

UFSC – UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

***Controle Misto de Vibrações em Viga Metálica
utilizando Neutralizadores Viscoelásticos e
Filtros Adaptativos: Caso Harmônico***

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Mecânica

Jair Coan Júnior

Florianópolis, dezembro de 2005.

Controle Misto de Vibrações em Viga Metálica utilizando Neutralizadores Viscoelásticos e Filtros Adaptativos: Caso Harmônico

Jair Coan Júnior

Essa dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

Mestre em Engenharia Mecânica

*Especialidade Engenharia Mecânica, Área de Concentração Vibrações e Acústica,
sendo aprovada em sua forma final.*

Prof. José João de Espíndola, PhD
(Orientador)

Eduardo Márcio de Oliveira Lopes, PhD
(Co-orientador)

Prof. José Antônio Bellini da Cunha Neto, Dr.Eng.
(Coordenador do Curso de Pós-Graduação)

Banca Examinadora:

Prof. Agenor de Toledo Fleury, Dr.

Prof. Carlos Alberto Bavastri, Dr.Eng.

Prof. Orlando José Tobias, Dr.Eng.

Prof. Raul Guenther, D.Sc.

*“Se eu pudesse deixar algum presente a você,
deixaria aceso o sentimento de amar a vida dos seres humanos.
A consciência de aprender tudo o que foi ensinado tempo afora...
Lembraria os erros que foram cometidos
para que não mais se repetissem.
A capacidade de escolher novos rumos.
Deixaria para você, se pudesse, o respeito àquilo que é indispensável:
Além do pão, o trabalho.
Além do trabalho, a ação.
E, quando tudo mais faltasse, um segredo:
O de buscar no interior de si mesmo a resposta e a força para encontrar a saída.”*

(Mahatma Gandhi)

*Dedico este trabalho à minha família
Que sempre esteve ao meu lado
Dando-me apoio, incentivo e muito amor.*

Agradecimentos

É com grande alegria que finalizo mais esta etapa de minha vida acadêmica. Com certeza, devo prestar meus agradecimentos a muitas pessoas que, direta ou indiretamente, ajudaram de alguma forma para que os resultados fossem alcançados e a missão fosse cumprida.

Primeiramente, agradeço a Deus pelo dom da vida. Agradeço a Ele pela oportunidade de poder crescer e aprender a cada manhã que se inicia.

Agradeço e dedico este trabalho a toda a minha família. Vocês são um pedaço de mim e eu, um reflexo do que vocês me ensinaram e do que vivenciamos durante minha vida. Obrigado aos meus pais Jair e Telma pelo amor e compreensão. Ao meu irmão Sérgio, meu companheiro, amigo e confidente de todos os momentos. Agradeço a minhas avós Leta e Dindinha, vocês são muito especiais para mim. Quero agradecer do fundo do coração meus tios e primos, que sempre estiveram do meu lado e acreditaram em mim. A meus afilhados, Ana Cristina Severo Martins e Gabriel Luiz Gonçalves da Silva, suas vidas são referência para minha. Vocês dois me incentivam a buscar forças para vencer as dificuldades e a lutar por meus objetivos.

Quero agradecer também a minha namorada e companheira Kariny Adriano, pelo amor, carinho e paixão. Agradeço pela ajuda durante as provas domiciliares e também pela compreensão durante os períodos de estudos.

À CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - pelo incentivo financeiro para a realização deste trabalho.

Meus agradecimentos sinceros à equipe do PISA – LVA. Ao Professor José João de Espindola, pelos valiosos conselhos e excelente orientação. Ao meu amigo e co-orientador Eduardo Márcio de Oliveira Lopes, agradeço pelas horas “perdidas” nos finais de semana e por sempre ter acreditado nesse trabalho. Ao Professor Carlos Bavastrri, referência para meu trabalho e que, mesmo a distância, sempre se mostrou prestativo e interessado pelos resultados. Agradeço a Adriana, que me ajudou sempre, da melhor maneira possível. Aos meus amigos de Laboratório, João, Amado, Izolda, Geraldo, Petroneo e agora Wagner Jr, gostaria de agradecê-los por toda ajuda e companheirismo. Ao Parú, incansável colega do LVA, agradeço de coração toda ajuda e disposição.

Aos colegas e amigos do LINSE, agradeço pela valiosa ajuda. Gostaria de agradecer, especialmente, ao Professor Orlando Tobias, referência muito importante para este trabalho e ao amigo Walter Gontijo, que sempre me ajudou e acreditou que conseguiríamos superar todos os problemas com o DSP. Um abraço especial para nosso amigo alemão Frank Gitzinger.

Por último, agradeço a Analog Devices, tanto pelo auxílio na aquisição da placa de processamento digital quanto pelo excelente suporte técnico oferecido.

Índice

Agradecimentos.....	v
Índice.....	vi
Simbologia.....	viii
Resumo.....	xiv
Abstract.....	xv
Capítulo 1 : Introdução.....	1
1.1 Controle Passivo de Vibrações por Materiais Viscoelásticos.....	1
1.2 Controle Ativo - Adaptativo de Vibrações.....	2
1.3 Controle Misto de Vibrações.....	4
1.4 Objetivo e Contribuição.....	4
1.5 Organização da Dissertação.....	4
Capítulo 2 : Neutralizadores Dinâmicos de Vibração.....	6
2.1 Sistemas de um Grau de Liberdade.....	6
2.2 Parâmetros Equivalentes para um NDV.....	11
2.3 Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade.....	13
2.3.1 Sistema Primário com Amortecimento Viscoso.....	13
2.3.2 Adição de Neutralizadores Dinâmicos.....	17
2.4 Controle Passivo por Neutralizadores Viscoelásticos.....	21
2.4.1 Caracterização de Materiais Viscoelásticos.....	22
2.4.2 Projeto Ótimo de Neutralizadores Viscoelásticos.....	26
Capítulo 3 : Filtros Adaptativos.....	30
3.1 Estrutura e Aplicações dos Filtros Adaptativos.....	30
3.1.1 Estrutura Genérica.....	30
3.1.2 Filtro Adaptativo FIR.....	31
3.1.3 Filtros IIR.....	32
3.1.4 Aplicações.....	33
3.2 Controle Ativo-Adaptativo de Vibrações.....	35
3.3 Processo de Adaptação.....	38
3.3.1 Critério EQM.....	39
3.3.2 Princípio da Ortogonalidade.....	41
3.3.3 Métodos de Busca.....	42
3.4 Algoritmo LMS.....	43
3.4.1 Derivação do LMS.....	44
3.4.2 Estabilidade do Algoritmo LMS.....	45
3.4.3 Variantes do algoritmo LMS.....	48
3.5 Controle Feedforward e Algoritmo FXLMS.....	50

3.5.1	Derivação do Algoritmo FXLMS	52
3.5.2	Estimação do Caminho Secundário	53
3.5.3	Algoritmo FXLMS com Perdas	54
3.5.4	Caminho de Realimentação (<i>Feedback</i>)	54
Capítulo 4 : Metodologia		56
4.1	Sistema Mecânico	56
4.2	Controle Ativo	56
4.2.1	ADSP-21161N	57
4.2.2	Identificação e Controle	61
4.3	Análise Modal Experimental	63
4.3.1	Identificação dos Parâmetros Modais	65
4.4	Projeto do Neutralizador Viscoelástico	69
4.5	Controle Misto	74
Capítulo 5 : Resultados		76
5.1	Controle Passivo	76
5.2	Controle Ativo	79
5.3	Controle Misto	84
Capítulo 6 : Conclusões e Perspectivas Futuras		89
Referências Bibliográficas		91
Apêndice A: Sinais e Sistemas em Tempo Discreto		94
A.1	Descrição Matemática dos Sinais	94
A.1.1	Sinais Determinísticos	94
A.1.2	Sinais Aleatórios	95
A.2	Transformada Z	95
A.3	Sistemas Discretos	97
A.4	Processos Estocásticos	98
A.4.1	Médias Estatísticas	98
A.4.2	Densidade Espectral de Potência	100
A.4.3	Ergodicidade	100

Simbologia

Letras Romanas

- A : área de cisalhamento
 b : parâmetro real da derivada fracionária
 b_{T_0} : valor da variável b na temperatura T_0
 C : matriz de amortecimento viscoso
 \tilde{C} : matriz de amortecimento viscoso do sistema composto
 C_{eq} : matriz de amortecimento viscoso equivalente
 C_n : matriz de amortecimento viscoso com p neutralizadores
 c : amortecimento viscoso do sistema primário com 1 gdl
 $c_{eq}(\Omega)$: amortecimento equivalente do neutralizador
 c_n : amortecimento viscoso do neutralizador
 c_r : amortecimento modal do r -ésimo modo
 $d(n)$: sinal desejado
 $diag$: matriz diagonal
 $E(z)$: transformada Z de $e(n)$
 E_x : energia do sinal
 $E[]$: valor esperado da variável aleatória
 $e(n)$: sinal de erro do sistema discreto
 e_n : espessura do material viscoelástico
 $\mathbf{e}(n)$: vetor do sinal de erro do sistema discreto
 $\mathbf{e}_0(n)$: vetor do erro de estimação dos coeficientes ótimos do filtro adaptativo
 F_0 : frequência do sinal contínuo
 $F(z)$: função de transferência do caminho de *feedback*
 $\hat{F}(z)$: estimativa de $F(z)$
 $F(\Omega)$: transformada de Fourier da força de excitação
 f : frequência
 f_c : frequência de corte
 $f_{obj}(x)$: função objetivo
 f_p : força primária (excitação)

- f_s : força secundária (cancelamento)
 \bar{G} : módulo complexo de cisalhamento
 G_H : módulo vítreo de cisalhamento
 G_I : módulo imaginário de cisalhamento
 G_L : módulo elástico de cisalhamento
 G_R : módulo real de cisalhamento
 $H(z)$: função de transferência do sistema discreto
 $h(n)$: resposta impulsiva do sistema discreto
 I : matriz identidade
 i : $\sqrt{-1}$
 K : matriz de rigidez
 $K_n(\Omega)$: rigidez dinâmica do neutralizador
 k : rigidez do sistema primário com 1 gdl
 $k_{eq}(\Omega)$: rigidez equivalente do neutralizador
 k_n : rigidez do neutralizador
 k_r : rigidez modal do r-ésimo modo
 L : fator de forma
 M : matriz de massa
 \tilde{M} : matriz de massa do sistema composto
 M_{eq} : matriz de massa equivalente
 M_n : matriz de massa equivalente com p neutralizadores
 $M_n(\Omega)$: massa dinâmica do neutralizador
 m : massa do sistema primário com 1 gdl
 $m_{eq}(\Omega)$: massa equivalente do neutralizador
 m_n : massa do neutralizador
 m_r : massa modal do r-ésimo modo
 m_x : média do processo estocástico
 N : ordem do filtro adaptativo
 N_s : ordem do vetor de coeficientes do caminho secundário
 N_f : ordem do vetor de coeficientes do caminho *feedback*
 n : número de graus de liberdade (gdl) do sistema
 \hat{n} : número de graus de liberdade do sistema truncado

- $P(z)$: função de transferência do caminho primário
- $P(\Omega)$: transformada de Fourier de $p(t)$
- P_x : potência de $x(n)$
- \hat{P}_x : estimativa instantânea de P_x
- $p(t)$: deslocamento da coordenada principal
- \mathbf{p} : vetor de correlação cruzada
- \mathbf{Q} : matriz dos autovetores de \mathbf{R}
- $Q(\Omega)$: transformada de Fourier de $q(t)$
- $q(t)$: deslocamento da coordenada generalizada
- $\dot{q}(t)$: velocidade da coordenada generalizada
- $\ddot{q}(t)$: aceleração da coordenada generalizada
- \mathbf{R} : matriz de autocorrelação
- Re : parte real do número complexo
- R_{xx} : densidade espectral de potência
- r : frequência normalizada
- r_{xx} : autocorrelação
- r_{xy} : correlação cruzada
- $S(z)$: transformada Z de $\mathbf{s}(n)$
- $\hat{S}(z)$: estimativa do caminho secundário $S(z)$
- s : variável da transformada de Laplace
- $\mathbf{s}(n)$: resposta impulsiva do caminho secundário
- s_j : j -ésimo autovalor do sistema
- T : temperatura
- T_0 : temperatura de referência
- $\bar{T}(\Omega)$: função transmissibilidade teórica
- $\bar{T}_E(\Omega)$: função transmissibilidade experimental
- T_{2r} : energia cinética calculada na r -ésima coordenada generalizada
- t : tempo
- T : transposto
- $\text{tr}[\]$: traço da matriz
- $u(n)$: degrau unitário discreto
- $\text{var}\{ \}$: variância

$W(z)$: transformada Z de $\mathbf{w}(n)$

$\mathbf{w}(n)$: vetor dos coeficientes do filtro adaptativo

$\mathbf{w}_0(n)$: vetor dos coeficientes ótimos do filtro adaptativo

$w_i(n)$: i -ésimo coeficiente do filtro adaptativo no instante n

X : amplitude do deslocamento $x(t)$

$X(\Omega)$: transformada de Fourier de $x(t)$

$X_n(\Omega)$: transformada de Fourier de $x_n(t)$

$X(z)$: transformada Z de $x(n)$

$\mathbf{x}(n)$: vetor de amostras do sinal de entrada do sistema discreto

$x(n)$: sinal de entrada do sistema discreto

$x(t)$: deslocamento do sistema primário com 1 gdl

$x_c(t)$: sinal contínuo

$x_n(t)$: deslocamento do neutralizador

$\dot{x}(t)$: velocidade do sistema primário com 1 gdl

$\dot{x}_n(t)$: velocidade do neutralizador

$\ddot{x}(t)$: aceleração do sistema primário com 1 gdl

$\ddot{x}_n(t)$: aceleração do neutralizador

x_p : posição de atuação da força primária

x_s : posição de atuação da força secundária

$\mathbf{x}'(n)$: vetor de entrada filtrado do sistema discreto

$\{x(n)\}$: processo estocástico

$\langle x(n) \rangle$: média temporal de uma realização do processo estocástico

$Y(z)$: transformada Z de $y(n)$

$y(n)$: sinal de saída do sistema discreto

$y'(n)$: sinal de saída filtrado do sistema discreto

$Z_n(\Omega)$: impedância mecânica do neutralizador

z : variável da transformada Z

$| \cdot |$: módulo

$\| \cdot \|_2$: norma 2

$*$: complexo conjugado

$*$: convolução

Letras Gregas

- $\alpha(\Omega)$: receptância do sistema primário
- α_{ks} : receptância do sistema com excitação na coordenada generalizada s e resposta medida na coordenada generalizada k
- $\alpha_n(\Omega)$: receptância do neutralizador
- $\alpha_T(T)$: fator de deslocamento de temperatura
- β : ordem da derivada fracionária
- Δ : variação
- $\delta(n)$: impulso unitário discreto
- Φ : matriz modal do sistema
- $\hat{\Phi}$: matriz modal truncada do sistema
- ϕ : autovetor do sistema
- ϕ_j : j-ésimo autovetor do sistema
- γ : fator de ponderação
- γ_{xx} : autocovariância
- γ_{xy} : covariância cruzada
- η_r : fator de perda modal
- η_G : fator de perda de cisalhamento
- Λ : matriz de autovalores do sistema
- $\mathbf{\Lambda}$: matriz de autovalores de \mathbf{R}
- λ : autovalor
- μ_m : relação de massas do sistema composto
- μ_s : tamanho do passo de convergência
- ν : fator de perdas
- ϖ : tamanho do passo de convergência normalizado
- θ : fase do sinal contínuo
- θ_1 : parâmetro do fator de deslocamento α_T
- θ_2 : parâmetro do fator de deslocamento α_T
- ρ_0 : densidade à temperatura de referência
- τ_r : potência dissipada na r-ésima coordenada generalizada
- Ω : frequência angular
- Ω_a : frequência de antiressonância do neutralizador
- Ω_1 : frequência natural do sistema primário com 1 gdl

- Ω_j : j-ésima frequência natural do sistema
 Ω_n : frequência natural do neutralizador
 Ω_r : frequência natural modal
 Ω_{red} : frequência reduzida
 ξ_n : razão de amortecimento do sistema composto
 $\xi_{n_{ot}}$: razão de amortecimento ótima do sistema composto
 ξ_r : razão de amortecimento modal do r-ésimo modo
 Ψ : matriz modal ortonormalizada
 ψ_r : r-ésimo autovetor normalizado do sistema
 ζ : erro quadrático médio (EQM)
 $\hat{\zeta}$: estimativa de ζ
 ∂ : derivada parcial
 ∇ : gradiente

Abreviações

- FIR* : resposta ao impulso finita (*finite impulse response*)
FRF : função resposta em frequência
GDL : grau(s) de liberdade
IIR : resposta ao impulso infinita (*infinite impulse response*)
LMS : algoritmo de mínimos quadrados (*least mean square*)
MSE : erro médio quadrático (*mean square error*)
NDV : neutralizador dinâmico de vibrações
SIMO : sistema com única entrada e várias saídas (*single input multiple outputs*)

Resumo

Este trabalho apresenta o projeto e a implementação de um sistema de controle misto de vibrações sobre uma viga metálica. Por controle misto de vibrações se entende uma abordagem que utiliza, em conjunto, técnicas passivas e ativas de controle. Aqui, o controle misto, também conhecido como controle híbrido, é implementado por meio de neutralizadores viscoelásticos e filtros adaptativos. Os neutralizadores viscoelásticos são dispositivos que, fixados a um sistema mecânico de interesse, reduzem as vibrações indesejadas a partir da aplicação de forças de reação e/ou dissipação da energia vibratória. Para se encontrar os parâmetros ótimos dos neutralizadores viscoelásticos empregados, quais sejam, massa e fator de perda, são utilizadas técnicas de otimização não-linear. Já na implementação do controle ativo, recorreu-se a uma placa de processamento digital de sinais de 32-bits, com aritmética de ponto flutuante. O algoritmo de controle utilizado é o FXLMS, programado em linguagem C, utilizando filtros adaptativos FIR. Dentro de uma câmara de temperatura controlada, foram executados experimentos de controle em duas temperaturas distintas, sob excitação harmônica. Os resultados decorrentes da união dessas duas abordagens de controle são discutidos e as conclusões e perspectivas futuras são apresentadas.

palavras-chave: algoritmo FXLMS, controle misto de vibrações, filtro adaptativo, neutralizador viscoelástico.

Abstract

This work presents the project and implementation of a hybrid vibration control system over a steel beam. The hybrid vibration control is an approach which combines passive and active control techniques. In this case viscoelastic vibration neutralizers (also called viscoelastic vibration absorbers) and adaptive filters are employed. The vibration neutralizers, when attached to a mechanical system of interest, can reduce the vibration levels by applying reaction forces and/or dissipating vibratory energy. To find the optimum neutralizer parameters, namely mass and loss factor, nonlinear optimization techniques are used. The active control part is implemented via a 32 bit floating point DSP (Digital Signal Processor). The control algorithm is the FXLMS adaptive algorithm, programmed in C language and based on FIR filters. Control experiments were performed inside an environmental chamber at two distinct temperatures, under harmonic excitation. The results obtained from the union of those two control techniques are discussed and the conclusions and suggestions for future work are shown.

keywords: adaptive filter, FXLMS algorithm, hybrid vibration control, viscoelastic neutralizer.

Capítulo 1 : Introdução

Existem diversas formas de se controlar vibrações indesejadas em um sistema mecânico de interesse. Pode-se estabelecer que as três classes mais comuns de controle de vibrações são: controle passivo, controle ativo e controle misto (híbrido, ou passivo-ativo).

O controle passivo de vibrações envolve, entre outras técnicas, a utilização de dispositivos que aplicam forças de reação e/ou dissipam energia vibratória do sistema de interesse. Esses elementos, conhecidos como neutralizadores dinâmicos de vibrações, não necessitam de potência externa para sua operação. Pode-se também reduzir os níveis de vibrações em uma estrutura variando sua massa, sua rigidez e/ou seu amortecimento. Pode-se ainda atuar sobre a excitação presente no sistema, reduzindo sua amplitude ou alterando seu espectro [2].

Entende-se por controladores ativos aqueles sistemas que podem determinar o estado presente da estrutura vibrante e escolher uma ação de controle que a conduz para um estado desejado, baseado em uma lei de controle previamente determinada [7],[35]. Estes sistemas necessitam de potência externa para o seu funcionamento. Quando uma estratégia de controle ativo variável é empregada, de forma a garantir um desempenho ótimo, tem-se um controlador ativo-adaptativo.

O controle misto de vibrações utiliza os elementos passivos em conjunto com uma estrutura de controle ativo, tendo como principal objetivo a redução da quantidade de potência necessária para se controlar o sistema de interesse [16].

1.1 Controle Passivo de Vibrações por Materiais Viscoelásticos

No contexto do controle passivo de vibrações, os materiais viscoelásticos são amplamente utilizados como meio de fornecer amortecimento às estruturas e, desta forma, reduzir suas vibrações indesejadas [34].

Um projeto eficiente de engenharia, envolvendo materiais viscoelásticos, necessita do conhecimento detalhado do comportamento dinâmico desses materiais. Esse comportamento claramente apresenta dependência tanto em relação a fatores de carregamento quanto a fatores ambientais, tais como magnitudes dos carregamentos dinâmicos, frequência de excitação e temperatura ambiente, dentre outros. Na faixa linear, a frequência e a temperatura são as duas variáveis mais importantes [25].

Para que se possa desenvolver corretamente uma estratégia de controle de vibrações, utilizando materiais viscoelásticos, as duas propriedades dinâmicas básicas que precisam ser conhecidas são o fator de perda do material e seu módulo dinâmico de elasticidade [29]. Essas propriedades são representadas, de forma bastante fidedigna, através do uso de derivadas generalizadas, cujas ordens são números não inteiros, ou fracionários [13].

Dentre os dispositivos passivos projetados com materiais viscoelásticos, destacamos os neutralizadores viscoelásticos de vibrações (ou absorvedores viscoelásticos de vibrações) [34]. Um neutralizador dinâmico de vibrações é um sistema que, fixado ao sistema vibrante de interesse, pode reduzir ou controlar as vibrações, a partir da aplicação de forças de reação e/ou dissipação de energia vibratória. Conseqüentemente, esses dispositivos podem ou não apresentar elementos que dissipem energia, sendo denominados respectivamente neutralizadores MCK, quando o modelo de amortecimento é viscoso, e MK, quando o modelo não possui amortecimento. Quando materiais viscoelásticos são empregados, tem-se os neutralizadores viscoelásticos.

No caso de se utilizar os neutralizadores do tipo MK, pode-se ajustar os parâmetros massa e rigidez de modo que a vibração do sistema principal tenda para zero. Isto é conseguido fazendo com que a frequência natural do neutralizador coincida com aquela de interesse do sistema primário. Esta escolha para a frequência do neutralizador, conhecida como sintonização, altera a resposta do sistema composto (sistema primário + neutralizador), introduzindo duas novas frequências naturais, ao redor da frequência natural original do sistema primário. Duas dificuldades são encontradas através desta solução: a vibração do neutralizador será extremamente elevada, induzindo a possível ruptura do mesmo por fadiga; grandes amplitudes de vibrações podem ser encontradas no sistema primário, se a frequência de excitação variar e coincidir com uma das novas frequências naturais do sistema composto (ressonância).

Na prática, procura-se introduzir amortecimento no neutralizador, para evitar os problemas acima mencionados. Ainda assim, no procedimento clássico, os neutralizadores são sintonizados para se controlar uma faixa estreita de frequência em torno de uma frequência natural específica do sistema primário. Ou seja, o controle é realizado sintonizando um ou vários neutralizadores para um determinado modo de vibrar da estrutura.

Em Bavastrì [2] e Bavastrì e Espíndola [3], uma nova abordagem é proposta, passando-se a trabalhar em uma faixa de frequências, onde um neutralizador, ou uma coleção deles, pode controlar vários modos de vibração dentro desta faixa.

Nesses mesmos trabalhos, além da apresentação de métodos para a sintonização ótima de neutralizadores dinâmicos de vibrações utilizando materiais viscoelásticos, são ressaltadas algumas vantagens do modelo viscoelástico em relação ao modelo viscoso. Em especial, destaca-se que aquele modelo exibe excelentes propriedades dinâmicas na região de transição do material viscoelástico, que permitem que se busque a redução de vibrações em uma ampla faixa de frequências.

1.2 Controle Ativo - Adaptativo de Vibrações

O controle passivo de vibrações é relativamente simples e direto. É um tipo de controle robusto, confiável e econômico, mas que possui algumas limitações. As forças de controle geradas por elementos passivos dependem inteiramente da dinâmica natural dos sistemas envolvidos. Uma vez determinados os valores de massa, amortecimento e rigidez, não se pode ajustar a ação de controle, que é naturalmente gerada pelos dispositivos passivos. Caso condições não antecipadas se façam

presentes, principalmente em sistemas complexos e de ordem elevada, o sistema de controle passivo não terá como responder a elas [32].

As desvantagens presentes na abordagem de controle passivo de vibrações podem ser superadas utilizando-se o controle ativo. No controle ativo, as respostas do sistema de interesse são constantemente monitoradas (por meio de sensores) e as ações de controle são aplicadas ao sistema (por meio de atuadores), de forma a se conseguir um desempenho desejado em malha fechada (sistema + controlador).

Como já comentado, os sistemas de controle ativo utilizam potência externa para o seu funcionamento. Em algumas situações, a planta é monitorada continuamente e sua resposta medida utilizando sensores, que realimentam essas informações para o controlador. Então, o controlador compara o sinal medido com a resposta desejada e usa o erro para calcular a lei de controle a ser aplicada ao sistema. Esse constitui um sistema de controle realimentado (ou *feedback control*). Exemplos de aplicações desta estratégia de controle ativo podem ser encontrados em [9], [18], [20] e [32].

Uma outra possível configuração de controle ativo, também amplamente difundida, é o controle *feed-forward*. Neste caso, a excitação, e não a resposta, é medida e utilizada para se gerar a lei de controle [9] e [32]. Vale lembrar que as duas abordagens podem ser utilizadas em um único sistema de controle ativo.

Não raramente, o sistema físico em que se quer aplicar o controle varia com o decorrer do tempo. Por exemplo, quando parâmetros internos da planta variam com as condições ambientais. Nesse caso, o desempenho do sistema de controle ativo pode ser prejudicado.

Frente a este fato, uma certa robustez pode ser garantida se o sistema de controle puder variar automaticamente seus próprios parâmetros, para compensar as variações na resposta da planta, e, dessa forma, garantir a performance desejada. Este tipo de controle é denominado controle adaptativo [9].

Diferentemente do caso puramente ativo, o controle ativo-adaptativo possui a capacidade de modificar a forma com que a lei de controle é calculada. Isso ocorre porque existe a possibilidade de adaptação dos parâmetros do controlador, face às mudanças nas características do sistema primário.

O desempenho de sistemas de controle em tela é determinado, fundamentalmente, pelo algoritmo de controle ou algoritmo de adaptação. O algoritmo mais utilizado em aplicações de controle ativo-adaptativo de ruídos acústicos e vibrações é o LMS filtrado (ou FXLMS), uma variante do clássico LMS (*Least Mean-Square*). Esse algoritmo, que pode ser implementado através de filtros FIR (*Finite Impulse Response*) adaptativos, tem sido exaustivamente estudado por Tobias [39][40], particularmente no tocante à obtenção de modelos analíticos para a predição de seu comportamento.

1.3 Controle Misto de Vibrações

Como já antecipado, o controle misto de vibrações utiliza elementos passivos, em conjunto com uma estrutura de controle ativo. Caso uma estratégia de controle ativo variável, implementada através de filtros adaptativos, seja empregada, tem-se o controle passivo-adaptativo.

Crê-se que uma aplicação de interesse seria a que combina neutralizadores viscoelásticos e controladores ativos-adaptativos. Os neutralizadores apresentam bons resultados na redução de vibrações em uma faixa de frequência. Contudo, o controle passivo implementado pelo uso de neutralizadores de vibrações com materiais viscoelásticos tem um desempenho variável em relação à temperatura e à frequência de excitação.

Neste contexto, uma estratégia de controle adaptativo poderia atuar no sistema vibrante, de forma também variável com a temperatura e com a frequência desejada, mantendo o nível ótimo de controle. O sistema adaptativo geraria uma ação de controle que, somada à atuação dos neutralizadores, garantiria a redução das vibrações indesejadas do sistema primário em questão.

1.4 Objetivo e Contribuição

Este trabalho tem por objetivo projetar, implementar e testar um sistema de controle passivo-adaptativo, ou seja, misto, combinando neutralizadores viscoelásticos e filtros adaptativos. Esse sistema de controle misto atuará sobre um sistema mecânico simples, qual seja, uma viga metálica, sob perturbações harmônicas.

Os neutralizadores serão projetados com base na abordagem introduzida por Bavastri [2], enquanto os filtros adaptativos serão desenvolvidos a partir do estudo apresentado por Tobias [39]. A utilização conjunta dos desenvolvimentos expostos nos trabalhos anteriormente mencionados, ao que nos consta, ainda não foi feita. Desse caráter inovador e exploratório do presente trabalho decorre a escolha de perturbações elementares como as harmônicas.

Acredita-se que, através do proposto acima, chegar-se-á a um sistema único de controle de vibrações, em que a ação de controle adaptativa, incorporada posteriormente à ação de controle passiva, garantirá a manutenção das condições ótimas, compensando as variações sofridas pelos elementos viscoelásticos.

1.5 Organização da Dissertação

No Capítulo 2, será tratada a questão do aplicação de neutralizadores de vibrações em sistemas de um e múltiplos graus de liberdade. Para isso, faremos uso da descrição por parâmetros equivalentes generalizados. Será considerado, para fins de referência, o modelo de amortecimento viscoso. Por fim, o projeto de neutralizadores viscoelásticos será detalhado e discutido.

Já no Capítulo 3, será realizada uma revisão dos conceitos relativos aos filtros adaptativos e suas aplicações. Lá, o algoritmo LMS será derivado e suas variantes mais importantes serão apresentadas e discutidas. A parte final desse capítulo trata da identificação dos caminhos secundário e de realimentação (*feedback*) e da questão do controle via filtros adaptativos FXLMS.

A metodologia utilizada durante o trabalho será exposta no Capítulo 4. Em particular, serão apresentados os procedimentos para a construção do neutralizador viscoelástico, algumas particularidades da placa de processamento digital de sinais e os problemas de implementação relacionados ao controle ativo. Nesse capítulo, as montagens experimentais concebidas para os experimentos de controle passivo, ativo e misto serão ilustradas e discutidas.

O Capítulo 5 discute e analisa os resultados dos experimentos de controle realizados durante o presente trabalho.

No Capítulo 6, serão apresentadas as conclusões e as sugestões para trabalhos futuros.

O Apêndice A trata de conceitos relevantes à implementação dos filtros adaptativos. Conceitos como a descrição matemática de sistemas e sinais em tempo discreto, transformada Z e processos estocásticos são objetos de atenção desse apêndice.

Capítulo 2 : Neutralizadores Dinâmicos de Vibração

Neutralizador dinâmico de vibrações (NDV) é a denominação dada a um sistema que, fixado a um sistema vibrante de interesse qualquer (sistema primário), pode reduzir ou controlar as vibrações desse, pela aplicação de forças de reação e/ou dissipação de energia vibratória.

Tais mecanismos podem ou não apresentar elementos que dissipem energia, sendo denominados respectivamente neutralizadores MCK e MC, quando o modelo de amortecimento é viscoso, e MK, quando o modelo não possui amortecimento [33].

Desde a sua invenção, o neutralizador dinâmico de vibrações tem sido uma importante ferramenta, utilizada em diversos campos da engenharia com o objetivo de reduzir vibrações indesejadas. Essas vibrações se fazem presentes, por exemplo, em máquinas, estruturas, linhas de transmissão de energia elétrica e muitos outros sistemas mecânicos.

De especial interesse são os neutralizadores viscoelásticos que, como o próprio nome indica, incorporam, de diversas formas, materiais extremamente úteis no controle passivo de vibrações, conhecidos como materiais viscoelásticos.

Além do uso de neutralizadores puramente passivos, tem-se buscado também o desenvolvimento de NDV's denominados ativos, semi-ativos ou adaptativos. Nestes casos, o objetivo é compensar a perda da eficiência daqueles dispositivos quando da variação nas condições de operação do sistema primário. Esses neutralizadores dinâmicos de vibrações são amplamente discutidos em [8], [28] e [36] e não serão abordados nesse trabalho.

2.1 Sistemas de um Grau de Liberdade¹

O modelo matemático mais simples para a descrição da ação de neutralização é o de um neutralizador dinâmico com um grau de liberdade, aplicado a um sistema primário também com um grau de liberdade. A Fig. 2.1 mostra um exemplo deste modelo para o neutralizador MK.

No caso de se utilizar os neutralizadores do tipo MK, pode-se ajustar os parâmetros de massa e rigidez de modo que a vibração do sistema principal tenda para zero. Isto é conseguido fazendo com que a frequência natural do neutralizador coincida com aquela de interesse do sistema primário.

Considerando a Fig. 2.1, pode-se escrever, na forma matricial, as equações do movimento do sistema composto (sistema primário + NDV), como segue:

¹ Um sistema é dito de um grau de liberdade quando somente uma coordenada física for suficiente para descrever sua dinâmica.

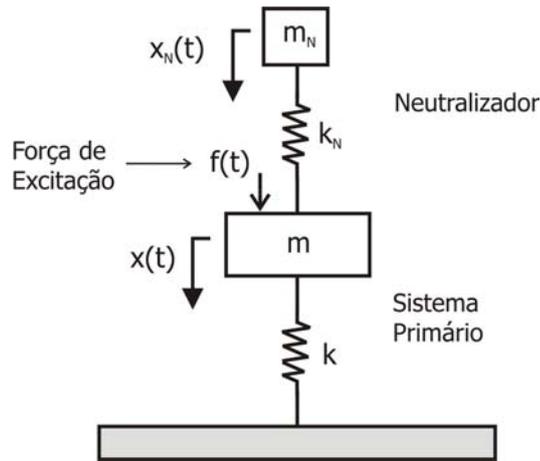


Figura 2.1 - Neutralizador dinâmico MK com um grau de liberdade [23]

$$M \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{x}_n(t) \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} x(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Determinando cada elemento das matrizes de massa e rigidez, tem-se:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{x}_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k+k_n & -k_n \\ -k_n & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Aplicando a transformada de Fourier na Eq. (2.1), pode-se escrever a função resposta em frequência, definida como receptância, para o sistema primário e para o NDV [23]:

$$\alpha(\Omega) \triangleq \frac{X(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{k_n - m_n \Omega^2}{(k + k_n - m \Omega^2)(k_n - m_n \Omega^2) - k_n^2} \quad (2.2)$$

$$\alpha_n(\Omega) \triangleq \frac{X_n(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{k_n}{(k + k_n - m \Omega^2)(k_n - m_n \Omega^2) - k_n^2} \quad (2.3)$$

É fácil perceber que, fazendo $\Omega = \sqrt{k_n / m_n}$ na Eq. (2.2), a amplitude de vibração do sistema primário torna-se nula. Vale lembrar que este valor de frequência corresponde a frequência natural do neutralizador Ω_n . Assim, o projeto de um NDV não amortecido, ou do tipo MK, consiste na escolha dos parâmetros m_n e k_n de maneira que o deslocamento do sistema primário seja nulo na frequência de excitação. Essa frequência, nos casos de maior interesse, coincide com a frequência de ressonância do sistema primário ou está muito próximo dela.

Esta escolha para a frequência do neutralizador, conhecida como sintonização, altera a resposta do sistema composto (sistema primário + neutralizador), conduzindo a duas novas

freqüências naturais, ao redor da freqüência natural original do sistema primário ($\Omega_1 = \sqrt{k/m}$). Isto é mostrado na figura abaixo.

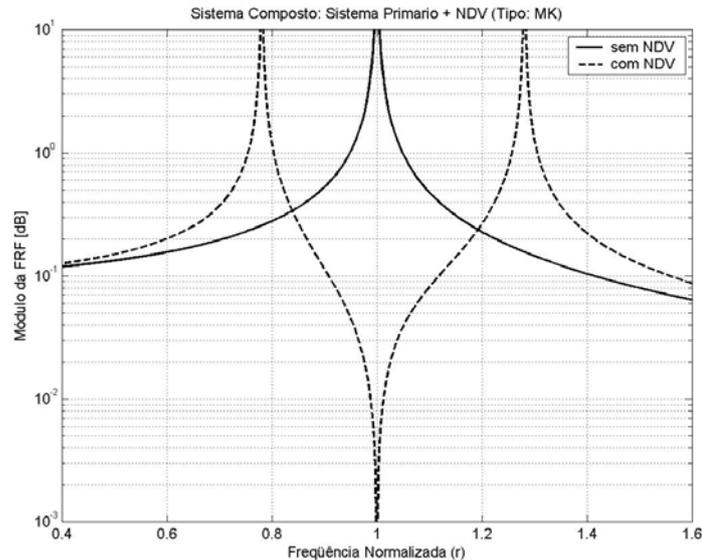


Figura 2.2 – Amplitude de vibração do sistema primário, com e sem NDV ($r = \Omega/\Omega_1$)

O caso do NDV sem amortecimento é bastante eficiente na redução de vibração causada por uma excitação de freqüência bem definida e constante. Contudo, duas dificuldades são encontradas através desta solução: (a) a vibração do neutralizador será extremamente elevada, induzindo a uma possível ruptura do mesmo por fadiga; (b) grandes amplitudes de vibrações podem ser encontradas no sistema primário se a freqüência de excitação variar e coincidir com uma das novas freqüências naturais do sistema composto (ressonância).

Na prática, procura-se introduzir amortecimento ao neutralizador, para se evitar os problemas acima mencionados. A Fig. 2.3 mostra o modelo de um neutralizador com amortecimento viscoso (tipo MCK), aplicado a um sistema de um grau de liberdade que também possui amortecimento viscoso.

A partir do esquema apresentado na Fig. 2.3, pode-se escrever a equação de movimento do sistema composto como segue:

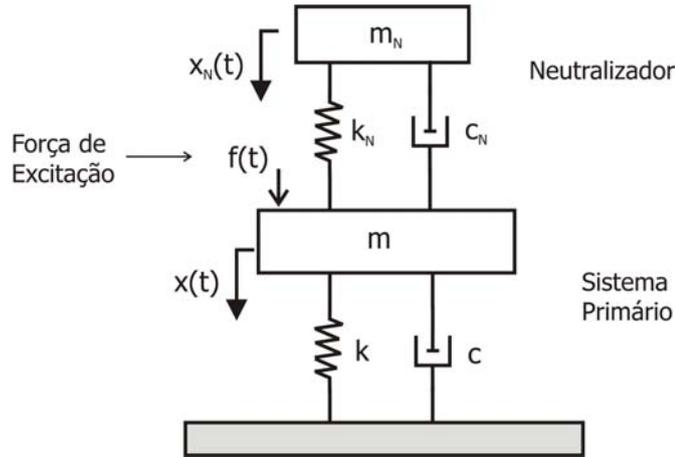


Figura 2.3 - Neutralizador dinâmico de vibrações com amortecimento viscoso MCK [23]

$$M \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{x}_n(t) \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} x(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{x}_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c + c_n & -c_n \\ -c_n & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k + k_n & -k_n \\ -k_n & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Após se aplicar a transformada de Fourier na Eq. (2.4) e se efetuar algumas manipulações, pode-se escrever a resposta em frequência do sistema primário e do neutralizador desta forma [23]:

$$\frac{X(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{(k_n - m_n \Omega^2) + i(c_n \Omega)}{\left[(k - m \Omega^2)(k_n - m_n \Omega^2) - m_n k_n \Omega^2 \right] + i \left[(k - (m + m_n) \Omega^2) c_n \Omega \right]} \quad (2.5)$$

$$\frac{X_n(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{k_n + i c_n \Omega}{\left[(k - m \Omega^2)(k_n - m_n \Omega^2) - m_n k_n \Omega^2 \right] + i \left[(k - (m + m_n) \Omega^2) c_n \Omega \right]} \quad (2.6)$$

Definindo a razão de amortecimento do sistema composto como sendo

$$\xi_n = \frac{c_n}{2m_n \Omega_1}$$

pode-se então, traçar o gráfico da magnitude da função resposta em frequência, definida na Eq. (2.5), para diferentes valores de amortecimento (vide Fig. 2.4).

A introdução de amortecimento no NDV amplia sua largura de banda de neutralização, em contraste com o caso não-amortecido (ver Fig. 2.2). Porém, o preço a ser pago pela ampliação da região de operação é o fato de que a amplitude de vibração do sistema primário não mais será anulada na frequência de interesse.

Uma forma bastante conhecida para se encontrar os parâmetros ótimos de massa, rigidez e amortecimento do neutralizador MCK é através da técnica dos pontos fixos. Segundo este método, a resposta do sistema composto para diferentes valores de amortecimento do sistema secundário (NDV) passará sempre por dois pontos bem definidos, conhecidos como pontos fixos. Vale ressaltar que esse método será consistente, do ponto de vista matemático, quando o amortecimento do sistema primário for nulo. Estes pontos podem ser observados na Fig. 2.4, em $r \approx 0,82$ e $r \approx 1,15$.

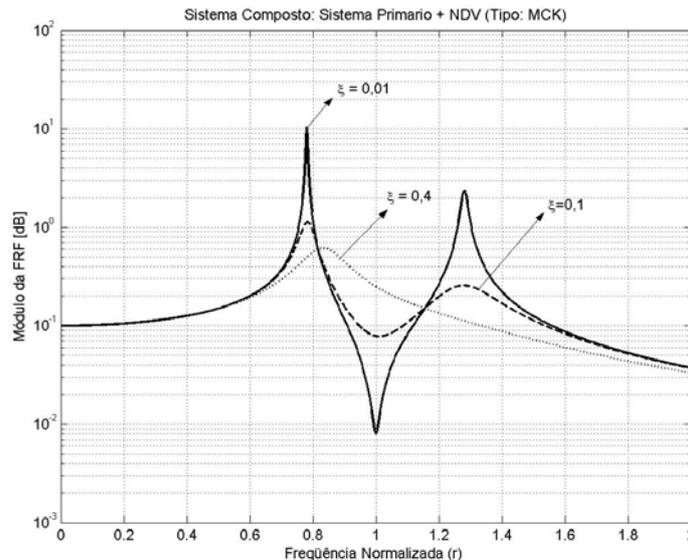


Figura 2.4 – Amplitude de vibração (sistema composto) para diferentes valores de amortecimento [23]

Pode-se demonstrar que o valor mínimo do módulo da resposta do sistema composto, medida no sistema primário, é obtido quando os pontos fixos encontram-se na mesma altura e os picos da resposta passam o mais próximo possível deles [34]. Os parâmetros otimizados são:

Relação de massas:
$$\mu_m = \frac{m_n}{m} = 0,1 \text{ a } 0,25$$

Amortecimento:
$$\xi_{n_{ot}} = \sqrt{\frac{3\mu_m}{8(1+\mu_m)}}$$

Rigidez:
$$k_n = m_n \left(\frac{\Omega_1}{1+\mu_m} \right)^2$$

2.2 Parâmetros Equivalentes para um NDV

Antes de discutirmos a aplicação de um neutralizador dinâmico de vibrações em um sistema com múltiplos graus de liberdade, serão introduzidos alguns conceitos bastante úteis chamados parâmetros equivalentes generalizados [33]. Estes parâmetros são extraídos a partir de quantidades dinâmicas, calculadas na base do neutralizador.

Para a obtenção dos parâmetros equivalentes, considera-se o neutralizador MCK esquematizado na Fig. 2.5.

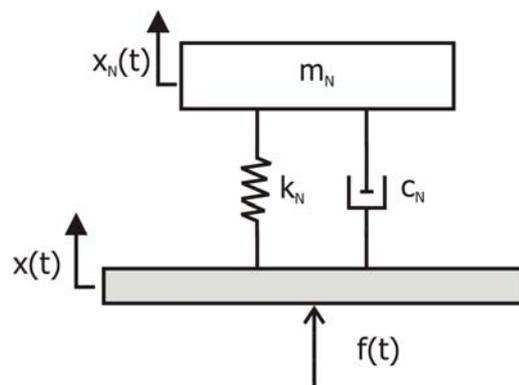


Figura 2.5 – Representação do neutralizador MCK

Escrevendo as equações de movimento para a base (considerada como tendo massa desprezável) e para a massa do neutralizador temos, respectivamente:

$$f(t) = c_n (\dot{x}(t) - \dot{x}_n(t)) + k_n (x(t) - x_n(t)) \quad (2.7)$$

$$m_n \ddot{x}_n(t) = c_n (\dot{x}(t) - \dot{x}_n(t)) + k_n (x(t) - x_n(t)) \quad (2.8)$$

Aplicando a transformada de Fourier nas Eq. (2.7) e (2.8), pode-se obter uma função resposta em frequência que relaciona força e deslocamento, denominada rigidez dinâmica:

$$K_n(\Omega) \triangleq \frac{F(\Omega)}{X(\Omega)} = -\Omega^2 m_n \frac{k_n + i\Omega c_n}{k_n - \Omega^2 m_n + i\Omega c_n} \quad (2.9)$$

Sabendo que a impedância mecânica $Z_n(\Omega)$, que relaciona força e velocidade, e a massa dinâmica $M_n(\Omega)$, que relaciona força e aceleração, estão associadas com a rigidez dinâmica $K_n(\Omega)$ da seguinte forma:

$$K_n(\Omega) = i\Omega Z_n(\Omega) = -\Omega^2 M_n(\Omega)$$

pode-se escrever, a partir da Eq. (2.9), as seguintes expressões:

$$Z_n(\Omega) = i\Omega m_n \frac{k_n + i\Omega c_n}{k_n - \Omega^2 m_n + i\Omega c_n} \quad (2.10)$$

$$M_n(\Omega) = m_n \frac{k_n + i\Omega c_n}{k_n - \Omega^2 m_n + i\Omega c_n} \quad (2.11)$$

Rigidez dinâmica, impedância mecânica e massa dinâmica são quantidades dinâmicas características do neutralizador em questão, contendo todas as informações relevantes a seu respeito.

Essas mesmas quantidades podem ser obtidas a partir das representações equivalentes da Fig. 2.6: massa equivalente e amortecedor equivalente ligado à terra (referencial inercial) ou mola e amortecedor equivalentes, ambos ligados à terra.

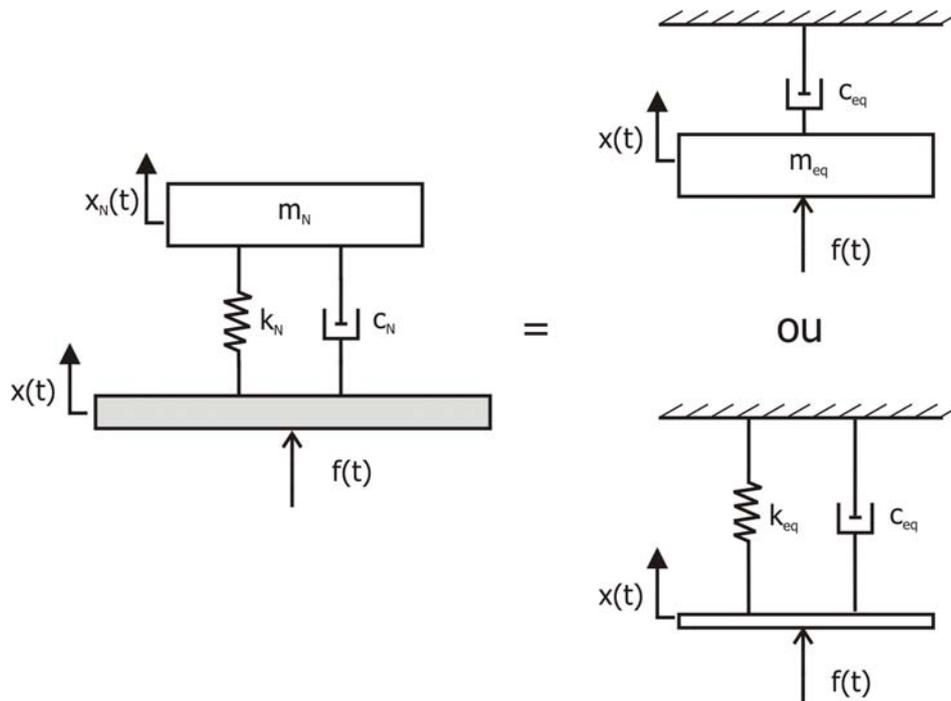


Figura 2.6 – Dois possíveis sistemas equivalentes para o neutralizador MCK [33]

Para que o exposto acima se verifique, basta que:

$$k_{eq}(\Omega) = \text{Re}\{K_n(\Omega)\} = -\Omega^2 m_n \frac{k_n(k_n - \Omega^2 m_n) + (\Omega c_n)^2}{(k_n - \Omega^2 m_n)^2 + (\Omega c_n)^2} \quad (2.12)$$

$$c_{eq}(\Omega) = \text{Re}\{Z_n(\Omega)\} = m_n \frac{\Omega^4 m_n c_n}{(k_n - \Omega^2 m_n)^2 + (\Omega c_n)^2} \quad (2.13)$$

$$m_{eq}(\Omega) = \text{Re}\{M_n(\Omega)\} = m_n \frac{k_n(k_n - \Omega^2 m_n) + (\Omega c_n)^2}{(k_n - \Omega^2 m_n)^2 + (\Omega c_n)^2} \quad (2.14)$$

Ver-se-á adiante, de forma sucinta, a partir do exposto em [2] e [33], que as representações equivalentes do neutralizador MCK são extremamente convenientes. Massa, rigidez e amortecimento equivalentes são conhecidos como parâmetros equivalentes.

2.3 Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade

2.3.1 Sistema Primário com Amortecimento Viscoso

A equação dinâmica que governa o movimento de um sistema linear, invariante no tempo, não giroscópico, não circulatório, com múltiplos graus de liberdade (n) e com amortecimento viscoso, é dada como segue:

$$M \ddot{q}(t) + C \dot{q}(t) + K q(t) = f(t) \quad (2.15)$$

Uma possível solução para o problema acima, no caso de vibrações livres, ou seja, $f(t) = 0$, é do tipo $q_i(t) = a_i e^{st}$, para $i = 1:n$, ou:

$$q(t) = \phi e^{st} \quad \text{para } i = 1:n \quad (2.16)$$

considerando que ϕ é um vetor das constantes $a_{i=1:n}$.

Desta forma, substituindo (2.16) em (2.15), tem-se $[s^2 M + sC + K] \phi e^{st} = 0$. Como e^{st} é sempre diferente de zero, temos:

$$[s^2 M + sC + K] \phi = 0 \quad (2.17)$$

A solução não trivial, isto é, com $\phi \neq 0$, será possível se o determinante da matriz do sistema for nulo, como segue:

$$\det[s^2 M + sC + K] = 0 \quad (2.18)$$

Do polinômio formado na Eq. (2.18), obtém-se $2n$ valores de s . Assim, para cada valor de s_j , com $j = 1:2n$, determina-se um vetor ϕ_j , a menos de uma constante. As raízes s_j são chamadas autovalores do sistema, enquanto os vetores ϕ_j correspondentes são os autovetores.

Os autovalores dependem somente das características do sistema, neste caso, características inerciais, elásticas e dissipativas. Os $2n$ autovalores podem assumir formas diferentes, dependendo do problema em tela. Eles podem ser reais e distintos, reais e iguais e complexos conjugados. A cada autovalor complexo do tipo $s_j = \sigma_j + i\nu$, corresponde um outro, também complexo e conjugado, $s_j^* = \sigma_j - i\nu$. A um par de autovalores complexos conjugados, corresponde um par de autovetores, também complexos conjugados.

Embora os sistemas físicos reais sempre tenham amortecimento, o problema não amortecido é de fundamental importância e por isso, ele será analisado na seqüência. O fato de se desconsiderar a matriz de amortecimento facilita o cálculo do problema de autovalores, uma vez que as matrizes envolvidas nesse caso são do tipo positiva definida. Esta propriedade não se verifica quando se considera o sistema com amortecimento geral [5].

Assim, considerando $C = 0$, a Eq. (2.17) toma a seguinte forma:

$$\left[s^2 M + K \right] \phi = 0 \quad (2.19)$$

Demonstra-se que os autovalores do problema definido pela Eq. (2.19) são imaginários puros e conjugados [12]:

$$\begin{aligned} s_j &= i\Omega_j \\ s_j^* &= -i\Omega_j \end{aligned} \quad (2.20)$$

Por esta razão, o problema de autovalores não amortecido é, normalmente, escrito como segue:

$$K\phi = \Omega^2 M\phi \quad (2.21)$$

Pode-se visualizar, da equação acima, que os autovetores correspondentes a s_j e s_j^* são reais e iguais. A solução deste problema conduz diretamente aos valores de Ω_j^2 e ϕ_j , para $j = 1:n$. Confunde-se muitas vezes, por esta razão, Ω_j^2 com o j -ésimo autovalor do sistema, quando na realidade o autovalor é dado conforme (2.20).

Em forma matricial, a solução completa é dada por:

$$\begin{aligned} \Lambda &= \text{diag}(\Omega_j^2) \\ \Phi &= [\phi_1 \quad \phi_2 \cdots \phi_n] \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde as frequências Ω_j recebem o nome de frequências naturais, ou frequências próprias, do sistema, enquanto que os ϕ_j são os autovetores correspondentes ou modos de vibrar. O conjunto de matrizes acima é conhecido como modelo modal do sistema e as matrizes M e K formam o modelo espacial.

É importante notar que a matriz de autovalores é única, diferentemente da matriz de autovetores. Isto pode ser demonstrado de forma simples, uma vez que existirão infinitos vetores, a menos de uma constante, que satisfazem a Eq. (2.21), para um dado valor de Ω_j^2 .

Do modelo modal, podemos escrever as seguintes relações, a partir da propriedade conhecida como ortogonalidade [12]:

$$\begin{aligned}\Phi^T M \Phi &= \text{diag}(m_r) \\ \Phi^T K \Phi &= \text{diag}(k_r)\end{aligned}\tag{2.23}$$

onde:

$$\text{diag}(\Omega_r^2) = [\text{diag}(m_r)]^{-1} \text{diag}(k_r)$$

Cada componente da expressão anterior é dado por $\Omega_r = k_r / m_r$. Os parâmetros m_r e k_r são denominados, respectivamente, massa e rigidez modal do r -ésimo modo, com $r = 1:n$.

Normalizando-se cada autovetor através da raiz quadrada da massa modal, o sistema passa a ser ortonormal e, com isso, as seguintes relações também serão válidas:

$$\begin{aligned}\Psi^T M \Psi &= I \\ \Psi^T K \Psi &= \text{diag}(\Omega_r^2)\end{aligned}\tag{2.24}$$

em que

$$\psi_r = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \phi_r$$

Do problema de autovalores para o sistema sem amortecimento, podemos concluir que a matriz modal Φ , Eq. (2.23), é capaz de diagonalizar as matrizes de massa e rigidez do sistema linear considerado. Entretanto, para uma matriz de amortecimento qualquer, não existe nenhuma relação que garanta que o produto $\Phi^T C \Phi$ seja diagonal.

Contudo, a experiência demonstra que, no caso de estruturas vibrantes de baixo amortecimento modal, o produto $\Phi^T C \Phi$ é diagonal dominante [12]. Estes sistemas são ditos classicamente amortecidos. Nestes casos, também pode-se considerar a matriz modal $\bar{\Phi}$, definida em (2.22), como a matriz modal do sistema amortecido.

Assim, a matriz de amortecimento clássico é caracterizada pela seguinte propriedade:

$$\Phi^T C \Phi = \text{diag}(c_r)$$

Ou seja, para este tipo de amortecimento, a matriz modal do problema não amortecido, definida em (2.22), também diagonaliza a matriz de amortecimento [5].

Para se ilustrar a importância do modelo modal, escreve-se a Eq. (2.15) no domínio da frequência através da transformada de Fourier. Desta forma, o sistema de equações para um sistema linear com múltiplos graus de liberdade, no domínio da frequência, é dado por:

$$\left[-\Omega^2 M + i\Omega C + K \right] Q(\Omega) = F(\Omega) \quad (2.25)$$

sendo $F(\Omega)$ e $Q(\Omega)$ a transformada de Fourier de $f(t)$ e $q(t)$, respectivamente.

Realize-se a seguinte transformação de coordenadas:

$$Q(\Omega) = \Psi P(\Omega) \quad (2.26)$$

onde $Q(\Omega)$ são as coordenadas físicas, também conhecidas como coordenadas generalizadas, e $P(\Omega)$ as coordenadas principais que, geralmente, não têm sentido físico. Substituindo (2.26) em (2.25) e pré-multiplicando esta última por Ψ^T , obtém-se:

$$\left[-\Omega^2 I + i\Omega \text{diag}(2\xi_r \Omega_r) + \text{diag}(\Omega_r^2) \right] P(\Omega) = N(\Omega) \quad (2.27)$$

onde $N(\Omega) = \Psi^T F(\Omega)$, $\xi_r = \frac{c_r}{2\Omega_r m_r}$ e $r = 1:n$.

O espaço gerado por esta transformação recebe o nome de espaço modal e tem a característica fundamental de que, nele, o sistema de equações está desacoplado. Isto significa que se pode resolver, de forma individual, cada linha r da Eq. (2.27), da mesma forma que para sistemas simples com um grau de liberdade. Uma linha genérica r deste sistema de equações será:

$$\left[-\Omega^2 + i\Omega 2\xi_r \Omega_r + \Omega_r^2 \right] P_r(\Omega) = N_r(\Omega)$$

Definindo a matriz D_0 como:

$$D_0 = \left[-\Omega^2 I + i\Omega \text{diag}(2\xi_r \Omega_r) + \text{diag}(\Omega_r^2) \right]$$

as coordenadas principais podem ser calculadas. Assim:

$$P(\Omega) = D_0^{-1} N(\Omega) = D_0^{-1} \Psi^T F(\Omega) \quad (2.28)$$

Pode-se observar que a matriz D_0 é diagonal e, portanto, sua inversa é calculada simplesmente pela inversão de cada elemento da diagonal. Esta matriz é denominada matriz resposta em frequência do espaço modal.

Pré-multiplicando a Eq. (2.28) pela matriz Ψ , obtém-se a resposta em coordenadas generalizadas, como segue:

$$Q(\Omega) = \Psi D_0^{-1} \Psi^T F(\Omega) \quad (2.29)$$

Em analogia com sistemas de um grau de liberdade, define-se a matriz resposta em frequência em coordenadas físicas como:

$$\alpha(\Omega) = \Psi D_0^{-1} \Psi^T$$

Um elemento particular da matriz acima é:

$$\alpha_{ks}(\Omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\Psi_{kr} \Psi_{sr}}{-\Omega^2 + \Omega_r^2 + i2\zeta_r \Omega_r \Omega} \quad (2.30)$$

A função $\alpha_{ks}(\Omega)$ representa a resposta em frequência do sistema que relaciona a resposta na coordenada generalizada k à excitação aplicada na coordenada s .

2.3.2 Adição de Neutralizadores Dinâmicos

Consideremos, agora, a aplicação de um neutralizador dinâmico de vibrações a um sistema linear, com múltiplos graus de liberdade e amortecimento viscoso clássico.

Como vislumbrado no item 2.2, a adição de um neutralizador dinâmico segundo uma coordenada generalizada q_r , coordenada essa que tenha um sentido físico, pode ser representada como a adição de uma massa equivalente m_{eq} e um amortecedor equivalente c_{eq} ligado à terra, segundo essa mesma coordenada. Em outras palavras, o sistema primário "sente" o neutralizador como uma massa equivalente e um amortecedor equivalente ligado à terra [13].

Essa adição causa os seguintes acréscimos na energia cinética e na potência dissipada no sistema [33]:

$$\Delta T_{2r} = \frac{1}{2} m_{eq} \dot{q}_r(t)^2$$

$$\Delta \tau_r = \frac{1}{2} c_{eq} \dot{q}_r(t)^2$$

Conseqüentemente, as matrizes de massa e de amortecimento do sistema serão alteradas. Agora, a equação que descreve o movimento do sistema composto, expressa em coordenadas generalizadas absolutas, é dada por [4]:

$$\tilde{M} \ddot{q}(t) + \tilde{C} \dot{q}(t) + K q(t) = f(t) \quad (2.31)$$

em que as matrizes de massa e amortecimento do sistema composto são dadas por:

$$\tilde{M} = M + M_{eq}$$

$$\tilde{C} = C + C_{eq}$$

onde:

M : Matriz de massa do sistema primário;

M_{eq} : Matriz de massa equivalente;

C : Matriz de amortecimento;

C_{eq} : Matriz de amortecimento viscoso equivalente.

Abordemos, então, a adição de p neutralizadores ao sistema de n graus de liberdade. Neste caso, as matrizes do sistema são descritas por:

$$\tilde{M} = M + M_{eq} = M + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{eq1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{eqp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

$$\tilde{C} = C + C_{eq} = C + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{eq1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{eqp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

Aplicando a transformada de Fourier na Eq. (2.31), temos:

$$\left[-\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + K \right] Q(\Omega) = F(\Omega) \quad (2.32)$$

Vale a pena notar que os efeitos provenientes da adição dos neutralizadores apenas modificam as matrizes de massa e de amortecimento do sistema composto. O vetor das coordenadas generalizadas do sistema primário permanece inalterado [13].

Chamando de Ψ a matriz modal do sistema, é possível realizar a seguinte transformação de coordenadas:

$$Q(\Omega) = \Psi P(\Omega) \quad (2.33)$$

O conceito de espaço modal pode ser aplicado para sistemas compostos (sistema primário + neutralizadores), a partir dos autovetores do sistema primário, uma vez que a Eq. (2.32) é expressa em função das coordenadas generalizadas do sistema primário apenas. Isso resulta do uso dos parâmetros equivalentes [2], [33].

É importante notar, entretanto, que, no espaço modal, o sistema composto não ficará desacoplado, uma vez que esta transformação não diagonalizará as matrizes \tilde{M} e \tilde{C} , agora compostas também pelos parâmetros equivalentes, em sua forma generalizada. Também é importante notar que o modelo representado pela Eq. (2.32) pode ter milhares de graus de liberdade, especialmente quando as matrizes são computadas via elementos finitos [2].

Substituindo a equação (2.33) na Eq. (2.32) e pré multiplicando por Ψ^T , tem-se, a partir das propriedades do autovetores, que:

$$\left\{ -\Omega^2 [I + M_{eq}(\Omega)] + i\Omega [diag(2\xi_r \Omega_r) + C_{eq}(\Omega)] + [diag(\Omega_r^2)] \right\} P(\Omega) = N(\Omega) \quad (2.34)$$

onde:

$$N(\Omega) = \Psi^T F(\Omega)$$

M_{eq} e C_{eq} são as matrizes que contém os coeficientes (parâmetros) de massa e amortecimento equivalentes no espaço modal.

Podemos reescrever a Eq (2.34) como se segue:

$$\{D_1 + D_2\} P(\Omega) = N(\Omega)$$

onde

$$D_1 = \left\{ -\Omega^2 [I] + i\Omega [diag(2\xi_r \Omega_r)] + [diag(\Omega_r^2)] \right\}$$

$$D_2 = \left\{ -\Omega^2 [M_{eq}(\Omega)] + i\Omega [C_{eq}(\Omega)] \right\}$$

A resposta do sistema no espaço modal, $P(\Omega)$, será:

$$P(\Omega) = \{D_1 + D_2\}^{-1} N(\Omega)$$

donde se chega a:

$$Q(\Omega) = \Psi \{D_1 + D_2\}^{-1} \Psi^T F(\Omega) \quad (2.35)$$

A matriz de receptância do sistema composto, com múltiplos graus de liberdade, no espaço físico, será:

$$\alpha(\Omega) = \Psi \{D_1 + D_2\}^{-1} \Psi^T \quad (2.36)$$

Truncamento

Como já comentado anteriormente, na prática, um sistema complexo pode apresentar um número muito grande de graus de liberdade. Entretanto, geralmente, alguns poucos modos desse sistema são importantes na composição de sua vibração. Estes modos são aqueles que se encontram dentro de uma certa faixa de interesse. Portanto, a solução do problema de autovalores associado pode se restringir a apenas dez a vinte autovalores e autovetores.

Assuma-se, então, a seguinte transformação de coordenadas:

$$Q(\Omega) = \hat{\Psi} P(\Omega) \quad (2.37)$$

onde $\hat{\Phi}$ é a matriz modal truncada do sistema primário, de ordem $n \times \hat{n}$. O número de graus de liberdade é representado por n e \hat{n} representa o número de autovetores atualmente computados ou medidos. Geralmente, $\hat{n} \ll n$.

Substituindo a Eq. (2.37) em (2.32) e pré-multiplicando por $\hat{\Psi}^T$, obtém-se:

$$\left\{ -\Omega^2 \left[\text{diag}(\hat{m}_j) + \hat{M}_{eq}(\Omega) \right] + i\Omega \left[\text{diag}(\hat{c}_j) + \hat{C}_{eq}(\Omega) \right] + \left[\text{diag}(\hat{k}_j) \right] \right\} P(\Omega) = \hat{N}(\Omega) \quad (2.38)$$

com

$$\hat{N}(\Omega) = \hat{\Psi}^T F(\Omega) \quad (2.39)$$

Os elementos das matrizes $\hat{M}_{eq}(\Omega)$ e $\hat{C}_{eq}(\Omega)$ podem ser escritos como:

$$\hat{M}_{eq(s,r)}(\Omega) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} m_{eq_i} \Psi_{k_i s} \Psi_{k_i r}$$

$$\hat{C}_{eq(s,r)}(\Omega) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} c_{eq_i} \Psi_{k_i s} \Psi_{k_i r}$$

A expressão (2.38) representa um sistema de \hat{n} equações, com $\hat{n} \ll n$, que pode ser resolvido de forma bem mais expedita após calculadas as equações (2.13) e (2.14), que correspondem aos parâmetros equivalentes generalizados dos neutralizadores. A equação (2.38)

mostra que, no espaço modal, o sistema de equações não é desacoplado. Isto é provocado ao se introduzir, no sistema de equações, os efeitos da adição dos neutralizadores dinâmicos.

Em coordenadas generalizadas, de (2.38) e (2.39), mostra-se que a solução é:

$$P(\Omega) = \hat{D}^{-1} \hat{N}(\Omega) \quad (2.40)$$

ao passo que, em coordenadas físicas, a solução é:

$$Q(\Omega) = \hat{\Psi} \hat{D}^{-1} \hat{\Psi}^T F(\Omega) \quad (2.41)$$

onde:

$$\hat{D} = \hat{D}_0 - \Omega^2 \hat{M}_n(\Omega) + i\Omega \hat{C}_n(\Omega) \quad (2.42)$$

e

$$\hat{D}_0 = \text{diag}(\hat{k}_j - \hat{m}_j \Omega^2 + i\Omega \hat{c}) \quad (2.43)$$

Pode-se observar que a matriz \hat{D}_0 é diagonal, enquanto que a matriz \hat{D} , que representa o sistema composto, não o é. Se os autovetores são ortonormalizados através da matriz de massa, a Eq. (2.42) toma a seguinte forma:

$$\hat{D}_0 = \text{diag}(\Omega_j^2 - \Omega^2 + 2i \xi_j \Omega_j \Omega) \quad (2.44)$$

Ressalta-se, da Eq. (2.40), que a matriz \hat{D}^{-1} é a matriz resposta em frequência no espaço modal truncado do sistema composto. Conhecendo-se os parâmetros modais do sistema primário e as características dos neutralizadores adicionados, essa matriz pode ser calculada. Esse fato pode ser generalizado para sistemas primários que apresentam amortecimento não viscoso [3].

2.4 Controle Passivo por Neutralizadores Viscoelásticos

A partir da modelagem do sistema composto no espaço modal, pode-se optar por dois caminhos, visando o controle de vibrações por meio dos neutralizadores dinâmicos: o controle modo-a-modo e o controle em uma banda de frequência.

O controle modo-a-modo foi aplicado por Silva [33]. Naquela metodologia, despreza-se o acoplamento do sistema e, desta forma, projeta-se um neutralizador ótimo para o modo desejado. Isto é feito através de uma correlação direta com a teoria clássica, para sistemas com um grau de liberdade (técnica dos pontos fixos, item 2.1).

Já o controle em uma faixa de frequência é mais realista, à medida que o acoplamento do sistema composto (equação 2.38) não é desprezado. Segundo essa metodologia, apresentada por Bavastri em [2], são utilizadas técnicas numéricas de otimização não-linear para se encontrar os parâmetros ótimos dos neutralizadores, dentro da faixa de frequência de interesse.

O presente trabalho interessa-se pelo controle passivo, via neutralizadores viscoelásticos de vibração, ao longo de uma faixa de frequência. Assim sendo, uma exposição compacta da metodologia apresentada por Bavastri será feita, já particularizada para o uso de dispositivos viscoelásticos.

O uso de dispositivos viscoelásticos, entre eles os neutralizadores, demanda o conhecimento preciso das características dinâmicas do material viscoelástico empregado. Em especial, requer-se o conhecimento de como essas características variam com a frequência e a temperatura.

Assim sendo, serão feitas, preliminarmente, algumas considerações quanto à caracterização de materiais viscoelásticos.

2.4.1 Caracterização de Materiais Viscoelásticos

Materiais viscoelásticos são amplamente utilizados como meio de fornecer amortecimento às estruturas e, assim, reduzir suas vibrações indesejadas [34]. Estes materiais apresentam excelentes propriedades dinâmicas em sua região de transição, podendo possibilitar a redução de vibrações em uma ampla faixa de frequência.

Desta forma, esses materiais podem ser utilizados na construção dos neutralizadores dinâmicos, fornecendo à estes dispositivos tanto amortecimento quanto rigidez. Os neutralizadores viscoelásticos, via de regra constituídos de elementos de material viscoelástico juntamente com elementos metálicos, podem controlar vibrações de maneira mais eficaz do que um sistema secundário do tipo massa-mola [2]. Além disso, sua simplicidade na construtiva deve ser destacada.

Contudo, como já antecipado, um projeto eficiente de engenharia envolvendo materiais viscoelásticos necessita do conhecimento detalhado do comportamento dinâmico desses materiais. Esse comportamento claramente apresenta dependência em relação a fatores tais como frequência de excitação, temperatura ambiente e magnitudes dos carregamentos dinâmicos, dentre outros. Na faixa linear, a temperatura e a frequência são as duas variáveis mais importantes [25].

Caracterização Dinâmica Clássica

Um modo simples e consistente de se descrever o comportamento linear dos materiais viscoelásticos é através da representação por módulos complexos. De acordo com esta abordagem, as relações tensão-deformação de um material sob carregamento dinâmico podem ser representadas, de forma compacta, por quantidades ou módulos complexos. Nesta abordagem, os módulos complexos representam em sua parte real as características elásticas do material e, na parte imaginária, suas características dissipativas. Assim, a tensão de cisalhamento \bar{G} de um material, expressa em módulo complexo, resulta em [26]:

$$\bar{G} = G_R + iG_I \quad (2.45)$$

onde G_R é o módulo real de cisalhamento e G_I o módulo imaginário de cisalhamento.

Definindo o fator de perda de cisalhamento η_G como a razão entre a parte imaginária e a parte real, pode-se reescrever a Eq. (2.45) como:

$$\bar{G} = G_R(1 + i\eta_G) \quad (2.46)$$

Como os materiais viscoelásticos são dependentes da temperatura e da frequência, é apropriado escrever o módulo complexo de cisalhamento em função destas variáveis. Desta forma, temos:

$$\bar{G}(\Omega, T) = G_R(\Omega, T)[1 + i\eta_G(\Omega, T)] \quad (2.47)$$

Para que se possa desenvolver corretamente uma estratégia de controle de vibrações utilizando materiais viscoelásticos, as duas propriedades dinâmicas básicas que precisam ser conhecidas são exatamente o módulo real de cisalhamento e o correspondente fator de perda do material [29].

O conhecimento completo dessas propriedades dinâmicas, para um material viscoelástico de interesse, é garantido após diversos ensaios experimentais, ao longo de amplas faixas de frequência e temperatura. Via de regra, o que resulta dos diversos procedimentos existentes é um conjunto de curvas, em uma banda de frequência característica do procedimento empregado, estando cada curva associada a uma temperatura de ensaio, como ilustrado na Fig. 2.7.

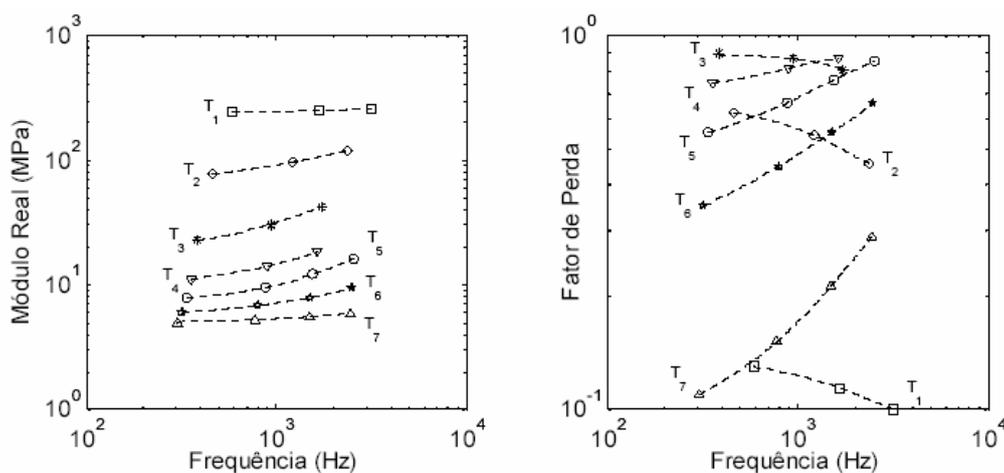


Figura 2.7 – Gráficos das Propriedades Dinâmicas Medidas [26]

Classicamente, todas as abordagens existentes processam essas informações de temperatura isoladamente para, numa segunda etapa, reuni-las e gerar uma representação completa.

Para diversos materiais de interesse, a chave para se obter uma caracterização dinâmica ampla, a partir de dados experimentais limitados, é o assim chamado princípio de superposição frequência temperatura [29]. Esse princípio estabelece que as diversas curvas de propriedades dinâmicas podem ser superpostas, em uma temperatura de referência qualquer, por meio de deslocamentos em frequência apropriados, formando assim, duas curvas mestras únicas, uma para cada propriedade.

Matematicamente, tem-se que:

$$G_{R0}(\Omega_{red}) = \frac{T_0 \rho_0}{T \rho} G_R(\Omega, T)$$

$$\eta_{G0}(\Omega_{red}) = \eta_G(\Omega, T)$$

onde $\Omega_{red} = \alpha_T(T) \Omega$ é a frequência reduzida, α_T é o fator de deslocamento (cujos os valores são $0 < \alpha_T < 1$ para $T > T_0$, $\alpha_T = 1$ para $T = T_0$ e $\alpha_T > 1$ para $T < T_0$), T_0 é a temperatura de referência (em escala absoluta), ρ é a densidade e ρ_0 é a densidade à temperatura de referência.

As expressões acima estabelecem que, exceto por um fator ($T_0 \rho_0 / T \rho$) para o módulo de cisalhamento (via de regra desprezável), as propriedades dinâmicas obtidas a uma frequência Ω e temperatura T são iguais às propriedades dinâmicas a uma frequência composta Ω_{red} e a uma temperatura T_0 . Embora a temperatura de referência seja arbitrária, sua escolha, para um certo conjunto de dados experimentais, terá influência na qualidade da representação final obtida [26].

A determinação do fator de deslocamento α_T é de crucial importância para o processo de consolidação das curvas. Tipicamente, o que se faz é estimar os valores que fazem com que as curvas parciais se desloquem em frequência, de tal modo que superposições completas sejam alcançadas na temperatura de referência. De grande utilidade é o ajuste desses valores a uma equação empírica, consistente com a experiência e conhecida como equação WLF (Williams-Landel-Ferry) [26], qual seja:

$$\log_{10} \alpha_T(T) = \frac{\theta_1(T - T_0)}{\theta_2 + T - T_0} \quad (2.48)$$

onde θ_1 e θ_2 são parâmetros a serem determinados para cada material.

Uma vez consolidadas, as propriedades dinâmicas são exibidas, de forma padronizada, em nomogramas, ou diagrama de frequência reduzida. Esses nomogramas têm sido adotados tanto por pesquisadores quanto por fabricantes de materiais viscoelásticos. Expressões paramétricas têm sido ajustadas aos dados, de sorte que representações contínuas estejam disponíveis, tanto gráfica como analiticamente. Um exemplo de nomograma é mostrado na Fig. 2.8.

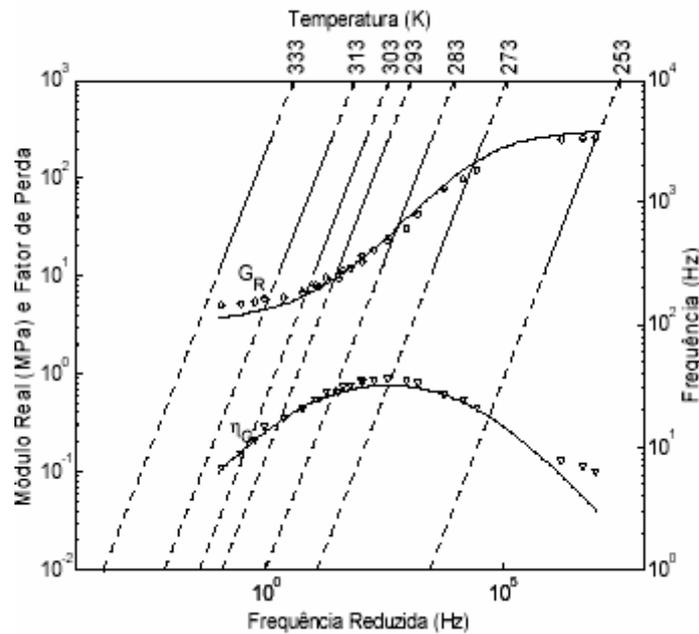


Figura 2.8 - Nomograma de frequência reduzida [26]

Abordagem por Derivadas Generalizadas

O módulo complexo de cisalhamento de um certo material viscoelástico pode, com o uso do cálculo fracional, ser descrito por [25]:

$$\bar{G}(\Omega) = \frac{G_L + G_H b(i\Omega)^\beta}{1 + b(i\Omega)^\beta} \quad (2.49)$$

onde G_L é o módulo elástico, G_H o módulo vítreo, b um parâmetro real e β a ordem da derivada generalizada (ou fracionária) associada, sendo que $0 < \beta < 1$.

Em Espindola *et al* [11], uma nova abordagem para caracterização de materiais viscoelásticos é introduzida. Segundo essa abordagem, pode-se identificar um vetor de parâmetros $x = [G_L, G_H, b, \beta]$, que corresponda a um material de interesse.

O procedimento experimental subjacente consiste na excitação, ao longo de uma ampla faixa de frequência e em determinadas temperaturas, de um corpo de prova simples, composto por duas massas, separadas por elementos elastoméricos. A excitação se dá apenas na massa externa e a razão das respostas, capturada por acelerômetros fixados em cada uma das massas, fornece a função transmissibilidade experimental $\bar{T}_E(\Omega)$.

Numa segunda etapa, a função transmissibilidade, obtida numa certa temperatura, é comparada à função transmissibilidade teórica $\bar{T}(\Omega)$ correspondente. A partir daí, os dados experimentais são ajustados de forma a se encontrar um vetor x que minimize a soma dos erros quadráticos entre a transmissibilidade teórica e experimental.

A repetição desse procedimento em outras temperaturas resulta no levantamento de parâmetros para toda a faixa de interesse. Esses parâmetros são, posteriormente, consolidados num único vetor final de parâmetros, com o uso de um recurso gráfico conhecido como gráfico de Wicket.

O fator de deslocamento é calculado, nas temperaturas de ensaio, através de [25]:

$$\alpha_T(T) = (b / b_{T_0})^{1/\beta} \tag{2.50}$$

onde b_{T_0} é o valor de b na temperatura de referência T_0 , de escolha arbitrária.

Uma expressão geral para o fator de deslocamento pode ser obtida, ajustando-se os valores encontrados como indicado acima à Eq. (2.48).

Generalizando a expressão (2.49), com o auxílio de (2.50), pode-se escrever:

$$\bar{G}(\Omega, T) = \frac{G_L + G_H b_{T_0} [i\alpha_T(T)\Omega]^\beta}{1 + b_{T_0} [i\alpha_T(T)\Omega]^\beta} \tag{2.51}$$

Esta expressão permite que o método complexo de cisalhamento seja calculado em qualquer frequência e temperatura de interesse, com o suporte de (2.48).

2.4.2 Projeto Ótimo de Neutralizadores Viscoelásticos

Um neutralizador viscoelástico simples, conectado a um sistema mecânico de interesse, pode ser considerado como um sistema de um grau de liberdade [4]. Nesse caso, o neutralizador tem uma massa conectada à sua base através de um ou mais elementos de material viscoelástico (ver Fig. 2.9), cuja rigidez complexa é dada por:

$$K_n(\Omega, T) = L\bar{G}(\Omega, T) = LG_R(\Omega, T)[1 + i\eta_G(\Omega, T)] \tag{2.52}$$

em que L é um fator que depende da geometria dos elementos viscoelásticos [12].

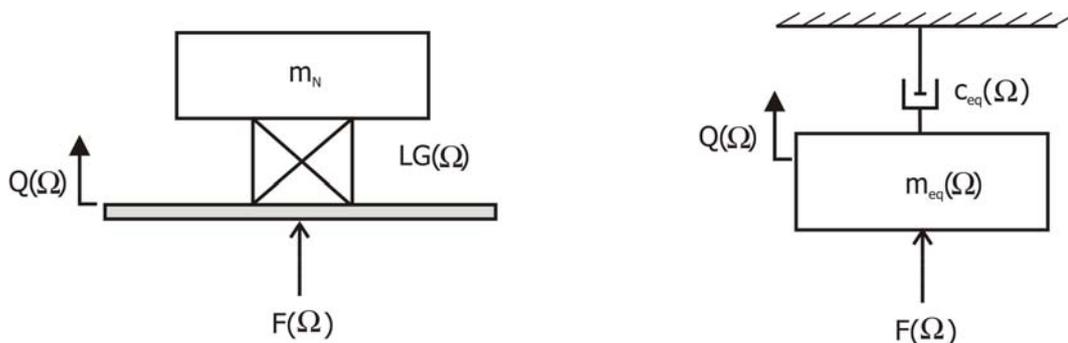


Fig. 2.9 - Sistema de um grau de liberdade, com seu sistema equivalente

Mostra-se que a impedância e a massa dinâmica para o modelo da Fig. 2.9 são representadas por dadas por [3]:

$$Z_n(\Omega, T) = \frac{-im_n \Omega L \bar{G}(\Omega, T)}{m_n \Omega^2 - L \bar{G}(\Omega, T)} \quad (2.53)$$

$$M_n(\Omega, T) = -m_n \frac{L \bar{G}(\Omega, T)}{m_n \Omega^2 - L \bar{G}(\Omega, T)} \quad (2.54)$$

A variável T será, doravante, omitida, por brevidade.

A frequência de antirressonância do neutralizador é definida de forma que, na ausência de amortecimento, o denominador das expressões anteriores seja igual a zero, ou seja:

$$\Omega_a^2 = \frac{LG(\Omega_a)}{m_n} \quad (2.55)$$

Definindo-se a relação $LG(\Omega) = LG(\Omega_a) r(\Omega, T)$, as Eqs. (2.53) e (2.54) podem ser escritas da seguinte forma:

$$Z_n(\Omega) = -im_n \Omega_a \frac{\varepsilon_a r(\Omega) [1 + i\eta(\Omega)]}{\varepsilon_a^2 - r(\Omega) [1 + i\eta(\Omega)]} \quad (2.56)$$

$$M_n(\Omega) = -m_n \frac{r(\Omega) [1 + i\eta(\Omega)]}{\varepsilon_a^2 - r(\Omega) [1 + i\eta(\Omega)]} \quad (2.57)$$

em que $r(\Omega) = G(\Omega)/G(\Omega_a)$ e $\varepsilon_a = \Omega/\Omega_a$.

Os parâmetros equivalentes generalizados de massa e amortecimento viscoso são definidos por:

$$c_{eq}(\Omega) = \text{Re} \{ Z_n(\Omega) \} \quad (2.58)$$

$$m_{eq}(\Omega) = \text{Re} \{ M_n(\Omega) \} \quad (2.59)$$

Com estes parâmetros equivalentes, os modelos da Fig. 2.9 são dinamicamente equivalentes, como já exposto no item 2.2. Desta forma, a dinâmica do sistema composto (sistema primário + neutralizador) pode ser formulada apenas em função das coordenadas generalizadas do sistema primário, ainda que o neutralizador tenha acrescentado um grau de liberdade ao sistema composto. Esta é a principal vantagem introduzida pelos parâmetros equivalentes generalizados.

Tendo sido definidos os parâmetros equivalentes generalizados, a adição de um ou mais

neutralizadores viscoelásticos a um sistema mecânico linear, com múltiplos graus de liberdade, se dá como exposto no item 2.3.2. Lá também foi exposto que a formulação apresentada é flexível o suficiente para permitir a descrição dos efeitos da aplicação de neutralizadores viscoelásticos, caso se tenha, do sistema mecânico de interesse, simplesmente o seu modelo modal truncado (frequências naturais não amortecidas, fatores de perda modais e modos de vibrar numa faixa de interesse). Esse modelo modal truncado pode ser obtido, por exemplo, através de uma modelagem por elementos finitos ou como resultado de uma análise modal experimental [14], como será o caso do presente trabalho.

Considere-se, agora, o controle passivo de vibrações do sistema primário de interesse, ao longo de uma certa faixa de frequência. A fim de se determinar os parâmetros físicos ótimos dos neutralizadores viscoelásticos, ou seja, aqueles parâmetros derivados de suas características construtivas que conduzem, dentro de limites, aos melhores parâmetros equivalentes generalizados para o controle em tela, lança-se mão da abordagem apresentada por Bavastrri [2] e Bavastrri e Espíndola [3].

Por aquela abordagem, define-se, a partir das coordenadas generalizadas $P(\Omega)$, uma função objetivo tal que

$$f_{obj}(x): R^n \rightarrow R \quad (2.60)$$

com

$$f_{obj}(x) = \left\| \max_{\Omega_1 < \Omega < \Omega_2} P(\Omega, x) \right\|_2 \quad (2.61)$$

onde $\| \cdot \|_2$ significa norma 2 e Ω_1 e Ω_2 os limites inferior e superior da faixa de frequência de interesse.

Desta forma, o problema de otimização será minimizar a função objetivo:

$$\min f_{obj}(x) \quad (2.62)$$

sujeito às seguintes restrições de desigualdade

$$x_i^L < x_i < x_i^H \quad (2.63)$$

sendo x o vetor de projeto, cujas componentes são as frequências de antirressonância de cada neutralizador.

Para se encontrar a solução deste problema, emprega-se um algoritmo híbrido, que mescla técnicas de otimização não linear, quais sejam, algoritmo genético e método Quase-Newton [2]. O algoritmo genético fornece uma aproximação inicial da variável de projeto x , que é passada como ponto de partida para o método de Quase-Newton.

Como resultado, se obtêm as frequências de antirressonância, também conhecidas como frequências naturais ótimas, dos neutralizadores.

Esclarece-se que, para sistemas de um grau de liberdade, a relação de massa entre o neutralizador e o sistema primário deve ser definida por

$$\mu_m = \frac{m_n}{m} = 0,1 \text{ a } 0,25$$

Em [33], foi proposta uma relação de massa modal para sistemas de múltiplos graus de liberdade, para um controle modo a modo. Esta relação é:

$$\mu_j = \frac{m_n \sum_{i=1}^p \Phi_{k_i j}^2}{m_j} \quad (2.64)$$

Posteriormente, em [2], esta relação foi utilizada para um controle em banda larga, definindo-se a massa dos neutralizadores através de uma média aritmética. Isto é, calcula-se a massa dos neutralizadores para cada modo dentro da faixa de frequência, e posteriormente, toma-se o valor médio. Esse procedimento é o que vem sendo usado.

Esclarece-se, ainda, que no cálculo das coordenadas generalizadas $P(\Omega)$, a excitação pode ser pontual ou distribuída. Nesse trabalho, foi usada excitação pontual, em que o vetor de excitação, $F(\Omega)$, é definido com um valor unitário em uma coordenada generalizada preestabelecida e com valores nulos nas restantes.

Capítulo 3 : Filtros Adaptativos

Os filtros adaptativos são elementos centrais nas ações de controle correspondentes e se caracterizam pela capacidade de variar seus parâmetros, através de um algoritmo de adaptação, de forma que eles convirjam a uma solução que minimize uma função custo, previamente determinada. Esses filtros podem, dessa forma, manter sua sintonia, em especial diante de fatores externos, tais como as variações dos sistemas que eles se destinam a controlar.

O desempenho de um sistema de controle ativo-adaptativo, implementado através de filtros adaptativos, é determinado, fundamentalmente, pelo algoritmo de adaptação, ou algoritmo de controle, utilizado. Dentre esses, podemos destacar o algoritmo LMS (*least mean square algorithm*), principalmente por sua simplicidade e robustez [39], [40].

Na área de controle adaptativo de vibrações e ruído acústico, o algoritmo mais utilizado é uma variante do LMS, conhecido como FXLMS (*filtered X LMS*) ou LMS filtrado. Nesse algoritmo, o sinal de referência é filtrado, para compensar os efeitos de operações de filtragem presentes no caminho de adaptação. Estas filtragens modificam substancialmente o comportamento do algoritmo.

Neste capítulo, serão apresentadas a estrutura e algumas das aplicações dos filtros adaptativos, em especial aquela no controle de vibrações. Será realizada também a derivação do algoritmo LMS. Ao final, as estruturas adaptativas de identificação e controle *feedforward*, utilizadas durante esse trabalho, serão detalhadas e discutidas. As operações e relações mais utilizadas no processamento digital de sinais subjacente são condensadas no Apêndice A.

3.1 Estrutura e Aplicações dos Filtros Adaptativos

3.1.1 Estrutura Genérica

O termo *filtro* refere-se comumente a qualquer dispositivo ou sistema que processa uma mistura de partículas ou elementos presentes em sua entrada, de acordo com algumas regras, de modo a gerar os elementos ou partículas correspondentes em sua saída. No contexto de sinais e sistemas, as partículas ou elementos são as componentes em frequência dos sinais e, tradicionalmente, os filtros são projetados para reter todas as componentes em uma banda de frequência e rejeitar o restante das componentes do sinal a ser filtrado [15].

Em relação à filtragem adaptativa de sinais, um filtro deve combinar os sinais de entrada de modo que, em sua saída, seja obtida uma boa estimativa de um dado sinal desejado. A Fig. 3.1 mostra a estrutura genérica de um filtro adaptativo.

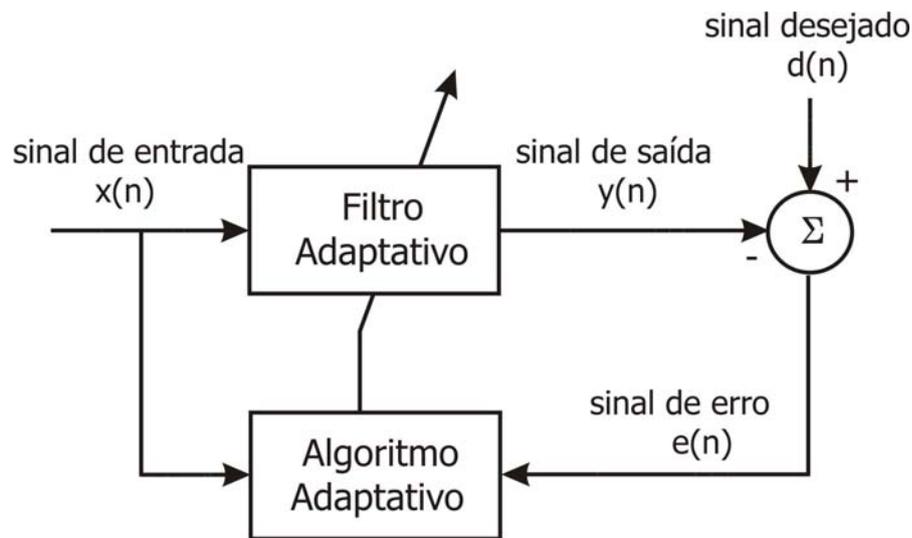


Figura 3.1 – Diagrama em blocos de um filtro adaptativo [15]

A função do algoritmo adaptativo é ajustar os coeficientes do filtro, a cada intervalo de amostragem, de forma a minimizar o valor do sinal de erro $e(n)$, de acordo com uma função custo apropriada.

Dependendo de como é realizado o cálculo do sinal de saída $y(n)$, os filtros adaptativos são freqüentemente classificados como filtros FIR (*finite impulse response*) e filtros IIR (*infinite impulse response*).

3.1.2 Filtro Adaptativo FIR

O filtro adaptativo FIR é o tipo de filtro mais utilizado nas aplicações de filtragem adaptativa. Sua saída $y(n)$ é calculada através de uma combinação linear entre as amostras presente e passadas do sinal de entrada $x(n)$, de acordo com a seguinte equação:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(n) x(n-i) \quad (3.1)$$

Os fatores $w_i(n)$ são os coeficientes do filtro e o comprimento do filtro adaptativo é dado por N . Os coeficientes do filtro podem variar no tempo, dependendo dos dados de entrada e do algoritmo de adaptação utilizado. A Fig. 3.2 apresenta o diagrama de blocos correspondente.

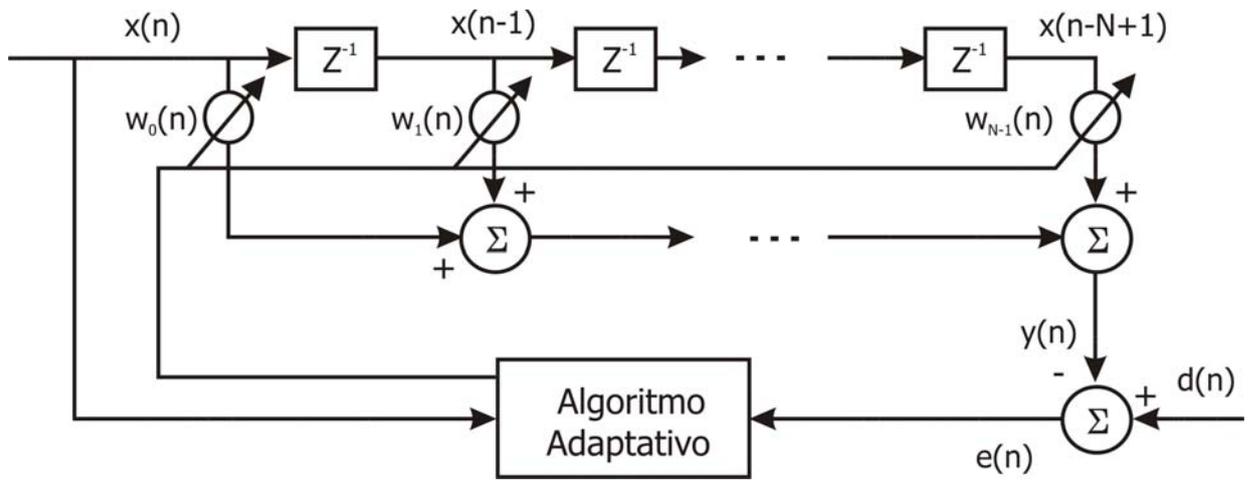


Figura 3.2 – Diagrama de blocos do filtro transversal FIR adaptativo

Em algumas aplicações, esses filtros são referenciados como filtros transversais, não-recursivos ou de média móvel (MA, do inglês *moving average*), embora exista a possibilidade de implementá-los recursivamente [10].

3.1.3 Filtros IIR

A saída de um filtro IIR é calculada através da seguinte equação:

$$y(n) = \sum_{j=1}^M a_j(n) y(n-j) + \sum_{i=0}^{N-1} b_i(n) x(n-i) \quad (3.2)$$

onde $a_j(n)$ e $b_i(n)$ são, respectivamente, os coeficientes de realimentação e avanço. A Fig. 3.3 mostra um diagrama de blocos deste filtro.

Estes filtros podem ser referenciados como filtros pólo-zero, recursivos ou auto-regressivos de média móvel (ARMA, do inglês *auto-regressive moving average*), embora os filtros ARMA sejam aqueles derivados de uma excitação de ruído branco.

Aplicando a transformada Z na Eq. (3.2), temos (ver Apêndice A):

$$A(z)Y(z) = B(z)X(z) \quad (3.3)$$

onde $A(z^{-1}) = 1 - a_1z^{-1} - \dots - a_Mz^{-M}$ e $B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{N-1}z^{-N+1}$

A Eq. (3.3) pode ser escrita como:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (3.4)$$

Diferentemente do filtro FIR, durante o processo de adaptação, um filtro IIR pode ter seus pólos localizados fora do círculo unitário, definido por $|z|=1$. Isto faz com que o filtro se torne instável. Além disso, a função custo (por exemplo, o erro médio quadrático, como função dos coeficientes do filtro) de um filtro IIR geralmente possui vários mínimos locais, o que dificulta o processo de adaptação. Por essas características, o filtro adaptativo IIR tem sua aplicação na filtragem adaptativa ainda bastante limitada.

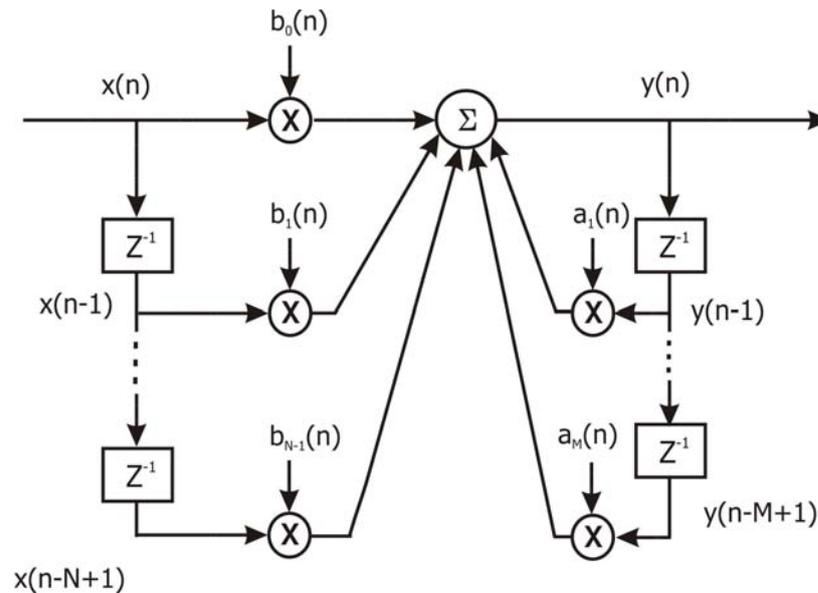


Figura 3.3 – Diagrama de blocos de um filtro IIR

Vale lembrar que tanto os filtros FIR quanto os filtros IIR podem ser implementados usando-se estruturas denominadas de treliças. Tais estruturas, geralmente, são mais complexas, mas apresentam bons resultados em determinadas aplicações [15], [27].

3.1.4 Aplicações

Atualmente os filtros adaptativos são aplicados em diversos campos, como controle de processos, comunicações, processamento de sinais de radar e sonar, cancelamento de interferência, controle ativo de ruído e vibrações, engenharia biomédica e outros [15].

A utilização de técnicas adaptativas em processamento de sinais foi desenvolvida principalmente a partir das décadas de 50 e 60, nas áreas de equalização, codificação de voz, análise espectral, cancelamento de ruído e lóbulos laterais em antenas. As aplicações podem ser divididas em quatro grupos principais [15], [38]:

Modelagem ou Identificação de Sistemas: O objetivo aqui é ajustar os parâmetros do filtro adaptativo de forma que a sua resposta se assemelhe à do sistema a ser identificado, permitindo, assim, a obtenção de um modelo para o processo desejado.

Pode-se citar, como exemplo, os reguladores auto-ajustáveis ou *self-tuning regulators* (STR), presentes em modernos sistemas de controle, onde a planta é identificada *on-line*. Uma outra aplicação seria o cancelamento de eco. Neste caso, o filtro adaptativo é utilizado para identificar a resposta impulsiva de um caminho entre a fonte na qual o eco é originado e o ponto onde o eco aparece. A saída do filtro adaptativo, que é uma estimativa do sinal de eco, pode então ser usada para cancelar este efeito indesejado.

Modelagem Inversa: Também conhecida como deconvolução. Neste caso, o filtro adaptativo deve identificar o modelo inverso da planta. A maior aplicação da modelagem inversa se dá no campo de comunicações onde um modelo inverso, conhecido como equalizador, é utilizado para diminuir a distorção nos canais de transmissão.

Predição Linear: Predição é uma técnica de estimação espectral, utilizada para a modelagem de processos aleatórios correlacionados, com o objetivo de encontrar uma representação paramétrica destes processos. O sistema ADPCM (*adaptive differential pulse code modulation*), utilizado em telefonia, é um exemplo clássico de predição linear de sinais.

Cancelamento de Interferências: O papel do filtro adaptativo, nesta aplicação, é cancelar um sinal ou ruído de interferência, presente em um dado sinal de entrada. Este sinal de entrada é uma mistura do sinal desejado e da interferência a ser eliminada. A viabilidade desta idéia repousa sobre a possibilidade de se obter o sinal diretamente da fonte de referência, onde a interferência é originada.

Como exemplos desta aplicação, além do cancelamento de eco acústico e de eco em redes telefônicas, destacamos o controle adaptativo de vibrações e ruído acústico.

O termo controle adaptativo de ruído acústico descreve a supressão de um campo sonoro não desejado, através da superposição de outro campo sonoro de igual magnitude, porém com fase invertida [39]. A Fig. 3.4 apresenta um diagrama esquemático de um sistema de controle adaptativo de ruído acústico em um duto. O ruído a ser cancelado viaja pelo duto e é medido pelo microfone de referência, no ponto A. O sistema adaptativo recebe e processa esta entrada, gerando um sinal que alimenta uma fonte secundária. Esta fonte, geralmente um alto-falante, irradia um sinal, denominado de anti-ruído, no ponto B do duto. O ruído residual é medido pelo microfone de erro, no ponto C, gerando o sinal de erro residual que é utilizado pelo algoritmo de adaptação.

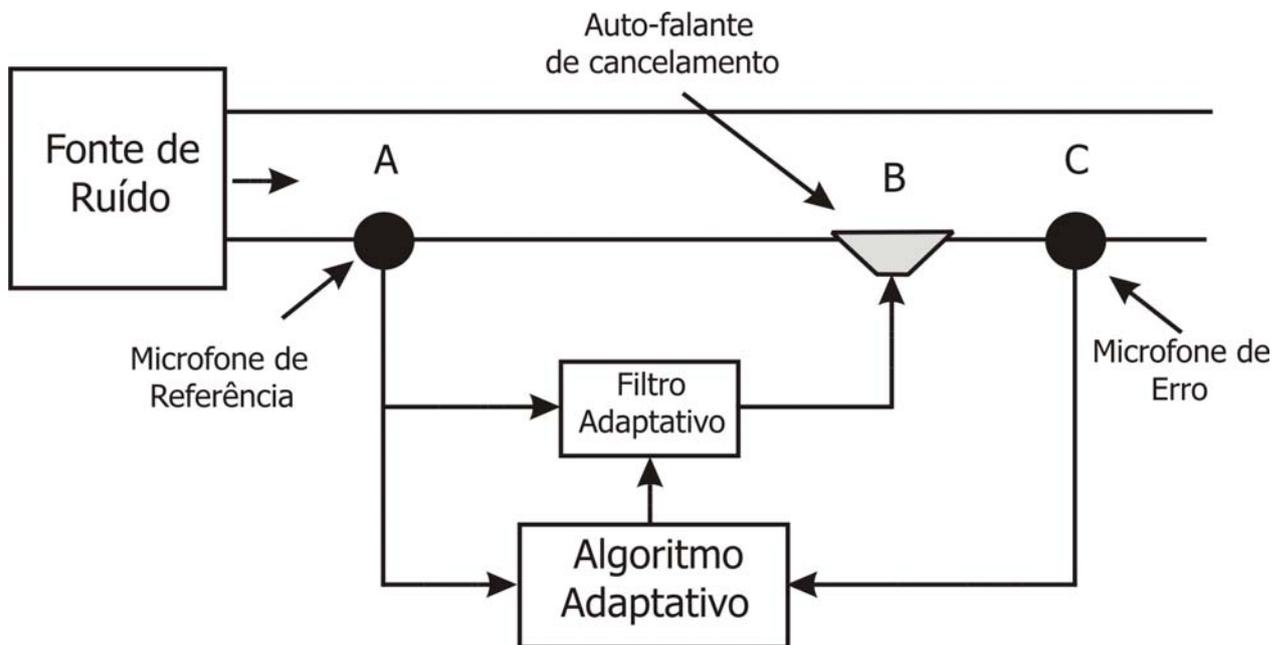


Figura 3.4 – Diagrama esquemático do sistema de controle adaptativo de ruído em dutos [39]

A abordagem empregada no controle adaptativo de vibrações se assemelha bastante àquela aplicada no controle de ruído. O objetivo continua sendo a aplicação de excitações controladas (no caso, forças e momentos), com amplitudes e fases apropriadas, no sistema mecânico de interesse. No entanto, são utilizados, ao invés de microfones, sensores piezelétricos, tais como acelerômetros, e ao invés de alto-falantes, atuadores piezoelétricos ou excitadores eletromecânicos. Essa aplicação será caracterizada na seqüência, em item próprio, dentro do contexto mais amplo do controle ativo de vibrações.

3.2 Controle Ativo-Adaptativo de Vibrações

O objetivo geral do controle ativo de vibrações é reduzir os níveis de vibração em um sistema mecânico, através da modificação automática da resposta estrutural destes sistemas [17]. Um sistema de controle ativo pode ser configurado de diversas formas, com diferentes equipamentos para as mais diversas aplicações. Entretanto, os principais dispositivos, sempre encontrados nos sistemas de controle ativo, são: sensores, utilizados para se detectar o sinal de vibração (sinal primário); controladores, empregados para manipular e processar o sinal de vibração, gerando uma ação de controle; e atuadores, que aplicam a ação de controle na estrutura, modificando sua resposta.

Os tipos de atuadores utilizados podem ser classificados como atuadores totalmente ativos e atuadores semi-ativos. Os primeiros fornecem potência mecânica ao sistema, como os atuadores eletromecânicos, eletrohidráulicos, eletromagnéticos, e também as cerâmicas piezelétricas. Estes dispositivos atuam no sistema de controle como uma fonte secundária, que tem por objetivo cancelar

a resposta vibratória do sistema mecânico, através da interferência destrutiva com a resposta gerada pela fonte primária de vibração.

Já os atuadores semi-ativos se comportam basicamente como dispositivos passivos, armazenando ou dissipando energia mecânica do sistema. Suas propriedades passivas podem ser ajustadas por meio de uma ação de controle, por isso esses elementos são utilizados nos sistemas de controle ativo de vibrações. Estes dispositivos podem ser construídos utilizando, por exemplo, fluidos eletro-reológicos ou ligas de memória de forma, sendo algumas de suas aplicações encontradas em [16], [18], [30] e [41].

Controle Realimentado de Vibrações

Como já comentado, os sistemas de controle ativo utilizam potência externa para o seu funcionamento. Geralmente, nesses sistemas de controle, a planta deve ser monitorada continuamente e sua resposta medida por meio de sensores, que realimentam essas informações para o controlador. Então, o controlador compara o sinal medido com a resposta desejada e usa o erro para calcular a lei de controle a ser aplicada ao sistema. Esse constitui um sistema de controle realimentado (ou *feedback control*), exemplificado na Fig. 3.5.

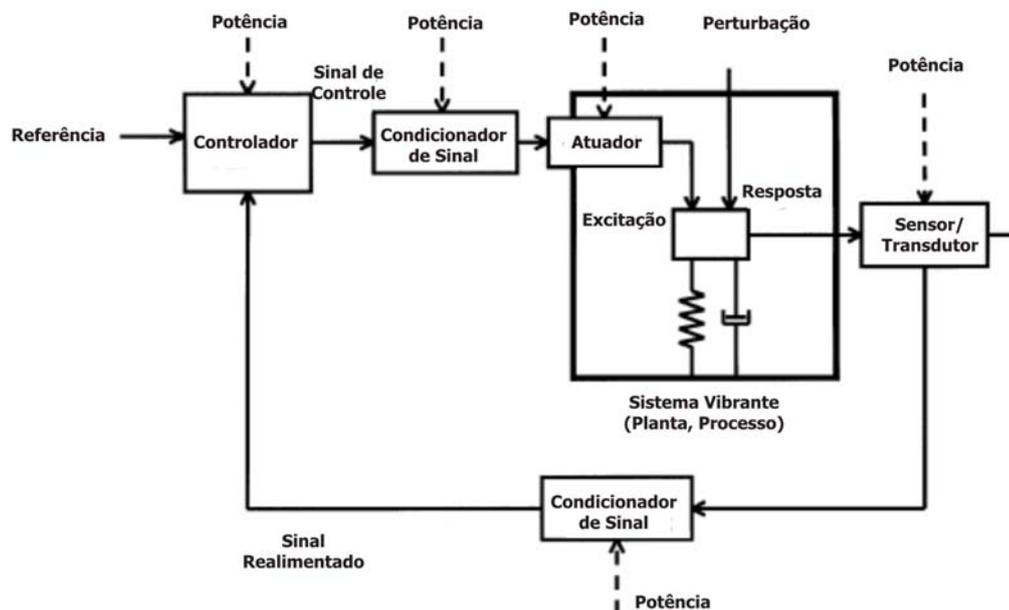


Figura 3.5 – Sistema de controle realimentado de vibrações [32]

Basicamente, o que diferencia os sistemas de controle ativo realimentado de vibrações é a forma pela qual a ação de controle é calculada e como se obtém o modelo do sistema primário. Como exemplos, podem ser citados o controle por meio das abordagens LMI (*linear matrix inequalities*) e IMSC (*independent modal space control*) [20], o controle LQG ([31]), a identificação via ARMAX (*auto-*

regressive moving average exogeneous model) e o controle por alocação de pólos [6], e o controle ótimo [37].

Controle *Feedforward* de Vibrações

Diferentemente do controle realimentado de vibrações, os sistemas de controle *feedforward* de vibrações são projetados assumindo-se que o sinal de excitação, responsável pela vibração indesejada no sistema mecânico, é conhecido ou pode ser, em alguma extensão, medido [17], [35].

Existem duas situações em que o conhecimento do sinal de referência, devido à excitação da fonte primária de vibrações, pode ser obtido. A primeira situação acontece quando o sinal de perturbação é determinístico. Neste caso, o comportamento futuro do sinal pode ser totalmente predito apenas observando algumas de suas amostras. Na prática, o sinal de referência é geralmente obtido da fonte primária e utilizado para manter o sincronismo da fonte secundária, responsável pela aplicação do sinal de cancelamento.

A segunda situação ocorre quando o sinal de perturbação se propaga em uma estrutura mecânica e um sensor é utilizado para se detectar a perturbação incidente. Esse sensor de detecção do sinal de referência não desempenha o mesmo papel do sensor de resposta, utilizado no caso do controle realimentado de vibrações. A informação carregada por ele não será comparada com nenhum padrão desejado e sim utilizada para gerar uma representação da excitação original.

Os componentes físicos de um sistema de controle *feedforward* de vibrações são ilustrados na Fig. 3.6.

A principal diferença entre esse diagrama e aquele diagrama do sistema de controle realimentado (Fig. 3.5) é que o controlador, $H(z)$, processa uma representação da perturbação original do sistema mecânico (devida à fonte primária). O sinal proporcional à resposta do sistema mecânico, $e(n)$, não tem influência direta na ação de controle, mas pode ser utilizado para monitorar o desempenho do controlador. A excitação original influencia o sistema mecânico via fonte primária f_p .

Uma complicação potencial dos sistemas de controle *feedforward* ocorre quando o sinal de cancelamento, gerado pela fonte secundária, é também medido pelo sensor de detecção do sinal primário de excitação. A influência deste caminho de realimentação, ou *feedback path*, pode ser compensada, como se verá no item 3.5.4.

Um sistema de controle ativo, implementado através de controladores (filtros) adaptativos, é denominado sistema de controle ativo-adaptativo, ou simplesmente adaptativo. Na estratégia de controle *feedforward* correspondente, são empregados filtros FIR, ao passo que na de controle realimentado, lança-se mão de filtros IIR.

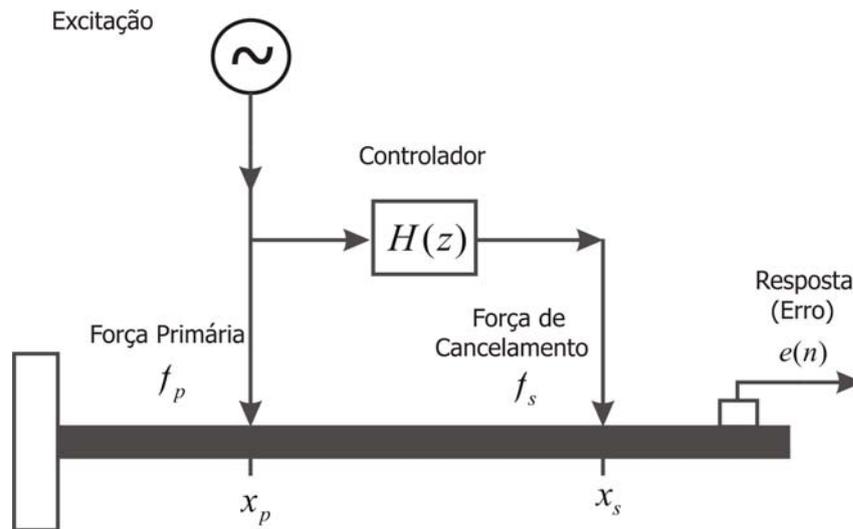


Figura 3.6 – Componentes de um sistema de controle *feedforward* [17]

3.3 Processo de Adaptação

Consideremos agora, a estrutura FIR adaptativa mostrada na Fig. 3.2. Nosso objetivo é estimar o sinal desejado $d(n)$, a partir das amostras do sinal de entrada $x(n)$. A saída do filtro é $y(n)$ e o erro de estimação é denotado por $e(n)$. Claramente, quanto menor for o erro de estimação, melhor será o desempenho do filtro. Aproximando-se o sinal de saída do filtro do sinal desejado, ter-se-á o sinal de erro se aproximando de zero. A saída do filtro, dada por (3.1), pode ser reescrita em forma vetorial como:

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}(n) \quad (3.5)$$

sendo:

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n) \quad w_1(n) \quad \cdots \quad w_{N-1}(n)]$$

$$\mathbf{x}(n) = [x(n) \quad x(n-1) \quad \cdots \quad x(n-N+1)]$$

Já o sinal de erro pode ser escrito como:

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (3.6)$$

Ou, a partir de (3.5):

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}(n) \quad (3.7)$$

Como o objetivo é se obter o menor erro possível, faz-se necessário encontrar os coeficientes ótimos do filtro adaptativo. Para tanto, deve-se escolher uma função apropriada de estimação do erro, conhecida como função custo, e então variar os parâmetros do filtro de forma a minimizar essa função.

3.3.1 Critério EQM

Uma forma adequada de se reduzir o erro é buscar um conjunto de coeficientes que diminuam o seu valor médio. Desta forma, a busca pelo mínimo se torna dependente unicamente das relações estatísticas existentes entre os sinais $x(n)$ e $d(n)$ e dos próprios coeficientes do filtro. Para isto, lança-se mão do quadrado da Eq. (3.7), obtendo-se:

$$e^2(n) = d^2(n) - 2d(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n) + \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n) \quad (3.8)$$

Tomando-se o valor esperado dos dois lados da Eq. (3.8) assumindo que os sinais $x(n)$ e $d(n)$ são estacionários, temos:

$$E[e^2(n)] = E[d^2(n)] + \mathbf{w}^T(n)E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)]\mathbf{w}(n) + 2E[d(n)\mathbf{x}^T(n)]\mathbf{w}(n) \quad (3.9)$$

Podemos, então, definir a função custo do processo de adaptação como sendo o erro quadrático médio:

$$EQM = \zeta = E[e^2(n)] \quad (3.10)$$

Utilizando as definições de autocorrelação e correlação cruzada, apresentadas no Apêndice A, podemos reescrever a função custo como:

$$\zeta = E[d^2(n)] - 2\mathbf{w}^T(n)\mathbf{p} + \mathbf{w}^T(n)\mathbf{R}\mathbf{w}(n) \quad (3.11)$$

em que

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)] = \begin{bmatrix} r_{xx}(0) & r_{xx}(1) & \cdots & r_{xx}(N-1) \\ r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & \cdots & r_{xx}(N-2) \\ \vdots & \cdots & r_{xx}(0) & \vdots \\ r_{xx}(N-1) & r_{xx}(N-2) & \cdots & r_{xx}(0) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p} = E[d(n)\mathbf{x}^T(n)]$$

Na Eq. (3.11), ζ é dado como a soma de termos quadráticos e lineares do vetor de coeficientes $\mathbf{w}(n)$. A curva típica do EQM em função deste vetor, chamada de superfície de desempenho, tem o formato de um parabolóide. Este tipo de curva é especialmente interessante, pois possui um único mínimo global, o que garante que o processo de busca pelo método do gradiente seja convergente em direção a este mínimo [38].

A matriz de autocorrelação \mathbf{R} tem um papel chave no projeto e análise dos filtros adaptativos. Por isso, é importante relacionar algumas de suas propriedades, tais como:

- 1) A matriz de autocorrelação \mathbf{R} de um processo estocástico estacionário é simétrica, ou seja, $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T$;
- 2) A matriz de autocorrelação \mathbf{R} de um processo estocástico estacionário é Toeplitz, uma vez que todos os elementos de qualquer diagonal paralela à diagonal principal são iguais;
- 3) Todos os autovetores da matriz \mathbf{R} devem ser reais, desde que todos os seus elementos sejam reais e simétricos. Além disso, \mathbf{R} é positiva semidefinida.

A Fig. 3.7 ilustra uma curva característica do EQM para um filtro com duas componentes.

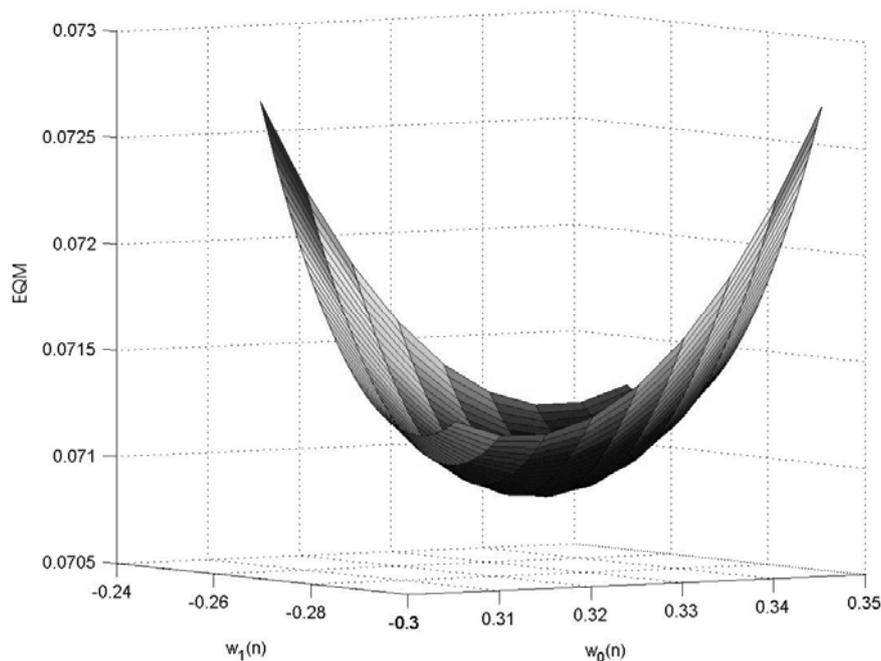


Figura 3.7 – Exemplo de superfície da função custo EQM

A magnitude do EQM corresponde à potência do erro $e(n)$, que resulta da filtragem de $x(n)$ pelos coeficientes $w(n)$. Se os coeficientes do filtro mudam, a potência contida no sinal de erro também vai mudar. Isto é indicado pela mudança de magnitude do EQM no plano $w_0(n) - w_1(n)$.

Como a superfície de erro é quadrática, existe um conjunto de valores para $w_0(n)$ e $w_1(n)$ para os quais o EQM será mínimo (ζ_{\min}).

Para se encontrar os coeficientes do filtro adaptativo que minimizam a função custo ζ , é necessário resolver o conjunto de equações que se obtém ao se igualar a zero as derivadas parciais de ζ em relação a cada coeficiente do filtro. Isto é;

$$\frac{\partial \zeta}{\partial w_i} = 0 \quad \text{com } i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.12)$$

Utilizando a definição de gradiente, podemos escrever, de (3.11), que:

$$\nabla = \frac{\partial \zeta}{\partial \mathbf{w}} = 2 \mathbf{R} \mathbf{w} - 2 \mathbf{p} \quad (3.13)$$

Igualando-se o gradiente da função custo a zero, tem-se que o vetor de coeficientes ótimos \mathbf{w}_0 , correspondente ao mínimo EQM, será dado por:

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p} \quad (3.14)$$

A equação acima é conhecida como equação de Wiener-Hopf expressa na forma matricial. Substituindo o vetor de coeficientes ótimo na Eq. (3.11), temos a expressão do erro quadrático médio mínimo:

$$\zeta_{\min} = E \left[d(n)^2 - \mathbf{p}^T \mathbf{R} \mathbf{p} \right] \quad (3.15)$$

3.3.2 Princípio da Ortogonalidade

Derivando o EQM, dado pela Eq. (3.10), em relação aos coeficientes do filtro, tem-se que:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial w_i} = E \left[2e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial w_i(n)} \right] \quad \text{com } i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.16)$$

Como $e(n) = d(n) - y(n)$ e $d(n)$ é independente dos coeficientes do filtro, temos, de (3.5), que:

$$\frac{\partial e(n)}{\partial w_i} = - \frac{\partial y(n)}{\partial w_i} = -x(n-i) \quad (3.17)$$

Substituindo (3.17) em (3.16), temos:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial w_i} = -2E[e(n)x(n-i)] \quad \text{com } i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.18)$$

Se os coeficientes do filtro são ajustados para o valor ótimo, então todas as derivadas parciais descritas na Eq. (3.18) são iguais a zero. Conseqüentemente, se $e_0(n)$ é o erro de estimação para os coeficientes ótimos do filtro, então a Eq. (3.18) torna-se:

$$E[e_0(n)x(n-i)] = 0 \quad \text{com } i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.19)$$

Isto mostra que, para um conjunto ótimo de coeficientes do filtro adaptativo, o erro de estimação é não-correlacionado com o sinal de entrada $x(n)$. Isto é conhecido como o Princípio da Ortogonalidade [15].

Como um corolário do princípio de ortogonalidade, nota-se que a saída do filtro $y(n)$ é também não correlacionada com o erro de estimação, quando os coeficientes do filtro são os ótimos. Ou seja,

$$E[e_0(n)y(n)] = E\left[e_0(n) \sum_{i=0}^{N-1} w_{0,i}x(n-i)\right]$$

$$E[e_0(n)y(n)] = \sum_{i=0}^{N-1} w_{0,i}E[e_0(n)x(n-i)] \quad (3.20)$$

Substituindo a Eq. (3.19) na Eq. (3.20), obtem-se:

$$E[e_0(n)y(n)] = 0$$

3.3.3 Métodos de Busca

Como mostrado na Fig. 3.5, o EQM é uma função quadrática dos coeficientes do filtro e pode ser caracterizada como uma superfície parabolóide com concavidade positiva. O processo de ajuste dos coeficientes, em busca do erro mínimo, corresponde a se caminhar nessa superfície, até se encontrar o “fundo da tigela”. Vários algoritmos baseados no cálculo do gradiente podem ser utilizados para essa tarefa, como, por exemplo, o método de Newton e o método *steepest descent*. Estes algoritmos fazem uma estimativa local do gradiente da função erro e estabelecem um movimento paulatino, para cima ou para baixo, ao longo da superfície. A seleção de um ou de outro tipo de algoritmo depende, entre outros fatores, de sua velocidade de convergência e sua complexidade computacional.

O método de Newton fornece uma convergência rápida, contudo este método requer uma estimativa de \mathbf{R}^{-1} , o que demanda um alto esforço computacional. Além disso, sob condições de não

estacionaridade, a estimação da matriz \mathbf{R} se torna mais difícil. Já o método *steepest descent* é uma técnica iterativa que alcança o mínimo seguindo a direção em que a superfície de erro tem sua maior taxa de diminuição, ou seja, sua direção de procura segue o negativo do gradiente.

Método *Steepest Descent*

Este método é uma técnica iterativa, adequada para o projeto de um algoritmo, desde que a superfície de erro seja quadrática em relação aos coeficientes do filtro $\mathbf{w}(n)$ [24]. Este método tem sido muito utilizado em programação linear e em problemas de minimização.

Fazendo $\zeta(0)$ representar o valor do EQM para $n=0$, com uma escolha arbitrária dos coeficientes do filtro $\mathbf{w}(0)$, o método em questão permite descer até o “fundo da tigela” de uma maneira sistemática e encontrar, assim, os coeficientes ótimos $\mathbf{w}_0(n)$.

A idéia é se mover na direção tangente ao ponto inicial e desta forma, a cada iteração, atualizar os coeficientes na direção do negativo do gradiente da função erro. Matematicamente, temos que a equação de atualização dos coeficientes é dada por:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \mu_s \nabla_k \zeta \quad (3.21)$$

onde μ_s é um escalar, chamado de passo de adaptação, e $\nabla_k \zeta$ denota o vetor gradiente avaliado no ponto $\mathbf{w} = \mathbf{w}(k)$. Substituindo (3.13) em (3.21), temos:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - 2\mu_s [\mathbf{R}\mathbf{w}(k) - \mathbf{p}] \quad (3.22)$$

Quando $\mathbf{w}(n)$ convergir para $\mathbf{w}_0(n)$, ou seja, quando o mínimo for encontrado, o gradiente será nulo e o processo de adaptação será interrompido. É importante ressaltar que a convergência dos coeficientes do filtro é dependente do tamanho do passo de adaptação μ_s utilizado. Um valor de passo relativamente grande pode resultar em divergência destas equações recursivas [15].

Em implementações práticas, o método *steepest descent* dá lugar ao algoritmo LMS, descrito no próximo item.

3.4 Algoritmo LMS

O algoritmo LMS, proposto primeiramente por Widrow e Hoff em 1960 [15], é o algoritmo adaptativo mais utilizado na prática, devido a sua simplicidade e robustez.

3.4.1 Derivação do LMS

O algoritmo LMS convencional é uma implementação estocástica do algoritmo *steepest descent*. Ele simplesmente substitui a função custo $\zeta = E[e^2(n)]$ por sua estimativa instantânea $\hat{\zeta} = e^2(n)$. Fazendo essa alteração na Eq. (3.21) e trocando o índice de iteração k pelo índice de tempo n , temos:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu_s \nabla e^2(n) \quad (3.23)$$

Sabemos que o i -ésimo elemento do vetor gradiente $\nabla e^2(n)$ é dado por:

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial w_i} = 2e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial w_i} \quad (3.24)$$

Substituindo (3.6) no lado direito de (3.24) e tendo em vista que $d(n)$ é independente dos coeficientes do filtro, temos:

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial w_i} = -2e(n) \frac{\partial y(n)}{\partial w_i} \quad (3.25)$$

Substituindo a saída do filtro, $y(n)$, dada pela Eq. (3.1), na Eq. (3.25), decorre que [24]:

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial w_i} = -2e(n)x(n-i) \quad (3.26)$$

que podemos generalizar como:

$$\nabla e^2(n) = -2e(n)\mathbf{x}(n) \quad (3.27)$$

Finalmente, substituindo (3.27) em (3.23):

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2\mu_s e(n)\mathbf{x}(n) \quad (3.28)$$

Deve-se notar que os coeficientes do filtro são dependentes no índice de tempo n . Isto quer dizer que o filtro adaptativo em questão é variante no tempo, uma vez que eles são continuamente adaptados pela equação acima, com a finalidade de seguir eventuais variações estatísticas dos sinais envolvidos. O algoritmo LMS muda os coeficientes do filtro para que o erro $e(n)$ seja minimizado no sentido quadrático médio, por isso o seu nome.

3.4.2 Estabilidade do Algoritmo LMS

A análise da convergência do algoritmo necessita levar em conta o ajuste dos coeficientes do filtro, ou vetor de coeficientes, a cada iteração. Para tanto, considera-se que a entrada do filtro $x(n)$, e vetor de coeficientes, $w(n)$, são sinais independentes entre si. Tomando-se o valor esperado de ambos os lados da equação de atualização dos coeficientes, Eq. (3.28), temos:

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = E[\mathbf{w}(n)] + 2\mu_s E[e(n)\mathbf{x}(n)] \quad (3.29)$$

Substituindo em (3.29) as Eqs. (3.5) e (3.6), decorre que:

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = E[\mathbf{w}(n)] + 2\mu_s E[d(n)\mathbf{x}(n)] - 2\mu_s E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n)] \quad (3.30)$$

Aplicando as relações de autocorrelação e correlação cruzada, já utilizadas anteriormente, obtém-se:

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = E[\mathbf{w}(n)] + 2\mu_s (\mathbf{p} - \mathbf{R} E[\mathbf{w}(n)]) \quad (3.31)$$

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = (\mathbf{I} - 2\mu_s \mathbf{R}) E[\mathbf{w}(n)] + 2\mu_s \mathbf{p} \quad (3.32)$$

Utilizando a equação de Wiener-Hopf, Eq. (3.14), podemos reescrever (3.32) como sendo:

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = (\mathbf{I} - 2\mu_s \mathbf{R}) E[\mathbf{w}(n)] + 2\mu_s \mathbf{R} \mathbf{w}_0 \quad (3.33)$$

Realizando a seguinte translação de coordenadas no espaço de coeficientes:

$$\mathbf{v}(n) = \mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_0 \quad (3.34)$$

a Eq. (3.33) pode ser escrita como sendo:

$$E[\mathbf{v}(n+1)] = (\mathbf{I} - 2\mu_s \mathbf{R}) E[\mathbf{v}(n)] \quad (3.35)$$

A matriz de autocorrelação \mathbf{R} pode sempre ser decomposta segundo suas matrizes de autovetores \mathbf{Q} e de autovalores $\mathbf{\Lambda}$. Assim sendo, realizando-se uma outra transformação de coordenadas do tipo $\mathbf{v}(n) = \mathbf{Q}\mathbf{v}'(n)$, a Eq. (3.35) é expressa como:

$$E[\mathbf{Q}\mathbf{v}'(n+1)] = (\mathbf{I} - 2\mu_s \mathbf{R}) E[\mathbf{Q}\mathbf{v}'(n)]$$

Como os sinais são estatisticamente estacionários, podemos pré-multiplicar os dois lados da equação por \mathbf{Q}^{-1} e obter:

$$E[\mathbf{v}'(n+1)] = (\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{I}\mathbf{Q} - 2\mu_s\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{Q})E[\mathbf{v}'(n)]$$

Sabendo que $\mathbf{R} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^{-1}$, temos:

$$E[\mathbf{v}'(n+1)] = (\mathbf{I} - 2\mu_s\mathbf{\Lambda})E[\mathbf{v}'(n)]$$

Após n iterações, tem-se que:

$$E[\mathbf{v}'(n)] = (\mathbf{I} - 2\mu_s\mathbf{\Lambda})^n E[\mathbf{v}_0'(n)] \quad (3.36)$$

onde \mathbf{v}_0' é o vetor de condição inicial do vetor de coeficientes no novo sistema de coordenadas. Para que $w(n)$ convirja para \mathbf{w}_0 , é necessário que $\mathbf{v}'(n)$ convirja para 0. Ou seja,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\mathbf{I} - 2\mu_s\mathbf{\Lambda})^n = 0 \quad (3.37)$$

O limite da expressão (3.37) aplica-se para todos os elementos da matriz diagonal $\mathbf{I} - 2\mu_s\mathbf{\Lambda}$. Para se garantir a convergência, esses devem ter módulo menor que 1. Portanto, vale a seguinte inequação:

$$|1 - 2\mu_s \lambda_i| < 1$$

ou

$$-1 < 1 - 2\mu_s \lambda_i < 1$$

Se μ_s garante a convergência para o maior autovalor de $\mathbf{\Lambda}$, λ_{\max} , então a convergência também será garantida para os demais autovalores, posto que μ_s é comum a todos. Assim, pode-se encontrar a faixa de valores para μ_s , de modo que o algoritmo seja convergente:

$$0 < \mu_s < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (3.38)$$

Esta restrição de estabilidade sobre o intervalo de μ_s não pode ser aplicada na prática pelo fato de que o cômputo de λ_{\max} é muito difícil quando o comprimento do filtro adaptativo N é grande. Conseqüentemente, é desejável se estimar o valor do maior autovalor através de um método simples.

Sabe-se que [24]:

$$\text{tr}[\mathbf{R}] = Nr_{xx}(0) = \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i$$

onde $\text{tr}[\mathbf{R}]$ denota o traço da matriz \mathbf{R} .

Sabe-se ainda que:

$$\lambda_{\max} \leq \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i = Nr_{xx}(0) = NP_x$$

onde

$$P_x \equiv r_{xx}(0) = E[x^2(n)]$$

denota a potência de $x(n)$.

Assim, a partir de (3.38), podemos escrever que:

$$0 < \mu_s < \frac{1}{NP_x} \quad (3.39)$$

Este limite se aplica somente à convergência do valor esperado do vetor de coeficientes. Para sinais com distribuição Gaussiana, a convergência do EQM requer que [24]:

$$0 < \mu_s < \frac{1}{3NP_x}$$

Como a equação (3.39) fornece uma informação fundamental sobre como se selecionar o tamanho do passo μ_s , podemos dizer que:

- 1) Uma vez que o limite superior para μ_s é inversamente proporcional a N , valores pequenos de μ_s são utilizados para filtros de alta ordem;
- 2) Como μ_s é inversamente proporcional à potência do sinal de entrada, sinais mais fracos podem usar valores de μ_s maiores, enquanto sinais mais fortes devem usar valores menores de μ_s . Uma estratégia possível é normalizar μ_s em relação à potência de entrada P_x .
- 3) Na prática, utiliza-se tipicamente:

$$\frac{0,01}{NP_x} < \mu_s < \frac{0,1}{NP_x} \quad (3.40)$$

3.4.3 Variantes do algoritmo LMS

Existe uma série de variações do algoritmo LMS básico, apresentado acima. A motivação para cada uma dessas variações é uma questão de aplicação prática, como, por exemplo, maior velocidade de convergência, simplicidade de implementação ou robustez na operação. Essas outras variantes do algoritmo LMS continuarão a ser descritos para filtros transversais.

Algoritmo LMS Normalizado

O LMS normalizado, ou NLMS, pode ser visto como uma implementação especial do algoritmo LMS básico, onde se leva em consideração a potência do sinal na entrada do filtro e se seleciona um tamanho de passo normalizado, resultando em um algoritmo adaptativo estável e convergente. O NLMS é caracterizado pela seguinte recursiva:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2\mu_s(n)e(n)\mathbf{x}(n)$$

onde o tamanho do passo μ_s é variante no tempo e computado por [24]:

$$\mu(n) = \frac{\varpi}{N\hat{P}_x(n)}$$

sendo $\hat{P}_x(n)$ uma estimativa da potência de $x(n)$ no tempo n e ϖ o tamanho de passo normalizado, presente no seguinte intervalo:

$$0 < \varpi < 2$$

Algoritmo LMS com Perdas (*Leaky* LMS)

Para determinados tipos de excitação, a solução para a adaptação dos coeficientes no algoritmo LMS pode se tornar divergente e os efeitos de precisão finita podem causar um crescimento ilimitado do valor dos coeficientes. Claramente, uma divergência durante o processo de adaptação dos coeficientes é extremamente indesejável em aplicações práticas.

Uma forma de evitar essa divergência é através do uso de um mecanismo de perdas ou vazamento, ou do inglês *leaking*, usado durante o processo de adaptação. O algoritmo LMS com perdas se caracteriza por:

$$\mathbf{w}(n+1) = \nu \mathbf{w}(n) + \mu_s e(n)\mathbf{x}(n) \quad (3.41)$$

onde ν é chamado de fator de perdas e está contido no intervalo:

$$0 < \nu \leq 1$$

Dentro deste intervalo, o valor adequado de ν é determinado pelo projetista de forma experimental, sempre tendo em vista um compromisso entre a robustez e a perda de desempenho.

Em aplicações de controle ativo de ruído e vibrações, a aplicação do algoritmo LMS para minimizar as perturbações no sensor de erro leva a um outro problema. Altos níveis de ruído, associados a baixas frequências de ressonância, podem causar uma distorção não-linear por sobrecarga na fonte secundária. Uma forma de solucionar este problema é introduzir restrições na potência de saída do algoritmo. Por exemplo, um termo proporcional a saída do filtro ao quadrado pelo ser adicionado na função custo, de modo que [24]:

$$\hat{\zeta}(n) = e^2(n) + \gamma y^2(n)$$

onde γ é um fator de ponderação. Performance similar a essa pode ser obtida através da restrição dos valores dos coeficientes do filtro, ou seja, gerando uma nova função custo do tipo:

$$\hat{\zeta}(n) = e^2(n) + \gamma \mathbf{w}^T(n) \mathbf{w}(n)$$

Conseqüentemente, o gradiente estimado no tempo n é:

$$\nabla \hat{\zeta}(n) = 2[\nabla e(n)]e(n) + 2\gamma \mathbf{w}(n)$$

$$\nabla \hat{\zeta}(n) = -2\mathbf{x}(n)e(n) + 2\gamma \mathbf{w}(n) \quad (3.42)$$

Substituindo a Eq. (3.42) em (3.23), sabendo que $\hat{\zeta} = e^2(n)$, temos:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2\mu_s e(n) \mathbf{x}(n) - 2\mu_s \gamma \mathbf{w}(n) \quad (3.43)$$

Desenvolvendo a equação acima, podemos escrever que:

$$\mathbf{w}(n+1) = (1 - 2\mu_s \gamma) \mathbf{w}(n) + 2\mu_s e(n) \mathbf{x}(n) \quad (3.44)$$

A menos de uma constante, a equação acima é igual à equação de atualização do algoritmo LMS com perdas. Daí se infere porque o algoritmo LMS com perdas pode não só limitar o valor dos coeficientes do filtro adaptativo como também limitar a potência de saída, evitando assim distorções não-lineares.

Além das duas variações expostas acima, é de particular interesse o algoritmo LMS filtrado, face ao seu uso no controle de vibrações. Esse algoritmo será, então, derivado e analisado na seqüência, no contexto de interesse do presente trabalho.

3.5 Controle Feedforward e Algoritmo FXLMS

Consideremos, agora, o diagrama de blocos mostrado na Fig. 3.8.

No contexto do controle *feedforward* de vibrações, cujo esquema foi apresentado na Fig. 3.6, temos que o sinal de entrada do sistema, $x(n)$, é obtido a partir de um sensor localizado na posição x_p da viga. Este sinal, gerado pela força primária de vibração f_p , antecipa as características da vibração a ser cancelada pela força secundária f_s , na posição x_s da viga. A posição x_s , no diagrama da Fig. 3.8, corresponde ao somatório. O meio físico de propagação da vibração, correspondente à extensão da viga da Fig. 3.6, é representado pela função de transferência $P(z)$.

Como já exposto, o processo de adaptação requer que o gradiente do erro quadrático médio seja aproximado pelo produto do valor instantâneo do sinal de erro $e(n)$ com o sinal de entrada do filtro, que é o sinal de referência $x(n)$. Assim, a utilização do algoritmo LMS supõe que o sinal de erro esteja diretamente disponível, sendo originado pela diferença entre o sinal resultante da fonte primária, propagado ao longo do sistema físico, $d(n)$, e a saída do filtro adaptativo, $y(n)$.

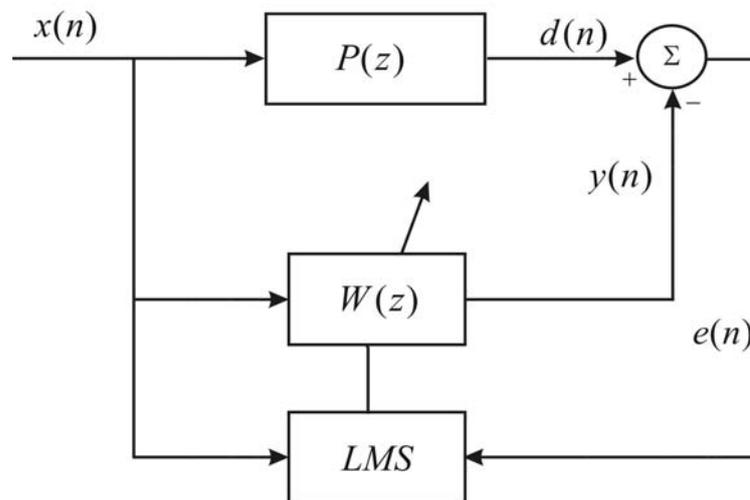


Figura 3.8 – Diagrama de blocos da aplicação do algoritmo LMS clássico

No entanto, as características particulares da configuração de um sistema de controle ativo-adaptativo de vibrações fazem com que modificações no diagrama da Fig. 3.8 devam ser feitas, a fim de considerar o que se segue. Em primeiro lugar, tem-se que o sinal de saída do filtro adaptativo não pode ser empregado diretamente no cancelamento de vibrações. Ele deve antes, ser processado, de modo a ser convertido num sinal mecânico analógico que, por sua vez, produz a ação desejada.

Tem-se ainda que o sinal de erro não pode ser acessado diretamente, mas sim como resultado do uso de um sensor apropriado (vide Fig. 3.6), via de regra, um acelerômetro. Antes de ser repassado ao algoritmo adaptativo, o sinal gerado pelo sensor deve ser condicionado e discretizado.

Essas operações podem ser visualizadas como se fossem executadas separadamente em cada uma das parcelas que compõem o erro, quais sejam, os sinais oriundos das forças primária e secundária.

O exposto dá origem ao que chamamos de caminho secundário, que é composto pelas respostas dos seguintes elementos: conversor digital-analógico (D/A) em série com o filtro adaptativo, filtro de reconstrução, amplificador de potência, excitador eletro-mecânico (*shaker*), trecho da viga que vai do *shaker* até o acelerômetro de erro, pré-amplificador, filtro anti-recobrimento e, finalmente, conversor analógico-digital (A/D), que fornece o sinal de erro para o algoritmo. O caminho secundário, denotado por $S(z)$, afeta o comportamento do algoritmo, podendo causar dificuldades no processo de convergência [39].

Portanto, o efeito de $S(z)$ deve ser compensado, a fim de se evitar a instabilidade do algoritmo adaptativo. Existem várias configurações possíveis que podem ser utilizadas para se compensar o efeito de $S(z)$. Uma delas propõe a inclusão de um filtro inverso $S^{-1}(z)$, em série com $S(z)$, a fim de remover seu efeito. Porém, a solução mais utilizada consiste na utilização de um filtro $\hat{S}(z)$, com resposta ao impulso igual à de $S(z)$, para filtrar o sinal de referência. Na prática, $\hat{S}(z)$ é uma estimativa da resposta ao impulso $S(z)$.

Assim, o diagrama de blocos da Fig. 3.8 se transforma no diagrama da Fig. 3.9, que ilustra a aplicação do algoritmo conhecido por LMS Filtrado ou FXLMS.

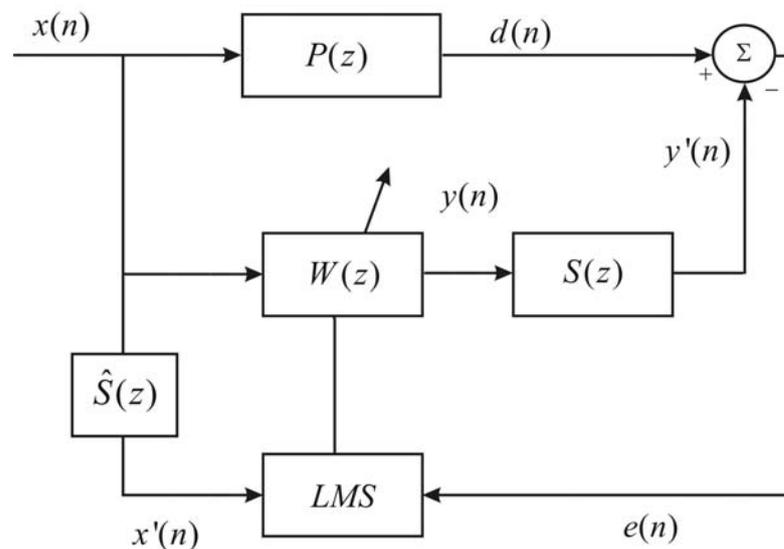


Figura 3.9 – Diagrama de blocos da aplicação do algoritmo LMS filtrado

Os diagramas das figuras 3.8 e 3.9, assim como outros do gênero bastante comuns na literatura [24], devem ser considerados com cuidado. Estritamente falando, a transformada Z é definida para sistemas lineares e invariantes no tempo. Assim, sua aplicação ao sistema W seria questionável (como também a P e a S , se esses fossem variáveis no tempo). Contudo, pode-se olhar para as

representações das figuras 3.8 e 3.9 como algo instantâneo, que retrata a situação num dado momento. No momento seguinte, os sistemas serão diferentes e novas transformadas Z deveriam ser tomadas.

3.5.1 Derivação do Algoritmo FXLMS

A consideração da função de transferência $S(z)$ do caminho secundário logo após o filtro adaptativo $W(z)$, controlado pelo LMS, nos fornece a seguinte expressão:

$$e(n) = d(n) - y'(n) \quad (3.45)$$

Na expressão anterior,

$$y'(n) = s(n) * y(n) \quad (3.46)$$

onde $s(n)$ é a resposta impulsiva do caminho secundário $S(z)$ no tempo n e $*$ denota a convolução.

Pode-se então escrever que:

$$e(n) = d(n) - s(n) * [\mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}(n)] \quad (3.47)$$

com:

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n) \quad w_1(n) \quad \cdots \quad w_{N-1}(n)]$$

$$\mathbf{x}(n) = [x(n) \quad x(n-1) \quad \cdots \quad x(n-N+1)]$$

Como já discutido, o objetivo do filtro adaptativo é minimizar o erro instantâneo $\hat{\zeta}(n) = e^2(n)$, sendo que, para tal, a equação de atualização dos coeficientes é dada pela Eq. (3.23), qual seja:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu_s \nabla e^2(n)$$

De (3.47), tiramos que:

$$\nabla e(n) = -s(n) * \mathbf{x}(n) \quad (3.48)$$

Ocorre que, com a filtragem do sinal de referência (vide Fig. 3.9), tem-se que:

$$x'(n) = s(n) * x(n) \quad (3.49)$$

donde resulta que:

$$\nabla e(n) = -\mathbf{x}'(n) \quad (3.50)$$

Desta forma, o efeito do caminho secundário é compensado e o gradiente se torna:

$$\nabla e^2(n) = -2e(n)\mathbf{x}'(n) \quad (3.51)$$

Substituindo a Eq. (3.51) na Eq. (3.23), obtemos a equação de atualização dos coeficientes do filtro adaptativo segundo o algoritmo FXLMS, qual seja:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - 2\mu_s e(n)\mathbf{x}'(n) \quad (3.52)$$

Salienta-se que a convergência do algoritmo FXLMS é agora determinada pelos autovalores da matriz de correlação do sinal de referência filtrado, ao invés de o ser por aqueles da matriz de correlação do sinal de referência não filtrado, como exposto no item 3.4.2, para o algoritmo LMS clássico [17].

3.5.2 Estimação do Caminho Secundário

O algoritmo LMS filtrado requer, para seu funcionamento, o conhecimento da resposta do filtro $S(z)$, correspondente ao caminho secundário. Assumindo que as características de $S(z)$ são invariantes no tempo, é possível modelar sua resposta através de um procedimento preliminar *off-line*. Concluindo esse procedimento, o modelo $\hat{S}(z)$ obtido é incluído no sistema para operação normal.

No procedimento *off-line*, um ruído branco, é utilizado como sinal de entrada, uma vez que ele possui densidade espectral constante para todas as frequências. A montagem experimental para a determinação da estimativa de $S(z)$ é mostrada na Fig. 3.10 [24].

A modelagem *off-line* é uma ferramenta muito útil para a determinação da resposta $\hat{S}(z)$. Entretanto, ela possui o problema de não acompanhar possíveis mudanças do caminho secundário. Para os casos em que a resposta do caminho secundário possa ser variante no tempo, é desejável realizar essa modelagem de forma contínua, com estimação em tempo real (*on-line*).

Outra opção a ser empregada, ao invés da estimação contínua, é a estimação em determinados intervalos de tempo. Supondo que $\hat{S}(z)$ varie lentamente, as adaptações do controlador e do estimador do caminho secundário podem ser consideradas separadamente. Considerações adicionais sobre a modelagem *on-line* do caminho secundário podem ser encontradas em [39].

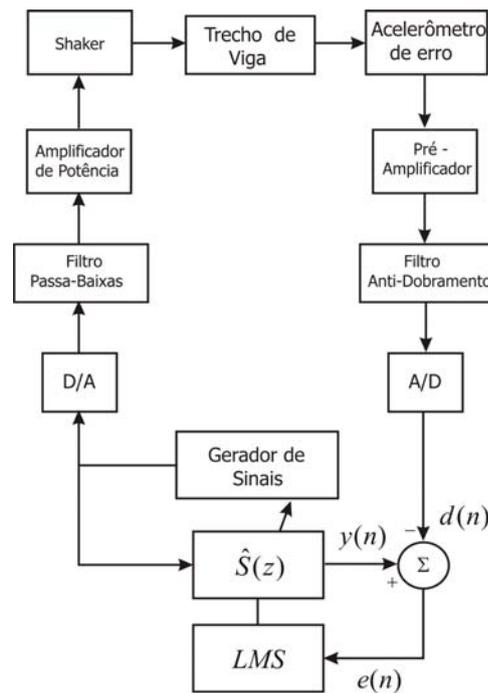


Figura 3.10 – Montagem experimental para a estimação do caminho secundário [24]

3.5.3 Algoritmo FXLMS com Perdas

Como já visto anteriormente, o uso do fator de perdas não reduz somente os erros numéricos inerentes a uma implementação com precisão finita como também limita a potência de saída do filtro, saída que é entregue à fonte secundária, evitando assim distorções não-lineares [24].

Seguindo a derivação apresentada no item 3.4.3, pode-se, para o algoritmo conhecido como FXLMS com perdas, expressar a equação de atualização dos coeficientes por:

$$\mathbf{w}(n+1) = \nu \mathbf{w}(n) - 2\mu_s e(n) \mathbf{x}'(n) \quad (3.53)$$

onde o fator de perdas ν é um número positivo, dado por

$$\nu = 1 - 2\mu_s \gamma \quad (3.54)$$

3.5.4 Caminho de Realimentação (*Feedback*)

O sistema de controle *feedforward* de vibrações, ilustrado na Fig. 3.6, utiliza um sensor de referência, na posição x_p , que é responsável pela captação do sinal associado com a perturbação do sistema vibrante, $x(n)$. O algoritmo adaptativo processa essa entrada e gera o sinal elementar de cancelamento, $y(n)$, que, através da fonte de secundária, tenta reduzir a vibração da viga no ponto x_s . O sistema ainda usa um outro sensor, o sensor de erro, que é responsável pela medição da

vibração residual e fica localizado após o ponto de cancelamento. O sinal captado por esse sensor, $e(n)$, é usado para a avaliação da performance do controle e para a adaptação dos coeficientes do filtro adaptativo.

Infelizmente, quando a ação de controle é aplicada pela fonte secundária, ela se propaga ao longo da viga e é captada também pelo sensor de referência. Desta forma, a ação de controle não só cancela a vibração no ponto desejado, minimizando o erro medido pelo sensor de erro, como também corrompe o sinal $x(n)$, medido pelo sensor de referência [24].

O acoplamento existente entre a ação de controle, gerada pela fonte secundária, e o sensor de referência é chamado de caminho de realimentação ou de *feedback*. Este caminho introduz pólos na resposta do modelo, resultando em uma possível instabilidade do algoritmo, principalmente se o ganho de realimentação do próprio sistema a ser controlado se torna muito alto.

Dependendo da situação, o efeito do caminho de realimentação $F(z)$ pode fazer com que o sinal de referência se torne não estacionário durante o processo de adaptação. Contudo, quando o tamanho de passo μ_s é pequeno, o processo de convergência do algoritmo se torna mais lento e com isso o algoritmo adaptativo pode compensar os efeitos do caminho de realimentação.

Uma forma prática de se compensar os efeitos do caminho de *feedback* é realizar um processo de estimação (identificação) do mesmo, de maneira análoga ao realizado para o caminho secundário. Assim, uma função de transferência $\hat{F}(z)$ pode ser encontrada, seguindo o mesmo esquema mostrado na Fig. 3.10, e utilizada para se efetuar a compensação.

Um diagrama de blocos mais geral para a aplicação do algoritmo FXLMS, incluindo o caminho de realimentação $F(z)$ e sua compensação $\hat{F}(z)$, é apresentado na Fig. 3.11.

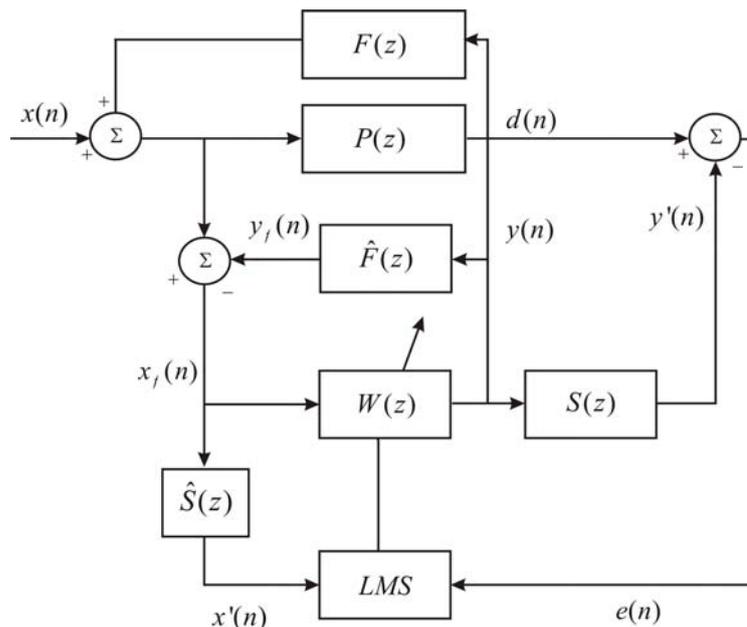


Figura 3.11 – Diagrama de blocos do FXLMS com indicação do caminho de realimentação

Capítulo 4 : Metodologia

Este capítulo apresenta os métodos empregados durante os experimentos realizados ao longo deste trabalho. Primeiramente, será apresentado o esquema de controle ativo utilizado, precedido pela descrição do sistema mecânico escolhido para investigação. Na seqüência, a abordagem de análise modal experimental será exposta. De posse dos parâmetros modais do sistema mecânico, a execução do projeto do neutralizador dinâmico e os esquemas de controle misto serão abordados.

4.1 Sistema Mecânico

O sistema mecânico (ou sistema primário) escolhido para a aplicação das abordagens de controle passivo-adaptativo foi uma viga de aço, cujas dimensões eram: 930 x 23 x 3 mm. A massa total do sistema era de aproximadamente 0,5 kg.

Durante os experimentos, a viga foi, num primeiro estágio, apoiada sobre roletes metálicos, na tentativa de se buscar a condição de contorno simplesmente apoiada. Num segundo momento, os roletes foram travados e a viga passou a experimentar uma situação intermediária entre a simplesmente apoiada e a duplamente engastada. Essa situação, de reprodução mais garantida, foi a selecionada.

Para cada um dos experimentos (identificação, controle ativo, análise modal e controle misto), considerou-se a viga dividida em 20 partes, conforme mostrado esquematicamente na Fig. 4.1.

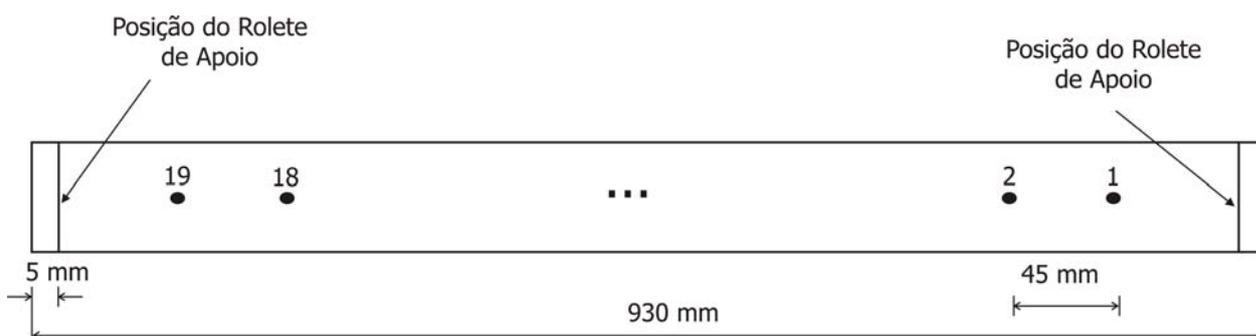


Figura 4.1 – Esquema dos pontos de medição na viga

4.2 Controle Ativo

Com a finalidade de implementar, testar e avaliar a performance dos algoritmos de controle ativo sobre o sistema mecânico, foi utilizada uma placa contendo um Processador Digital de Sinais – DSP (*Digital Signal Processor*) produzido pela Analog Devices®.

4.2.1 ADSP-21161N

A placa EZ-KIT Lite ADSP 21161N (vide Fig. 4.2) possui um processador (ADSP 21161) de 32 bits, com aritmética de ponto flutuante e com uma velocidade de processamento (*clock*) de 100MHz. Possui ainda 2 entradas stereo (RCA) e 4 saídas stereo (RCA), com faixa dinâmica de aproximadamente 2V (pico), conversor AD (Analogico-Digital) modelo 1836, com frequência de amostragem selecionável entre 48kHz e 96kHz, conversor DA (Digital-Analogico) modelo 1852, dentre outros componentes (para mais detalhes, ver [1]).

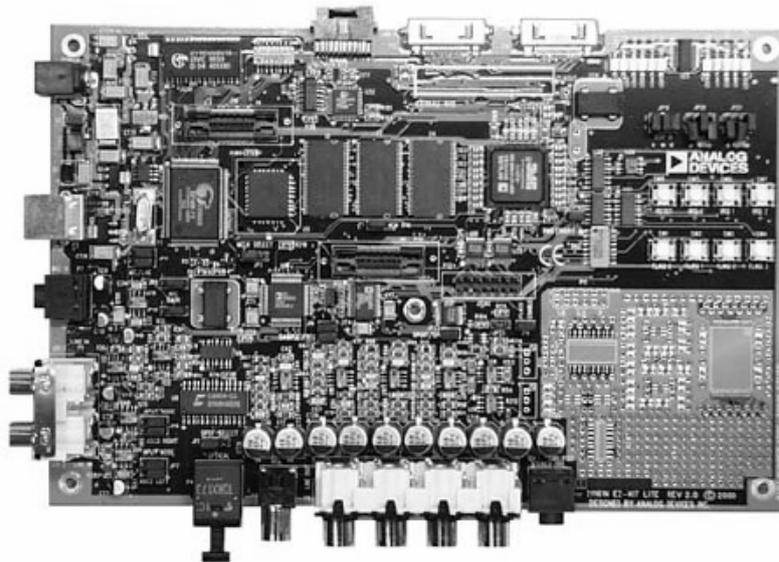


Figura 4.2 – Placa de processamento digital de sinais EZ-KIT Lite 21161N [1]

Os algoritmos utilizados, tanto para a identificação de caminhos, quanto para o controle propriamente dito, foram desenvolvidos em linguagem C, através da ferramenta VisualDSP 3.5++. Este ambiente de desenvolvimento, que é parte integrante do EZ-KIT ADSP21161N, permite o projeto de aplicações também nas linguagens de programação C++ e Assembly.

Além disso, no ambiente VisualDSP 3.5++, pode-se simular aplicações com o DSP sem a necessidade de se utilizar a placa. O ambiente de desenvolvimento integrado IDDE do VisualDSP 3.5++, do inglês *Integrated Development and Debugging Environment*, proporciona um completo controle sobre a edição, construção e *debug* dos projetos relacionados ao DSP. Neste ambiente integrado, pode-se facilmente alternar entre essas fases de criação da aplicação, podendo-se ainda graficar vetores ou variáveis de interesse. Um manual completo sobre este ambiente de programação pode ser encontrado em [1].

Como já mencionado, os algoritmos adaptativos LMS e FXLMS foram programados a partir do ambiente VisualDSP 3.5++, na linguagem de programação C. Na verdade, antes da implementação desses algoritmos, foi utilizado, como ponto de partida, um projeto integrante do ambiente VisualDSP

3.5++, chamado *CTalkthru_21161.dpj*. O objetivo original dessa aplicação seria única e exclusivamente a repetição do sinal fornecido em uma das entradas do DSP para uma de suas saídas, sem nenhum processamento adicional. Assim, a faixa dinâmica da placa pode ser testada, utilizando-se um sinal de entrada conhecido.

Através da modificação do projeto de referência *CTalkthru*, os algoritmos de identificação e, posteriormente, de controle, foram programados e depurados no ambiente VisualDSP 3.5++. O fluxograma da Fig. 4.3 ilustra os passos do algoritmo de controle utilizado. Cabe enfatizar que todo o algoritmo de controle é executado durante uma interrupção do DSP, período em que os sinais de entrada permanecem inalterados e disponíveis.

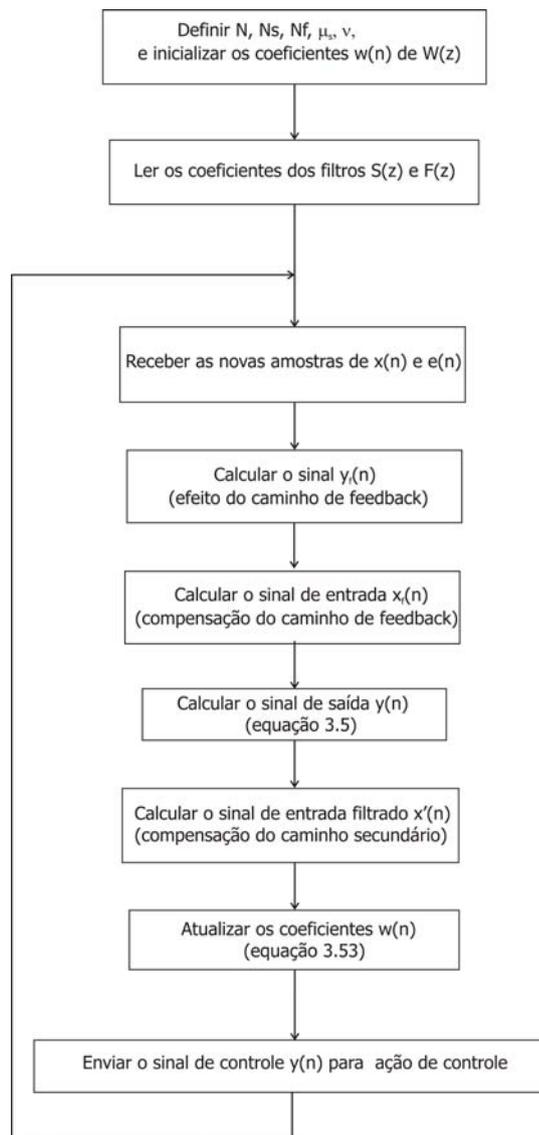


Figura 4.3 – Fluxograma do algoritmo de controle

A primeira parte da aplicação desses algoritmos foi a fase de simulação, visando a aprimoração e correção de eventuais problemas nos códigos. Para isso, utilizou-se um recurso de I/O

do simulador chamado *streams*. Este poderoso recurso de entrada e saída de dados permite, entre outras coisas, a simulação de aplicações dedicadas pelo DSP, lendo arquivos de dados (com extensões tipo *dat*, ou *txt*) como se fossem sinais amostrados diretamente em uma das entradas da placa. De maneira similar, o uso das *streams* permite criar arquivos de saída com as mesmas extensões, simulando a geração de sinais em uma das saídas do KIT. Instruções sobre o uso de *streams*, bem como de outras ferramentas do VisualDSP 3.5++, podem ser encontradas no VisualDSP 3.5++ User's Guide for 32 Bits Processors, localizado em [1].

Tendo testado os códigos em simulação, foram realizados os primeiros experimentos de controle ativo utilizando a viga metálica. O *set-up* experimental para identificação e controle se parece bastante com aquele utilizado em [19]. A Fig. 4.4 mostra a disposição dos equipamentos durante os ensaios de controle ativo.

Os equipamentos utilizados nos experimentos de controle ativo foram 2 excitadores eletromecânicos (*shaker*) modelo BK 4810, 1 acelerômetro BK4393, com sensibilidade de $0,3132 \text{ pC/ms}^{-2}$, 1 acelerômetro BK 4375, com sensibilidade de $0,316 \text{ pC/ms}^{-2}$, 1 amplificador de potência BK 2706, 1 amplificador de potência BK 2718, 2 pré-amplificadores de carga, modelo BK 2635, além do analisador de sinais dinâmicos HP 3567A e da placa EZ-KIT ADSP21161N.

Durante os experimentos, a questão da relação entre as amplitudes dos sinais de entrada e a faixa dinâmica do DSP foi de fundamental importância. Nas primeiras tentativas, os pré-amplificadores de carga foram utilizados com ganho ajustado em 1000 vezes. Mesmo assim, os sinais de vibração ($d(n)$ do processo de identificação, e $x(n)$ e $e(n)$ dos experimentos de controle) ainda estavam numa faixa de 500 mV, ou seja, aproximadamente $\frac{1}{4}$ da faixa dinâmica do DSP.

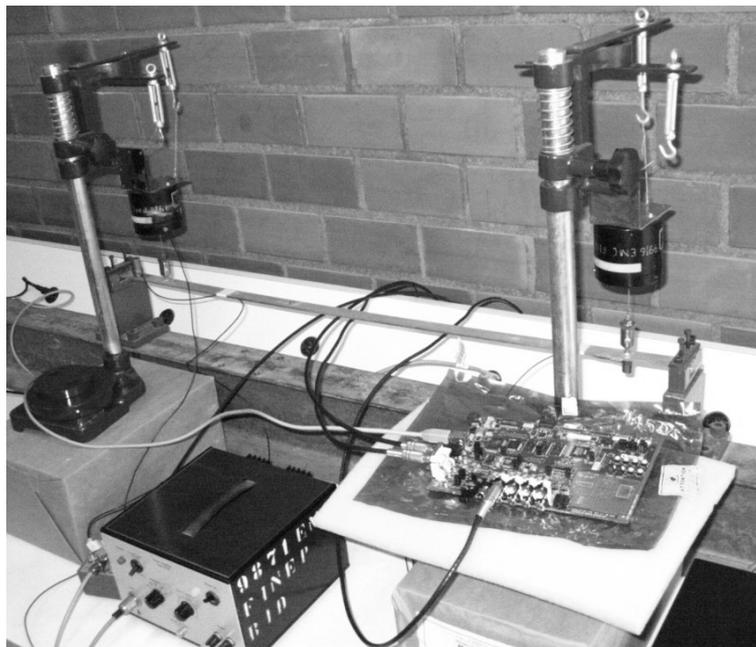


Figura 4.4 – Experimento de controle ativo

A questão da amplitude dos sinais de entrada do DSP está diretamente relacionada com a quantização do sinal analógico realizada pelos conversores A/D da placa. Quanto menor for a amplitude do sinal em relação à faixa dinâmica, menor será a qualidade das informações amostradas, e com isso, o desempenho dos algoritmos de identificação e controle será prejudicado diretamente. De maneira análoga, se a amplitude do sinal de entrada ultrapassar a faixa dinâmica, ocorrerá saturação deste sinal e, conseqüente, perda de informações.

Após a pesquisa nos manuais e documentações disponíveis e também a troca de informações com o departamento de assistência técnica da Analog Devices aqui no Brasil e nos EUA, conseguiu-se resolver o problema de ajuste da faixa dinâmica e da amplitude dos sinais de entrada, utilizando um recurso fornecido pela própria placa DSP.

Existem quatro canais no conversor AD1836A da placa, configurados como dois pares estéreos independentes, um para cada entrada. Um desses pares pode ser programado via *software* para funcionar no modo PGA – *Programmable Gain Amplifier*. Neste modo de funcionamento, pode-se ajustar um ganho relativo àquela entrada estéreo, que corresponde a duas entradas mono.

Os sinais de entrada podem, então, ser amplificados de 0 dB a 12 dB. Para alterar a placa para o modo PGA, basta alterar a posição dos conectores, ou *jumpers*, 7 e 8 da placa (ver Fig. 4.5), conforme indicado no ADSP-21161N EZ-KIT Evaluation System Manual. Este documento também pode ser encontrado em [1].

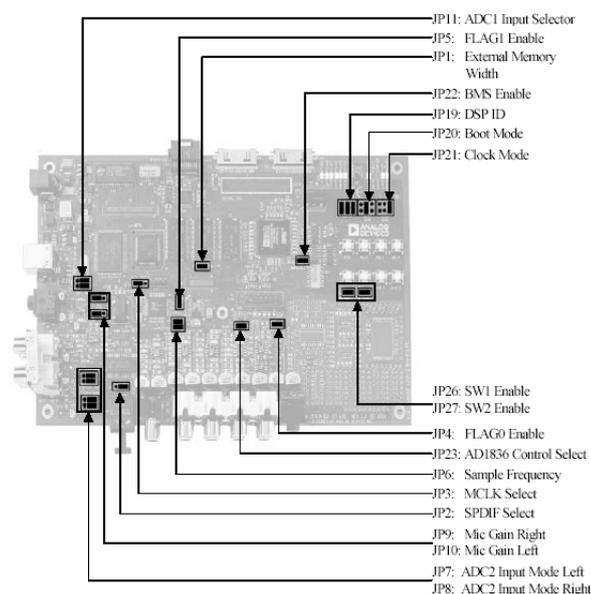


Figura 4.5 – Localização dos jumpers da placa [1]

Efetuada a troca dos *jumpers*, os ganhos desejados para cada entrada puderam ser ajustados, modificando-se um registro de controle identificado por *ADC_ControlRegister1*. A tabela 4.1 mostra como deve ser alterado cada *bit* da palavra de controle, de forma a ajustar o ganho na faixa de 0 dB a 12 dB.

Table 17. ADC Control Register 1

Address	RD/WR	Reserved	Function				
			Filter	Power-Down	Sample Rate	Left Gain	Right Gain
15, 14, 13, 12	11	10, 9	8	7	6	5, 4, 3	2, 1, 0
1100	0	00	0 = DC 1 = High Pass	0 = Normal 1 = PWRDWN	0 = 48 kHz 1 = 96 kHz	000 = 0 dB 001 = 3 dB 010 = 6 dB 011 = 9 dB 100 = 12 dB 101 = Reserved 110 = Reserved 111 = Reserved	000 = 0 dB 001 = 3 dB 010 = 6 dB 011 = 9 dB 100 = 12 dB 101 = Reserved 110 = Reserved 111 = Reserved

Tabela 4.1 - Bits de controle referentes ao *ADC ControlRegister1* [1]

Nos experimentos, optou-se por ajustar o ganho da entrada PGA em 12 dB, fazendo: `ADC_CONTROL1 | WRITE_REG | 0x024`.

Desta forma, durante a identificação e controle do sistema mecânico, todos os sinais provenientes dos acelerômetros passaram a ser pré-amplificados com ganho de 100 vezes e depois novamente amplificados na entrada correspondente do DSP em 12 dB.

Feito isto, os sinais na entrada da placa ficaram numa faixa de 1,5 V a 1,7 V de pico.

4.2.2 Identificação e Controle

Os primeiros experimentos com o DSP e a viga foram as identificações dos caminhos secundário e de *feedback*. A Fig. 4.6 mostra o esquema utilizado nesta etapa.

Para a identificação do caminho secundário, um sinal de excitação, gerado pelo HP, era enviado para o amplificador de potência de cancelamento (BK 2718) e para uma das entradas da placa DSP. O sinal enviado ao BK 2718, após ser amplificado, era transmitido ao *shaker* de cancelamento e excitava a viga na posição 2 (ver Fig. 4.1). O sinal de reposta era medido pelo acelerômetro de erro (BK 4393), na posição 1, e enviado, após amplificação, para uma outra entrada do DSP.

De posse destes dois sinais, $x(n)$ e $d_s(n)$, respectivamente, o algoritmo de identificação encontrava o conjunto de coeficientes que melhor descrevia o caminho secundário, segundo o critério LMS. Para avaliar a *performance* da identificação, o erro de identificação $e(n)$ era enviado ao analisador HP3567A.

Já para a identificação do caminho de realimentação, ou de *feedback*, o sinal $d_r(n)$ foi fornecido pelo pré-amplificador de carga conectado ao acelerômetro de referência (BK 4375), na posição 19.

Vale lembrar que, para a identificação de ambos os caminhos, o excitador de referência permaneceu conectado à viga, embora não estivesse recebendo sinal algum. Isto se justifica pelo fato de que, se a identificação fosse realizada sem a presença deste elemento, no momento em que

fôssemos controlar a viga, o sistema mecânico seria modificado e os coeficientes de ambos os caminhos não estariam corretos.

Identificou-se a viga em duas frequências diferentes, utilizando como excitação um sinal senoidal puro de 80Hz e 300Hz. O módulo fonte do analisador foi ajustado para uma tensão de saída de 1,5V de pico. Este valor de tensão foi definido em virtude da faixa dinâmica das entradas da placa de DSP, que é de 2V de pico.

A partir da monitoração do sinal correspondente ao erro de identificação, os coeficientes relativos a cada um dos caminhos foram salvos. Para que eles pudessem ser lidos pelo algoritmo de controle, utilizamos a extensão *.h* (arquivo de cabeçalho). Neste arquivo, os valores dos coeficientes eram ordenados em linhas e separados por vírgulas.

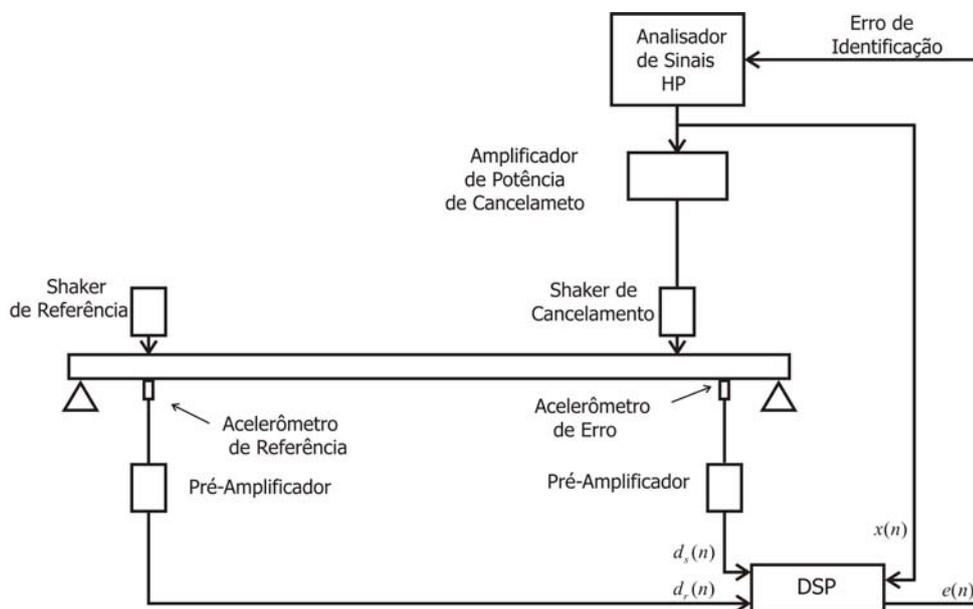


Figura 4.6 – Esquema para a identificação dos caminhos secundário e de redimentação

Tendo em mãos os arquivos com os coeficientes de cada um dos caminhos, os algoritmos de controle puderam ser testados no sistema mecânico. Vale adiantar aqui que os melhores resultados foram obtidos por meio do algoritmo FXLMS com perdas. O diagrama da Fig. 4.7 apresenta a disposição dos equipamentos utilizados durante os experimentos correspondentes.

Um sinal de perturbação, gerado pelo HP3567A, era enviado para o amplificador de potência de referência (BK 2706), excitando a viga na posição 19. Neste mesmo ponto da viga, o sinal primário de vibração, captado pelo acelerômetro de referência, era amplificado e enviado para uma das entradas do DSP.

Utilizando esse sinal, $x(n)$, e também o sinal de vibração residual $e(n)$, captado pelo acelerômetro de erro, o algoritmo de controle calculava a melhor ação de cancelamento $y(n)$. Este sinal era enviado para o *shaker* de cancelamento, a partir de seu respectivo amplificador de potência, e transferido ao sistema mecânico no ponto de conexão.

Como resultado das excitações aplicadas na viga, o sinal de vibração residual era medido pelo acelerômetro de erro e todo o ciclo se repetia.

Com a finalidade de se comparar o desempenho de cada experimento de controle ativo, os espectros de potência do sinal de erro eram armazenados, ajustando-se o amplificador de potência de cancelamento com ganho zero e com ganho máximo possível. A curva obtida para o caso de ganho zero do amplificador corresponde ao sistema sem controle. A curva do sistema com controle era obtida aumentando-se gradativamente a amplificação do sinal, até o ganho máximo possível.

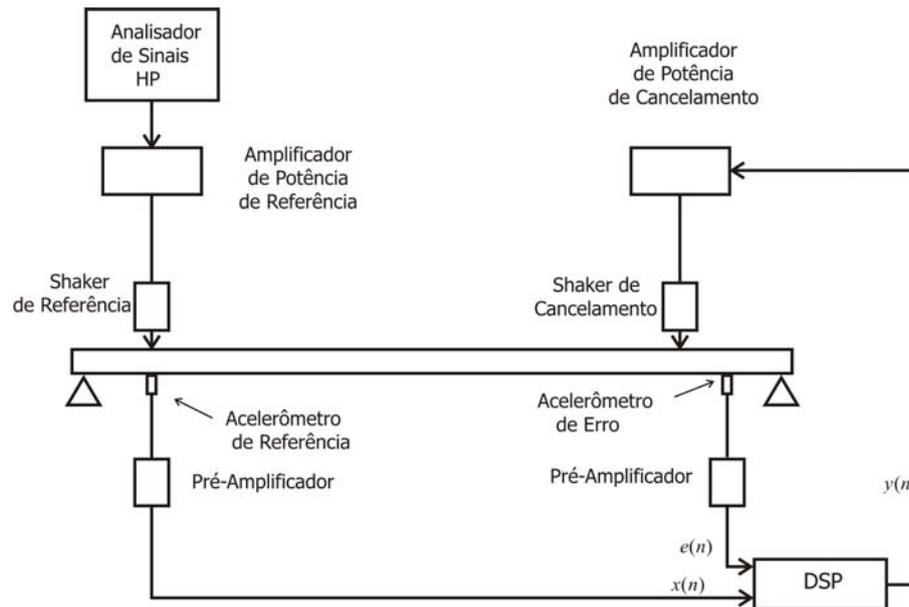


Figura 4.7 – Esquema de controle ativo

4.3 Análise Modal Experimental

Visando o projeto do sistema de controle passivo por neutralizador viscoelástico, foi necessário o conhecimento dos parâmetros modais (frequências naturais, fatores de perda modais e modos de vibrar) do sistema primário, qual seja, a viga metálica. A abordagem utilizada para se obter esses parâmetros foi a da análise modal experimental [14].

Para levantar cada uma das curvas de função resposta em frequência requeridas, foram utilizados 1 excitador eletro-mecânico (*shaker*) modelo BK 4810, 1 acelerômetro BK4393, com sensibilidade de $0,3132 \text{ pC/ms}^{-2}$, 1 amplificador de potência BK 2718, 1 célula de força BK8200, com sensibilidade de $3,82 \text{ pC/N}$, 2 pré-amplificadores de carga, modelo BK 2635, um filtro analógico de sinais WaveTek modelo 852, além do analisador de sinais dinâmicos HP 3567A. A disposição desses equipamentos durante as medições está mostrada na Fig. 4.8.

Utilizou-se como sinal de entrada o sinal aleatório contínuo, fornecido pelo analisador dinâmico de sinais HP. Como este sinal possui um espectro de potência aproximadamente plano em

uma faixa de 0 Hz a 51,2 kHz, fez-se o uso de um filtro passa-baixo, para limitar a excitação em uma faixa mais estreita em frequência.

Assim, para analisar o comportamento da viga até 800 Hz (região em que, por cálculos teóricos aproximados para uma viga metálica com parâmetros distribuídos [23], estariam os primeiros oito a dez modos de vibração da viga), escolhemos a frequência de corte f_c do filtro WaveTek como sendo 1000Hz. A Fig. 4.9 mostra o espectro de potência do sinal de excitação com e sem a aplicação do filtro.

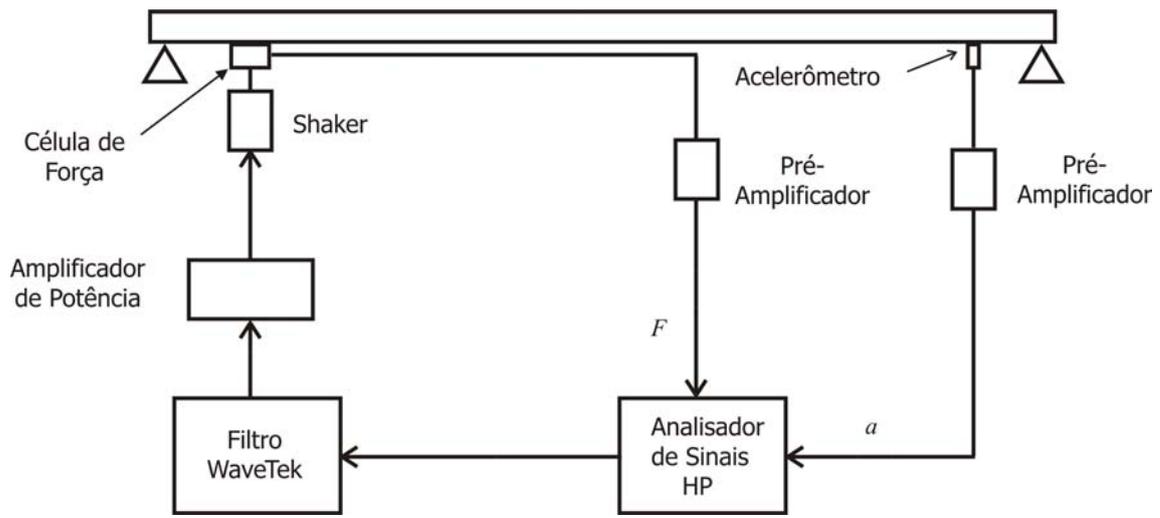


Figura 4.8 – Disposição dos equipamentos durante a análise modal experimental

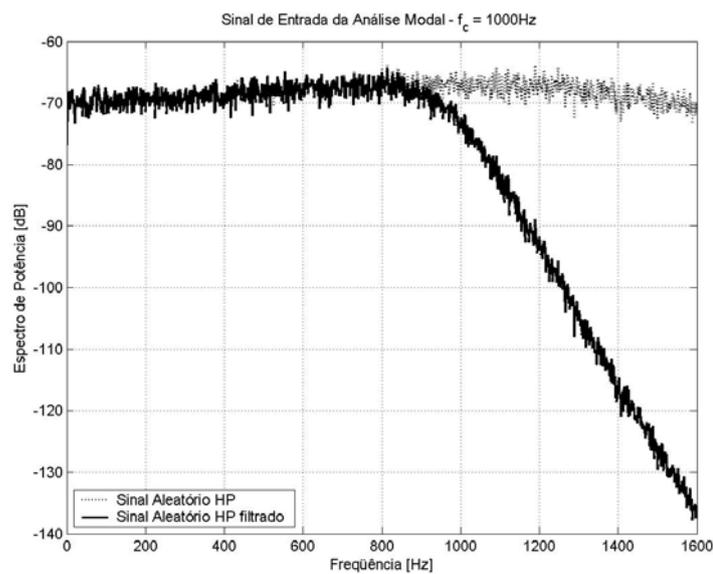


Figura 4.9 – Espectro de potência do sinal de excitação com e sem o filtro passa-baixa

Com esse sinal de excitação, ajustamos a amplitude em 3 V na saída do analisador. O sinal era enviado para o excitador (*shaker*), conectado na posição 19 da viga, depois de passar pelo amplificador de potência. O ajuste do amplificador era realizado conforme a amplitude do sinal de resposta lido no analisador.

Na mesma posição 19, foi colocada a célula de força, responsável pela medição do sinal de força, a cada instante de tempo. Este sinal era condicionado em um pré-amplificador de carga com ganho ajustado para 100 e enviado ao analisador.

O sinal de resposta do sistema foi medido através do acelerômetro, conectado a um outro pré-amplificador de carga ajustado com ganho 100. Deslocando o acelerômetro da posição 1 até a posição 19, recolhemos 19 funções resposta em frequência para o cálculo dos parâmetros modais da estrutura.

Durante as medições, utilizamos uma resolução de 1600 linhas na frequência, em uma faixa de 0 a 800 Hz, e um número de médias igual a 50.

4.3.1 Identificação dos Parâmetros Modais

Visando o projeto do neutralizador dinâmico de vibrações, foram utilizadas as 19 funções resposta em frequência, levantadas durante a análise modal, para encontrar os parâmetros modais da viga.

Para tanto, trabalhou-se com um método que enfatiza o domínio da frequência, muito embora o processamento pudesse ser realizado no domínio do tempo [14].

O processamento dos dados foi realizado por meio do pacote de programas MODENT 2004, desenvolvido pela ICATS (*Imperial College Analysis Testing and Software*) [22]. Este programa é subdividido em módulos e aplicativos. Neste trabalho, utilizamos o módulo MODENT e o aplicativo FILTER_U. A Fig. 4.10 mostra todos os módulos e aplicativos fornecidos pelo pacote.

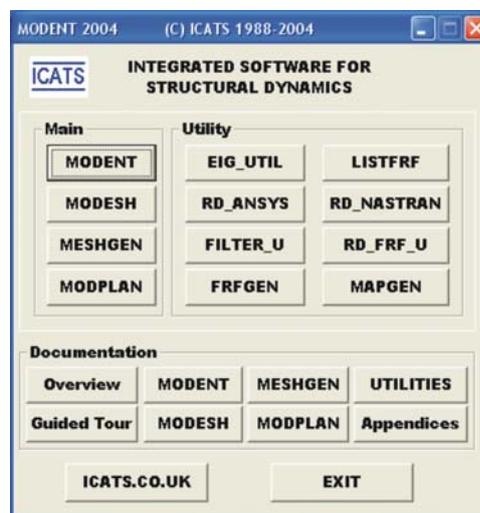


Figura 4.10 – Janela principal do MODENT 2004

O formato de saída das FRF's do analisador é o de dados, com extensão *.dat*. Para que essas curvas pudessem ser processadas no MODENT 2004, utilizamos um aplicativo fornecido pela HP, chamado SDFTO58.exe, que realiza a conversão deste formato para a extensão *.frf*.

Desta forma, as 19 curvas puderam ser lidas no MODENT 2004, a partir do aplicativo FILTER_U. A função deste aplicativo é juntar cada uma das FRF's em formato *.frf* num arquivo único com extensão *.crd* (*combine response data*). Arquivos com a extensão *.crd* são utilizados pelo MODENT 2004 no cálculo dos parâmetros modais de sistemas SIMO (*single input – multiple output*), com múltiplas FRF's. O diagrama mostrado na Fig. 4.11 ilustra os caminhos e formatos utilizados pelo MODENT 2004 desde a geração das FRF's (analisador) até o arquivo final com os parâmetros modais, com extensão *.eig*.

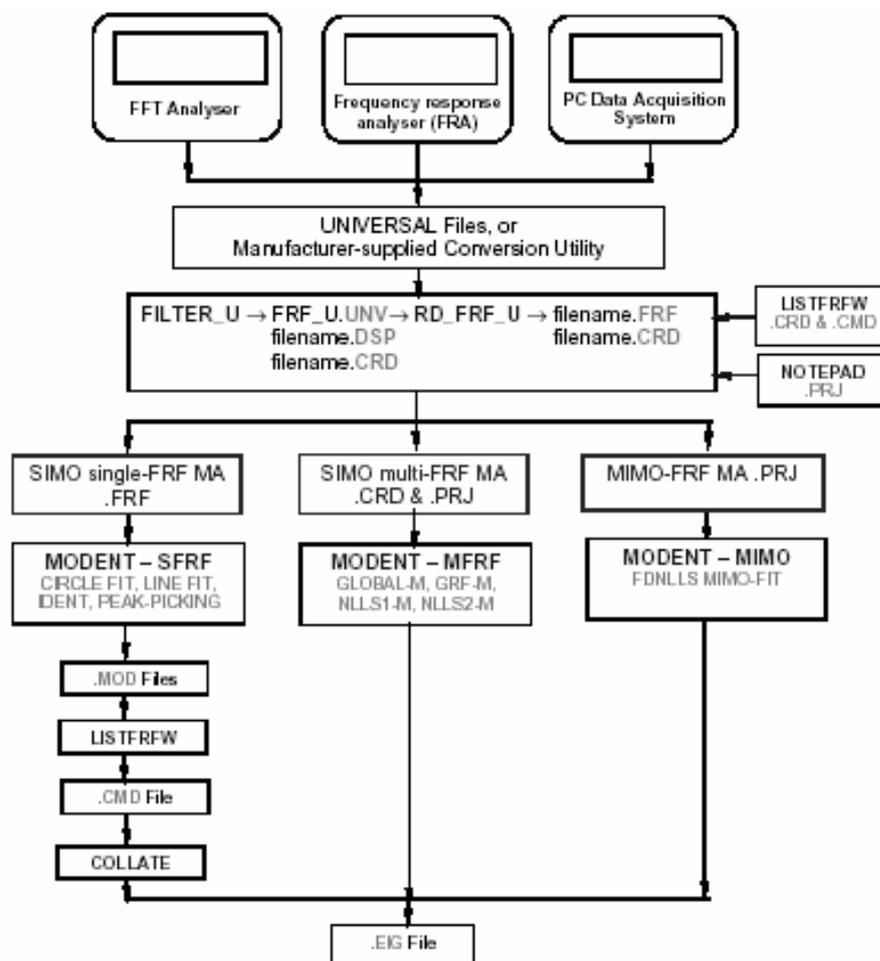


Figura 4.11 – Diagrama com os caminhos utilizados no processamento dos parâmetros modais [22]

Módulo MODENT

É um programa iterativo, que pode ser utilizado para se gerar uma FRF a partir dos dados modais de uma estrutura (frequências naturais, amortecimento e constante modal) ou a partir de dados espaciais como matrizes de massa, rigidez e amortecimento. Além disso, esse programa também permite a análise de uma ou mais FRF's, para a extração dos parâmetros modais. Como o

objetivo do nosso trabalho era modelar matematicamente o sistema primário, na faixa de frequência de interesse, utilizamos esta última função do MODENT.

Para o processamento de várias FRF's com um único ponto de excitação, sistemas SIMO, o MODENT 2004 fornece quatro algoritmos para a extração dos parâmetros modais. São eles: GLOBAL-M, GRF-M, NLLS1-M e NLLS2-M [22]. Cada um desses métodos necessita de um arquivo com extensão *.crd* e as respectivas FRF's para o seu funcionamento.

GLOBAL-M: Este método é baseado na decomposição em valores singulares (SVD) da matriz do sistema, expressa em função das FRF's medidas. As propriedades modais do sistema são extraídas após a resolução do problema complexo de autovalores. Uma vantagem deste método é sua habilidade de detecção de modos muito próximos. Teoricamente, para o processamento simultâneo de N modos desejados, é necessário a análise de N FRF's. Os parâmetros modais são então fornecidos em N conjuntos (frequências naturais, amortecimento e modos de vibrar), cada um deles correspondente a um processamento independente.

GRF-M: Já este método é baseado no método de razão fracionária, onde os parâmetros modais são determinados N vezes e o resultado final é fornecido através da média dos valores encontrados. Basicamente, a FRF é expressa como a razão de dois polinômios, os zeros do numerador fornecem as constantes modais e os valores de amortecimento enquanto os pólos do denominador nos dão as frequências naturais.

NLLS1-M e NLLS2-M: Ambos os métodos são baseados na minimização da diferença existente entre os dados medidos e um modelo teórico contendo o número de modos fornecidos e utilizando a técnica de mínimos quadrados não-linear (NLLS).

Todos esses métodos foram testados no processamento das FRF's medidas. Os resultados mais consistentes foram fornecidos pelo método GLOBAL-M.

Foram identificadas 7 frequências naturais na faixa de 70Hz a 700Hz. Essas frequências, e seus respectivos fatores de perda e modos de vibrar, são apresentados nas equações abaixo:

$$\Omega_r = 2\pi[82.3821 \quad 138.4071 \quad 210.2711 \quad 299.1348 \quad 402.4697 \quad 522.7265 \quad 658.3140] \text{ (rad/s)} \quad (4.1)$$

$$\eta_r = [0.0049 \quad 0.0098 \quad 0.0038 \quad 0.0033 \quad 0.0025 \quad 0.0020 \quad 0.0018] \quad (4.2)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.9094 & -1.0643 & 1.5210 & -2.1922 & 1.7811 & -1.8413 & 2.1145 \\ 1.3207 & -1.8393 & 1.8900 & -1.7885 & 1.4958 & -0.8503 & 0.4561 \\ 1.6831 & -1.9647 & 1.5062 & -1.4550 & -0.3304 & 0.9892 & -1.9440 \\ 1.5089 & -1.2869 & 0.1878 & 1.6332 & -1.7743 & 1.8368 & -1.0888 \\ 1.4615 & -0.2993 & -1.3715 & 1.7670 & -1.4029 & 0.0336 & 1.5130 \\ 0.5860 & 0.9347 & -1.7747 & 1.3744 & 0.5569 & -1.8490 & 1.6439 \\ -0.1689 & 1.7652 & -1.4781 & -0.7724 & 1.8986 & -1.1851 & -0.9420 \\ -0.9829 & 1.9007 & -0.1681 & -1.6418 & 1.3011 & 0.8663 & -2.0338 \\ -1.5000 & 1.2273 & 1.2896 & -1.6805 & -0.6674 & 1.9849 & 0.2087 \\ -1.5237 & 0.0859 & 1.8162 & -0.3836 & -1.9785 & 0.1665 & 2.0630 \\ -1.4271 & -0.9821 & 1.4851 & 1.5708 & -1.0873 & -1.7434 & 0.5055 \\ -0.8749 & -1.7958 & 0.0884 & 1.6181 & 0.8481 & -1.2886 & -1.8357 \\ -0.2235 & -1.8226 & -1.2838 & 1.3004 & 2.0087 & 0.7820 & -1.1991 \\ 0.6934 & -1.1334 & -1.7863 & -1.3865 & 0.8399 & 2.0056 & 1.3306 \\ 1.1113 & 0.0729 & -1.4248 & -1.5053 & -1.0126 & 0.3196 & 1.7360 \\ 1.5155 & 1.1012 & -0.1506 & -1.4060 & -1.9714 & -1.5871 & -0.6807 \\ 1.7351 & 1.8483 & 1.1953 & 0.4334 & -0.6562 & -1.5203 & -2.0315 \\ 1.7123 & 1.8686 & 1.6692 & 1.4761 & 1.1782 & 0.5993 & 0.0296 \\ 0.9641 & 1.2111 & 1.4580 & 1.4743 & 1.7545 & 1.8147 & 1.7388 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

As figuras 4.12 e 4.13 mostram o processamento das FRF's através do método GLOBAL-M.

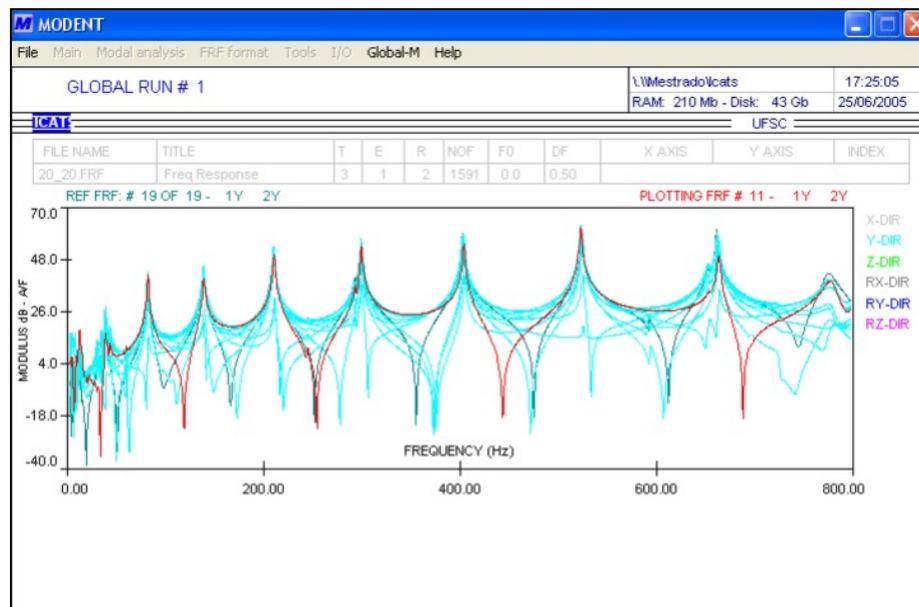


Figura 4.12 – Processamento das FRF's através do método GLOBAL-M

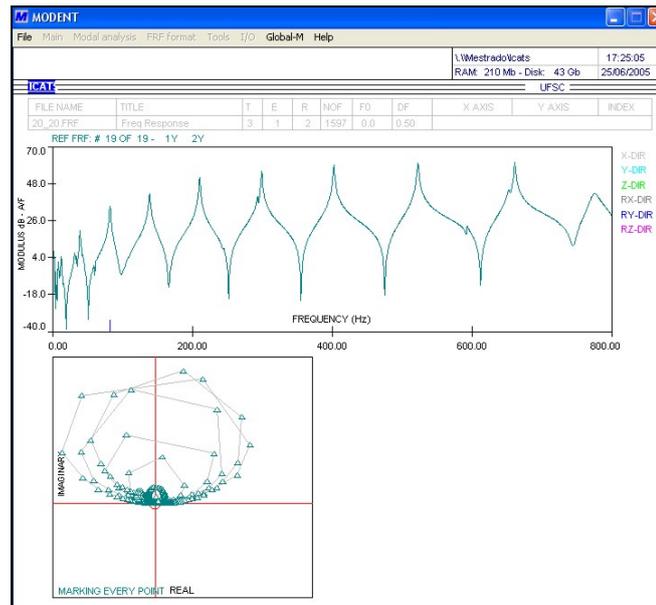


Figura 4.13 – Análise individual das FRF's através do método GLOBAL-M

4.4 Projeto do Neutralizador Viscoelástico

De posse dos parâmetros modais da estrutura, identificados via análise modal experimental, iniciou-se o projeto do NDV.

Escolheu-se, para a redução de vibrações na viga, a faixa de frequência de 190 Hz a 440 Hz. Para essa faixa, utilizaram-se, além das frequências naturais, dos fatores de perda e dos modos de vibrar da própria faixa, os correspondentes a dois modos acima e dois modos abaixo. Estes modos adicionais são de extrema importância no cômputo dos parâmetros característicos do neutralizador dinâmico de vibrações [2].

De forma geral, o neutralizador deve ser posicionado no ponto de maior deformação dos modos que se deseja controlar [2]. Decidiu-se, então, fixar o neutralizador na posição de número 2 da viga (Fig. 4.1), indicada pelo asterisco da Fig. 4.14. Com base nos resultados obtidos na análise modal experimental (vide Eq. (4.3)), a Fig. 4.14 mostra os modos desejados da viga, quais sejam, o quinto, o sexto e sétimo, em função de seu comprimento.

Percebe-se que esta posição não coincide com nenhum nó dos modos de interesse. Caso isso acontecesse a ação do neutralizador seria nula.

Com a localização do neutralizador definida, foi escolhido o tipo de material viscoelástico a ser utilizado na construção do NDV. O objetivo era empregar um material que apresentasse uma variação razoável em suas características (fator de perda e modo de cisalhamento), frente à variação de temperatura de 7 °C a 25 °C. Optou-se por utilizar a borracha butílica 45 SHORE A, cujo nomograma é o da Fig. 4.15.

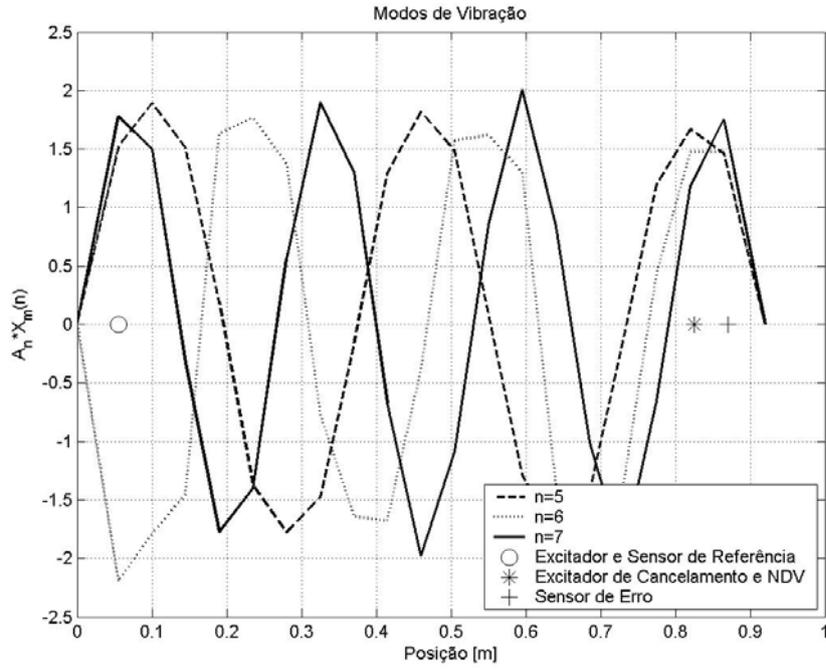


Figura 4.14 – Modos de vibrar da viga

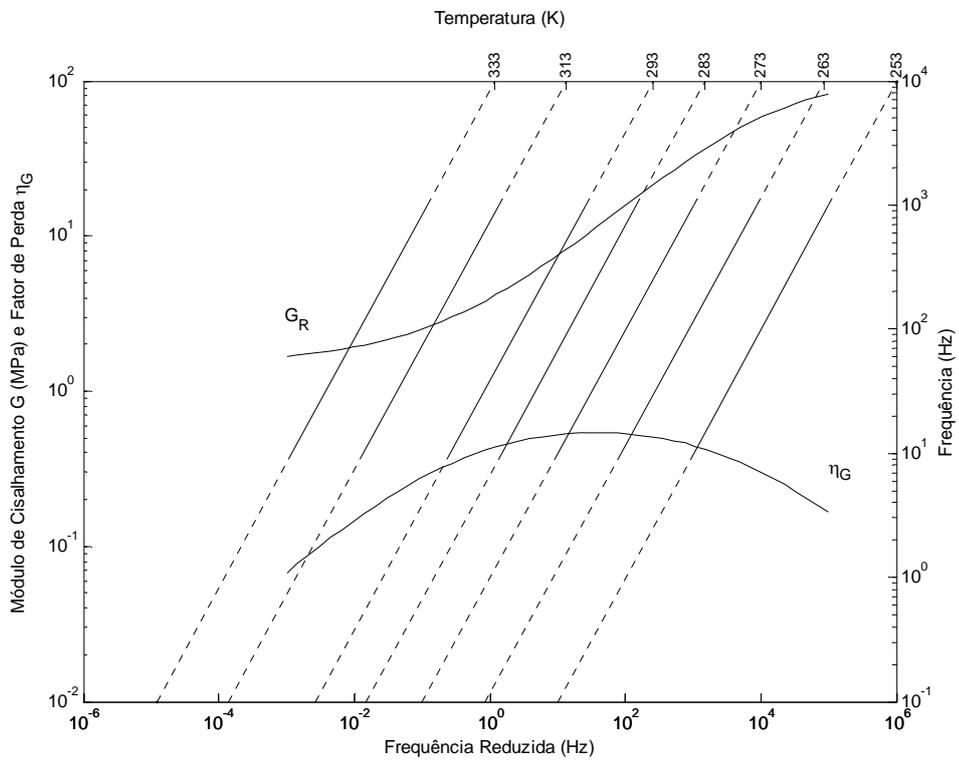


Figura 4.15 – Nomograma do material viscoelástico utilizado na construção do NDV

Este material foi caracterizado no PISA-LVA, segundo a seguinte equação descritiva (vide Cap. 2):

$$\bar{G}(\omega, T) = \frac{G_L + G_H b_{T0} [i\alpha_T(T)\Omega]^\beta}{1 + b_{T0} [i\alpha_T(T)\Omega]^\beta} \quad (4.4)$$

com

$$\log_{10} \alpha_T(T) = \frac{-\theta_1(T - T_0)}{\theta_2 + (T - T_0)} \quad (4.5)$$

Para a borracha butílica em questão, os dados encontrados foram: $G_L = 1,53 \cdot 10^6 \text{ Pa}$, $G_H = 1,11 \cdot 10^8 \text{ Pa}$, $\beta = 0,396$, $b_{T0} = 1,34 \cdot 10^{-2}$ para $T_0 = 273 \text{ K}$, $\theta_1 = 15,1$ e $\theta_2 = 171$.

Tendo definido a posição do neutralizador e o material viscoelástico a ser utilizado, seguiu-se à fase de projeto do NDV, através do programa de otimização desenvolvido por Bavastri [2]. Como discutido no Capítulo 2, esse programa utiliza técnicas de programação não-linear para encontrar os parâmetros ótimos dos neutralizadores, para uma dada estrutura.

O programa teve um arquivo de entrada, com extensão *.eig*, contendo os parâmetros modais identificados. A faixa de frequência de interesse, bem como o número de modos dentro dessa faixa, os parâmetros do material viscoelástico e também a temperatura de projeto, 25 °C, foram os outros dados de entrada do programa de otimização.

Para a borracha butílica a 25 °C, foram encontrados os seguintes parâmetros ótimos: $m_n = 3.35067 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ e $\Omega_a = 248.6145 \text{ Hz}$. A curva teórica da aplicação deste NDV no sistema primário em questão é ilustrada na Fig. 4.16, a partir de arquivo de saída gerado pelo programa.

Analisando o resultado teórico, pode-se perceber que o NDV, ao ser fixado na estrutura, reduz as frequências de ressonância na faixa de interesse (190 Hz a 440 Hz) como desejado. Vale analisar também que o controle passivo exerce um efeito benéfico em outras frequências de ressonância da estrutura, fora da faixa de interesse.

Com os parâmetros ótimos em mãos, o projeto do NDV foi realizado. O primeiro passo foi calcular o fator de forma L para o neutralizador. Este fator de forma depende da forma geométrica do dispositivo. Considere-se a seguinte relação para a rigidez (vide Cap. 2):

$$K_n(\Omega_a) = LG(\Omega_a) \quad (4.6)$$

onde $L = A/e_n$ [12], para o caso de cisalhamento predominante, sendo A a área de cisalhamento e e_n a espessura do material viscoelástico.

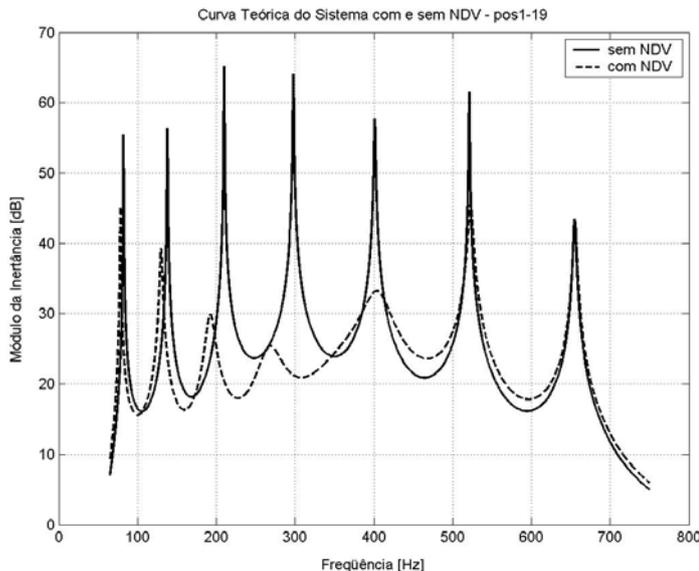


Figura 4.16 – Curva teórica da aplicação do NDV sobre a viga apoiada

Temos que a frequência de antiressonância do NDV é dada por (vide Cap. 2):

$$\Omega_a^2 = \frac{K(\Omega_a)}{m_n} = \frac{LG(\Omega_a)}{m_n} \tag{4.7}$$

Isolando o fator de forma na equação (4.7), temos:

$$L = \frac{m_n \Omega_a^2}{G(\Omega_a)} \tag{4.8}$$

A massa e a frequência do NDV foram fornecidos pelo programa de otimização. Já o valor do módulo de cisalhamento para a frequência Ω_a pode ser calculado através de (4.4), com os parâmetros da borracha butílica. Substituindo esses valores na Eq. (4.8), obtivemos $L = 0.0165$.

A espessura do material viscoelástico disponível era $e_n = 0,003\text{ m}$. Considerando o valor encontrado para o fator de forma, encontrou-se a área de cisalhamento desejada $A = 0,0000495\text{ m}^2$.

O fator de forma desejado foi obtido através da confecção de dois elementos de material viscoelástico, cada um composto por um par de tiras, com as seguintes dimensões: 7x7x3 mm. Cada par de tiras era separado por uma chapa de aço de dimensões 7x7x1 mm. Esses dois núcleos de aço foram utilizados com o objetivo de garantir o cisalhamento predominante do material viscoelástico.

O corpo do neutralizador foi feito em aço. Projetou-se um cilindro de raio 15 mm e altura 10 mm. Como a densidade do aço é 7850 kg/m^3 , a massa total do cilindro era de 0,0555 kg. Foi retirada

então, a porção de material necessária (cerca de $2,74 \times 10^{-6} \text{ m}^3$) para que a massa desejada do neutralizador (0,0335 kg) fosse obtida.

Na parte central do corpo do neutralizador, foi concebida uma haste de alumínio, com rosca M5, responsável pela fixação do dispositivo na viga. Os elementos elastoméricos foram colados entre a haste central e a massa de aço externa do neutralizador.

A forma final do dispositivo é apresentada na Fig. 4.17.

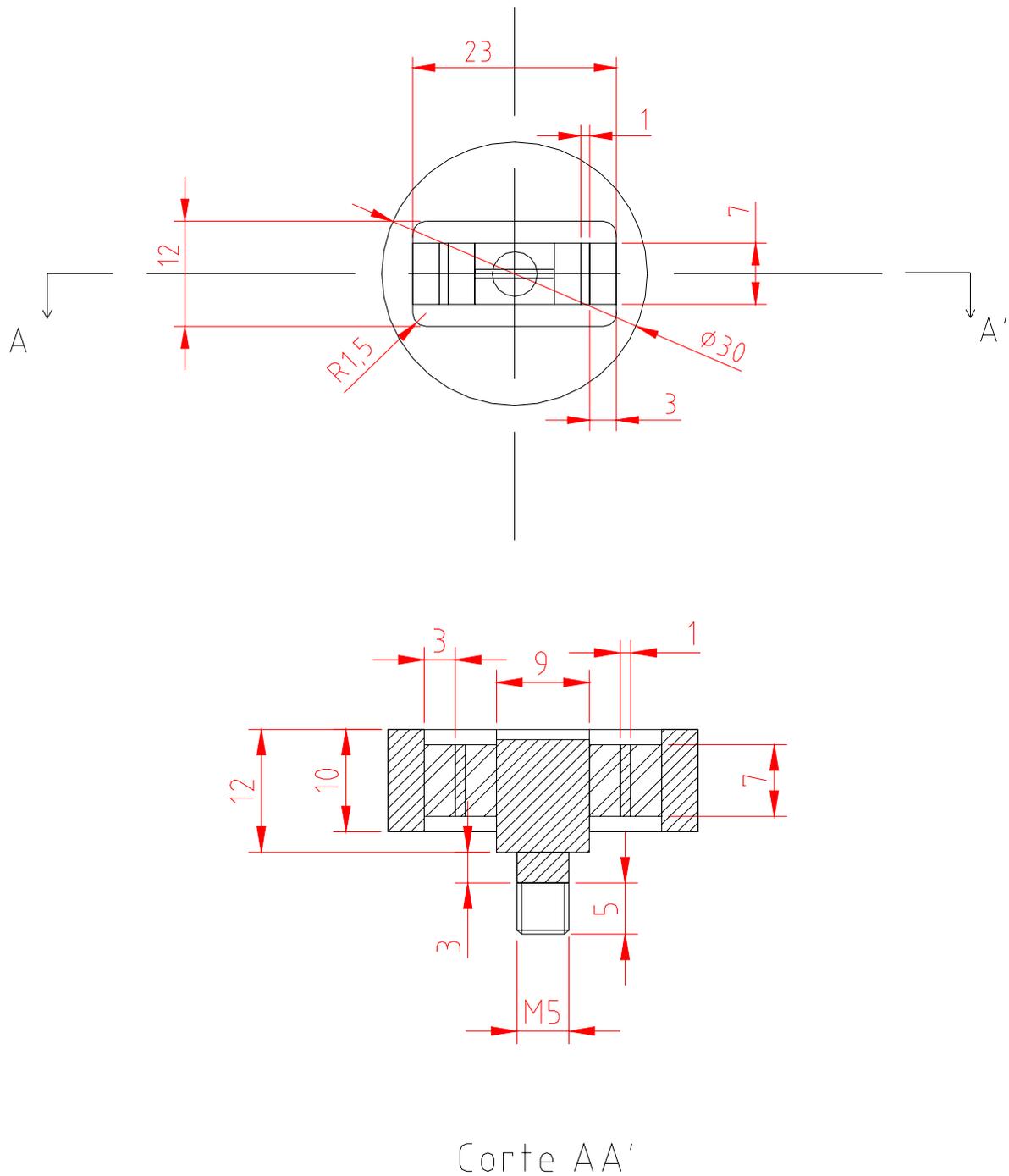


Figura 4.17 – Vista superior e corte frontal do NDV

4.5 Controle Misto

Já com os problemas de controle ativo solucionados, e com o neutralizador dinâmico de vibrações construído, os experimentos de controle misto de vibrações foram iniciados.

Nessa fase do trabalho, a intenção principal era analisar o comportamento do sistema de controle de vibrações da viga, face a variações de temperatura.

Para isso, escolheu-se investigar a resposta do sistema em duas temperaturas diferentes: em 25°C, temperatura utilizada para projetar o controle passivo, e a 7 °C.

Já em relação ao sinal de excitação, a viga foi identificada e controlada com uma excitação senoidal dentro da faixa de interesse, em 292 Hz.

Era esperado que, frente à dessintonização do sistema de controle passivo, o sistema de controle ativo-adaptativo fosse capaz de compensar essas variações e manter uma atenuação global razoável sobre os níveis de vibração da viga.

Esses experimentos foram iniciados pela obtenção das FRF's da viga, à temperatura ambiente de 25 °C, com e sem a presença do NDV na posição 2 da viga. As FRF's foram levantadas excitando-se a viga na posição 19 e lendo a resposta na posição 1. Finda essa fase, a viga foi colocada na câmara de temperatura controlada e a temperatura foi ajustada para 7 °C. Nessa temperatura, repetiu-se o levantamento de FRF's, com a presença do NDV. A Fig. 4.17 mostra a montagem experimental.

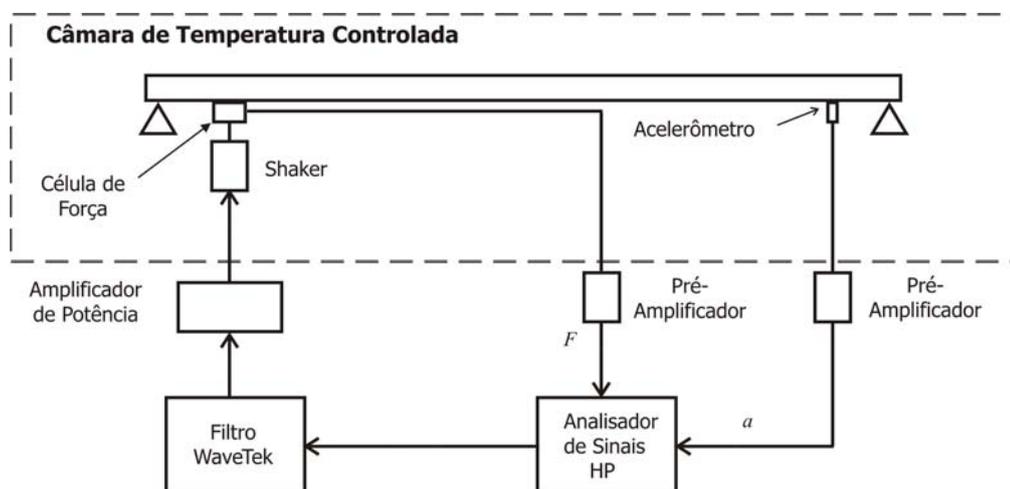


Figura 4.17 – Levantamento de FRF's utilizando a câmara de temperatura controlada

Logo depois, iniciamos o processo de identificação do sistema na frequência de 292 Hz. Uma vez identificado e controlado o sistema nessa frequência, somente com o controle ativo, fixamos o neutralizador dinâmico de vibrações na posição 2 da viga.

Com o controle adaptativo e com o NDV, foram levantados os espectros de potência do sinal de erro para a frequência de excitação, à temperatura ambiente de 25 °C.

Em seguida, através da câmara, abaixou-se a temperatura do sistema completo (viga+NDV) para 7 °C. Então, os espectros de potência do sinal de erro foram novamente medidos para a excitação em 292 Hz.

A Fig. 4.18 mostra o esquema do experimento de controle misto e a Fig. 4.19 ilustra a montagem.

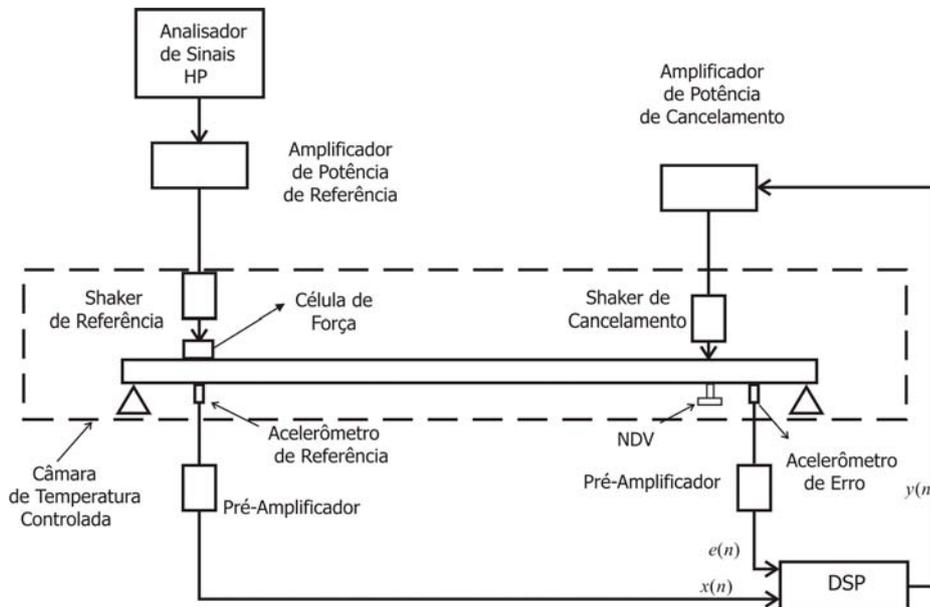


Figura 4.18 – Sistema de controle misto de vibrações



Figura 4.19 – Experimento de controle misto (interior da câmara)

Capítulo 5 : Resultados

Neste capítulo, serão apresentados e discutidos os resultados experimentais obtidos durante este trabalho. Será adotado aqui, por conveniência de exposição, a seqüência controle passivo, controle ativo e controle misto, e não a do Cap. 4, que corresponde a como o trabalho se desenvolveu.

5.1 Controle Passivo

Pelo uso da montagem experimental utilizada na análise modal da viga, foram levantadas as FRF's do sistema com e sem o NDV, na temperatura ambiente de aproximadamente 25 °C e a uma temperatura mais baixa, de aproximadamente 7 °C. Para isso, fez-se uso da câmara de temperatura controlada do PISA-LVA. Essas medições foram realizadas excitando-se a viga na posição 19 e medindo-se sua resposta na posição 1.

Na Fig. 5.1, temos as seguintes FRF's da viga na posição 1-19 (excitação na posição 19 e resposta na posição 1): sem NDV à temperatura ambiente, com NDV à temperatura ambiente e com NDV à temperatura mais baixa, bem distinta daquela de projeto do controle passivo. O NDV encontrava-se na posição 2.

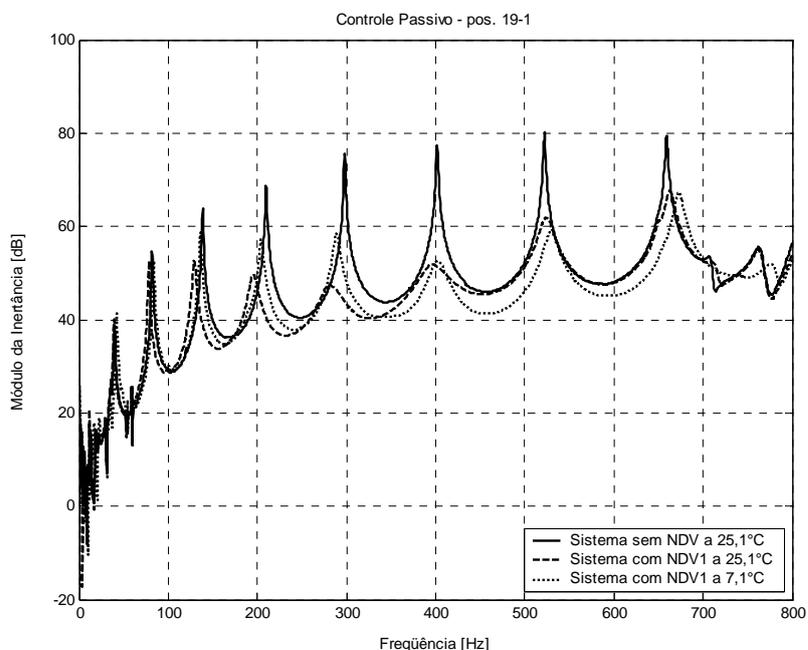


Figura 5.1 – FRF's da viga, utilizando controle passivo, na posição 1-19

Analisando as FRF's na posição 1-19, percebemos que a resposta da viga com o NDV à temperatura ambiente (temperatura de projeto) apresenta os menores picos dentro da faixa de interesse (190 Hz a 440 Hz). Em outros picos de ressonância, a aplicação do NDV, a essa temperatura, também apresenta um efeito benéfico.

Como era de se esperar, à temperatura mais baixa, o desempenho do NDV ficou prejudicado. Apesar de reduzir os picos de ressonância, a resposta da viga com o neutralizador para a temperatura de 7,1 °C não apresenta o mesmo efeito redutor para as frequências dentro da faixa de interesse. Uma análise mais cuidadosa das FRF's do sistema, próximo da frequência de 300 Hz, ilustra a dessintonização do NDV com mudança de temperatura.

A tabela 5.1 mostra os picos, em dB (ref.: 1m/s²N) das FRF's, para algumas frequências de ressonância da viga, indicadas pelas FRF's em tela. Vale destacar aqui que as frequências de ressonância do sistema mecânico com e sem o NDV são ligeiramente diferentes. Desta forma, para fins de comparação, os dados mostrados na tabela 5.1 dizem respeito aos picos de ressonância do sistema composto que se localizam próximos das frequências de ressonância do sistema primário.

	82 Hz	138 Hz	209 Hz	298 Hz	402 Hz	522 Hz	659 Hz
Sem NDV a 25,1 °C	54,7	64,9	68,7	75,7	77,3	80,1	79,5
Com NDV a 25,1 °C	52,7	52,6	49,9	47,6	51,9	61,8	67,8
Com NDV a 7,1 °C	52,7	58,7	57,2	58,4	52,7	59,0	67,2

Tabela 5.1 – Picos das FRF's com e sem controle passivo, em diferentes temperaturas, na posição 1-19

A análise da tabela 5.1 nos fornece uma idéia sobre o desempenho do controle passivo. Para condições ótimas do neutralizador dinâmico, obtivemos reduções de 18,8 dB, 27,9 dB e 25,4 dB, relativas aos três picos de ressonância dentro da faixa de interesse.

Com a dessintonização, na faixa de interesse, as reduções são menores, mas continuam ocorrendo. Ou seja, mesmo fora de suas condições ótimas, o NDV ainda atua de forma benéfica.

Vale destacar que se o sistema composto for excitado em uma frequência dentro da faixa, mas fora de uma região de ressonância, o neutralizador dinâmico terá pouca ou nenhuma influência. Entende-se, portanto, que para frequências dentro da faixa de projeto do controle passivo, mas fora de uma ressonância do sistema primário, o controle ativo pode se apresentar também como alternativa.

As reduções previstas teoricamente pelo programa de otimização dos neutralizadores, na faixa de interesse, foram: 35,2 dB, para 209 Hz; 38,7 dB, para 298 Hz; e 24,5 dB, para 402 Hz (vide Fig. 4.15). Essas reduções são, para as duas primeiras frequências, bem superiores às obtidas experimentalmente. A princípio, não teríamos uma explicação definitiva para esse fato. Contudo, deve-se considerar que a montagem manual dos elementos viscoelásticos do neutralizador pode dar margem a que esse apresente um desempenho aquém do esperado, o que não é o caso quando empregada a montagem em prensas de injeção e vulcanização de elastômeros [25].

Expõe-se que as FRF's previstas pela teoria e as obtidas experimentalmente não foram sobrepostas aqui tendo em vista o fato de que foram levantadas com base em ganhos diferentes dos sistemas de amplificação utilizados (fonte, filtro analógico, amplificador de potência e pré-amplificadores de carga) num e noutra casos. Dessa forma, a superposição não é esclarecedora.

Por fins de comparação, conectamos o excitador eletromecânico (*shaker*) de cancelamento na posição 2, e levantamos as FRF's do sistema com e sem NDV, nas duas temperaturas já indicadas. As três curvas são mostradas na Fig. 5.2.

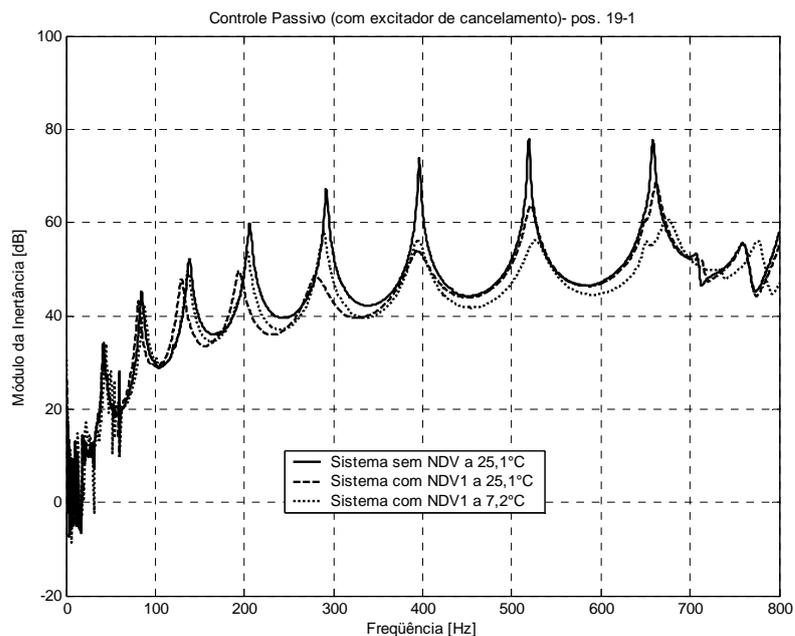


Figura 5.2 – FRF's da viga, com NDV e excitador de cancelamento, na posição 1-19

Como, nos experimentos de controle misto, os dois excitadores estariam conectados, a intenção aqui foi a de observar a eficiência do NDV no sistema com essa configuração.

Pelas curvas apresentadas, podemos perceber que a viga se comporta como se uma fonte adicional de amortecimento estivesse presente. Dessa forma, a redução proporcionada pelo neutralizador é menor. Contudo, o estágio final de redução alcançado não apresenta alterações significativas. Isso é melhor visualizado na Fig. 5.3. Nela, são comparadas as FRF's do sistema com o NDV, a 25,1 °C, com e sem a fixação do excitador de cancelamento (excitador 2).

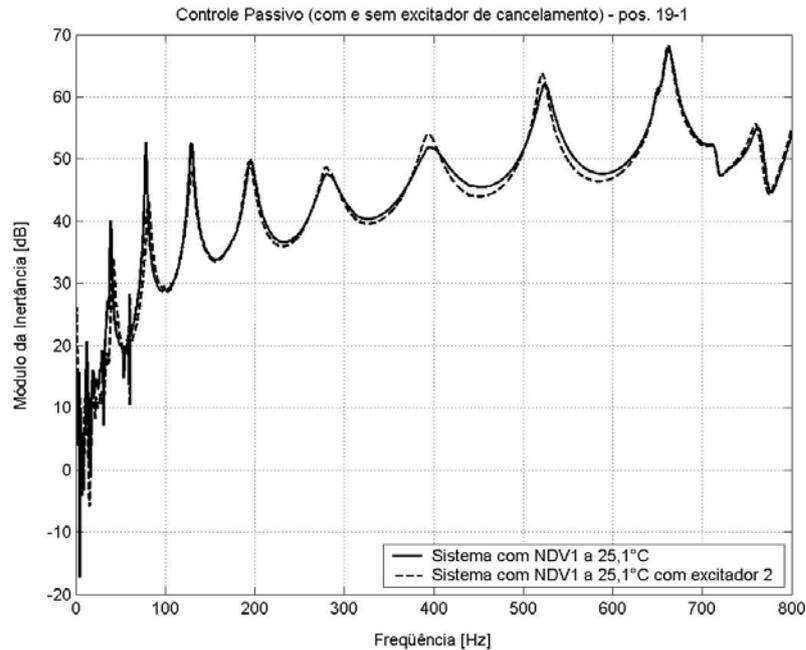


Figura 5.3 – Comparação do controle passivo com e sem o excitador de cancelamento

5.2 Controle Ativo

Utilizando a placa de processamento digital de sinais, iniciaram-se os experimentos de controle ativo de vibrações pelas identificações dos caminhos secundário e de *feedback*.

Ambos os caminhos foram identificados para dois sinais senoidais, um com frequência de 80 Hz e outro de 300 Hz. Essas frequências eram próximas de frequências de ressonância da viga. Além disso, utilizaram-se diferentes valores para o comprimento do filtro adaptativo N durante as identificações. Foram utilizados 2, 10, 20, 100, 200, 300, 500 e 1000 coeficientes para a identificação de cada caminho nessas duas frequências.

Visando obter um conjunto de coeficientes que pudesse descrever com qualidade os sistemas em questão (caminhos de identificação), ajustamos o valor de μ_s em 10^{-5} , para as identificações realizadas com 10, 20, 100, 200, 300, 500 e 1000 coeficientes. Comprovou-se, aqui, que, quando o algoritmo LMS é executado com um baixo valor para o parâmetro μ_s , o tempo de convergência aumenta, mas, por outro lado, o erro residual de identificação diminui [15].

Somente para o caso da identificação com apenas dois coeficientes, aumentamos o valor de μ_s para 10^{-1} . Percebeu-se que, utilizando o valor anterior, 10^{-5} , o processo de identificação se tornaria muito demorado. A Fig. 5.4 mostra a convergência do erro na identificação do caminho de *feedback* do experimento, utilizando apenas 2 coeficientes, na frequência de 80 Hz e com $\mu_s = 0,1$.

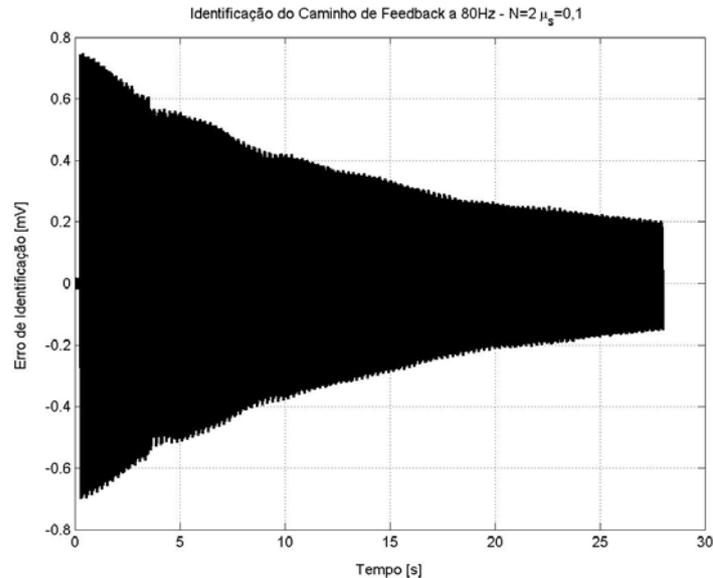


Figura 5.4 – Erro na identificação do caminho de *feedback* em 80 Hz com $N=2$ e $\mu_s = 1$

Já nas curvas da Fig. 5.5, nota-se que, para esses comprimentos de filtro maiores, o erro de identificação converge em menos de 1s, mesmo com μ_s igual a 10^{-5} , que é um valor relativamente baixo.

O desempenho do controle ativo está diretamente relacionado com os parâmetros do algoritmo FXLMS, tais como μ_s , o fator de *leaky* ν , o comprimento do controlador N e também com os coeficientes que descrevem o caminho secundário, N_s , e o caminho de *feedback*, N_f . Frente a essa grande quantidade de variáveis, foram investigados quais os coeficientes do caminho secundário e do caminho de *feedback* que forneceriam o melhor desempenho na redução de vibrações da viga.

Começamos, então, utilizando somente os coeficientes do caminho secundário e fazendo $N = N_s$, deixando os valores de $\mu_s = 0,001$ e $\nu = 0,999$. Esses são valores empíricos, segundo os quais o sistema mostrou-se bastante estável durante nossos experimentos.

Depois de definir os três melhores conjuntos de coeficientes para o caminho secundário, nas frequências de 80 Hz e 300 Hz, passou-se a controlar a viga também com os coeficientes do caminho de *feedback*. Algumas das curvas de identificação dos caminhos para cada uma das frequências, são mostradas na Fig. 5.5.

Avaliando os resultados obtidos, pode-se perceber que os melhores casos foram obtidos quando utilizou-se 100 e 200 coeficientes para a identificação do caminho secundário, a 80 Hz e 300 Hz, respectivamente. Já para o caminho de *feedback*, a melhor performance foi obtida com 1000 e 500 coeficientes, a 80 Hz e 300 Hz, respectivamente.

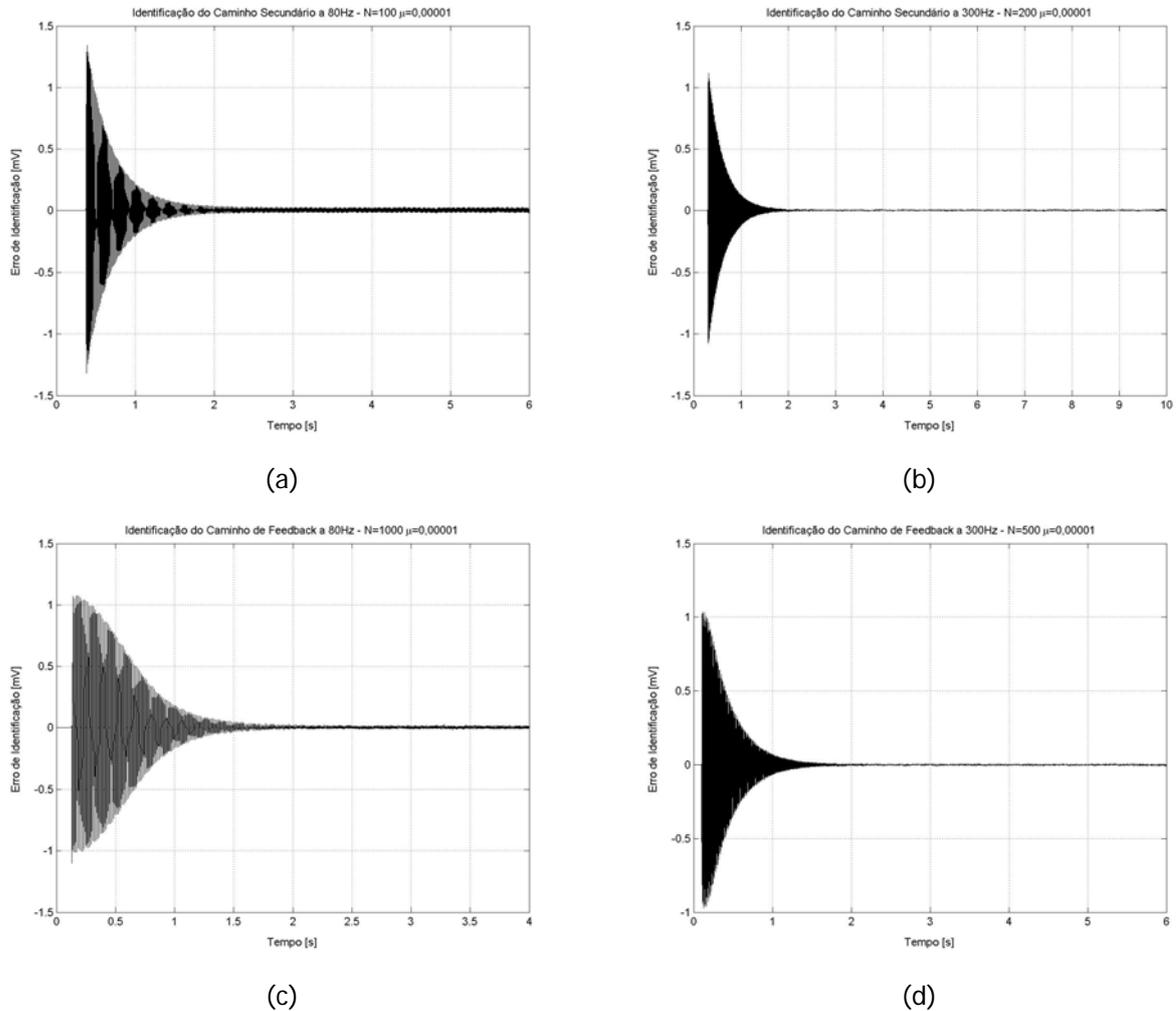


Figura 5.5 – Erros na identificação dos caminhos secundário e *feedback*

Com as melhores combinações para os coeficientes dos caminhos secundário e *feedback* definidas, foi investigado o melhor comprimento do filtro para cada uma das duas freqüências de excitação, mantendo ainda constantes os parâmetros μ_s e ν .

Para ambas as freqüências, foi testado $N = [2, 10, 100, 300, 400, 500, 600, 1000]$ e percebeu-se que, em todos os casos, houve redução de vibrações. Contudo, os melhores desempenhos foram obtidos com $N = 400$, para 300 Hz, e $N = 1000$, para 80 Hz.

Tendo encontrado as melhores combinações de tamanhos de coeficientes para cada uma das freqüências de excitação, $N = 1000$, $N_s = 100$, $N_f = 1000$ para 80 Hz e $N = 400$, $N_s = 200$, $N_f = 500$ para 300 Hz, começou-se a variar, primeiramente, o parâmetro μ_s e posteriormente, ν , nos experimentos de controle.

Para a freqüência de excitação de 80 Hz, deixaram-se fixados $[N, N_s, N_f] = [1000, 100, 1000]$ e $\nu = 0,999$ e fez-se μ_s variar. A tabela 5.2 mostra as reduções obtidas. Essas reduções foram calculadas com base nos valores do espectro de potência do sinal de

erro, na frequência de interesse, antes e depois de acionado o controle (as Figs 5.6 e 5.7, adiante, ilustrarão o aqui explicado).

Similarmente, para a frequência de 300 Hz, deixaram-se fixados $[N, N_s, N_f] = [400, 200, 500]$ e $\nu = 0,999$ e fez-se μ_s variar. A tabela 5.3 mostra as reduções obtidas.

$f = 80 \text{ Hz}$	Redução Obtida (dB)
$\mu_s = 0,0005$	37,6
$\mu_s = 0,001$	38,0
$\mu_s = 0,002$	33,3

Tabela 5.2 – Reduções obtidas variando μ_s , na frequência de excitação de 80 Hz

$f = 300 \text{ Hz}$	Redução Obtida (dB)
$\mu_s = 0,0005$	16,8
$\mu_s = 0,001$	19,0
$\mu_s = 0,002$	19,5

Tabela 5.3 – Reduções obtidas variando μ_s , na frequência de excitação de 300 Hz

Selecionado o melhor valor para μ_s em cada um dos casos, qual seja, 0,001, fez-se ν variar. As tabelas 5.4 e 5.5 mostram os valores de redução obtidos para a variação do fator de *leaky*.

$f = 80 \text{ Hz}$	Redução Obtida (dB)
$\nu = 0,9985$	41,8
$\nu = 0,999$	38,0
$\nu = 0,9995$	41,2

Tabela 5.4 – Reduções obtidas variando ν , na frequência de excitação de 80 Hz

$f = 300 \text{ Hz}$	Redução Obtida (dB)
$\nu = 0,9985$	18,3
$\nu = 0,999$	19,0
$\nu = 0,9995$	19,3

Tabela 5.5 – Reduções obtidas variando ν , na frequência de excitação de 300 Hz

Analisando todos os resultados obtidos, apresentados nas tabelas 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5, foram selecionados, então, para cada uma das frequências de excitação, os parâmetros que, segundo a seleção acima exposta, proporcionaram o melhor desempenho do sistema de controle ativo de vibrações, aplicado neste trabalho.

Para a frequência de 80 Hz, a maior redução foi obtida para $N = 1000$, $N_s = 100$, $N_f = 1000$, $\mu_s = 10^{-3}$ e $\nu = 0,9985$. O valor da redução foi de aproximadamente 42 dB. A Fig. 5.6 mostra as curvas para esse conjunto de parâmetros.

Já para a frequência de 300 Hz, a maior redução foi obtida para $N = 400$, $N_s = 200$, $N_f = 500$, $\mu_s = 2 \cdot 10^{-3}$ e $\nu = 0,999$. O valor da redução foi de aproximadamente 20 dB, como ilustrado pela Fig. 5.7.

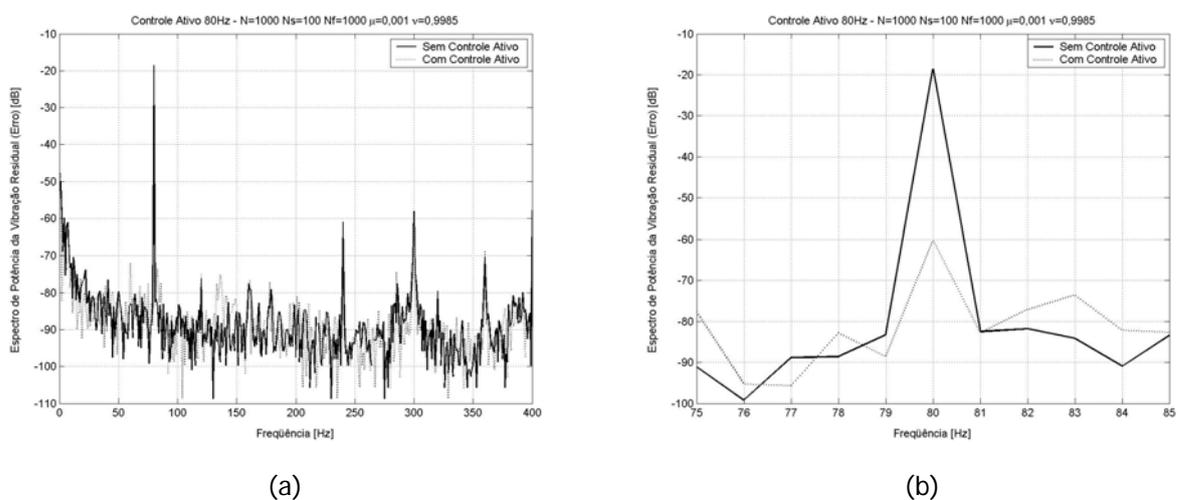


Figura 5.6 – (a) Espectro de potência do erro em dB (b) Zoom em 80 Hz

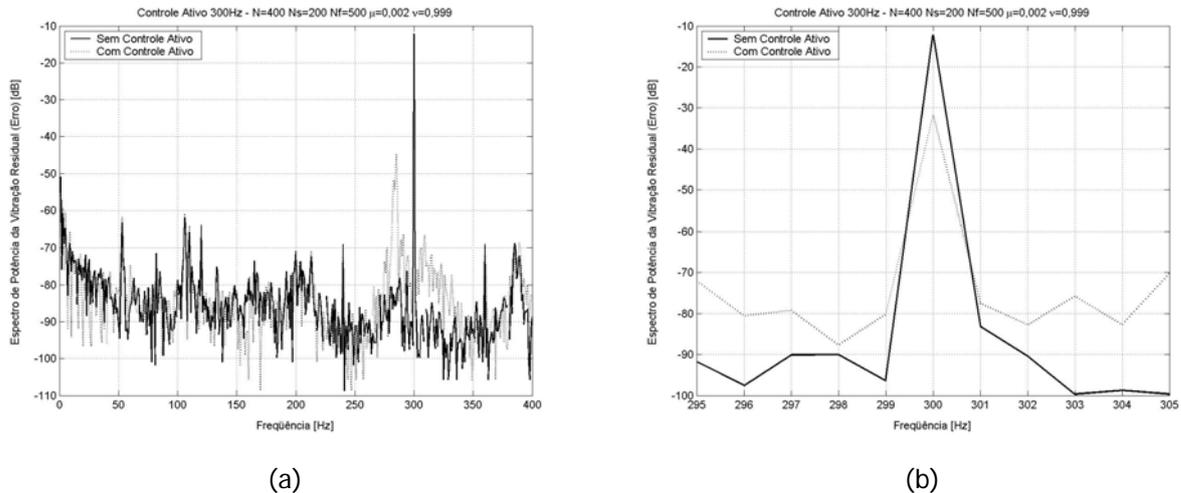


Figura 5.7 – (a) Espectro de potência do erro em dB (b) Zoom em 300 Hz

Pode-se considerar que, para ambos os casos, as reduções obtidas foram bastante significativas. Apesar de trabalhar em uma única frequência, o controle ativo mostrou-se bastante eficiente.

Os sinais mostrados nas figuras 5.6 e 5.7 foram captados pelo acelerômetro de erro, fixado na posição 1 da viga. Durante os experimentos, percebeu-se que, quando o controle ativo era ligado, os níveis de vibração da viga caíam em todos os pontos. Ou seja, não só o sinal proveniente do acelerômetro de erro, mas também o sinal fornecido pelo acelerômetro de referência, fixado na posição 19, diminuía.

Como já mencionado, essas curvas foram levantadas primeiramente sem a presença do controle ativo sobre a viga. Posteriormente, o sinal de controle, gerado pela placa de DSP, era gradativamente amplificado, através do amplificador de potência de cancelamento, e enviado ao *shaker* de cancelamento, conectado na posição 2 da viga (ver Fig. 4.6).

Por se tratar de um sistema eletro-mecânico, a amplificação, e conseqüentemente, a redução obtida, têm certo limite. A partir de um determinado ponto de amplificação, ocorria uma saturação do sistema de cancelamento (amplificador + *shaker*), gerando uma frequência espúria no sinal de erro. Tão logo o nível de amplificação fosse reduzido, essa frequência estranha desaparecia do espectro do sinal. Esse fato pode ser visualizado na Fig. 5.7 (a), no em torno da frequência de 300 Hz.

5.3 Controle Misto

Por fim, foi investigado o controle misto de vibrações, pela aplicação do controle ativo e do NDV, simultaneamente, na viga metálica.

Num primeiro momento, a viga foi controlada, de forma ativa, na frequência de 292 Hz. Esta é a frequência de ressonância central da faixa de interesse, mesmo quando considerada a FRF do sistema primário com o *shaker* de cancelamento conectado (vide Fig. 5.3).

Nessa etapa, partindo dos melhores parâmetros encontrados para a frequência de 300 Hz, identificaram-se os caminhos secundário e de feedback e obteve-se uma boa performance de controle com os seguintes parâmetros: $N_s = 200$, $N_f = 500$, $N = 500$, $\mu = 0,002$ e $\nu = 0,999$.

A Fig. 5.8 mostra o controle ativo aplicado à temperatura de 25,2 °C. A redução obtida foi de 18,8 dB. Optou-se por utilizar, nesses últimos experimentos, uma janela flattop, fornecida pelo analisador dinâmico de sinais. Este tipo de janelamento é indicado para os casos de leitura para bandas estreitas em frequência.

Com o objetivo de ilustrar o comportamento do controle ativo sobre a viga, ajustou-se o ganho do amplificador de potência de cancelamento num valor conveniente e seguro e fez-se a leitura do sinal de erro, sem a aplicação de controle. Depois de um certo período de tempo, o controle era acionado. A Fig. 5.9 mostra a variação temporal do sinal de vibração, captado pelo acelerômetro de erro.

Ainda na temperatura de 25,2^o C, aplicou-se o neutralizador dinâmico sobre o sistema primário na posição 2, com o *shaker* de cancelamento conectado. A força de perturbação aplicada sobre o sistema, pelo *shaker* de referência, foi monitorada pela célula de força, colocada na posição 19 (vide Fig. 4.18).

A leitura do sinal de força foi realizada antes e depois da aplicação do NDV. Percebeu-se, então, que, quando o NDV era fixado na estrutura, o sinal de força diminuía. Isto acontece pelo fato de não se estar se utilizando uma fonte de força. Ou seja, o excitador eletromecânico é um sistema realimentado, que não garante a aplicação de uma mesma força, frente a modificações no sistema em que está atuando, ainda que alimentado por uma tensão constante.

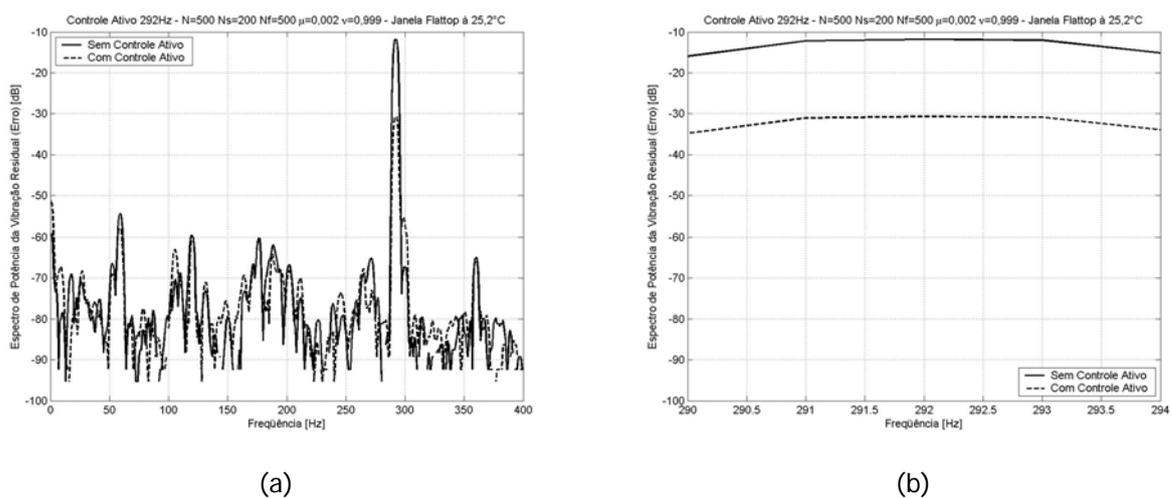


Figura 5.8 – (a) Espectro de potência do erro em dB (b) Zoom em 292 Hz

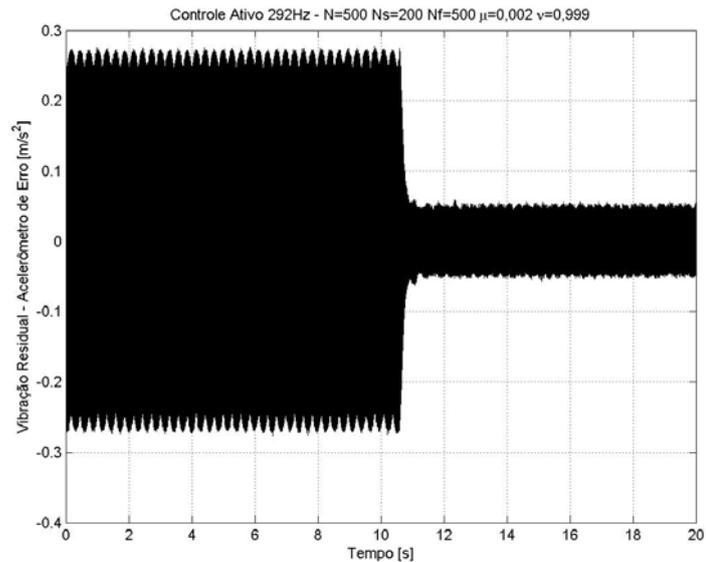


Figura 5.9 – Aplicação do controle ativo sobre a viga em 202 Hz

Buscando contornar esse problema, o ganho do amplificador de potência de referência foi ajustado de forma a manter a força constante, depois da aplicação do NDV. Percebeu-se, então, que, mantendo o sinal de força constante, conseguimos efetuar a medição da performance do controle passivo, tal como fazíamos para o ativo, de uma forma mais fidedigna. A Fig. 5.10 mostra o resultado de controle passivo para o caso de excitação em 292 Hz, à temperatura de 25,2 °C.

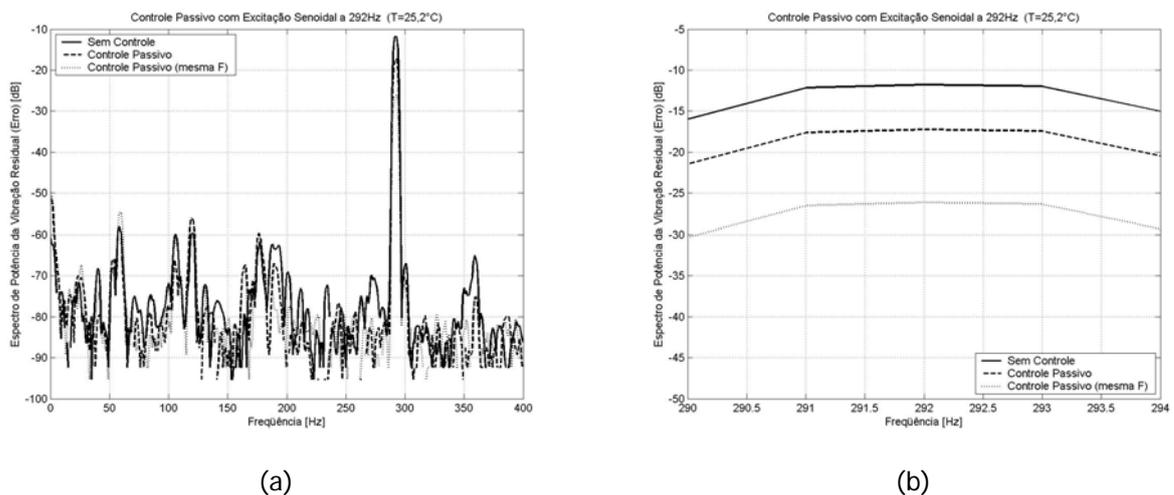


Figura 5.10 – (a) Espectro de potência do erro em dB para controle passivo (b) Zoom em 292 Hz

A redução obtida sem o ajuste da força de excitação foi de 5,45 dB. Ao se regular a força de perturbação, após a fixação do NDV, foi obtido algo em torno de 14 dB.

Os dados de controle misto foram então levantados, seguindo o procedimento de ajuste da força de excitação do sistema, através do amplificador de potência de referência.

À temperatura de 25,2 °C, e excitando a viga com uma perturbação harmônica de 292 Hz, foram levantadas as curvas do espectro de potência do acelerômetro de erro, sem controle, com controle passivo (mesma força de entrada) e com o controle ativo. Depois disso, essas curvas foram levantadas à temperatura de 7,1 °C.

As figuras 5.11 e 5.12 mostram os resultados do controle misto para as diferentes temperaturas.

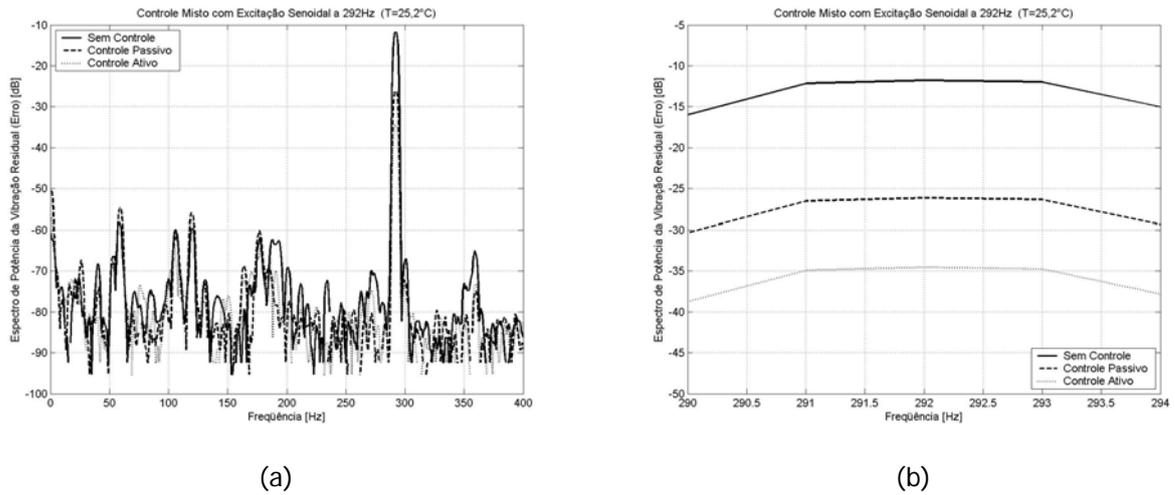


Figura 5.11 – (a) Espectro de potência do erro em dB para controle misto (b) Zoom em 292 Hz

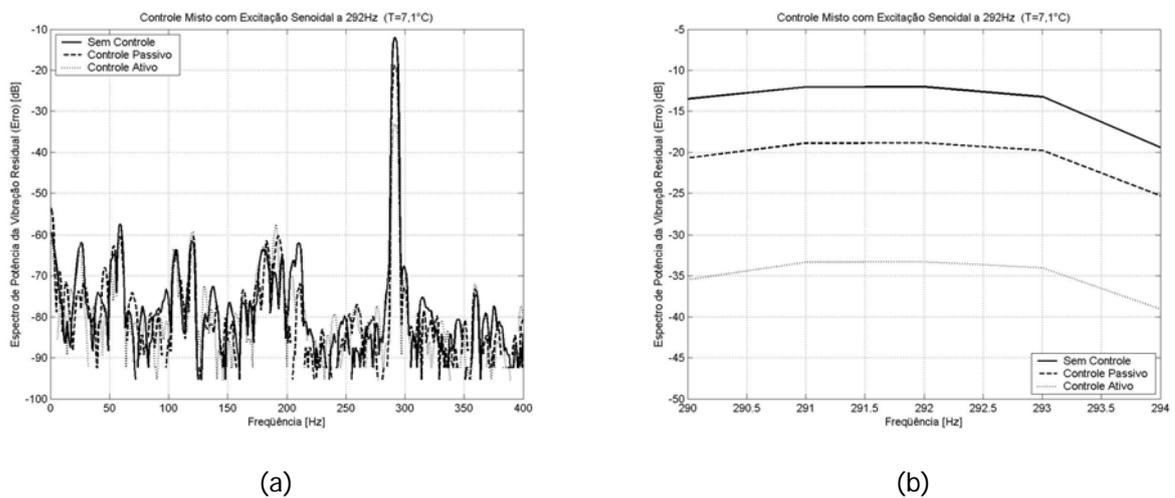


Figura 5.12 – (a) Espectro de potência do erro em dB para controle misto (b) Zoom em 292 Hz

Os resultados de controle misto são compilados nas tabelas a seguir.

	Amplitude em 292Hz [dB]	Redução Obtida [dB]
Sem controle	-11,78	
Controle Passivo	-26,14	14,36
Controle Misto	-34,45	22,67

Tabela 5.6 – Reduções obtidas com controle misto a 25,2 °C

	Amplitude em 292Hz [dB]	Redução Obtida [dB]
Sem controle	-12,03	
Controle Passivo	-18,86	6,83
Controle Misto	-33,28	21,25

Tabela 5.7 – Reduções obtidas com controle misto a 7,1 °C

Como esperado, o controle passivo teve sua performance prejudicada na temperatura mais baixa. Contudo, o controle ativo compensou essa dessintonização e reduziu os níveis de vibração na frequência desejada, assegurando um valor global equivalente.

Capítulo 6 : Conclusões e Perspectivas Futuras

Das diversas formas existentes para se controlar os níveis de vibração em um sistema mecânico de interesse, esse trabalho tratou da aplicação do controle passivo por neutralizadores viscoelásticos e do controle ativo por filtros adaptativos FIR, além da aplicação especial e conjunta dessas abordagens, o controle misto de vibrações. Para isso, utilizou-se um sistema mecânico simples, qual seja, uma viga metálica.

Analisando os resultados de cada uma das abordagens utilizadas, pode-se concluir, de maneira geral, que os objetivos foram alcançados e as expectativas satisfeitas.

Para o projeto do neutralizador viscoelástico, uma abordagem de controle passivo ótimo foi utilizada. Os resultados confirmaram que, de forma simples, é possível se construir um dispositivo passivo, capaz de reduzir as vibrações em um sistema mecânico de forma bastante eficaz.

Os resultados proporcionados pela aplicação do controle ativo foram bastante expressivos, sobretudo para os casos de excitação do sistema em uma frequência mais baixa (80 Hz). Acredita-se que foi fundamental para esse desempenho a utilização de uma placa de processamento digital de sinais com processador de 32-bits e aritmética de ponto flutuante.

Com a intenção de superar eventuais problemas originados pela dessintonização do controle passivo, foram realizados experimentos utilizando as duas abordagens, em conjunto, no controle de vibrações da viga. A dessintonização do controle passivo foi provocada pela mudança da temperatura do sistema composto, o que afetou diretamente as propriedades do material viscoelástico do neutralizador dinâmico.

Nessa situação, comprovou-se que a estratégia de controle mista adotada foi capaz de manter a redução dos níveis de vibração da viga de forma consistente, ainda que limitada a perturbações harmônicas. Assim, pode-se continuar contando com as vantagens do neutralizador viscoelástico, baixo custo e alta eficácia, e utilizar o controle ativo, implementado pelos filtros adaptativos, para manutenção da redução global de vibração, quando uma situação diferente da de projeto do neutralizador se fez presente.

Acredita-se que, para os trabalhos futuros nessa área, a identificação dos caminhos secundário e de realimentação e o controle ativo do sistema mecânico no domínio do tempo deveria ser realizada em uma banda de frequência, através de uma excitação tipo ruído branco. Dessa forma, poder-se-ia buscar ampliar a abrangência dos sistemas ativo e misto de controle de vibrações.

Uma outra sugestão para os trabalhos futuros, envolvendo a utilização de controle misto, é a medição da potência externa requerida para o controle. É de se esperar que, adotando uma estratégia de controle mista, em alternativa a uma estratégia puramente ativa, ocorrerá uma redução na potência externa necessária para se obter níveis equivalentes de redução de vibrações.

Por fim, sugere-se também a investigação do uso do controle misto abordado nesse trabalho como alternativa ao uso isolado de neutralizadores dinâmicos de vibrações em baixas

freqüências, região em que esses, via de regra, requerem massas mais apreciáveis para serem eficazes.

Referências Bibliográficas

- [1] Analog Devices, <http://www.analog.com>, acessado em 27 de julho de 2005.
- [2] Bavastri, C. A., "Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por Neutralizadores Viscoelásticos", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, 1997.
- [3] Bavastri, C. A., Espíndola, J. J., "Reduction of Vibrations in Complex Structures with Viscoelastic Dynamic Vibration Absorbers, or Neutralizers.", Proceedings of the X DINAME, pp. 333-342, 2003.
- [4] Bavastri, C. A., Presezniak, F. A., Lopes, E. M. O., Teixeira, P. H., Espíndola, J. J., "Optimum Design of Viscoelastic Dynamic Neutralizers for Overhead Transmission Lines: Distributed Excitation Model", Anais do IEEE/PES T&D 2004 (cd-rom), São Paulo, Brasil, 2004.
- [5] Brandon, J. A., "Strategies for Structural Dynamic Modification", Research Studies Press, Reino Unido, 1990.
- [6] Bu, X. *et al*, "Active Control of a Flexible Smart Beam using a System Identification Technique based on ARMAX", Smart Materials and Structures, Vol. 12, pp. 845-850, 2003.
- [7] Connor, J. J., "Introduction to Structural Motion Control", Massachusetts Institut of Technology – MIT, 2000.
- [8] Cunha Jr, S. S., "Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 1999.
- [9] Elliott, S. J., "Adaptive Methods in Active Control", Proceedings of MOVIC '98, Zurique, Suíça, pp. 41-48, 1998.
- [10] Elliot, S. J., "Signal Processing for Active Control", Academic Press, London, UK, 2001.
- [11] Espíndola, J. J., Silva Neto, J. M., Lopes, E. M. O., "On the Measurement of the Dynamic Properties of Viscoelastic Materials", Anais do 2º Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle – DINCON , pp. 2452-2464, 2003.
- [12] Espíndola, J. J., "Apostila de Fundamentos de Vibrações", Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Santa Catarina, 2003.
- [13] Espíndola, J. J., Méndez, G. A., Lopes, E. M. O., Bavastri, C. A., "Design of Optimum Viscoelastic Vibration Absorbers based on the Fractional Calculus Model", Proceedings of the XI DINAME (cd-rom), Ouro Preto, Brasil, 2005.
- [14] Ewins, D. J., "Modal Testing: Theory and Practice", Research Studies Press, 1999.
- [15] Farhang-Boroujeny, B., "Adaptive Filters – Theory and Applications", National University of Singapore, John Wiley & Sons Ltd, 1998.
- [16] Franchek, M. A., Ryan, M. W., Bernhard, R. J., "Adaptive Passive Vibration Control", Journal of Sound and Vibration, Vol. 189, Nº 5, pp. 565-585, 1995.

- [17] Fuller, C.R., Elliot, S. J., Nelson, P.A., "Active Control of Vibration", Academic Press, London, 1996.
- [18] Garg, D. P., Anderson, G. L., "Structural Vibration Supression via Active/Passive Techniques", Journal of Sound and Vibration, Vol. 262, Letter to the Editor, pp. 739-751, 2003.
- [19] Gitzinger, F., "Implementation and Evaluation of Adaptive Algorithms for Active Vibration Control", Diploma Thesis, FachHochschule Offenburg, Alemanha, 2004.
- [20] Gonçalves, P. J., P., Silva, S., Turra, A. E., Lopes Jr, V., "Active Vibration Control in Smart Structures Comparing Control Algorithms: IMSC and LMI", Proceedings of the X DINAME, pp. 171-176, 2003.
- [21] Halkyard, C. R., Mace, B. R., "Feedforward Adaptive Control of Flexural Vibration in a Beam using Wave Amplitudes", Journal of Sound and Vibration, Vol. 254, N° 1, pp 117-141, 2002.
- [22] ICATS, www.icats.co.uk, acessado em 27 de julho de 2005.
- [23] Inman, D. J., "Engineering Vibration", Prentice Hall, 1994.
- [24] Kuo, S.M., Morgan, D. R., "Active Noise Control Systems – Algorithms and DSP Implementations", John Wiley & Sons, Inc., USA, 1996.
- [25] Lopes, E. M. O., "On the Experimental Response Reanalysis of Structures with Elastomeric Materials", Tese de Doutorado, University of Wales Cardiff, 1998.
- [26] Lopes, E. M. O., Bavastrri, C. A., Silva Neto, J. M., Espíndola, J. J., "Caracterização Dinâmica Integrada de Elastômeros por Derivada Generalizada", Anais do III CONEM (cd-rom), Belém, Brasil, artigo 56076, 2004.
- [27] Manolakis, D. G., Ingle, V. K., Kogon, S. M., "Statistical and Adaptive Signal Processing", McGraw-Hill, 2000.
- [28] Marques, R. F. A., "Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 2000.
- [29] Nashif, A. D., Jones, D. I. G., Henderson, J. P., "Vibration Damping", John Wiley and Sons, 1985.
- [30] Phani, A. S., Venkatraman, K., "Vibration Control of Sandwich Beams using Electro-Rheological Fluids", Journal of Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 17, N° 5, pp. 1083-1095, 2003.
- [31] Petersen, I. R., Pota, H. R., "Minimax LQG Optimal Control of a Flexible Beam", Control Engineering Practice, Vol. 11, pp. 1273-1287, 2003.
- [32] Silva, C. W., "Vibration: Fundamentals and Practice", CRC Press, 2000.
- [33] Silva, H. P., "Controle Modal de Vibrações por Neutralizadores Dinâmicos: Uma Abordagem Generalizada", Dissertação de Mestrado, UFSC, Santa Catarina, 1991.
- [34] Snowdon, J. C., "Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems", John Wiley and Sons, 1968.
- [35] Soong, T. T., Dargush, G. F., "Passive Energy Dissipation and Active Control", chapter 27, in Wai-Fah, C., "Structural Engineering Handbook", CRC Press, 1999.

- [36] Sun, J. Q., Jolly, M. R., and Norris, M. A., "Passive, Adaptive and Active Tuned Vibration Absorbers – A Survey", Transactions of the ASME, Vol. 117, pp. 234-241, 1995.
- [37] Tanaka, N, Kikushima, Y, Kuroda, M., "Active Wave Control of a Distributed Parameter Beam (on the Optimal Feedback Control)", Proceedings of ACTIVE 95, Newport Boach, USA, pp.127-138, 1995.
- [38] Telles, A. C. C., "Desenvolvimento de um Sistema de Controle Adaptativo LMS Visando Implementação Analógica", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 2001.
- [39] Tobias, O. J., "Análise Estatística do Comportamento do Algoritmo LMS Filtrado", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, 1999.
- [40] Tobias, O. J., Seara, R., "Leaky-FXLMS Algorithm: Stochastic Analysis for Gaussian Data and Secondary Path Modeling Error", IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, Vol. 13, N° 6, pp. 1217-1230, 2005.
- [41] Williams, K., Chiu, G., Bernhard, R., "Adaptive-Passive Absorbers using Shape-Memory Alloys", Journal of Sound and Vibration, Vol. 249, N° 5, pp. 835-848, 2002.

Apêndice A: Sinais e Sistemas em Tempo Discreto

A.1 Descrição Matemática dos Sinais

A.1.1 Sinais Determinísticos

Qualquer sinal que possa ter o seu comportamento futuro antecipado, sem margem de dúvida, é chamado de determinístico. No caso de sinais em tempo contínuo, essa antecipação pode ser feita através de uma função do tempo, como, por exemplo:

$$x_c(t) = A \cos(2\pi F_0 t + \theta), \quad \text{para } -\infty < t < \infty \quad (\text{A.1})$$

Para sinais em tempo discreto, ou apenas sinais discretos, que, matematicamente falando, são seqüências de números, a relação correspondente pode ser descrita por uma expressão do tipo:

$$x(n) = a^n, \quad \text{para } -\infty < n < \infty \quad (\text{A.2})$$

O sinal acima é referenciado como seqüência exponencial. Outros sinais discretos importantes são o impulso unitário e o degrau unitário, mostrados, respectivamente, nas equações (A3) e (A4).

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Os sinais determinísticos podem ser ainda sub-divididos em sinais de energia ou de potência, periódicos ou aperiódicos, de duração finita ou infinita, causais ou não-causais e pares ou ímpares [27].

A energia total, ou simplesmente a energia, de um sinal discreto $x(n)$ é dada por:

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \geq 0 \quad (\text{A.5})$$

A energia será zero se e somente se $x(n) = 0$ para todo n . A potência média, ou simplesmente a potência, de um sinal $x(n)$ é definida como:

$$P_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 \geq 0 \quad (\text{A.6})$$

Um sinal com energia finita, ou seja, $0 < E_x < \infty$, é comumente chamado de sinal de energia, ao passo que um sinal de potência é aquele onde $0 < P_x < \infty$. Nota-se que sinais de energia possuem potência nula e sinais de potência têm energia infinita.

Um sinal discreto $x(n)$ é dito periódico, com período fundamental T , se $x(n+T) = x(n)$, para todo n . Se isto não ocorrer, o sinal é dito aperiódico. A potência P de um sinal periódico é dada por:

$$P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 \quad (\text{A.7})$$

Um sinal $x(n)$ tem duração finita se $x(n) = 0$ para $n < N_1$ e $n > N_2$, onde N_1 e N_2 são números inteiros finitos, com $N_1 \leq N_2$. Se $N_1 = -\infty$ e/ou $N_2 = \infty$, então o sinal $x(n)$ tem duração infinita.

A seqüência $x(n)$ é dita causal se $x(n) = 0$ para $n < 0$. Caso contrário, $x(n)$ é dito não-causal.

Finalmente, o sinal $x(n)$ é dito par se $x(-n) = x(n)$ e ímpar se $x(-n) = -x(n)$.

A.1.2 Sinais Aleatórios

Em contraste com os sinais determinísticos, existem muitos outros tipos de sinais que só podem ter o seu comportamento futuro antecipado em termos probabilísticos. Esses sinais são chamados aleatórios. Como exemplo, podemos citar a saída de um gerador de ruído e a altura das ondas do mar em uma tempestade, dentre outros.

Os sinais aleatórios são matematicamente descritos como processos estocásticos e podem ser analisados utilizando métodos probabilísticos. A teoria das probabilidades e os conceitos de variáveis aleatórias e processos estocásticos fornecem a base teórica para o estudo dos sinais aleatórios [27].

A.2 Transformada Z

A transformada z bilateral de uma seqüência $x(n)$ é definida como [10]:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n} \quad (\text{A.8})$$

onde z é uma variável complexa.

A transformada z de uma seqüência atrasada ou adiantada no tempo tem uma forma bastante simples, como por exemplo, a transformada de $x(n-1)$ é:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n-1) z^{-n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m) z^{-(m+1)} = z^{-1} X(z) \quad (\text{A.9})$$

Freqüentemente, a transformada z de uma seqüência pode ser representada como a razão entre dois polinômios em z :

$$X(z) = \frac{N(z)}{D(z)} \quad (\text{A.10})$$

Os pólos de $X(z)$ são as raízes do denominador, ou seja, são os valores de z que irão fazer $D=0$ e, conseqüentemente, $X(z)$ infinito. Os zeros de $X(z)$ são as raízes do numerador, aqueles valores de z que irão fazer $N(z)=0$ e, conseqüentemente, $X(z)$ zero.

A região de convergência da transformada z é a faixa de valores de z na qual a série, definida na equação (A.8), será convergente. Uma condição suficiente para a convergência é:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)| |z^{-n}| < \infty \quad (\text{A.11})$$

A inversa de z permite o cálculo da seqüência $x(n)$ a partir do polinômio $X(z)$. A inversa pode ser calculada através da seguinte integral de contorno:

$$x(n) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C X(z) z^{n-1} dz \quad (\text{A.12})$$

Dentre as importantes propriedades da transformada z , destacamos a relação de Parseval, que afirma que para qualquer par de seqüências $x(n)$ e $y(n)$ [15]:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) y^*(n) = \frac{1}{2\pi i} \oint X(z) Y^*(1/z^*) z^{-1} dz \quad (\text{A.13})$$

onde o símbolo asterisco, assim indicado, representa o complexo conjugado e a integral de contorno é realizada sobre a interseção das regiões de convergência de $X(z)$ e $Y^*(1/z^*)$. Se $X(z)$ e $Y(z)$ convergem sobre o círculo unitário $|z|=1$, então podemos escolher $z = e^{i\Omega}$, e reescrever a equação (A.13) como:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) y^*(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{i\Omega}) Y^*(e^{i\Omega}) d\Omega \quad (\text{A.14})$$

Além disso, se $y(n) = x(n)$ para todo n , então pode-se escrever que:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y^*(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{i\Omega})|^2 d\Omega \quad (\text{A.15})$$

Da equação acima, podemos concluir que a energia total contida em uma seqüência $x(n)$, dada por $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$, pode ser obtida de maneira equivalente calculando-se a média de $|X(e^{i\Omega})|^2$ em um ciclo.

A.3 Sistemas Discretos

Consideremos agora, um sistema discreto linear, invariante no tempo, com uma resposta impulsiva $h(n)$. Sendo $x(n)$ a entrada deste sistema, podemos escrever sua saída $y(n)$ como:

$$y(n) = x(n) * h(n) \quad (\text{A.16})$$

Aqui, o asterisco denota uma operação entre os sinais discretos, conhecida como convolução. A convolução é definida pela seguinte equação:

$$x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \quad (\text{A.17})$$

A equação (A.16) sugere que qualquer sistema linear e invariante no tempo é completamente caracterizado por sua resposta ao impulso, $h(n)$. Tomando a transformada z de ambos os lados de (A.16), obtém-se:

$$Y(z) = X(z)H(z) \quad (\text{A.18})$$

Esta equação mostra que a relação entrada-saída para um sistema linear e invariante no tempo corresponde à multiplicação da transformada z do sinal de entrada pela transformada z da resposta impulsiva do sistema.

A transformada z da resposta impulsiva $H(z)$ de um sistema linear e invariante no tempo é conhecida como uma função de transferência. Esta função de transferência, quando avaliada sobre o círculo unitário, $|z|=1$, é a função resposta em freqüência do sistema discreto, denotada por $H(e^{i\Omega})$. Para uma freqüência particular Ω , $H(e^{i\Omega})$ é o ganho do sistema (complexo, em geral), quando sua entrada é um sinal harmônico da forma $e^{i\Omega n}$ [15].

A investigação das respostas dos sistemas discretos, devido a sinais de entrada específicos, requer o cálculo do sinal de saída, ou sua medição, com a intenção de relacionar as características do sistema, função impulsiva, e as características dos sinais de entrada. Uma ferramenta fundamental para essa análise é a função correlação entre dois sinais. Esta função fornece uma medida quantitativa de similaridade entre os sinais. A seqüência de correlação, ou correlação cruzada, entre dois sinais $x(n)$ e $y(n)$ é definida, para sinais de energia, como:

$$r_{xy}(n, m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y^*(m) \quad (\text{A.19})$$

ao passo que, para sinais de potência, a correlação é dada por:

$$r_{xy}(n, m) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y^*(m) \quad (\text{A.20})$$

Quando os sinais são iguais, $x(n) = y(n)$, temos a função chamada de autocorrelação, que correlaciona um sinal com ele mesmo. Para sinais de energia e potência, esta função é dada, respectivamente, por:

$$r_{xx}(n, m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x^*(m) \quad (\text{A.21})$$

$$r_{xx}(n, m) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x^*(m) \quad (\text{A.22})$$

A.4 Processos Estocásticos

O sinal de entrada de um filtro adaptativo e seu sinal de saída são, em geral, sinais aleatórios, não conhecidos perfeitamente *a priori* [15]. Contudo, estes sinais apresentam algumas características estatísticas que podem ser utilizadas para o ajuste ótimo dos coeficientes dos filtros. Como já comentado, os sinais aleatórios são modelados como processos estocásticos e denotados, por exemplo, por $\{x(n)\}$.

A.4.1 Médias Estatísticas

Um processo estocástico é freqüentemente caracterizado pelas médias estatísticas de seus elementos. Estas médias são chamadas de médias no *ensemble* e, geralmente, são dependentes no tempo. Por exemplo, a média do n -ésimo elemento de um processo estocástico $\{x(n)\}$ é definida como:

$$m_x(n) = E[x(n)] \quad (\text{A.23})$$

onde $E[\cdot]$ denota o valor esperado da variável aleatória. Deve-se notar que, sendo $m_x(n)$ em geral dependente de n , pode não ser possível obter $m_x(n)$ tomando-se a média temporal de uma simples realização do processo estocástico $\{x(n)\}$, a menos que o processo seja ergódico. Ao invés disso, o instante n deve ser fixado e a média calculada a partir dos n -ésimos elementos de cada realização do processo estocástico, ou seja, a média no *ensemble*.

Tendo definido a média, podemos calcular a variância de um processo estocástico através da seguinte equação:

$$\text{var}\{x(n)\} = E\left\{[x(n) - m_x(n)]^2\right\} \quad (\text{A.24})$$

Outras médias estatísticas bastante úteis são as funções de autocorrelação e de correlação cruzada. A primeira pode ser definida como:

$$r_{xx}(n, m) = E[x(n)x^*(m)] \quad (\text{A.25})$$

Já a correlação cruzada entre dois processos estocásticos $\{x(n)\}$ e $\{y(n)\}$ é definida por:

$$r_{xy}(n, m) = E[x(n)y^*(m)] \quad (\text{A.26})$$

Um processo estocástico $\{x(n)\}$ é dito estacionário no sentido amplo se:

- 1) Sua média $m_x(n)$ é uma constante, independente de n ;
- 2) Sua variância $\text{var}\{x(n)\}$ for também uma constante, independente de n ;
- 3) Sua autocorrelação depender somente de uma distância $l = n_1 - n_2$, ou seja,

$$r_{xx}(n_1, n_2) = r_{xx}(n_1 - n_2) = r_{xx}(l) = E[x(n+l)x^*(n)] = E[x^*(n)x(n+l)] \quad (\text{A.27})$$

Além das funções de autocorrelação e correlação cruzada, as funções de autocovariância e covariância cruzada de um processo estacionário no sentido amplo podem ser definidas, respectivamente, como:

$$\gamma_{xx}(l) = r_{xx}(l) - |m_x|^2 \quad (\text{A.28})$$

$$\gamma_{xy}(l) = r_{xy}(l) - m_x m_y^* \quad (\text{A.29})$$

A.4.2 Densidade Espectral de Potência

A transformada z da autocorrelação de um sinal é dada por:

$$R_{xx}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r_{xx}(n)z^{-k} \quad (\text{A.30})$$

Quando a função, definida na equação acima, é avaliada sobre o círculo unitário, $|z|=1$, temos a transformada discreta de Fourier da seqüência de autocorrelação $r_{xx}(n)$. O resultado desta operação é chamado de densidade espectral de potência, uma vez que reflete o conteúdo espectral do processo estocástico, no domínio da frequência. Deste modo, temos:

$$R_{xx}(e^{i\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r_{xx}(n)e^{-i\Omega n} \quad (\text{A.31})$$

A.4.3 - Ergodicidade

Um processo estacionário $\{x(n)\}$ é dito ergódico se suas médias no *ensemble*, ao longo de todas as realizações, são iguais às suas médias temporais ao longo de uma realização.

Na prática, assumir que um processo estocástico sob estudo é ergódico, em determinadas situações, é uma alternativa importante e conveniente. Isto porque, para que seja possível a extração das médias estatísticas de um dado processo, um número muito grande de realizações precisa estar disponível, o que nem sempre é possível. Geralmente, se tem uma única realização do processo que se quer estudar.

Existem diferentes graus de ergodicidade:

- 1) Processos ergódicos na média:

$$\langle x(n) \rangle = E\{x(n)\} \quad (\text{A.32})$$

onde $\langle \rangle$ indica a média temporal de uma realização.

- 2) Processos ergódicos em correlação:

$$\langle x(n)x^*(n-l) \rangle = E\{x(n)x^*(n-l)\} \quad (\text{A.33})$$

- 3) Processos conjuntamente ergódicos:

$$\langle x(n)y^*(n-l) \rangle = E\{x(n)y^*(n-l)\} \quad (\text{A.34})$$

Vale lembrar que a ergodicidade implica em estacionaridade.