UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL
UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS E ARTIGOS SOBRE HISTÓRIA

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso em Educação Científica e Tecnológica em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica

Dr. Arden Zylbersztajn (CFM/UFSC)
Orientador
Dr. José Peres Angotti (CED/UFSC)
Co-orientador

José Roberto Peters

Florianópolis, Santa Catarina, maio de 2005

ÍNDICE

APRESENTAÇÃO

"É no junto do que sabe bem,
que a gente aprende *o melhor..."*
Guimarães Rosa

SEMPRE QUE REFLITO sobre minha prática pedagógica e também sobre minha experiência em educação — e lá se vão anos desde que ingressei no magistério — me lembro da simplicidade dos jagunços *Riobaldo* e *Diadorim*, personagens de Guimarães Rosa, em *Grande Sertão: Veredas*.

Uma simplicidade impregnada de "*filosofia*", carregada de um jeito de ver o mundo que só os sem — ou com pouca — instrução formal às vezes são capazes. Uma simplicidade que, eu professor, tenho à mão todos os dias em minhas aulas. E, então, meu aluno não é também um desbravador de sertões, como eram *Riobaldo* e *Diadorim?* Estes não eram "*tábulas rasas*". Era gente simples. Sabiam das coisas, mas de um outro jeito.

Assim, eu, o "*instruído formalmente*", trago todas as minhas inquietações, pois tenho um compromisso político e social com meus alunos, que me seguem pela minha experiência e pela minha função de mediador — *rastreador*, diria Guimarães. Um compromisso que me leva a aprender sempre, principalmente com eles.

Lembrei — como sempre — de Guimarães Rosa: "*Para um trabalho que se quer, sempre a ferramenta se tem*". Para este trabalho, a história da matemática seria a minha ferramenta. Porém, em minha formação de professor de matemática não tive aulas de história. E esta pesquisa nasceu daí, dessa necessidade. Vejamos onde vai dar.

INTRODUÇÃO

NA MAIORIA DAS vezes, a imagem que se transmite aos alunos dos Ensinos Fundamental e Médio, bem como aos futuros professores em muitas universidades, é de que a matemática é formada por uma série de conteúdos já feitos e acabados, imutáveis, que já "nasceram" prontos, sem que houvesse, em sua gênese, uma série de problemas e algumas crises. E não é o caso apenas das instituições, é também de muitos manuais didáticos utilizados pela escola.

Este não é um "problema" somente da matemática. As ciências naturais — física, química e biologia — "sofrem do mesmo mal". O físico francês Paul Langevin, falando sobre a importância educativa da história das ciências, afirmou que:

> se tivesse permanecido com as primeiras lições de ciências de meus professores (...) se não tivesse tomado contato posterior e diferente com a realidade, teria acreditado que a ciência estava pronta e que não restava mais nada a descobrir (LANVEGIN, 1992, p. 9).

Da mesma forma, Lee (2003), criticando a ciência ensinada nas escolas aponta que ignorar o método crítico e a importância da ciência, até como forma de pensar tende a se tornar obstáculo ao conhecimento e, ainda, que se o pensamento crítico científico fosse ensinado desde o início da fase escolar seria um ótimo instrumento de cidadania, pois divulgar nas escolas a ciência — metódica e ordenada — como apenas uma série de leis e teorias cria nos estudantes e na própria comunidade visões dogmáticas da ciência e estereotipadas do cientista.

Especificamente para a matemática, e no mesmo sentido, apontam vários autores que constatam que nos currículos oficiais e nos livros didáticos a disciplina é mostrada como algo que tem resultados, mas não história. Para estes, entretanto, a matemática não constitui um saber pronto e acabado e que estudar as origens do conhecimento atual, em muitos casos, pode ser mais proveitoso para o ensino.

Entendo, entre outras coisas, que a utilização da história da matemática no ensino da disciplina contribui sobremaneira para que se crie, nos educandos, uma compreensão maior e melhor dos mecanismos de apropriação do conhecimento científico e, em particular, do conhecimento matemático. Comungo com a tese defendida por Dieudonné (1990), que afirma não ser possível compreender a matemática atual sem ter idéias — no mínimo sumárias — de sua história.

E entre os aspectos de se estudar a história da matemática está a filosofia da matemática, que põe em discussão questões sobre a natureza dos conhecimentos matemáticos e discute ontológica e epistemologicamente os seus objetos de estudo. E, ainda, que fornece ao professor e aos alunos a oportunidade de utilizar a história como instrumento provocador para que se possa "vivenciar" a produção do conhecimento a partir de informações históricas.

A medievalista francesa Regine Pernoud faz uma comparação "entre a possibilidade de abertura proporcionada pelo genuíno estudo de história com a que se pode obter pelas viagens: em ambos os casos nos deparamos com o 'outro', distante de nós no tempo ou no espaço" (*apud*, LAUAND, 1986, p. 19). Este encontro é de fundamental importância para nos colocar frente-a-frente com as experiências humanas, que, de certa forma, nos trouxeram até aqui.

Assim, "viajando" pela história — que atuaria como um antídoto à descontextualização da disciplina — temos a possibilidade de ampliar nossos limites e de entender nossas limitações. Porém, o próprio Lauand nos lembra que, no caso da história, nossos cicerones, livros e professores,

> nem sempre sabem dirigir a atenção àquilo que realmente interessa, conduzindo-nos antes a apressadas correrias superficiais pelos estereotipados 'pontos turísticos` da história sem que captemos nada de significativo. Ou, ainda pior, levando-nos a lojas com ele aconchavadas e onde a mercadoria é falsificada e o preço exorbitante (1986, p. 20).

Caraça (1975) escreve que a ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes: como exposta nos livros didáticos, ensimesmada; ou como coisa criada, onde se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento, assistindo da maneira como foi sendo elaborada. O autor entende que a matemática encarada neste último aspecto a matemática aparece-nos como "um organismo vivo, impregnado de condições humanas". Uma construção humana: criada pelas necessidades sociais, políticas e culturais da humanidade.

São todas essas perspectivas — de ciência viva, humana, produtora de conhecimentos e com suas dimensões culturais, políticas e sociais — que vislumbro com a utilização da história da matemática no ensino da disciplina. E aqui surge a minha grande questão de pesquisa: o material à disposição do professor — livros didáticos e revistas especializadas — apresentam uma história da matemática que ofereça estas perspectivas a todos os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem? Portanto, este trabalho tem por objetivo principal investigar a presença — qualitativa e quantitativa — da história da matemática nos livros didáticos do Ensino Fundamental e nas revistas que estão à disposição do professor de matemática.

Para tal, selecionei alguns livros de matemática e as revistas Bolema, Zetetiké, Educação Matemática em Revista e Revista do Professor de Matemática (RPM). Chamei as três primeiras de "*revistas de reflexão*", por apresentarem artigos com subsídios teóricos que reforçam a discussão sobre a educação matemática. Os artigos destas três revistas enriquecerão o referencial teórico e poderão ser utilizados por professores que desejem enveredar pelos caminhos da história da matemática em suas aulas. A última — Revista do Professor de Matemática — chamei de "*revista de consulta*", por oferecer ao professor material de utilização direta em sala de aula.

Antes dos **ASPECTOS TEÓRICOS —** que apresentam as vantagens de se utilizar a história da matemática no ensino —, nas **PRIMEIRAS NOTAS METODOLÓGICAS**, trago a análise das três "*revistas de reflexão*" e a descrição da investigação feita sobre seus artigos para que estes atuem como aporte teórico na discussão que se pretende neste trabalho.

Nas **SEGUNDAS NOTAS METODOLÓGICAS** coloco os critérios utilizados para a escolha dos livros didáticos e a descrição da "*revista de consulta*". Além disso, neste capítulo trato dos mecanismos utilizados para a análise dos livros e da RPM, preparando o leitor para o capítulo seguinte — **ANÁLISES** —, onde, entre outras coisas, tentarei estabelecer um paralelo entre o que dispõe o professor — qualitativa e quantitativamente — com as políticas oficiais para o Ensino Fundamental preconizadas no âmbito estadual pelas Diretrizes. As políticas oficiais constituem um subtítulo dos aspectos teóricos.

No último capítulo — **CONSIDERAÇÕES FINAIS** — minha idéia é levantar um rol de conclusões sobre o tema discutido e, se possível, também lançar questões para que possam contribuir para o quadro atual e, quem sabe, apontar futuras pesquisas. Após este último capítulo seguem os **APÊNDICES** e as **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**.

A opção pelos livros didáticos e pelas revistas aqui estudadas foi motivada por serem estes veículos os mais próximos e de maior utilização pelo professor. Os livros didáticos são distribuídos nas escolas e escolhidos pelos próprios professores. A Revista do Professor de Matemática (RPM) é de fácil acesso e muitos professores a utilizam. As outras três revistas, com uma penetração menor, também fazem parte do material que o professor pode dispor para, principalmente, refletir sobre a educação matemática. Apesar de muitos *sites* da internet abordar o assunto, optei por não utilizar a rede como fonte de pesquisa por esta ainda estar muito distante da realidade das escolas públicas, principalmente em Joinville, Santa Catarina, cidade onde moro e sou professor.

JUSTIFICATIVA

PARECE QUE A matemática tem sido ensinada de maneira a afugentar os alunos. Muitos escolhem suas carreiras universitárias ou profissionalizantes nas áreas em que acreditam não precisar de matemática. Em minha experiência pessoal no magistério este quesito de escolha me chamou atenção várias vezes.

Entendo que a matemática deva ser ensinada de forma a permitir a formação de alunos críticos que percebam as mudanças conceituais e os problemas que existiram e que existem na construção dos seus conhecimentos. Penso que a utilização da história da matemática no seu ensino ajude a formar alunos que contextualizem os conhecimentos e os insiram numa perspectiva de construção humana e coletiva.

Em minhas aulas sempre utilizei a história da matemática — aprendida por conta própria —, mas somente como um instrumento motivador, para iniciar ou terminar as aulas. Uma experiência interessante que começou a me fazer "virar os olhos com mais atenção" para a história da matemática — num aspecto que transcendia a simples motivação. Foi quando, numa aula de álgebra que ministrava para alunos de Processamento de Dados, li o seguinte texto:

> Para representar a incógnita nesse tratado de álgebra, Khayyam utiliza o termo árabe Chay, que significa ´coisa`; essa palavra, grafada Xay nas obras científicas espanholas, foi progressivamente substituída por sua inicial x, que se tornou o símbolo universal do desconhecido (MAALOUF, 1991, p. 43).

Uma aluna comentou que se soubesse disso na primeira vez que teve contato com a álgebra — no Ensino Fundamental — teria "dado significado àquela letra no meio de tantos números".

Através da história da matemática, Otte (1991) e Ferreira *et alli* (1992) "apostam" na contextualização e, conseqüentemente, na busca de "significação" do conhecimento matemático. Na ciência, como escreve Matthews (1995), a história pode ajudar a supera o "mar de falta de significação" que inunda as salas de aula de ciências. Acredito que a história da matemática pode ajudar o aluno — e o professor — a conhecer a existência de crises no desenvolvimento das matemáticas; as evoluções conceituais que se deram durante, após e por causa destas crises; as suas limitações. E, também, os problemas ainda não resolvidos.

A matemática não é uma superprodução onde os atores principais são gênios — mesmo que a genialidade esteja presente nos processos de criação —, que fizeram tudo individualmente, do começo ao fim de cada teoria. Na maioria homens, sem falhas e sem dúvidas. E é com este enredo que a história deve contar para procurar atuar na melhoria das atitudes dos alunos — e professores — frente à matemática. Penso que o contato com a história é imprescindível para oferecer uma visão dinâmica da disciplina, de sua evolução e desenvolvimento e, desta forma, dar significação aos seus conceitos.

Creio que a utilização da história da matemática na sala de aula dá outra significação ao ato de "apr(e)ender" e, sem dúvida, todas as publicações e pesquisas que auxiliem alunos e professores nestas verdadeiras viagens — onde mais do que encontrar o "outro", se encontra motivação para empreender novas aventuras — são bem vindas.

PRIMEIRAS NOTAS METODOLÓGICAS

PARA A AVALIAÇÃO das "*revistas de reflexão*", que embasam os aspectos teóricos — próximo item deste trabalho — escolhi o método de análise de conteúdo que, para Bardin, se presta ao estudo "das motivações, atitudes, valores, crenças, tendências" e, também, para o desvendar das ideologias que podem existir nos dispositivos legais, princípios, diretrizes etc., que, à simples vista, não se apresentam com a devida clareza. Bardin define o método como um

> conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, obter indicadores quantitativos ou não, que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) das mensagens" (apud TRIVIÑOS, 1995, p. 160).

Desta maneira, o método é um meio para meio para estudar as "comunicações" entre homens, com ênfase no conteúdo das mensagens, privilegiando a linguagem escrita, por ser estável e disponível. E, a partir das informações fornecidas pelo conteúdo da mensagem, pode-se levantar e testar hipóteses.

A análise de conteúdo, segundo Triviños (1995), pode ser dividida em três partes: 1. *Pré-Análise*, onde se faz a organização e leitura geral do material. Nesta fase o investigador formula os objetivos gerais da pesquisa, suas hipóteses e, também, determina o campo no qual deve fixar sua atenção. *2. Descrição Analítica*, etapa onde são feitas a codificação, classificação e categorização do material organizado. Nesta fase é feito um estudo aprofundado do material — orientado, em princípio, pelas hipóteses e pelo referencial teórico. *3. Interpretação Inferencial*, onde se dá a reflexão com base nos materiais empíricos e se estabelecem as relações com a realidade e os indicativos para proposições.

Quivy e Campenhoudt (1992) também destacam o método para a análise de conteúdo que incide sobre mensagens. Nesta, a escolha dos termos utilizados pelo locutor, a sua freqüência e o seu modo de disposição; a construção do "discurso" e o seu desenvolvimento são fontes de informações a partir dos quais o investigador tenta construir um conhecimento.

Para estes autores, o método é indicado para análise das ideologias, sistemas de valores, representações e aspirações; exame da lógica de funcionamento das organizações, pela análise dos documentos que produzem; estudo de produções culturais e artísticas; análise dos processos de difusão e de socialização; análise de estratégia, do que está em jogo num conflito, das componentes de uma situação problemática, das interpretações de um acontecimento etc. e para a reconstituição de realidades passadas não materiais: mentalidades, sensibilidades etc. Destes, a indicação que mais se aproxima a este trabalho é a "análise dos processos de difusão e de socialização", que envolve mais amiúde os manuais escolares e, por extensão, todos os referenciais utilizados pelo professor para preparar e ministrar suas aulas.

A partir deste momento fiz o que Triviños (1995) chama de pré-análise, fazendo a escolha e a separação entre os três tipos de materiais que podem auxiliar os professores na preparação e atuação em sala de aula: (1) As "*revistas de reflexão*", utilizadas para pesquisa teórica por parte do professor e, também, para embasamento deste trabalho — Zetetiké, Bolema e Educação Matemática em Revista; (2) A "*revista de consulta*", que traz experiências de prática docente e textos sobre história da matemática, que podem ser inseridos nas aulas — Revista do Professor de Matemática (RPM) e (3) Livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental, que estão diretamente ligados à sala de aula.

Além da pré-análise, nestas primeiras notas metodológicas também analisarei as "*revistas de reflexão*" utilizando o que Triviños (1995) classifica como descrição analítica: codificação, classificação e categorização do material escolhido. Utilizarei os artigos destas revistas — Bolema, Zetetiké e Educação Matemática em Revista — como suporte teórico nas discussões acerca da história da matemática no ensino.

Revistas de Reflexão – Zetetiké

A revista Zetetiké é uma publicação do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPEM) da Faculdade de Educação da UNICAMP (FEUNICAMP), de Campinas, São Paulo. Publicada desde março de 1993 — primeiro anualmente e, a partir do terceiro número, semestralmente — é uma revista teórico-científica e de reflexão especializada em Educação Matemática. Os objetivos propostos pela revista são:

> 1) divulgar a produção científica acadêmica em Educação Matemática, em especial aquela dos docentes, graduandos e pós-graduandos da Faculdade de Educação da UNICAMP e 2) constituir um veículo de integração científico-pedagógica entre pesquisadores e educadores matemáticos de todos os graus de ensino[1]".

Além dos artigos, a revista traz um banco de teses de doutorado e de dissertações de mestrado relativas à Educação Matemática produzidas e/ou defendidas no Brasil desde 1991. E, também, os resumos das teses e das dissertações defendidas na Faculdade de Educação da UNICAMP.

Fontes (1994), para "*atender às inúmeras solicitações dos leitores a respeito da palavra ZETETIKÉ, escolhida para denominar a revista*" (p. 9), escreve sobre a origem do nome Zetetiké. Doutor em Letras Modernas e professor do Departamento de Metodologia de Ensino da Faculdade de Educação da UNICAMP, o autor levanta "*algumas hipóteses para explicar o título da revista*" (p. 9). Uma delas é que a palavra seria uma transliteração do adjetivo grego *dzètêtiké*, que em sua forma feminina pode ser traduzido como algo próximo de "apta para indagar". O autor também cita o Novo Dicionário Aurélio, que traz o verbete "ZETÉTICA. [Do grego zetetiké (subentendendo-se techné: arte de procurar).] Método de investigação..." (p. 10).

O mesmo verbete aparece em Russ (1994):

> **ZETÉTICA** – (adj.) Etim. Grego zetetikos, que ama a pesquisa. A. Sentido filosófico: qualifica como investigadora a escola cética. B. Matemática: a análise zetética é o nome dado pelo matemático francês Viète (1540 – 1603) ao que denominamos hoje o método analítico" (RUSS, 1994, p. 316).

E é esta última definição que levou os criadores da revista a "transliterarem" o verbete para nomear a revista, segundo Nota dos Editores (p. 11) ao final do artigo de Fontes.

[1] Encontrados em http://www.cempem.fae.unicamp/br/indexzetetike.html, acesso em 20/10/2003.

Revistas de Reflexão – Bolema

O Departamento de Matemática da UNESP de Rio Claro, São Paulo, é o responsável pela publicação do Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), que teve seu primeiro número lançado em 1985. De lá para cá são 19 revistas, além de três números especiais (1989, 1992 e 1994). A revista, voltada principalmente para a reflexão de pesquisadores em matemática, é constituída de entrevistas, artigos, resenhas, resumos e notícias.

Revistas de Reflexão – Educação Matemática em Revista

Educação Matemática em Revista[2] é uma publicação semestral da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Teve seu primeiro número lançado no segundo semestre de 1993. As primeiras quatro revistas traziam temas específicos: 1. Etnomatemática, 1993; 2. Ensino da Matemática no 1º Grau, 1994 (1º semestre); 3. Séries Iniciais, 1994 (2º semestre); e 4. Geometria, 1995. Os demais números da revista têm artigos, resenhas, entrevistas e comunicações.

No editorial do segundo número da revista são definidos os objetivos da publicação: "(...) tornar-se um lócus de expressão, discussão e busca de soluções para os problemas do ensino da matemática ao nível de 1º e 2º graus, nos cursos de Magistério e de Licenciatura em Matemática s constituir-se em fonte coletiva de melhoria desse ensino" (p. 2).

Pré-Análise dos Artigos das Revistas de Reflexão

Descritas as revistas, procurei um meio de analisar os artigos e estabelecer categorias de modo a separar os que tenham interesse específico em história da matemática. Fiorentini (1993), no primeiro número da revista Zetetiké, para "*divulgar aos educadores-pesquisadores em Educação Matemática o ´BANCO DE TESES EDUMAT`, que vem sendo organizado pelo CEMPEM na Faculdade de Educação da UNICAMP*" (p. 55), realiza um estudo descritivo para cobrir as pesquisas em educação matemática, realizadas no Brasil desde a década de 70. A análise descritiva, "*após abordar o problema da divulgação, da*

[2] Até o número 4, de 1995, a revista era chamada de "A Educação Matemática em Revista". Após este número "perdeu" o artigo definido A. E é este último que utilizarei neste trabalho, exceto na bibliografia nos artigos anteriores àquela data.

dispersão e da descontinuidade das pesquisas” (p. 55), descreve as principais características de sua produção.

O autor afirma que a

> tentativa de organizar o campo da Educação Matemática em núcleos temáticos3 não tem sido tarefa fácil. Isto decorre, em primeiro lugar, do fato de essa área de conhecimento ser ainda emergente (...) Em segundo lugar, a própria natureza interdisciplinar do objeto de pesquisa da Educação Matemática (...) (FIORENTINI, p. 65-66).

E, para realizar a organização das 204 Dissertações/Teses EDUMAT, foi feito um cruzamento entre dois esquemas classificatórios: o utilizado pela revista alemã “*ZDM – Zentralblat für Didaktik der Mathematik*” e a classificação proposta por Eduardo Martinez em 1990 (*apud* FIORENTINI. 1993).

Escolhida a maneira de classificar os trabalhos, o autor, após uma acurada leitura das dissertações e teses, separa-as por focos temáticos (ver o quadro a seguir). Alguns dos trabalhos “*dependendo da maneira como abordam seus temas, tanto podem estar num só foco temático, como em dois ou até em três*” (FIORENTINI, 1993, p. 66).

1. Currículo
2. Materiais didáticos e meios de ensino
3. Erros, problemas e dificuldades do ensino e da aprendizagem
4. Cotidiano escolar
5. Etnomatemática e educação de adultos
6. Relação da matemática com outras disciplinas
7. Formação do professor de matemática
8. Prática docente
9. Psico-cognição e aprendizagem
10. Fundamentos históricos e epistemológicos
11. Ideologia e/ou concepções e significados
12. História do ensino de matemática
13. Políticas oficiais sobre o ensino de matemática

QUADRO 1 – Focos temáticos – Fiorentini, 1993.

De todos os focos temáticos, o décimo é o que tem como principal tema a história da matemática, com seus aspectos filosóficos e epistemológicos. Separei, então, os artigos das três revistas — Bolema, Zetetiké e Educação Matemática em Revista — com a utilização do quadro desenvolvido por Fiorentini. Depois dessa etapa, analisei mais amiúde aqueles artigos que trazem como foco principal a história da matemática. Com este levantamento viso a busca de subsídios teóricos para embasar este trabalho.

[3] O autor usa núcleos temáticos ou focos temáticos, sem diferenciação.

Para isso, fiz a classificação dos 297 artigos — 123 da revista Bolema, 91 da revista Zetetiké e 83 da Educação Matemática em Revista —, ligando-os aos focos temáticos, da seguinte maneira: (a) primeira seleção: leitura dos títulos, resumos e palavras chave. Os artigos que não puderam ser classificados após esta primeira seleção passaram para a (b) segunda seleção: leitura das introduções e leitura superficial do artigo. Após esta, os artigos que não têm definido a que focos pertencem passaram por uma (c) terceira seleção: leitura mais apurada do artigo. Por se tratarem de artigos — com temas mais específicos que dissertações ou teses — minha opção foi a de colocar cada um em somente um foco temático, diferentemente do que foi feito por Fiorentini. A escolha do foco a que cada artigo pertence foi feito pela maior ênfase que este dava a determinado foco. A seguir o quadro com a distribuição total dos artigos nas três revistas. A tabela possui a data e número da publicação, o número de páginas e a quantidade de artigos.

	Bolema	**p.**	**Art.**
A	A1–n1–inverno/85	4	3
B	A1–n2–primavera/85	4	2
C	A2–n3–primavera/86	4	3
D	A3–n4–1988	78	5
E	A3–n5–1988	100	4
F	Especial–n1–1989	98	3
G	A5–n6–1990	74	4
H	A6–n7–1991	122	6
I	A7–n8–1992	136	8
J	Especial–n2–1992	118	7
K	A8–n9–1993	116	8
L	A9–n10–1994	114	7
M	Especial–n3–1994	118	7
N	A10–n11–1995	100	7
O	A11–n12–1997	118	6
P	A12–n13–1999	122	5
Q	A13–n14–2000	110	5
R	A14–n15–2001	142	7
S	A14–n16–2001	136	7
T	A15–n17–2002	150	6
U	A15–n18–2002	136	8
V	A16–n19–2003	142	5

	Zetetiké	**p.**	**Art.**
A	A1–n1–mar/1993	94	3
B	A2–n2–1994	91	7
C	A3–n3–mar/1995	114	5
D	A3–n4–nov/1995	120	5
E	V4–n5–jan-jun/1996	122	7
F	V4– n6–jul-dez/1996	180	11
G	V5– n7–jan-jun/1997	151	8
H	V5–n8–jul-dez/1997	146	4
I	V6– n9–jan-jun/1998	170	5
J	V6–n10–jul-dez/1998	147	6
K	V7–n11–jan-jun/1999	122	5
L	V7–n12–jul-dez/1999	149	6
M	V8–n13/14–jan-dez/2000	166	5
N	V9–n15/16–jan-dez/2001	203	6
O	V10–n17/18–jan-dez/2002	157	4
P	V11–n19–jan-jun/2003	132	4

	A Ed. Mat. em Revista	**p.**	**Art.**
A	AI–n1–1993	65	5
B	AI–n2–1994	66	8
C	AII–n3–1994	58	8
D	AIII–n4–1995	64	7
E	AIII–n5–1996	28	3
F	AV–n6–1998	23	3
G	AVI–n7–1999	61	6
H	AVII–n8–2000	80	7
I	AVIII–n9/10–2001	67	7
J	AVIII–n 11–2001	72	7
K	AIX–n 12–2002	72	8
L	AIX–Ed. Especial–2002	14	14

QUADRO 2 – Distribuição dos artigos das revistas de reflexão

Analisados os 297 artigos para colocá-los nos focos temáticos, obtive o quadro a seguir.

	Foco Temático	Bolema		Zetetiké		Ed. Mat. em Rev.	
			%		%		%
1	Currículo	19	15,4	16	17,6	15	18,1
2	Materiais didáticos e meios de ensino	20	16,3	7	7,7	13	15,7
3	Erros, problemas e dif. do ensino e da aprendizagem	3	2,4	4	4,4	1	1,2
4	Cotidiano escolar	2	1,6	1	1,1	7	8,4
5	Etnomatemática e educação de adultos	8	6,5	6	6,6	5	6,0
6	Relação da matemática com as outras disciplinas	1	0,8	2	2,2	1	1,2
7	Formação do professor de matemática	1	0,8	12	13,2	5	6,0
8	Prática docente	11	8,9	4	4,4	7	8,4
9	Psico-cognição e aprendizegem	8	6,5	14	15,4	3	3,6
10	Fundamentos históricos-filosóficos e epistemológicos	29	23,6	10	11,0	5	6,0
11	Ideologia e/ou concepções e significados	10	8,1	7	7,7	13	15,7
12	História do ensino da matemática	4	3,3	6	6,6	1	1,2
13	Políticas oficiais sobre o ensino da matemática	4	3,3	2	2,2	7	8,4
	OUTROS	3	2,4	—	—	—	—
		123		91		83	

QUADRO 3 – Distribuição dos artigos das revistas de reflexão nos focos temáticos

De todos os 123 artigos da revista Bolema, 14 — representando 11,4% — podem servir de aporte teórico para as discussões sobre a inclusão da história da matemática no ensino da matemática. Destes, 12 estão no foco temático Fundamentos histórico-filosóficos e epistemológicos (FOSSA, 1991; OTTE, 1991; BICUDO, 1992; D´AMBÓSIO, 1992; FERREIRA *et alli*, 1992; MEDEIROS e MEDEIROS, 1992; OTTE, 1992; CASABÒ, 1993; SOUZA, 1993; JARDIMETTI, 1994; OTTE, 1994 e SCHUBRING, 2002), um no foco temático Currículo (OLIVEIRA, 1993) e um no foco História do ensino da matemática (VALENTE, 2002a).

Na revista Zetetiké, dos 91 artigos, oito — 8,8% do total — têm discussões acerca da história da matemática e podem, como aqueles da revista Bolema, servir de aporte teórico aos professores que queiram incluir a história no ensino e, também, ajudar nas discussões deste trabalho. Destes, quatro estão no foco Fundamentos histórico-filosóficos e epistemológicos (MIGUEL, 1995; BRITO e CARDOSO, 1997; MIGUEL, 1997; SCHUBRING, 1998). Os outros quatro artigos estão assim distribuídos: Currículo (GRATTAN-GUINNES, 1997); Etnomatemática e educação de adultos (FASHEH, 1998);

Prática docente (MENDONÇA, 1996) e História do ensino de matemática (FIORENTINI, 1995).

A revista Educação Matemática em Revista tem oito artigos — 9,6% dos 83 analisados — que possuem contribuições acerca da história da matemática no ensino da disciplina. Dois deles no foco formação do professor de matemática (PIRES, 2000 e PAIVA, 2002), cinco em Fundamentos históricos-filosóficos e epistemológicos (MIGUEL, 1994; FRAGOSO, 2000; ZUFFI, 2001; PAVANELLO *et al*, 2002 e VALENTE, 2002b). O outro artigo está no foco temático Ideologia e/ou concepções e significados (BITTENCOURT, 1998).

De todos os 297 artigos pesquisados nas três revistas 30 (10,1%) podem contribuir para as discussões que pretendo fazer aqui neste trabalho. E, a partir deste levantamento, estes foram novamente lidos e "participaram" como elementos de referência nas discussões propostas. A utilização do quadro de classificação de Fiorentini (1993) em focos temáticos foi de fundamental importância para a categorização e separação dos artigos utilizados aqui, por isso, o seu destaque nestas primeiras notas metodológicas.

Nas segundas notas metodológicas, após o capítulo ASPECTOS TEÓRICOS, a *revista de consulta* (RPM) e os livros didáticos também sofrerão uma pré-análise, passarão por uma descrição analítica e "participarão" da reflexão que tentarei fazer para estabelecer suas relações com a defesa da utilização da história da matemática e as políticas oficiais para o ensino da disciplina.

ASPECTOS TEÓRICOS

Um Papel para a História

Uma das faces das pesquisas em educação matemática é caminhar no sentido de encontrar instrumentos metodológicos para serem usados no ensino da disciplina. Através de reflexões teóricas os pesquisadores desbravam seus campos de pesquisa na intenção de fornecer subsídios para uma maior compreensão da matemática.

Neste sentido, Baroni e Nobre (1999), apontam que o movimento de educação matemática incorpora, de tempos em tempos, alguns componentes novos que visam, em uma primeira instância, fornecer instrumentos metodológicos que possam ser utilizados pelo professor de matemática em suas atividades didáticas. Entre estes "instrumentos", estão a resolução de problemas; a modelagem matemática; a etnomatemática e a informática. A história da matemática também é um deles e, nos últimos tempos, vem ganhando destaque nas pesquisas em educação, como afirmam Fossa (1991 e 2001a) e Schubring (2002).

Porém, mesmo entendendo que as pesquisas acadêmicas sobre a história da matemática tenham avançado, Baroni e Nobre afirmam que a história da matemática — tal como a análise, a álgebra, a topologia etc. — constitui uma área do conhecimento matemático, um campo de investigação científica, por isso seria uma ingenuidade considera-la somente um instrumento metodológico.

Para defender a tese da importância do estudo da história da matemática, Silva da Silva (2001) cita o historiador Otto Becken que "*(...) elege a história como uma entre as cinco componentes necessárias para uma melhor compreensão dos conhecimentos matemáticos*" (p. 134). Além da história, figuram na relação de Becken: resolução de problemas, modelagem e aplicações; habilidades técnicas — com o uso de calculadoras e computadores; compreensão de conceitos — argumentação, justificação e provas e habilidades de comunicação — com linguagem e símbolos — notação e etimologia. Para o historiador, a história da matemática está colocada junto à cultura e ambas nos levam ao campo da epistemologia.

Porém, corre-se o risco — ao se tratar a história da matemática apenas como um simples instrumento metodológico —, de reduzir a sua importância e desviá-la para o *status* de apenas um coadjuvante no ensino da disciplina, quando, na verdade, pode se tornar peça importante, senão principal, na sua aprendizagem. Pois, como escreve D'Ambrosio,

> as práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer a esses registros e a interpretações dos mesmos (D´AMBRÒSIO, 1999, p. 97).

E, mais adiante, em outro trecho, que as

> idéias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência (D´AMBRÒSIO, 1999, p. 97).

Assim, para o autor, mais que um simples instrumento metodológico, a história da matemática — e sua interpretação — é vista como imprescindível na educação matemática, pois para ele perceber a história da matemática é essencial nas discussões sobre a disciplina e seu ensino. Essa percepção remete à idéia de que a história da matemática não pode ser vista apenas como anedótica, lendária, ou, como escrevem Baroni e Nobre:

> ao desenvolvermos estudos relativos às contribuições da História da Matemática para a Educação Matemática, percebemos que é necessária muita cautela, pois pode-se incorrer no erro de simplesmente assumir a História da Matemática como elemento motivador ao desenvolvimento do conteúdo. Sua amplitude extrapola o campo da motivação e engloba elementos cujas naturezas estão voltadas a uma interligação entre o conteúdo e sua atividade educacional (BARONI e NOBRE, 1999, p. 132).

Outros autores acompanham este ponto de vista — de considerar ingênua a utilização da história da matemática apenas como elemento motivador. Fossa (1991) entende que a história da matemática "*dificilmente despertará qualquer interesse na Matemática em si*", (p. 85), pois, para o autor, na verdade, a história poderá afugentar os alunos contrariando a sua utilização pedagógica se for tratada de maneira apenas decorativa. O autor continua afirmando que é o importante é encarar a história da matemática também como recurso para a apresentação de conteúdos matemáticos. Nesse sentido, Otte afirma que

> a História tem sido, tradicionalmente, usada como uma fonte para estimular a motivação dos alunos para o fazer matemática. Parece óbvio que um tal emprego da História é insatisfatório visto que o aluno, muito rapidamente, aprende que o conteúdo real vem somente depois de se ter acabado de "contar a história" (OTTE, 1992, p. 104).

Para Schubring (1998) a história da matemática tem uma função que transcende aquela tradicional e insatisfatória da motivação para a aula. E, além desses autores, Jardinetti (1994), Fossa (2001b) e Miguel (1997) também discutem a inclusão da história da matemática para além da simples utilização como elemento motivador. Brito e Cardoso (1997) entendem que a história unicamente narrativa também não colabora para a construção de conceitos matemáticos.

Silva da Silva, em dois trechos selecionados, reforça estas idéias. No primeiro, argumentando sobre a possibilidade de ingenuamente achar que a história da matemática pode, sozinha, resolver todos os problemas da educação matemática:

> uma visão um tanto ingênua sobre o papel da História da Matemática atribui a esta uma função quase mágica, como se o deu domínio ou a sua aplicação possibilitasse a resolução de todos os sérios problemas envolvidos no processo ensino-aprendizagem da Matemática (SILVA da SILVA, 2001, p. 129).

No segundo, a autora mostra que a utilização da história da matemática requer uma mudança de visão da matemática:

> se a encararmos como uma ciência quase auto-suficiente, pronta e acabada e acreditarmos que existam duas castas de pessoas: aquelas que a dominam e ensinam e uma outra que é instruída pela primeira, dificilmente, haveria espaço para a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem. Mas, se por outro lado, a encararmos como apenas uma das muitas formas de conhecimento, ou ainda como um tipo de manifestação cultural ou atividade humana mais geral, então, a história desse conhecimento reveste-se de significado e estudar a História da Matemática é uma forma de entender melhor as relações do homem com o conhecimento matemático dentro de um certo contexto cultural (SILVA da SILVA, 2001, p. 129-130).

Utilizando toda a cautela — como recomendam vários pesquisadores — e para não enveredar por teses que apenas tornem simplória a utilização da história da matemática, alguns trabalhos apresentam defesas da necessidade da utilização da história da matemática. Silva da Silva (2001), por exemplo, cita o historiador Dirk Struick, que justifica a relevância do estudo da matemática como forma de entendermos melhor as crenças de estudantes e professores de Matemática. O estudo da história da matemática, segundo Struik,

> satisfaz o desejo de sabermos das origens da Matemática; pode ser um auxílio no ensino e na pesquisa; ajuda a entender nossa herança cultural; proporciona um campo em que o especialista em Matemática e o de outros campos da ciência podem encontrar interesse comum; oferece um pano de fundo para a compreensão das tendências em Educação Matemática e aumenta o interesse dos alunos pela matéria (*apud* SILVA da SILVA, 2001, p. 133).

A autora também cita John Fauvel, que aponta "*(...) boas razões para justificar o uso da História no ensino da Matemática*" (apud SILVA da SILVA, 2001, p. 134). Para Fauvel, algumas dessas razões são: aumentar a motivação para a aprendizagem*;* dar uma face humana à Matemática*;* mostrar aos alunos como os conceitos são desenvolvidos, auxiliando sua compreensão*;* mudar a percepção dos alunos sobre a Matemática e fornecer oportunidades e ajuda para explicar o papel da Matemática na sociedade.

Dentre as vantagens de se estudar (ou conhecer) a história da matemática — tanto para alunos quanto para professores — a contextualização e a busca de significação para os conteúdos estudados aparecem como pontos fundamentais, pois desmistificam a disciplina dando-lhe um caráter de construção humana. Neste sentido, Pereira entende que, sendo a matemática um fator integrante do contexto social, ela incentiva a formação do cidadão na maior amplitude possível e, ainda, que a história da matemática poderá contribuir para a construção do conhecimento matemático no sentido de o estudante atribuir maior significado ao que ele aprende. Para este autor, a história da matemática

> possui elementos que podem imprimir ao ensino e à aprendizagem das concepções matemáticas uma maior qualidade e significação, fazendo, assim, dos agentes envolvidos no âmbito escolar, professor e aluno, indivíduos mais críticos, integrados a um saber que perpassa os séculos e que envolve inúmeras áreas (PEREIRA, 2002, p. 20).

No ensino da matemática somente há pouco que o estudo da história vem tomando corpo como instrumento metodológico ou como linha de pesquisa. Na física, química e biologia, a discussão sobre a utilização da história (da filosofia e da sociologia, também) no ensino é um pouco mais antiga, como afirma Leite (2002).

Matthews, falando sobre ciência, escreve:

> A tradição contextualista assevera que a história da ciência contribui para o ensino porque: (1) motiva e atrai os alunos; (2) humaniza a matéria; (3) promove uma compreensão melhor dos conceitos científicos por traçar seu desenvolvimento e aperfeiçoamento; (4) há um valor intrínseco em se compreender certos episódios fundamentais na história da ciência — a Revolução Científica, o darwinismo, etc; (5) demonstra que a ciência é mutável e instável e que, por isso, o pensamento científico atual está sujeito a transformações que (6) se opõem a ideologia cientificista; e, finalmente, (7) a história permite uma compreensão mais profícua do método científico e apresenta os padrões de mudança na metodologia vigente. (MATTHEWS, 1995, p. 172).

Peduzzi apresenta várias características que "*a pesquisa, em condições de sala de aula e com materiais históricos apropriados, de boa qualidade*" (p. 157) podem ser utilizadas pelo professor para, entre outras, possa

> (...) propiciar o aprendizado significativo de equações (...) que o utilitarismo do ensino tradicional acaba transformando em meras expressões matemáticas (...); ser bastante útil para lidar com a problemática das concepções alternativas; incrementar a cultura geral do aluno, admitindo-se, neste caso, que há um valor intrínseco em se compreender certos episódios fundamentais que ocorreram na história do pensamento científico (...); desmistificar o método científico, dando ao aluno os subsídios necessários para que ele tenha um melhor entendimento do trabalho do cientista; mostrar como o pensamento científico se modifica com o tempo, evidenciando que as teorias não são 'definitivas e irrevogáveis', mas objeto de constante revisão; chamar a atenção para o papel das idéias metafísicas (e teológicas) no desenvolvimento das teorias científicas mais antigas; contribuir para um melhor entendimento das relações da ciência com a tecnologia, a cultura e a sociedade; propiciar o aparecimento de novas maneiras de ensinar certos conteúdos; melhorar o relacionamento professor-aluno; levar o aluno a se interessar mais pelo ensino da Física (PEDUZZI, 2001, p. 157-158).

Matthews escreve sobre ciências naturais (física, química, e biologia), Peduzzi acerca da ciência (especificamente a física). Porém todas as justificativas apresentadas — quando necessário e com a devida adaptação — podem ser utilizadas em favor da utilização da história da matemática na educação matemática. Matthews defende a utilização da história e da filosofia das ciências no ensino. Esta defesa ruma para uma "*abordagem `contextualizada`*" (p. 166), o que, acredito, dá mais significado à aprendizagem. O autor acredita na reformulação dos currículos para que se possa utilizar a História, Filosofia e Sociologia no ensino de ciências.

Almeida (2004) também segue esta linha. A autora diz que o ensino de física justifica-se pela "*mediação cultural ampla e diversificada que deve ocorrer na escola*". (p. 96). E, na perspectiva de mediação cultural, o ensino de ciência atinge um amplo espectro que deve conduzir o aluno a atingir, entre outros, os seguintes objetivos:

> internalização de conceitos e leis (...); reconhecimento das condições sociais em que determinadas leis da natureza e certos conceitos foram produzidos; bem como o entendimento de suas influências sobre a sociedade; a compreensão de modos de produção da ciência; a possibilidade de crítica em relação a aplicações e implicações sociais da instituição científica; a aquisição de habilidades e atitudes pertinentes ao fazer científico; o incremento da auto-estima pela inserção em questões próprias do seu tempo" (p. 96). E, completa, "na busca de tentar atingir alguns desses objetivos, a incorporação de aspectos da filosofia e da história da ciência, no ensino escolar das ciências da natureza, já foi muitas vezes recomendada por pesquisadores da educação em ciências com diferentes enfoques, e para o ensino de diferentes disciplinas e níveis de ensino (ALMEIDA 2004 p. 97).

Entendo que esta inclusão — não como tópicos específicos, mas como filosofia norteadora — privilegia as dimensões e interesses pessoais, éticos, culturais e políticos da comunidade onde se insira esta forma de ensino. Desta forma, além de aumentar a significância do binômio ensino-aprendizagem, coloca-se o ensino numa perspectiva de construção humana.

Muitos dos livros — ou manuais — didáticos atuais, como já foi dito anteriormente, apresentam uma matemática já "feita", pronta e acabada. A gênese dos conceitos não aparece e isso dá uma falsa impressão que o que está posto é definitivo. Esconde-se a necessidade que se tem de provar e demonstrar. Escondem-se as crises e as revoluções — na matemática, o surgimento das geometrias não-euclidianas são um exemplo dessas crises e revoluções.

Chervel (*apud* VALENTE, 2002a), chega até a afirmar que todos os livros didáticos, em uma certa época, dizem a mesma coisa, é o que ele chama de "*fenômeno da vulgata*". Para Valente, os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a organização da seqüência de ensino e dos capítulos, o conjunto de exemplos fundamentais ou o tipo de exercícios realizados são praticamente idênticos ou apresentam pouquíssima variação. Fossa diz que

> o professor geralmente lança mão de raras preciosidades que ele acha encravadas no fim dos capítulos do livro texto, e acaba utilizando-as mais como recreio mental, para fugir por uns momentos de assuntos mais sérios, do que como parte integral da matéria a ser ministrada (FOSSA, 2001b, p. 59).

Esta história apenas "ilustrativa" ou recreativa torna-se para os alunos uma "matemática que não é matemática" — e, às vezes, nem cai na prova —, que não contribui para o conhecimento matemático. Faltam ligações com a outra matemática, considerada por muitos como séria, difícil e chata.

Porém, enquanto atividade humana, a matemática está ligada à “produção da subsistência dos povos” (SOUZA, 1999, p. 138) e a sua história, bem como a da ciência “pode ser caracterizada brevemente como a transição de um pensamento empírico, um pensamento em termos de objetos concretos, para um pensamento em termos de relações entre objetos” (OTTE, 1994, p. 71). Uma história que evolui — do empirismo babilônio e egípcio à formalização grega, por exemplo — e deixa questões em aberto (BICUDO, 1999). Assim, o seu ensino — e os materiais didáticos utilizados — têm que levar em conta esta evolução e estas questões. Nobre (1996) aponta que “no processo pedagógico, a forma como é tratado um assunto é de extrema importância para a sua compreensão” (p. 31). Desta forma, a história da matemática tem, então, muito a contribuir para isso.

Como e qual História?

Fossa (2001a) explica a simbiose que existe entre história da matemática e educação matemática dizendo que “a maneira em que se apreenda a matemática colora a maneira em que se compreende a sua história, enquanto a história contextua o seu ensino” (p. 9). Concordo com o autor que, desta forma, a utilização da história está intimamente ligada com a concepção de matemática existente e a formação do professor. Muitos autores dão indícios de como se deve utilizar a história da matemática no ensino de matemática, muitas vezes em temas específicos, mas que podem ser extrapolados.

Para Mendes, quando um professor de matemática decide utilizar a história como recurso de ensino-aprendizagem pode seguir por dois caminhos. No primeiro

> é necessário que sua atividade seja revestida também pela pesquisa. Isso significa ser necessário ao professor levantar na história da matemática, problemas que necessitem respostas, visando assim torná-los como ponto de partida das atividades pedagógicas a serem desenvolvidas em sala de aula (MENDES, 2001, p. 229).

Assim,

> sua classe transformar-se-á em um ambiente no qual os estudantes posicionar-se-ão como investigadores preocupados em responder certas questões abertas no contexto da matemática escolar e que poderão ser respondidas a partir da investigação dos aspectos históricos referentes ao problema investigado (MENDES, 2001, p. 229).

Os resultados obtidos irão subsidiar a organização sistemática do conhecimento matemático objetivado pelo conteúdo programático. O autor entende que esta investigação possa contribuir para que os estudantes possam perceber os “porquês” matemáticos. Porém, segundo acredita o autor, este caminho é mais viável em instituições de ensino superior, principalmente nos cursos de licenciatura em matemática. O segundo caminho

> diz respeito à utilização das informações históricas presentes nos livros de história da matemática ou similares e, a partir de tais informações, elaborar atividades de ensino visando com isso fomentar a construção de noções matemáticas pelo aluno” (MENDES, 2001, p. 230).

Porém, o autor não deixa claro quais são os “similares” e qual a participação dos livros-textos neste método.

Fragoso (2000) sugere uma abordagem histórica dos temas a serem ensinados para evidenciar o desenvolvimento dos conteúdos desde as sua origens. Nesta abordagem o aluno entra em contato com os métodos de resolução de problemas e também com as notações de cada tempo. Para o autor isso vai valorizar ainda mais a colaboração dos matemáticos que participaram do seu desenvolvimento. O autor sugere o método com a resolução de equações do segundo grau. Zuffi (2001), na mesma linha, com um trabalho sobre funções, acredita que

> o conhecimento da gênese histórica dos conceitos matemáticos pode ser uma ferramenta de grande valia para a elaboração da linguagem matemática e para uma compreensão mais profunda desses conceitos (ZUFFI, 2001, p. 10).

Outra autora, Mendonça, diz que devemos:

> reconhecer que a matemática é resultado de um processo histórico e, por isso, grande parte de sua maneira de operar as relações quantitativas e geométricas, suas notações e arranjos lingüísticos, têm um passado que é fonte de origem para os modelos atuais (MENDONÇA, 1996, p. 64).

Assim, o conhecimento dos métodos do passado pode ajudar — *por “tradição/hereditariedade*” — no entendimento dos métodos atuais.

A intenção, neste caso, é mostrar ao aluno, entre outras coisas, que o método atual “herdou” o sistema posicional — onde, no número 11, por exemplo, o primeiro um vale dez (uma dezena) e o segundo uma unidade — da numeração hindu-arábica e, além disso, o algoritmo ou a seqüência de passos para efetuar a operação. E, como mostra também a autora, as nossas "heranças" não são apenas hindus ou árabes, é resultado de um processo de evolução e documentação histórica — o texto exemplifica apresentando três métodos para multiplicar, entre as diferentes formas apresentadas por Pacioli, em seu trabalho intitulado "*Summa*" publicado em 1494. Os métodos vão se assemelhando ao utilizado hoje em dia.

Grattan-Guinnes (1997) reconhece que *o* ensino de cálculo raramente envolve sua história. Em conseqüência disso, as várias tradições conflitantes de termos, notações e idéias são transmitidas de forma parcial e mal digerida. Desta forma acredita que estudar a prática de cada versão pode revelar suas diferenças e, também, os pontos em comum. As tradições a que se refere o autor são os traços de diferentes tendências — como, por exemplo, as notações de Newton e as de Leibnitz, no cálculo ou, ainda, as notações algébricas com o passar do tempo — que aparecem em livros-textos de nosso tempo e que os autores normalmente apresentam uma, omitindo a outra.

Brito e Cardoso (1997) trabalhando com cálculo diferencial em cursos para professores, optam por abordar a história da matemática de maneira a privilegiar os aspectos filosóficos que forneçam problemas que possam ser utilizados na construção de conceitos matemáticos. Com isso, utilizam "*a História da Matemática como fonte de problematização*" (p. 129). As autoras buscam, na história da matemática, problemas que levaram ao desenvolvimento de conceitos e realizam uma reconstituição histórica, tendo em vista a formulação de problemas que, de algum modo, pudessem contemplar algumas dúvidas dos alunos freqüentemente observadas no processo de aprendizagem.

Os problemas utilizados são: os paradoxos de Zenão; o traçado da reta tangente à espiral, de Arquimedes; o dilema do cone, de Demócrito; os métodos de derivação de Newton e Leibniz; o método de derivação de Karl Marx e a tentativa de Robinson de fundamentação do cálculo diferencial. Brito e Cardoso optam por uma abordagem que privilegia os aspectos filosóficos e que fornece problemas que podem ser usados na construção de conceitos, pois entendem que:

> a participação da História da Matemática no processo de aprendizagem por meio da mera narração dos, assim denominados, "fatos históricos" não fornece subsídios para que os alunos desenvolvam desenvolvam novas concepções de Matemática além da tradicional (BRITO e CARDOSO, 1997, p. 141).

Concordo que a utilização de exemplos históricos (GRATTAN-GUINNES, 1999) e a "*recriação imaginativa de situações históricas em termos de um problema prático*" (FOSSA, 1991, p. 86), também podem inserir o aluno num "ambiente" histórico, propício para a apreensão dos conhecimentos. Da mesma forma, Schubring destaca que:

> uma vez que o saber escolar é mais acentuadamente uma condensação da evolução histórica do que o conhecimento resultante de pesquisa atua podemos, desde já, considerar um primeiro aproveitamento produtivo da história da matemática para a didática: a análise de problemas técnicos ou epistemológicos do saber matemático que provocam erros por parte dos alunos (SCHUBRING, 1998, p. 17).

Nesta perspectiva, o autor aponta para a utilização de problemas históricos que representassem obstáculos epistemológicos, como é o caso da aprendizagem dos números negativos. O autor tinha como objetivo examinar se, a partir do uso dado por Viète e Stevin aos números negativos se pode falar do seu reconhecimento não problemático.

Para tal, o autor examina o *status* do conceito de números negativos na França, Inglaterra e Alemanha — que, à época, tinham as maiores comunidades de matemáticos — desde a segunda metade do século XVIII. Baseando-se em livros-texto de aritmética e álgebra, monografias e artigos o autor encontra debates e controvérsias sobre o conceito. Na segunda metade daquele século, encontra-se, por exemplo, "*posicionamentos tanto de rejeição quase absoluta na Inglaterra, de ambivalência na França, quanto de clara aceitação na Alemanha*" (p. 19). Emergem deste estudo algumas conclusões, uma delas é que a

> famosa regra dos sinais (menos por menos igual a mais) (...) constitui-se muito mais um obstáculo de caráter didático: teve efeito que os professores construíssem uma imagem da matemática segundo a qual esta ciência tem condições de provar todas as suas proposições (SCHUBRING, 1998, p. 20).

E, ao final do texto, o autor conclui que:

> não podemos fechar os olhos para o fato de que da escola partem impulsos dogmatizantes e formalizantes que afetam o desenvolvimento da ciência tal como o exagero fundamentalista de bases seguras. No entanto, pode ser uma tarefa meritória para a história da matemática descobrir aqueles pontos nos quais a busca justificadas de fundamentos se converte em formalismo (SCHUBRING, 1998, p. 31).

Em Schubring (2002) esta utilização — de problemas históricos — é retomada através da análise dos erros e obstáculos que acompanham a noção de multiplicação. Concluindo, o autor afirma que

> esse problema histórico mostra que a relação entre o ensino e a história é muito mais indireta que direta; não se pode utilizar a história para um ´prognóstico` dos erros dos alunos, mas a história apresenta um metasaber sobre a matemática, que constitui uma fonte de reflexão para o professor (SCHUBRING, 2002, p. 50).

Para D´Ambrósio uma

> maneira de praticar a história no ensino é fazer acompanhar cada ponto do currículo tradicional por uma explanação do contexto sócioeconômico e cultural no qual aquela teoria ou prática se criou, como e porque se desenvolveu" e, completa, "também é muito interessante gastar um tempinho falando sobre as pessoas que estamos estudando (D´AMBRÒSIO, 1996a, p. 12).

Além disso, o autor ressalta a importância de também relacionar a matemática com todos os aspectos que a rodeiam: políticos, filosóficos, religiosos, artísticos etc. E, também importante, que o professor aprofunde essas discussões o mais amplamente possível, o que depende, é claro, de sua formação.

No mundo inteiro a maneira de como a utilizar a história da matemática no ensino da disciplina ainda não obteve consenso. Como escreve Ferreira:

> Há educadores, por exemplo, que trazem para um trabalho em sala de aula os originais que geraram o conceito que está sendo estudado (...) outros (...) propõem uma adaptação dos antigos problemas geradores de conceitos para a realidade do aluno de hoje. Agindo assim, o aluno, instigado por um problema atual, deve procurar na sua solução a construção dos conceitos matemáticos necessários para isto (FERREIRA, 1996, p. 5-6).

A união da análise do discurso matemático com a análise histórico-epistemológica de conceitos matemáticos revela-se, na concepção de Hariki (1996), como um instrumento essencial para a investigação em didática da matemática. Isto porque os

> objetos matemáticos, muitas vezes penosamente construídos pelos matemáticos ao longo dos séculos, sofrem um verdadeiro processo de esquartejamento conceitual nas mãos de muitos autores de livros-textos (HARIKI, 1996, p. 36).

Assim, o autor apresenta como exemplo "*um método para fazer o resgate ontológico das curvas especiais*" (p. 36), no caso, a Lemniscata de Bernoulli. E, mais do que isso, uma alternativa para se construir o conhecimento utilizando a história da matemática. Sintetizando, a metodologia proposta é composta dos seguintes passos: 1. discurso matemático; 2. livros de história da matemática; 3. *softwares* educacionais e 4. pensamento matemático.

No discurso matemático o professor deve começar com os livros-textos ("*mesmo que sejam ruins*"), pois eles fornecerão os dados iniciais, a realidade mais imediata, o problema que se quer resolver. Nesta fase o professor também pode recorrer a dicionários, enciclopédias etc. Os livros de história da matemática — quando possível, o professor deve recorrer às fontes originais ou primárias — trarão a gênese dos conceitos, dos objetos e das teorias matemáticas. Os softwares educacionais não são apenas instrumentos auxiliares, mas "*também motivadores da pesquisa didática em matemática*" (p. 46). E, por fim, o pensamento matemático — incontrolável e que "*não pára, sendo a busca de generalização um de seus movimentos mais fortes*" (p. 46) — que deve permear todos os passos.

Penso que este "modelo" é factível. O passo três — *softwares* educacionais — não é imprescindível e pode não existir em determinados casos — onde não haja ou não se necessite de *softwares* ou, ainda, onde não exista a disponibilidade de computadores. Porém, a aplicação do método pede um professor diferente: um pesquisador.

Outro aspecto que pode ser levado em conta quando se pensa em introduzir a história da matemática no ensino da matemática é a utilização de fontes primárias (dos originais) na sala de aula. Ler Euclides em Euclides, por exemplo. E é sobre este tema — utilização de fontes primárias — que escrevem Arcavi e Bruckheimer A princípio, esclarecem os autores, é necessário:

> estabelecer objetivos para o seu uso (incluindo a população a ser atendida), o tipo de fonte adequada a este objetivo e a metodologia didática necessária para explorar e dar suporte à fonte escolhida (ARCAVI e BRUKHEIMER, 2000, p. 55).

Os livros de história da matemática — as "*histórias gerais*" (p. 56) — são, para os autores, as fontes secundárias, que "*pode*m *parecer um bom ponto de partida*" (p. 56) para a introdução da história na sala de aula. Porém, estas fontes carregam consigo alguns problemas: 1. Apresentação em seqüência cronológica. 2. Tópicos parcamente considerados ou omitidos. 3. Atribuição de uma visão particular do autor. 4. Transmissão de julgamentos de valores dos autores. 5. Transmissão de valores de julgamentos das condições dos conceitos matemáticos. E estes problemas só podem ser sanados quando há a comparação entre o "fato" — fonte primária — e a versão — fonte secundária, pois, "*na ausência de uma fonte primária distorções são quase inevitáveis*" (p. 58). Para estes autores,

> a história é mais rica do que aquela exposta na maioria das fontes secundárias (às quais não sugerimos que sejam deixadas de lado) e são defensáveis (se confrontadas com as histórias concorrentes) porque foram elaboradas com base nas fontes primárias" (ARCAVI e BRUKHEIMER, 2000, p. 59).

Isso reforça a tese de que o professor deva ser um pesquisador para confrontar as "histórias" existentes, quando optar por utilizar a história da matemática na sala de aula. Isso, sem dúvida, representaria uma carga extra para o professor que não teve em sua formação o contato com a história da matemática ou a teve totalmente separada das disciplinas ditas técnicas.

Entre as vantagens (e maneiras) de se utilizar a história da matemática no ensino da disciplina, os autores apontam para: mostrar as representações alternativas; explicitar a existência de dúvidas e contradições na matemática; o uso das fontes primárias como interlocutores; a simplicidade e motivação didática; a possibilidade de, com a história, mostrar a evolução das idéias e a história da matemática como fonte de redescobrimento e de "vitrine" para os aspectos culturais.

No primeiro item — representações alternativas — os autores escrevem que

> a história da matemática fornece exemplos de diferentes sistemas representacionais que não podem somente ajudar a estudantes a compreenderem o papel da representação, mas também que os modos de calcular podem depender da representação (ARCAVI e BRUKHEIMER, 2000, p. 59)

e, também,

> que quando as crianças têm que comparar e diferenciar uma representação já conhecida, dada como alternativa, elas não somente a aprendem, mas mais importante, sua atenção concentra-se na anterior, fornecendo uma oportunidade de redescobrir as propriedades do sistema conhecido (...) neste caso, o uso de uma fonte primária não somente traz o sabor do passado, mas também carrega em si o desafio de decifrar e promover discussões sobre as representações e algoritmos alternativos na matemática" (ARCAVI e BRUKHEIMER, 2000, p. 61).

Uma das representações alternativas importantes no ensino da matemática é o dos sistemas de numeração. Outros autores (KARLSON, 1961; BOYER, 1974; AABOE, 1984;

IFRAH, 1989; DAVIS, 1992; GUNDLACH, 1992; KENNEDY, 1992; STRUIK, 1992; MORETTI, 1999; COURANT e ROBBINS, 2000) também reconhecem a importância destas representações.

A história da matemática também é capaz de suscitar as dúvidas e contradições existentes na matemática — para este ponto é importante também ver BOCHNER, 1991 e BELL, 1995 —, principalmente com o contato direto com as fontes primárias. Para Arcavi e Bruckheimer,

> fontes primárias podem dar exemplos vividamente documentados da formação genuína da atividade matemática e pela sua leitura pode-se legitimar o aparecimento de dúvidas (ARCAVI e BRUKHEIMER, 2000, p. 62).

A leitura de uma fonte primária provoca um "´diálogo estabelecido` com as idéias expressas nela. A fonte, então, torna-se um interlocutor a ser interpretado, questionado, respondido e contra-argumentado" (p. 64). Além disso, a simplicidade e motivação didática que podem ser encontradas no contato com as fontes primárias podem auxiliar o professor na sala de aula. Diferentemente do que muitos pensam, as fontes primárias podem ser "mais amigáveis do que suas elaborações mais recentes" (p. 66). "Simplicidade e afabilidade podem também ser encontradas nas explicações propostas em algumas fontes primárias para as leis matemáticas, básicas, mas formais, que os professores e os projetistas de currículos escolares se esforçam em encontrar" (p. 67). Um exemplo, dado no texto, está na definição de números reais dada por Dedekind, em seu livro "Essays on the Theory of Numbers, de 1924".

Os autores ainda escrevem que alguns textos antigos freqüentemente fazem uso de linguagem do senso comum e explicações racionais que podem enriquecer o repertório didático de professores e fazerem sentido aos alunos. Um exemplo disso é a apresentação de Viète sobre as leis algébricas, em seu "*In Artem Analyticen Isagog*".

A crença comum entre tantos professores e estudantes sobre a natureza estática e imutável dos conceitos matemáticos pode ser abalada com a utilização das fontes primárias. Por isso, os autores sugerem que estas "*podem oferecer um contato ´não-mediado` com o modo pelo qual as idéias foram definidas em certas épocas, diferentes de como as usamos hoje*". (p. 67). Isso geraria a oportunidade de conferir a mudança de idéias. E, além disso, a história da matemática poderia ser usada — através das fontes primárias — como fonte de redescobrimento e afirmação dos aspectos culturais, pois, como afirmam, "*todas as culturas têm escrito documentos matemáticos*" (p.71).

Entretanto, como frisam os próprios autores,

> as fontes primárias deverão ser usadas com descrição. Tendo resolvido todos os problemas não-triviais de disponibilidade e seleção, sugerimos, de maneira geral, que sejam apresentados pequenos fragmentos, auxiliados por questões cuidadosamente formuladas. Em qualquer caso os fragmentos usados devem possuir propósitos educacionais claros (ARCAVI e BRUKHEIMER, 2000, p.72).

Fried (2001) fala de duas estratégias básicas para a inclusão da história da matemática no programa escolar. A primeira é feita através da introdução, nas aulas, de casos históricos, curtas biografias e problemas isolados, que não comprometam ou alterem o currículo. É a chamada "estratégia de adição". A segunda muda a maneira como os materiais são apresentados. É a chamada "estratégia de acomodação", pois é feita pela acomodação ou adequação dos pontos do currículo às circunstâncias históricas.

Para Fried, ambas apresentam o problema de acumular um currículo já abarrotado. Outro problema é o da relevância dos temas históricos. A adoção desta ou daquela estratégia — por relevância — torna o professor que optar pela abordagem histórica em um "*tipo de editor de história, aceitando o que é relevante e eliminando o que não é*" (p. 394). E a relevância pode remeter a outro problema, explica Fried, os professores estão comprometidos com a matemática moderna, pré-requisitos para estudos futuros e "*este compromisso deverá ser subordinado à tentativa de introduzir um programa de história para as necessidades do currículo da matemática moderna*" (p. 395). Desta forma, para o autor, a história da matemática não será estudada, mas apenas usada.

Fried aponta para uma importante diferença entre estudar e usar, quando escreve

> quando a história é usada para justificar, elevar, explicar e encorajar distintos temas modernos e suas práticas, inevitavelmente torna-se o que é chamado "anacrônico" ou história liberal (FRIED, 2001, p. 395).

O termo anacrônico foi cunhado por Kragh em 1987 e história liberal por Butterfield entre 1931 e 1951, ambos citados por Fried, que entende que na historiografia liberal "*o presente é a medida do passado*" (p. 395). O que ela considera significante — relevante — na história é precisamente o que leva a algo de importância estimada no presente. Por isso, "*Butterfield descreveu o historiador liberal como o criador de uma ´gigante ilusão de ótica`*" (p. 395). O historiador produz o que aparenta ser uma clara e determinada imagem do passado, mas que de fato não passa de uma distorção. Butterfield considera a história liberal pior que uma má ou falsa história, que dificilmente pode ser considerada história.

Resta então — fala Fried — ao professor de matemática escolher:

> ou (1) permanece cumpridor do ensino da matemática moderna e suas técnicas arriscando-se a ser liberal, isto é, não-histórico em sua abordagem, ou, no melhor dos cenários, trivializar a história, ou (2) tomar uma abordagem genuinamente histórica da matemática arriscando a gastar tempo em coisas irrelevantes à matemática que deve ser ensinada (FRIED, 2001, p. 397-398).

E esta escolha é cruel, pois, se de um lado o professor tem o compromisso de ensinar a matemática moderna, por outro pode cair nas "irrelevâncias históricas", se o método de abordagem histórica não for corretamente escolhido ou aplicado.

Para Fried, ou se adota uma abordagem de "acomodação radical", onde "o estudo da matemática torna-se o estudo de textos matemáticos, assim como a literatura é o estudo de grandes obras de prosa e poesia" (p. 401), ou, então, de "separação radical", para "obter o engajamento dos estudantes num estudo de história da matemática possuidor de significados, que pode posicionar a história da matemática em uma trilha diferente daquela do curso regular" (p. 403). As duas escolhas são radicais "porque vão direto às fundações de como pensar matemática, o ensinar matemática, e, quanto a isso, o ensinar a história da matemática" (p. 408).

Uma discussão que aponta para a impossibilidade de uma história "genuína" também pode ser vista em Matthews (1995). O autor escreve que em 1970 as "*justificativas a favor da história foram expostas a um duplo ataque*" (p. 172). Por um lado Martin Klein, que dizia ser a pseudo-história a única possível nos cursos de ciências, de outro a possibilidade de que "*a exposição à história da ciência enfraquecia as convicções científicas necessárias à conclusão bem sucedida da aprendizagem da ciência*" (p. 172), que "*adveio, em parte, da análise feita por Thomas Kuhn*" (p. 172). O argumento utilizado por Klein era de que "*basicamente, os professores de ciências (especialmente os de física) selecionam e usam materiais históricos com outros propósitos pedagógicos e científicos*", escreve Matthews (1995: 173).

Klein, no texto de Matthews, fala que uma das dificuldades de se usar a história é a "*diferença fundamental que há entre a perspectiva do físico e a do historiador*" (p. 173). Desta forma, para Klein, a história usada pelo físico só pode ser de má qualidade. "*Então, é melhor não se usar a história do que usar-se história de má qualidade*" (p. 173).

No mesmo texto há a citação de Whitaker, 1979, que cunha o termo "*quasi-história*". Este termo, escreve Matthews

> não é apenas o que Klein chama de pseudo-história, ou história simplificada, onde erros podem acontecer devido a omissões, ou onde a história pode ficar aquém do alto padrão de ´verdade, toda a verdade, nada mais que a verdade`. Na quasi-história, tem-se uma falsificação da histdória com aspecto de história genuina, semelhande ao que Lakatos chamava de ´reconstruções racionais` da história (1978), onde a história é escrita para sustentar uma determinada versão de metodologia científica e onde as figuras são retratadas à luz da metodologia ortodoxa atua" (MATTHEWS, 1995, p. 174).

Como já citado, Arcavi e Bruckheimer (2000), diziam que as fontes secundárias carregavam consigo, como problemas das "histórias gerais", os julgamentos de valores e interpretações — visão particular — dos autores sobre conceitos e fatos. E este é um dos motivos para que estes autores sugiram a utilização de fontes primárias. No texto de Matthews, as influências das visões sociais, nacionais, psicológicas e religiosas do historiador e, num grau ainda maior, as crenças do historiador "*afetará o seu modo de ver, selecionar e trabalhar o material que dispõe*" (p. 174).

A segunda investida — segundo MATTHEWS, 1995 — contra a utilização da "história genuína da ciência nos cursos de ciências sustentava que ela poderia solapar o espírito cientítico neófito. Este ponto de vista foi defendido por Thomas Kuhn, dentre outros" (p. 176). Em seu trabalho mais influente, A Estrutura das Revoluções Científicas, Kuhn afirma que deveria haver uma distorção da história para que cientistas do passado pudessem ser mostrados como que trabalhando o mesmo conjunto de problemas que os cientistas modernos. "Essa distorção tem como meta fazer com que o cientista em formação sinta-se parte integrante de uma tradição bem sucedida na busca da verdade" (p. 176).

Matthews diz que "as acusações lançadas por Klein e Kuhn são sérias, mas seus pontos principais podem ser acomodados sem que seja necessário excluir a história dos cursos de ciências" (p. 177). A simplificação da matéria exigida pela pedagogia leva também a uma simplificação da história. Porém, esta simplificação da história não é argumento suficiente para a sua supressão. Para Matthews, a "tarefa da pedagogia é, então, a de produzir uma história simplificada que lance luz sobre a matéria, mas que não seja uma mera caricatura do processo histórico" (p. 177).

Assim, a situação educacional e o público alvo é que vai definir o quão complexa ou simplificada deve ser a história apresentada. "*O problema hermenêutico da interpretação na história da ciência, longe de dificultar ou impedir o uso da história, pode tornar-se uma boa ocasião para que alunos sejam apresentados a importantes questões de como lemos textos e interpretamos os fatos*" (p. 177), completa Matthews. Essa discussão — das várias e possíveis interpretações — colaboraria para mostrar a subjetividade da ciência.

Miguel (1997) ao discutir as potencialidades pedagógicas da utilização da história da matemática no ensino cita argumentos reforçadores e questionadores para a sua utilização. Entre os que reforçam estão que a história é fonte de: motivação; objetivos; métodos; seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos. E, ainda, que é instrumento de: desmistificação e desalienação do ensino; formalização de conceitos; promoção do pensamento independente e crítico; unificador dos vários campos da matemática; promotor de atitudes e valores; conscientização epistemológica; promotor de aprendizagem significativa; resgate da identidade cultural. O autor apresenta pontos que justificam, individualmente, cada um destes argumentos. Porém, se tomados isoladamente, eles apresentam-se frágeis para a defesa da inclusão da história no ensino.

Paralelamente aos doze argumentos reforçadores, Miguel apresenta quatro argumentos questionadores muito fortes: ausência de literatura adequada; a natureza imprópria da literatura disponível; o fator complicador que pode representar o elemento histórico e, ainda, a ausência na criança do sentido do progresso histórico. O autor termina o seu texto dizendo

> parece-nos mais adequado assumir uma posição intermediária que acredita que a história — apenas quando devidamente reconstituída com fins explicitamente pedagdógicos e organicamente articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de planejamento didático — pode e deve desempenhar um papel subsidiário em Educação Matemática, qual seja, o de um ponto de referência para a problematização pedagógica (MIGUEL, 1997, p. 101)

e, também,

> isso porque (...) nem a história da matemática escrita sob o ponto de vista do matemático, nem as breves e episódicas referências à matemática que aparecem nas obras dos historiadores de ofício conseguem realçar aqueles elementos e aspectos que poderiam, eventualmente, trazer uma real contribuição aos professores que têm a intenção de planejar as suas aulas lançando mão de tal recurso (MIGUEL, 1997, p. 101).

Para Miguel, a história deveria ser "*pedagogicamente orientada (...) viva, humana, esclarecedora e dinâmica*" (p. 103), para que fosse considerada útil, substituindo, assim,

> as enfadonhas histórias evolutivas das idéias matemáticas, quase sempre desligadas das necessidades externas e/ou internas que estivaram na base de sua origem e transformação, poderia constituir-se em ponto de referência para uma prática pedagógica problematizadora (MIGUEL, 1997, p.103).

Para tanto, tal história, deveria privilegiar certos temas, determinados problemas e métodos; enfatizar a reconstituição dos resultados obtidos e do contexto epistemológico, psicológico, sócio-político e cultural; alcançar as dimensões morais e éticas; resgatar aspectos estéticos e, também, estimular a afetividade, a imaginação e a criatividade.

História na Formação de Professores

D´Ambrósio (1996a) recomenda que todos os cursos de licenciatura em matemática ofereçam história da matemática. Recomendação esta que, segundo o autor, é pouco seguida. A mesma idéia aparece em Pires (2000), quando escreve que os currículos de cursos de licenciatura em matemática deveriam ser elaborados de forma a desenvolver competências profissionais. Entre estas competências, para o autor, está a "*capacidade de compreender a Matemática com base numa visão histórica e crítica, tanto no estado atual como nas várias fases da sua evolução*" (p. 12).

Creio, aliás, que a utilização da história da matemática — seja qual for o método escolhido — pede um professor diferente: talvez um profissional pensado por Miguel e Brito (1996), alguns parágrafos adiante, que seja um investigador, para poder instigar os alunos à pesquisa. E este professor só pode vir de cursos que integrem a história da matemática aos seus currículos. Pavanello e Andrade (2002) apostam na melhoria da qualidade do professor se este tivesse em sua formação abordagens históricas, não como uma disciplina separada das demais (cálculo, álgebra etc.), mas integrada em todas as disciplinas.

Valente (2002b) entende que

> para atender os requisitos de formação do educador matemático, a disciplina "História da Matemática" deveria ser redefinida a partir do objetivo principal de levar o aluno da licenciatura a conhecer e dar significado à disciplina Matemática, seu objetivo de ensino no curso fundamental e médio (VALENTE, 2002b, p.94).

Para isso, conclui, "estudar-se-ia não estritamente a história da matemática dos matemáticos, mas o que foi se constituindo num saber escolar" (p. 94). Paiva (2002) pensa num curso de matemática em que as disciplinas estejam "dispostas de forma a permitir que os conteúdos da Matemática, História da Matemática, disciplinas pedagógicas e da área social estejam integradas" (p. 101).

Silva da Silva (2001) constata que existem mais de 130 cursos de licenciatura e bacharelado em instituições brasileiras. A autora recolheu os currículos de 28 instituições e, destas, apenas 16 oferecem a disciplina de História da Matemática: 13 como obrigatórias e três como optativas. As maiores dificuldades apontadas pelas instituições para ofertar a disciplina estão: falta de professores qualificados e dificuldade de acesso à bibliografia e outros materiais para o ensino. Silva da Silva apresenta uma lista com 35 obras de história da matemática em língua portuguesa e espanhola.

A autora já havia publicado (DYNNIKOV, 1996, p. 81-96) a resenha de 28 livros, nas línguas portuguesa e espanhola, além de, em anexo, listar mais 30 obras sobre a história da matemática. O grande problema é que a maioria deles encontra-se com suas edições esgotadas — só são encontrados em sebos ou em cópias. Porém, o mercado editorial — não com a velocidade que se desejaria — tem colocado novas obras à venda.

Sobre a história da matemática na formação do professor de matemática também escrevem Miguel e Brito (1996) apontando que essa discussão no Brasil ainda é recente (p. 18). E, que, para os autores, o ponto de vista a ser defendido é o "*de que a história da matemática não deva se constituir apenas em mais uma disciplina isolada das demais*" (p. 49). Sendo assim, haveria uma "*indesejável separação radical entre matemática e história da matemática e a oposição entre o lógico e o histórico*" (p. 49). A tese defendida é a de uma participação orgânica da história da matemática na formação desse profissional. Isso significa uma tentativa de imprimir historicidade às disciplinas de conteúdo específico.

O resultado disso, segundo os autores, seria um professor que teria contempladas todas as dimensões da matemática (lógica, epistemologia, ética, estética etc.) e da educação matemática (psicologia, política, didática, metodologia etc.). Um professor que levaria, à sua prática docente, discussões mais amplas acerca de matemática, cultura, sociedade, tecnologia, arte, filosofia etc. O discurso matemático se abriria, então, aos demais discursos que o complementam. E, esse novo professor, não substituiria o rigor matemático pela história, pois entenderia que o rigor também é um componente histórico da matemática (p. 50).

As Políticas Oficiais

Um grande impulsionador das discussões acerca da inclusão da história da matemática no ensino de matemática — ou da história da ciência no seu ensino — está nas políticas oficiais dos governos e órgãos reguladores da educação. A tomada de posturas destes tem reflexos no andamento de pesquisas e na produção de material didático e pedagógico.

Vários países — entre eles, Inglaterra, País de Gales, Holanda e Estados Unidos — já discutiram e projetos de ensino que contemplam a inclusão da história da ciência nos currículos (MATTHEWS, 1995). Na matemática também há discussões neste sentido como, por exemplo, as levantadas nos Estados Unidos pelo National Council of Teachers of Mathematics – NCTM (LORENZETO, 1993 e FRIED, 2001) e pela Mathematical Association of America ou internacionalmente pelo International Study Group on the Relationship between the History and Pedagogy of Mathematics – ISGHPM (FRIED, 2001).

No Brasil, estas discussões aparecem nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs, que:

> constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o País. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual (BRASIL, 2001a, p. 13).

Nas considerações preliminares, o PCN que trata da matemática no Ensino Fundamental caracteriza a área da matemática como:

> a atividade matemática não é ´olhar para as coisas prontas e definidas`, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar suas realidade (...) o conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo (BRASIL, 2001b, p. 19-20).

São também apontados alguns caminhos para "fazer matemática" na sala de aula: o recurso à resolução de problemas e o recurso à história da matemática. Para a defesa da inclusão da história da matemática diz que

> a história da matemática, mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, podem oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática (BRASIL, 2001b, p. 46).

Equivalentes aos PCNs, que tratam da educação no âmbito nacional, a Proposta Curricular de Santa Catarina – PC/SC orienta as ações da educação no Estado. Na Proposta de 1991 — revisada e aprofundada em 1998 —, falando sobre a matemática o texto enfatiza que

> na verdade, há que se transformar o ensino de Matemática em Educação Matemática, a fim de que a partir da qual o educando tenha condições reais de atuar como agente transformador social (SANTA CATARINA, 1991, p. 50).

Entendiam os organizadores da proposta que educar era mais amplo que ensinar. E, para isso — educar — havia a necessidade de "situar o educando no contexto sócio-político-econômico, possibilitando-lhe compreender sua posição numa sociedade dividida em classes" (p. 51).

A proposta de ensino de matemática neste documento procurava levar em conta a história da matemática, pois esta

> é rica em exemplos que mostram como a construção Matemática não ocorreu de forma linear, mas teve equívocos, tropeços e distorções. Daí a importância de fazer referência histórica aos conteúdos, aos procedimentos, ao contexto cultural em que ocorreram, as soluções dos problemas em outras épocas, oportunizando [ao estudante] uma visão mais crítica e mais apurada da situação (SANTA CATARINA, 1991, p. 51).

A revisão e aprofundamento da proposta de 1991, meta da Secretaria de Estado da Educação e do Desporto (SED) no período 95-98 teve como objetivo "*proporcionar aos professores as condições teórico-metodológicas para a implementação da proposta nas escolas estaduais*" (SANTA CATARINA, 1998: 105). Neste texto há a explicação do que se entende por Educação Matemática:

> uma postura político-ideológica de quem se propõe a ensinar Matemática, o que implica na compreensão de que todos têm o direito de se apropriar do conhecimento matemático sistematizado e de que é dever da escola a sua socialização. Para educar matematicamente os sujeitos é necessário buscar elementos teóricos e conceitos nos diversos campos da Ciência, entre eles História, Psicologia, Sociologia, Filosofia e Antropologia, que subsidiarão o trabalho pedagógico (SANTA CATARINA, 1998, p. 106).

O aprofundamento da Proposta também aumentou a "sugestão" para que se utilize a história no ensino de matemática — ou na Educação Matemática, como quer o documento — mostrando-a como "um conhecimento vivo, dinâmico e social e cultural", propondo que os estudos devam acontecer de

> forma contextualizada, tanto no aspecto sócio-histórico de produção do conhecimento, quanto nas relações com os demais conteúdos da Matemática, bem como com as outras áreas do conhecimento (SANTA CATARINA, 1998, p. 112).

Outro documento importante no Estado são as Diretrizes, que

> definem a base, a raiz, o fundamento e a essência da organização curricular da Educação Básica da rede Pública Estadual, presente em todas e cada uma de suas Escolas. Portanto, elas têm como objetivo e como razão de ser subsidiar a elaboração dos Projetos Político-Pedagógicos das Unidades Escolares (SANTA CATARINA, 2001, p. 13).

Neste documento, na área de matemática, o eixo contextualização prevê, nas competências e habilidades esperadas pelos estudantes, que estes entendam a matemática como uma produção histórico-cultural possível de transformação. Mesmo que discordantes em alguns pontos, todos os documentos apontam para a utilização da história da matemática e reconhecem as características desta disciplina — criação humana, dimensão cultural etc. — já vistas anteriormente neste trabalho.

SEGUNDAS NOTAS METODOLÓGICAS

NOS ASPECTOS TEÓRICOS fiz um levantamento de vários autores que falam sobre a utilização da história da matemática no ensino da disciplina. Para isso, além da bibliografia, utilizei vários artigos das revistas de reflexão. Nestas segundas notas metodológicas pretendo escolher os livros didáticos e os artigos da revista de consulta (RPM) e estabelecer um roteiro para verificar se estes instrumentos — que estão à disposição do professor — são suficientes para garantir a inserção da história da matemática no ensino. Esta verificação suscita questões paralelas: a história da matemática aparece nestes instrumentos? E se aparece, como se dá esta aparição? Com que freqüência e com que enfoque?

Então, primeiramente, descreverei os critérios que utilizei para a escolha e análise de dois instrumentos que o professor tem à disposição diretamente na sala de aula. A opção por estes foi a facilidade de acesso que os professores têm à RPM e ao fato de os livros didáticos serem distribuídos nas escolas através do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, do Governo Federal.

Revista de Consulta – Revista do Professor de Matemática (RPM)

A Revista do Professor de Matemática é uma publicação quadrimestral da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com apoio da Universidade Presbiteriana Mackenzie e da Universidade de São Paulo. O primeiro número foi publicado em 1982 e em sua primeira página uma mensagem ao leitor explica o escopo da revista: "*constituir num ponto de encontro de professores de Matemática atuantes nos 1º e 2º graus, contando experiências, procurando respostas, discutindo sugestões, divulgando notícias*". E desde o seu lançamento já são 52 números editados.

Segundo o "Índice da RPM[4]", os artigos publicados estão divididos por assunto: A. Álgebra; B. Computação; C. Conjuntos e Lógica; D. Contagem e Probabilidade; E. Ensino; F. Estatística; G. Funções; H. Geometria; I. Grafos; J. História; K. Jogos e Recreações; L. Números; M. Números Inteiros e N. Trigonometria. Alguns assuntos têm subdivisões — Álgebra: A1. Igualdades, desigualdades, equações e inequações; A2. Logaritmos e exponenciais; A3. Matrizes e sistemas; A4. Seqüências e progressões; A5. Raízes quadradas e outras; A6. Razões e proporções e A7. Outros. Geometria: H1. Ângulos; H2. Astronomia; H3. Círculos; H4. Cônicas; H5. Construções geométricas; H6. Ensino; H7. História; H8. Polígonos; H9. Sólidos; H10. Triângulos e H11. Outros. Números: L1. Números e L2. Representação. Números Inteiros: M1. Divisibilidade e congruência; M2. Equações; M3. Operações; M4. Primos e M5. Outros.

Além destes, as 52 revistas também trazem notícias sobre concursos (17) — com comentários sobre as provas de alguns deles —, 26 crônicas e resenhas de 59 livros e de cinco coleções de livros. São apresentados problemas para resolução, principalmente das Olimpíadas de Matemática, realizadas no Brasil pela Sociedade Brasileira de Matemática – SBM. A RPM também envolve a participação do leitor nas sessões "*cartas do leitor*" e "*o leitor pergunta*".

Primeiramente, fiz um levantamento quantitativo — da freqüência — de todos 482 artigos das 52 revistas e construí o primeiro quadro a seguir. O segundo passo foi uma breve leitura dos 66 artigos das revistas 45 a 52 para distribuí-los segundo o assunto. O resultado está na seqüência, nos próximos dois quadros — com as subdivisões da Álgebra, Geometria, Números e Números Inteiros. Muitos artigos podem ser colocados em mais de um assunto — como, por exemplo, o artigo "*Números muito grandes*", de Geraldo Ávila, da RPM 25, de 1994, que pode ser colocado nos índices A2. Logaritmos e exponenciais e L1. Números. Isso explica a diferença entre os números totais de artigos: 482 no primeiro quadro e 589 no segundo.

[4] O Índice da RPM 01-44 apresenta a distribuição dos artigos por assunto do número 1, de 1982 ao número 44, de 2000.

RPM	Art.
1 – 1982	8
2 – 1983	9
3 – 1983	9
4 – 1984	10
5 – 1984	14
6 – 1985	15
7 – 1985	12
8 – 1986	17
9 – 1986	13
10 – 1987	10
11 – 1987	14
12 – 1988	12
13 – 1988	10

RPM	Art.
14 – 1989	13
15 – 1989	12
16 – 1990	10
17 – 1990	8
18 – 1991	9
19 – 1991	9
20 – 1992	10
21 – 1992	12
22 – 1992	7
23 – 1993	5
24 – 1993	8
25 – 1994	8
26 – 1994	9

RPM	Art.
27 – 1995	10
28 – 1995	7
29 – 1995	10
30 – 1996	8
31 – 1996	7
32 – 1996	9
33 – 1997	7
34 – 1997	6
35 – 1997	7
36 – 1998	8
37 – 1998	7
38 – 1998	6
39 – 1999	8

RPM	Art.
40 – 1999	7
41 – 1999	11
42 – 2000	11
43 – 2000	6
44 – 2000	9
45 – 2001	9
46 – 2001	5
47 – 2001	11
48 – 2002	8
49 – 2002	9
50 – 2002	8
51 – 2003	9
52 – 2003	7

QUADRO 4 – Distribuição dos artigos da revista de consulta (RPM)

Assunto	Art.	%
A. Álgebra	100	17,0
B. Computação	22	3,7
C. Conjuntos e Lógica	10	1,7
D. Contagem e Probabilidade	33	5,6
E. Ensino	47	8,0
F. Estatística	5	0,8
G. Funções	12	2,0

Assunto	Art.	%
H. Geometria	145	24,6
I. Grafos	9	1,5
J. História	43	7,3
K. Jogos e Recreações	32	5,4
L. Números	37	6,3
M. Números Inteiros	79	13,4
N. Trigonometria	15	2,5

QUADRO 5 – Distribuição dos artigos da RPM por assunto

Ass.	Art.	%
A1	31	31,0
A2	7	7,0
A3	9	9,0
A4	15	15,0
A5	10	10,0

Ass.	Art.	%
A6	15	15,0
A7	13	13,0
H1	4	2,8
H2	2	1,4
H3	15	10,3

Ass.	Art.	%
H4	8	5,5
H5	24	16,6
H6	6	4,1
H7	9	6,2
H8	14	9,7

Ass.	Art.	%
H9	28	19,3
H10	21	14,5
H11	14	9,7
L1	25	67,6
L2	12	32,4

Ass.	Art.	%
M1	21	26,6
M2	7	8,9
M3	18	22,8
M4	12	15,2
M5	21	26,6

QUADRO 6 – Subdivisão dos assuntos da RPM

Dos assuntos em que se dividem os artigos da RPM, Geometria (145 artigos) e Álgebra (100 artigos) são os mais presentes. E, nas subdivisões, Sólidos (H9), dentro da Geometria e Igualdades, desigualdades, equações e inequações (A1), na Álgebra são os que mais aparecem. Os artigos — 64, representando 13,3% do total[5] — trazem textos sobre história da matemática. Estes primeiramente serão analisados para determinar se os assuntos tratados estão dentro do programa do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio. Só serão analisados os artigos referentes ao Ensino Fundamental. Os critérios de análise aparecerão mais adiante.

Os 64 artigos foram lidos. Destes, 31 (48,4% do total) se referem ao Ensino Fundamental. Estes últimos serão analisados mais amiúde. O próximo quadro mostra os artigos que serão analisados com os assuntos a que pertencem. Este quadro será importante no relacionamento entre história da matemática, a *Revista de Consulta* – RPM e as Diretrizes.

ART1	J/L1	ART26	J/L1	ART40	J	ART56	H10
ART3	A1/J	ART29	J	ART42	M5	ART58	J
ART4	K	ART30	M4	ART44	J	ART59	J
ART8	H7	ART31	J	ART46	H3/J/L1	ART60	H7
ART10	H7/H9/J	ART34	J	ART52	J/L1/L2	ART61	J
ART11	H2	ART36	A1/J	ART53	M2	ART63	J
ART19	J/L1	ART37	A1/H7	ART54	L1/M1	ART64	J
ART25	H10/J	ART39	J	ART55	M2/M5		

QUADRO 7 – Distribuição dos artigos do Ensino Fundamental por assunto.

Livros Didáticos

Lee afirma que

> o livro didático, que deveria ser considerado apenas como uma fonte de consulta, um apoio às práticas pedagógicas, é, apesar disso, tomado pelos professores como referência ou mesmo roteiro principal no preparo e condução de suas aulas (LEE, 2003, p. 168).

Portanto, a importância do livro didático — "*um meio de comunicação de tão grande alcance*" (BRASIL, 2002: 10) — não pode ser subestimada e, desta forma, investigações que o tenham como alvo são importantes.

[5] Os artigos estão relacionados nas Referências Bibliográficas

A primeira providência que tomei foi a de pesquisar autores que realizaram investigações em manuais didáticos, para tentar levantar categorias que nortearão a minha investigação. A maioria dos trabalhos encontrados foi nas ciências naturais — biologia, física e química —, que possuem uma tradição maior neste tipo de investigação.

Leite (2002) cita vários trabalhos feitos sobre análise de conteúdo histórico em livros escolares. O quadro a seguir traz um resumo destes trabalhos com o nome do pesquisador e data da pesquisa na primeira coluna, os livros investigados na segunda e algumas observações sobre a pesquisa na terceira coluna. Destaque para os resultados mais ou menos parecidos alcançados em todas as pesquisas.

Pesquisador	Livros pesquisados	Observações
Leite (1986)	30 livros portugueses e 15 ingleses de física e química	Os livros faziam somente singelas referências à história da ciência
Stocklmayer e Treagust (1994)	Livros de ciências de 1891 a 1991	Para os livros, um século parece ter pouca influência nas ideias da história da ciência. Escritores de livros escolares parecem não perceber evolução da ciência.
Solbes e Traver (1996)	13 livros de física e química espanhóis	Perguntas amplas e gerais formuladas de modo a verificar o uso da história da ciência.
Campos (1996)	40% dos livros de química portugueses	Poucas referências a fatos históricos, usualmente à parte do texto principal. Nenhum dos livros menciona histórias de controvérsias científicas. O papel da comunidade científica no processo de construção conceitual é freqüentemente omitido.
Justi e Gilbert (2000)	12 livros brasileiros e britânicos de química (cinética química)	Fatos históricos distorcidos ou ignorados relacionados à evolução do átomo
Níaz (2000)	22 livros universitários de química	Fatos históricos distorcidos ou ignorados relacionados ao conteúdo e ao contexto de evolução histórica da teoria cinética dos gases

QUADRO 8 – Pesquisas sobre conteúdo histórico em livros didáticos – LEITE, 2002.

As pesquisas citadas no quadro anterior foram levantadas por Leite (2002), para embasar teoricamente a sua tentativa de construir um

> instrumento que ajude a analisar e/ou decidir que materiais e conteúdos históricos serão incluídos em livros escolares. Este instrumento pode também ser útil aos professores refletirem tanto sobre os materiais didáticos disponíveis e as aulas que eles fazem quanto tomar a história da ciência como referência (LEITE, 2002, p. 342).

Para isso, a autora amplia as questões feitas aos livros didáticos na pesquisa de Solbes e Traver, 1996: “La utilización de la Historia de las Ciencias en la enseñanza de la Física y la Química”, publicada da revista Enseñanza de las Ciencias (p. 103-111).

Na pesquisa, estes dois autores, após uma breve introdução sobre a importância, relevância e implicações da utilização da história da ciência no seu ensino, lançam uma hipótese que norteará o desenvolvimento do trabalho:

> Nossa hipótese é que, em geral, se ignoram os aspectos históricos na imagem da física e da química que se transmite e quando se utilizam são introduzidos tergiversações e erros históricos. Como conseqüência disso, os alunos têm uma imagem deformada de como se constroem e evoluem os conceitos científicos (SOLBES e TRAVER, 1996, p. 134)

Na justificativa de sua hipótese escrevem que, no ensino da física e da química, a utilização dos recursos históricos é escassa e privilegia somente alguns aspectos da história interna das ciências: biografias, anedotas ou grandes inventos e a história de alguns conceitos ou modelos. Entre os erros e tergiversações introduzidos pela utilização da história no ensino os autores citam: iniciar os temas com observações ou experimentos cruciais; fazer crer que o principal motivo que impulsiona a criação é de índole formal, matemática; mostrar que a ciência é obra basicamente de grandes gênios, de seu talento inato, esquecendo o seu caráter coletivo.

E, também, devido a uma idéia da ciência e do currículo caracterizados pela neutralidade e objetividade, são introduzidos erros por omissão de alguns aspectos históricos: não se mostra o caráter tentativo da ciência, os erros que aparecem no processo de criação que gera novas idéias científicas, como se as teorias nascessem completas; não se mostram as limitações das teorias e os problemas pendentes de solução. Tudo isso é fruto do ideal dogmático da ciência como acumuladora de verdades. Pela mesma visão acumulativa, não se mostram as crises nem os problemas nas teorias, que produzem a troca de conceitos, modelos etc. Outro erro é a omissão do contexto global em que foram geradas as teorias científicas.

Como conseqüência os alunos têm uma visão caracterizada por considerar a ciência como descobrimento e não como uma construção de conhecimentos. Que a ciência é puramente empírica, onde os conhecimentos científicos se formam por indução a partir de "dados puros": observações e experimentos. Os alunos ignoram o papel dos problemas no desenvolvimento da ciência e, em particular, os problemas que originaram o desenvolvimento de algumas teorias importantes. Pensam que a ciência é constituída basicamente pelas "fórmulas", cuja aplicação mecânica permite resolver os problemas. O delineamento linear e acumulativo do desenvolvimento científico não mostra a existência de crises. A ciência é vista como fruto do trabalho de alguns gênios e não como uma atividade humana coletiva: uma imagem das ciências físicas alijadas do contexto histórico social de que faz parte.

Entre os instrumentos para verificar a hipótese, os autores aplicaram um questionário a diferentes livros-texto para constatar o escasso papel dado à ciência e à presença de erros e tergiversações como os anteriormente apontados. As perguntas do questionário são as seguintes: 1. Aparecem biografias mais ou menos detalhadas de cientistas? 2. Aparecem breves referências marginais sobre os aspectos biográficos ou simples anedotas? 3. Apresentam o desenvolvimento histórico de alguns conceitos e teorias científicas? 4. Aparecem citações textuais de autores científicos? 5. Apresentam a ciência como obra somente de grandes gênios e não como obra coletiva e homens e também de mulheres? 6. Contêm erros implícitos do tipo empirista ou indutivista? 7. Não mostram o caráter tentativo de toda investigação científica? 8. Apresentam um enfoque basicamente formalista destacando o desenvolvimento matemático e a aplicação de fórmulas? 9. Apresentam uma visão unicamente acumulativa do desenvolvimento da ciência sem destacar a aparição de grandes crises nos paradigmas científicos? 10. Oferecem uma visão histórica e socialmente descontextualizada dos principais trabalhos científicos? 11. Propõem atividades explícitas do uso da história como trabalho para os alunos?

Ao final da pesquisa os autores realmente confirmam sua hipótese inicial. Leite amplia as questões que serão feitas aos livros didáticos. A autora parte do pressuposto que

> A história da ciência pode melhorar o ensino e o aprendizado, mas se usada de maneira inadequada pode, pelo contrário, distorcer as idéias dos estudantes sobre a natureza da ciência e suas inter-relações com a tecnologia, a política, a religião e assim por diante (LEITE, 2002, p. 343).

Ela entende que “o efeito de se usar a história da ciência no ensino depende principalmente em qual história da ciência é usada e como é usada” (p. 343), por isso a pertinência da pesquisa.

A autora define oito dimensões principais “*percebidas como relevantes a tal instrumento*” (p. 343): 1. Tipo de organização da informação histórica; 2. Materiais usados; 3. Correção e exatidão da informação histórica; 4. Contextos nos quais a informação histórica é relacionada; 5. Qualidade do conteúdo histórico; 6. Atividades de aprendizado lidando com a história da ciência; 7. Consistência interna do livro e 8. Bibliografia sobre a história da ciência. As quatro primeiras dimensões têm o foco na informação histórica incluída nos livros escolares. A quinta e a sexta dimensão tratam do papel dado para a informação pelo livro escolar. A sétima refere-se à consistência do livro em termos da história da ciência. E, finalmente, a última concentra-se na bibliografia relacionada com a história da ciência.

Estas duas investigações — SOLBES e TRAVER, 1996 e LEITE, 2002 — serão utilizadas como ponto de partida para uma parte da pesquisa delineada neste trabalho: a pesquisa dos livros didáticos de Ensino Fundamental. As questões serão adaptadas à matemática para a investigação.

A seleção dos Livros Didáticos

Para esta investigação, selecionei 53 livros — 14 livros da 5ª série, 12 da 6ª série, 15 da 7ª série e 12 da 8ª série —, todos do Ensino Fundamental, que estão ou foram adotados em escolas públicas de Ensino Fundamental, de Joinville, Santa Catarina e estavam disponíveis nas bibliotecas das escolas[6] e terem sido mencionados por professores com quem conversei informalmente. Entre estes livros, muitos estão entre os recomendados pelo Guia de Livros Didáticos, do Programa Nacional de Livros Didáticos (BRASIL, 2002). Os livros escolhidos estão relacionados nas Referências Bibliográficas[7].

As 13 coleções recomendadas no Guia (Brasil, 2002) possuem três classificações: <u>*Recomendados com distinção*</u> (marcados com ★★★), por se destacarem "*em se aproximar o mais possível do ideal representado pelos princípios e critérios* [estabelecidos para a avaliação dos livros didáticos]. *Constituem propostas pedagógicas elogiáveis, criativas e instigantes*. (p. 13)"; <u>*Recomendados*</u> (marcados com ★★), por cumprirem "*todos os requisitos mínimos de qualidade exigidos*" (p. 13) e <u>*Recomendados com ressalvas*</u> (marcados com ★), que são "*trabalhos isentos de erros conceituais ou preconceitos que*

[6] Conjunto Educacional Governador Celso Ramos e Colégio Estadual Engenheiro Annes Gualberto.
[7] A legenda LDA5 representa: LD – Livro Didático; A – Coleção (ou livro) A; 5 – 5ª série. Os números 6, 7 e 8 representam, respectivamente, 6ª, 7ª e 8ª séries.

obedecem aos critérios mínimos de qualidade, mas por este ou aquele motivo, não estão a salvo de ressalvas" (p. 13).

Os 53 livros[8] que escolhi para este trabalho podem ser reunidos em 19 coleções (de A a S). Destas, 11 estão entre os recomendados pelo Guia: B, D e G, com ★★★; K, L e O, com ★★ e C, E, F, H, e I, com ★. Os demais — A, J, M, N, P, Q, R e S — não aparecem. Além daqueles, escolhi também estes por: a) sua disponibilidade em bibliotecas escolares (ver nota 7) – A, J, M, N, P, Q, R e S; b) serem também utilizados por professores daquelas unidades escolares – P, R e S; c) serem edições anteriores de autores que tem seus livros recomendados no Guia – A; d) serem edições posteriores de autores que tem seus livros recomendados no Guia – J; e) serem de outra composição de autores – M, N e P.

Selecionados os livros, fiz o primeiro levantamento quantitativo: divisão dos capítulos e anexos, número de páginas, número de exercícios e, também, quantas vezes (páginas) aparecem referências à história da matemática — valor absoluto e percentual — e o número de exercícios utilizando a história da matemática — valores absolutos e percentuais. Os resultados desta primeira leitura dos livros estão nos quadros colocados no item I, dos APÊNDICES e estão divididos por séries. O número de "*páginas com história*" refere-se a todas aquelas páginas que têm — mesmo que mínima — alguma referência à história da matemática. Neste primeiro momento não está em discussão a qualidade da história apresentada pelos livros, somente a quantidade.

O levantamento anterior está resumido no quadro a seguir, onde mostro somente os totais de cada série e o total geral. A divisão por capítulos (ou unidades) que fiz nos livros será utilizada na análise (próximo capítulo), quando farei uma comparação quantitativa, primeiramente, entre a "*quantidade de história disponível*" nos livros com o "*Quadro de Ênfase dos Conceitos Científicos Essenciais*"[9] proposto pelas Diretrizes (SANTA CATARINA, 2001). Este documento oficial do Estado aponta para a matemática cinco conceitos científicos essenciais: número, Álgebra, geometria, medidas e estatística.

Série	Páginas	Pg. c/ História	Exercícios	Exs. c/ História
5ª	3801	264 – (6,9%)	12277	83 – (0,7%)

[8] Os livros estão relacionados nas Referências Bibliográficas
[9] Ver item **VI**, nos **APÊNDICES**.

6ª	3226	173 – (5,4%)	10072	43 – (0,4%)
7ª	4168	271 – (6,5%)	11681	22 – (0,2%)
8ª	3421	405 – (11,8%)	9501	76 – (0,8%)
Total	**14616**	**1113 – (7,6%)**	**43531**	224 – **(0,5%)**

QUADRO 9 – Resumo das tabela de freqüência quantitativa dos livros didáticos

O quadro mostra que a 8ª e a 5ª série, nesta ordem, têm, proporcionalmente mais páginas e exercícios com história. A partir destes dados é que farei a comparação entre o disponível (livros e RPM) e os conceitos científicos, preconizados pelas Diretrizes. E, além da quantidade, procurarei — através da pesquisa da qualidade da história disponível na *revista de consulta* – RPM e dos livros didáticos — verificar se esta história pode ser utilizada em todas as séries do Ensino Fundamental, quais as suas qualidades e deficiências.

Instrumentos da pesquisa qualitativa – o que perguntar?

Na análise dos artigos da Revista do Professor de Matemática – RPM e dos livros didáticos seguirei — tendo a orientação do trabalho de Leite, 2002 — o roteiro mostrado a seguir. Para os livros didáticos, antes de aplicar o roteiro, fiz a sua descrição: como estão organizados. Os dados estão no item II – Estrutura Interna dos Livros Didáticos, nos APÊNDICES. Também, antes de aplicar o roteiro, fiz uma pesquisa nas introduções e apresentações dos livros para levantar se os autores dão algum indício de utilização da história da matemática em suas obras.

Roteiro de pesquisa

1. Tipo e organização da informação histórica
- Matemáticos
- Evolução da matemática

2. Materiais usados para apresentar a informação histórica
- Fotos ou ilustrações de matemáticos.
- Imagens das máquinas, equipamentos de laboratórios etc.
- Versões originais de textos
- Experimentos históricos[10]
- Fontes secundárias
- Textos feitos pelo(s) autor(es) do livro escolar ou do artigo
- Outros (selos, poesias, pinturas).

3. Contexto ao qual a informação histórica é relacionada[11]

[10] Experimentos ou provas, teoremas etc.
[11] Somente para os livros didáticos.

• Científico • Tecnológico • Social • Político • Religioso
4. Qualidade do conteúdo histórico[12] • Papel do conteúdo histórico no ensino e aprendizado • População alvo
5. Atividades de aprendizado que lidam com a história da ciência[13] • Estado das atividades • Nível das atividades • Tipo da atividade
6. Consistência interna do livro (com relação às informações históricas)[14] • Homogêneo • Heterogêneo
7. Bibliografia sobre a história da matemática • Livros de história da matemática • Livros de matemática com informações históricas

QUADRO 10 – Roteiro de pesquisa.

No próximo capítulo farei as análises dos livros didáticos e da revista de consulta – RPM. E, ainda, pretendo comparar os dados obtidos com as Diretrizes para rumar para as considerações finais.

[12] Idem.
[13] Idem.
[14] Idem.

ANÁLISES

Livros Didáticos

Antes de começar as análises dos livros didáticos lembro Thuillier, quando diz que "*a lógica da história não é a dos compêndios*" (THUILLIER, 1994, p. 93) como um alerta para não esperar muito e me surpreender com o muito que encontrar. Então, seguindo, para fazer a primeira análise qualitativa dos livros didáticos — antes de aplicar o roteiro de pesquisa — levei em conta a presença, nas introduções ou apresentações, de indícios de que os livros utilizariam ou não a história da matemática. De todas as 19 coleções somente cinco delas — A, 1994; B, 2000; C, 2002; K, 1999 e L, 2001 — sugerem que a história da matemática estará presente no desenvolvimento dos conteúdos.

O autor das coleções A e B escreve na apresentação da coleção A: "os principais temas deste volume[15] são desenvolvidos com os olhos no futuro e os pés no chão. A história da matemática é mesclada com problemas reais, cultura, aplicações significativas, exploração de jogos e materiais manipulativos para a construção dos conceitos e suas aplicações" e, no início dos volumes da coleção B, em uma seção chamada "Recado": "Você vai viajar pela matemática. As muitas abordagens históricas feitas neste livro farão você perceber que a matemática é uma ciência dinâmica, em evolução" (p. 5).

A coleção C é apresentada com um texto em que os autores dizem que os alunos encontrarão nos livros "um pouco de história e alguns desafios" (p. 2). Na introdução da coleção K, numa mensagem aos alunos, os autores escrevem "A matemática não é uma ciência mágica como algumas vezes parece ser. Seus conceitos foram construídos lenta e coletivamente ao longo da história da humanidade por mercadores, artesãos, viajantes, astrônomos, cientistas, estudiosos e por muitos outros trabalhadores simples e anônimos. Para que você perceba isso, introduzimos nos capítulos a seção **Pensando no assunto**. Nela você terá contato com a história da criação de alguns importantes conceitos matemáticos e também poderá vislumbrar aplicações atuais e futuras desta ciência" (p. 3, grifos dos autores).

[15] Todos os volumes têm a mesma apresentação.

Na apresentação da coleção L o autor escreve: "Como a matemática se transformou ao longo dos séculos! Mas esse desenvolvimento não foi (não é) um processo harmonioso, no qual as leis matemáticas vão evoluindo contínua e gradualmente. Na realidade o que ocorre é uma dura e difícil luta entre as novas idéias e as antigas. Quantos exemplos temos na história da matemática de que novas idéias prevaleceram apesar do fracasso (aparente) de geniais matemáticos que não viveram tempo suficiente para vê-las contribuindo para o avanço da ciência. É esta Matemática, criada pelos mais brilhantes matemáticos, ilustres e simples desconhecidos, que iremos estudar. A Matemática deve muito a eles. Por isso, procure também conhece-los" (p. 3).

Aplicação do Roteiro de Pesquisa aos Livros Didáticos

1. Tipo e organização da informação histórica

A primeira dimensão que olhei nos livros didáticos foi o tipo e organização da informação histórica. Através desta, procurei nos livros o que se fala sobre os matemáticos; suas descobertas, invenções ou idéias e sobre o período em que estas aconteceram. O quadro está dividido em duas subdimensões. A primeira — Matemáticos — me mostrou se os livros, ao introduzirem aspectos históricos, os colocam como sendo inventados ou produzidos por pessoas que têm dados biográficos (pelo menos data de nascimento e morte) e com características pessoais; se os textos mencionam episódios em que estes estejam envolvidos; se o matemático é caracterizado com algum adjetivo (gênio, famoso etc.) ou se existem aspectos em suas vidas que os desabonem. Dividi as análises por séries. Um mesmo matemático pode estar presente em várias séries.

A segunda subdimensão — Evolução da matemática — está dividida em dois itens. O primeiro é o tipo da evolução que vai trazer à tona os seguintes aspectos: 1) menção à descoberta científica – onde verifiquei se os livros fazem menção a alguma descoberta, invenção ou idéia matemática e 2) descrição de descoberta científica – se além da menção anterior é descrito o processo ou a maneira como se chegou aos resultados (neste item considerei também as provas e demonstrações matemáticas apresentadas). No segundo item — pessoa responsável — verifiquei se a descoberta, invenção ou idéia é atribuída a um matemático individualmente, a um grupo de matemáticos trabalhando juntos ou a uma comunidade ou povos (como os egípcios, os babilônios etc.).

5ª série

		A5	B5	C5	D5	E5	F5	I5
Matemáticos	**Vida do matemático**							
	Dados biográficos	2	2	2	—	2	4	—
	Características pessoais	—	—	—	—	1	1	—
	Episódios/anedotas	—	—	—	—	1	—	—
	Características do matemático							
	Famosos/gênios etc.	—	—	—	—	—	—	—
	Ordinários	—	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**							
	Menção à descoberta científica	3	4	4	—	3	4	3
	Descrição de descoberta científica	2	2	3	—	2	2	1
	Pessoa responsável							
	Matemáticos isolados	3	3	4	—	4	6	1
	Grupos de matemáticos	1	1	1	—	—	—	—
	Comunidade (ou povos)	8	8	3	—	8	8	8

		K5	L5	O5	P5	Q5	R5	S5
Matemáticos	**Vida do matemático**							
	Dados biográficos	2	5	1	1	—	—	3
	Características pessoais	1	2	—	1	—	—	—
	Episódios/anedotas	1	2	—	—	—	—	—
	Características do matemático							
	Famosos/gênios etc.	1	1	—	1	—	—	—
	Ordinários	—	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**							
	Menção à descoberta científica	1	4	1	2	—	—	—
	Descrição de descoberta científica	1	2	1	1	—	—	—
	Pessoa responsável							
	Matemáticos isolados	4	7	1	2	—	—	3
	Grupos de matemáticos	1	—	—	—	—	—	—
	Comunidade (ou povos)	3	4	1	1	2	3	7

De todos os volumes da 5ª série, alguns livros — D5, I5, Q5 e R5 — não apresentam nenhum dado biográfico de matemáticos. Destes, o livro D5 não tem nada sobre história da matemática. No item dados biográficos, com pelo menos a nacionalidade e datas de nascimento e morte, aparecem os matemáticos gregos Euclides de Alexandria, que viveu no século III a.C., nos livros A5, B5, C5 e K5; Eratóstenes de Cirene (276 – 194 a.C), nos livros A5, B5, C5, E5, F5; Heron (século I d.C) e Arquimedes de Siracusa (287 – 212 a.C.) em L5. Também aparece o árabe Al-Khowarizmi (780 – 850) em E5 e F5; os franceses Viète (1540 – 1603), em F5, K5 e O5; Galois (1811 – 1832), em L5; Descartes (1596 – 1650), em L5 e Fermat (1601 – 1665), em L5. O alemão Euler (1707 – 1783), em

L5. O italiano Leonardo de Pisa (1175 – 1240) — conhecido também como Fibonacci —, em F5. O escocês John Napier (1550 – 1617), em S5. E, por fim, o holandês Stevin (1548 – 1620), em P5. Outros matemáticos são mencionados, porém, sem nenhuma informação sobre dados biográficos: os gregos Pitágoras, em A5, C5 e K5; Diofante, em F5 e o "*jovem italiano de apenas 16 anos*" (p. 96) Paganini, em L5.

Alguns livros citam as obras dos matemáticos: *Aritmética*, de Stevin, em C5; *Os Elementos*, de Euclides, em F5; *Líber Abaci*, de Leonardo de Pisa, em F5. Em P5 aparecem am informações de que Viète "*publicou um livro que fazia a defesa do uso de frações decimais*" e também que, muito "*importante também foi a contribuição do engenheiro holandês Simon Stevin. Em 1585, ele publicou um livrete, com sete páginas, mostrando uma nova maneira de escrever as frações decimais e ensinando as pessoas a fazer contas com elas.*" (p. 157). E, apesar de o livro P5, na mesma página, trazer uma ilustração (*fac-símile*) de uma página do livro de Stevin, não há o nome dos livros dos dois matemáticos. A mesma coisa acontece em E5, p. 11 e F5, p. 23, que cita Al-Khowarizmi como o "*autor do primeiro livro árabe com explicações detalhadas dos cálculos hindus*", sem dar o nome ao livro.

Ainda nos dados biográficos e características dos matemáticos encontrei Al-Khowarizmi, que "ganhou tanta reputação nos países da Europa ocidental que seu nome se tornou sinônimo do próprio sistema de numeração inventado pelos hindus" (E5, p. 11) e que, além de ser "matemático, astrônomo e geógrafo", foi "o mais brilhante matemático árabe de todos os tempos" (L5, p. 24). Viète "foi muito importante para a introdução e adoção de símbolos matemáticos e ficou conhecido como o ´pai da Álgebra`" (K5, p. 240) e, por isso, é considerado "um dos mais importantes matemáticos de sua época" (P5, p. 197). Eratóstenes era matemático e astrônomo (F5, p. 125) e Fermat era "advogado de profissão, mas matemático de coração" (L5, p. 96).

Investigando o item Episódios / anedotas, encontrei quatro referências nos livros da 5ª série. Nenhum deles se trata de anedota. Os episódios são: 1) "*Olhando uma estante de papiros, o grego Eratóstenes montou a primeira tábua de primos. (...)*" (E5, p. 99). O autor, citando como fonte um texto de João Luiz Guimarães, na revista Superinteressante (pp. 66/67 – outubro, 1997) fala da maneira como o matemático grego teria tido a idéia para montar o que ficou conhecido como crivo de Eratóstenes. A idéia de que o matemático tenha mesmo olhado para uma estante de papiros me parece mais como uma licença poética. 2) "*Na época de Viète, Espanha e França estavam em guerra e ele, que era advogado, especializou-se em decifrar códigos secretos interceptados de mensageiros espanhóis*" (K5, p. 240). Sobre este episódio, BOYER, 1974, p. 222, escreve que os espanhóis acreditavam que o matemático Francês tinha um pacto com o demônio por decifrar seus códigos. 3) Galois (1811-1832). A última noite do matemático, que teria uma morte prematura em um duelo, é contada numa seção do livro chamada "A vida e os matemáticos" (L5, p. 80). 4) Usando fontes secundárias (Boyer e Ribnikov) o autor apresenta um episódio da vida de Arquimedes (287-212a.C.): "*Durante os dois anos que durou o cerco de Siracusa, os soldados romanos não conseguiram entender como aquela parafernália de espelhos, à distância, ateava fogo aos seus navios*" (L5, p. 264).

Nos itens Menção à descoberta científica e Descrição de descoberta científica os livros da 5ª série são econômicos. No primeiro, é mencionada a invenção do ábaco (A5, B5, C5 e L5), sem especificar que povo o inventou; do Crivo de Eratóstenes. (A5, B5, E5, F5 e I5), pelo matemático grego; a invenção do zero (C5, F5 e L5), pelos indus; a existência de infinitos números primos (C5), por Euclides; uma forma especial de escrever frações com potência de 10 nos denominadores (E5, O5 e P5), pelo francês Viète; a maneira de escrever números decimais com vírgula e ponto (K5), por Stevin; a descoberta de números amigos — números em que a soma de todos os fatores do primeiro, com exceção dele próprio, resulta no segundo e vice-versa. — (L5), pelos matemáticos Fermat, Euler e Paganini, de maneira independente; o sistema cartesiano (L5), pelo matemático francês René Descartes e como surgiram os símbolos das operações (P5). O segundo item traz a descrição do ábaco (A5, B5, I5 e L5); do Crivo de Eratóstenes (C5, E5 e F5); das frações com potência de 10 nos denominadores (E5, O5 e P5); de como escrever números decimais com vírgula e ponto (K5) e do sistema cartesiano (L5).

Os livros A5 e B5 fazem menção a seis períodos: os registros numéricos na Antiguidade, com os egípcios, 3000 a.C. (A5, p. 11 e B5, p. 18), Babilônios, 2000 a.C. (A5, p. 13 e B5, p. 19) e Maias, 500 a.C. (A5, p.14 e B5, p. 20); a existência dos Pitagóricos, por volta de 600 a.C. (A5, p. 18 e B5, p. 25), sobre o quadrado mágico chinês, conhecido há quase cinco mil anos (A5, p. 57 e B5, p. 64) e apresentam uma tabela com a evolução dos números indo-arábicos através dos tempos (A5, p. 8 e B5, p.15). Com exceção deste último, nenhum período é relacionado com o outro e todas as informações dadas, inclusive as da tabela, têm um caráter apenas informativo. Os cinco primeiros períodos não mostram como realmente como se deu a evolução dos conceitos envolvidos. A tabela dos números indo-arábicos relaciona períodos distintos como realmente se deu a evolução da escrita dos números. Outros livros (C5, p. 16; E5, p.27; F5, p. 28 e I5, p.21) também apresentam estas tabelas, todas cópias (*fac-símile*) de originais. O livro C5 apresenta mais dois períodos: Euclides (cerca de 300 a.C.) (p. 116), para mencionar *Os Elementos* e, também, o surgimento dos números decimais, em 1585, "*no livro Aritmética do holandês Simon Stevin*" (p. 226). Também aqui o caráter é apenas ilustrativo, sem que se possa estabelecer alguma relação com outros períodos ou com a real evolução dos conceitos.

O livro E5 traz mais dois períodos: "Um matemático francês do século XVI, de nome Viète, estabeleceu uma forma especial de escrever frações com potências de 10 nos denominadores" (p. 153) e os "egípcios ganharam tanta fama que alguns matemáticos gregos buscaram no Egito novas aplicações na Geometria. Os gregos (por volta de 600 a.C.) começam a sistematizar os conhecimentos geométricos que foram adquirindo" (p, 185). Há aqui uma relação entre períodos diferentes. O primeiro relaciona a maneira de se escrever as frações desde os egípcios até o século XVI, quando Viète aparece. Este período também aparece em O5, p. 173; K5, p. 240; P5, p. 197 e S5, p.152. O segundo mencionado, que também aparece em F5, p. 35, faz uma relação entre a maneira de se fazer geometria entre os egípcios e a maneira grega de trabalhar com as questões geométricas. Mas, há sempre a linearidade: do que era antes para o como é agora. O século IX é citado em F5, p. 23, para informar sobre o árabe al-Khowarizmi, que foi, através do seu livro, o responsável pela divulgação do sistema de numeração indo-arábica na Europa. O livro não relaciona o período desta divulgação com os anteriores a ela. O livro L5, p. 96, cita o século XVIII, com as contribuições de matemáticos como Fermat, Euler e Paganini. Os três, trabalhando independentemente, descobrem números amigos. O livro não relaciona os números amigos deste período com os gregos da escola de Pitágoras, que também os procuravam. A informação, portanto, é apenas ilustrativa e, fica parecendo, que o conceito de números amigos — ou amigáveis, como preferem alguns autores: BOYER, 1974, por exemplo — nasceu ali, no século de Fermat.

Na investigação sobre Pessoa responsável, encontrei como matemáticos isolados Pitágoras (A5, B5, C5 e K5), sempre mencionado como mestre dos pitagóricos, que "*adoravam os números e as diferentes maneiras de representá-los*" (C5, p.53); Euclides (A5, B5, C5, E5, F5 e K5), responsável pela organização, n´*Os Elementos*, da matemática grega ou como matemático que provou a existência de infinitos números primos; Eratóstenes (A5, B5, C5, E5, F5 e I5), pela invenção de um método para descobrir números primos, o crivo de Eratóstenes; Stevin (C5, K5, P5 e S5), por sua participação no desenvolvimento da notação decimal; Al-Khowarizmi (E5, F5 e L5), que foi o responsável, através do seu livro, pela divulgação dos numerais indo-arábicos na Europa; Viète (E5, F5, K5, O5 e P5), também pela sua contribuição com os números decimais; Diofante (F5), que utilizava símbolos para escrever suas equações; Leonardo de Pisa (F5), pela seqüência de Fibonacci; Fermat, Euler e Paganini (L5), pelos trabalhos com a teoria dos números; Descartes (L5), pelo sistema cartesiano. E, ainda, Arquimedes (L5), Heron (S5), Napier (S5) e Galois (L5). Como grupos de matemáticos quatro livros citam os pitagóricos, como eram chamados os discípulos de Pitágoras. Fermat, Euler e Paganini (em L5) trabalham na mesma coisa (encontrar números amigos), porém, o fazem de forma independente, por isso não os coloquei no item grupo de matemáticos. As comunidades (ou povos) que encontrei nos livros são: hindus (A5, B5, C5, E5, F5, I5, L5, Q5, R5 e S5), árabes (A5, B5, E5, F5, I5, L5, Q5, R5 e S5), maias (A5, B5, E5, F5, I5 e S5), romanos (A5, B5, E5, F5, I5, K5, L5, R5 e S5), gregos (A5, B5, E5, F5 e I5), chineses (A5, B5, E5, F5, I5, K5 e S5), egípcios (A5, B5, C5, E5, F5, I5, K5, L5, O5, P5 e S5) e babilônios (A5, B5, C5, E5, F5, I5 e S5),

A história da matemática que aparece nos livros da 5ª série é muito mais informativa que formativa. Geralmente, está colocada em boxes como ilustração da "outra" matemática que é tratada no livro. Pouca coisa é fundamental para que os alunos tenham uma visão epistemológica dos conceitos tratados. E, quando aparece como fundamental — em quase todos os livros os sistemas de numeração egípcios, babilônicos e romanos é fundamental para resolução de exercícios propostos —, mas não acrescenta muito em termos de consolidação de conceitos, pois acabam em si mesmas. Não há continuidade. Raros são os exercícios destes pontos que pedem uma reflexão sobre a nossa forma de escrever os números e aquela utilizada por aqueles povos. Apesar disso, os livros não trazem contradições importantes entre si e não passam ao aluno uma história falseada (cheia de anedotas). De todos estes livros o ponto que talvez cause mais polêmica está em L5, p. 264, no episódio em que Arquimedes — com suas invenções — põe fogo nos navios romanos. Este episódio é controverso. Cientistas atuais vêem com desconfiança a possibilidade de que o grego pudesse (e tivesse conhecimentos científicos) para incendiar os navios romanos. Há um texto interessante sobre isso em Thuillier (1994), p. 33-56. Portanto, se a história nos livros da 5ª série não ajuda em termos de aprendizado com a história — fica mais no aprendizado da história — ela não atrapalha e pode ser até utilizada como motivadora. Apenas isso.

6ª série

		A6	B6	G6	H6	J6	K6
Matemáticos	**Vida do matemático**						
	Dados biográficos	1	1	1	—	—	2
	Características pessoais	—	—	—	—	—	—
	Episódios/anedotas	1	—	2	2	1	2
	Características do matemático						
	Famosos/gênios etc.	—	—	1	—	—	1
	Ordinários	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**						
	Menção à descoberta científica	2	1	2	1	3	6
	Descrição de descoberta científica	2	1	1	—	2	3
	Pessoa responsável						
	Matemáticos isolados	2	2	1	1	2	2
	Grupos de matemáticos	—	—	—	—	—	—
	Comunidade (ou povos)	1	—	3	—	1	2

		L6	M6	P6	Q6	R6	S6
Matemáticos	**Vida do matemático**						
	Dados biográficos	4	1	2	2	—	1
	Características pessoais	—	—	—	—	—	—
	Episódios/anedotas	2	1	1	2	—	1
	Características do matemático						
	Famosos/gênios etc.	1	—	1	—	—	1
	Ordinários	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**						
	Menção à descoberta científica	2	1	2	1	—	2
	Descrição de descoberta científica	1	1	2	1	—	1
	Pessoa responsável						
	Matemáticos isolados	7	2	2	2	—	7
	Grupos de matemáticos	—	—	—	—	—	1
	Comunidade (ou povos)	1	—	4	—	—	—

Os dados biográficos do filósofo e matemático francês Descartes (1596 – 1650) aparecem nos livros A6, p. 207; B6, p. 195; M6, p. 182 e P6, p. 142. Em M6 há uma história "*curiosa*": "*Dizem que ele estava descansando na cama, quando viu uma mosca* *pousada na parede. A mosca voou, mas Descartes ficou pensando. Como poderia explicar a uma outra pessoa qual era a posição exata da mosca na parede?*" (p. 182). A história da mosca também aparece em L6, p. 145. O livro G6 conta uma história que teria acontecido com o matemático alemão Gauss: "*numa longínqua cidade alemã, corria o ano de 1777. Um austero professor de Matemática passou um exercício trabalhoso para seus alunos: somem todos os números de 1 a 100. O professor mal acabara de passar a tarefa e seu aluno Karl Frederic Gauss anunciava a resposta: está aqui o resultado. Como é que Gauss fez as contas tão depressa?*" (p. 13). Este episódio aparece também em K6, p. 197 e P6, p. 61. Ainda sobre Gauss, os livros trazem que ele era um: "m*enino muito engenhoso*" (G6, p. 14); que "*se transformaria mais tarde no maior matemático de sua época*" (K6, p. 198) e que "*Gauss* (1777 – 1855) *é tão famoso quanto Arquimedes, Newton ou Einstein*" (P6, p. 61). O mais interessante aqui é que enquanto a o episódio envolvendo Gauss ocorre, segundo G6, em 1777, o livro P6 traz esta mesma data como a do nascimento do matemático alemão. O livro G6 superestimou a capacidade do matemático, visto que Gauss nasceu realmente naquela data. Em L6 aparecem os dados biográficos de Cantor (1845-1918), que criou a teoria dos conjuntos (p. 50).

A história da inscrição supostamente gravada no túmulo de Diofante[16] aparece nos livros H6, p. 83 e, com pequenas diferenças no texto, em L6, p. 110 e Q6, nas "*Histórias para gostar de matemática*", no final dos livros da coleção. Neste último, no texto "*Os primórdios da álgebra: a idade de Diofanto*" (com "o" no final, diferente daqueles dois que grafam o nome do matemático com "e") o livro apresenta o matemático grego, "*que viveu no século III d.C.*" como "*o pai da álgebra*". Em L6, a história sobre a idade de Diofante (325 – ?) é apresentada não como a inscrição no túmulo do matemático, mas como um poema da matemática grega Hipatia (? – 415).

O professor que optar por este último livro poderia crer mais nesta história que nas outras, pois ela é apresentada com referência (fonte secundária) enquanto os outros são textos do autor[17]. As fontes citadas em L6 são Boyer e Kline, ambos livros de história da matemática. Porém, BOYER, 1974, escreve: "*pouco se sabe da vida de Diofante, além de uma tradição referida numa coleção de problemas datando do quinto ou sexto século,*

[16] As versões (ou traduções) de originais de fragmentos, de textos ou de problemas estão todas reunidas no item **III**, nos **APÊNDICES**.
[17] Vou considerar, neste trabalho, texto do autor sempre que o texto não trouxer referência direta a outros autores, mesmo que o livro tenha bibliografia.

chamada ´Antologia Grega`" (p. 130) e segue com a suposta inscrição do túmulo de Diofante vista anteriormente, que faria parte da lista de problemas daquela antologia. Mais à frente "*Teon* [de Alexandria, que viveu em 365] *também é responsável por uma edição de Os elementos que se preservou; é lembrado também como o pai de Hipatia, uma jovem culta que escreveu comentários sobre Diofante, Ptolomeu e Apolônio*" (p. 139). E, ainda, "*Simplicius* [que viveu em 520] *era primariamente um filósofo, mas em seus dias circulava uma obra usualmente descrita como a Antologia grega, cujas partes matemáticas lembram fortemente os problemas no Papiro Ahmes de mais de dois milênios antes. A Antologia continha cerca de seis mil epigramas; desses mais de quarenta são problemas matemáticos, presumivelmente reunidos por Metrodorus, um gramático talvez do século quinto ou sexto. A maior parte deles, inclusive o epigrama acima sobre a idade de Diofante, leva a equações lineares simples (...) Os problemas não devem ser originais de Metrodorus, mas reunidos de várias fontes.* " (p. 140). Ou seja, Hipatia escreveu sobre Diofante, porém, pelo menos no texto de Boyer, não se pode dar a ela a autoria da suposta inscrição no túmulo de Diofante. Outra confusão que pode surgir ao professor é sobre a paternidade da álgebra. Enquanto Q6 afirma que Diofanto é o "*pai da álgebra*", L6, apoiado nos mesmos autores (Boyer e Kline) dá o título de "*pai da álgebra*" ao francês François Viète (p. 103). Esse mesmo título já havia aparecido em K5, p. 240.

A história dos sinais mais (+) e menos (–) é contada em A6, p. 92: os comerciantes da Alemanha, no século XII, marcavam os tonéis com mais (*plus*) ou menos (*minus*) vinho. Daí teriam vindo os sinais. O livro ainda mostra que no papiro de Rhind os egípcios usavam sinais especiais para mais e para menos, mas não relaciona estes com aqueles. O livro H6, referindo-se também à criação dos sinais de + e de –, escreve que "*a necessidade de controlar (ou ter a noção de) seus bens levou o homem a criar os números naturais e manipula-los adequadamente. No século VI a.C. as moedas já começavam a ser usadas, porém a partir do século XV as grandes navegações fizeram o comércio tornar-se a principal atividade econômica dos mais importantes países europeus. Os comerciantes conheciam muito bem os números e suas operações. Registros de estoques de venda e de empréstimos de mercadorias e dinheiro eram cuidadosamente efetuados. Foi nesse ambiente ativo, que algum instante impossível de precisar, surgiu a idéia de representar por meio de sinais os números o excesso (plus: p) e a deficiência (minus: m)*" e continua "*as letras p (que representava plus: mais) e m (que representava minus: menos) foram gradativamente substituídas pelos sinais + e –*" e, ainda, que "*historicamente, sabe-se que o professor alemão Johann Widman publicou uma obra em 1489 sobre aritmética comercial, constituindo o mais antigo livro em que aparecem os sinais + e – impressos*" (p. 11). Há, porém, entre estes dois livros uma diferença de cerca de três séculos: do século XII (A6) para o XV (H6).

Os livros G6, p. 205; J6, p. 101; K6, p. 216 e S6, p. 88 contam a história do nascimento da álgebra a partir do livro *Al-jabr wa-al-muqãbalah*, escrito pelo matemático árabe *Al-Khuwarizmi*. Na álgebra se usam letras para representar os números desconhecidos e "*esse uso de letras começou com os matemáticos árabes de 1000 anos atrás. Um dos motivos foi que na época, repartir uma herança podia ser um problemão. Entre os árabes, as heranças costumavam ser repartidas de modo a favorecer o filho mais velho. (...) Diante da dificuldade de repartir, os matemáticos da época tiveram a brilhante idéia de representar por letras uma das quantidades desconhecidas*" (G6, p. 205). Em L6, Leibniz (1646-1716) é chamado de "*o último sábio*" (p. 223) e aparece a invenção do sinal de igual (=) por Robert Recorde (1510-1557) (p. 117). A história da medida da circunferência da Terra, feita pelo grego Eratóstenes (274 – 204 a.C.), aparece em Q6, nas "*Histórias para gostar de matemática*", no final do livro.

Nos livros da 6ª série são mencionadas e descritas algumas descobertas (ou idéias ou invenções) matemáticas: a criação dos sinais de mais e menos (A6, p. 92 e H6, p. 11); o método de Gauss para soma de uma série (G6, p. 13; K6, p. 197 e P6, p. 61); a álgebra (G6, p. 205 e K6, p. 216); a regra da falsa posição — para determinar "quantidades desconhecidas" numa equação — (K6, p. 217); o método utilizado por Arquimedes para determinar o valor de π (K6, p. 324); a invenção do sinal de igualdade, por Robert Recorde (L6, p. 117); a invenção e construção dos eixos cartesisanos (M6, p. 182 e P6, p. 142); a medida da circunferência da Terra, por Eratóstenes, em Q6, nas "*Histórias para gostar de matemática*" e a regra da falsa posição, para resolver equações (S6, p. 89). A teoria dos conjuntos, criada por Cantor é apenas mencionada (L6, p. 50) e a invenção das porcentagens também é apenas mencionada (S6, p. 179). A evolução da história dos sinais de mais e menos, desde o papiro de Rhind até os dias atuais (como em A6 e H6, por exemplo) dá uma idéia da real evolução da representação dos sinais. Mesmo com as diferenças que já mencionei sobre os períodos em que se firmaram os sinais "+", para mais e "–", para menos. O aluno pode acompanhar a evolução plus → *p* → +, por exemplo. Em todos os livros o que mais se aproxima da evolução real de um conceito é a resolução de equações. Em S6 encontramos: "*Entretanto, o uso de equações é muito mais antigo, passando pelo matemático grego Diofanto, no século III d.C., e chegando até a 1700 a.C. com os babilônios e os egípcios. A evolução do processo de resolução de equações abrange um período que vai de 1700 a.C. até 1700 d.C., caracterizando-se principalmente pelo uso dos símbolos e pela utilização de vários métodos"* (p. 88). Os livros da 6ª série apresentam uma história da matemática bem mais consistente que os da série anterior. Aqui os assuntos são mais fundamentais que lá. Por exemplo, os livros que mostram o método de Gauss para resolver a soma de uma série utilizam a história como aporte para introduzir as fórmulas de soma dos termos de uma progressão aritmética. Mas, mesmo assim, a maior parte das entradas no campo da história continua se dando em seções extras, para voluntários como tópicos apenas informativos e a impressão é de que se não estivessem ali não fariam nenhuma falta.

7ª série

		A7	B7	D7	E7	G7	H7	J7	K7
Matemáticos	**Vida do matemático**								
	Dados biográficos	5	5	2	5	1	1	1	3
	Características pessoais	—	—	—	—	—	—	—	—
	Episódios/anedotas	2	2	—	—	1	—	1	—
	Características do matemático								
	Famosos/gênios etc.	2	2	—	2	—	—	—	1
	Ordinários	—	—	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**								
	Menção à descoberta científica	5	5	3	7	3	2	1	4
	Descrição de descoberta científica	2	2	2	—	3	1	1	3
	Pessoa responsável								
	Matemáticos isolados	8	8	4	8	4	2	1	3
	Grupos de matemáticos	—	1	—	—	—	—	—	1
	Comunidade (ou povos)	6	3	3	5	3	—	1	2

		L7	N7	O7	P7	Q7	R7	S7
Matemáticos	**Vida do matemático**							
	Dados biográficos	8	—	—	2	4	—	8
	Características pessoais	—	—	—	—	—	—	—
	Episódios/anedotas	4	—	—	2	1	—	—
	Características do matemático							
	Famosos/gênios etc.	1	—	—	—	1	—	—
	Ordinários	1	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**							
	Menção à descoberta científica	5	—	—	6	—	—	2
	Descrição de descoberta científica	4	—	—	4	—	—	—
	Pessoa responsável							
	Matemáticos isolados	9	—	—	7	5	—	8
	Grupos de matemáticos	1	—	—	1	1	—	1
	Comunidade (ou povos)	4	—	—	3	3	—	4

Na 7ª série, os livros N7, O7 e R7 não trazem nada sobre história da matemática. Os livros A7 e B7 são exatamente iguais nas informações históricas que carregam. A variação está no tratamento que recebem: B7 têm mais ilustrações e — como acontece com todos os livros da coleção —, alguns tópicos foram colocados em uma seção chamada "Revistinha" no final de cada capítulo. Além disso, outra diferença fica por conta da paginação. Nestes livros temos os dados biográficos de: Gauss (1777-1855), "*um dos maiores matemáticos da história*" (A7, p. 76 e B7, p. 140); Al-Khowarizmi, "*que viveu entre os séculos VIII e IX*" (A7, p. 144 e B7, p. 198); Tales de Mileto, "*o primeiro matemático grego que se tem notícia e que viveu no século VI a.C.*" (A7, p.149 e B7, p. 203) — "*o pai da Matemática grega*" aparece também em L7, p. 160 e em Q7, p. 188, onde Tales é descrito como "*um dos sete sábios da Antiguidade*" —; Pitágoras "*nasceu em Samos, uma ilha do mar Egeu, no século VI a.C.*" (A7, p. 201 e B7, p. 262) — Pitágoras "*homem muito culto e inteligente*" também aparece em K7, p. 25 e em Q7, p. 188 —; Diofanto, que "*viveu no século III d.C. Muitos matemáticos o consideram o pai da álgebra*" (A7, p. 224 e B7, p. 297). Nestes livros aparecem três episódios: a história da soma de 1 a 100, feita por Gauss (A7, p. 77 e B7, p. 141); a suposta inscrição no túmulo de Diofanto (A7, p. 224 e B7, p. 297) e a "história do jogador de dados", que seria a responsável pelos "*primeiros estudiosos do cálculo de probabilidades no século XVII*" feitos pelos franceses Blaise Pascal e Pierre de Fermat (A7, p. 234 e B7, p. 319). Os dois primeiros episódios já haviam aparecido em livros da 6ª série. O terceiro — apesar de ser tratado, em ambos os livros, em boxes como curiosidade — traz um interessante texto com o título "E tudo começou com uma aposta", onde mostra que os dois matemáticos envolvidos desenvolveram os estudos através de troca de correspondência.

O matemático grego Eratóstenes (276 – 196 a.C.) aparece em D7, p. 39; K7, 263 e L7, p. 90. Nos dois primeiros livros pela invenção do "crivo de Eratóstenes" e em L7, além do crivo, pela medida da circunferência da Terra, realizada pelo matemático grego. Além disso, de todos os livros que analisei, este é o único que conta algo que não são somente loas aos seus personagens: "*Os gregos o chamavam de Beta (β), a segunda letra do seu alfabeto, querendo dizer que o reconheciam como o segundo em tudo, mas nunca o melhor em nada. Tinham certa razão. Natural de Cirene, Eratóstenes (276 – 196 a.C.) foi um atleta bastante popular durante a sua juventude em Atenas, destacando-se em várias modalidades esportivas. Além disso, foi autor de livros de Astronomia, Geometria, de poesias e textos para teatro. No entanto, nunca conseguiu ser o primeiro em nenhuma dessas atividades. Mas, façamos justiça. Além de desenvolver um método para encontrar números primos, o Crivo de Eratóstenes, nenhum matemático ou astrônomo da Antiguidade se igualou a ele nos cálculos para medir a circunferência da Terra. Nesse assunto, sim, ele foi o primeiro*" (p. 90). Para este texto — destinado a voluntários — o autor usa como fonte secundária o livro de Edwin e Floid, *Geometria moderna*.

Arquimedes (287-212 a.C.) aparece em D7, p. 226; G7, p. 238; J7, p. 122; L7, p. 28 e p. 264; P7, p. 243 e S7, p. 184. As aparições são pelo seu envolvimento na determinação do valor de π (D7 e L7); pelo episódio em que o grego descobre que a coroa do rei que, segundo o ourives era de ouro puro, continha ouro e prata (G7, J7, L7 e P7); pela determinação da fórmula para o cálculo do volume da esfera e pela história do cerco de Siracusa (P7) e, também, é mencionado por utilizar, a exemplo de outros matemáticos gregos, a álgebra geométrica (S7). Já discuti sobre o episódio do cerco de Siracusa — "*Conta-se até que, usando espelhos e lentes, ele concentrou os raios solares sobre as velas dos navios romanos, incendiando boa parte da frota inimiga*" (P7, p. 243) — na análise de L5, anteriormente. Descartes, "*filósofo e matemático francês*" (1596 a 1650) aparece em K7, p. 197; H7, p. 119 e Q7, p. 115, que afirma que o filósofo que "*pela primeira vez associou a álgebra à geometria*" deixou "*uma contribuição valiosa no campo da matemática, filosofia e da lógica*". O livro Q7 fala da morte de Descartes em 1665 enquanto os outros dois livros em 1650.

A determinação do valor de π é o ponto que mais matemáticos reúne desde Arquimedes (por volta do século III a.C.), passando por Ptolomeu (por volta do século III d.C., no Egito); Liu Hui (por volta do século III d.C.); Isu Ch´ung-Chih, no fim do século V; al-Kashi, no século XV até que Euler, em 1737, torna conhecido o símbolo π. (L7, p. 28). Esta busca também aparece em K7, p. 22 e D7, p. 226. Este é o ponto que melhor mostra a evolução real de um conceito matemático: vários matemáticos ou povos trabalhando sobre o mesmo assunto, diferentes valores, diferentes métodos. Acredito que o estudo do número π é o que fornece o melhor material histórico para o professor. Porém, em quase todos os livros (de todas as séries onde aparece) a história geralmente está em boxes separados, para voluntários.

Outros matemáticos que aparecem são: Aristóteles (384 – 322 a.C.) em E7 e S7; Euclides (século III a.C.) em E7, L7 e S7; Stifel (1486 – 1567) em E7; o advogado e matemático francês Viète (1540-1603), "*conhecido como o pai do moderno cálculo literal*" em E7 e P7; Cardano (1501 – 1576) "*médico e matemático italiano, considerado o mais competente algebrista do seu tempo*", em E7; Leonardo de Pisa, em Q7; Apolônio (262 – 190 a.C.), Eutócio (480 – 540 d.C.), Proclus (411 – 485 d.C.) e Eudóxio (408 – 355 a.C.) em S7. Os pitagóricos (por volta do século VI a.C.) — uma "*seita misteriosa*" fundada por Pitágoras — diziam que "*Tudo é número*" e entre seus membros existiam "*brilhantes matemáticos*" aparecem em L7, p. 9 e em Q7, p. 188. Este último conta que "*Pitágoras é levado como cativo para a babilônia e, ao contrário de Tales, que se interessou somente pelas idéias matemáticas, volta à Grécia trazendo um conhecimento mítico-religioso adquirido no Egito e na Babilônia. Funda a escola pitagórica, uma escola filosófico-matemática*".

Nos livros da 7ª série há a menção à invenção do sinal de igualdade criado por Recorde, em 1557 (A7, p. 31 e B7, p. 48); à invenção da álgebra "*para resolver problemas de heranças, legados, partições, processos legais e comércio*" (A7, p. 144 e B7 p. 198 e P7, p. 202); aos primeiros estudos sobre probabilidade (A7, p. 234 e B7, p. 319); à procura do valor de π através dos tempos (D7, p. 226; H7, p. 48; K7, p. 22 e L7, p. 28); ao uso sistemático de letras para representar quantidades desconhecidas por Viète (E7, p. 26 e P7, p. 203); ao surgimento das frações (E7, p. 97 e S7, p. 25) e ao descobrimento dos irracionais pelos gregos (L7, p. 19 e S7, p. 25). Há, ainda a descrição do método de Gauss para a soma de séries (A7, p. 76 e B7, p. 140); do teorema de Pitágoras — mostrado a partir da generalização da relação que já era conhecida dos egípcios ["*e chineses*" (D7, p. 216)]

— (A7, p. 201; B7, p.262; D7, p. 216; G7, p. 205; K7, p. 25 e P7, p. 218); das coordenadas cartesianas (H7, p. 119; K7, p. 197 e P7, p. 203); da medida da circunferência da Terra, por Eratóstenes (K7, p. 201 e L7, p. 90); do crivo de Eratóstenes (D7; p. 39; G7, p. 28; L7, p. 70 e P7, p. 9); do método de Arquimedes para determinar a composição da coroa do rei (G7, p. 216; J7, p. 122; L7, p. 264 e P7, p. 243) e do método mesopotâmico para calcular a raiz quadrada de um número (L7, p. 22) e do método utilizado por Arquimedes para determinar o valor de π (L7, p. 28).

A quantidade e a qualidade de história nos livros da 7ª série é superior às duas outras. Aqui há mais elementos que o professor possa usar para suas aulas. O grande problema continua sendo que a história vem quase sempre em boxes separados da "outra" matemática, sendo muito mais ilustrativa e "motivadora" que instrutiva e ponto para construção de conceitos. Mas, não há grandes divergências entre um livro e outro.

8ª série

		A8	B8	C8	D8	E8	J8
Matemáticos	**Vida do matemático**						
	Dados biográficos	11	10	5	1	3	1
	Características pessoais	—	—	—	—	—	—
	Episódios/anedotas	3	3	1	1	1	1
	Características do matemático						
	Famosos/gênios etc.	2	2	—	1	2	1
	Ordinários	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**						
	Menção à descoberta científica	2	4	6	2	7	8
	Descrição de descoberta científica	1	2	4	1	4	6
	Pessoa responsável						
	Matemáticos isolados	10	9	4	3	8	8
	Grupos de matemáticos	1	1	—	—	—	—
	Comunidade (ou povos)	4	4	1	5	6	3

		K8	L8	N8	P8	Q8	R8
Matemáticos	**Vida do matemático**						
	Dados biográficos	4	7	3	3	3	—
	Características pessoais	1	2	1	—	1	—
	Episódios/anedotas	1	3	1	—	2	—
	Características do matemático						
	Famosos/gênios etc.	1	3	1	1	1	—
	Ordinários	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**						
	Menção à descoberta científica	4	6	4	3	3	—
	Descrição de descoberta científica	4	4	2	3	3	1
	Pessoa responsável						
	Matemáticos isolados	4	9	3	6	4	1
	Grupos de matemáticos	1	1	—	—	—	—
	Comunidade (ou povos)	4	6	—	2	—	—

A vida dos matemáticos (dados biográficos, características pessoais etc.) e as suas características aparecem em quase todos os livros da 8ª série, que é a série que mais tem informações históricas e, também, a que mais apresenta divergências. Apesar de muitos livros que analisei terem bibliografias, somente dois deles — D8 e L8 —, quando tinham informações históricas, citavam as fontes logo após. Desta forma, fica difícil apontar se as contradições se devem a fontes diferentes ou erros cometidos nas edições dos livros. A maioria das divergências está nas datas e nas histórias da vida dos matemáticos ou das "entidades" tratadas. Nos dados biográficos dos livros da 8ª série aparecem os matemáticos: Hiparco (190 – 125 a.C.), em E8, p. 215 e em K8, p. 229; John Venn (1834 – 1923), em C8, p. 9; Arquimedes (287 – 212 a.C.), em B8, p. 56; C8, p. 35; P8, p. 257 e em Q8, nas "*Histórias para gostar de matemática*"; Al-Khowarizmi (século IX), em A8, p. 88; B8, p. 88; C8, p. 74 e P8, p. 123; Pascal (1623-1662), em C8, p. 84; Descartes (1596-1650) em A8, p. 192; C8, p. 164 e L8, p. 131; Bhaskara (1114 – 1185), em A8, p. 88. B8, p. 90; K8, p. 154; N8, p. 43 e P8, p. 123; Lewis Carrol (1832 – 1898), em A8, p. 114 e B8, p. 144; Bertrand Russel (1872 – 1970), em A8, p. 116 e B8, p. 147; Euclides (330 – 275 a.C.), em A8, p. 128; B8, p. 31 e Q8, nas "*Histórias para gostar de matemática*"; Fermat (1601 – 1665), em A8, p. 140 e B8, p. 171; Goldbach (1690 – 1764), em A8, p. 138 e B8, p. 169; Pitágoras, em A8, p. 170; B8. p. 227; K8, p. 53; L8, p. 36 e N8, p. 104; Euler (1707 – 1783), em A8, p. 190; Tales (640 – 550 a.C), em A8, p. 127; B8. p. 157; C8, p. 222; D8, p. 188; E8, p. 149; J8, p. 147; K8, p. 86; L8, p. 191; N8, p. 76 e Q8, nas "*Histórias para gostar de matemática*"; Tartaglia (1500 – 1557), em L8, p. 86; Cardano (1501 – 1576), em L8, p. 86 e Scipione del Ferro (1465 – 1526), em L8, p. 87.

O astrônomo grego Hiparco é tratado como o "*pai da trigonometria*", em E8, p. 215 e em L8, p. 207; Viète, como "*o pai da álgebra*", em P8, p. 258 e Tales como "*pai da astronomia, da geometria e da aritmética*" em Q8, nas "*Histórias para gostar de matemática*". Vários episódios aparecem nos livros da 8ª série. O episódio da medida da altura da pirâmide por Tales pode ser visto em A8, p. 127; B8, p. 157; C8, p. 222; D8, p. 188; E8, p. 149; J8, p. 147; K8, p. 86; L8, p. 191; N8, p. 93 e Q8, nas "*Histórias para gostar de matemática*". Em Q8 também aparece o episódio de Tales e a velha: "*certa vez Tales passeava ao lado de uma velha escrava, e contemplava as estrelas e as constelações,* *pensando em um problema de astronomia. Completamente absorto em seus pensamentos, caiu num buraco. Então, a velha escrava lhe disse: — Como espera saber o que há no céu se não consegue ver o que está sob seus pés*". O livro C8 conta o episódio do casamento de Lilavati, filha de Bhaskara (p 65). O roubo de uma fórmula — episódio sobre a resolução de equações de 3º grau — envolvendo Scipione Del Ferro, Tartaglia e Cardano aparece em A8, p. 97; B8, p. 130 e em L8, p. 86). A inscrição feita por Fermat nas margens do livro de Diofanto aparece em A8, p. 140 e B8, p. 171.

Pitágoras, Tales e Arquimedes são os matemáticos que aparecem mais vezes nos livros da 8ª série e sobre suas vidas há muitas divergências. O nascimento de Pitágoras, por exemplo, aparece de diversas maneiras nos textos dos livros: "*nasceu por volta de 582 a.C.*" (A8, B8 e L8) ou "*por volta de 580 a.C.*" (Q8) ou "*em 596 a.C.*" (R8). Tales talvez seja o personagem da história da matemática que mais histórias têm a seu respeito e, por isso mesmo, mais divergências. A começar pelas datas em que viveu: "*século VI a.C.*" (A8, D8, J8 e N8); ou "*do final do século VII a.C até a metade do século VI a.C.*" (P8); ou "*cerca de 600 anos antes de Cristo*" (E8); ou "*aproximadamente de 624 a.C a 548 a.C.*" (B8); ou "*por volta de 640 a.C. até 500 a.C.*" (K8); ou "*cerca de 624 a.C a 546 a.C.*" (L8) ou, ainda, "*de 640 a.C. a 550 a.C.*" (Q8).

É considerado o "*primeiro matemático*" (A8, B8, D8, J8, K8, N8, P8 e Q8) de que se tem notícia, "*embora a profissão de matemático seja recente*" (A8). Entre outras atividades foi também "*comerciante*" (J8) — "*um rico*" (E8) "*e um próspero negociante*" (K8 e N8) — "*de azeite, sal e outros produtos*" (A8). Por conta disso, "*viajou muito pelo Oriente e por todo o império grego — que incluía o Norte da África —, onde esteve em contato com o saber geométrico dos egípcios e dos babilônios*" (A8, E8 e Q8). Era também "*filósofo*" (B8, C8 e P8), "*apaixonado pela geometria*" (J8), "*bastante culto, hábil político, engenheiro (embora não se usasse tal denominação na época) e astrônomo*" (K8) e considerado "*um dos sete sábios da Grécia*" (B8), o "*primeiro deles*" (Q8). "*Embora só tardiamente tenha se dedicado aos estudos, Tales foi reconhecido, ainda em vida, como o ´pai da astronomia, da geometria e da aritmética`*" (Q8). "*Pitágoras chegou a conhecer Tales, e a conselho seu viajou para o Egito*". (Q8).

Das muitas histórias que se conta sobre Tales, está a "de que ele teria previsto um eclipse solar ocorrido em 585 a.C." (A8) — "no dia 28 de maio de 585 a.C." (C8). Porém a mais famosa de suas proezas teria sido “a medição das pirâmides do Egito a partir do tamanho da sombra de um bastão” (A8, B8), “dando início à trigonometria” (B8). Esta história tem várias versões: “certa vez apresentou-se ao Rei Amasis, do Egito, oferecendo-se para calcular a altura de uma pirâmide, sem escalar o monumento” (C8); “ao visitar o Egito, foi desafiado a determinar a altura da pirâmide de Quéops sem ter que escala-la” (D8); “numa de suas viagens ao Egito, foi desafiado a medir a altura da grande pirâmide de Quéops” (E8); “certa ocasião, viajando pelo Egito, ao ver as grandes pirâmides, tentou resolver um problema: Como calcular a altura de uma pirâmide sem medi-la diretamente?” (J8); “numa viagem ao Egito, ofereceu-se para determinar a altura da pirâmide real, sem escalar o monumento” (K8); “Tales estava viajando pelo Egito. O faraó já conhecia a sua fama. Ouvira dizer que ele era capaz de uma incrível façanha: podia calcular a altura de qualquer construção, por maior que fosse sem precisar subir nele. Por ordem do monarca, alguns matemáticos egípcios foram ao encontro do visitante e pediram-lhe que calculasse a altura da Grande Pirâmide de Quéops. Tales ouviu-os com atenção e se dispôs a atendê-los imediatamente” (L8); “certa vez visitou o Egito em viagem de negócios. Nessa ocasião, ele assombrou o faraó e toda a corte egípcia: medindo a sombra da pirâmide de Queóps, ele calculou a altura da pirâmide. Seu único auxiliar foi um bastão de madeira, que ele cravou verticalmente no solo” (N8); “conta a lenda que ele teria obtido a altura de uma pirâmide sem medi-la, o que assombrou o faraó egípcio” (P8); “o fato histórico pelo qual ele é sempre lembrado é o de ter medido a altura da pirâmide de Quéops através da semelhança de dois triângulos” (Q8). Os livros divergem na história, mas não na maneira que a pirâmide foi medida: “uma vara, duas sombras e uma idéia genial: triângulos semelhantes!” (L8).

“São atribuídas a Tales também a formulação e a demonstração de proposições geométricas. É provável que algumas dessas proposições, ou todas, fossem conhecidas dos egípcios e babilônios, mas esses povos tinham uma vocação científica mais voltada para questões práticas. Coube a Tales “desligar” a geometria do mundo real. Suas demonstrações e proposições relacionavam-se primeiro com figuras abstratas, sem a preocupação com aplicações práticas” (A8). “Com o método de semelhança de triângulos, Tales inaugurou o processo de medida indireta, largamente usado até hoje em astronomia e para medir distâncias de locais inacessíveis” (C8, D8 e J8). “Acredita-se que ele tenha provado que a soma da medida dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180°. Outro teorema atribuído a ele é conhecido simplesmente como teorema de Tales" (P8).

As controvérsias históricas também acompanham Arquimedes, "inventor e matemático grego, viveu entre 287 a.C. a 212 a.C." (B8 e Q8); "foi o primeiro a obter de uma maneira científica o valor de π: $\frac{22}{7}$ que é igual a $3+\frac{1}{7}$, ou, na notação decimal, 3,142857...." (A8 e C8). "Arquimedes foi um pouco mais longe e calculou que o verdadeiro valor de π é um número que satisfaz a seguinte desigualdade: $\frac{223}{71} < \pi < \frac{220}{7}$. Para calcular este valor, construiu um polígono regular com 96 lados. Tal polígono estava próximo de uma circunferência; ele então calculou a razão do perímetro do polígono 96-ágono pelo diâmetro" (A8). "Arquimedes, na Grécia antiga, atribuía a π um valor intermediário entre 3 $\frac{1}{7}$ e 3 $\frac{10}{77}$" (E8). "Arquimedes no séc. III a.C. usou este valor para π, no seu livro A medida do círculo: π = 3,1418785" (J8). "Por volta de 400 a.C, os matemáticos gregos imaginaram um método para calcular π. Eles propunham que se calculassem os perímetros de polígonos inscritos e circunscritos que se aproximavam da circunferência. Entretanto, o sistema de numeração usado pelos gregos era tão trabalhoso que, mesmo conhecendo um método para chegar a um valor de π, as dificuldades com os cálculos fizeram com que passassem 150 anos até que Arquimedes, por volta de 250 a.C., obtivesse o valor aproximado $\frac{22}{7}$" (P8). "Arquimedes se tornou mais tarde um gênio da matemática, da física e grande construtor de máquinas e aparatos bélicos. Para calcular o número π, Arquimedes usou o método da exaustão. Esse método consistia em calcular o comprimento da circunferência por aproximação, utilizando polígonos inscritos e circunscritos à circunferência" (Q8).

A história do valor de π — "um número muito famoso na Matemática" (A8, B8 e C8) — aparece também em vários livros. Neste ponto, as maiores divergências são de informação: alguns se aprofundam mais que outros: "a relação entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro foi descoberta há mais de 4000 anos" (C8); "o símbolo usado para designar a constante obtida pela razão entre a medida do contorno de uma circunferência e seu diâmetro é a letra grega π, inicial da palavra contorno, escrita em grego: περτμεροζ. Foi popularizado pelo matemático suíço Leonhard Euler, em 1737" (A8); "a partir do século XVIII, esse número passou a ser indicado pela letra grega π (pi), inicial da palavra περιφερεια, que significa periferia, circunferência" (C8); "a descoberta de que π é um número irracional só aconteceu no século XVII, em 1761 (J8); "o francês Lambert provou que π é um número irracional, ou seja, tem uma expansão decimal infinita, e não periódica" (A8 e P8); "por mais de mil anos, os matemáticos tentaram resolver o problema da quadratura do círculo, até concluir que existem alguns números reais, π e $\sqrt{\pi}$, por exemplo, que não podem ser construídos usando somente com régua e compasso" (L8).

O número π é, sem dúvida, mesmo com todas as divergências apontadas, a melhor maneira que encontrei nos livros para se mostrar a evolução real da história de um conceito matemático, pois "*empenho em se determinar o valor exato desse número tão fugidio tem uma longa história, quase tão antiga quanto a história da própria matemática*" (P8). Juntos, os livros da 8ª série mostram a história deste número desde o papiro de Rhind até os cálculos com computadores.

Porém, mesmo tendo mais história da matemática que as outras, a 8ª série geralmente mostra a evolução das idéias é sentido linear da história: primeiro os egípcios, depois um grego, um árabe e finalmente chegando na Europa, por exemplo. Algumas vezes há relação entre as descobertas, como no caso do teorema de Pitágoras: "*os egípcios não conheciam o teorema, mas sabiam que com uma certa trinca de números 3, 4 e 5 podia-se obter um triângulo retângulo*" (A8 e B8). Outras vezes parece que aquele assunto nasceu ali, naquele momento — no livro B8, p. 28, aparece uma tabela[18] que mostra a evolução dos números decimais através dos tempos, que mostra períodos discretos, como se não houvesse dúvida de que aquilo se deu exatamente naquele momento —, por obra e gênio daquele matemático, como no trecho: "*um acontecimento fantástico na matemática! Foi imaginado por Descartes, um filósofo e matemático francês, em 1619. Ele criou um sistema de coordenadas retangulares, também chamado de coordenadas cartesianas em sua homenagem*" (J8).

Crises são apresentadas bem poucas, como no texto "os pitagóricos entram em crise", que conta: "o teorema de Pitágoras garantia que $\sqrt{2}$ é a medida da diagonal do quadrado de lado unitário. Aí é que as coisas começaram a complicar, pois na Antiguidade eram conhecidos apenas os números inteiros (positivos) e fracionários. Como $\sqrt{2}$ não é inteiro nem fracionário, que número é então? Para os pitagóricos os números regulavam o

[18] Ver item **IV**, nos **APÊNDICES**.

universo. Mas que domínio era esse, se os números não conseguiam ´dar conta` nem do aspecto mais imediato do universo, a Geometria?" (B8). Este texto está na página 51 do livro e o mais interessante é que, na página 31, este mesmo livro traz: "atribui-se a Euclides de Alexandria, século III a.C., uma prova de que o número $\sqrt{2}$ não é racional. Euclides supôs que $\sqrt{2}$ pudesse ser representado por uma razão entre números inteiros. Seguindo essa hipótese ele chegou a um resultado absurdo". Não há ligação alguma que faça o aluno pular de uma para a outra, além do que, como acontece em muitos casos e livros, são introduzidos termos ou noções que aparecem somente uma vez e não são explicadas: a prova de Euclides, por exemplo, o livro não fala que em matemática há uma técnica de provar algo "por absurdo". No texto, o que parece é que o resultado alcançado por Euclides era inexplicável, um verdadeiro absurdo.

Geralmente é um matemático, individualmente, que descobre ou inventa — estes dois termos aparecem indistintamente em vários livros — alguma coisa. As comunidades (ou povos) — egípcios, babilônios etc. — aparecem quando toda ela está envolvida, por características próprias ou unidade de atuação ou, então, por não se poder determinar nomes individualmente. Poucas vezes aparece mais de um matemático ou comunidade, da mesma época, trabalhando na mesma coisa. Por exemplo, Al-Khowarizmi e Bhaskara trabalharam na resolução das equações do 2º grau (A8, B8, C8, D8, E8 e J8), mas cada um com seu método e na sua época, como se um não tivesse conhecimento dos resultados ou dos trabalhos do outro.

Neste caso — da resolução das equações de 2º grau —, somente um livro diz que a fórmula de Bhaskara não é dele: "só temos a contar mais uma coisinha: a fórmula de Bhaskara, curiosamente, não foi deduzida por Bhaskara. Como já dissemos, a fórmula de Bhaskara não foi proposta por Bhaskara. E não se sabe por que a fórmula acabou sendo batizada com seu nome. Alias, diga-se de passagem, esse não é o único caso em que se atribui uma descoberta a alguém que não a realizou. Bhaskara viveu na Índia por volta de 1150. Esse ilustre matemático resolveu vários problemas complicados, alguns dos quais envolviam equações de 2º grau. No entanto, muito antes dele, a resolução da equação já era conhecida. Os historiadores encontraram indícios de que, na civilização da babilônia, em 1700 a.C., já eram resolvidas algumas equações de 2º grau. Depois dessa época remota, parece ter sido Al-Khiwarizmi, no século IX, o maior especialista no assunto. Ele viveu em

Bagdá e é considerado um dos principais criadores da álgebra. Escreveu o livro Al-jabr we muqabalah, cujo título inspirou o nome dado a essa ciência. Nessa obra, Al-Khowarizmi apresentou exemplos de como resolver equações de 2º grau. O interessante é que ele não usava fórmulas, nem símbolos algébricos. Ele trabalhava com palavras e figuras!" (P8).

Poucos, mas também aparecem casos em que mais de um matemático trabalhavam com o mesmo assunto e ao mesmo tempo: como o caso da resolução de equações do 3º grau, que envolve Scipiode Del Ferro, Cardano e Tartaglia (A8, B8 e L8). Mas, nesse caso o que aparece é a "*história do roubo de uma fórmula*", que parece afirmar que quando dois trabalham em uma mesma coisa é por que um roubou a idéia de outro: "*Cardano ficou assombrado, pois Tartaglia tinha aprendido a resolver outros tipos de equações cúbicas, além daquele resolvido por Ferro. Astutamente, convidou Tartaglia para visitá-lo. E usou de todas as artimanhas para conseguir arrancar o segredo do cauteloso e desconfiado Tartaglia (...)*" (L8, p. 225). Nos três livros a história é colocada em um *box* para voluntários e, além disso, no livro A8 vem com a recomendação: "*Não se assuste. Você não precisará saber ou usar essa fórmula* [da resolução de equações do 3º grau] *durante este ano*" (p. 97).

A história mostrada nos livros da 8ª série não difere das outras séries: é muito mais ilustrativa que outra coisa. Por exemplo, em J8, p. 206, lê-se que "*Eratóstenes ´mediu a cintura` da Terra*" (p. 206). O livro conta a mesma história que já havia aparecido em Q6, L7 e K7. Em todos estes livros o único que comenta os erros cometidos pelo matemático grego é o livro Q6. Ou seja, os outros não mostram que a medida alcançada — apesar dos méritos do método e da iniciativa pioneira do matemático grego — continha erros, que, segundo GUNDLACH,1992, era de "*apenas 50 milhas menos que o diâmetro polar pelos dados atuais*" (p. 58).

2. Materiais usados para apresentar a informação histórica

5ª série

5ª Série	A5	B5	C5	D5	E5	F5	I5	K5	L5	O5	P5	Q5	R5	S5
Fotos ou ilustrações	1	7	4	—	3	8	2	5	2	1	2	—	—	6
Imagens de equipamentos	8	5	1	—	1	1	—	1	—	—	1	—	—	4
Versões originais de textos	5	1	—	—	1	1	1	1	1	—	—	—	—	1
Experimentos históricos	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
Fontes secundárias	—	1	—	—	2	—	—	1	4	—	1	—	—	—
Texto ou artigo do autor	4	6	4	1	5	8	6	5	4	2	3	1	1	6
Outros	7	9	5	1	10	8	5	1	1	—	2	—	—	5

No geral, o que mais aparece nos livros para apresentar as informações históricas são os textos ou artigos do autor. Considerei nesta categoria todos aqueles textos que não remetiam a nenhuma referência bibliográfica. As fontes secundárias — textos com referência — são poucas nesta série: apenas nos livros B5, E5, L5, K5 e P5. Os livros usados como fonte são: *História da Matemática*, de Boyer, 1974 (L5, pp. 80 e 97; K5, p.108 e L5, p. 97); *Historia de las Matemáticas*, de Ribnikov, 1987 (L5, pp. 97 e 264 e P5, p. 157); *Os números – a história de uma grande invenção*, de Ifrah, 1989 (B5, p. 15); *os números indo-arábicos do século XIII e do século XV*, publicados em 1994 no *Correio da Unesco* (E5, p. 27); *o crivo de Eratóstenes*, publicado na revista *Superinteressante*, outubro, 1997 (E5, p. 99) e *as origens indo-arábicas da Europa medieval*, de André Allard (L5, p. 26). Experimento histórico só aparece no livro L5, onde se pede aos alunos que resolvam um exercício do papiro de Ahmes (p. 18) e que a resposta seja dada em números egípcios.

São, ao todo, nove versões originais de textos. Aqui não considerei as fotos e fac-símiles de documentos como Os Elementos, de Euclides e o Papiro de Rhind, por exemplo, que aparecem apenas para ilustrar os textos. Só considerei as traduções ou reproduções — como no caso dos números indo-arábicos e do quadrado mágico chinês — que vão além da mera ilustração. A evolução dos símbolos indo-arábicos através dos tempos aparece em A5, p. 8; B5, p. 15; E5, p. 12; F5, p. 28; I5, p. 20; K5, p. 42 e S5, p. 3. O quadrado mágico chinês aparece em A5, p. 57 e K5, p. 42. O único texto original (tradução) é o exercício do papiro de Ahmes, que está no livro L5, p. 18.

Imagens de equipamentos, geralmente para ilustrar os textos que falam dos sistemas de numeração, aparecem em oito livros da 5ª série. São cerca de 21 fotos e uma ilustração. As fotos são: calculadora (A5, p. 8; B5, p.15; E5, p. 184 e K5, p. 239); ábaco (A5, p. 5; B5, p. 13 e F5, p. 22); computador (B5, p. 67 e S5, p. 3); relógio (A5, p. 8; B5, p. 15 e S5, p. 16); telefone (A5, p. 8 e S5, p. 3); máquina de escrever (A5. p. 8); termômetro (B5. p. 15); ampulheta (A5, p. 57); cronômetro (A5, p. 57); relógio digital (A5, p. 57); painel de elevador (S5, p. 3) e teodolito (P5, p. 198). E há ainda a ilustração de um ábaco (C5, p. 10). São usados também muitos mapas — do "mundo grego", da localização da civilização maia, por exemplo —, que aparecem nos livros A5, B5, E5, K5 e S5 e tabelas — principalmente dos sistemas de numeração egípcia, romana, maia etc. — nos livros A5, B5, E5, F5, I5, L5 e S5.

Com relação aos matemáticos, os livros trazem as gravuras de Euclides (B5, p. 141 e F5, p. 35); Pitágoras (K5, p. 109); Viète (O5, p. 173) e a caricatura de Viète (E5, p. 184) e de Euclides (E5, p. 185). São incluídas algumas obras de arte para ilustrar os textos: o quadro *Melancolia*, de Dürer, que mostra em um de seus cantos um quadrado mágico aparece em A5, p. 58 e B5, p. 91; detalhe do afresco *Escola de Atenas*, de Rafael, mostrando Euclides e seus discípulos (F5, p. 211); uma foto de pintura rupestre (K5, p. 25) e um painel de azulejos (*os azulejos náuticos da Quinta de São Lourenço*) (P5, p. 157).

Muitas fotos são utilizadas para ilustrar os textos: um calendário maia (B5, p. 22); o coliseu de Roma (B5, p. 22 e K5, p. 12); hieróglifos (B5, p. 67); o rio Nilo (C5, p.116; K5, p. 25; L5, p. 109 e S5, p. 232) e a pirâmide de Quéops (S5, p. 232). Além destas, fotos de documentos originais também são usados: papiro de Ahmes (ou de Rhind) (C5, p. 9; E5, p. 101; F5, p. 16; K5, p. 114); *Os Elementos*, de Euclides (K5, p. 25) e o *fac-símile* de uma página da obra de Stevin (P5, p. 158). E, ainda, muitas ilustrações, *charges* e histórias em quadrinhos. A ilustração do crivo de Eratóstenes, por exemplo, aparece em C5, p. 91; E5, p. 100 e F5, p. 126 e a dos estiradores de cordas egípcios — que utilizavam as cordas para medir terras — aparecem em F5, p. 149; I5, p. 232; L5, p. 109; P5, p. 106 e S5, p. 232.

6ª série

6ª Série	A6	B6	G6	H6	J6	K6	L6	M6	P6	Q6	R6	S6
Fotos ou ilustrações	2	2	—	1	—	—	3	1	1	—	—	—
Imagens de equipamentos	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Versões originais de textos	—	—	—	—	—	1	1	1	2	—	—	—
Experimentos históricos	1	1	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—
Fontes secundárias	—	—	—	1	—	—	6	—	—	—	—	—
Texto ou artigo do autor	2	2	3	1	3	2	1	1	4	2	—	3
Outros	—	—	3	1	1	1	1	—	4	1	—	—

A 6ª série utiliza pouca coisa para apresentar as informações históricas e, novamente, como na série anterior, o texto do autor é o que mais aparece. As poucas fontes secundárias estão em L6, que utiliza como referência três livros — *História da Matemática*, de Boyer. 1974 (pp. 50, 103, 110, 117 e 223); *Mathematical thought from ancieent to modern times*, de Kline, 1966 (pp. 103, 110, 117 e 144) e *Historia de las Matemáticas*, de Bell, 1949 (p. 223) —— e em H6, que utiliza o livro *Contando a História da Matemática*, de Oscar Guelli (p. 83). Os experimentos históricos mostrados pelos livros são: a medida da altura da pirâmide, efetuada por Tales (A6, p. 194 e B6, p. 262); a soma da série de 1 a 100, realizada por Gauss (G6, p. 13) e a medida da circunferência da Terra, por Eratóstenes (Q6, nas *Histórias para gostar de matemática*).

Somente quatro versões originais de textos aparecem nos livros da 6ª série. E todos eles são problemas: um de um livro de Bhaskara (K6, p. 239 e M6, p. 105) e três do papiro de Rhind (L6, p. 183; P6, pp. 239 e 242). A foto da pirâmide de Quéops aparece em A6, p. 194 e B6, p. 262 e do papiro de Rhind em L6, p. 183 e P6, p. 240. O livro (*fac-símile*) do matemático Recorde, onde aparece pela primeira vez o sinal de igualdade (=), está em J6, p. 98 e L6, p. 117 e o *fac-símile* da capa de *Os Elementos*, de Euclides, aparece em L6, p. 144. Além disso, são utilizadas ilustrações (A6, B6, H6, M6 e Q6); *charges* (G6, H6 e P6); histórias em quadrinhos (G6 e P6); tabelas (G6 e P6); mapas (K6); a caricatura de Viète (L6, p. 103) e a gravura de Leibniz (L6, p. 223). De todos os materiais utilizados dois chamam atenção. Um é a ilustração de uma mosca pousada no sistema cartesiano (M6, p. 182), pois o livro defenda o episódio de que Descartes teria inventado o sistema "inspirado" numa mosca pousada na parede. O outro é uma *charge* para ilustrar os sistemas de numeração (G6, p. 206), onde se vê uma múmia (talvez para representar a morte do sistema de numeração egípcio).

7ª série

7ª Série	A7	B7	D7	E7	G7	H7	J7	K7	L7	N7	O7	P7	Q7	R7	S7
Fotos ou ilustrações	4	6	1	8	3	—	1	1	—	—	—	10	1	—	—
Imagens de equipamentos	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Versões originais de textos	3	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	1
Experimentos históricos	1	1	—	—	—	—	1	2	—	—	—	1	—	—	—
Fontes secundárias	—	—	—	—	—	—	—	—	7	—	—	—	—	—	—
Texto ou artigo do autor	7	8	1	5	1	2	2	3	3	—	—	4	3	—	4
Outros	3	4	1	3	3	—	1	5	1	—	—	3	1	—	2

Somente o livro L7 traz fontes secundárias citando os livros *História da Matemática*, de Boyer. 1974 (pp. 19, 28, 90, 160 e 173); *Mathematical thought from ancieent to modern times*, de Kline, 1966 (pp. 19 e 173); *History of Mathematics*, de Smith, 1995 (p. 90) e *Geometria Moderna – parte II*, de Edwin e Floid (p. 90 e 264). Entre os experimentos históricos os livros da 7ª série trazem a suposta prova oferecida por Pitágoras para o teorema que leva o seu nome (A7, p. 201; B7, p. 266; K7, p. 27 e P7, p. 222); a determinação da composição da coroa do rei, por Arquimedes (J7, p. 122 e P7, p. 243) e a medida da circunferência da Terra, por Eratóstenes (K7, p. 266).

Nove versões originais de textos aparecem nos livros da série: símbolos indo-arábicos através dos tempos (A7, p. 31; B7, p. 51); equações de Viète (A7, p. 52; B7, p. 34 e P7, p. 203); "inscrição no túmulo" de Diofanto (A7, p. 224); um problema geométrico egípcio (E7, p. 114); fragmento do prefácio do livro *Al-jabr*, de Al-Khowarizmi (P7, p. 202) e a proposição 32, livro I, de *Os Elementos*, de Euclides (S7, p. 185). Várias gravuras de matemáticos aparecem para ilustrar os livros da 7ª série: Gauss (A7, p. 76); Tales (A7, p. 149); James Abram Garfield (1831-1881) presidente dos Estados Unidos, que teria provado o teorema de Pitágoras (B7, p. 270); Euclides (E7, p. 26); Aristóteles (E7, p. 27), Viète (E7, p. 27; G7, p. 145); Cardano (E7, p. 38) e Pitágoras (Q7, nas *Histórias para gostar de matemática*). Além destas, aparecem, caricaturados, Viète (E7, p. 39); Cardano (E7, p. 115); Arquimedes (J7, p. 122; L7, p. 264) e Pitágoras (K7, p. 27).

Também há fotos (ou *fac-similes*) de documentos originais: papiro de Rhind (A7, p. 32; B7, p. 51; E7, p. 99 e J7, p. 26); o livro do matemático Robert Recorde (A7, p. 33 e B7, p. 51); uma placa — de argila — babilônica do século VI a.C. (E7, p. 98); um texto antigo escrito em caracteres egípcios e demóticos (E7, p. 114). Em termos de obras de arte, para ilustrar os textos os livros trazem um cartaz de Max Bill, sobre o teorema de Pitágoras (A7, p. 201 e B7, p. 266); um detalhe do afresco *Escola de Atenas*, de Raphael (B7, p. 270); o *Engenho de rodas*, de Leonardo da Vinci (B7, p. 270) e Euclides, numa pintura de Justo de Gand (E7, p. 151).

Outros materiais utilizados são: fotos — detalhe da mesquita de Córdoba (B7, p. 198); pirâmides (B7, p. 266; E7, p. 150); o Partenon (E7, p. 151); números triangulares e quadrados (G7, p. 24, P7, p. 9); mesquita dourada, em Bagdad (P7, p. 203); ruínas de um grande anfiteatro romano em Siracusa (P7, p. 243) —; ilustrações (A7, B7, D7. G7, K7 e P7); mapas (A7 e K7); tabelas (D7); histórias em quadrinhos (G7 e P7); *charges* (K7 e L7) e gráficos (Q7 e S7).

8ª série

8ª Série	**A8**	**B8**	**C8**	**D8**	**E8**	**J8**	**K8**	**L8**	**N8**	**P8**	**Q8**	**R8**
Fotos ou ilustrações	5	7	3	3	9	5	3	6	—	2	1	—
Imagens de equipamentos	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Versões originais de textos	4	4	1	2	—	—	1	6	1	2	—	—
Experimentos históricos	3	3	2	—	1	—	1	2	1	—	—	—
Fontes secundárias	—	—	—	4	—	—	—	11	—	—	—	—
Texto ou artigo do autor	11	13	7	2	9	6	6	7	5	4	3	—
Outros	5	7	2	1	5	3	2	6	4	1	3	—

Novamente, a maior parte dos textos referentes à história — como nas séries anteriores — são "textos do autor". Porém, a 8ª série é a que mais utiliza fontes secundárias, apesar destas estarem presentes em apenas dois livros: D8 e L8. As fontes citadas são: *História da Matemática* de Boyer. 1974 (D8, p. 70; L8, pp. 13, 36, 52, 60, 86, 97. 207, p. 214); *Número: a linguagem da ciência* de Dantzig (D8, p. 70); *História da Geometria* de Eves, 1992 (D8, pp. 99 e 243) e *Dando corda na trigonometria*, de Guelli, 1993 (D8, p. 189); *Historia de las Matemáticas*, de Ribnikov, 1987 (L8, pp. 52. 86); *História concisa das Matemáticas*, de Struik, 1989 (L8, p. 36, 97); *Mathematical thought ancient to modern times*, de Kline, 1966 (L8. pp. 36, 60, 207); *Álgebra moderna – Estructura y método*, de Dolciani, Berman e Freilich, 1967 (L8, pp. 131, 175); *A Matemática de Pitágoras a Newton*, de Radice, 1987 (L8, pp. 175, 191) e *History of Mathematics*, de Smith, 1995 (L8, p. 215).

É também a série que mais utiliza textos originais. São vários textos, entre versões (traduções) de fragmentos de livros e exercícios (problemas): um texto de Heródoto — *o pai da História* —, historiador grego que viveu no século V a.C. (A8, p. 13 e B8, p. 25); fragmentos do livro *Al-jabr*, de Al-Khowarizmi (A8, p. 89; B8, p. 119; D8, p. 71 e P8, p. 123); os postulados e axiomas de *Os Elementos*, de Euclides (A8, p. 129 e B8, p. 159); o texto de Fermat — já citado no item 1 deste roteiro — escrito nas margens de um livro (A8, p. 140 e B8, p. 171); um problema do livro *Lilavati*, de Bhaskara (C8, p. 65); um problema "que aparece num livro do séc. XII, de autoria do matemático Bhaskara" (L8, p. 180 e N8, p. 115); um problema atribuído a matemáticos da Índia nos séculos XI e XII (L8, p. 180); o problema 48 — cálculo aproximado da área de um círculo substituindo-o por um octógono — do "*papiro escrito pelo sacerdote egípcio Ames por volta de 1650 a.C.*" (P8, p. 233); um antigo problema indiano, escrito em forma de verso (K8, p. 159 e L8, p. 58); um fragmento do livro *Introdução à Álgebra*, de Leonard Euler (L8, p. 59); um problema indiano escrito em versos (L8, p. 74); um problema de geometria gravado em uma tabuleta de argila por um escriba mesopotâmico (L8, p. 225) e um problema do livro Lilavati, de Bhaskara (D8, p. 69).

Os livros trazem as fotos de Alice, que teria inspirado Lewis Carol a escrever *Alice no País das Maravilhas* (A8, p. 114); da Pirâmide de Queóps (B8, p. 198; C8, p.222; E8, p. 149; L8, p. 191); do papiro de Rhind (f*ac-símile*) (B8, p. 55; D8, p. 68; E8, p. 239); de uma tábua de argila conhecida como mapa babilônico do mundo (E8, p. 58); de uma árvore com grandes raízes para ilustrar um texto sobre raiz quadrada (J8, p. 20); do Coliseu de Roma (P8, p. 257); do Palais de la Découverte, em Paris, que tem uma sala onde está gravado, numa parede circular, o número π, determinado pelo matemático Shanks (P8, p. 259), do matemático Lewis Carrol (A8, p. 114; B8, p. 144). E, ainda, a caricatura de Descartes (A8, p. 192; C8, p. 164; E8, p. 100); de Tales (E8, p. 148 e Q8, nas *Histórias para gostar de matemática*) e de Arquimedes (Q8, nas *Histórias para gostar de matemática*). A Gravura de Euclides (B8, p. 31); de Euler (B8, p. 77); de Tales (B8, p. 157); de Fermat (B8, p. 171) e de Arquimedes (E8, p. 238).

Alguns experimentos históricos são descritos: o método de Tales para medir a altura da pirâmide (A8, p. 127; B8, p. 158; K8, p. 86; N8, p. 93); o método de Arquimedes para determinar o valor de π (B8, p. 56); o método de Eratóstenes para calcular a ciscunferência da Terra (C8, p. 39; E8, p. 206); o método dos babilônios para resolver equações do 2º grau (A8, p. 88; B8, p. 119; L8, p. 60); o método de Al-khowarizmi para resolver equações do 2º grau (A8, p. 89; B8, p. 140; C8, p. 74; L8, p. 52) e o método de completar quadrados (B8, p. 88). Nas ilustrações aparecem os poliedros de Platão (D8, p. 100); pirâmides (A8, p. 127; B8, p. 158; D8, p. 188; E8, p. 149; J8, p. 147; K8, p. 86; L8, p. 191; N8, p. 93 e Q8, nas *Histórias para gostar de matemática*); método de Al-khowarizmi, para resolver equações do 2º grau (A8, p. 65; B8, p. 140; J8, p. 66); hieróglifos (E8, p. 194); a demonstração do teorema de Pitágoras (A8, p. 125; B8, p. 213; C8, p. 253; E8, p. 196; J8, p. 164; L8, p. 26); uma gravura da Universidade de Bolonha (B8, p. 130); escribas egípcios (L8, p. 38); um mapa do Brasil (*fac-símile*), feito pelo cartógrafo Pierre Desceliers em 1550 (L8, p. 132).

Algumas obras de arte são utilizadas para ilustrar os textos sobre história: a gravura *cadeira da noiva*, desenho que mostra a prova do teorema de Pitágoras que está no livro *Os Elementos*, de Euclides e que veiculou na Europa durante a primeira grande guerra (B8, p. 51); e as obras de Antonio Peticov, *Imanência da seção áurea* e *Airuoca Waell*, que mostram a espiral formada por retângulos divididos em seção áurea (B8, p. 212); um detalhe do afresco *Escola de Atenas*, de Rafael (B8, p. 227) e o afresco, completo, *Escola de Atenas*, de Rafael (L8, p. 36). Além disso, os livros da 8ª série trazem charges (A8, B8, C8, J8, K8, L8, N8 e P8); tabelas (B8 e L8); figuras (A8, B8, C8, E8, J8, K8, L8, N8 e P8); mapas (A8, B8, D8 e E8) e gráficos (A8, B8 e J8).

3. Contexto ao qual a informação histórica é relacionada[19]

	LDA	LDB	LDC	LDD	LDE	LDF	LDG	LDH	LDI	LDJ
Científico	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Tecnológico	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Social	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Político	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Religioso	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

	LDK	LDL	LDM	LDN	LDO	LDP	LDQ	LDR	LDS
Científico	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Tecnológico	×	×	—	×	×	×	×	—	×
Social	×	×	—	×	×	×	×	—	×
Político	—	—	—	—	—	—	—	—	×
Religioso	×	×	—	—	—	—	×	—	×

[19] O símbolo "—" significa não e o símbolo "×", sim.

Neste item — assim como nos itens 6 e 7, a seguir — fiz a análise levando em conta as coleções e não os livros individualmente. Isto porque nestes a unidade da coleção favorece essa análise. O contexto ao qual a informação histórica é relacionada tem cinco divisões: científico, tecnológico, social, político e religioso. No primeiro contexto — científico — analisei se a informação histórica estava relacionada com os conhecimentos científicos e matemáticos disponíveis na época em que ocorreram as invenções ou descobertas. E, também, se na narração da história, por parte dos autores, existe alguma preocupação em colocar a história de uma forma que mostre o caráter científico e epistemológico das invenções ou descobertas, como neste texto de E5: "*Por volta de 600 a.C. os matemáticos gregos começaram a sistematizar os conhecimentos geométricos adquiridos, fazendo com que a Geometria deixasse de ser puramente experimental. Este trabalho de organização lógica dos conhecimentos foi feito principalmente pelo matemático grego Euclides, por volta de 300 a.C. e reunido numa obra de 13 volumes, chamada Os Elementos*" (p. 35). Todos os livros que analisei têm essa dimensão muito patente. E, também, é a dimensão que mais aparece nos textos. Os livros das coleções M e R só apresentam o caráter científico da matemática.

Para o contexto tecnológico avaliei se a informação histórica tinha relação com a tecnologia disponível. Para dividir ciência e tecnologia — neste trabalho não faço distinção entre tecnologia e técnica — me baseei em Thuillier (1994), quando ele diz que "*em nossa sociedade reina uma divisão do trabalho que opõe fortemente a técnica e a ciência, o engenheiro e o ´sábio`. Da mesma forma, no interior da história existem barreiras muito nítidas: de um lado a história das técnicas, do outro a história das ciências*" (p. 93). E, deste "púlpito", fui buscar nos livros textos em que a história (ou o autor contando a história) faz tal divisão, como, também em E5: "*no Egito Antigo, a Geometria era amplamente utilizada. Os agrimensores usavam-na para medir terrenos, enquanto os construtores recorriam a ela para fazer edificações. Os egípcios ganharam tanta fama que os matemáticos gregos iam constantemente ao Egito em busca de novas aplicações da Geometria*" (p. 35), que, como em outros textos de outros livros opõe a geometria prática dos egípcios e babilônios, por exemplo, à chamada geometria científica dos gregos. Além disso, também vi a dimensão tecnológica nos textos em que os autores tratavam da linguagem — vista por mim como ferramenta —, como, por exemplo, o aparecimento dos sinais para as operações ou na evolução da álgebra retórica para a álgebra com a utilização de símbolos (letras) para a designação das incógnitas.

Ao analisar se os autores relacionavam a informação histórica às condições de vida e de valores das sociedades, percebidos na época das invenções e descobertas encontrei a dimensão social, como nos caso da invenção da álgebra, para resolver problemas de heranças ou do aparecimento dos sinais de mais (+) e menos (–) para facilitar, por exemplo, os trabalhos contábeis. Nos livros, a dimensão social anda muito próxima às dimensões científica e tecnológica e, à exceção dos livros da coleção M e R, todos os demais têm as três primeiras dimensões. Parece-me que os autores querem justificar — mais do que contextualizar — as invenções e descobertas em termos de uma linha que vai da prática (tecnológica) a uma organização formal (científica) para atender problemas reais (social).

A dimensão política que deveria me mostrar se o autor faz alguma relação entre a matemática e a política. Para esta dimensão apenas um livro dá indícios da relação existente entre política e matemática. É o livro S6, quando fala que "*a idéia de porcentagem teve origem pelo menos no século I a.C., em Roma, quando o imperador Augusto estabeleceu vários impostos sobre mercadorias vendidas e sobre libertação e venda de escravos*" (p. 179). A dimensão religiosa aparece somente em quatro livros (K, L, Q e S) quando mencionam a sociedade fundada por Pitágoras — os pitagóricos — que teria um caráter "filosófico-religioso" (S6, p. 147). Os demais livros que mencionam os discípulos de Pitágoras (A5, A8, B5, B7, B8 e C5) o fazem somente no seu caráter científico. Porém, as menções à dimensão religiosa dos pitagóricos são apenas ilustrativas, que não permitem grandes discussões sobre a influência religiosa (ou filosófica) na produção destes matemáticos.

4. Qualidade do conteúdo histórico

Neste item discutirei o papel da informação no aprendizado da matemática. Este está dividido em duas dimensões: papel do conteúdo histórico e população alvo. A primeira avalia a importância: fundamental ou complementar ao aprendizado. A segunda, a quem se dirige a informação: quando tem *status* fundamental é dirigida a todos os alunos, se os autores dão indícios de que a informação tem papel complementar ela é dirigida a estudantes proeminentes e, finalmente, quando os autores a consideram opcional ou colocam a informação em *boxes* separados do texto principal é voltada a voluntários. Analisei este item para cada série em separado.

Alguns livros trazem seções — no meio do texto ou anexos no final dos capítulos ou unidades — específicas, onde se trata da história da matemática: "*Revistinha*" (B); "*Jornais e Revistas*" (E); "*Leitura +*" (I); "*Pensando no assunto*" (K); "*A vida e a matemática*", "*O ábaco*", "*O caso...*", "*Laboratório de...*" e "*A vida e os matemáticos*" (L); "*Um toque a mais* (A+)" (P); "*Histórias para gostar de matemática*" (Q) e "*Para saber mais – A matemática na história*" (S). Muitas vezes os autores colocam a informação em *boxes* com os títulos: "*Curiosidade*" (C e O); "*Um pouco de história* (D) e "*Desafio*" (M).

5ª série

5ª Série	A5	B5	C5	D5	E5	F5	I5	K5	L5	O5	P5	Q5	R5	S5
Papel do conteúdo histórico														
Fundamental	1	1	—	—	1	2	1	2	3	1	1	—	—	2
Complementar	4	5	8	1	7	6	5	4	6	1	3	1	1	3
População alvo														
Todos	1	1	—	—	1	2	1	2	3	1	1	—	—	2
Estudantes proeminentes	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Voluntários	4	5	8	1	7	6	5	4	6	1	3	1	1	3

Entre as informações fundamentais estão: os números primos e o crivo de Eratóstenes (A5, B5 e F5); os sistemas de numeração (E5, F5, I5, K5, L5 e S5); a geometria (K5 e S5); as frações (L5, O5 e P5) e o sistema cartesiano (L5). As demais informações históricas da 5ª série são complementares e dirigidas a voluntários. Muitas vezes a mesma informação é dada em diferentes livros, mas o tratamento é diferenciado: fundamental para um e complementar para o outro. Um exemplo disso é o crivo de Eratóstenes, que aparece em vários livros da série e só é considerado fundamental para os três livros citados. Aqui neste item vou mencionar somente o que é considerado fundamental, segundo os critérios explicados anteriormente.

6^a série

6ª Série	A6	B6	G6	H6	J6	K6	L6	M6	P6	Q6	R6	S6
Papel do conteúdo histórico												
Fundamental	1	1	—	—	—	1	2	1	3	—	—	—
Complementar	2	1	3	2	1	3	6	1	2	2	—	3
População alvo												
Todos	1	1	—	—	—	1	2	1	3	—	—	—
Estudantes proeminentes	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—
Voluntários	2	1	3	2	1	3	6	—	2	2	—	3

São informações fundamentais nesta série o sistema cartesiano (A6, B6, L6, M6 e P6); a descrição do método de Arquimedes determinar o valor do número π (K6); o problema proposto retirado do papiro de Rhind (L6); os sistemas de numeração (P6) e as frações (P6). No livro M6 há um problema extraído do livro do matemático hindu Bhaskara, que é complementar para "Estudantes proeminentes". O problema esta encerrado num *box* com o título "Desafio". Tanto o problema do papiro de Rhind, quanto o de Bhaskara estão descritos nas versões originais, no item 2 deste roteiro, visto anteriormente.

7^a série

7ª Série	A7	B7	D7	E7	G7	H7	J7	K7	L7	N7	O7	P7	Q7	R7	S7
Papel do conteúdo histórico															
Fundamental	3	3	1	—	4	—	—	2	2	—	—	2	—	—	1
Complementar	4	5	2	5	2	2	2	2	8	—	—	2	4	—	2
População alvo															
Todos	3	3	1	—	4	—	—	2	2	—	—	2	—	—	1
Estudantes proeminentes	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Voluntários	4	5	2	5	2	2	2	2	8	—	—	2	4	—	2

Nos livros da 7^a série os temas históricos fundamentais são: a linguagem da matemática (A7 e B7); a história de Gauss, para realizar a soma de uma seqüência numérica (A7 e B7); o teorema de Pitágoras (A7; B7; G7 e P7); os números primos (G7 e P7); os números reais (S7); o crivo de Eratóstenes (D7); a determinação do número π (K7); o sistema cartesiano (K7); os pitagóricos (L7) e a geometria de Euclides (L7). O livro G7 ainda traz como fundamentais dois exercícios: sobre o crivo de Eratóstenes e sobre a verificação do valor calculado para o número π, por Arquimedes. Os demais temas são complementares.

8ª série

8ª Série	A8	B8	C8	D8	E8	J8	K8	L8	N8	P8	Q8	R8
Papel do conteúdo histórico												
Fundamental	12	12	2	1	3	1	4	4	2	1	1	1
Complementar	2	9	7	3	7	7	2	14	1	2	2	—
População alvo												
Todos	12	12	2	1	3	1	4	4	2	1	1	1
Estudantes proeminentes	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Voluntários	2	9	7	3	7	7	2	14	1	2	2	—

Esta é a série que mais tem temas de história como fundamentais para o ensino da matemática que são: os números racionais (A8); os números irracionais (A8 e B8); o número π (A8 e B8); o método de complementar quadrados (A8; B8 e E8); Bhaskara (A8; B8; C8; E8; J8; K8; N8; P8; Q8 e R8); equações de 2º grau (S8); equações da forma $x^n = a$ (S8); lógica (A8 e B8); o teorema de Pitágoras (A8; B8; E8 e K8); geometria (A8 e B8); cálculo de áreas (S8); Tales e a medição da pirâmide (C8; D8; K8 e N8); trigonometria (B8 e S8); a conjectura de Goldbach (A8); a conjectura de Fermat (A8 e B8); coordenadas cartesianas (A8) e história e aplicações da Estatística (B8).

5. Atividades de aprendizado que lidam com a história da matemática

Há um total de 224 exercícios ou problemas envolvendo a história da matemática nos livros que analisei. O quadro a seguir dá um resumo destes números e, logo após, mostrarei a situação por séries. A 5ª e a 8ª série são as que mais apresentam estes exercícios. E, como já mostrei anteriormente[20] a última série é a que possui, proporcionalmente, o maior número de exercícios que utilizam a história da matemática.

Cada exercício recebe um item — "composição" — de cada uma das três classificações: Estado das Atividades; Nível das Atividades e Tipo de Atividade. Na primeira o exercício pode ter o caráter compulsório (**C**) — todos os alunos devem fazê-los — ou serem livres (**L**), dirigidos a alunos voluntários. Para esta primeira classificação optei por colocar todas as atividades marcadas "para casa", as colocadas em *boxes* separados e aquelas em que os autores davam indícios de que seriam "extras" — para aprender mais ou para complementar o aprendizado etc. — na categoria dos exercícios livres. O Nível das

[20] Ver o Quadro 12, nas **SEGUNDAS NOTAS METODOLÓGICAS**.

Atividades, a segunda classificação, pode ser normal (**N**) ou de aprofundamento (**A**). Só considerei cinco exercícios nesta última categoria: um em M6, marcado como "Desafio"; três em K8, onde o autor utiliza um ícone nos exercícios mais elaborados e um em N8, na seção "Superlegal", que, segundo o autor "*são exercícios curiosos que solicitam uma solução mais criativa*".

A terceira classificação — Tipo de Atividade — tem cinco categorias. A Leitura Orientada (**LO**), que consiste em resolver questões a partir da leitura de um texto histórico. Os exercícios da segunda categoria, Pesquisa Bibliográfica (**PB**), pedem que as informações sobre a história da matemática sejam encontradas e apresentadas na forma de um ensaio ou redação. Analisar dados obtidos por matemáticos no passado é a terceira categoria: Analisar Dados Históricos (**ADH**). Coloquei todos aqueles exercícios que pediam para que os alunos repetissem experimentos históricos em Fazer Experimentos Históricos (**FEH**). E, por fim, coloquei os exercícios feitos para memorizar informações na categoria Outros (**O**), que foi a mais utilizada. No quadro a seguir mostro a situação geral por série. Os quatro quadros seguintes são específicos por série.

	5ª	**6ª**	**7ª**	**8ª**
Estado das Atividades				
C – Compulsório	75	28	14	58
L – Livre	8	15	8	18
Nível das Atividades				
N – Normal	83	42	22	72
A – Aprofundamento	—	1	—	4
Tipo de Atividade				
LO – Leitura orientada	2	1	1	2
PB – Pesquisa Bibliográfica	3	8	1	1
ADH – Analisar Dados Históricos	4	2	4	14
FEH – Fazer Experimentos Históricos	4	7	10	33
O – Outros	70	25	6	26
Total	**83**	**43**	**22**	**76**

5ª série

5ª Série	A5	B5	C5	D5	E5	F5	I5	K5	L5	O5	P5	Q5	R5	S5
Estado das atividades														
Compulsório	5	5	5	—	8	12	9	4	19	—	1	—	—	7
Livre	—	—	—	—	—	—	2	1	1	—	1	—	—	3
Nível das atividades														
Normal	5	5	5	—	8	12	11	5	20	—	2	—	—	10
Aprofundamento	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Tipo de atividade														
Leitura orientada	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Pesquisa bibliográfica	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—
Analisar dados históricos	—	—	—	—	—	2	—	—	1	—	—	—	—	1
Fazer experim. Históricos	—	1	—	—	—	1	—	1	1	—	—	—	—	—
Outros	5	4	4	—	6	9	11	4	18	—	—	—	—	9
Total	**5**	**5**	**5**	**—**	**8**	**12**	**11**	**5**	**20**	**—**	**2**	**—**	**—**	**10**

6ª série

6ª Série	A6	B6	G6	H6	J6	K6	L6	M6	P6	Q6	R6	S6
Estado das atividades												
Compulsório	—	—	15	—	—	—	1	—	12	—	—	—
Livre	—	—	10	—	—	1	—	1	2	—	—	1
Nível das atividades												
Normal	—	—	25	—	—	1	1	—	14	—	—	1
Aprofundamento	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—
Tipo de atividade												
Leitura orientada	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Pesquisa bibliográfica	—	—	5	—	—	—	—	—	3	—	—	—
Analisar dados históricos	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Fazer experim. Históricos	—	—	1	—	—	1	1	1	2	—	—	1
Outros	—	—	16	—	—	—	—	—	9	—	—	—
Total	**—**	**—**	**25**	**—**	**—**	**1**	**1**	**1**	**14**	**—**	**—**	**1**

7ª série

7ª Série	A7	B7	D7	E7	G7	H7	J7	K7	L7	N7	O7	P7	Q7	R7	S7
Estado das atividades															
Compulsório	3	2	2	—	2	—	—	—	1	—	—	4	—	—	—
Livre	1	—	—	1	3	—	—	—	—	—	—	3	—	—	—
Nível das atividades															
Normal	4	2	2	1	5	—	—	—	1	—	—	7	—	—	—
Aprofundamento	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Tipo de atividade															
Leitura orientada	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Pesquisa bibliográfica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—
Analisar dados históricos	1	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—
Fazer experim. históricos	1	1	1	1	2	—	—	—	1	—	—	3	—	—	—
Outros	2	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—
Total	**4**	**2**	**2**	**1**	**5**	**—**	**—**	**—**	**1**	**—**	**—**	**7**	**—**	**—**	**—**

8ª série

8ª Série	A8	B8	C8	D8	E8	J8	K8	L8	N8	P8	Q8	R8
Estado das atividades												
Compulsório	12	9	9	9	2	2	8	1	2	2	1	1
Livre	—	1	1	—	—	—	2	9	2	3	—	—
Nível das atividades												
Normal	12	10	10	9	2	2	7	10	3	5	1	1
Aprofundamento	—	—	—	—	—	—	3	—	1	—	—	—
Tipo de atividade												
Leitura orientada	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Pesquisa bibliográfica	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
Analisar dados históricos	6	5	1	—	—	—	—	1	—	1	—	—
Fazer experim. históricos	5	4	2	6	1	—	3	9	2	1	—	—
Outros	1	1	5	3	1	2	6	—	2	3	1	1
Total	**12**	**10**	**10**	**9**	**2**	**2**	**10**	**10**	**4**	**5**	**1**	**1**

A divisão por composição é mostrada no próximo quadro. A maior parte dos exercícios é de caráter compulsório, em todas as séries. Os números marcados com [*] referem-se àqueles que são problemas ou exercícios originais (do próprio Bhaskara ou do papiro de Rhind, por exemplo). Os exercícios estão descritos no item **V**, nos **APÊNDICES**.

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**C/N/LO**]	2	2,4%	1	2,3%	—	—	2	2,6%
[**C/N/PB**]	2	2,4%	7	16,3%	1	4,5%	1	1,3%
[**C/N/ADH**]	2	2,4%	2	4,7%	1	4,5%	12	15,8%
[**C/N/FEH**]	3 [*]	3,6%	2 [*]	4,7%	5 [*]	22,7%	18 [*]	23,7%
[**C/N/O**]	66	79,5%	16	37,2%	5	22,7%	22	28,9%
[**C/A/FEH**]	—	—	—	—	—	—	1	1,3%
[**C/A/O**]	—	—	—	—	—	—	2	2,6%
Exercícios **C**ompulsórios	(75)	(90,4%)	(28)	(65,1%)	(12)	(54,5%)	(58)	(76.3%)
[**L/N/LO**]	—	—	—	—	1	4,5%	—	—
[**L/N/PB**]	1	1,2%	1	2,3%	—	—	—	—
[**L/N/ADH**]	2	2,4%	—	—	3 [*]	13,6%	2	2,6%
[**L/N/FEH**]	1 [*]	1,2%	4 [*]	9,3%	5 [*]	22,7%	13 [*]	17,1%
[**L/N/O**]	4	4,8%	9	20,9%	1	4,5%	2	2,6%
[**L/A/FHE**]	—	—	1 [*]	2,3%	—	—	1	1,3%
Exercícios **L**ivres	(8)	(9,6%)	(15)	(34,9%)	(10)	(45,5%)	(18)	(23,7%)
	83		**43**		**22**		**76**	

6. Consistência interna do livro (com relação às informações históricas)

A consistência interna do livro com relação às informações históricas determina a homogeneidade ou heterogeneidade da obra. O livro que utiliza a informação histórica da mesma forma em todos os capítulos e que faz uma integração entre estes a partir destas informações é considerado homogêneo. Caso a maneira de se apresentar a informação histórica mude, o livro é considerado heterogêneo. Quando a coleção — como escolhi analisar este item — é considerada heterogênea ela tem subclassificações: poucos capítulos organizados historicamente; poucos capítulos com seções historicamente organizadas; seções sobre história da matemática em alguns capítulos; algumas seções de capítulos com história e capítulos sem informações históricas.

Todos os livros que analisei guardam internamente uma homogeneidade na maneira de apresentar a matemática: a estrutura interna das coleções está mais detalhada no item II dos **APÊNDICES**. Porém, a informação histórica acerca da matemática não é disposta da mesma maneira. Por isso, nenhuma das coleções é homogênea. Os quadros a seguir mostrarão a consistência interna dos livros que analisei.

	LDA	LDB	LDC	LDD	LDE	LDF	LDG	LDH	LDI	LDJ
Homogêneo	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Heterogêneo										
Poucos cap. org. historicamente	×	—	×	×	—	—	×	×	—	×
Poucos cap. com seções hist. org.	×	—	×	×	—	—	×	×	—	×
Seções sobre HM, em alg. Cap.	—	×	—	—	×	×	—	—	×	—
Algumas seções de cap. com hist.	×	—	×	×	—	—	—	—	—	—
Capítulos sem inform. históricas	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×

	LDK	LDL	LDM	LDN	LDO	LDP	LDQ	LDR	LDS
Homogêneo	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Heterogêneo									
Poucos cap. org. historicamente	—	—	×	×	×	—	×	×	—
Poucos cap. com seções hist. org.	—	—	×	×	×	—	×	×	—
Seções sobre HM, em alg. cap.	×	×	—	—	—	×	×	—	×
Algumas seções de cap. com hist.	—	—	×	—	×	—	×	—	—
Capítulos sem inform. Históricas	×	×	×	×	×	×	×	×	×

7. Bibliografia sobre a história da matemática

	LDA	LDB	LDC	LDD	LDE	LDF	LDG	LDH	LDI	LDJ
Livros de história da matemática	—	×	—	—	×	×	—	—	—	—
Livros de mat. Com inf. históricas	—	×	—	×	×	×	×	×	—	—

	LDK	LDL	LDM	LDN	LDO	LDP	LDQ	LDR	LDS
Livros de história da matemática	×	×	—	—	×	×	—	—	×
Livros de mat. Com inf. Históricas	×	×	—	—	×	×	—	—	×

Alguns livros não têm bibliografia (A, C, I, J, M, N, Q e R). Os livros de história da matemática mais utilizados pelos autores nas referências bibliográficas são os de Aaboe, Bell, Boyer, Ifrah e Struik.

Aplicação do Roteiro de Pesquisa aos Artigos da *Revista de Consulta* – RPM

1. Tipo e organização da informação histórica

	ART	1	3	4	8	10	11	19	25
Matemáticos	**Vida do matemático**								
	Dados biográficos	—	1	—	2	—	1	6	1
	Características pessoais	—	1	—	1	—	—	—	—
	Episódios/anedotas	2	—	—	—	—	1	—	—
	Características do matemático								
	Famosos/gênios etc.	—	1	—	1	—	1	1	—
	Ordinários	—	—	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**								
	Menção à descoberta científica	1	1	1	3	1	1	3	1
	Descrição de descoberta científica	—	1	1	3	1	1	1	1
	Pessoa responsável								
	Matemáticos isolados	1	1	—	1	1	4	13	1
	Grupos de matemáticos	—	—	—	—	—	—	—	—
	Comunidade (ou povos)	2	—	1	—	—	—	5	—

	ART	26	29	30	31	34	36	37	39
Matemáticos	**Vida do matemático**								
	Dados biográficos	3	1	1	1	1	—	1	1
	Características pessoais	1	—	—	—	1	—	—	—
	Episódios/anedotas	1	—	—	—	—	—	—	—
	Características do matemático								
	Famosos/gênios etc.	2	—	—	—	1	—	—	1
	Ordinários	—	—	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**								
	Menção à descoberta científica	1	1	1	1	1	1	1	—
	Descrição de descoberta científica	1	1	1	1	—	1	—	—
	Pessoa responsável								
	Matemáticos isolados	3	6	2	1	8	—	2	1
	Grupos de matemáticos	—	—	—	—	1	—	—	—
	Comunidade (ou povos)	—	6	—	—	4	1	2	—

	ART	40	42	44	46	52	53	54	55
Matemáticos	**Vida do matemático**								
	Dados biográficos	8	1	1	—	1	1	1	—
	Características pessoais	—	—	1	—	1	—	—	—
	Episódios/anedotas	—	—	1	—	1	2	—	1
	Características do matemático								
	Famosos/gênios etc.	2	—	—	1	—	2	—	—
	Ordinários	—	—	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**								
	Menção à descoberta científica	—	1	2	1	1	—	1	1
	Descrição de descoberta científica	—	1	1	—	1	—	1	—
	Pessoa responsável								

	Matemáticos isolados	2	4	1	7	1	1	2	2
	Grupos de matemáticos	—	—	—	—	—	—	—	—
	Comunidade (ou povos)	—	—	—	2	2	—	1	—

	ART	**56**	**58**	**59**	**60**	**61**	**63**	**64**
Matemático	**Vida do matemático**							
	Dados biográficos	—	2	3	—	1	2	2
	Características pessoais	—	—	—	—	—	—	2
	Características do matemático							
	Episódios/anedotas	—	1	—	—	1	—	1
	Famosos/gênios etc.	—	1	1	—	2	—	1
	Ordinários	—	—	—	—	—	—	—
Evolução da matemática	**Tipo da evolução**							
	Menção à descoberta científica	1	1	1	1	1	1	1
	Descrição de descoberta científica	1	—	—	1	1	1	1
	Pessoa responsável							
	Matemáticos isolados	5	—	—	1	2	7	—
	Grupos de matemáticos	—	—	—	—	—	—	—
	Comunidade (ou povos)	5	1	1	2	—	1	—

Os 31 artigos trazem os dados biográficos de 26 matemáticos: Hiparco (por volta de 1450 a.C.) (ART11); Pitágoras (por volta de 580 a.C.) (ART34); Apolônio (séc. III a.C.) (ART31); Heron (séc II a.C) (ART25); Arquimedes (287 – 212 a.C.) (ART19; ART40 e ART61); Ptolomeu (87 – 165) (ART19); Diofanto (séc. III d.C.) (ART26; ART37 e ART53); Tsu Ch´ung-Chih (430 – 501) (ART19); Aryabhata (por volta do ano 500) (ART19); Brahmagupta (por volta do ano 628) (ART19); Bhaskara (1114 – c1185) (ART19 e ART58); Leonardo de Pisa – Fibonacci (1170 – 1250) (ART8 e ART52); Copérnico (1473 – 1543) (ART11); Viète (1540 – 1603) (ART3; ART29 e ART58); Kepler (1571 – 1630) (ART8); Oughtred (1574 – 1660) (ART63); Descartes (1596 – 1650) (ART40 e ART64); Fermat (1601 – 1665) (ART26; ART42; ART59 e ART64); Newton (1642 – 1727) (ART40); Jacob Bernoulli (1654 – 1705) (ART40); Jean Bernoulli (1667 – 1748) (ART40); Euler (1707 – 1783) (ART26; ART39; ART40; ART59 e ART63); Lambert (1728 – 1777) (ART40); Gauss (1777 – 1855) (ART40; ART44 e ART59); Lamé (1795 – 1870) (ART54) e Dirichlet (1805 – 1859) (ART30). Encontrei a única diferença significativa nos artigos 8 e 52, enquanto o primeiro dá o ano de 1250 para a morte de Fibonacci, o segundo escreve 1240, uma diferença de 10 anos.

Poucos artigos trazem as características pessoais ou detalhes da vida dos matemáticos. Estas características e detalhes podem ser importantes para mostrar o estilo de vida dos matemáticos, da época em que viveram e as dimensões e influências de suas produções. Por exemplo, quando se sabe que Leonardo de Pisa "*foi educado na África e* *viajou muito pela Europa e Ásia Menor*" (ART8, p. 12 e ART52, p. 5) pode-se fazer uma ligação com o fato dele ser o responsável pela divulgação — através do *Líber Abaci* — da matemática hindu e árabe — principalmente o sistema de numeração — pela Europa. Tales é apontado como um "*rico negociante da cidade jônia de Mileto*" (ART34, p. 15), que viajou muito e que trouxe grandes contribuições à matemática pelo contato com os povos que visitou. O fato de que Descartes ter se mostrado desde jovem "*(...) meditativo, impressionando seus mestres pela independência e pela insistência em não aceitar sem reflexão os ensinamentos recebidos*" (ART64, p. 9) pode dar indícios das suas contribuições à matemática, como a sua participação na criação da geometria analítica, mesmo que não tenha sido "*realmente um matemático profissional*" (ART64, p. 14).

E, assim como Descartes, outros matemáticos não eram profissionais, tais como Viète (ART3, p. 18) e Fermat, para quem "*a matemática era o seu hobby predileto*" (ART26, p. 8). Gauss é mostrado como "*perfeccionista, metódico, circunspecto, um perfeito contra-exemplo para o tradicional estereótipo do gênio matemático*" (ART44, p. 2). Provavelmente o autor do artigo entende que estereótipo do "*gênio matemático*" tenha que ter características opostas a estas, o que, a meu ver, também é um estereótipo.

São relatados vários episódios nos artigos que analisei, nenhum deles é anedótico. A inscrição de Fermat nas margens do livro *Arithmetica*, de Diofanto — onde o matemático escreve que a margem era demasiado pequena para conter a demonstração do chamado último teorema de Fermat — aparece nos artigos 26, p. 8 e 55, p.57; a história de Arquimedes e a coroa do rei está no artigo 61, p. 13; o episódio envolvendo Gauss e a soma dos números de 1 a 100 no artigo 44, p. 1 e os dados sobre a vida de Diofanto aparece no artigo 53, p. 46. Todos estes episódios já haviam aparecido nos livros didáticos que analisei. Nestes episódios a diferença fica por conta dos dados de Diofanto, que no artigo é relatado como um problema que aparece na Antologia Grega, do 5º ou 6º século. Outros episódios aparecem nos artigos e não nos livros. Um deles refere-se a Descartes, que "*em 1649 aceitou um convite da rainha Cristina da Suécia para formar uma Academia de Ciências em Estocolmo e também para instruí-la em Filosofia. Conta-se que sua aluna, um tanto excêntrica, marcava as aulas para as quatro horas da madrugada e Descartes, que nunca teve boa saúde, sucumbiu aos rigores do inverno escandinavo em 1650*" (ART64, p. 14) e os outros dois são pedidos de matemáticos para que se marcasse seus túmulos com questões relativas à matemática. O primeiro é de Arquimedes que queria que se colocasse em sua lápide a esfera inscrita no cilindro, no que, segundo alguns historiadores, teria sido atendido (ART10). O segundo refere-se ao pedido de Gauss: que se gravasse em seu túmulo um polígono regular de 17 lados. Mas, "*o pedido não pode ser atendido, pois o escultor encarregado de realizar o trabalho verificou que a figura do polígono se confundia com a de um círculo*"[21] (ART44).

No item Famosos/gênios os artigos também têm suas contribuições: Leonardo de Pisa "*tornou-se famoso por conhecer toda a matemática então acumulada*" (ART8, p. 12); Bhaskara foi um dos mais importantes matemáticos do século 12 (ART58, p. 54); Aristarco é "*o Copérnico da Antiguidade*" (ART11, p. 7); Fermat é considerado o "*maior matemático francês do século XVII*" (ART26, p. 9); Tales é o "*pai da matemática dedutiva*" (ART34, p. 16); Arquimedes, Newton e Gauss são considerados "*os três maiores matemáticos de todos os tempos*" (ART61, p. 11); Gauss é "*o príncipe dos matemáticos*" (ART59, p. 11); Jean Bernoulli, "*que considerava a si mesmo, e com justiça, ´o Arquimedes de sua era`*" (ART40, p. 2); Dase era "*um calculador prodígio*" (ART19, p.5); Descartes é o "*pai da filosofia moderna*" (ART64, p. 9) e Diofanto é o "*pai da álgebra*" (ART53, p. 47). E, por fim, Euler, "*o incomparável príncipe da matemática (...) o mais fecundo de todos os cientistas*" (ART40, p. 3) que em 1737 passa a usar a letra grega π para designar a razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro, porém, "*alguns anos antes o inglês William Jones propusera a mesma notação, sem muito êxito. Questão de prestígio*" (ART46, p. 19). Além de tudo, como dito acima, Euler tinha prestígio.

Entre a menção e descrição de descobertas ou invenções científicas os artigos — como eu esperava — são bem mais profícuos que os livros didáticos. São pelo menos dez menções a invenções ou descobertas: a invenção da geometria (ART1); a existência dos quadrados mágicos (ART4); a irracionalidade de π, por Lambert e que π é um número transcendente[22], por Lindemann (ART19); a geometria grega (ART34); a álgebra geométrica grega (ART37); a divisão do círculo em *n* partes com régua e compasso, feita por Gauss (ART44 e ART59); o cálculo de π (ART46); a prova da conjectura de Fermat — também chamado de o último teorema de Fermat — por Andrew Wiles (ART55); a

[21] Certa vez contei esta história a um grupo de alunos e um deles falou: — "*vai ver que é por isso que esse cara [Gauss] vem assombrar a gente!*" Ele se referia à exigência de que aprendessem o método da soma de números de uma PA.
[22] Um número transcendente não é raiz de nenhum polinômio com coeficientes racionais.

resolução de equações do 2º grau por babilônios, hindus e europeus (ART58). Destas menções, o artigo 1 traz as diferentes opiniões sobre a invenção da geometria (e da matemática): Heródoto[23], historiador grego, entende que tenha origem prática, nas medições de terra pelos egípcios; Platão — através da sua obra *Fedro*[24] — dá a ela uma origem divina e Aristóteles sugere que tenha origem egípcia "*como conseqüência da ascensão de uma classe sacerdotal, que dispunha de tempo suficiente para o estudo*" (p. 4). A concordância dos três está somente na sua no Egito.

As descobertas ou invenções descritas são: o método de Viète para resolução de equações do 2º grau (ART3); a construção de quadrados mágicos (ART4); a construção do retângulo áureo (ART8); a divisão áurea (ART8 e ART60); a seqüência de Fibonacci (ART8); a relação entre o cilindro e a esfera, de Arquimedes (ART 10); o método utilizado por Copérnico para calcular os períodos de revolução dos planetas e sua distância do Sol (ART11); métodos para a determinação de π (ART19); a demonstração da fórmula de Heron para calcular a área de triângulos (ART25); a demonstração do Pequeno Teorema de Fermat[25] (ART26); métodos de resolução de equações do 2º grau (ART29); prova de Euclides para a existência de infinitos números primos (ART30); sistema cartesiano (ART31); a regra da falsa posição (ART36); números amigos (ART42); demonstração da soma da série de 1 a 100, feita por Gauss (ART44); a resolução de Fibonacci para $\frac{m}{n}=\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\cdots\frac{1}{n_k}$ (ART52); demonstração do algoritmo de Euclides para o mdc (ART54); o teorema de Pitágoras (ART56); do método de Arquimedes para estabelecer a falsificação da coroa do rei (ART61); descrição da criação da linguagem simbólica da matemática (ART63) e como encontrar geometricamente as raízes de uma equação do 2º grau, por Descartes (ART64).

O artigo 58 — *A fórmula é de Bhaskara?* — já no seu título questiona a autoria da referida fórmula. Semelhante a P7 — o único livro didático a contestar a autoria do matemático indiano — o autor do artigo diz que o hábito de dar este nome à fórmula se estabeleceu no Brasil por volta de 1960 e que "*não se encontra o nome de Bhaskara para essa fórmula na literatura internacional*" (p. 54). E mais, expõe as razões para isso: (a) há registros de problemas que envolvem equações do 2º grau em textos babilônicos de 4 mil

---

[23] Ver item **III**, nos **APÊNDICES**.
[24] Idem.
[25] Se *p* é um número primo e *a* um inteiro não divisível por *p*, então $a^{p-1} - 1$ é múltiplo de *p*.

anos; (b) Bhaskara nasceu no século XII e (c) até o fim do século XVI "*não se usava a fórmula para obter as raízes de uma equação do 2º grau, simplesmente porque não se representavam por letras os coeficientes de uma equação*" (p. 54), prática que se inicia com Viète.

No item Pessoa responsável aparecem os matemáticos: Al-Khowarizmi (ART29); Andrew Wiles (ART55); Apolônio (ART34); Aristarco (ART11); Arquimedes (ART10; ART11; ART34 e ART46); Bhaskara (ART3 e ART29); Borel (ART19); Bouger (ART63); Chu Shih-Chieh (ART29); Dase (ART19); Descartes (ART19; ART29; ART31 e ART42); Diofanto (ART34); Eratóstenes (ART10; ART30 e ART34); Euclides (ART8; ART19; ART30; ART34; ART37; ART54 e ART60); Euler (ART19; ART42 e ART46); Fermat (ART53 e ART55); Garfield (ART56); Gauss (ART61); Gregory (ART19); Hariot (ART63); Hipacia (ART34); Hiparco (ART34); Horner (ART29); Kepler (ART11); Lambert (ART19 e ART46); Leibniz (ART19; ART40; ART46 e ART63); Leonardo da Vinci (ART56); Leonardo de Pisa – Fibonacci (ART54 e ART63); Lindemann (ART19; ART37 e ART46); Machim (ART19); Newton (ART11 e ART61); Paganini (ART42); Papus (ART56); Pitágoras (ART8; ART42 e ART56); Polya (ART56); Rahn (ART63); Recorde (ART63); Shanks (ART19 e ART46); Sharp (ART19); Sridhara (ART29); Tales (ART1 e ART34); Viète (ART42); Wallis (ART19) e Willian Jones (ART46);

Nos grupos de matemáticos, os pitagóricos aparecem no artigo 34 e os povos (ou comunidades de matemáticos) são: os árabes (ART29; ART52 e ART63); os babilônios (ART19; ART46; ART56 e ART58); os chineses (ART4; ART19; ART29; ART34; ART54 e ART56); os egípcios (ART1; ART19; ART29; ART34; ART36; ART37; ART46; ART52; ART56 e ART60); os gregos (ART1; ART19; ART29; ART34; ART37; ART56; ART59 e ART60); hindus (ART19; ART29 e ART56) e os Mesopotâmicos (ART29 e ART34);

2. Materiais usados para apresentar a informação histórica

ART	1	3	4	8	10	11	19	25	26	29	30
Fotos ou ilustrações	—	1	2	4	1	—	—	—	—	—	—
Imagens de equipamentos	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Versões originais de textos	2	—	—	2	3	—	1	—	—	6	—
Experimentos históricos	—	1	—	3	1	—	9	1	1	6	1
Fontes secundárias	3	4	—	3	9	—	12	—	6	—	5
Outros	1	1	1	2	2	2	2	2	1	2	1

ART	31	34	36	37	39	40	42	44	46	52	53
Fotos ou ilustrações	—	1	1	—	1	—	—	—	—	—	—
Imagens de equipamentos	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Versões originais de textos	—	—	2	1	—	—	1	—	—	2	1
Experimentos históricos	—	—	1	—	—	—	—	1	—	1	—
Fontes secundárias	3	—	3	—	—	—	—	—	—	6	1
Outros	1	1	3	2	—	1	1	1	1	1	1

ART	54	55	56	58	59	60	61	63	64
Fotos ou ilustrações	—	—	—	—	1	1	1	—	2
Imagens de equipamentos	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Versões originais de textos	—	—	1	—	—	—	—	1	3
Experimentos históricos	1	—	6	—	—	1	1	—	1
Fontes secundárias	5	—	—	2	5	3	—	2	—
Outros	3	1	2	1	1	2	2	1	1

Todos os artigos — à exceção do ART39 — têm equações para apresentar as informações históricas. Dos matemáticos há gravuras de Viète (ART3); Pitágoras (ART34); Euler (ART39); Gauss (ART59) e Descartes (ART64). Ilustrações: quadrados mágicos (ART4); de pirâmides (ART60) e do princípio de Arquimedes (ART61). *Fac-símiles*: do quadrado mágico chinês, que data de 2850 a.C.; do papiro de Rhind (ART36) e do original, de 1637, do *Discurso do Método*, de Descartes (ART64). Fotos: Partenon e casa na França (ambos construídos na proporção áurea) (ART8) e da Medalha Fields[26], que traz no anverso a efígie de Arquimedes e no reverso a esfera inscrita no cilindro (ART10). Além disso, os artigos trazem figuras geométricas, gráficos, tabelas e mapas.

Vinte e seis versões originais de textos (ou fragmentos) aparecem nos artigos: fragmento de Heródoto e de *Fedro*, de Platão, sobre a invenção da geometria (ART1, p. 4); original do Líber Abaci, de Fibonacci (ART8, p. 12); comentário de Kepler sobre a geometria (ART8, p. 14); texto de Plutarco, escritor grego do 1º século d.C., sobre Arquimedes (ART10, p. 11); carta de Arquimedes a Eratóstenes na introdução de *O Método* (ART10, p. 14); comentário de Arquimedes em *O Método* (ART10, p. 17); método da exaustão descrito no livro 10, de *Os Elementos*, de Euclides (ART19, p. 2); problema mesopotâmico e "receita" para resolve-lo; "receita" grega para resolver a equação $x^2 - 10x + 9 = 0$ (ART29, p. 21); problema de Bhaskara e "receita" para resolve-lo (ART29, p. 22); "receita" de Descartes para resolver equações do tipo $x^2 = bx + c^2$ (ART29, p. 24);

[26] A Medalha Fields é o prêmio de maior prestígio em matemática, concedido aos matemáticos que se destacam pelas suas pesquisas.

problema do papiro de Rhind (ART36, p. 19); problema-desafio da antigüidade (ART36, p. 20); problema formulado pelos matemáticos egípcios há cerca de 400 anos (ART37, p. 31); inscrição de Fermat à margem da *Arithmetica* de Diofanto (ART42, p. 14); problema de Fibonacci, no *Liber Abaci* (ART52, p. 6); "receita" de Fibonacci — no *Liber Abaci* — para transformar o número $\frac{m}{n}$ em uma soma de frações com numerador unitário (ART52, p. 7); problema do livro *Antologia Grega*, do 5º ou 6º século, sobre a idade de Diofanto (ART53, p. 46); manuscrito chinês, datado de mais de mil anos antes de Cristo (ART56, p.14); equações de Viète (ART63, p. 45); primeira frase do livro *Discurso sobre o método para raciocinar bem e procurar a verdade nas ciências*, de Descartes e duas partes do livro — páginas 302 e 303 —, que contém instruções detalhadas para resolver equações quadráticas geometricamente (ART 64, pp. 10, 11, 12 e 13).

Os experimentos históricos apontados nos artigos são: método de Viète para resolução de equações do 2º grau (ART3); Retângulo áureo (ART8); razão áurea (ART8 e ART 60); seqüência de Fibonacci (ART8); Arquimedes e a relação entre o cilindro e a esfera (ART10); métodos para determinar o valor de π [Arquimedes; Ptolomeu; Aryabhata; Descartes; John Wallis; Sharp; Machim]; a irracionalidade e a transcendência de π (ART19); a demonstração de Heron para cálculo da área de triângulos (ART25); demonstração do pequeno teorema de Fermat (ART26); métodos para resolução de equações do 2º grau [Egito, Mesopotâmia, Grécia, Índia, Mundo árabe, China e Europa] (ART29); a prova de Euclides para a existência de infinitos números primos (ART30); a regra da falsa posição (ART36); a soma da série de 1 a 100, por Gauss (ART44); a demonstração de Fibonacci para $\frac{m}{n}=\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\cdots\frac{1}{n_k}$ (ART52); a demonstração do algoritmo de Euclides para o mdc (ART54); seis demonstrações do teorema de Pitágoras (ART56); Arquimedes e a coroa do rei (ART61) e a determinação geométrica das raízes da equação do 2º grau por Descartes (ART64). Marquei como fontes secundárias os artigos que têm bibliografia — mostrados no próximo item —, os demais contam somente com o texto do autor.

3. Bibliografia sobre a história da matemática

ART	1	3	4	8	10	11	19	25	26	29	30
Livros de história da matemática	×	×	—	×	×	—	×	—	×	—	—
Livros de mat. com inf. históricas	×	×	—	×	×	—	×	—	×	—	×

ART	31	34	36	37	39	40	42	44	46	52	53
Livros de história da matemática	×	—	×	—	—	—	—	—	—	×	×
Livros de mat. com inf. históricas	×	—	×	—	—	—	—	—	—	×	—

ART	54	55	56	58	59	60	61	63	64
Livros de história da matemática	×	—	—	×	×	×	—	×	—
Livros de mat. com inf. históricas	×	—	—	—	×	×	—	×	—

De todos os 31 artigos, 15 (48,4%) não têm bibliografia. Os livros de história da matemática mais usados pelos autores dos artigos são de Boyer, Eves e Aaboe.

As Diretrizes, os Livros Didáticos e os Artigos da RPM

O Quadro de Ênfase dos Conceitos Científicos Essenciais, das Diretrizes, sugerem aos professores de Santa Catarina a intensidade (ou ênfase) — [1] Menor intensidade, [2] Média intensidade e [3] Maior intensidade — que estes devem dar aos conteúdos ministrados em sala de aula. Grosso modo, representa um roteiro para o professor preparar suas aulas. E nesse "roteiro" há a sugestão que se procure explorar a produção histórico-cultural dos conceitos. O Quadro está dividido em cinco grandes conceitos (ou temas): número, álgebra, geometria, medidas e estatística. Em vista disso, construí alguns quadros para fazer o cruzamento dos conteúdos que encontrei nos Livros Didáticos e nos Artigos[27] com as sugestões das Diretrizes.

Os primeiros quatro quadros — divididos por séries — fazem o cruzamento entre a qualidade do conteúdo histórico fundamentais para os livros e os conceitos das Diretrizes.

[27] Para os Livros Didáticos utilizei todos os conceitos que defini como fundamentais para todos os alunos, segundo o item **4. Qualidade do conteúdo histórico** e todos os exercícios — Compulsórios e Livres — do item **5. Atividades de aprendizado que lidam com a história da matemática**, ambos do **Roteiro de Pesquisa**. Para os artigos, as informações do Quadro 9, nas **SEGUNDAS NOTAS METODOLÓGICAS**.

Conceitos	5ª série
Número	Números primos – [3] [A5; B5 e F5]; sistemas de numeração – [3] [E5; F5; I5; K5; L5 e S5] e frações – [3] [L5; O5 e P5].
Álgebra	—
Geometria	Geometria euclidiana – [3] [K5 e S5] e Sistema cartesiano (Geometria analítica) – [1] [L5].
Medidas	—
Estatística	—

Conceitos	6ª série
Número	Sistemas de numeração – [3] [P6] e frações – [3] [P6].
Álgebra	—
Geometria	Sistema cartesiano – [2] [A6; B6; L6; M6 e P6].
Medidas	—
Estatística	—

Conceitos	7ª série
Número	Números naturais – [3] [A7 e B7]; números primos – [3] [D7; G7 e P7]; números reais – [3] [S7] e números irracionais – [3] [K7 e L7].
Álgebra	Linguagem da matemática (álgebra) – [3] [A7 e B7].
Geometria	Teorema de Pitágoras – [2] [A7; B7; G7 e P7], sistema cartesiano – [2] [K7] e geometria euclidiana – [3] [L7].
Medidas	—
Estatística	—

Conceitos	8ª série
Número	Números racionais – [3] [A8] e números irracionais – [3] [A8 e B8].
Álgebra	Equações do 2º grau – [3] [A8; B8; C8; E8; J8; K8; N8; P8; Q8; R8 e S8]; equações da forma $x^n = a$ – [3] [S8] e sistema cartesiano – [2] [A8].
Geometria	Teorema de Pitágoras – [3] [A8; B8; E8 e K8]; geometria euclidiana – [3] [A8; B8; C8; D8; K8 e N8] e trigonometria – [2] [B8 e S8].
Medidas	Cálculo de áreas – [3] [S8].
Estatística	História e aplicações da estatística – [3] [B8].

O quadro seguinte faz o cruzamento dos exercícios que encontrei nos livros didáticos com os conceitos das Diretrizes.

	Livros Didáticos do Ensino Fundamental				
Conceitos	**5ª série**	**6ª série**	**7ª série**	**8ª série**	
Número	82 (98,8%)	36 (83,7%)	5 (22,7%)	18 (23,7%)	**141 (62,5%)**
Álgebra	—	6 (14,0%)	13 (59,1%)	39 (51,3%)	**58 (25,9%)**
Geometria	—	—	3 (13,6%)	18 (23,7%)	**21 (9,4%)**
Medidas	1 (1,2%)	1 (2,3%)	1 (4,5%)	1 (1,3%)	**4 (1,8%)**
Estatística	—	—	—	—	**—**
	83	**43**	**22**	**76**	**224**

E, por fim, o último quadro, que faz a distribuição dos artigos da RPM nos conceitos das Diretrizes.

Conceitos	ARTIGOS	
Número	ART1 – ART4 – ART19 – ART26 – ART30 – ART39 – ART40 – ART42 – ART44 – ART46 – ART52 – ART54 – ART55.	13 (41,9%)
Álgebra	ART3 – ART29 – ART31 – ART36 – ART53 – ART58 – ART61 – ART63 – ART64.	9 (29,0%)
Geometria	ART8 – ART10 – ART11 – ART34 – ART37 – ART56 – ART59 – ART60.	8 (25,8%)
Medidas	ART25.	1 (3,2%)
Estatística	—	—
		31

Não encontrei artigos ou exercícios sobre estatística e a maior concentração de ocorrências, em ambos, está no conceito número. Na próxima fase deste trabalho estão as considerações finais, onde farei a discussão de tudo o que mostrei até agora e, também, tentarei apontar para novas pesquisas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

QUANDO COMECEI ESTE trabalho acreditava que qualquer história era melhor que nenhuma história. Pensava que o simples fato de dar a conhecer aos alunos alguns aspectos que revelassem os porquês das coisas — esta era uma das faces da minha definição interna de história — era essencial para desvendar os mistérios da disciplina e mostrar a face humana da matemática. Neste sentido, eu usava a história como um elemento impulsionador para dar uma introdução aos conteúdos e tentar atingir a atenção dos alunos para temas que, muitas vezes, nada tinham a ver com eles. A história agia como elemento motivador e só isso. Eu fazia viagens por pontos turísticos.

Ao pesquisar sobre o assunto — o uso da história da matemática no ensino da disciplina — me dei conta da minha ingenuidade em encarar a história somente como motivadora — mesmo que ela seja — e como algo que iria despertar, por si só, o gosto dos alunos. Mesmo no meu entendimento de que a história era uma construção humana, afeita às vicissitudes de épocas, sociedades e políticas, estes aspectos não entravam nas minhas falas e planejamentos de aulas. Até porque a história que eu utilizava — aprendida por conta própria — era desvinculada da "outra" matemática e eu "nem colocava na prova". Era muito biográfica e ia mais pelo lado da curiosidade do que pelo da construção de conhecimentos. Preparava o cenário, mas não participava do desenrolar do roteiro.

E, dessa forma, não havia espaço para controvérsias, para as versões diferentes e — nem pensar — para as crises enfrentadas pelos matemáticos ou grupos de matemáticos que faziam a ciência. Internamente, mesmo tendo em conta a importância epistemológica, cultural e política da história eu me concentrava nos produtos acabados de "gênios", homens diferentes dos demais, que realizavam trabalhos solitários e — na minha concepção da época — imprescindíveis para a humanidade. Eram homens reverenciados. E quando se reverencia perde-se a capacidade da crítica.

Mas os alunos são muito sábios — já dizia Guimarães Rosa: "*mestre não é quem sempre ensina, mas quem de repente aprende*" — e numa dessas minhas incursões na história, como já comentei na justificativa desse trabalho, uma aluna comentou que a história contada havia despertado o significado do *x* no meio dos números. Então, a partir dali, a história passou a ter uma importância maior para mim. Mas eu esbarrava na minha formação. Os estudos "por conta" tiveram que virar pesquisa, não só da história, mas da importância dela no contexto escolar e na disciplina da matemática. Pulei de encarar a história como simples elemento motivador para encarar uma linha de pesquisa que me desse subsídio para atuar na aquisição dos conhecimentos por parte dos alunos e para justificar o seu uso em sala de aula.

Convencido da importância da história imagino que posso rebater os que são contra ela. Se não há tempo para a história e a matemática nos currículos já abarrotados, façamos a matemática ser contada através de sua história e não separada como tópicos de curiosidade. Se a única história possível não é a genuína — há uma diferença entre a perspectiva do matemático e a do historiador —, façamos com que o matemático se torne historiador e isso é uma prerrogativa dos cursos de formação de professores. Se não há literatura adequada, vamos investir em pesquisa, em debates e em discussões.

Por causa destas reflexões é que fui pesquisar os livros didáticos e os artigos da Revista do Professor de matemática (RPM) para saber como e qual história estava disponível aos professores. Tive uma boa surpresa com a quantidade de história que encontrei nos livros e nos artigos. Mas, nem tão boa assim quando o pesquisei a qualidade e distribuição dela, principalmente nos livros.

Os maiores problemas que encontrei serão discutidos a partir daqui. Os livros didáticos têm uma distribuição da história que deixa lacunas. Muitos conteúdos[28] aparecem muito mais que outros e alguns nem aparecem. Nos livros didáticos da 5ª série, por exemplo, há muito sobre número e geometria e nada de álgebra, medidas e estatística. Já os artigos têm muito pouco sobre medidas e nada sobre estatística. O professor que utiliza somente estas fontes para preparar suas aulas não pode utilizar a história nesses temas.

A maioria dos livros e artigos não trazem as fontes que utilizaram, deixando o professor sem a possibilidade de buscar mais ou de consultar outras diferentes. Quase não são discutidos erros, crises ou controvérsias nos processos de criação e descoberta da matemática. Somente um livro discute, por exemplo, que a fórmula de Bhaskara não é do

[28] Nesta análise os conteúdos dos livros referem-se àqueles dos Conceitos Científicos Essenciais das Diretrizes — número, álgebra, geometria, medidas e estatística — tratados como fundamentais nos livros.

matemático indiano. Geralmente os livros trazem versões únicas de acontecimentos matemáticos — um exemplo disso é a invenção da geometria que é sempre apresentada como tendo origem prática, quando num dos artigos analisados há pelo menos três versões: de Platão, Heródoto e Ariostóteles. Pouco se fala das condições sociais e políticas da época em que surgiram os conceitos ou que foram feitas as descobertas ou invenções e não há ligações entre períodos distintos. Uma das poucas exceções é a determinação do número π, porém as menções de tempo são sempre no sentido linear.

Os textos originais que aparecem nos livros são sempre fragmentados e aparecem mais para informar (ilustrar) que para formar. As maiores divergências que aparecem são de datas (principalmente nos dados biográficos dos matemáticos) e de textos (traduções). Os dados biográficos dos matemáticos são importantes, principalmente se fornecerem informações quanto à época, num sentido social e político. Mas, os livros se atem mais às datas. Os exercícios que envolvem a história são pouco explorados. Poderiam ter uma atuação mais forte no aprendizado, com a discussão de erros e a correspondência deles com a matemática atual.

Os problemas que me parecem mais sérios nos livros são — na maioria das vezes — a disposição dos conteúdos sobre história à margem: *boxes* separados e tratamento de curiosidade. Parecem que não fazem parte da matemática ensinada, caracterizando o desejo de somente ilustrar. E, também, a superficialidade com que são tratados, visto que raramente a formação, a gênese, dos conceitos.

Mas, no geral, os livros têm muita história. Mesmo que faltem alguns conteúdos, o professor que decidir utilizar a história em sala de aula poderá utilizar os livros analisados e os artigos. Porém, é imprescindível que este professor — se desejar enveredar pelo caminho da história — se torne um pesquisador e busque outras fontes. Se ficar somente com os livros e artigos corre o risco de ter uma história “capenga” e cheia de lacunas.

Chegando ao final deste trabalho mudei muito minha visão sobre a história da matemática no ensino, mas uma coisa eu continuo pensando: qualquer história é melhor que nenhuma história, pois quem a usa um dia pára, pensa e pode virar um pesquisador para melhorar. Porém, os livros didáticos e os artigos da RPM — que foram estudados neste trabalho —, que estão à disposição do professor não dão conta de toda a história. Os livros didáticos estão cheios de lacunas, mas representam um bom começo se aliados aos livros de história da matemática e aos paradidáticos. Os artigos da RPM também não abarcam todos os tópicos, mas têm um material muito bom para se trabalhar com história.

E, pra terminar como comecei — com Guimarães Rosa — lembrei quando *Diadorim* disse: "*Riobaldo, a colheita é comum, mas o capinar é sozinho*". Assim, espero ter contribuído para as discussões.

APÊNDICES

I – Análise Quantitativa dos Livros Didáticos

5ª Série – 14 livros didáticos

LDA5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
	UN. I – Números e Operações				
Cap. 1	Representação dos números	18	12 (66,7%)	36	5 (13,9%)
Cap. 2	Operações aritméticas e a resolução de problemas	26	—	97	—
	UN. II – Números e suas Regularidades				
Cap. 3	Brincando com números	16	9 (56,3%)	55	—
Cap. 4	Múltiplos e divisibilidade	14	—	53	—
Cap. 5	Os números primos	16	6 (37,5%)	64	—
Cap. 6	Potências	12	2 (16,7%)	24	—
	UN. III – Geometria				
Cap. 7	Representação de figuras espaciais	24	1 (4,2%)	32	—
Cap. 8	Geometria dos recortes	14	1 (7,1%)	32	—
	UN. IV – Novos Números e as Medidas				
Cap. 9	Frações	26	—	54	—
Cap. 10	Os números decimais	14	1 (7,1%)	29	—
Cap. 11	Porcentagens	12	—	28	—
Cap. 12	Os sistemas de medidas	21	3 (14,3%)	63	—
Cap. 13	Operações com calculadora	7	—	16	—
		220	**35 (15,9%)**	**583**	**5 (0,9%)**
LDB5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
	I				
1	Números: uma grande invenção do homem	18	10 (5,6%)	31	4 (12,9%)
2	As oper. Aritméticas e a resolução de problemas	40	1 (2,5%)	125	—
3	Geometria do espaço	15	—	28	—
	II				
4	Brincando com os números	8	2 (25,0%)	9	—
5	Nos Quadrados, triangulares e outras seqüências	11	—	50	—
6	Múltiplos e divisibilidade	25	1 (4,0%)	67	—
7	Polígonos	7	—	12	—
	III				
8	Os números primos	20	4 (20,0%)	62	1 (1,6%)
9	Potências	15	—	24	—
10	Compondo e decompondo figuras	14	—	41	—
	IV				
11	As frações	31	—	56	—
12	Os números decimais	21	—	30	—
13	Os sistemas de medida	25	2 (8,0%)	64	—
14	Porcentagens	21	—	33	—
	Glossário	2	1 (50,0%)	—	—
	Para saber e gostar mais de Matemática	1	—	—	—
	Respostas	11	—	—	—
	Referências bibliográficas	3	—	—	—
		288	**21 (7,3%)**	**632**	**5 (0,8%)**
LDC5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
	UN. I – Números Naturais				
Cap. 1	A matemática também tem história	8	7 (87,5%)	16	5 (31,3%)
Cap. 2	O sistema de numeração decimal	5	2 (40,0%)	11	—

Cap. 3	Os números naturais	7	—	27	—
Cap. 4	Trabalhando com conjuntos	5	—	13	—
Cap. 5	Adição de números decimais	5	—	18	—
Cap. 6	Descobrindo as propriedades da adição	3	—	13	—
Cap. 7	Multiplicação de números naturais	5	—	22	—
Cap. 8	Descobrindo as propriedades da multiplicação	4	—	17	—
Cap. 9	O que é operação inversa?	4	1 (25,0%)	12	—
Cap. 10	Subtração de números naturais	5	—	23	—
Cap. 11	Divisão de números naturais	7	—	30	—
Cap. 12	Potenciação e radiciação de números racionais	8	1 (12,5%)	26	—
Cap. 13	Descobrindo as propriedades da radiciação	4	—	16	—
Cap. 14	Par ou ímpar	4	—	14	—
Cap. 15	Os divisores naturais de um número	4	—	10	—
Cap. 16	Descobrindo regras de divisibilidade	3	—	20	—
Cap. 17	O que é um número primo	5	1 (20,0%)	15	—
Cap. 18	Máximo divisor comum	5	—	16	—
Cap. 19	Os múltiplos naturais de um número natural	5	—	21	—
	Exercícios complementares – UN. I	12	—	179	—
	UN. II – Geometria e Medidas				
Cap. 20	O nascimento da geometria	10	1 (10,0%)	13	—
Cap. 21	O que é medir?	4	—	9	—
Cap. 22	Aperfeiçoando o nosso sistema de numeração	9	—	34	—
Cap. 23	Trabalhando com comprimentos	8	—	29	—
Cap. 24	Trabalhando com áreas	14	—	42	—
Cap. 25	Trabalhando com volumes	11	—	40	—
Cap. 26	Trabalhando com capacidades	7	—	28	—
Cap. 27	Trabalhando com massas	5	—	29	—
	Exercícios complementares – UN. II	5	—	73	—
	UN. III – Números Fracionários e Decimais				
Cap. 28	Um novo símbolo para a divisão	10	—	34	—
Cap. 29	Frações equivalentes	10	—	32	—
Cap. 30	Adição e subtração de números fracionários	7	—	21	—
Cap. 31	Multiplicação e divisão de números fracionários	5	—	15	—
Cap. 32	Potenciação e radiciação de números fracionários	4	—	18	—
Cap. 33	Números decimais	7	1 (14,3%)	24	—
Cap. 34	Adiç., subtr. e multipl. de n^{os} na notação decimal	6	—	26	—
Cap. 35	Div., potenc. e radic. de n^{os} na notação decimal	8	—	37	—
Cap. 36	Uma notação espec. para fraç. de denominador 100	4	—	21	—
	Exercícios complementares – UN. III	6	—	82	—
		248	**14 (5,6%)**	**1126**	**5 (0,4%)**
LDD5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Un. 1	Gráficos	13	—	24	—
Un. 2	Números naturais, adição e subtração	35	2 (5,7%)	116	—
Un. 3	Espaço e forma	17	—	41	—
Un. 4	Possibilidades, multiplicação e divisão	31	—	104	—
Un. 5	Múltiplos, divisores e números primos	13	—	42	—
Un. 6	Ângulos, paralelas e perpendiculares	19	—	26	—
Un. 7	Números decimais	31	—	91	—
Un. 8	Áreas	17	—	28	—
Un. 9	Simetria	13	—	22	—
Un. 10	Frações	35	—	106	—
Un. 11	Números inteiros	4	—	5	—
	Sólidos geométricos	8	—	—	—
	Glossário	10	—	—	—
	Bibliografia recomendada e comentada para o aluno	1	—	—	—
		247	**2 (0,8%)**	**605**	**—**
LDE5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Os números naturais	8	3 (37,5%)	13	—
2	Sistemas de numeração	12	7 (58,3%)	24	8 (33,3%)
3	Operações com números naturais	42	—	168	—
4	Divisibilidade: divisores e múltiplos	30	1 (3,3%)	108	—
5	A forma fracionária dos números racionais	52	2 (3,8%)	144	—
6	A forma decimal dos números racionais	32	1 (3,3%)	104	—
7	Geometria	26	2 (7,7%)	54	—
8	Medindo comprimentos e superfícies	26	2 (7,7%)	95	—
9	Medindo o volume e a capacidade	16	—	51	—
10	Medindo a massa	10	—	35	—

	Bibliografia	2	—	—	—
	Respostas dos exercícios	7	—	—	—
		263	**18 (6,8%)**	**796**	**8 (1,0%)**
LDF5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Un. 1	Numeração e sistemas de numeração	30	17 (56,7%)	66	9 (13,6%)
Un. 2	Os números naturais (N)	72	8 (11,1%)	263	1 (0,4%)
Un. 3	Divisibil.: divisores e múltiplos de números naturais	36	4 (11,1%)	133	1 (0,8%)
Un. 4	Os números racionais e sua forma fracionária	74	5 (6,8%)	220	—
Un. 5	Os números racionais e sua forma decimal	40	1 (2,5%)	125	—
Un. 6	Os números e o sistema decimal de medidas	32	6 (16,7%)	102	1 (1,0%)
	Bibliografia	1	—	—	—
	Respostas	7	—	—	—
		292	**41 (14,0%)**	**909**	**12 (1,3%)**
LDI5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Números	18	12 (66,7%)	51	11 (21,6%)
2	Os números naturais	16	—	65	—
3	Números naturais – operações	35	1 (2,9%)	136	—
4	Potenciação e radiciação	13	2 (15,4%)	38	—
5	Divisibilidade	26	1 (3,8%)	116	—
6	Frações	19	2 (10,5%)	53	—
7	Os números racionais absolutos	33	—	99	—
8	Decimais	15	—	42	—
9	Decimais – operações	21	—	66	—
10	Sistema de medida	17	2 (11,8%)	55	—
11	Geometria – introdução	32	2 (6,3%)	48	—
12	Áreas e volumes	25	—	62	—
	Respostas	12	—	—	—
		282	**22 (7,8%)**	**831**	**11 (1,3%)**
LDK5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Sistemas de numeração	15	9 (60,0%)	27	5 (18,5%)
Cap. 2	Figuras e formas	20	4 (20,0%)	61	—
Cap. 3	Números naturais	15	—	60	—
Cap. 4	Multiplicação e divisão de números naturais	24	—	85	—
Cap. 5	Figuras planas	29	6 (20,7%)	69	—
Cap. 6	Potenciação e raiz quadrada de números naturais	9	3 (33,3%)	41	—
Cap. 7	Sistemas de coordenadas	15	—	36	—
Cap. 8	Múltiplos e divisores	18	2 (11,1%)	78	—
Cap. 9	Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum	12	1 (8,3%)	53	—
Cap. 10	Simetria	16	—	40	—
Cap. 11	Frações	19	2 (10,5%)	78	—
Cap. 12	Operações com frações	25	—	110	—
Cap. 13	Representação decimal	15	2 (13,3%)	33	—
Cap. 14	Algumas operações com decimais	16	1 (6,3%)	76	—
Cap. 15	Divisão de decimais e porcentagem	22	—	92	—
Cap. 16	Medidas de comprimento	17	1 (5,9%)	60	—
Cap. 17	Áreas	19	—	51	—
Cap. 18	Volume e capacidade	13	—	33	—
Cap. 19	Massa e peso	7	—	21	—
	Respostas	16	—	—	—
	Bibliografia	2	—	—	—
		344	**30 (8,7%)**	**1104**	**5 (0,5%)**
LDL5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Sistemas de numeração – geometria informal	22	14 (63,6%)	45	19 (42,2%)
Cap. 2	Números naturais ou números para contar	50	5 (10,0%)	160	—
Cap. 3	Pot. e raiz quadrada; múltip. e divis. de n^{os} naturais	17	2 (11,8%)	76	1 (1,3%)
Cap. 4	Organizando informações: tabelas e gráficos	11	2 (18,2%)	13	—
Cap. 5	A fração	42	8 (19,0%)	125	—
Cap. 6	A notação decimal	37	1 (2,7%)	112	—
Cap. 7	Perímetro, área, volume, capacidade e massa	77	2 (2,6%)	163	—
	Banco de exerc. e probl. (já incluídos na col. Ex.)	22	2 (9,1%)	176	—
	Respostas	22	—	—	—
	Bibliografia	2	—	—	—
	Índice de assuntos	2	—	—	—
		304	**36 (11,8%)**	**870**	**20 (2,3%)**
LDO5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Operações com números naturais	49	—	199	—

Cap. 2	Geometria	33	—	91	—
Cap. 3	Múltiplos e divisores	29	—	152	—
Cap. 4	Frações e decimais	81	3 (3,7%)	323	—
Cap. 5	Medidas	29	—	86	—
	Respostas dos exercícios	6	—	—	—
	Sugestões bibliográficas para o aluno	1	—	—	—
		228	**3 (1,3%)**	**851**	**—**
LDP5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Um panorama da matemática	21	—	66	—
2	Formas tridimensionais	16	—	58	—
3	Operações fundamentais	15	1 (6,7%)	74	—
4	Formas planas	22	—	69	—
5	Múltiplos e divisores	18	—	75	—
6	Frações e porcentagens	18	3 (16,7%)	69	2 (2,9%)
7	Construções geométricas	11	—	18	—
8	Medidas e números decimais	16	—	61	—
9	Operações com números decimais	16	3 (18,8%)	66	—
10	Estatística	13	—	46	—
11	Linguagem matemática	13	—	63	—
12	Áreas e perímetros	14	5 (35,7%)	45	—
13	Simetria	15	—	44	—
14	Generalizações	10	—	35	—
15	Adição e subtração de frações	11	3 (27,3%)	39	—
	Sugestões de leitura para o aluno	1	—	—	—
	Referências bibliográficas	1	—	—	—
	Problemas e exercícios complementares	31	—	227	—
	Supertestes para você avaliar a si mesmo	13	—	133	—
	Dicionário	18	—	—	—
	Conferindo respostas	6	—	—	—
	Bloco de folhas especiais (planificações)	8	—	—	—
		307	**15 (4,9%)**	**1188**	**2 (0,2%)**
LDQ5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. I	Números naturais e sistemas de numeração	16	4 (25,0%)	68	—
Cap. II	Operações com números naturais	35	—	136	—
Cap. III	Múltiplos e divisores	18	—	88	—
Cap. IV	Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum	12	—	66	—
Cap. V	Números fracionários	52	—	178	—
Cap. VI	Números decimais	17	—	70	—
Cap. VII	Geometria e medidas	27	—	43	—
Cap. VIII	Conceito de medida e sistemas de medida	28	—	100	—
	Respostas dos exercícios E	9	—	—	—
	Histórias para gostar de matemática	14	1 (7,1%)	—	—
	Pranchas de apoio pedagógico	53	—	—	—
		281	**5 (1,8%)**	**749**	**—**
LDR5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Conjuntos	19	3 (15,8%)	99	—
Cap. 2	Números naturais	53	—	381	—
Cap. 3	Divisores e múltiplos nos naturais	23	1 (4,3%)	178	—
Cap. 4	Números racionais e absolutos	50	—	206	—
Cap. 5	Geometria	20	1 (5,0%)	85	—
Cap. 6	Unidades de medidas	31	—	147	—
	Respostas dos exercícios	17	—	—	—
		213	**5 (2,3%)**	**1096**	**—**
LDS5		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Números	18	7 (38,9%)	68	7 (10,3%)
2	Operações com números naturais	37	1 (2,7%)	165	2 (1,2%)
3	Divisibilidade	26	—	127	—
4	Os n^{os} racionais e sua representação fracionária	30	—	86	—
5	Oper. com n^{os} racionais escritos na forma de fração	31	2 (6,5%)	83	—
6	Os n^{os} racionais, sua represent. decimal e operações	38	2 (5,3%)	119	—
7	Estudando figuras geométricas	36	1 (2,8%)	85	—
8	Comprimentos e áreas	30	4 (13,3%)	106	1 (0,9%)
9	Volumes, capacidades e massas	26	—	98	—
	Respostas dos exercícios complementares e testes	5	—	—	—
	Suplemento de consulta	5	—	—	—
	Sugestões de leitura para o aluno	1	—	—	—

	Bibliografia	1	—	—	—
		284	**17 (6,0%)**	**937**	**10 (1,1%)**

6ª Série – 12 livros didáticos

LDA6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
	UN. I – Números racionais: operações e aplicações				
Cap. 1	Aritmética prática: médias	12	—	30	—
Cap. 2	Medidas de massa	6	4 (66,7%)	24	—
Cap. 3	Aprofundando o estudo das frações	33	4 (12,1%)	72	—
Cap. 4	Radiciação – a Sexta operação	9	1 (11,1%)	16	—
	UN. II – Números Relativos				
Cap. 5	Os números inteiros	34	6 (17,6%)	74	—
	UN. III – Geometria				
Cap. 6	Ângulos	21	1 (4,8%)	58	—
Cap. 7	Polígonos, ângulos, ladrilhos e pavimentos	13	—	26	—
	UN. IV – Representações Matemáticas				
Cap. 8	Manipulação de quantidades desconhecidas	23	3 (13,0%)	45	—
Cap. 9	Proporcionalidade	25	—	82	—
Cap. 10	Geometria e proporcionalidade	24	3 (12,5%)	53	—
Cap. 11	Representações gráficas	17	4 (2,4%)	43	—
Cap. 12	A calculadora na 6ª série	13	—	39	—
		230	**26 (11,3%)**	**562**	**—**
LDB6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
	I				
1	Aritmética prática: médias	19	—	28	—
2	Medindo massas	8	4 (50,0%)	21	—
3	Ângulos	28	3 (10,7%)	58	—
	II				
4	Aprof. o est. das frações – adição e subtração	23	1 (4,3%)	36	—
5	Conexões matemáticas	11	—	25	—
6	Polígonos, ângulos, ladrilhos e pavimentos	15	—	24	—
	III				
7	Radiciação: a sexta operação	16	2 (12,5%)	26	—
8	Números negativos	31	1 (3,2%)	45	—
9	Quantidades desconhecidas e as equações	25	—	50	—
10	Representações gráficas	22	2 (9,1%)	41	—
	IV				
11	Proporcionalidade	31	—	67	—
12	Geometria e proporcionalidade	28	5 (17,9%)	47	—
13	Multiplicação e divisão de números racionais	21	2 (9,5%)	39	—
	Glossário	1	—	—	—
	Para saber e gostar mais de matemática	1	—	—	—
	Respostas	6	—	—	—
	Referências bibliográficas	2	—	—	—
		288	**20 (6,9%)**	**507**	**—**
LDG6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Números naturais	26	10 (38,5%)	107	24 (22,4%)
2	Números decimais e frações	28	—	107	—
3	Formas geométricas	41	—	103	—
4	Medidas	23	—	85	—
5	Proporcionalidade	16	—	47	—
6	Números negativos ou positivos	32	—	124	—
7	Construções geométricas	16	—	50	—
8	Usando letras em matemática	12	—	40	—
9	Equações	18	3 (16,7%)	73	1 (1,0%)
10	Porcentagens	12	—	48	—
11	Estatística e gráficos	17	—	47	—
12	Áreas e volumes	21	—	61	—
	100 supertestes	13	1 (7,7%)	100	—
	Dicionário ilustrado	22	1 (4,5%)	—	—

	Sugestões bibliográficas para o aluno	1	—	—	—
		298	**15 (5,0%)**	**992**	**25 (2,5%)**
LDH6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. I	Os números negativos e positivos	8	2 (25,0%)	14	—
Cap. II	Os números inteiros	41	—	163	—
Cap. III	Os números racionais	23	—	82	—
Cap. IV	As equações do 1º grau	50	1 (2,0%)	132	—
Cap. V	As inequações do 1º grau	13	—	36	—
Cap. VI	As proporções	47	—	147	—
Cap. VII	Medindo ângulos	44	2 (4,5%)	114	—
	Sugestões de leituras para os alunos	1	—	—	—
		227	**5 (2,2%)**	**688**	**—**
LDJ6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Números inteiros	17	1 (5,9%)	54	—
2	Números inteiros: operações	35	—	153	—
3	Números racionais	35	—	127	—
4	Equações do 1º grau com uma incógnita	29	2 (6,9%)	93	—
5	Inequações	19	—	47	—
6	Sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas	17	—	40	—
7	Razões e proporções	25	—	40	—
8	Proporcionalidade	24	—	70	—
9	Porcentagem e juro simples	18	—	55	—
10	Geometria	36	1 (2,8%)	104	—
	Respostas	10	—	—	—
		265	**4 (1,5%)**	**783**	**—**
LDK6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Números negativos e números positivos	13	4 (30,8%)	39	—
Cap. 2	Adição e subtração de números inteiros	18	2 (11,1%)	50	—
Cap. 3	Outras operações com números inteiros	28	2 (7,1%)	99	—
Cap. 4	Gráficos	14	—	38	—
Cap. 5	Ângulos	18	3 (16,7%)	35	—
Cap. 6	Classificando ângulos	12	—	20	—
Cap. 7	Números racionais	14	—	40	—
Cap. 8	Adição e subtração de números racionais	9	—	32	—
Cap. 9	Outras operações com números racionais	21	2 (9,5%)	76	—
Cap. 10	Triângulos	20	—	41	—
Cap. 11	Quadriláteros	12	3 (25,0%)	22	—
Cap. 12	Sentenças matemáticas	11	2 (18,2%)	36	—
Cap. 13	Equações	19	2 (10,5%)	57	1 (1,8%)
Cap. 14	Inequações de 1º grau	12	2 (16,7%)	32	—
Cap. 15	Sistema de equações de 1º grau	10	1 (10,0%)	31	—
Cap. 16	Simetria e translação	17	—	38	—
Cap. 17	Razões e proporções	29	—	82	—
Cap. 18	Porcentagem	13	—	58	—
Cap. 19	Razões e previsões	19	—	40	—
Cap. 20	Circunferência e círculo: medidas	21	5 (23,8%)	57	—
Cap. 21	Prismas retangulares	12	—	30	—
	Respostas	15	—	—	—
	Bibliografia	2	—	—	—
		359	**28 (7,8%)**	**953**	**1 (0,1%)**
LDL6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Números negativos	41	3 (7,3%)	135	—
Cap. 2	Conjuntos de números	29	8 (27,6%)	100	—
Cap. 3	Equações	39	4 (10,3%)	123	—
Cap. 4	Medidas de arcos de circunferência e de ângulos	27	4 (14,8%)	76	1 (1,3%)
Cap. 5	Sistemas de equações – Inequações	38	2 (5,3%)	95	—
Cap. 6	Proporções, regras de três, matemática financeira	41	3 (7,3%)	128	—
	Banco de exercícios e problemas	23	—	192	—
	Respostas	22	—	—	—
	Bibliografia	2	—	—	—
	Índice de assuntos	2	—	—	—
		264	**24 (9,1%)**	**849**	**1 (0,1%)**
LDM6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Números inteiros	47	1 (2,1%)	205	—
Cap. 2	Números racionais	31	—	159	—
Cap. 3	Equações, sistemas e inequações	41	2 (4,9%)	198	1 (0,5%)

Cap. 4	Razões, proporções e porcentagem	36	1 (2,8%)	150	—
Cap. 5	Ângulos	16	—	58	—
Cap. 6	Gráficos	13	5 (38,5%)	36	—
	Respostas dos exercícios	6	—	—	—
		190	**9 (4,7%)**	**806**	**1 (0,1%)**
LDP6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Números	16	12 (75,0%)	63	12 (19,0%)
2	Construções geométricas	24	—	82	—
3	Padrões numéricos	17	2 (11,8%)	66	—
4	Cálculos com números decimais e frações	15	—	59	—
5	Medidas	19	2 (10,5%)	76	—
6	Números negativos e contabilidade	20	—	76	—
7	Proporcionalidade	15	—	53	—
8	Mapas e localização	18	2 (11,1%)	47	—
9	Tratamento da informação	23	—	70	—
10	Multiplicação e divisão de números com sinais	16	3 (18,8%)	47	—
11	Usando letras em matemática	15	—	38	—
12	Áreas e volumes	19	—	53	—
13	Equações	18	2 (11,1%)	80	2 (2,5%)
14	Geometria tridimensional	12	—	46	—
	Sugestões de leitura para o aluno	1	—	—	—
	Referências bibliográficas	1	—	—	—
	Problemas e exercícios complementares	33	—	240	—
	Supertestes para você avaliar a si mesmo	44	—	118	—
	Dicionário	20	1 (5,0%)	—	—
	Conferindo respostas	8	—	—	—
		354	**24 (6,8%)**	**1214**	**14 (1,2%)**
LDQ6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. I	Potências e raízes	22	—	76	—
Cap. II	Números inteiros relativos	10	—	51	—
Cap. III	Operações com números inteiros	19	—	90	—
Cap. IV	Números racionais relativos	20	—	70	—
Cap. V	Equações e problemas numa só variável	20	—	81	—
Cap. VI	Inequações numa só variável	8	—	34	—
Cap. VII	Sistemas de equações do 1º grau	17	—	75	—
Cap. VIII	Razões e proporções	23	—	119	—
Cap. IX	Regra de três	12	—	57	—
Cap. X	Porcentagem e juros simples	10	—	60	—
Cap. XI	Ângulos: conceitos e relações	26	—	66	—
Cap. XII	Polígonos e seus elementos	19	—	51	—
	Respostas dos exercícios E	11	—	—	—
	Histórias para gostar de matemática	14	5 (35,7%)	10	—
	Pranchas de apoio pedagógico	51	—	—	—
		282	**5 (1,8%)**	**840**	**—**
LDR6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Números inteiros	47	1 (2,1%)	266	—
Cap. 2	Números racionais	31	—	72	—
Cap. 3	Equações do 1º grau	30	—	209	—
Cap. 4	Inequações do 1º grau	10	1 (10,0%)	69	—
Cap. 5	Sistemas de equações	18	—	86	—
Cap. 6	Razões e proporções	36	—	167	—
Cap. 7	Geometria	19	—	95	—
	Respostas dos exercícios	15	—	—	—
		206	**2 (1,0%)**	**964**	**—**
LDS6		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Os números inteiros	37	1 (2,7%)	132	—
2	Números racionais	35	1 (2,9%)	121	—
3	Equações	31	2 (6,5%)	140	1 (0,7%)
4	Inequações	12	—	49	—
5	Sistemas de equações	16	—	68	—
6	Razões e proporções	24	2 (8,3%)	90	—
7	Grandezas proporcionais	19	—	68	—
8	Porcentagem	18	2 (11,1%)	70	—
9	Ângulos	38	2 (5,3%)	104	—
10	Áreas de regiões poligonais planas	21	1 (4,8%)	72	—
	Respostas dos exercícios complementares e testes	5	—	—	—

	Suplemento de consulta	5	—	—	—
	Sugestões de leitura para o aluno	1	—	—	—
	Bibliografia	1	—	—	—
		263	**11 (4,2%)**	**914**	**1 (0,1%)**

7ª Série – 15 livros didáticos

LDA7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
	UN. I – Medidas e Representações				
Cap. 1	Medidas de capacidade e volume	13	5 (38,5%)	38	—
Cap. 2	Representação de sólidos	10	—	15	—
	UN. II – Álgebra (parte I)				
Cap. 3	Os símbolos e os códigos	7	3 (42,9%)	6	—
Cap. 4	A linguagem da matemática	22	5 (22,7%)	81	1 (1,2%)
Cap. 5	Varia, variável, varia	38	8 (21,1%)	126	2 (1,6%)
Cap. 6	As fór. e a geom. – a ling. da álg. e as fórm. de área	25	—	52	—
Cap. 7	Algebreira: calculando com letras	30	2 (6,7%)	48	—
	UN. III – Geometria				
Cap. 8	Curvas maravilhosas	19	1 (5,3%)	53	—
Cap. 9	Regularidades na geometria	32	2 (6,3%)	62	—
Cap. 10	Teorema de Pitágoras	9	9 (100,0%)	14	1 (7,1%)
	UN. IV – Álgebra (parte II)				
Cap. 11	Sistemas de equações do 1º grau	20	2 (10,0%)	56	—
Cap. 12	A álgebra do taxista	4	1 (25,0%)	5	—
	UN. V – Probabilidade				
Cap. 13	Probabilidade	17	—	20	—
		246	**38 (15,4%)**	**576**	**4 (0,7%)**
LDB7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
	I				
1	Medidas de capacidade e volume	16	2 (12,5%)	36	—
2	Representação de sólidos	11	1 (9,1%)	12	—
	II				
3	Os símbolos e os códigos	10	7 (70,0%)	10	—
4	A linguagem da matemática	29	—	87	1 (1,1%)
5	Área de figuras planas	17	—	37	—
6	Relações entre álgebra e geometria	15	—	12	—
7	Varia variável, varia	48	7 (14,6%)	112	1 (0,9%)
8	Algebreira: calculando com letras	42	1 (2,4%)	48	—
	III				
9	Curvas maravilhosas	21	1 (4,8%)	44	—
10	Triângulos e quadriláteros	21	—	47	—
11	Simetrias	17	2 (11,8%)	19	—
12	Teorema de Pitágoras	9	9 (100,0%)	15	—
	IV				
13	Sistemas de equação do 1º grau	27	1 (3,7%)	46	—
	V				
14	Probabilidades	21	3 (14,3%)	24	—
	Glossário	2	2 (100,0%)	—	—
	Para saber e gostar mais de matemática	1	—	—	—
	Respostas	7	—	—	—
	Referências bibliográficas	3	—	—	—
		317	**36 (11,4%)**	**542**	**2 (0,4%)**
LDD7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Un. 1	Ângulos	19	—	63	—
Un. 2	Números	21	3 (14,3%)	68	1 (1,5%)
Un. 3	Quadriláteros e triângulos	39	—	62	—
Un. 4	Números racionais	15	—	58	—
Un. 5	Potências e raízes	11	—	45	—
Un. 6	Álgebra	35	—	96	—
Un. 7	Áreas e volumes	31	—	70	—
Un. 8	Proporcionalidade	27	—	61	—

Un. 9	Números irracionais	17	8 (47,1%)	31	1 (3,2%)
Un. 10	Geometria	45	6 (13,3%)	67	—
Un. 11	Tratamento da informação	29	—	48	—
	Glossário	12	—	—	—
	Bibliografia recomendada e comentada para o aluno	2	—	—	—
		303	**17 (5,6%)**	**669**	**2 (0,3%)**
LDE7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Os números reais	18	—	38	—
2	Introdução ao cálculo algébrico	12	2 (16,7%)	28	—
3	Estudo dos polinômios	60	3 (5,0%)	205	1 (0,5%)
4	Estudo das frações algébricas	16	2 (12,5%)	50	—
5	Equações de 1º grau com uma incógnita	14	2 (14,3%)	41	—
6	Sistemas de eq. de 1º grau com duas incógnitas	22	—	52	—
7	Geometria	20	2 (10,0%)	38	—
8	Âng. form. por 2 retas paral. com uma transversal	14	2 (14,3%)	31	—
9	Polígonos	26	—	70	—
10	Estudando os triângulos	30	—	79	—
11	Estudando os quadriláteros	16	—	60	—
12	Estudando a circunferência e o círculo	25	—	80	—
	Bibliografia	1	—	—	—
	Resposta dos exercícios	6	—	—	—
		280	**13 (4,6%)**	**772**	**1 (0,1%)**
LDG7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Aplicações da matemática	17	—	75	—
2	Números primos	15	5 (33,3%)	66	1 (1,5%)
3	Operações com frações	17	—	81	—
4	Construções geométricas	29	—	82	—
5	Potências e raízes	22	—	105	—
6	Ângulos e polígonos	32	—	95	—
7	Cálculo algébrico	30	1 (3,3%)	116	1 (0,9%)
8	Estatística e probabilidades	17	—	60	—
9	Perímetros, áreas e volumes	27	5 (18,5%)	67	1 (1,5%)
10	Equações e sistemas de equações	26	2 (7,7%)	99	1 (1,0%)
11	Geometria e proporcionalidade	23	2 (8,7%)	62	1 (1,6%)
12	Desenhando figuras espaciais	11	3 (27,3%)	29	—
	100 supertestes	11	—	100	—
	Dicionário ilustrado	27	5 (18,5%)	—	—
		304	**23 (7,6%)**	**1037**	**5 (0,5%)**
LDH7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. I	Os números irracionais	16	—	44	—
Cap. II	Os números reais	21	—	54	—
Cap. III	O cálculo algébrico: monômios	23	1 (4,3%)	82	—
Cap. IV	O cálculo algébrico: polinômios	11	—	30	—
Cap. V	O cálculo algébrico: produtos notáveis e fatoração	29	5 (17,2%)	77	—
Cap. VI	O plano cartesiano	20	1 (5,0%)	48	—
Cap. VII	Ângulos formados por retas	20	—	43	—
Cap. VIII	Os polígonos	19	—	44	—
Cap. IX	Os triângulos	32	—	58	—
Cap. X	Os quadriláteros	16	—	43	—
Cap. XI	A circunferência e o círculo	24	—	61	—
	Sugestões de leituras para os alunos	1	—	—	—
		232	**7 (3,0%)**	**584**	**—**
LDJ7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Números reais	16	—	38	—
2	Introdução ao cálculo algébrico	20	3 (15,0%)	70	—
3	Polinômios	18	—	52	—
4	Produtos notáveis	12	—	52	—
5	Fatoração	18	—	49	—
6	Frações algébricas	14	—	63	—
7	Equações	13	—	49	—
8	Sistema de equações	16	2 (12,5%)	40	—
9	Geometria – conceitos	19	1 (5,3%)	31	—
10	Retas paralelas	15	—	26	—
11	Polígonos	10	—	26	—
12	Triângulos	32	1 (3,1%)	78	—
13	Quadriláteros	18	2 (11,1%)	57	—

14	Circunferências	19	—	41	—
	Respostas	10	—	—	—
		250	**9 (3,6%)**	**672**	**—**
LDK7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Números reais	19	4 (21,1%)	45	—
Cap. 2	Potências de 10 e notação científica	16	—	46	—
Cap. 3	Monômios e polinômios	16	2 (12,5%)	43	—
Cap. 4	Polinômios	18	—	53	—
Cap. 5	Fatoração	20	—	61	—
Cap. 6	Equações de 1º grau	16	—	48	—
Cap. 7	Ângulos, retas e polígonos	20	—	54	—
Cap. 8	Simetrias	20	—	42	—
Cap. 9	Congruência de triângulos	23	—	55	—
Cap. 10	Construções geométricas e congruência	18	—	28	—
Cap. 11	Plano cartesiano e sistemas de equações	26	1 (3,8%)	64	—
Cap. 12	Inequações e os números reais	13	—	29	—
Cap. 13	Polígonos regulares e estrelados	12	—	25	—
Cap. 14	Circunferência e círculo	21	4 (19,0%)	47	—
Cap. 15	Sólidos	11	5 (45,5%)	27	—
Cap. 16	Dados, muitos dados	21	—	39	—
Cap. 17	Qual é a chance?	15	—	33	—
Cap. 18	Movimentação do dinheiro	14	—	47	—
	Respostas	14	—	—	—
	Bibliografia	2	—	—	—
		335	**16 (4,8%)**	**786**	**—**
LDL7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	O conjunto R dos números reais	27	8 (29,6%)	55	1 (1,8%)
Cap. 2	Expressões algébricas	33	2 (6,1%)	116	—
Cap. 3	Fatoração	22	3 (13,6%)	80	—
Cap. 4	Equações, inequações e sistemas de equações	63	2 (3,2%)	141	—
Cap. 5	Retas e planos; relações entre ângulos	20	4 (20,0%)	38	—
Cap. 6	Triângulos congruentes	56	7 (12,5%)	163	—
Cap. 7	Circunferências, arcos e ângulos	35	3 (8,6%)	79	—
	Banco de exercícios e problemas	25	—	200	—
	Respostas	27	—	—	—
	Bibliografia	2	—	—	—
	Índice de assuntos	2	—	—	—
		312	**31 (9,9%)**	**872**	**1 (0,1%)**
LDN7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Números reais	21	1 (4,8%)	63	—
Cap. 2	Introdução à álgebra	49	—	199	—
Cap. 3	Geometria	92	2 (2,2%)	269	—
Cap. 4	Frações algébricas	14	—	64	—
Cap. 5	Equações, sistemas e inequações	21	—	73	—
	Respostas dos exercícios	6	—	—	—
		203	**3 (1,5%)**	**668**	**—**
LDO7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Matemática comercial	10	—	41	—
Cap. 2	Números reais	21	1 (4,8%)	63	—
Cap. 3	Álgebra: monômios e polinômios	46	1 (2,2%)	193	—
Cap. 4	Geometria	80	2 (2,5%)	261	—
Cap. 5	Frações algébricas	14	—	64	—
Cap. 6	Equações, sistemas e inequações	20	—	68	—
	Respostas dos exercícios	6	—	—	—
	Sugestões bibliográficas para o aluno	1	—	—	—
		198	**4 (2,0%)**	**690**	**—**
LDP7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Números primos	14	7 (50,0%)	59	1 (1,7%)
2	Operações com frações	20	4 (20,0%)	76	—
3	Construções geométricas	15	2 (13,3%)	36	—
4	Aplicações da matemática	14	—	50	—
5	Retomando a álgebra	16	—	69	—
6	Ângulos, paralelas e polígonos	27	1 (3,7%)	88	—
7	Potências e raízes	22	2 (9,1%)	95	—
8	Simetrias	15	1 (6,7%)	43	—
9	Estatística e possibilidades	19	—	64	—

10	Desenhando figuras espaciais	14	—	32	—
11	Cálculo algébrico	22	3 (13,6%)	92	2 (2,2%)
12	Áreas e volumes	26	8 (30,8%)	66	1 (1,5%)
13	Sistemas de equações	15	2 (13,3%)	56	3 (5,4%)
14	Geometria experimental	22	—	59	—
	Sugestões de leitura para o aluno	1	—	—	—
	Referências bibliográficas	1	—	—	—
	Problemas e exercícios complementares	26	—	209	—
	Supertestes para você avaliar a si mesmo	13	—	113	—
	Dicionário	20	4 (20,0%)	—	—
	Conferindo respostas	9	—	—	—
	Bloco de folhas especiais	8	—	—	—
		339	**34 (10,0%)**	**1207**	**7 (0,1%)**
LDQ7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. I	Aplicações dos conjuntos numéricos de N a R	25	2 (8,0%)	47	—
Cap. II	Introdução à álgebra e operações com polinômios	24	—	64	—
Cap. III	Produtos not. e fatorações de expressões algébricas	24	3 (12,5%)	65	—
Cap. IV	mdc e mmc de polinômios. Frações algébricas	12	—	35	—
Cap. V	Equações fracionárias e literais redutíveis ao 1º grau	11	—	26	—
Cap. VI	P. cartes. E sist. Fracion. e literais redut. ao 1º grau	25	1 (4,0%)	56	—
Cap. VII	Princípios da geometria	11	3 (27,3%)	19	—
Cap. VIII	Estudo dos ângulos. Revisão e complementos	19	—	36	—
Cap. IX	Triângulo. Congruência	28	—	52	—
Cap. X	Paralelismo e perpendicularismo	22	1 (4,5%)	34	—
Cap. XI	Ângulos e diagonais de um polígono	11	—	38	—
Cap. XII	Quadriláteros	25	—	45	—
Cap. XIII	Circunferência e círculo	30	—	51	—
	Respostas dos exercícios E	11	—	—	—
	Histórias para gostar de matemática	15	7 (46,7%)	6	—
	Pranchas de apoio pedagógico	61	—	—	—
		354	**17 (4,8%)**	**574**	**—**
LDR7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Números reais	15	1 (6,7%)	26	—
Cap. 2	Potenciação e radiciação	17	—	63	—
Cap. 3	Cálculo algébrico	56	2 (3,6%)	288	—
Cap. 4	Equações do 1º grau	16	—	187	—
Cap. 5	Inequações do 1º grau	12	—	63	—
Cap. 6	Sistemas de equações	15	—	91	—
Cap. 7	Geometria	102	—	439	—
	Respostas dos exercícios	17	—	—	—
		250	**3 (1,2%)**	**1157**	**—**
LDS7		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Os números reais	29	7 (24,1%)	101	—
2	O cálculo algébrico	31	—	141	—
3	Produtos notáveis e fatoração	23	2 (8,7%)	102	—
4	Fraç. algébricas, eq. Fracionárias e equações literais	22	—	115	—
5	Sist. de inequações do 1º grau com duas incógnitas	17	5 (29,4%)	47	—
6	Retas e âng.: 2 fig. Imp. na const. do conhec. Geom.	28	—	79	—
7	Estudo dos polígonos	16	—	64	—
8	Estudo dos triângulos	33	6 (18,2%)	91	—
9	Estudo dos quadriláteros	15	—	75	—
10	Estudo da circunferência e do círculo	20	—	60	—
	Respostas dos exercícios complementares e testes	6	—	—	—
	Suplemento de consulta	3	—	—	—
	Sugestões de leitura para o aluno	1	—	—	—
	Bibliografia	1	—	—	—
		245	**20 (8,2%)**	**875**	**—**

8ª Série – 12 livros didáticos

LDA8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
	UN. I – Campos numéricos				
Cap. 1	Revisitando os conjuntos numéricos	31	2 (6,5%)	61	—
Cap. 2	Pi, o número mais famoso	26	6 (23,1%)	66	6 (9,1%)
	UN. II – Álgebra				
Cap. 3	Fatoração e cálculo algébrico	11	4 (36,4%)	19	—
Cap. 4	Equações de 2º grau	42	8 (19,0%)	74	3 (4,1%)
	UN. III – Fundamentos e geometria				
Cap. 5	Lógica e argumentação	13	5 (38,5%)	29	—
Cap. 6	Demonstrações em geometria	19	15 (7,9%)	44	2 (4,5%)
Cap. 7	Congruência e semelhança	24	3 (12,5%)	27	—
Cap. 8	Teorema de Pitágoras	15	9 (60,0%)	31	—
	UN. IV – Álgebra				
Cap. 9	Funções e gráficos	30	6 (20,0%)	53	1 (1,9%)
Cap. 10	Matemática comercial e financeira	17	—	26	—
		228	**58 (25,4%)**	**430**	**12 (2,8%)**
LDB8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
	I				
1	Revisitando os conjuntos numéricos	42	6 (14,3%)	61	—
2	Pi, o número mais famoso	26	8 (30,8%)	65	6 (9,2%)
	II				
3	Fatoração, produtos notáveis e cálculo algébrico	14	4 (28,6%)	20	—
4	Equações do 2º grau	25	6 (24,0%)	47	2 (4,3%)
5	Equações que se reduzem a uma equação do 2º grau	11	2 (18,2%)	16	—
6	Conexões matemáticas	10	1 (10,0%)	12	—
	III				
7	A arte de argumentar	10	4 (40,0%)	11	—
8	Demonstração em geometria	22	10 (45,5%)	41	2 (4,9%)
9	Congruência e semelhança	38	8 (21,1%)	45	—
10	Teorema de Pitágoras	16	8 (50,0%)	36	—
	IV				
11	Funções e gráficos	38	—	59	—
12	A matemática do taxista	5	—	8	—
13	Matemática comercial e financeira	22	—	37	—
	V				
14	Tratamento da informação	22	1 (%4,5)	14	—
	Glossário	3	3 (100,0%)	—	—
	Para saber e gostar mais de matemática	1	—	—	—
	Respostas	7	—	—	—
	Referências bibliográficas	3	—	—	—
		315	**61 (19,4%)**	**472**	**10 (2,1%)**
LDC8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
	UN. I – Números reais e equações do 2º grau				
Cap. 1	A linguagem dos conjuntos	8	1 (12,5%)	21	—
Cap. 2	Trabalhando com o conjunto dos números naturais	3	—	16	—
Cap. 3	O conjunto dos números inteiros	4	—	17	—
Cap. 4	O conjunto dos números racionais	7	—	24	—
Cap. 5	Trabalhando com notação científica	5	—	25	—
Cap. 6	O conjunto dos números reais	6	4 (66,7%)	31	4 (12,9%)
Cap. 7	Números reais na forma de radical	6	—	26	—
Cap. 8	Trabalhando com as propriedades dos radicais	6	—	37	—
Cap. 9	Usando a fatoração para resolver equações	7	—	31	—
Cap. 10	Equações incompletas do 2º grau	5	1 (20,0%)	31	—
Cap. 11	Equações completas do 2º grau	10	6 (60,0%)	35	3 (8,6%)
Cap. 12	Resolvendo equações mentalmente	5	—	16	—
Cap. 13	Recaindo em equações do 2º grau	5	1 (20,0%)	12	1 (8,3%)
Cap. 14	Recaindo em sistemas do 2º grau	11	—	73	—
	Exercícios complementares da Un. I	11	—	130	—
	UN. II – Geometria e medidas (I)				
Cap. 15	Trabalhando com comprimentos	5	1 (20,0%)	22	—
Cap. 16	Trabalhando com áreas	6	—	17	—

Cap. 17	Trabalhando com volume, capacidade e massa	8	—	18	—
Cap. 18	Trabalhando com o tempo	5	2 (40,0%)	19	—
Cap. 19	Trabalhando com dinheiro	6	—	19	—
Cap. 20	Trabalhando com dados estatísticos	18	—	52	—
	Exercícios complementares da Un. II	6	—	54	—
	UN. III – Gráficos				
Cap. 21	O referencial cartesiano	10	3 (30,0%)	16	—
Cap. 22	Gráficos cartesianos	14	1 (7,1%)	36	—
Cap. 23	A reta	3	—	16	—
Cap. 24	A parábola	9	—	23	—
Cap. 25	Gráficos de grandezas	8	—	25	—
	Exercícios complementares da Un. III	5	—	53	—
	UN. IV – Geometria e medidas (II)				
Cap. 26	Recordando ângulos	8	—	27	—
Cap. 27	Geometria experimental: o teorema de Tales	3	1 (33,3%)	8	—
Cap. 28	Geometria dedutiva: o teorema de Tales	5	4 (80,0%)	10	2 (20,0%)
Cap. 29	Geometria experimental: semelhança de triângulos	2	—	6	—
Cap. 30	Geometria dedutiva: triângulos semelhantes	8	2 (25,0%)	16	—
Cap. 31	Triângulos retângulos	7	1 (14,3%)	13	—
Cap. 32	Aplicando o teorema de Pitágoras	7	7 (100,0%)	31	—
Cap. 33	Geom. Experi.: trigonometria do triângulo retângulo	4	—	13	—
Cap. 34	Geom. dedutiva: trigon. do triângulo retângulo	7	—	33	—
Cap. 35	Geometria dedutiva: relações métricas no círculo	5	—	14	—
Cap. 36	Estudo de polígonos regulares	11	2 (18,2%)	22	—
	Exercícios complementares da Un. IV	15	—	99	—
		284	**37 (13,0%)**	**1187**	**10 (0,8%)**
LDD8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Un. 1	Tratam. da informação. Probabilidade e estatística	23	—	34	—
Un. 2	Números	35	3 (8,6%)	57	—
Un. 3	Equação do 2º grau	25	7 (28,0%)	61	8 (13,1%)
Un. 4	Geometria	39	4 (10,3%)	63	1 (1,6%)
Un. 5	Funções	25	—	38	—
Un. 6	Semelhança de polígonos	37	2 (5,4%)	51	—
Un. 7	Álgebra	5	—	12	—
Un. 8	Geometria	45	1 (2,2%)	75	—
Un. 9	Noções de trigonometria	9	1 (11,1%)	14	—
Un. 10	Matemática do comércio	11	—	22	—
	Sólidos geométricos	9	—	—	—
	Glossário	14	1 (7,1%)	—	—
	Bibliografia recomendada e comentada para o aluno	3	—	—	—
		280	**19 (6,8%)**	**427**	**9 (2,1%)**
LDE8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Estudando as potências e suas propriedades	16	—	70	—
2	Calculando com radicais	34	—	133	—
3	Equações de 2º grau	40	9 (22,5%)	113	1 (0,9%)
4	Função polinomial de 1º grau	30	2 (6,7%)	61	—
5	Função polinomial de 2º grau (ou função quadrática)	20	—	42	—
6	Segmentos proporcionais	20	5 (25,0%)	30	—
7	Semelhança	26	—	65	—
8	Estudando as relações métricas no triâng. retângulo	20	7 (35,0%)	70	1 (1,4%)
9	Estudando as relações trigonom. nos triângulos	24	1 (4,2%)	57	—
10	Estudando a circunferência e o círculo	20	2 (10,0%)	71	—
11	Estudando as áreas das figuras geométricas planas	20	1 (5,0%)	98	—
12	Noções elementares de estatística	18	—	28	—
	Bibliografia	2	—	—	—
	Respostas dos exercícios	6	—	—	—
		296	**27 (9,1%)**	**838**	**2 (0,2%)**
LDJ8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Potenciação	13	1 (7,7%)	51	—
2	Radiciação	16	3 (18,8%)	74	—
3	Radicais: operações	13	—	70	—
4	Equações do 2º grau	39	5 (12,8%)	90	—
5	Funções	30	1 (3,3%)	41	—
6	Tales e a geometria	16	9 (56,3%)	40	—
7	Semelhança	24	3 (12,5%)	56	1 (1,8%)
8	Semelhança: aplicações	35	12 (34,3%)	126	1 (0,8%)

9	Circunferência – relações métricas	22	2 (9,1%)	51	—
	Apêndice – Noções de estatística	28	—	42	—
	Respostas	12	—	—	—
		248	**36 (14,5%)**	**641**	**2 (0,3%)**
LDK8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Potenciação	16	—	52	—
Cap. 2	Radicais	12	—	40	—
Cap. 3	Radicais: operações e propriedades	20	7 (35,0%)	54	1 (1,9%)
Cap. 4	Proporção, para que te quero?	16	—	37	—
Cap. 5	Semelhança	33	7 (21,2%)	55	1 (1,8%)
Cap. 6	Semelhança de triângulos	28	2 (7,1%)	35	—
Cap. 7	Equações	30	7 (23,3%)	83	6 (7,2%)
Cap. 8	Mais equações, problemas, sistemas ...	17	—	48	—
Cap. 9	Triângulo retângulo	24	4 (16,7%)	45	2 (4,4%)
Cap. 10	Razões trigonométricas	28	3 (10,7%)	57	—
Cap. 11	Relações métricas, circunferências e áreas	35	—	71	—
Cap. 12	Funções	48	3 (6,3%)	84	—
Cap. 13	Um pouco de economia	13	—	31	—
Cap. 14	Números, medidas e cidadania	22	—	35	—
	Respostas	8	—	—	—
	Bibliografia	2	—	—	—
		352	**33 (9,4%)**	**727**	**10 (1,4%)**
LDL8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	O conjunto R dos números reais	28	12 (42,9%)	91	—
Cap. 2	Equações do 2º grau	51	16 (31,4%)	185	7 (3,8%)
Cap. 3	Funções polinomiais do 1º e 2º graus	45	3 (6,7%)	107	—
Cap. 4	Polígonos semelhantes	59	8 (13,6%)	173	2 (1,2%)
Cap. 5	Trigonometria	23	2 (8,7%)	70	—
Cap. 6	Cálculo de áreas	36	2 (5,6%)	114	1 (0,9%)
	Banco de exercícios e problemas	21	—	200	—
	Respostas	31	—	—	—
	Bibliografia	1	—	—	—
	Índice de assuntos	1	—	—	—
		296	**43 (14,5%)**	**940**	**10 (1,1%)**
LDN8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Potências e raízes	29	—	160	—
Cap. 2	Equações do 2º grau	37	6 (16,2%)	145	2 (1,4%)
Cap. 3	Geometria	91	17 (18,7%)	285	2 (0,7%)
Cap. 4	Funções	35	—	96	—
	Respostas dos exercícios	6	—	—	—
		198	**23 (11,6%)**	**686**	**4 (0,6%)**
LDP8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
1	Semelhança	27	2 (7,4%)	86	—
2	A Quinta e a Sexta operações	20	1 (5,0%)	79	1 (1,3%)
3	Equações e fatoração	18	—	83	—
4	Medidas	17	—	58	—
5	Estatística	20	—	62	—
6	Equações e sistemas de equações de 2º grau	16	7 (43,8%)	62	2 (3,2%)
7	Geometria dedutiva	20	—	75	—
8	Matemática, comércio e indústria	14	—	67	—
9	Trigonometria	20	—	66	—
10	Funções	25	4 (16,0%)	59	—
11	Construções geométricas	23	—	65	—
12	Círculo e cilindro	13	3 (23,1%)	37	1 (2,7%)
13	Classificação dos números	19	3 (15,8%)	70	1 (1,4%)
14	Técnica algébrica	11	—	40	—
	Sugestões de leitura para o aluno	1	—	—	—
	Referências bibliográficas	1	—	—	—
	Problemas e exercícios complementares	22	2 (9,1%)	198	—
	Supertestes para você avaliar a si mesmo	14	—	126	—
	Você e os vestibulinhos	16	—	100	—
	Dicionário	24	12 (50,0%)	—	—
	Conferindo respostas	20	—	—	—
	Bloco de folhas especiais	4	—	—	—
		365	**34 (9,3%)**	**1333**	**5 (0,4%)**

LDQ8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. I	Potências e raízes	23	—	68	—
Cap. II	Equações do 2º grau	32	3 (9,4%)	81	1 (1,2%)
Cap. III	Eq., sistemas e problemas redutíveis ao 2º grau	13	—	42	—
Cap. IV	Segmentos proporcionais. Teorema de Tales	17	4 (13,5%)	43	—
Cap. V	Semelhança de triângulos	19	—	44	—
Cap. VI	Relações métricas nos triângulos retângulos	16	3 (18,8%)	56	—
Cap. VII	Noções de trigonometria	15	—	44	—
Cap. VIII	Relações métricas em triângulos quaisquer	9	—	31	—
Cap. IX	Relaç. Métricas nos polígonos inscritos na circunf.	23	—	53	—
Cap. X	Áreas de figuras planas	25	—	101	—
Cap. XI	Funções	32	—	76	—
	Respostas dos exercícios E	9	—	—	—
	Iniciação à estatística	19	—	—	—
	Histórias para gostar de matemática	18	15 (83,3%)	—	—
	Pranchas de apoio pedagógico	47	—	—	—
		317	**25 (7,9%)**	**639**	**1 (0,2%)**
LDR8		Páginas	Pgs. C/ H.	Exercícios	Ex. C/ H.
Cap. 1	Radicais	40	—	280	—
Cap. 2	Equações do 2º grau	37	4 (10,8%)	308	1 (0,3%)
Cap. 3	Funções do 1º e do 2º grau	49	—	230	—
Cap. 4	Geometria	96	5 (5,2%)	363	—
	Respostas dos exercícios	20	—	—	—
		242	**9 (3,7%)**	**1181**	**1 (0,1%)**

II – Estrutura Interna dos Livros Didáticos

Os livros foram editados entre os anos de 1991 e de 2002 — **M** e **R** em 1991; **A** em 1994; **N** e **Q** em 1995; **E** e **I** em 1998; **D**, **H**, **K** e **O** em 1999; **B** e **F** em 2000; **G**, **J** e **L** em 2001; **C**, **P** e **S** em 2002 — e foram assinados por 26 autores (17 homens e nove mulheres). Através de indicações dos livros foi possível estabelecer o grau de formação de 23 dos autores[29]. Destes, 11 são licenciados em matemática; um é bacharel em matemática; um licenciado em física; um licenciado em ciências com habilitação em matemática; um bacharel e licenciado em matemática; um bacharel e licenciado em ciências matemáticas; um licenciado e pós-graduado em matemática; dois licenciados em matemática e mestres em educação matemática; um mestre em educação matemática; um licenciado em matemática, engenheiro mecânico de produção e mestre em matemática; um licenciado em matemática, pós-graduado em educação e mestrando em educação; um licenciado em matemática, jornalista e doutorando em didática da matemática.

As coleções **A** (1994); **C** (2002); **I** (1998); **J** (2001); **M** (1991); **N** (1995); **Q** (1995) e **R** (1991), não têm bibliografia. As coleções **E** (1998); **F** (2000); **K** (1999); **L** (2001); e **S** (2002), têm bibliografia o final dos volumes. A coleção **B**, 2000, tem uma seção, ao final de todos os volumes, chamada de "Para saber e gostar mais de Matemática" — onde o autor escreve "*preparamos algumas indicações de leitura bem legais. Aproveite!*" (8ª série, p. 324) — que apresenta uma série de sugestões de livros para os alunos. Os volumes desta coleção também apresentam referências bibliográficas. Os livros da coleção **D** (1999) trazem uma bibliografia recomendada e comentada para o aluno, onde recomenda e faz um breve resumo de cada obra citada. As coleções **G** (2001) e **H** (1999) têm sugestões bibliográficas para os alunos. As coleções **O** (1999) e **P** (2002) têm sugestões de leituras para os alunos, onde apresentam livros paradidáticos e, também, uma lista com referências bibliográficas.

As Coleções

A) – Coleção **Matemática atual**, 1994.

O autor, Antônio José Lopes Bigode, é licenciado em matemática e jornalista profissional. Os livros são divididos em unidades e estas em capítulos. Os capítulos trazem textos e os exercícios são denominados de atividades. Não há atividades de múltipla escolha. Os livros não têm bibliografia.

B) – Coleção **Matemática hoje é feita assim**, 2000.

O autor é o mesmo da coleção anterior. Esta, porém, traz uma pequena biografia (com foto) do autor e a informação que teria iniciado o doutorado em Didática da Matemática em 1995. Os livros são divididos em unidades e estas em capítulos. Os capítulos trazem textos com a teoria e os exercícios são denominados de atividades. Não há atividades de múltipla escolha. Ao final de cada capítulo há uma lista de exercícios denominada "Retomando" — que traz exercícios complementares ao capítulo — e um anexo chamado "Revistinha", que apresenta curiosidades, histórias de matemáticos e outros pontos que servem para enriquecer os temas discutidos no capítulo. Ao final, todos os livros têm um glossário e a seção "para saber e gostar mais de matemática", que apresenta indicação de livros para os alunos. Todos os livros têm bibliografia.

C) – Coleção **Matemática vida**, 2002.

Na página 3 aparece uma pequena biografia (com foto) dos autores: Vicenzo Bongiovanni, licenciado em matemática, engenheiro mecânico de produção e mestre em matemática; Olímpio Rudinin Vissoto Leite, licenciado em matemática e José Luiz Tavares Laureano, licenciado em matemática. Os livros são divididos

[29] Os livros didáticos **Q** não têm nome dos autores, a edição é de responsabilidade da Editora Scipione. Os livros **R** não apresentam nenhum currículo de seus três autores.

em unidades e estas em capítulos. Os capítulos começam com pequenos textos com definições e exemplos. Os exercícios aparecem após os títulos "Fazendo você aprende"; "Treinando em casa"; "Calculando" e "Brincando com números". Ao final de cada unidade existem duas séries de exercícios: "Opcionais da unidade" e "Exercícios complementares da unidade". Os livros não têm bibliografia.

D) – Coleção **Matemática na vida e na escola**, 1999.

As autoras — Ana Lúcia Gravato Bordeaux Rego e Cléa Rubinstein, ambas licenciadas em matemática e mestras em educação matemática; Elisabeth Maria França Borges, licenciada e pós-graduada em matemática; Elizabeth Ogliari Marques e Gilda Maria Quitete Portela, licenciadas em matemática — são apresentadas (através do currículo) no início do livro. Os livros são divididos em unidades. Estas têm um pequeno texto introdutório e apresentam exercícios. As listas de exercícios têm as seguintes denominações: "Atividades"; "Exercícios" e "Exercícios complementares". Cada unidade também tem alguns exercícios chamados "Desafios". Ao final do livro há uma "Bibliografia recomendada e comentada para o aluno".

E) – Coleção **A conquista da matemática – nova**, 1998.

José Ruy Giovanni, bacharel e licenciado em matemática; Benedito Castrucci, bacharel e licenciado em ciências matemáticas e José Ruy Giovanni Jr., licenciado em matemática são apresentados no início através do currículo. Os capítulos, em que se dividem os livros, iniciam com um texto introdutório geral. Depois, as subdivisões de cada capítulo têm definições e exemplos e exercícios com o título "Fixação". Ao final de cada capítulo a seção "Retomando o que aprendeu" apresenta uma série de exercícios e o anexo "Jornais e Revistas" traz curiosidades que aparecem em publicações impressas e que têm interesse relativo ao capítulo. Os livros ainda trazem, ao seu final, uma bibliografia.

F) – Coleção **Matemática pensar e descobrir: novo**, 2000.

José Ruy Giovanni e José Ruy Giovanni Jr. assinam esta coleção. Os livros são divididos em unidades e estas em capítulos. Após pequenos textos introdutórios, os capítulos apresentam séries de exercícios com os títulos: "Pense e descubra" e "Vamos resolver". No meio dos capítulos há também quadros denominados "Desafio", que propõem exercícios. Ao final de cada unidade uma lista de exercícios (de múltipla escolha) denominada "Auto-avaliação" traz exercícios sobre toda a unidade. Os livros terminam trazendo uma bibliografia.

G) – Coleção **Matemática**, 2001.

O mestre em educação matemática Luiz Márcio Imenes e o bacharel em matemática Marcelo Lellis são os responsáveis por esta coleção que está dividida em capítulos. Estes estão divididos em itens — que começam com um pequeno texto introdutório. Após cada texto existe a seção "Conversando sobre o texto", que faz com que os alunos produzam pequenos textos sobre o que foi lido. Após esta seção há os "Exercícios" e os "Exercícios para casa". Em alguns capítulos há uma seção denominada "Ação", que convida os alunos a fazerem construções geométricas ou algébricas para, através da manipulação (modelação) de objetos, verificarem os tópicos discutidos anteriormente. Ao final dos livros as "Sugestões bibliográficas para o aluno" trazem indicações de leitura.

H) – Coleção **Matemática em movimento**, 1999.

O autor, Adilson Longen — licenciado em matemática, pós-graduado em educação e mestrando em educação — é apresentado através do currículo (com foto). A divisão dos temas se dá por capítulos e as seções "Aplicando os conhecimentos"; "Matemática em movimento" e "Respondendo questões" aparecem com exercícios logo após pequenos textos introdutórios. Outras quatro seções — "Para pensar (individual)"; Para discutir (com a turma)"; "Pesquisando significados" e "Descobrindo os números" trazem questões de pesquisa em que há a necessidade de que os alunos produzam textos para a resposta. No final dos livros, a seção "Sugestões de leituras para os alunos", traz dicas de leituras sobre determinados temas tratados nos capítulos.

I) – Coleção **Matemática: idéias e desafios**, 1998.

Duas autoras — Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga —, ambas licenciadas em matemática, assinam a autoria desta coleção. Os livros são divididos em capítulos. Os exercícios aparecem com os títulos: "Exercícios"; "Problemas"; "Exercícios complementares" e "Seção livre". Nesta última o aluno é convidado a resolver desafios propostos que têm relação com os assuntos tratados anteriormente no capítulo. Em alguns capítulos aparece um quadro denominado "Leitura +", que mostra curiosidades matemáticas. Os livros não apresentam bibliografia.

J) – Coleção **Matemática: idéias e desafios**, 2001.

As mesmas autoras da coleção anterior em uma edição "revista e atualizada". Porém, todos os comentários feitos para a anterior valem para esta.

K) **–** Coleção **Matemática**, 1999.

Walter Spinelli, licenciado em física e Maria Helena Soares de Souza, licenciada em matemática são os autores desta coleção. Os capítulos, após um texto introdutório, trazem exercícios para serem resolvidos. Outras seções que aparecem com desafios e problemas são: "Jogo rápido"; "Colocando em questão" e "Pensando no assunto". A seção "Jogando com o tema" apresenta jogos para que os alunos possam "brincar" e aprender através de uma atividade lúdica. Estes jogos estão relacionados com os temas discutidos até a sua apresentação e são colocados no final de cada capítulo. A bibliografia aparece no final dos livros.

L) – Coleção **Matemática: uma aventura do pensamento**, 2001.

Oscar Guelli, formado em matemática, assina a autoria desta coleção. Os capítulos que dividem os livros trazem textos introdutórios com o título "A vida e a matemática". Os exercícios seguem estes textos. Outras seções dos livros são: "O ábaco", uma espécie de "jornal" da matemática, que traz curiosidades sobre a disciplina; "O caso...", seção que traz curiosidades e exercícios, como, por exemplo, "O Caso da Figura Talhada em Pedra" (8ª série, p. 26), que mostra uma demonstração do teorema de Pitágoras encontrada em textos hindus; "Jogando com a calculadora", que propõe que os alunos resolvam problemas utilizando calculadoras eletrônicas; "Jogando com a matemática", com desafios lógicos e algébricos; "Laboratório de ...", seção que traz exercícios, construções geométricas, propostas de pesquisas interdisciplinares, demonstrações de teoremas etc. E, ainda, a seção "A vida e os matemáticos", que geralmente fecha o capítulo contando histórias de matemáticos. Ao final dos livros há um "Banco de exercícios e problemas", com exercícios complementares a cada capítulo; uma bibliografia e um índice de assuntos.

M) – Coleção **Matemática na medida certa**, 1991.

Sobre os autores desta coleção somente aparecem os nomes: José Jakubovic "Jakubo" e Marcelo Lellis. Este último também é autor da coleção G. A divisão dos livros é por capítulos e nestes, depois de um texto introdutório, existem "Exercícios"; "Exercícios para casa" e, em certos capítulos, "Desafios", que são problemas que exigem mais dos alunos. Os livros não têm bibliografia.

N) – Coleção **Matemática na medida certa**, 1995.

Os mesmos autores da coleção anterior. Nesta aparece um pequeno currículo coletivo de ambos, mostrando suas realizações "*individualmente, conjuntamente, ou, ainda, na companhia de outros colegas*" (p. 1), sem destacar, porém, as de cada um e nem a sua formação. A coleção está estruturada de forma que cada capítulo é formado de pequenos tópicos que tem, em geral, a seguinte estrutura: teoria, para ser lida pelos alunos; Exercícios; Exercícios para casa; Superlegal, que são exercícios "*curiosos (...) ou que solicitam uma solução mais criativa*" (p. 4) e Ação, que são sugestões de atividades, jogos, experimentos e trabalhos. Os livros não têm bibliografia.

O) – Coleção **Matemática na medida certa**, 1999.

Aos dois autores das coleções anteriores junta-se Marília Centurión. Nesta coleção aparece um pequeno currículo dos autores: Jakubovic e Centurión são licenciados em matemática e Lellis é bacharel em matemática. Os livros seguem a mesma estrutura dos da coleção N. A bibliografia, colocada ao final de cada volume, é dividida em três partes: Paradidáticos para o aluno, Bibliografia sugerida para o professor e Periódicos.

P) – Coleção **Matemática para todos**, 2002.

Os mesmos autores da coleção G — Imenes e Lellis — assinam esta coleção, que está, a princípio, estruturada como aquela: divisão em capítulos, que estão divididos em itens. Os itens começam com um pequeno texto introdutório. Após cada texto existe a seção "Conversando sobre o texto", que faz com que os alunos produzam pequenos textos sobre o que foi lido. Após esta seção há os "Problemas e exercícios" e os "Problemas e exercícios para casa". Em alguns capítulos há uma seção denominada "Ação", que convida os alunos a fazerem construções geométricas ou algébricas para, através da manipulação (modelação) de objetos, verificarem os tópicos discutidos anteriormente. Nesta coleção, ao final de cada capítulo, há um anexo "Um toque a mais (A+)", que tem o objetivo de enriquecer as discussões feitas anteriormente, contar histórias, curiosidades matemáticas e também propor exercícios e experimentos. Ao final de cada livro aparece a bibliografia dividida em duas partes: "Sugestões de leitura para o aluno" e "Referências bibliográficas". Além disso, os livros trazem, após a bibliografia, "Problemas e exercícios complementares"; "Supertestes para você avaliar a si mesmo", que são exercícios de múltipla escolha e um "Dicionário". O livro da 8ª série traz, ainda, a seção "Você e os vestibulinhos", testes que podem ser usados naquelas escolas que realizam exame de seleção para os alunos do Ensino Fundamental ingressarem no Ensino Médio.

Q) – Coleção **Matemática – Conceitos e Histórias**, 1995.

Esta coleção, diferentemente das outras, não tem autores: a editora Scipione é a responsável pela edição. Os livros estão divididos em capítulos com partes teóricas e exercícios. Ao final de cada capítulo há exercícios complementares. No final de cada volume há "Histórias para gostar de matemática", que são textos sobre matemáticos, descobertas matemáticas e histórias de ficção sobre matemática. No livro da 8ª série há um anexo, "Iniciação à estatística", que introduz os alunos a esta parte da matemática. Os livros não trazem bibliografia.

R) – Coleção **Matemática e realidade**, 1991.

Os autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado são os responsáveis por esta coleção, que está dividida em capítulos com partes teóricas e exercícios. Além de não apresentar o currículo dos autores os livros não trazem bibliografia.

S) – Coleção **Matemática**, 2002.

Edwaldo Bianchini, o autor desta coleção, é licenciado em ciências, com habilitação em matemática. Os livros são divididos em capítulos e tem três seções: "Para saber mais", com assuntos diversos (estatística, geometria, história da matemática etc.) — esta seção, quando trata de temas relativos à história da matemática, chama-se "Para saber mais – A matemática na história" —; "Pense mais um pouco", com exercícios diferenciados para desenvolver o raciocínio e "Matemática & Jogos", que contém jogos com regras e estratégias, abordando um determinado conteúdo matemático. Em cada capítulo, após a teoria, seguem os "Exercícios propostos" e os "Exercícios complementares". Ao final de cada capítulo há um bloco de "Testes", com exercícios de múltipla escolha, inclusive de vestibulares. O final de cada volume traz um suplemento de consulta, onde estão reunidas "*diversas informações que podem ajudar os alunos a eliminar dúvidas durante a resolução de exercícios*" (p. 3) e, também, a bibliografia.

III – Versões (ou traduções) de originais encontrados nos livros didáticos e artigos

Reuni neste anexo as versões (traduções) ou fragmentos de textos originais que aparecem nos livros didáticos do Ensino Médio e nos artigos da Revista do Professor de Matemática. Algumas vezes encontrei o mesmo texto em mais de um livro ou artigo, mas as diferenças de construção eram insignificantes para mostrar aqui as diferentes maneiras como estavam redigidas. Nestes casos optei em citar o texto ou fragmento apenas uma vez e informar onde elas apareciam em outros livros ou artigos.

Diofante
"*E os números podem mostrar — oh, milagre — quão longa foi a sua vida, cuja sexta parte constituiu sua formosa infância. E mais um duodécimo pedaço de sua vida havia transcorrido quando de pêlos cobriu-se o seu rosto. E a sétima parte de sua existência transcorreu em um matrimônio sem filhos. Passou-se um qüinqüênio mais e deixou-o muito feliz o nascimento de seu filho, que entregou à terra seu corpo, sua formosa vida, que durou somente a metade da de seu pai. E com profundo pesar desceu à sepultura, tendo sobrevivido apenas quatro anos ao descanso de seu filho. Diga-me: Quantos anos viveu Diofante quando lhe chegou a morte?*" (H6, p. 83; L6, p. 110; Q6, nas "*Histórias para gostar de matemática*"; A7, p. 224; B7, p. 297 e ART53, p. 46).

Fermat
(1) A inscrição de Fermat no livro de Diofante – "*Por outro lado, é impossível decompor um cubo em soma de dois cubos, um biquadrado em uma soma de biquadrados, ou em geral qualquer potência em soma de duas potências de igual expoente, com exceção do quadrado. Encontrei uma demonstração dessa proposição, realmente maravilhosa, porém a margem do livro é demasiado estreita para conte-la*" (A8, p. 140 e B8, p. 171).
(2) "essa margem é demasiadamente estreita para contê-la" (ART42, p. 14).

Problemas do papiro de Rhind ou egípcios
(1) "*Quando ia a Sto. Ives, / encontrei um homem com sete mulheres; / cada mulher tinha sete sacos, / cada saco tinha sete gatos, / cada gato tinha sete gatinhos. / Gatinhos, gatos, sacos e mulheres, / quantos iam a Sto. Ives?*" (K5, p 114).
(2) "*São sete casas e em cada casa tem sete gatos. Cada gato comeu sete ratos. Se não tivesse morrido, cada rato teria comido sete espigas de trigo. Cada espiga de trigo produziria sete arrobas de grãos. Quantas arrobas se salvaram?*" (L5, p. 18).
(3) "*Uma quantidade, sua metade, todos juntos são 9. Diga-me: qual é a quantidade?*" (L6, p. 183).
(4) "*Aha mais um quinto de aha dá 12; quanto é aha?* (A palavra egípcia *aha* significa quantidade)" (P6, p. 239).
(5) "*Aha mais um sétimo de aha dá 19; quanto é aha?*" (P6, p. 242). Este problema, que é o número 24 do papiro, também aparece em E7 como "um problema geométrico egípcio" e com o texto "*Ah, seu inteiro, seu sétimo fazem dezenove*" (p. 114).
(6) Problema 48 — cálculo aproximado da área de um círculo substituindo-o por um octógono — do "*papiro escrito pelo sacerdote egípcio Ames por volta de 1650 a.C.*" (P8, p. 233).
(7) "*Um montão, seus dois terços, sua metade, todos ao juntar-se fazem treze. Qual é a quantidade?*" (ART36, p. 19).
(8) Problema formulado pelos matemáticos egípcios há cerca de 400 anos – "*Um número, o seu dobro, a sua terça parte, todos ao juntar-se fazem 10. Diga-me qual é o número?*" (ART37, p. 31).

Problemas atribuídos a Bhaskara (ou problemas indianos)
(1) Bhaskara – "*Dois namorados tanto se abraçaram que se parte o colar de pérolas da moça. Um terço das pérolas caiu no chão, um quinto ficou no sofá, um sexto foi achado pela moça e um décimo foi encontrado pelo moço; seis pérolas ficaram no fio. Quantas pérolas tinha o colar?*" (K6, p. 239 e M6, p. 105).
(2) Do livro *Lilavati,* de Bhaskara – "*Diga-me, bela jovem de olhos cintilantes, qual é o número que somado à sua metade, mais três quartos de seu quociente por 7 e adicionado ao dobro de sua terça parte é igual a 16?*" (C8, p. 65).

(4) Do livro *Lilavati,* de Bhaskara – "*De um monte de puras flores de lótus, um terço, um quinto e um sexto foram oferecidos respectivamente para os deuses Siva, Vixnu e ao Sol; um quarto foi dado de presente a Bhavani. As restantes seis flores foram dadas ao venerável preceptor. Diga-me rapidamente, o número total de flores*" (D8, p. 69).
(5) Problema "que aparece num livro do século XII, do matemático Bhaskara" – "*Um pavão está no alto de uma coluna vertical de 6m de altura, ao pé da qual fica a toca de uma cobra. De repente o pavão vê a cobra, que se encontra a 18m da toca. A cobra também vê o pavão, e corre para a toca. O pavão faz um vôo em linha reta e alcança a cobra antes que ela atinja a toca. Pobre cobra! Sabendo-se que o pavão voou a mesma distância percorrida pela cobra, diga a quantos metros da toca a cobra foi alcançada*" (L8, p. 180 e N8, p. 115);
(6) Problema de um livro indiano – "*Macaquinhos se divertem / divididos em dois grupos. / Quadrado de seu oitavo na floresta espairece. / Com roncos alegres, / doze atroam sobre a campina. / Saberás quantos, ao todo, / são os monos desse bando?*" (K8, p. 159) e "*Alegravam-se os macacos / divididos em dois bandos: / sua oitava parte ao quadrado / no bosque brincava. / Com alegres gritos, doze / gritando no campo estão. / Sabes quantos macacos há / Na manada no total?*" (L8, p. 58).
(7) Problema indiano escrito em versos – "*Um grupo de abelhas, cujo número era igual à raiz quadrada da metade do enxame, pousou sobre um jasmim, tendo deixado para trás* $\frac{8}{9}$ *do enxame; apenas uma abelha voava ao redor de um loto, atraída pelo zumbido de suas amigas que caíra imprudentemente na armadilha da florzinha de doce fragrância. Quantas abelhas formavam o enxame?*" (L8, p. 74).
(8) Problema atribuído a matemáticos da Índia dos séculos XI e XII – "*Nas duas margens de um rio crescem duas palmeiras. A altura de uma é 30 e da outra, 20, e entre os dois troncos há uma distância de 50. Na copa de cada palmeira há um pássaro. De repente, os dois pássaros descobrem um peixe que aparece na superfície do rio, entre as duas palmeiras. Eles partem e alcançam o peixe ao mesmo tempo. Se os pássaros percorreram a mesma distância, a que distância do tronco da palmeira menor surgiu o peixe?*" (L8, p. 180).
(9) Problema de Bhaskara – "*Um capital de 100 foi emprestado a uma certa taxa de juro ao ano. Após 1 ano, o capital foi retirado e o juro obtido foi aplicado durante mais 1 ano. Se o juro total foi de 75, qual foi a taxa ao ano?*" (ART29, p. 22).
(10) "Receita" para resolver o problema de Bhaskara – "*Eleve a metade do capital ao quadrado, acrescente o resultado ao produto dos juros totais pelo capital, extraia a raiz quadrada e diminua a metade do capital, o que leva à solução procurada*" (ART29, p. 22).

Equações de Viète
(1) 5 *in* A *aequalis* 25 (A7, p. 52; B7, p. 34).
(2) 2 *in* A *minus* 1 *aequalis* 9 (A7, p. 52; B7, p. 34).
(3) A *quadratus aequalis* 49 (A7, p. 52; B7, p. 34).
(4) 3C + 2 *aequatur* 26 (P7, p. 203).
(5)*5 in A quad et 9 in A planu minus 5 aequatur 0* (ART63, p. 45).

***Os Elementos*, de Euclides**
(1) Proposição 32, livro I – "*se em qualquer triângulo, um dos lados é estendido, o ângulo exterior produzido é igual à soma dos ângulos interiores opostos e a soma dos três ângulos internos do triângulo é igual a dois ângulos retos*" — (S7, p. 185).
(2) Postulados – 1º. "*Pode-se traçar uma linha reta de um ponto qualquer a outro ponto qualquer*"; 2º. "*Pode-se prolongar arbitrariamente um segmento de reta*"; 3º. "*Com qualquer centro e qualquer raio se descreve um círculo*"; 4º. "*Dois ângulos retos quaisquer são iguais entre si*"; 5º. "*Se uma reta, interceptando duas outras retas, forma ângulos interiores do mesmo lado menores do que ângulos retos, então as duas retas, caso prolongadas indefinidamente, se encontram do mesmo lado em que os ângulos são menores que dois ângulos retos*" (A8, p. 129 e B8, p. 159).
(3) Axiomas – I. "*Coisas iguais a uma terceira são iguais entre si*"; II. "*Se a coisas iguais se juntarem outras iguais, os todos serão iguais*"; III. "*Se de coisas iguais se tirarem outras iguais, os restos serão iguais*"; IV. "*Se a coisas desiguais se juntarem coisas iguais, os todos serão iguais*"; V. "*Se de coisas desiguais se tirarem coisas iguais, os restos serão desiguais*"; VI. "*Duas quantidades que se ajustam perfeitamente uma com a outra são iguais*"; VII. "*O todo é maior do que qualquer de suas partes*" (A8, p. 129 e B8, p. 160).
(4) Método da exaustão descrito no livro 10 – "*Dadas duas grandezas distintas, se da maior subtrairmos uma grandeza maior do que sua metade e do que restar, uma grandeza maior do que sua metade, e se este*

processo for repetido continuamente, restará alguma grandeza menor do que a menor das duas grandezas iniciais" (ART19, p. 2).

Heródoto, historiador grego

(1) Sobre a geometria egípcia – "*Disseram-me que este rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios, e que tinha dado a cada um uma porção igual e retangular de terra, com a obrigação de pagar por ano um certo tributo. Se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele que fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra, a fim de saber de quanto ela estava diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme o que tivesse ficado de terra. Eu creio que foi daí que nasceu a Geometria e que depois ela passou aos gregos*" (A8, p. 13 e B8, p. 25).

(2) O mesmo teor do anterior, com algumas diferenças de texto – "Esse rei realizou na partilha das terras, concedendo a cada egípcio uma porção igual, com a condição de lhe ser pago todos os anos um certo tributo; se o rio carregava alguma parte de alguém, o prejudicado ia procurar o rei e expor-lhe o acontecido. O soberano enviava agrimensores ao local para determinar a redução sofrida pelo lote, passando o dono a pagar um tributo proporcional à porção restante.Eis, segundo me parece, a origem da geometria, que teria passado desse país para a Grécia" (ART1, p.4).

Fragmentos e problemas do livro *Al-jabr*, de Al-Khowarizmi

(1) Fragmento do prefácio de Al-Khowarizmi para o *Al-jabr*, onde o autor explicava que desejava ensinar de maneira fácil os cálculos de que "o*s homens necessitam em casos de heranças, legados, partições, processos legais e comércio (...)*" (P7, p. 202).

(2) Sobre a álgebra – "*Os números que aparecem nos cálculos pela restauração e pela redução são de três classes: as raízes, os quadrados e os números simples, que não se referem nem asa raízes nem aos quadrados [...] Um número que pertence a uma destas três classes pode ser igual a um dos números das outras duas classes, por exemplo: quadrados iguais a raízes; quadrados iguais a números; raízes iguais a números*" (A8, p. 89 e B8, p. 119).

(3) Sobre os três casos possíveis — $x^2 + px = q$; $x^2 + q = px$ e $x^2 = px + q$ — de equações do 2º grau – "*[...] estas três espécies de números podem combinar-se entre si e dar lugar a três tipos compostos que são: quadrados e raízes iguais a números; quadrados e números iguais a raízes; quadrados iguais a raízes e números*" (A8, p. 89).

(4) Problema de Al-Khowarizmi para o primeiro caso — $x^2 + px = q$ — "*Qual é o quadrado que somado a 10 raízes dá o número 39?*" (A8, p. 89 e B8, p. 119). Este problema também aparece em P8 com o texto "*qual é o número cujo quadrado somado com seu décuplo resulta em 39?*" (p. 123).

(5) Receita para resolver o problema (3) – "Deves tomar a metade do número das raízes, neste caso o 5, e multiplica-lo por si mesmo; e obténs 25, ao que somas o número 39, com o resultado 64. Toma a raiz quadrada deste número que é 8, e subtrai a a metade das raízes 5 e obténs 3, que é o valor que se procura" (A8, p. 89 e B8, p. 119).

(6) Receita para resolver a equação $x^2 + 21 = 10x$ – "Deves tomar a metade das raízes, neste caso 5, multiplica-la por si mesmo; obténs 25, ao que deve subtrair os números, neste caso 21, obtendo 4. Extrai a raiz quadrada que é 2 e a subtrai do número da metade das raízes que era 5. e obténs 3, que é a solução. Se desejas podes também somar este valor 2 à metade das raízes que é 5 e obténs 7, que também é a solução" (A8, pp. 89 e 90; B8, p. 119).

(7) Problema do livro Al-jabr – "Dividir dez em duas partes de modo que a soma dos produtos obtidos, multiplicando cada parte por si mesma, seja igual a cinqüenta e oito" (D8, p. 71).

Leonard Euler

Fragmento do livro *Introdução à Álgebra*, de Euler – "*Duas camponesas juntas carregam 100 ovos para uma feira. Embora uma levasse mais ovos que a outra, as duas receberam a mesma quantia em dinheiro. Uma delas disse então: — se eu tivesse o mesmo número de ovos que você, eu teria recebido 15 kreuzers. Ao que a segunda respondeu: — Se eu tivesse o mesmo número de ovos que você, teria recebido* $\frac{20}{3}$ *de kreuzer. Quantos ovos carregava cada uma?*" (L8, p. 59).

Mesopotâmia
(1) Problema de geometria gravado em uma tabuleta de argila por um escriba mesopotâmico – "*Uni os pontos médios dos lados de um quadrado de lado 1, obtendo quatro triângulos. Qual a área da superfície formada por esses triângulos juntos?*" (L8, p. 225).
(2) Problema mesopotâmico – "*Qual é o lado de um quadrado em que a área menos o lado dá 870?*" (ART29, p. 21).
(3) "Receita" para resolver o problema mesopotâmico – "*Tome a metade de 1 e multiplique por ela mesma. Some o resultado a 870. Obtém-se um quadrado cujo lado somado à metade de um vai dar o lado do quadrado procurado*" (ART29, p. 21).

Platão
Fedro, de Platão – "*Na cidade egípcia de Náucratis, existiu um antigo e famoso deus, cujo nome era Thoth; o pássaro chamado íbis lhe era consagrado e ele foi inventor de muitas artes, tais como a aritmética, a arte de calcular, a geometria, a astronomia e os dados, mas sua maior descoberta foi o uso das letras*" (ART1, p. 4).

Leonardo de Pisa – Fibonacci
(1) Original do Líber Abaci, de Fibonacci – "*Um casal de coelhos torna-se produtivo após dois meses de vida e, a partir de então, produz um novo casal a cada mês. Começando com um único casal de coelhos recém-nascidos, quantos casais existirão ao final de um ano?*" (ART8, p. 12).
(2) Fibonacci, no *Liber Abaci* – "*Um casal de coelhos torna-se produtivo após dois meses de vida e, a partir de então, produz um novo casal a cada mês. Começando com um único casal de coelhos recém-nascidos, quantos casais existirão ao final de um ano?*" (ART52, p. 6).
(3) "Receita de" Fibonacci — no *Liber Abaci* — para transformar o número $\frac{m}{n}$ em uma soma de frações com numerador unitário – "*a regra ... é que você divide o número maior pelo menor; e quando a divisão não é exata, verifique entre que dois naturais a divisão está. Tome a maior parte, subtraia-a, e conserve o resto ...*" (ART52, p. 7).

Kepler
"*A Geometria possui dois grandes tesouros: um é o Teorema de Pitágoras; o outro, a divisão de um segmento em média e extrema razão. Podemos comparar o primeiro a uma porção de ouro e o segundo a uma jóia preciosa*" (ART8, p. 14).

Plutarco
Texto de Plutarco, escritor grego do 1º século d.C. — "*A Vida dos Homens Ilustres*" — "*... entre o muito que inventou parece-me que o que mais apreciava era a demonstração da proporção que há entre o cilindro e a esfera nele contida, pelo que pediu a seus parentes que, quando morresse, mandassem colocar sobre sua sepultura um cilindro contendo uma esfera com uma inscrição da proporção pela qual o que contém excede o conteúdo*" (ART10, p. 11).

Arquimedes
(1) Carta de Arquimedes a Eratóstenes, na introdução de *O Método* – "*Saudações. Enviei-lhe em outra ocasião alguns teoremas descobertos por mim, meramente enunciados, deixando-lhe a tarefa de descobrir as demonstrações então omitidas... Vendo em você um dedicado estudioso, de considerável eminência em Filosofia e um admirador da pesquisa matemática, julguei conveniente escrever-lhe para explicar as peculiaridades de um certo método pelo qual é possível investigar alguns problemas de Matemática por meios mecânicos... Certas coisas primeiro se tornaram claras para mim pelo método mecânico, embora depois tivessem de ser demonstradas pela Geometria, já que sua investigação pelo referido método não conduzisse a provas aceitáveis. Certamente é mais fácil fazer as demonstrações quando temos previamente adquirido, pelo método, algum conhecimento das questões do que sem esse conhecimento... Estou convencido de que ele será valioso para a Matemática, pois pressinto que outros investigadores da atualidade ou do futuro descobrirão, pelo método aqui descrito, outras proposições que não me ocorreram*" (ART10, p. 14).
(2) Comentário de Arquimedes em *O Método* – "*Deste teorema, segundo o qual o volume da esfera é quatro vezes o do cone tendo por base um círculo máximo da esfera e altura igual ao raio da esfera, eu concebi a idéia de que a superfície da esfera é quatro vezes a de um de seus círculos máximos; pois, a julgar pelo fato de que a área do círculo é igual à de um triângulo que tem por base a circunferência e altura igual ao raio,*

vejo que, do mesmo modo, o volume da esfera é igual ao do cone com base igual à superfície da esfera e altura igual ao raio" (ART10, p. 17).

Descartes

(1) Para resolver equações do tipo $x^2 = bx + c^2$, Descartes usava o seguinte método: "*Traça-se um segmento LM, de comprimento c, e, em L, levanta-se um segmento NL igual a* $\frac{b}{2}$ *e perpendicular a LM. Com centro em N, construímos um círculo de raio* $\frac{b}{2}$ *e traçamos a reta por M e N que corta o círculo em O e P. Então ma raiz procurada é o segmento OM*" (ART29, p. 24).

(2) Primeira frase do livro *Discurso sobre o método para raciocinar bem e procurar a verdade nas ciências*, de Descartes – "*Todo problema de Geometria pode ser facilmente reduzido a tais termos que o conhecimento de certos comprimentos basta para construí-lo*" (ART64, p. 10)

Partes do Livro I do *Discurso sobre o método para raciocinar bem e procurar a verdade nas ciências* — páginas 302 e 303 —, que contém instruções detalhadas para resolver equações quadráticas geometricamente.

(3) "*Por exemplo, se eu tenho* $z^2 = az + b^2$*, eu construo o triângulo retângulo NLM com um lado LM, igual a b, raiz quadrada da quantidade conhecida* b^2*, e o outro lado, LN, igual a* $\frac{1}{2}$ *a, a metade da outra quantidade conhecida que estava multiplicada por z, que eu supunha ser a linha desconhecida. Então, prolongando MN, a hipotenusa (base) deste triângulo, até O, tal que NO seja igual a NL, o comprimento inteiro OM é a linha z procurada. Isto se exprime da seguinte maneira:* $z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$ " (ART64, p. 10).

(4) "*Mas, se eu tenho* $y^2 = -ay + b^2$*, onde y é a quantidade cujo valor eu desejo, construo o mesmo triângulo retângulo NLM, e sobre a hipotenusa (base) MN ponho NP igual a NL e o restante PM é y, a raiz procurada. Então tenho* $y = -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$ *. Da mesma forma, se eu tivesse* $x^4 = -ax^2 + b^2$*, PM seria* x^2 *e eu teria* $x = \sqrt{-\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}}$ *e assim para os outros casos. Finalmente, se eu tenho* $z^2 = az - b^2$*, faço NL igual a* $\frac{1}{2}a$ *e LM igual a b como antes; então ao invés de ligar os pontos M e N, traço MQR paralela a LN e com centro em N descrevo um círculo a partir de L que corta MQR nos pontos Q e R. A linha procurada z pode ser MQ ou MR porque, neste caso, pode ser expressa de duas formas, a saber:* $z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}$ *e* $z = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}$ *. E se o círculo com centro no ponto N e passando pelo ponto L não corta nem toca a linha reta MQR, não há raiz alguma para a equação, de modo que podemos dizer que a construção do problema proposto é impossível*" (ART 64, pp. 12 e 13).

Grécia

"Receita" grega para resolver a equação $x^2 - 10x + 9 = 0$ – "*trace o segmento AB = 10. Por P, ponto médio de AB, levante o segmento perpendicular PE = 3 e, com centro em E e raio PB, trace um arco de circunferência que corta AB no ponto Q. A raiz desejada será dada pelo comprimento AQ*" (ART29, p. 21).

Problema-desafio da Antigüidade

"*doze anéis de prata pesam tanto quanto oito anéis de ouro. Se trocarmos um anel de prata por um anel de ouro a diferença será de 6 tzin. Digam-me, quanto pesa um anel de prata e um anel de ouro?*" (ART36, p. 20).

China

Manuscrito chinês, datado de mais de mil anos antes de Cristo, onde se encontra a seguinte informação: "*Tome o quadrado do primeiro lado e o quadrado do segundo e os some; a raiz quadrada dessa soma é a hipotenusa*" (ART56, p.14)

IV – Evolução da notação decimal

Autor	Época	Notação
Antes de Simon Stevin		$24\frac{375}{1000}$
Simon Stevin	1585	$24\ 3^{(1)}7^{(2)}5^{(3)}$
Franciscus Vieta	1600	$24\vert_{375}$
John Kepler	1616	24(375
John Napier	1617	$24 \div 3\ \overset{\vert\vert}{7}\ \overset{\vert\vert\vert}{5}$
Henry Briggs	1624	24^{375}
William Oughtred	1631	$24\vert\underline{375}$
Balam	1653	24 ÷ 375
Ozanam	1691	$24 \cdot \overset{(1)}{3}\ \overset{(2)}{7}\ \overset{(3)}{5}$
Moderna		24.375

LDB8, p. 28

V – Exercícios envolvendo história da matemática

Os 224 exercícios dos livros que analisei estão descritos — separados pela "composição" — a seguir. Os que estão marcados com [*] são aqueles que têm a versão (ou tradução) no item III, acima.

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**C/N/LO**]	2	2,4%	1	2,3%	—	—	2	2,6%

1. "*Quantos símbolos diferentes os romanos usavam para escrever os números?*" (E5, p. 24);
2. "*Até quando o sistema romano de numeração foi usado?*" (E5, p. 24);
3. "*O texto conta como começou o uso de letras na matemática? O que você entendeu sobre isso?*" (G6, p. 206);
4. "*Explique, com suas palavras, como obter o número π*" (C8, p. 37);
5. "*Qual o valor obtido pelo grego Arquimedes, no século III a.C.?*" (C8, p. 37).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**C/N/PB**]	2	2,4%	7	16,3%	1	4,5%	1	1,3%

1. "*O que é sistema de numeração?*" (C5, p. 12);
2. "*Como as frações podem ter surgido? Explique com as suas palavras*" (P5, p. 108);
3. "*É possível supor que os habitantes das cavernas não precisavam dos números no seu dia-a-dia? Por quê?*" (P6, p. 8);
4. "*Como alguns estudiosos explicam as marcas no osso de lobo?*" (P6, p. 8);
5. "*Como você relaciona a criação dos números ao nascimento da agricultura, da pecuária, do comércio e das cidades?*" (P6, p. 8);
6. "*Qual a desvantagem de escrever números fazendo marquinhas num pedaço de osso?*" (G6, p. 9);
7. "*Quem consegue escrever 1005 no sistema egípcio? E no sistema romano?*" (G6, p. 9);
8. "*Por que não usamos mais nem o sistema egípcio nem o romano?*" (G6, p. 9);
9. "*O sistema romano obedece a certas regras. Por exemplo: nenhum símbolo pode ser repetido mais do que três vezes em seguida. Alguém percebeu uma outra regra desse sistema?*" (G6, p. 9);
10. "*Explique, com suas palavras, a relação de Pitágoras. A que tipo de triângulo ela se refere?*" (P7, p. 223);
11. "*Por que Bháskara não poderia ter sido o primeiro matemático a resolver equações do 2º grau?*" (K8, p. 156).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**C/N/ADH**]	2	2,4%	2	4,7%	1	4,5%	12	15,8%

1. Aplicação do crivo de Eratóstenes (F5, p. 126);
2. Aplicação do método de Gauss para soma de seqüências (F5, p. 72);
3. "*Pense na soma 1 + 2 + 3 + ... + 98 + 99 + 100; a soma de Gauss. Somando das pontas para o meio, isto é, fazendo 1 + 100, 2 + 99 etc., quanto dá cada soma?*" (G6, p. 14);
4. "*Alguém pode explicar porque o resultado é sempre este?*" (G6, p. 14);
5. "*Verificar com a calculadora os resultados de Arquimedes para π ($\frac{22}{7}$)*" (G7, p. 260);
6. "*Suponha que você tenha que determinar a medida (C) do contorno de uma circunferência cujo diâmetro é 5m. a) 3 (Bíblia); b) 3,16 (egípcios); c) $\frac{22}{7}$ (Arquimedes); d) $\frac{223}{71}$ (também Arquimedes); e) $\frac{355}{113}$ (chineses); f) Compare as medidas. As diferenças são significativas?*" (A8, p. 36 e B8, p. 57);
7. "*Dê a forma decimal (com auxílio de uma calculadora) das seguintes aproximações de π: a) $\frac{256}{81}$; b) $\frac{25}{8}$; c) $\frac{22}{7}$; d) $\frac{223}{71}$; e) $\frac{355}{113}$*" (A8, p. 37 e B8, p. 57);

8. "*Conferir os cálculo de Ahmes (papiro de Rhind: De acordo com o papiro egípcio do escriba Ahmes, a área de um campo circular de 9 unidades de diâmetro é equivalente à de um quadrado de lados medindo 8 unidades)*" (A8, p. 42 e B8, p. 62);
9. Dois exercícios de aplicação da conjectura de Goldbach (A8, p. 140; B8, p. 171);
10. Problema de Fibonacci (A8, p. 189);
11. Exercício sobre o triângulo de Pascal (C8, p. 84).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[C/N/FEH]	3 [*]	3,6%	2 [*]	4,7%	5 [*]	22,7%	18 [*]	23,7%

1. Aplicação do crivo de Eratóstenes (B5, p. 140; G7, p. 28 e P7, p. 9);
2. Aplicação do método da *gelosia* (grade) — usado pelos hindus para multiplicar dois números — transmitido aos europeus pelos árabes (F5, p. 74);
3. Um exercício do papiro Ahmes, em que é pedido que o aluno dê a resposta em números egípcios (L5, p. 18) [*];
4. Um exercício do papiro de Rhind (L6, p. 183) [*];
5. Um exercício que pede aos alunos para repetir a soma de todos os números de 1 até 100, como feito por Gauss (G6, p. 14);
6. "*Resolva as equações de Viète*" (A7, p. 34 e B7, p. 52) [*];
7. "*Calcule a raiz quadrada até a 2ª aproximação. Use como 1ª aproximação um número inteiro: a)* $\sqrt{5}$ *; b)* $\sqrt{11}$ *; c)* $\sqrt{17}$ *; d)* $\sqrt{92{,}5}$ *; e)* $\sqrt{156{,}8}$ ", através de um método utilizado por um "escriba desconhecido do vale da Mesopotâmia" (L7, p. 24);
8. "*Construa um quadrado inscrito numa circunferência e determine a razão entre o perímetro do quadrado e o diâmetro da circunferência*" (A8, p. 36 e B8, p. 57);
9. "*Construa um hexágono inscrito numa circunferência e determine a razão entre o perímetro do quadrado e o diâmetro da circunferência*" (A8, p. 36 e B8, p. 57);
10. "*A partir do hexágono construído na questão anterior, construa um dodecágono regular. Determine a razão entre o perímetro do dodecágono e o diâmetro da circunferência*" (A8, p. 36 e B8, p. 57);
11. Aplicação da fórmula babilônica $x=\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+c}\ +\frac{b}{2}$ (A8, p. 90);
12. "*Resolva a equação $x^2 + 21 = 10x$ pela fórmula de Bhaskara e compare os passos da sua solução com as etapas descritas na receita de Al-kwowarizmi*" (A8, p. 91);
13. Exercício para calcular a circunferência da Terra pelo método de Eratóstenes (C8, p. 39);
14. Um exercício do livro *Lilavati*, de Bhaskara (D8, p.69) [*];
15. Um exercício do livro *Al-jabr*, de Al-Khowarizmi (D8, p. 70) [*];
16. Quatro exercícios de aplicação do método de Al-Khowarizmi (D8, p. 75);
17. Usando o processo de complemento de quadrados, o aluno é convidado a determinar o conjunto solução de equações do 2º grau (E8, p. 72);
18. Um exercício sobre a duplicação do cubo (L8, p. 46);
19. Um exercício para utilizar o método de Tales e medir a altura de uma árvore (N8, p. 94).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[C/N/O]	66	79,5%	16	37,2%	5	22,7%	22	28,9%

1. Sistema de numeração egípcia (14 exercícios), romana (49 exercícios) e maia (3 exercícios) (5ª série);
2. Sistema de numeração egípcia e romana (G6 e P6 – 6ª série);
3. "*Efetuar pelo método de Gauss, a soma de todos os números inteiros compreendidos entre 4 e 16*" (A7, p. 79);
4. "*Use o método de Gauss para calcular a soma dos 60 números pares positivos*" (A7, p. 79 e B7, p. 71);
5. Dois exercícios de aplicação do teorema de Pitágoras (P7, p. 224);
6. Aplicação da fórmula de Bhaskara (A8, B8, C8, K8, N8, P8, Q8 e R8);
7. Aplicação do método de Tales, utilizado para medir a altura da pirâmide (C8 e J8);
8. Aplicação do método de Al-Khowarizmi, para resolver equações do 2º grau (D8)
9. Aplicação do teorema de Pitágoras (E8, J8, K8 e P8);

10. "*Usando π = 3,14, ache o comprimento da circunferência que tem a) 10 m de raio; b) 12 dm de diâmetro*" (C8, p. 37)
11. "*Conte os vértices, faces e arestas dos poliedros de Platão*" (D8, p. 100).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**C/A/FEH**]	—	—	—	—	—	—	1	1,3%

1. Construção do retângulo áureo (K8, p. 63).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**C/A/O**]	—	—	—	—	—	—	2	2,6%

1. Exercício sobre o discriminante da fórmula de Bháskara (K8, p. 157);
2. Aplicação do teorema de Pitágoras (K8, p. 191).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**L/N/LO**]	—	—	—	—	1	4,5%	—	—

1. "*Diga quantos anos se passaram entre: a) os primeiros estudos de geometria dos gregos e o uso de letras nas equações; b) a época dos matemáticos árabes e de Viète; c) a época de Viète e a nossa*" (G7, p. 145).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**L/N/PB**]	1	1,2%	1	2,3%	—	—	—	—

1. "*(a) Em que época surgiram as frações? (b) Para que elas foram inventadas?*" (P5, p. 109);
2. "*(a) Qual a primeira maneira de escrever os números adotada pelos seres humanos? (b) Há cerca de quantos anos existe o sistema egípcio de numeração? E o romano?*" (G6, p. 11).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**L/N/ADH**]	2	2,4%	—	—	3 [*]	13,6%	2	2,6%

1. "*Comprovar, com uma calculadora, se os pares de números descobertos por Paganini (1184 e 1210) e Fermat (220 e 284) são realmente números amigos*" (L5, p. 96);
2. "*Com o auxílio da régua e do transferidor, construa o triângulo 3, 4 e 5 utilizado pelos ´estiradores de cordas`*" (S5, p. 232);
3. "*Sobre a inscrição no túmulo de Diofanto: Por que é possível concluir que ele tenha chegado a essa idade (84 anos)?*" (A7, p. 225) [*];
4. Aplicação do teorema de Pitágoras (D7, p. 216);
5. Exercício em que o aluno é convidado a "repetir" o problema da coroa falsificada (P7, p. 244);
6. "*Experimente o leitor resolver a equação $x^2 - x = 870$ (somente raiz positiva) pela receita dos babilônios e pela nossa fórmula*" (L8, p. 60);
7. "*Usando uma calculadora preencher uma tabela com os valores de π de Arquimedes, dos romanos, dos chineses e de Wallis*" (P8, p. 259).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**L/N/FEH**]	1 [*]	1,2%	4 [*]	9,3%	5 [*]	22,7%	13 [*]	17,1%

1. Um problema do papiro de Rhind (K5, p 114) [*];
2. Dois do papiro de Rhind (P6, pp. 239 e 242) [*];
3. Um problema de Bhaskara — que é apresentado como desafio em M6, p. 105 — (K6, p. 239) [*];
4. "*Resolva pelo método da falsa posição a seguinte equação:* $x+\frac{x}{13}=63$." (S6, p. 89);
5. Aplicação do crivo de Eratóstenes (D7, p. 39);
6. Um problema do papiro de Rhind (E7, p. 114) [*];
7. O problema de Arquimedes e a coroa do rei (G7, p. 238);

8. "*Resolva o problema da herança tentando imitar Al-Khowarizmi. Veja bem, a primeira condição é usar apenas palavras, não símbolos*" (P7, p. 203)
9. Resolver a equação de Viète (P7, p. 203);
10. "*Resolva a equação $x^2 + 21 = 10x$ pela fórmula de Bhaskara e compare os passos da sua solução com as etapas descritas na receita de Al-kwowarizmi*" (B8, p. 119);
11. Um problema do livro *Lilavati*, de Bhaskara (C8, p. 65) [*];
12. Um antigo problema indiano, escrito em forma de verso (K8, p. 159) [*];
13. Resolução de equações do 2º grau pelo processo geométrico de Euclides (K8, p. 162);
14. Aplicação do método de Al-Khowarizmi para resolução de equações do 2º grau (L8, p. 52);
15. Dois problema indiano antigo (L8, p. 58 e 74) [*];
16. Um problema formulado por Leonard Euler (L8, p. 59) [*];
17. "*Com a transformação dos babilônios e a nossa fórmula quadrática, encontre o conjunto solução de equações do 2º grau*" (L8, p. 71);
18. Dois exercícios atribuídos a matemáticos da Índia dos séculos XI e XII (L8, p. 180) [*];
19. Um exercício antigo de geometria, encontrado numa tabuleta de argila (L8, p. 225) [*];
20. O problema 48 do papiro de Rhind (P8, p. 233) [*].

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**L/N/O**]	4	4,8%	9	20,9%	1	4,5%	2	2,6%

1. Exercício sobre o sistema de numeração egípcia (I5, p. 11);
2. Exercícios sobre o sistema de numeração romana (I5, p. 24 e S5, p. 18);
3. Exercícios sobre o sistema de numeração romana e egípcia (G6, pp. 11 e 12);
4. Exercício de soma de séries, onde é sugerido que se use a estratégia de Gauss (G6, p. 17);
5. "*Como dividir 725 moedas de ouro entre meus três filhos de modo que o do meio receba 35 a mais do que o caçula e o mais velho receba o dobro do do meio?*" (G7, p. 216);
6. Aplicação da fórmula de Bhaskara (N8, p. 49 e P8, p. 113).

Composição	5ª		6ª		7ª		8ª	
[**L/A/FHE**]	—	—	1 [*]	2,3%	—	—	1 [*]	1,3%

1. Um problema de Bhaskara (M6, p. 105) [*];
2. Um problema de Bhaskara (N8, p. 115) [*].

VI – Quadro de Ênfase dos Conceitos Científicos Essenciais para o Ensino Fundamental

QUADRO DE ÊNFASE DOS CONCEITOS CIENTÍFICOS ESSENCIAIS NÚMERO **[1] Menor intensidade – [2] Média intensidade – [3] Maior intensidade**	**Ensino Fundamental**			
	5ª	**6ª**	**7ª**	**8ª**
▪ **NÚMEROS NATURAIS**				
- Produção histórico-cultural	[3]			
- Sistema de numeração decimal	[3]			
- Operações	[3]			
▪ **NÚMEROS INTEIROS**				
- Produção histórico-cultural	[3]	[3]		
- Operações	[2]	[3]	[3]	[3]
▪ **NÚMEROS RACIONAIS**				
- Produção histórico-cultural	[3]	[3]	[3]	
- Operações	[3]	[3]	[3]	
- Proporcionalidade e Matemática Comercial/Financeira (Razão/Proporção)	[3]	[3]	[3]	[3]
- Porcentagem	[3]			
- Câmbio	[3]	[3]		
▪ **NÚMEROS IRRACIONAIS E REAIS**				
- Produção histórico-cultural	[2]	[2]	[3]	[3]
- Operações	[2]	[2]	[3]	[3]
▪ **NÚMEROS COMPLEXOS**				
- Produção histórico-cultural	[1]	[1]	[1]	[2]

QUADRO DE ÊNFASE DOS CONCEITOS CIENTÍFICOS ESSENCIAIS ÁLGEBRA **[1] Menor intensidade – [2] Média intensidade – [3] Maior intensidade**	**Ensino Fundamental**			
	5ª	**6ª**	**7ª**	**8ª**
- Produção histórico-cultural	[2]	[3]	[3]	[3]
- Seqüências	[3]	[3]	[3]	[3]
- Operações com expressões algébricas (calculo algébrico, produtos notáveis e fatoração)	[2]	[3]	[3]	[3]
▪ **RELAÇÕES E FUNÇÕES**	[2]	[3]	[3]	[3]
▪ **EQUAÇÕES, INEQUAÇÕES E SISTEMAS**	[3]	[3]	[3]	[3]
▪ **MATRIZES E DETERMINANTES**	[2]	[2]	[2]	[2]

QUADRO DE ÊNFASE DOS CONCEITOS CIENTÍFICOS ESSENCIAIS GEOMETRIA **[1] Menor intensidade – [2] Média intensidade – [3] Maior intensidade**	**Ensino Fundamental**			
	5ª	**6ª**	**7ª**	**8ª**
- Produção histórico-cultural	[3]	[3]	[3]	[3]
- Exploração do espaço tridimensional	[3]	[3]	[3]	[3]
- Elementos do desenho geométrico	[3]	[3]	[3]	
- Estudo das representações geométricas no plano	[3]	[3]	[3]	[3]
▪ **GEOMETRIA ANALÍTICA**		[2]	[2]	[2]
▪ **TRIGONOMETRIA**				
- Produção histórico-cultural			[2]	[3]
- Relações métricas e trigonométricas			[2]	[3]
- Funções trigonométricas				[2]

QUADRO DE ÊNFASE DOS CONCEITOS CIENTÍFICOS ESSENCIAIS MEDIDAS **[1] Menor intensidade – [2] Média intensidade – [3] Maior intensidade**	**Ensino Fundamental**			
	5ª	**6ª**	**7ª**	**8ª**
- Produção histórico-cultural	[3]	[3]	[3]	[3]
- Comprimento, superf., vol., capac., ângulo, massa, tempo, peso, velocidade e temperatura	[3]	[3]	[3]	[3]

QUADRO DE ÊNFASE DOS CONCEITOS CIENTÍFICOS ESSENCIAIS ESTASTÍSTICA **[1] Menor intensidade – [2] Média intensidade – [3] Maior intensidade**	**Ensino Fundamental**			
	5ª	**6ª**	**7ª**	**8ª**
- Produção histórico-cultural	[3]	[3]	[3]	[3]
▪ **LEITURA, INTERP., CONSTRUÇÃO DE TABELAS E GRÁFICOS**	[3]	[3]	[3]	[3]
▪ **ANÁLISE COMBINATÓRIA**	[2]	[2]	[2]	[2]
▪ **PROBABILIDADE**	[2]	[2]	[2]	[3]
▪ **PARÂMETROS ESTATÍSTICOS: mediana, moda, média ...**	[2]	[2]	[2]	[3]

SANTA CATARINA, 2001, pp.66-68.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AABOE, Asger. *Episódios da história antiga da matemática*. Rio de Janeiro : SBM, 1984.

ALMEIDA, Maria José P. M. de. *Discursos da ciência e da escola: ideologia e leituras possíveis*. Campinas, SP : Mercado de Letras, 2004.

ARCAVI, Abraham e **BRUCKHEIMER**, Maxim. *Didactical Uses of Primary Sources from the History of Mathematics*. Themes in Education, Vol. 1, n. 1, pp. 55-74, 2000.

BARONI, Rosa L. S. e **NOBRE**, Sérgio. *A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática*, ***in*** **BICUDO**, Maria Aparecida Viggiani (org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo : Editora UNESP, pp. 129-136, 1999.

BELL, E. T. *Historia de las matemáticas*. México : FCE, 1995.

BICUDO, Irineu. *História da Matemática: O Pensamento da Filosofia Grega Antiga e seus Reflexos na Educação Matemática do Mundo Ocidental*, ***in*** **BICUDO**, Maria Aparecida Viggiani (org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo : Editora UNESP, pp. 117-127, 1999.

BOCHNER, Salomon. El papel de la matemática en el desarrollo de la ciencia. Madrid : Alianza Editorial, 1991.

BOYER, Carl B. *História da matemática*. São Paulo : Edgard Blücher, Ed. da USP, 1974.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais* / Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. 3 ed. – Brasília : A Secretaria, 2001a.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática* / Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. 3 ed. – Brasília : A Secretaria, 2001b.

BRASIL. *Guia de Livros Didáticos – 5ª a 8ª séries – PNLD 2002*. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília, 2002.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa : Gradiva, 1998.

COURANT, Richard e **ROBBINS**, Herbert. *O que é matemática? Uma abordagem elementar de métodos e conceitos*. Rio de Janeiro : Editora Ciência Moderna, 2000.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. *História da Matemática e Educação*. Cadernos CEDES, n. 40. Campinas : PAPIRUS, pp. 7-17, 1996a.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação Matemática – da teoria à prática*. São Paulo : PAPIRUS, 1996b.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. *A História da Matemática: Questões Historiográficas e Políticas e Reflexos na Educação Matemática*, ***in*** **BICUDO**, Maria Aparecida Viggiani (org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo : Editora UNESP, pp. 97-115, 1999.

DAVIS, Harold T. História da computação. Coleção tópicos da história da matemática para uso em sala de aula. São Paulo : Atual, 1992.

DIEUDONNÉ, Jean. *A formação da matemática contemporânea*. Lisboa : Publicações Dom Quixote, 1990.

DYNNIKOV, Circe Mary S. da S. *Bibliografia comentada em História da Matemática*. Cadernos CEDES, n. 40, pp. 81-96, 1996.

FERREIRA, E. Sebastani. *História e Educação Matemática*. Cadernos CEDES, n. 40, Campinas : PAPIRUS, pp. 5-6, 1996.
FOSSA, John A. (Editor) *Seminário Nacional de História da Matemática* (8 a 11.: Natal). Anais do IV Seminário de História da Matemática. Rio Claro : SBHMat, 2001a.
FOSSA, John A. *Ensaios sobre a Educação Matemática*. Belém : EDUEPA, 2001b.
FRIED, Michael N. *Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist?* . Science & Education, Volume 10, n. 4, July, 2001.
GUNDLACH, Bernard H. História dos números e numerais. Coleção tópicos da história da matemática para uso em sala de aula. São Paulo : Atual, 1992.
HARIKI, Seiji. *Em busca da ontologia perdida: o caso da Lemniscata de Bernoulli*. Cadernos CEDES, n. 40, Campinas : PAPIRUS, pp. 36-46, 1996.
IFRAH, G. *Os números: história de uma grande invenção*. 3. Ed. São Paulo : Globo, 1989.
KARLSON, Paul. A Magia dos Números: a matemática ao alcance de todos. Porto Alegre : Globo, 1961.
KENNEDY, Edward S. Trigonometria. Coleção tópicos da história da matemática para uso em sala de aula. São Paulo : Atual, 1992.
LANGEVIN, Paul. *O valor educativo da história das ciências*, ***in*** **GAMA**, Ruy (org.). Ciência e técnica: antologia de textos históricos. São Paulo : T. A. Queiroz, pp. 8-16, 1992.
LAUAND, Luiz J. *Educação, teatro e matemática medievais*. São Paulo : Perspectiva, 1986.
LAUAND, Luiz J. *A Álgebra como Ciência Árabe*. Revista de Estudos Orientais, n. 1. Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Departamento de Línguas Orientais, DLO/FFLCH/USP, São Paulo : Humanitas Publicações, pp. 9-23, 1997.
LEE, Paulo. *Ciências versus pseudociências*. Curitiba : Expoente, 2003.
LEITE, Laurinda. History of Science in Educacion: Development and Validation of a Checklist for Analysing the Historical Content of Science Textbooks. Science & Education, Volume 11, n. 4, July, 2002.
MAALOUF, Amin. *Samarcanda*. São Paulo : Brasiliense, 1991.
MATTHEWS, Michael R. *História, Filosofia e Ensino de Ciências: A tendência de reaproximação*. Florianópolis : CADERNO CATARINENSE DE ENSINO DE FÍSICA, Vol. 12(3), Dez., 1995.
MENDES, Iran Abreu. *Construtivismo e História no Ensino da Matemática: uma aliança possível*, ***in*** Seminário Nacional de História da Matemática (8 a 11.: Natal). Anais do IV Seminário Nacional de História da Matemática / Editor John A. Fossa. Rio Claro : SBHMat, pp. 228-234, 2001.
MIGUEL, Antônio e **BRITO**, Arlete de Jesus. *A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática*. Cadernos CEDES, n. 40, Campinas : PAPIRUS, pp. 47-61, 1996.
MORETTI, Méricles Thadeu. Dos sistemas de numeração às operações básicas com números naturais. Florianópolis : Ed. da UFSC, 1999.
NOBRE, Sérgio. Alguns "porquês" na história da matemática e suas contribuições para a educação matemática. Cadernos CEDES, n. 40, Campinas : PAPIRUSW, pp. 29-35, 1996.
PEDUZZI, L. C. *Sobre a utilização didática da História da Ciência*, ***in*** **PIETROCOLA**, Maurício (org). Conteúdo, Metodologia e Epistemologia numa Concepção integradora. Florianópolis : Ed. da UFSC, 2001.
PEREIRA, Luiz Henrique Ferraz. Teorema de Pitágoras – lembranças e desencontros na matemática. Passo Fundo : UFP, 2002.

QUIVY, Raymond e **CAMPENHOUDT**, Luc Van. *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa : Gradiva, 1992.
ROSA, João Guimarães. *Grande Sertão: Veredas*. 22 ed. – Rio de Janeiro : Nova Fronteira, 1986.
RUSS, Jacqueline. *Dicionário de Filosofia*. São Paulo : Scipione, 1994.
SANTA CATARINA. Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Ensino. Proposta Curricular: uma contribuição para a Escola Pública do Pré-Escolar, 1º Grau, 2º Grau e Educação de Adultos. Florianópolis, pp. 50-51, 1991.
SANTA CATARINA. Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. Proposta Curricular de Santa Catarina: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio: Disciplinas Curriculares. Florianópolis : COGEN, pp. 105-115, 1998.
SANTA CATARINA. Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. *Diretrizes 3: organização da prática escolar na educação básica: conceitos científicos essenciais, competências e habilidades*. Florianópolis : Diretoria de Ensino Fundamental / Diretoria de Ensino Médio, pp. 61-69, 2001.
SILVA da SILVA, Circe Mary. *A História da Matemática e os cursos de formação de professores*, ***in*** **CURY**, Helena Noronha (org.). Formação de Professores de Matemática: uma visão multifacetada. Porto Alegre : EDIPUCRS, pp. 129-165, 2001.
SOLBES, Jordi e **TRAVER**, Manuel J. *La utilización de la Historia de las Ciencias en la enseñanza de la Física y la Química*. Enseñanza de las Ciencias, vol. 14, pp. 103-111, 1996.
SOUZA, Antonio C. C. de. *O reencantamento da Razão: ou pelos caminhos da teoria histórico-cultural*, ***in*** **BICUDO**, Maria Aparecida Viggiani (org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo : Editora UNESP, pp. 137-149, 1999.
STRUIK, Dirk J. *História concisa das matemáticas*. Lisboa : Gradiva, 1992.
THUILLIER, Pierre. De Arquimedes a Einstein – A face oculta da invenção científica. Rio de Janeiro : Jorge Zahar Ed., 1994.
TRIVIÑOS, Augusto N. S. Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais – A Pesquisa Qualitativa em Educação. São Paulo : Atlas, 1995.

ARTIGOS ANALISADOS

BOLEMA

BICUDO, Irineu. *Sobre a História da Matemática*. BOLEMA, Especial n. 2, Rio Claro : UNESP, pp. 7-25, 1992.
CASABÒ, Marianna B. La natureza y los papeles de las hierramientas semióticas en la actividad matemática. BOLEMA, Ano 8, n. 9, Rio Claro : UNESP, pp. 23/34, 1993.
D´AMBRÓSIO, Ubiratan. *Reflexões sobre História, Filosofia e Matemática*. BOLEMA, Especial n. 2, Rio Claro : UNESP, pp. 42-60, 1992.
FERREIRA, E. Sebastiani *et alli*, *O Uso da História da Matemática na Formalização dos Conceitos*. BOLEMA, Especial n. 2, Rio Claro : UNESP, pp. 26-41, 1992.
FOSSA, John A. *Papéis Avulsos – A História da Matemática*. BOLEMA, Ano 6, n. 7, Rio Claro : UNESP, pp. 85-89, 1991.

JARDINETTI, José R. B. A função metodológica da história para a elaboração e execução de procedimentos de ensino da matemática. BOLEMA, Ano 9, n. 10, Rio Claro : UNESP, pp. 75-82, 1994.
MEDEIROS, Alexandre e **MEDEIROS**, Cleide. *Números negativos: uma história de incertezas*. BOLEMA, Ano 9, n. 10, Rio Claro : UNESP, pp. 49-59, 1992.
OLIVEIRA, José C. G. de. *A Matemática no currículo escolar*. BOLEMA, Ano 8, n. 9, Rio Claro : UNESP, pp. 17-22, 1993.
OTTE, Michael. *Construtivismo e os objetos da teoria matemática*. BOLEMA, Ano 6, n. 7, Rio Claro : UNESP, pp. 47-67, 1991.
OTTE, Michael. *Concepção de História da Matemática*. BOLEMA, Especial n. 2, Rio Claro : UNESP, pp. 104-115, 1992.
OTTE, Michael. *O Pensamento Relacional: Equações*. BOLEMA, Ano 9, Especial n. 3, Rio Claro : UNESP, pp. 71-79, 1994.
SCHUBRING, Gert. A Noção de Multiplicação: um "obstáculo" desconhecido na História da Matemática. BOLEMA, Ano 15, n. 18, Rio Claro : UNESP, pp. 26-52, 2002.
SOUZA, Antonio C. C. de. *Aspectos Históricos das Geometrias não-Euclidianas*. BOLEMA, Ano 8, n. 9, Rio Claro : UNESP, pp. 75-84, 1993.
VALENTE, Wagner Rodrigues. A elaboração de uma nova vulgata para a modernização do ensino da matemática: aprendendo com a história da Educação Matemática no Brasil. BOLEMA, Ano 15, n. 17, Rio Claro : UNESP, pp. 40-51, 2002a.

ZETETIKÉ

BRITO, Arlete de Jesus e **CARDOSO**, Virginia Cardia. Uma abordagem histórico-pedagógica dos fundamentos do cálculo diferencial: reflexões metodológicas. Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Volume 5 – Número 7 – janeiro/junho, pp. 129-144, 1997.
FASHEH, Munir. Matemática, Cultura e Poder. Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Volume 6 – Número 9 – janeiro/junho, pp. 9-30, 1998.
FIORENTINI, Dario. Memória e análise da pesquisa acadêmica em educação matemática no Brasil: o banco de teses do CEMPEM/FE – UNICAMP. Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Ano 1 – Número 1, março, pp. 55-94, 1993.
FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Ano 3 – Número 4, pp. 1-37, 1995.
FONTES, Joaquim Brasil. "Noigrandes, Nonada, Zetetiké". Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Ano 2 – Número 2, pp. 9-11, 1994.

GRATTAN-GUINNES, Ivor. O que foi e o que deveria ser o cálculo? Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Volume 5 – Número 7 – janeiro/junho, pp. 69-94, 1997.

GRATTAN-GUINNES, Ivor. Alguns aspectos negligenciados na compreensão e ensino de números e sistemas numéricos. Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Volume 7 – Número 11 – janeiro/junho, pp. 9-27, 1999.

LORENZATO, Sérgio e **VILA**, Maria do Carmo. Século XXI: qual Matemática é recomendável? A posição do "The National Council of Supervisors of Mathematics". Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Ano 1 – Número 1 – março, pp. 41-49, 1993.

MENDONÇA, Maria do Carmo Domite. A intensidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-histórico-estrutural ou uma opção valiosa? Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Volume 4 – Número 5 – janeiro/junho, pp. 55-76, 1996.

MIGUEL, Antônio. A constituição do paradigma do formalismo pedagógico clássico em educação matemática. Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Ano 3 – Número 3, pp. 7-39, 1995.

MIGUEL, Antônio. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Volume 5 – Número 8 – julho/dezembro, pp. 73-105, 1997.

SCHUBRING, Gert. Desenvolvimento histórico do conceito e do processo de aprendizagem, a partir de recentes concepções matemático-didáticas (erros, obstáculos, transposição). Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Volume 6 – Número 10 – julho/dezembro, pp. 9-34, 1998.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA

BITTENCOURT, Jane. *Obstáculos Epistemológicos e a Pesquisa em Didática da Matemática*. Educação Matemática em Revista – SBEM. Ano V, n. 6, São Paulo, pp. 13-17, 1998.

FRAGOSO, Wagner da Cunha. *Equação do 2º grau – uma abordagem histórica*. Educação Matemática em Revista – SBEM. Ano VII, n. 8, São Paulo, pp. 57-61, 2000.

MIGUEL, Antônio. *Reflexão acerca da educação matemática contemporânea*. A Educação Matemática em Revista – SBEM. Ano II, n. 2, Blumenau, pp. 53-60, 1994.

PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. *Saberes do professor de matemática: uma reflexão sobre a licenciatura*. Educação Matemática em Revista – SBEM. Ano IX, Edição Especial, São Paulo, pp. 95-104, 2002.

PAVANELLO, Regina Maria e **ANDRADE**, Roseli Nozaki de. *Formar professores para ensinar geometria: um desafio para as licenciaturas de matemática*. Educação Matemática em Revista – SBEM. Ano IX, Edição Especial, São Paulo, pp. 78-87, 2002.

PIRES, Célia Maria Carolino. *Novos desafios para os cursos de licenciatura em matemática*. A Educação Matemática em Revista – SBEM. Ano VII, n. 8, São Paulo, pp. 10-15, 2000.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *História da Matemática na Licenciatura: uma contribuição para o debate*. Educação Matemática em Revista – SBEM. Ano IX, Edição Especial, São Paulo, pp. 88-94, 2002b.
ZUFFI, Edna Maura. *Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função*. Educação Matemática em Revista – SBEM. Ano VIII, n. 9/10, São Paulo, pp. 10-16, 2001.

REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

ART1. **ALMEIDA**, Arthur C. e **CORRÊA**, F. J. S. A. *Papiro de Rhind e as frações unitárias*. RPM 35 – 1997, pp. 2-8.
ART2. **ALMEIDA**, Artur. *Uma demonstração de Euclides*. RPM 49 – 2002, pp. 42/43.
ART3. **AMARAL**, João Tomás do. *Método de Viète para resolução de equações do 2º grau*. RPM 13 – 1988, pp. 18-20.
ART4. **ANDRADE**, Lenimar N. de. *Mais sobre quadrados mágicos*. RMP 41 – 1999, pp. 12-16.
ART5. **ANDRADE**, Lenimar N. de. *A construção de cônicas e o teorema de Pascal*. RPM 45 – 2001, pp. 17–19.
ART6. **ARCONCHER**, Cláudio. *As ternas pitagóricas*. RPM 18 – 1991, pp. 10/11.
ART7. **ÁVILA**, Geraldo. *A Geometria e as distâncias astronômicas na Grécia Antiga*. RPM 1 – 1982, pp. 9-13.
ART8. **ÁVILA**, Geraldo. *Retângulo áureo, divisão áurea e seqüência de Fibonacci*. RPM 6 – 1985a, pp. 9-14.
ART9. **ÁVILA**, Geraldo. *Eudoxo, Dedekind, números reais e ensino de Matemática*. RPM 7 – 1985b, pp. 5-10.
ART10. **ÁVILA**, Geraldo. *Arquimedes, a esfera e o cilindro*. RPM 10 – 1987, pp. 11-20.
ART11. **ÁVILA**, Geraldo. *Geometria e Astronomia*. RPM 13 – 1988, pp. 5-12.
ART12. **ÁVILA**, Geraldo. *Kepler e a órbita elíptica*. RPM 15 – 1989, pp. 2-13.
ART13. **ÁVILA**, Geraldo. *Legendre e o postulado das paralelas*. RPM 22 – 1992, pp. 16-28.
ART14. **ÁVILA**, Geraldo. *A hipérbole e os telescópios*. RPM 34 – 1997, pp. 22-27.
ART15. **ÁVILA**, Geraldo. *O paradoxo de Zenão*. RPM 39 – 1999, pp. 9-16.
ART16. **ÁVILA**, Geraldo. *Cantor e a teoria dos conjuntos*. RPM 43 – 2000, pp. 6-14.
ART17. **ÁVILA**, Geraldo. *Euclides, geometria e fundamentos*. RPM 45 – 2001, pp. 1-9.
ART18. **AZEVEDO**, Alberto de. *Seqüências de Fibonacci*. RPM 45 – 2001, pp. 44-47.
ART19. **BONGIOVANNI**, V. e **WATANABE**, R. *Pi acaba?* RPM 19 – 1991, pp. 1-8.
ART20. **CARNEIRO**, José P. Q. *Uma idéia de Felix Klein*. RPM 29 – 1995, pp. 20-23.
ART21. **CARNEIRO**, José P. Q. *Nota biográfica sobre Galois*. RPM 32 – 1996a, pp. 31/32.
ART22. **CARNEIRO**, José P. Q. *Nomografia – Nota histórica*. RPM 32 – 1996b, pp. 37/38.
ART23. **COELHO**, Mozart C. P. *Medidas na carta de Caminha*. RPM 36 – 1998, pp. 6-8.
ART24. **CORRÊA**, Francisco J. S. A. *Por que não existe prêmio Nobel para a Matemática?* RPM 40 – 1999, pp. 15-20.
ART25. **DÁLCIN**, Mário. *A demonstração feita por Heron*. RPM 36 – 1998, pp. 3-5.
ART26. **DOMINGUES**, Hygino H. *O pequeno teorema de Fermat e as dízimas periódicas*. RPM 52 – 2003, pp. 8–16.
ART27. **FILHO**, Daniel C. M. *As mulheres na Matemática*. RPM 30 – 1996, pp. 2-9.
ART28. **FILHO**, Daniel C. M. *... E elas finalmente chegaram*. RPM 33 – 1997, pp. 1-6.
ART29. **FRAGOSO**, Wagner da C. *Uma abordagem histórica da equação do 2º grau*. RPM 43 – 2000, pp. 20-25.
ART30. **FREIRE**, Benedito T. V. *Números primos. Os argumentos de Euclides e aplicações*. RPM 11 – 1987, pp. 5-8.
ART31. **FREITAS**, J. Orlando G. *A Geometria torna-se Álgebra*. RPM 27 – 1995, pp. 22-24.
ART32. **GARBI**, Gilberto. *Outro belo teorema de Fermat*. RPM 38 – 1998, pp. 1-9.
ART33. **GARBI**, Gilberto. *Uma pequena pérola de Euler*. RPM 50 – 2002, pp. 15–19.
ART34. **GARBI**, Gilberto. *A matemática grega em uma casca de noz*. RPM 51 – 2003, pp. 15–23.
ART35. **GOUVÊA**, Fernando Q. *Em busca da "demonstração maravilhosa" de Fermat*. RPM 15 – 1989, pp. 14-17.
ART36. **GUELLI**, Oscar. *A regra da falsa posição*. RPM 15 – 1989, pp. 18-22.

ART37. **GUELLI**, Oscar. _Visualizando as equações_. RPM 16 – 1990, pp. 29-35.
ART38. **HELLMEINSTER**, Ana C. P. _Uma aula de Matemática no ano 1000_. RPM 42 – 2000, pp. 19-27.
ART39. **LA PENHA**, Guilherme M. _Editorial (Leonard Euler)_. RPM 3 – 1983a, p. 1.
ART40. **LA PENHA**, Guilherme M. _Leonardo Euler_. RPM 3 – 1983b, pp. 2-4.
ART41. **LA PENHA**, Guilherme M. _Euler e a topologia_. RPM 3 – 1983c, pp. 12-14.
ART42. **LA PENHA**, Guilherme M. _Euler e a teoria dos números_. RPM 4 – 1984, pp. 12-15.
ART43. **LEITE**, Paulo F. _Irrelevâncias (Norbert Wiener)_. RPM 1 – 1982, pp. 16/17.
ART44. **LEITE**, Paulo F. _Pérolas (Carl Friedrich Gauss)_. RPM 4 – 1984, pp. 1-3.
ART45. **LEITE**, Paulo F. _Números de Fermat_. RPM 7 – 1985, pp. 23-25.
ART46. **LIMA**, Elon L. _O que é o número π?_ RPM 6 – 1985a, pp. 18-20.
ART47. **LIMA**, Elon L. _Sobre a evolução de algumas idéias matemáticas_. RPM 6 – 1985b, pp. 1-8.
ART48. **LIMA**, Elon L. _De onde vêm os nomes das funções trigonométricas? E por que o círculo trigonométrico tem raio igual a 1?_. RPM 8 – 1986, pp. 13/14.
ART49. **MILIES**, César P. _A emergência dos números complexos_. RPM 24 – 1993, pp. 5-15.
ART50. **MILIES**, César P. _A solução de Tartaglia para a equação do 3º grau_. RPM 25 – 1994, pp. 15-22.
ART51. **OLIVA**, W. M. _A independência do axioma das paralelas e as geometrias não-euclidianas_. RPM 2 – 1983, pp. 28-31.
ART52. **PITOMBEIRA**, João B. _Um problema de Fibonacci_. RPM 17 – 1990, pp. 4-9.
ART53. **PITOMBEIRA**, João B. e **LA ROCQUE**, G. _Uma equação diofantina e suas resoluções_. RPM 19 – 1991, pp. 39-47.
ART54. **PITOMBEIRA**, João B. _Euclides, Fibonacci e Lamé_. RPM 24 – 1993, pp. 32-40.
ART55. **RODRIGUES**, Flávio W. _Finalmente Fermat descansa em paz_. RPM 29 – 1995, p. 27.
ART56. **ROSA**, Euclides. _Mania de Pitágoras_. RPM 2 – 1983, pp. 14-17.
ART57. **ROSA**, Euclides. _Como abrir um túnel, se você sabe Geometria_. RPM 5 – 1984, pp. 2-5.
ART58. **RPM**. _A fórmula é de Bhaskara?_ RPM 39 – 1999, p. 54.
ART59. **SÁNCHEZ**, Jesús A. P. _Um dia inesquecível na vida de Gauss_. RPM 37 – 1998, pp. 11-13.
ART60. **SARAIVA**, José C. V. _As pirâmides do Egito e a razão áurea_. RPM 48 – 2002, pp. 3–6.
ART61. **SOUZA**, Severino. _Arquimedes e a coroa do rei_. RPM 9 – 1986, pp. 11-15.
ART62. **SOUZA**, Severino. _Será que foi assim?_ RPM 19 – 1991, pp. 26-28.
ART63. **VENTURI**, Jacir J. _Símbolos e notações matemáticas_. RPM 41 – 1999, pp. 45/46.
ART64. **WAGNER**, Eduardo. _Um pouco sobre Descartes_. RPM 19 – 1991, pp. 9-14.

LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS

LDA5 – **BIGODE**, Antônio José Lopes. _Matemática atual, 5ª série_ São Paulo: Atual, 1994.
LDA6 – **BIGODE,** Antônio José Lopes. _Matemática atual, 6ª série_ São Paulo: Atual, 1994.
LDA7 – **BIGODE**, Antônio José Lopes. _Matemática atual, 7ª série_ São Paulo: Atual, 1994.
LDA8 – **BIGODE**, Antônio José Lopes. _Matemática atual, 8ª série_ São Paulo: Atual, 1994.
LDB5 – **BIGODE**, Antônio José Lopes _Matemática hoje é feita assim, 5ª série_ São Paulo: FTD, 2000.
LDB6 – **BIGODE**, Antônio José Lopes _Matemática hoje é feita assim, 6ª série_ São Paulo: FTD, 2000.
LDB7 – **BIGODE**, Antônio José Lopes _Matemática hoje é feita assim, 7ª série_ São Paulo: FTD, 2000.
LDB8 – **BIGODE**, Antônio José Lopes _Matemática hoje é feita assim, 8ª série_ São Paulo: FTD, 2000.
LDC5 – **BONGIOVANNI**, Vicenzo [*et al.*] _Matemática vida, 5ª série_ São Paulo : Ática, 2002.
LDC8 – **BONGIOVANNI**, Vicenzo [*et al.*] _Matemática vida, 8ª série_ São Paulo : Ática, 2002.
LDD5 – **FRANÇA**, Elizabeth [*et al.*] _Matemática na vida e na escola, 5ª série_ São Paulo : Ed. do Brasil, 1999.
LDD7 – **FRANÇA**, Elizabeth [*et al.*] _Matemática na vida e na escola, 7ª série_ São Paulo : Ed. do Brasil, 1999.
LDD8 – **FRANÇA**, Elizabeth [*et al.*] _Matemática na vida e na escola, 8ª série_ São Paulo : Ed. do Brasil, 1999.
LDE5 – **GIOVANNI**, José Ruy [*et al.*] _A conquista da matemática – nova, 5ª série_ São Paulo : FTD, 1998.

LDE7 – **GIOVANNI**, José Ruy [*et al.*] *A conquista da matemática – nova, 7ª série* São Paulo : FTD, 1998.
LDE8 – **GIOVANNI**, José Ruy [*et al.*] *A conquista da matemática – nova, 8ª série* São Paulo : FTD, 1998.
LDF5 – **GIOVANNI**, José Ruy [*et al.*] *Matemática pensar e descobrir : novo, 5ª série* São Paulo : FTD, 2000.
LDG6 – **IMENES**, Luis Márcio; **LELIS**, Marcelo *Matemática, 6ª série* São Paulo : Scipione, 1997 .
LDG7 – **IMENES**, Luis Márcio; **LELIS**, Marcelo *Matemática, 7ª série* São Paulo : Scipione, 1997.
LDH6 – **LOGEN**, Adilson *Matemática em movimento, 6ª série* São Paulo : Editora do Brasil, 1999.
LDH7 – **LOGEN**, Adilson *Matemática em movimento, 7ª série* São Paulo : Editora do Brasil, 1999.
LDI5 – **MORI**, Iracema; **DULCE**, S.Onaga; *Matemática: idéias e desafios, 5ª série* São Paulo : Saraiva, 1998. 6ª ed.
LDJ6 – **MORI**, Iracema; **DULCE**, S Onaga; *Matemática: idéias e desafios, 6ª série* São Paulo : Saraiva, 2001. 10ª ed.
LDJ7 – **MORI**, Iracema; **DULCE**, S.Onaga; *Matemática: idéias e desafios, 7ª série* São Paulo : Saraiva, 2001. 10ª ed.
LDJ8 – **MORI**, Iracema; **DULCE**, S.Onaga; *Matemática: idéias e desafios, 8ª série* São Paulo : Saraiva, 2001. 10ª ed.
LDK5 – **SOUZA**, Maria Helena de; **SPINELLI**, Walter *Matemática, 5ª série* São Paulo : Ática, 1999.
LDK6 – **SOUZA**, Maria Helena de; **SPINELLI**, Walter *Matemática, 6ª série* São Paulo : Ática, 1999.
LDK7 – **SOUZA**, Maria Helena de; **SPINELLI**, Walter *Matemática, 7ª série* São Paulo : Ática, 1999.
LDK8 – **SOUZA**, Maria Helena de; **SPINELLI**, Walter *Matemática, 8ª série* São Paulo : Ática, 1999.
LDL5 – **GUELLI**, Oscar *Matemática: uma aventura do pensamento, 5ª série* São Paulo : Ática, 2001.
LDL6 – **GUELLI**, Oscar *Matemática: uma aventura do pensamento, 6ª série* São Paulo : Ática, 2001.
LDL7 – **GUELLI**, Oscar *Matemática: uma aventura do pensamento, 7ª série* São Paulo : Ática, 2001.
LDL8 – **GUELLI**, Oscar *Matemática: uma aventura do pensamento, 8ª série* São Paulo : Ática, 2001.
LDM6 – **JAKUBOVIC**, J. e **LELLIS**, M. *Matemática na medida certa, 6ª série* São Paulo : Scipione, 1991. 3ª Ed
LDN7 – **JAKUBOVIC**, José e **LELLIS**, Marcelo *Matemática na medida certa, 7ª série* São Paulo : Scipione, 1995.
LDN8 – **JAKUBOVIC**, José e **LELLIS**, Marcelo *Matemática na medida certa, 8ª série* São Paulo : Scipione, 1995.
LDO5 – **JAKUBOVIC**, José [*et al.*] *Matemática na medida certa, 5ª série* São Paulo : Scipione, 1999.
LDO7 – **JAKUBOVIC**, José [*et al.*] *Matemática na medida certa, 7ª série* São Paulo : Scipione, 1999.
LDP5 – **IMENES**, Luiz M. e **LELLIS**, Marcelo. *Matemática para todos: 5ª série*. São Paulo : Scipione, 2002.
LDP6 – **IMENES**, Luiz M. e **LELLIS**, Marcelo. *Matemática para todos: 6ª série*. São Paulo : Scipione, 2002.
LDP7 – **IMENES**, Luiz M. e **LELLIS**, Marcelo. *Matemática para todos: 7ª série*. São Paulo : Scipione, 2002.
LDP8 – **IMENES**, Luiz M. e **LELLIS**, Marcelo. *Matemática para todos: 8ª série*. São Paulo : Scipione, 2002.
LDQ5 – **SCIPIONE**. *Matemática Scipione – Conceitos e histórias. 5ª série*. São Paulo : Scipione, 1995.
LDQ6 – **SCIPIONE**. *Matemática Scipione – Conceitos e histórias. 6ª série*. São Paulo : Scipione, 1995.
LDQ7 – **SCIPIONE**. *Matemática Scipione – Conceitos e histórias. 7ª série*. São Paulo : Scipione, 1995.
LDQ8 – **SCIPIONE**. *Matemática Scipione – Conceitos e histórias. 8ª série*. São Paulo : Scipione, 1995.
LDR5 – **IEZZI**, Gelson [*et al.*]. *Matemática e Realidade – 5ª série*. São Paulo : Atual, 1991.
LDR6 – **IEZZI**, Gelson [*et al.*]. *Matemática e Realidade – 6ª série*. São Paulo : Atual, 1991.
LDR7 – **IEZZI**, Gelson [*et al.*]. *Matemática e Realidade – 7ª série*. São Paulo : Atual, 1991.
LDR8 – **IEZZI**, Gelson [*et al.*]. *Matemática e Realidade – 8ª série*. São Paulo : Atual, 1991.
LDS5 – **BIANQUINI**, Edwaldo. *Matemática, 5ª série*. São Paulo : Moderna, 2002. 5ª Ed.
LDS6 – **BIANQUINI**, Edwaldo. *Matemática, 6ª série*. São Paulo : Moderna, 2002. 5ª Ed.
LDS7 – **BIANQUINI**, Edwaldo. *Matemática, 7ª série*. São Paulo : Moderna, 2002. 5ª Ed.