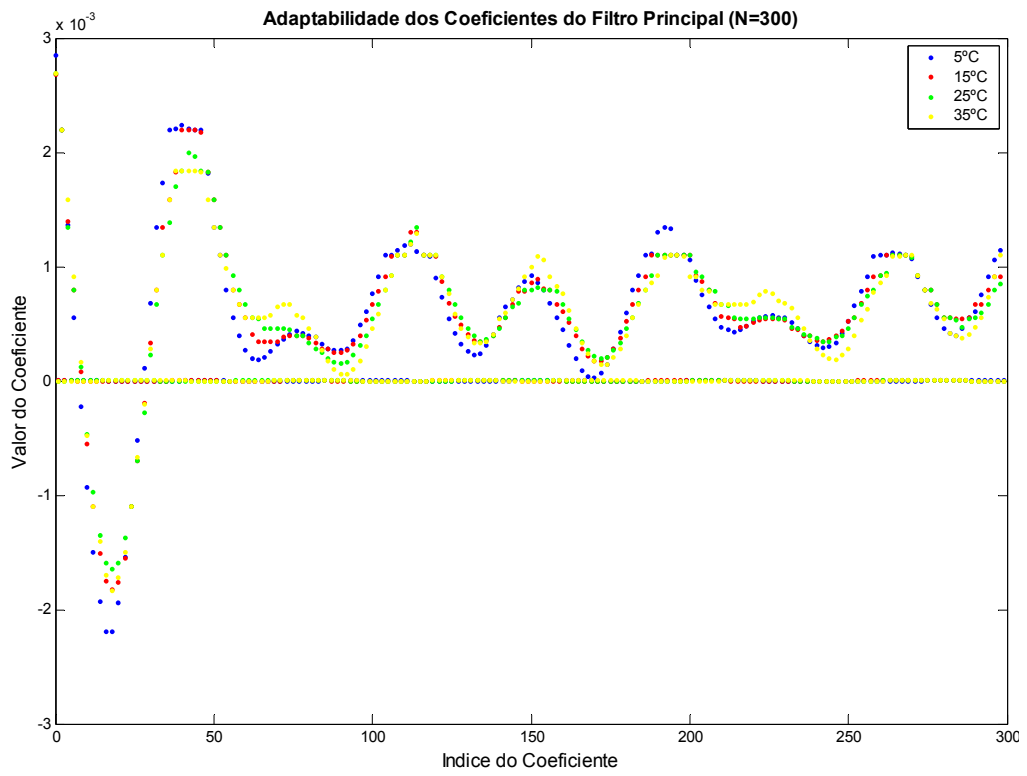
Embora os valores de atenuação do sistema de controle misto para a análise via FRF e RRF e via Sinal de Erro sejam relativamente semelhantes, os valores das contribuições de cada subsistema de controle se mostram bastante diferentes. Uma possível justificativa para esse fato pode advir de variações no sinal de excitação, uma vez que o que se garantiu durante os testes realizados foi que o valor RMS do sinal de força (excitação), atuante de 200 a 430 Hz mas calculado na faixa de 0 a 1000 Hz, era constante, para todas as três configurações da viga (viga pura, viga com NDV e viga com NDV e Controle). No entanto, isso não garante que o sinal de excitação seja idêntico em todos os testes realizados (nas três configurações da viga), isto é, não se pode garantir que o efeito de realimentação sobre o *shaker* de excitação aconteça de forma idêntica em todas as configurações da viga.

Conforme discutido no item 4.3.5.3, cada subsistema de controle induz um efeito de realimentação diferente no *shaker* de excitação, o que provoca variações no sinal de excitação. Na análise em termos de FRF e RRF, tais variações são irrelevantes pois se trabalha com razões entre sinais associados a sistemas lineares. No entanto, isso não ocorre quando a análise considera apenas o sinal de erro.

Finalizando este capítulo, é interessante destacar a característica de adaptabilidade do sistema de controle, que pode ser observada nos resultados anteriores e também nos valores dos coeficientes do filtro digital principal do algoritmo de controle, que se alteram em conformidade com as alterações físicas do sistema mecânico controlado. A Figura 5.19 mostra que os coeficientes se alteram (se adaptam) em função das variações de comportamento do sistema mecânico viga metálica com NDV em cada uma das temperaturas de ensaio consideradas.

Nota-se, também pela Figura 5.19, que os coeficientes apresentam valores nulos intercalados, isto é, a cada valor significativo de um coeficiente há um valor nulo em seguida. Esse comportamento não é observado quando se trabalha com filtros menores (vide Figura 5.1). Acredita-se que essa ocorrência esteja relacionada à questão da “perda de amostras” do DSP (item 4.2.2. ), uma vez que os conversores A/D e D/A (AD1836A – Analog Devices) da placa ADSP-21161N são zerados (reinicializados) a cada interrupção [1]. Portanto, quando se trabalha com filtros grandes (em que o tempo de processamento é maior que o intervalo de amostragem), a interrupção que ocorre durante o processamento zera o AD1836A, ficando um valor nulo na saída até que, na próxima interrupção, com o processamento já concluído, o conversor disponibilize um valor significativo na saída.





**Figura 5.19 - Adaptabilidade dos Coeficientes do Filtro**

## 6. Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

Face aos resultados finais obtidos, considera-se satisfatoriamente atingido o objetivo desse trabalho: o controle misto de vibrações em uma viga metálica, excitada em uma banda de frequência. Para se atingir o referido objetivo, investigações intermediárias foram necessárias, as quais permitiram resultados igualmente intermediários, mas não menos importantes, que enriqueceram o conteúdo do trabalho. As conclusões e sugestões decorrentes de todos esses resultados são as seguintes.

A placa de processamento digital de sinais utilizada não é a mais indicada para essa aplicação. Apesar de ter excelente velocidade de processamento, boa quantização do sinal e uma boa faixa dinâmica, o quesito taxa de amostragem foi pouco favorável, de forma que uma placa de processamento digital de sinais dotada de uma taxa de amostragem mais baixa, da ordem de 2 kHz, seria mais indicada para o estudo em questão.

As investigações no sistema massa constituíram uma primeira e importante contribuição para se relacionar fisicamente os coeficientes dos filtros FIR empregados nas identificações com as características dinâmicas dos sistemas identificados.

Os estudos referentes à convolução mostraram a dependência do sinal de controle  $y(n)$  da quantidade de informações da planta que é armazenada pelos coeficientes do filtro  $w(n)$ , de modo que quanto maior for a quantidade de informações da planta contidas no filtro digital, melhor será o resultado da convolução. Essa conclusão pôde ser ratificada quando das identificações na viga metálica, realizadas com e sem o NDV. Com o NDV, ocorreu a captura de uma quantidade maior de informações, que conduziu a resultados melhores. Já sem o NDV, houve a captura de uma quantidade menor de informações, que conduziu a resultados piores.

Por se trabalhar com um sistema mecânico excitado em uma banda larga de frequência, esperava-se o uso de filtros digitais de grandes comprimentos, face à necessidade de muitos coeficientes para se modelar a planta. No entanto, o estudo da operação de convolução e suas implicações na identificação do sistema revelou que o comprimento dos filtros necessários para um bom controle não está relacionado com a largura de banda da excitação em questão, mas sim com o comprimento, (em termos de tempo de estabelecimento) da resposta impulsiva da planta a ser controlada.

A metodologia de avaliação de desempenho dos subsistemas de controle de vibração sugere uma maneira expedita e bastante representativa de se quantificar a atenuação de vibração, decorrente de alterações nas relações em frequência entre resposta e excitação de

sistemas analisados em banda larga de frequências. Os valores de redução computados por essa metodologia, que foi introduzida nesse trabalho e leva em conta o que ocorre em cada frequência de medição, mostraram-se consideravelmente menores que os valores de redução obtidos pela simples consideração dos picos ressonantes presentes na mesma banda de frequências.

Os resultados do subsistema de controle passivo – Neutralizador Dinâmico de Vibrações viscoelástico – confirmam resultados anteriores [2], [6] no que diz respeito à eficácia desses dispositivos na atenuação de vibrações, tanto em aplicações com excitações tonais quanto em aplicações com excitações em banda larga de frequências.

O sistema de controle ativo-adaptativo apresentou resultados em conformidade com a teoria de controle por filtragem adaptativa, aplicada, nessa oportunidade, ao longo de uma banda larga de frequências. A eficácia dessa estratégia de controle foi comprovada, particularmente em sistemas cujos parâmetros podem se alterar ao longo do tempo, uma vez que a capacidade de adaptação associada pôde compensar tais alterações e até mesmo erros ou imprecisões de modelagem.

Um sistema misto de controle de vibrações com base em neutralizadores viscoelásticos e filtros adaptativos demonstrou ser uma poderosa ferramenta para a atenuação de vibrações, em que bem podem ser aproveitadas as vantagens de cada um dos subsistemas de controle. As vantagens são, para o subsistema passivo, a robustez, o baixo custo e a não exigência de manutenção de potência externa; para o subsistema de controle ativo-adaptativo, tem-se a adaptabilidade e a flexibilidade. Observou-se ainda que essa associação reforça a confiabilidade no tocante ao controle de vibrações, uma vez que a responsabilidade passa a ser compartilhada, quaisquer que sejam as situações adversas que se apresentem.

Com a utilização de uma placa DSP dotada de taxa de amostragem mais conveniente, sugere-se a realização de estudos comparativos de controle ativo-adaptativo sem e com NDV, em faixas ainda mais amplas de frequência, de modo a quantificar, para os mesmos níveis de redução de vibração, a potência externa requerida numa e noutra situação.

Sugere-se ainda a realização de estudos que possibilitem que o subsistema passivo, constituídos por neutralizadores dinâmicos, seja mais responsável pelo controle na faixa superior de frequências, enquanto que o subsistema ativo-adaptativo se encarregue mais pela faixa inferior. Dessa forma, pode-se reduzir ainda mais a massa adicional dos neutralizadores dinâmicos e disponibilizar mais tempo para o subsistema ativo realizar suas operações de processamento.

Acredita-se que trabalhos futuros deveriam trazer contribuições no sentido de se desenvolver formas de busca automática de valores ótimos para os parâmetros  $N$ ,  $N_s$ ,  $N_f$ ,  $\mu$  e

u do algoritmo de controle, de modo a eliminar o processo de tentativa e erro empregado nesse trabalho. Acredita-se, inclusive, que resultados melhores possam ser conseguidos à medida que uma combinação mais favorável desses parâmetros seja alcançada.

No âmbito da programação computacional dos algoritmos, sugere-se a utilização de estruturas recursivas para a filtragem ativa-adaptativa. Embora filtros IIR apresentem algumas desvantagens, sua aplicação possibilita que os filtros necessários para se identificar e controlar a planta possam ser consideravelmente menores, diminuindo muito a carga computacional e, conseqüentemente, possibilitando a identificação de porções maiores da resposta impulsiva da planta  $h(n)$ . Isso resultaria em identificações, e controles, significativamente melhores, conforme conclusões acima.

Por fim, entende-se que técnicas de identificação on-line também merecem atenções futuras. Isso aumentaria a praticidade dos ensaios e aplicações e, também, daria ainda mais flexibilidade ao subsistema de controle ativo-adaptativo, aumentando sua aplicabilidade, uma vez que não só as alterações na planta, mas também nos caminhos de *feedback* e/ou secundário poderiam ser identificadas em tempo real, com o ajuste do algoritmo acontecendo automaticamente. Ainda no âmbito das identificações, entende-se por valioso um detalhamento maior do comportamento dos caminhos identificados (secundário e de *feedback*), em termos de suas FRF e/ou suas respostas impulsivas.

## Referências Bibliográficas

- [1]. Analog Devices, <http://analog.com> , acessado em 02 de agosto de 2006.
- [2]. Bavastri, C. A., “Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por Neutralizadores Viscoelásticos”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, 1997.
- [3]. Bombardier Aerospace, <http://www.q400.com/q400/en/quiet.jsp#nvs>, acessado em 12 de julho de 2007.
- [4]. Bracewell, R. N., “The Fourier Transform and its Applications”, 3rd Edition, Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2003.
- [5]. Clark, R. L., Saunders, W. R., Gibbs, G. P., “Adaptive Structures – Dynamics & Control”, John Wiley & Sons, 1998.
- [6]. Coan Jr., J., “Controle Misto de Vibrações em Viga Metálica por Neutralizadores Viscoelásticos e Filtros Adaptativos: Caso Harmônico.”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, 2005.
- [7]. Crede, C. E., “Shock and Vibration Concepts in Engineering Design”, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1965
- [8]. Digital Spectrum, <http://www.spectrumdigital.com>, acessado em 02 de agosto de 2006.
- [9]. Elliot, S. J., Nelson, P. A., “Active Noise Control”, IEEE Processing Magazine, October 1993, pp. 12 – 32.
- [10]. Espíndola, J. J., “Fundamentos de Vibrações”, Notas de Aula, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.
- [11]. Eriksson, L. J., Allie, M. C., Greiner, R. A., “The Selection and Application of an IIR Adaptive Filter for Use in Active Sound Attenuation”, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-35, No. 4, April 1987.
- [12]. Ewins, D. J., “Modal Testing: Theory, Practice and Application”, Research Studies Press LTD, 1984.
- [13]. Farhang-Boroujeny, B., “Adaptive Filters – Theory and Applications”, John Wiley & Sons Ltd, 1998.

- 
- [14]. Franchek, M. A., Ryan, M. W., Bernhard, R. J., “Adaptive Passive Vibration Control”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 189, pp. 565-585, 1995.
- [15]. Fuller, C. R., Elliot, S.J., Nelson, P. A., “Active Control of Vibration”, Academic Press Inc., 1996.
- [16]. Gontijo, W. A., “Implementação e Avaliação de Desempenho de Algoritmos Adaptativos Aplicados em Controle Ativo de Vibrações”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal De Santa Catarina, Brasil, 2006.
- [17]. Hansen, C. H. and Snyder, S. D., “Active Control of Noise and Vibration”, E & FN Spon, Reino Unido, 1997.
- [18]. Haykin, S., Veen, B. V., “Sinais e Sistemas”, Bookman Companhia Editora, 2005.
- [19]. Inman, D. J., “Engineering Vibration”, 2nd Edition, Prentice Hall International, Inc., 2001.
- [20]. Lopes, E. M. O, “On The Experimental Response Reanalysis of Structures with Elastomeric Materials”, PhD Thesis, University of Wales Cardiff, Reino Unido, 1998.
- [21]. Manual do SignalCalc ACE, 2002.
- [22]. McConnell, K. G., Varoto, P. S., "Vibration Testing: Theory and Practice", Wiley-Interscience, 1995.
- [23]. Nuñez, I. J. C., Cardoso, P.M, Ribeiro, J.F., “Controle Ativo de Vibrações Utilizando Algoritmos FXLMS Feedforward”, Anais do XV Congresso Brasileiro de Automática (CBA), 2004.
- [24]. Smith, S. W., “The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing”, California Technical Publishing, 1999.
- [25]. Telles, A.C.C., “Desenvolvimento de um sistema de Controle Adaptativo LMS Visando Implementação Analógica”, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 2001.
- [26]. Vipperman, J. S., Burdisso, R. A., Fuller, C. R., “Active Control of Broadband Structural Vibration Using The LMS Adaptive Algorithm”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 166, pp. 283-299, 1993.
- [27]. Wirsching, P.H., Paez, T.L., Ortiz, K., “Random Vibrations, Theory and Practice”, Jonh Wiley & Sons Inc., 1995.

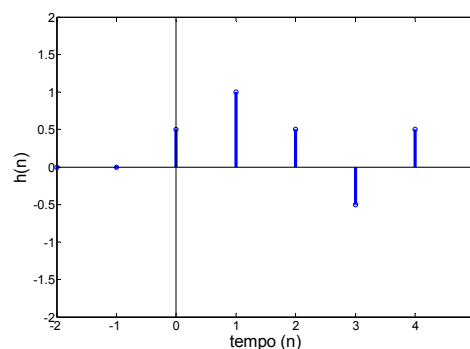
## Anexos

### A.1 – Convolução

A convolução é vista como a ação de um instrumento observador quando este toma uma média ponderada de um determinado fenômeno físico [4]. Ela é descrita ainda como um procedimento para se determinar a saída de um sistema LTI, a partir de uma entrada e da resposta impulsiva desse sistema [18]. Ambas as definições podem claramente ser observadas no contexto de filtragem digital.

A resposta ao impulso caracteriza de maneira completa o comportamento de qualquer sistema LTI. Se a entrada em um sistema linear for expressa como uma superposição ponderada de impulsos deslocados no tempo, a saída será uma superposição ponderada da resposta do sistema a cada impulso deslocado no tempo. Se o sistema também for invariante no tempo, a resposta do sistema a um impulso deslocado no tempo será uma versão deslocada no tempo da resposta do sistema a um impulso. Por isso, a saída de um sistema LTI é dada por uma superposição ponderada de respostas ao impulso deslocadas no tempo. Essa superposição ponderada é chamada *soma de convolução*, quando o tempo é uma variável discreta, e *integral de convolução*, quando o tempo é uma variável contínua [18].

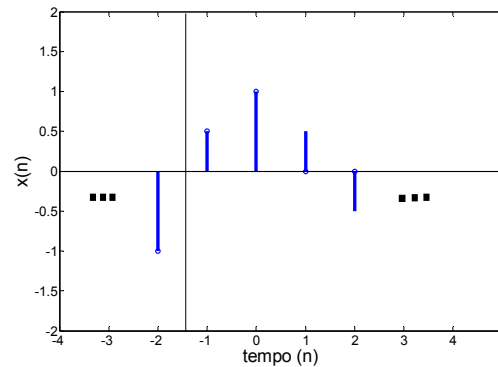
Considere-se, assim, um sistema LTI cuja resposta impulsiva  $h(n)$  possa ser representada pela :



**Figura A.1.1 – Resposta Impulsiva de um Sistema LTI**

Seja agora o referido sistema excitado com a seqüência de impulsos  $x(n)$ , tal como indicado na eq. A.1 e na Figura A.1.2.

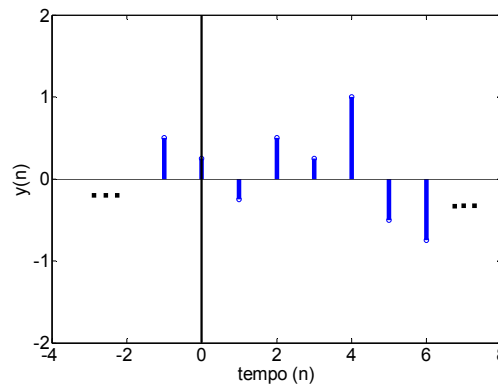
$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_k[n] \quad (\text{A.1})$$



**Figura A.1.2 – Entrada  $x(n)$**

A resposta correspondente  $y(n)$  será a somatória das respostas impulsivas  $h(n)$  para cada instante da excitação  $x(n)$ , na forma da eq. A.2, o que é ilustrado na Figura A.1.3.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_k[n] \quad (\text{A.2})$$



**Figura A.1.3 – Resposta  $y(n)$**

Matematicamente, a resposta  $y(n)$  pode ser expressa através de uma operação de convolução, no domínio discreto, tal que

$$x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k] \quad (\text{A.3})$$



A soma de convolução acima é a forma como a operação de convolução é implementada na filtragem digital, de modo a calcular a resposta  $y(n)$  de um filtro (sistema) como resposta impulsiva  $h(n)$  a uma entrada  $x(n)$ .

Quando a variável tempo é contínua, a resposta associada  $y(t)$  é matematicamente expressa pela seguinte integral de convolução:

$$x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (\text{A.4})$$

## A.2 – Script “*filtra\_ruido.m*”

```

% gera amostras de ruído branco.
% Carrega os coefs do filtro projetado
% filtra o ruído branco
% salva em arquivo o sinal de saída
%*****
%
%                               ATENÇÃO:
%
% O USUARIO DEVE SEMPRE VERIFICAR OS PARAMETROS
%   - Fs
%   - Nome do filtro carregado
%   - Nome do arquivo gerado (sinal gerado)
%*****
clear all, close all, clc

% Entrada de dados
Fs = 2560;
% Definindo o numero de pontos na FFT
M=12;
np = 2^M;
np2 = np/2;
np2_1 = np2 -1;
itera = np; % numero de amostras a ser gerada

% Salvar valores intermediarios
sav_y = zeros(itera,1);
%-----
% Coeficientes do filtro passa faixa
F1=load('C:\200_430Hz_Fs_2560'); % Carrega o arquivo que gerou o filtro.
% Para gerar o filtro utilizar a ferramenta sptool
B=F1.filt1.tf.num';
X=zeros(size(B));
% executa a filtragem
for j=1:itera,
    x = randn;
    X=[x ; X(1:size(X,1)-1,1)];
    y = X'*B;
    sinal_filtrado(j,1) = y;
    %*** inicio for i=1:itera ***
    % gera uma amostra de wn
    % monta o vetor de X(n)
    % Convolui a entrada com os coefs
    % do filtro
end;
sinal_filtrado=sinal_filtrado/(max(sinal_filtrado)+0.1);

% Obtendo o espectro do sinal filtrado
figure(2);
w =(0:np2_1)/np2*(Fs/2);
S = fft(sinal_filtrado,np); % grampeado
t=(1/Fs:1/Fs:np*(1/Fs));
grid on;
sinal_filtrado=sinal_filtrado';
subplot(2,1,1)
hold on
plot(t,sinal_filtrado);
title('Sinal Filtrado no tempo','fontsize',12)
ylabel('Amplitude (V)')
xlabel('Tempo (s)')

```

```
subplot(2,1,2)
plot(w,20*log10([S(1:np2)']), 'k');
title(' Espectro de frecuencia do sinal Filtrado', 'fontsize',12)
xlabel ('Frequencia (Hz)')
ylabel('dBMag (ref. 1 V)')
output=[t; sinal_filtrado];

grava_arquivo='sim'

if grava_arquivo=='sim'
    % Escrevendo no arquivo de saída
    fp = fopen('C:\wn_200_430_Fs_2560.txt','w');
    fprintf (fp, '%1.15f   %1.15f\n',output);
    % fprintf (fp, '%1.15f\n',sinal_filtrado);
    fclose (fp);
end
```