ANA BARBARA KNOLSEISEN SAMBAQUI

METODOLOGIAS PARA MELHORIA DO PERFIL DE TENSÃO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

FLORIANÓPOLIS
2005

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

METODOLOGIAS PARA MELHORIA DO PERFIL DE TENSÃO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

Tese submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

ANA BARBARA KNOLSEISEN SAMBAQUI

Florianópolis, Julho de 2005.

METODOLOGIAS PARA MELHORIA DO PERFIL DE TENSÃO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

Ana Barbara Knolseisen Sambaqui

'Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Sistemas de Energia Elétrica*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.'

_____
Prof. Jorge Coelho, D.Sc.
Orientador

_____
Prof. Alexandre Trofino Neto, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

_____
Prof. Jorge Coelho, D.Sc.
Presidente

_____
Prof. Sérgio Fernando Mayerle, Dr.
Co-orientador

_____
Prof. C. Celso de Brasil Camargo, Dr.

_____
Eng^{o}. Erlon Cristian Finardi, Dr.

_____
Prof. Flavio Antonio Becon Lemos, Dr.Eng.

_____
Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.

_____
Prof. Mario Fabiano Alves, Ph.D.

"Nunca ande pelo caminho traçado,
pois ele conduz somente até onde os outros foram."
(Grahan Bell)

Ao meu marido, Sandro Sambaqui,
pelo incentivo, pelo amor!
Aos meus pais, Günter e Ana Lúcia,
pelo exemplo de vida!
E aos meus irmãos, Patrícia Cecília e Giovani Carlo,
pela união!

Agradecimentos

A Deus!

Ao meu orientador, Professor Jorge Coelho, pela orientação e oportunidade de desenvolvimento deste trabalho, e principalmente pela amizade e confiança. Obrigada!

Ao co-orientador deste trabalho, Professor Sérgio Fernando Mayerle por todas as contribuições ao desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores Hans Helmut Zürn, C. Celso de Brasil Camargo, Mario Fabiano Alves e ao engenheiro Erlon Cristian Finardi pela participação na banca examinadora. Em especial ao professor Flavio Becon Lemos não somente pela participação na banca examinadora, mas por toda contribuição como relator desta tese.

Aos professores e colegas do LabPlan que de várias formas contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial à amiga Raquel Rocha Saboia pelas muitas conversas e aos colegas Eduardo Gaulke e Fabiano Ferreira Andrade pelo apoio na fase de implementação.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia Elétrica pela dedicação na transferência de conhecimentos.

À Universidade Federal de Santa Catarina pelo apoio técnico e ao CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários
para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

METODOLOGIAS PARA MELHORIA DO PERFIL DE TENSÃO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

ANA BARBARA KNOLSEISEN SAMBAQUI

Julho/2005

Orientador: Jorge Coelho, D.Sc.

Co-Orientador: Sérgio Fernando Mayerle, Dr.

Área de Concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Palavras-chave: análise da sensibilidade, balanceamento de cargas, fluxo de carga probabilístico, perfil de tensão, redes secundárias de distribuição.

Número de Páginas: 248

Considerando que a variação no carregamento de redes secundárias de distribuição pode gerar desequilíbrio entre as fases de uma rede de distribuição e uma queda de tensão mais acentuada na fase mais carregada dessa rede, este trabalho apresenta duas metodologias para auxiliar na busca do perfil de tensão mais adequado para as redes a partir de seu balanceamento. A primeira metodologia utiliza técnicas de Algoritmos Genéticos na busca pelo balanceamento da rede, aplicando prioridade aos critérios considerados no processo: queda de tensão, distribuição de cargas entre as fases do transformador, carregamento no transformador, perdas elétricas e número de operações de troca de fase de consumidores. A natureza probabilística dos dados de demanda é considerada na modelagem matemática desenvolvida para determinar a sensibilidade da variação das tensões em cada barra de sistemas de distribuição quando ocorre uma variação na sua demanda. Estas equações de sensibilidade são utilizadas pela segunda metodologia para gerar as matrizes de sensibilidade, as quais identificam os nós mais sensíveis à variação da demanda para cada uma das configurações da rede, a partir da configuração inicial, e a técnica de Busca Vertical é utilizada para realizar a seleção das possibilidades de troca para cada uma das configurações, com os critérios queda de tensão e número máximo de trocas para cada rede limitando a profundidade da busca. Assim, é obtido um programa computacional de apoio à decisão, para o melhor aproveitamento dos recursos existentes nas redes secundárias de distribuição, através da redistribuição dos consumidores nas fases do sistema, que conta com as duas rotinas de busca, acionadas de forma independente.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

METHODOLOGIES TO IMPROVEMENT OF THE VOLTAGE PROFILE IN DISTRIBUTION SYSTEMS

ANA BARBARA KNOLSEISEN SAMBAQUI

July/2005

Advisor: Jorge Coelho, D.Sc.
Co-Advisor: Sérgio Fernando Mayerle, Dr.
Area of Concentration: Electrical Energy Systems.
Keywords: sensibility analysis, load balancing, probabilistic load flow, secondary distribution network, voltage profile.
Number of Pages: 248

Considering that the loading variation of the secondary distribution networks can generate an unbalance between phases of a distribution network and a voltage drop more accented in the most loaded phase of this network, this work presents two methodologies to assist more in the search of the adjusted of voltage profile for the networks from its balancing. The first methodology uses techniques of Genetic Algorithms in the search for the network balancing, applying priority to the criteria considered in the process: voltage drop, load distribution between the phases of the transformer, transformer loading, electrical losses and operation number of phase transfer of consumers. The probabilistic nature of the demand data is considered in the mathematical modeling developed to determine the sensibility of the nodal voltage variation in each bus of distribution systems when a variation in its demand occurs. These equations of sensibility are used by the second methodology to generate the sensibility matrices, to identify load connections which are more sensitive to voltage variation for each network configuration, from the initial configuration, and the technique of Depth-First is used to carry through the election of the possibilities of change for each one of the configurations, with the criteria of voltage drop and maximum number of changes for each network limiting the depth of the search. Thus, a computational program of support to the decision is gotten, for optimum exploitation of the existing resources in the secondary distribution networks, through the redistribution of the consumers in the phases of the system, which counts on the two routines of search, set in motion of independent form.

Sumário

LISTA DE FIGURAS ..... **IV**

LISTA DE TABELAS ..... **V**

LISTA DE ABREVIATURAS ..... **VI**

CAPÍTULO 1 APRESENTAÇÃO **1**

1.1 INTRODUÇÃO 1
1.2 MOTIVAÇÕES 2
1.3 OBJETIVOS DO TRABALHO 3
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO 5
1.5 CONTRIBUIÇÕES 6

CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA **8**

2.1 QUALIDADE NO FORNECIMENTO 8
2.2 FLUXO DE CARGA EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO 11
2.3 FLUXO DE CARGA PROBABILÍSTICO (FCP) 14
2.4 BALANCEAMENTO DE CARGAS 19
2.5 INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL 22
2.5.1 Algoritmos Genéticos (AG) *23*
2.5.2 Lógica Difusa *26*
2.6 CONCLUSÃO 28

CAPÍTULO 3 METODOLOGIA MULTICRITÉRIO PARA A MELHORIA DO PERFIL DE TENSÃO ATRAVÉS DO BALANCEAMENTO DE REDES SECUNDÁRIAS **30**

3.1 INTRODUÇÃO 30
3.2 MODELO DE FLUXO DE CARGA UTILIZADO 31
3.2.1 Método Soma das Correntes (MSC) *31*
3.2.1.1 Equivalente Elétrico 32
3.2.1.2 Equações para o Cálculo das Variáveis da Rede 33
3.2.1.3 Algoritmo do MSC 34
3.3 MODELO DE BALANCEAMENTO DE REDES SECUNDÁRIAS 36
3.4 FUNÇÃO OBJETIVO PARA AVALIAÇÃO DAS SOLUÇÕES PROPOSTAS 37
3.4.1 Critérios de Adequação da Solução *38*
3.4.1.1 Queda Relativa de Tensão 39
3.4.1.2 Carregamento no Transformador 39
3.4.1.3 Desequilíbrio no Transformador 39
3.4.1.4 Perdas Elétricas Relativas 40
3.4.1.5 Número Máximo de Trocas de Fases 40
3.5 ALGORITMOS PARA A BUSCA DO BALANCEAMENTO 41
3.5.1 Algoritmo baseado na Fuzificação dos Critérios *41*
3.5.1.1 Conjuntos Difusos 41
3.5.1.2 Funções de Pertinência 42
3.5.2 Algoritmo baseado na Valoração dos Critérios *43*
3.5.3 Algoritmo Genético para a Busca de uma Solução Eficiente *44*
3.5.3.1 Estrutura do Cromossomo 45
3.5.3.2 Avaliação da Aptidão 47
3.5.3.3 Processo de Seleção Natural 48
3.5.3.4 Processo de Reprodução 48
3.6 REQUISITOS FUNCIONAIS DO SISTEMA 50
3.6.1 Criar Base de Dados *50*
3.6.1.1 Apropriar Cargas Demandadas 53
3.6.2 Gerar Mapa Esquemático Geo-Referenciado *54*
3.6.3 Calcular Grandezas Elétricas dos Circuitos Cadastrados *54*
3.6.4 Redistribuir as Cargas dos Consumidores nas Fases do Circuito *54*
3.6.4.1 Manter Cenários Alternativos para cada Circuito Cadastrado 55
3.6.4.2 Determinar o Grau de Adequação para cada Solução Alternativa 55
3.6.5 Emitir Relatório e Croquis de Implantação de Melhorias *55*
3.7 A FERRAMENTA DE APOIO À DECISÃO 56
3.7.1 Principais Interfaces Gráficas *56*
3.7.1.1 Janela Principal de Gerenciamento de Redes 57
3.7.1.2 Janela para Seleção da Base de Dados 58

3.7.1.3 Janela de Senha do Usuário ... 58
3.7.1.4 Janela de Cadastro de Cabos ... 59
3.7.1.5 Janela do Croqui da Rede ... 59
3.7.1.6 Janela de Acompanhamento da Evolução da Busca Genética ... 61
3.7.1.7 Janela *Preview* para os Relatórios Impressos ... 61
3.8 CONCLUSÃO ... 62

CAPÍTULO 4 MODELAGEM PROBABILÍSTICA DA CARGA ... 64

4.1 INTRODUÇÃO ... 64
4.2 MODELO DE FLUXO DE CARGA UTILIZADO ... 65
4.2.1 Método Soma das Potências (MSP) ... *65*
4.2.1.1 Hipótese Sobre a Rede e a Demanda ... 66
4.2.1.2 Equivalente Elétrico ... 66
4.2.1.3 Cálculo das Potências Acumuladas ... 67
4.2.1.4 Cálculo das Perdas de Potência Ativa e Reativa ... 68
4.2.1.5 Cálculo das Tensões ... 68
4.2.1.6 Cálculo dos Ângulos das Tensões ... 70
4.2.1.7 Cálculo das Correntes ... 70
4.2.1.8 Cálculo das Perdas Ativa e Reativa Totais do Sistema ... 71
4.2.1.9 Cálculo das Potências Ativa e Reativa Totais do Sistema ... 71
4.2.1.10 Algoritmo do MSP ... 71
4.3 REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA ... 72
4.3.1 Simulação Monte Carlo (SMC) ... *72*
4.3.2 Método das Derivadas Parciais ... *76*
4.3.2.1 Análise da Variação da Tensão para Sistemas Radiais em Relação à Carga Própria do Ramal ... 77
4.3.2.2 Análise da Variação da Tensão para Sistemas Radiais em Relação à Carga Própria e demais Cargas à Jusante ... 81
4.3.2.3 Análise da Representação da Variação da Carga em Relação aos Termos Quadráticos ... 87
4.3.2.4 Análise da Variação para Sistemas com Ramais Laterais ... 88
4.3.2.5 Justificativa da Simplificação das Perdas ... 92
4.4 REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA TENSÃO NODAL EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA ... 95
4.5 CONCLUSÃO ... 96

CAPÍTULO 5 METODOLOGIA PARA MELHORIA DO PERFIL DE TENSÃO BASEADA NA MATRIZ DE SENSIBILIDADE ... 98

5.1 INTRODUÇÃO ... 98
5.2 MATRIZ DE SENSIBILIDADE ... 99
5.3 APLICAÇÃO DA MATRIZ DE SENSIBILIDADE ... 100
5.3.1 Alocação de Reativos ... *100*
5.3.2 Corte de Carga ... *101*
5.3.3 Balanceamento de Cargas ... *102*
5.4 BUSCA EM GRAFOS ... 102
5.4.1 Definições ... *102*
5.4.2 Busca de Caminhos em Grafos ... *103*
5.4.3 Árvore de Decisão ... *104*
5.4.3.1 O Princípio da Busca em Árvore de Decisão ... 104
5.4.4 Busca Vertical (Depth-First) ... *105*
5.4.4.1 Algoritmo da Busca Vertical de um Grafo ... 106
5.5 MODELO PARA A BUSCA DO BALANCEAMENTO EM REDES SECUNDÁRIAS ... 108
5.5.1 Função Objetivo ... *108*
5.5.2 Critérios de Adequação da Solução ... *109*
5.5.2.1 Queda Relativa de Tensão ... 110
5.5.2.2 Número Máximo de Trocas de Fases ... 110
5.5.3 Modelo de Fluxo de Carga ... *110*
5.5.3.1 Algoritmo do MSP com Cálculo da Matriz de Sensibilidade ... 111
5.5.4 Fluxograma da Rotina da Busca Vertical ... *113*
5.5.5 Requisitos Funcionais do Modelo ... *114*
5.5.5.1 Janela de Impressão da Matriz de Sensibilidade ... 115
5.5.5.2 Janela de Acompanhamento da Evolução da Busca Vertical ... 116
5.6 CONCLUSÃO ... 117

CAPÍTULO 6 SIMULAÇÕES E RESULTADOS ... 119

6.1 INTRODUÇÃO ... 119
6.2 REPRESENTAÇÃO PROBABILÍSTICA DA VARIAÇÃO DA CARGA ... 120
6.3 BALANCEAMENTO DE REDES SECUNDÁRIAS DE DISTRIBUIÇÃO ... 123

6.3.1 Metodologia Baseada na Utilização de Múltiplos Critérios ... *126*
6.3.2 Metodologia Baseada na Utilização da Matriz de Sensibilidade ... *128*
6.3.3 Comparação entre as Metodologias ... *130*
6.4 Conclusão ... 133

CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES ... 135

7.1 Introdução ... 135
7.2 Linhas Futuras de Pesquisa ... 138

APÊNDICE A REVISÃO DE CONJUNTOS DIFUSOS ... 140

A.1 Introdução ... 140
A.2 Definições Básicas da Teoria dos Conjuntos Difusos ... 141
A.2.1 Definição 1 ... *142*
A.2.2 Definição 2 ... *143*
A.2.3 Definição 3 ... *144*
A.2.4 Definição 4 ... *145*
A.2.5 Definição 5 ... *145*
A.2.6 Definição 6 ... *146*
A.2.7 Definição 7 ... *146*
A.3 Princípio da Extensão ... 146
A.4 Algumas Operações com Números Difusos ... 147
A.4.1 Adição de Números Difusos ... *147*
A.4.2 Máximos e Mínimos entre Números Difusos ... *147*
A.4.3 Comparação de Números Difusos ... *148*
A.5 Conjuntos Difusos e Variáveis Lingüísticas ... 149

APÊNDICE B EQUAÇÃO PARA CÁLCULO DA TENSÃO ... 151

B.1 Dedução da Equação para Cálculo da Tensão ... 151

APÊNDICE C REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA PARA SISTEMAS RADIAIS ... 155

C.1 Equivalente Elétrico ... 155
C.2 Análise da Variação considerando somente as Cargas Próprias ... 155
C.2.1 Análise da Tensão para o Primeiro Ponto de Carga ... *156*
C.2.2 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 2 ... *163*
C.3 Análise da Variação considerando as Cargas à Jusante ... 168
C.3.1 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 3 ... *169*
C.3.2 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 2 ... *176*
C.3.3 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 1 ... *185*
C.4 Generalização da Representação da Variação da Carga ... 193
C.4.1 Análise Considerando Somente as Cargas Próprias ... *193*
C.4.2 Análise Considerando as Cargas à Jusante ... *195*
C.5 Equações para Representação da Variação da Carga ... 196

APÊNDICE D REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA PARA SISTEMAS COM RAMAIS LATERAIS ... 199

D.1 Equivalente Elétrico ... 199
D.2 Análise considerando as Cargas à Jusante de cada Barra ... 199
D.2.1 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 6 ... *199*
D.2.2 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 5 ... *205*
D.2.3 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 4 ... *210*
D.2.4 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 3 ... *216*
D.2.5 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 2 ... *222*
D.2.6 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 1 ... *227*
D.3 Generalização da Representação da Variação da Carga ... 233

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA ... 237

Lista de Figuras

Figura 1: Representação monofásica do sistema para MSC. ... 32
Figura 2: Lei de Kirchhoff aplicada aos nós. ... 34
Figura 3: Fluxograma do Método Soma das Correntes. ... 35
Figura 4: Função de pertinência ao conjunto difuso *queda relativa de tensão*. ... 42
Figura 5: Valoração dos critérios considerados na busca do balanceamento. ... 43
Figura 6: Possíveis esquemas de trocas para consumidores com cargas trifásicas. ... 46
Figura 7: Matrizes que representam os esquemas de permutação para consumidores com carga trifásica. ... 46
Figura 8: Representação do cromossomo para um problema com 13 consumidores. ... 47
Figura 9: Aplicação do *single point crossover*. ... 49
Figura 10: Aplicação do operador de mutação. ... 49
Figura 11: Fluxograma funcional do *Equlibra* com aplicação de múltiplos critérios. ... 50
Figura 12: Padrão para gerar base de dados das redes secundárias. ... 52
Figura 13: Janela de gerenciamento de redes. ... 57
Figura 14: Janela de entrada do fator de potência da rede em estudo. ... 58
Figura 15: Ícone da barra de ferramentas para acesso à base de dados. ... 58
Figura 16: Janela padrão para abertura de arquivos no MS Windows. ... 58
Figura 17: Janela padrão para definição de usuário e senha de acesso à base de dados. ... 59
Figura 18: Ícone da barra de ferramentas para acesso à janela de cadastro de cabos. ... 59
Figura 19: Janela de cadastro de cabos. ... 59
Figura 20: Ícone da barra de ferramentas para acesso à janela de croqui da rede. ... 60
Figura 21: Janela de apresentação do croqui da rede secundária. ... 60
Figura 22: Janela de acompanhamento do processo de busca genética. ... 61
Figura 23: Ícone da barra de ferramentas para acesso à janela de impressão de relatórios. ... 61
Figura 24: Janela *Preview* de relatórios. ... 62
Figura 25: Equivalente elétrico de um alimentador principal com *n* barras e *n* ramos. ... 66
Figura 26: Equivalente de linha monofásica com um alimentador. ... 67
Figura 27: Sistema radial com 14 barras. ... 74
Figura 28: Sistema radial modificado com 4 barras. ... 74
Figura 29: Equivalente elétrico de uma rede de distribuição com n barras. ... 77
Figura 30: Equivalente elétrico com um alimentador principal e 2 barras. ... 77
Figura 31: Equivalente elétrico com um alimentador principal e 3 barras. ... 82
Figura 32: Equivalente elétrico de uma rede com ramais laterais. ... 88
Figura 33: Equivalente elétrico com um alimentador principal e 4 barras. ... 92
Figura 34: Sistema equivalente com 4 barras. ... 94
Figura 35: Aplicação da matriz de sensibilidade. ... 100
Figura 36: Partição do problema P_0 em subproblemas. ... 104
Figura 37: Árvore após ramificação de P_i. ... 104
Figura 38: Árvore de Decisão. ... 105
Figura 39: Árvore de Decisão da Busca Vertical. ... 106
Figura 40: Fluxograma do Método Soma das Potências com Matriz de Sensibilidade. ... 112
Figura 41: Fluxograma funcional do *Equlibra* com aplicação da matriz de sensibilidade. ... 114
Figura 42: Ícone da barra de ferramentas para acesso à janela de impressão da matriz de sensibilidade. ... 115
Figura 43: Janela de impressão da matriz de sensibilidade. ... 116
Figura 44: Janela de acompanhamento do processo de busca vertical. ... 117
Figura 45: Sistema radial modificado com 4 barras. ... 120
Figura 46: Estudo de caso: rede secundária do sul do estado de Santa Catarina antes do balanceamento. ... 125
Figura 47: Janela do processo de busca genética para o estudo de caso. ... 126
Figura 48: Estudo de caso: rede secundária após o balanceamento utilizando múltiplos critérios. ... 127
Figura 49: Janela do processo de Busca Vertical para o estudo de caso. ... 128
Figura 50: Estudo de caso: rede secundária após o balanceamento utilizando matriz de sensibilidade. ... 129
Figura 51: Busca genética considerando somente o critério queda de tensão. ... 131
Figura 52: Janela para seleção de novo estudo de caso com tap de 1,05pu. ... 132
Figura B.1: Ramo equivalente monofásico de sistemas de distribuição. ... 151
Figura C.1: Equivalente elétrico de uma rede de distribuição com n barras. ... 155
Figura C.2: Equivalente elétrico com um alimentador principal e duas barras. ... 155
Figura C.3: Equivalente elétrico com um alimentador principal e três barras. ... 169
Figura D.1: Equivalente elétrico de rede com ramais laterais. ... 199

Lista de Tabelas

Tabela 1: Rede simulada com modelo de cargas totalmente correlacionadas. 75
Tabela 2: Rede simulada com modelo de cargas independentes (parcialmente correlacionadas). 75
Tabela 3: Erro obtido ao desprezar parte das perdas. 94
Tabela 4: Dados de carga própria das barras. 120
Tabela 5: Comparação entre os valores de incerteza na tensão - carregamento leve e cargas independentes. 121
Tabela 6: Barras correlacionadas e independentes - carregamento pesado e incerteza de 10%. 122
Tabela 7: Barras independentes (com correlação série) e incerteza de 30% - carregamento pesado. 122
Tabela 8: Carregamento inicial da rede secundária (22 nós e 79 consumidores). 124
Tabela 9: Desequilíbrio no transformador, queda de tensão e perdas elétricas: antes e após o balanceamento 127
Tabela 10: Desequilíbrio no transformador, queda de tensão e perdas elétricas: antes e após o balanceamento 129
Tabela 11: Critérios de avaliação da rede após o balanceamento. 130
Tabela 12: Critérios de avaliação da rede após o balanceamento com enfoque mono-objetivo. 131
Tabela 13: Critérios de avaliação da rede antes do balanceamento para tap do transformador em 1,05pu. 132
Tabela 14: Critérios de avaliação da rede após o balanceamento para tap do transformador em 1,05pu. 132

Lista de Abreviaturas

AG	Algoritmos Genéticos
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
AT	Alta Tensão
BT	Baixa Tensão
BV	Busca Vertical
DEC	Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora
DIC	Duração de Interrupção Individual por Unidade Consumidora
DNAEE	Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica
FCP	Fluxo de Carga Probabilístico
FEC	Freqüência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora
FIC	Freqüência de Interrupção Individual por Unidade Consumidora
Hz	Hertz
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
kVA	Volt Ampère (x1000)
kVar	Volt Ampère Reativo (x1000)
kWh	Watt Hora (x1000)
MDP	Método das Derivadas Parciais
MSC	Método Soma das Correntes
MSP	Método Soma das Potências
SMC	Simulação Monte Carlo
rms	root mean square
SAIDI	System Average Interruption Duration Index
SAIFI	System Average Interruption Frequency Index
SD	Sistema de Distribuição
SE	Subestação
TD	Transformador de Distribuição
TMA	Tempo Médio de Atendimento
V	Volts

Capítulo 1 APRESENTAÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

Em redes radiais de distribuição normalmente há somente uma fonte alimentadora de energia, portanto sua solução para análise de tensão e perdas é trivial. Contudo, devido a sua radialidade[1], problemas decorrem naturalmente desta operação, tais como o excesso de carregamento nos condutores dos alimentadores mais próximos da subestação e alimentadores com quedas de tensão acentuada (subtensão) nos pontos mais distantes da subestação.

Essa realidade dos sistemas de distribuição resulta em dificuldades no atendimento adequado às cargas existentes, principalmente àquelas situadas a grandes distâncias da subestação, assim como dificulta o atendimento de solicitações de novos clientes.

Os problemas técnicos enfrentados com a variação nos valores da demanda vão desde níveis de tensão inadequados nas barras das subestações de distribuição, circuitos extremamente longos acarretando grandes perdas elétricas e elevadas quedas de tensão, até o desempenho pouco satisfatório dos equipamentos empregados para auxílio na regulação da tensão a níveis estabelecidos pela ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica). Estes problemas comprometem a qualidade no fornecimento da energia elétrica (F.H.P. Zamora, 1998).

As mudanças constantes ocorridas no setor elétrico e o contínuo crescimento do mercado de energia implicam investimentos para a melhoria dos padrões de qualidade dos serviços (E. Lakervi e E.J. Holmes, 1995). Isso porque, por exemplo, as interrupções de energia não causam prejuízos apenas aos consumidores pela falta da energia, mas causam prejuízos também à concessionária pela energia não vendida (A. Gherke, 1995; L.A.M. Bernardo, 2000).

Como grande parte dos custos totais da energia elétrica deriva dos custos dispensados na distribuição, devido à necessidade de expansão do sistema para atender o crescente mercado consumidor e da necessidade em reparar e repor partes antigas da rede através de uma manutenção

[1] O sistema de distribuição radial consiste de um conjunto de componentes em série. Um consumidor conectado em qualquer ponto de carga deste sistema necessita, para haver continuidade, que todos os componentes entre ele e a fonte alimentadora estejam operando.

eficaz por parte das concessionárias, melhorias na eficiência desse setor são de considerável importância econômica (A.B. Knolseisen, 2001).

Para se efetuar uma análise sobre o desempenho dos sistemas de distribuição é necessário o uso de ferramentas que possibilitem cálculos de carregamento e do perfil de tensão. O Fluxo de Carga (ou Fluxo de Potência) é a ferramenta básica para determinar o perfil de tensão de um alimentador ou rede, possibilitando detectar problemas relacionados com o carregamento: queda de tensão, perdas elétricas e desequilíbrio nas fases de redes trifásicas. Dessa forma, para cada variação nos valores de demanda é necessária a aplicação de fluxo de carga para uma nova avaliação de desempenho da rede secundária de distribuição (A.B. Knolseisen e J. Coelho, 2004a; A.B. Knolseisen e J. Coelho, 2004b).

1.2 MOTIVAÇÕES

Os problemas enfrentados pelas concessionárias de energia para atender as cargas existentes, assim como as novas cargas, estão relacionados com os níveis de continuidade inadequados, as perdas elétricas ao longo dos alimentadores e a queda de tensão nos mesmos (A.B. Knolseisen, 2001).

A redistribuição de cargas de redes radiais é uma das técnicas que pode ser utilizada na busca do balanceamento de suas fases. O balanceamento das fases de uma rede contribui de forma direta para a melhoria do perfil de tensão dos alimentadores, auxiliando no atendimento da demanda atual em nível adequado. Esta melhoria no perfil de tensão das fases também possibilita a alocação de novas cargas, sem a necessidade de expansão da rede para um dado crescimento da demanda. Ainda, o balanceamento é um procedimento que permite a avaliação da rede frente a uma variação na demanda, auxiliando as ações necessárias para alocação de reativos e corte de carga.

A compensação de potência reativa, ou compensação shunt é uma técnica que, na maioria das vezes, resulta em melhoria na qualidade do fornecimento da energia elétrica. A compensação reativa é um aspecto importante a se considerar nos sistemas de alta e média tensão de distribuição, porque a instalação de capacitores acarreta melhoria nos níveis de tensão da rede elétrica, diminuindo a probabilidade de corte de carga, auxiliando na alocação de novas cargas e postergando a construção de novas linhas.

O procedimento de corte de carga é utilizado, de modo geral, em duas situações: na falta de suprimento de energia ocasionada por problemas nos sistemas de transmissão ou geração, e durante as operações de reconfiguração/restabelecimento do próprio sistema de distribuição devido aos desligamentos (programados ou não). Contudo, o corte de carga é a última opção do operador a ser executada, quando as condições do sistema são tais que toda demanda não pode ser atendida através da reconfiguração da rede com garantia do atendimento aos padrões de conformidade de tensão requeridos. O procedimento de corte deve ser efetuado considerando uma seqüência de ações que aumentará a qualidade no atendimento aos clientes e a receita financeira da empresa concessionária de energia.

Nesse contexto, verifica-se a importância do desenvolvimento de ferramentas de apoio (por exemplo, métodos computacionais) que tenham utilidade e aplicabilidade orientadas a sistemas de distribuição para alcançar os objetivos apresentados (F.H.P. Zamora, 1998).

Um método computacional que utiliza interface gráfica no processo de reconfiguração de sistemas de distribuição trifásicos desbalanceados é apresentado em A.B. Knolseisen (2001). É um método heurístico[2] baseado na transferência de cargas entre alimentadores, que busca o equilíbrio entre as fases, com um conjunto mínimo de atuações sobre a rede elétrica. O equilíbrio das fases do Sistema de Distribuição (SD) é verificado em termos de carregamento, ou seja, a função objetivo utiliza o desbalanceamento de potência ΔS entre as fases do sistema como variável a ser otimizada, através de um enfoque mono-objetivo ao problema. Uma síntese do enfoque mono-objetivo dado ao trabalho pode ser encontrado em A.B. Knolseisen e J. Coelho (2003).

1.3 OBJETIVOS DO TRABALHO

Visando a melhoria do perfil de tensão em sistemas de distribuição e os benefícios que pode trazer à concessionária e aos consumidores, este trabalho apresenta duas metodologias para auxiliar na busca do perfil de tensão mais adequado para redes secundárias de distribuição. A primeira é baseada em técnicas de Inteligência Artificial (Algoritmos Genéticos e Lógica Difusa) aplicadas ao balanceamento de redes, e a segunda utiliza uma Matriz de Sensibilidade também com aplicação no balanceamento de redes secundárias de distribuição.

[2] Um método é denominado heurístico quando a busca é por uma solução aproximada e razoável, não sendo necessariamente a melhor solução (J.M. Barreto, 2001).

Deste modo, considerando as melhorias que o balanceamento de redes secundárias pode trazer ao sistema sem grandes custos às concessionárias, dado que a variação no carregamento da rede pode gerar um desequilíbrio entre as fases de uma rede de distribuição e uma queda de tensão mais acentuada na fase mais carregada, este trabalho apresenta inicialmente um método computacional de apoio ao balanceamento de redes secundárias de distribuição. Para este estudo, a avaliação da rede será realizada considerando os seguintes critérios: queda de tensão, distribuição de cargas entre as fases do transformador, carregamento no transformador, perdas elétricas na rede de Baixa Tensão (BT) e número de operações de troca de fase de consumidores.

Estes critérios compõem a função multiobjetivo do problema e a busca pela solução do problema consiste em utilizar técnicas de Algoritmos Genéticos (AG) para a determinação da alternativa de máximo grau de adequação dos critérios utilizados. Para o caso dos critérios serem definidos através de funções de pertinência, conceitos da Lógica Difusa (LD) ou Lógica *Fuzzy* (L.A. Zadeh, 1965) podem ser utilizados, já que alguns destes critérios são conflitantes entre si ou mal definidos.

Na seqüência, ainda visando à melhoria do perfil de tensão e também considerando os problemas técnicos enfrentados pelos sistemas de distribuição com a variação nos valores da demanda (carregamento), é apresentado o desenvolvimento de um modelo para a representação probabilística do fluxo de carga[3] de sistemas de distribuição, a partir de uma descrição probabilística dos dados de demanda em cada barra. O objetivo deste modelo matemático é a representação analítica da incerteza nas tensões nodais de sistemas de distribuição, a qual permite determinar a sensibilidade da variação das tensões em cada barra de sistemas de distribuição quando ocorre uma variação na sua demanda, sem que seja necessária uma nova solução do fluxo de carga.

Esta modelagem probabilística da carga (Matriz de Sensibilidade) pode ser incorporada ao número de atuações sobre a rede elétrica como critérios a compor uma nova função objetivo a ser acrescentada à ferramenta desenvolvida para o balanceamento de redes secundárias de distribuição. Assim, o programa computacional para a busca do balanceamento de redes elétricas de distribuição contará com duas rotinas de busca, as quais serão acionadas por diferentes eventos.

[3] O fluxo de carga tem características probabilísticas quando para estudos de perfil de determinada rede elétrica de distribuição, apresenta demandas variáveis sorteadas, por exemplo, através de Simulação Monte Carlo.

Além do equilíbrio das fases das redes de BT existentes (ações relacionadas com a operação e manutenção do SD), a modelagem probabilística da carga auxilia no processo de cortes de carga em redes radiais de distribuição, contribuindo para a definição da alocação de novas cargas (ações relacionadas com o planejamento da expansão).

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

A seguir é apresentada uma descrição sucinta dos próximos capítulos deste trabalho.

O Capítulo 2 contempla uma revisão bibliográfica que aborda rapidamente a qualidade no fornecimento da energia elétrica, o qual compõe o objetivo a ser alcançado nos estudos envolvendo sistemas de distribuição. Neste sentido, também revisa os métodos ligados à modelagem de fluxos de carga e suas aplicações no balanceamento de cargas de redes secundárias, com especial atenção ao fluxo de carga probabilístico, tendo em vista sua abordagem no desenvolvimento da modelagem probabilística da carga. Ainda, abordam teoria e conceitos de algoritmos genéticos e lógica difusa, técnicas aplicadas no desenvolvimento do método computacional para a melhoria do perfil de tensão através do balanceamento das redes elétricas.

O Capítulo 3 apresenta o desenvolvimento do sistema de apoio à decisão que realiza o balanceamento de carga de redes secundárias – o programa computacional *Equilibra*, levando em consideração múltiplos critérios. A busca pela melhor solução do problema consiste em utilizar técnicas de algoritmos genéticos para a determinação da alternativa de máximo grau de adequação dos critérios utilizados. Para a consideração dos múltiplos critérios são apresentadas duas metodologias, o caso dos critérios serem definidos através de funções de pertinência, onde conceitos de lógica difusa são aplicados, e o caso em que os critérios são definidos através de pesos. Esta metodologia baseada na valoração de cada critério é a utilizada pela versão apresentada do programa. A utilização de qualquer uma das técnicas mencionadas juntamente com algoritmos genéticos, garante rapidez e confiabilidade na convergência para a melhor solução do problema.

Na seqüência, o Capítulo 4 apresenta o enfoque principal deste trabalho, o desenvolvimento de uma modelagem para representar analiticamente a incerteza nas tensões nodais de sistemas de distribuição, quando ocorre uma variação na demanda. Essa descrição probabilística dos dados de demanda em cada barra possibilita estudos de balanceamento de redes secundárias, bem como auxilia em estudos de alocação de reativos e de ação de corte de carga.

No Capítulo 5 é apresentada a metodologia desenvolvida para a melhoria do perfil de tensões, que utiliza a modelagem da sensibilidade da tensão (Capítulo 4), sendo uma opção em relação ao uso do modelo multicritério desenvolvido no Capítulo 3. A busca pela melhor solução do problema consiste em utilizar as equações de sensibilidade (derivadas da tensão em relação às potências ativa e reativa acumuladas de cada barra) para gerar as matrizes de sensibilidade, as quais possibilitam a identificação dos nós mais sensíveis à variação da demanda para cada uma das configurações da rede, a partir da configuração inicial. Como a topologia da rede de BT é definida por um grafo orientado, poder-se-á aplicar no balanceamento de redes a técnica de Busca Vertical (BV), uma técnica de busca de solução em grafos. Esta rotina para a busca da melhor solução para o balanceamento, considera apenas dois critérios (queda de tensão e número máximo de trocas) e está acoplada ao modelo computacional *Equilibra.* Por fim, este capítulo também apresenta o algoritmo de alocação de reativos e corte de carga, considerando as equações de sensibilidade desenvolvidas.

No Capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos pelo método computacional desenvolvido para o balanceamento de redes secundárias utilizando múltiplos critérios através da rotina baseada em algoritmos genéticos e utilizando somente dois critérios através da rotina baseada nas matrizes de sensibilidade desenvolvidas, quando aplicadas a redes de distribuição reais. Estes resultados são comparados em termos de grandeza, não sendo considerado neste trabalho o desempenho computacional dos métodos. Também são apresentados resultados que comprovam a eficiência da modelagem desenvolvida para a representação da variação da carga.

Finalmente, o Capítulo 7 apresenta as conclusões finais desta tese e indicações para trabalhos futuros.

1.5 CONTRIBUIÇÕES

Considerando a contextualização e descrição sucinta desta tese, são listadas abaixo suas principais contribuições:

1. O desenvolvimento de uma modelagem para melhoria do perfil de tensão baseada no balanceamento de redes secundárias de distribuição. A avaliação da rede é realizada considerando múltiplos critérios e a busca da solução pode ser via fuzificação dos critérios (técnicas de Algoritmo Genético e Lógica *Fuzzy)*, ou via valoração dos critérios;

2. A representação probabilística da carga que permite avaliar as derivadas $\frac{\partial V}{\partial P}$ e $\frac{\partial V}{\partial Q}$; equações de sensibilidade que originam as matrizes de sensibilidade ativa e reativa. Estas matrizes são utilizadas na identificação dos nós da rede mais sensíveis à variação da tensão quando ocorre uma variação na demanda;
3. O desenvolvimento de uma metodologia para melhoria do perfil de tensão através da utilização da matriz de sensibilidade, com aplicação no balanceamento de redes de distribuição, na alocação capacitiva e em estudos para minimização de corte de carga;
4. Um programa computacional denominado *Equilibra*, que possibilita o estudo e o equilíbrio (balanceamento) das redes secundárias de distribuição com possibilidades de busca da melhor solução aplicando a Algoritmos Genéticos e Múltiplos Critérios ou aplicando a Matriz de Sensibilidade com a técnica da Busca Vertical.

Capítulo 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 QUALIDADE NO FORNECIMENTO

O sistema elétrico deve apresentar condições permanentes de gerar, transportar e distribuir toda a energia que será consumida nos pontos de carga. Por isso, qualquer falha que ocorra em um componente do sistema poderá levar a uma interrupção no fornecimento de energia elétrica aos consumidores (A. Gherke, 1995; L.A.M. Bernardo, 2000).

A qualidade do serviço é o conjunto de atributos e propriedades técnicas e não técnicas, que definem as condições nas quais as atividades do setor elétrico devem ser baseadas, e que deve regular o desempenho da concessionária no fornecimento da eletricidade. Esses atributos e propriedades são refletidos através de valores numéricos e índices (A.B. Knolseisen, 2001). Segundo C.C.B. Camargo e C.R. Borenstein (1997), a qualidade de serviço no atendimento ao consumidor deve ser avaliada através de quatro atributos principais do sistema elétrico: *continuidade, conformidade, restaurabilidade e flexibilidade*, definidos a seguir.

O conceito de *continuidade* está relacionado com a existência, ou não, de tensão nos pontos de carga. Quando ocorre uma falha na distribuição da energia, o sistema apresenta uma interrupção no fornecimento, ficando sem tensão no ponto consumidor.

Para efeitos de regulamentação, uma interrupção no suprimento da energia é caracterizada por sua duração (J.A. Cipoli, 1993). No Brasil, a continuidade do fornecimento era regulamentada através da Portaria No. 047/78 (DNAEE, 1978) e da Resolução No. 024/2000 (ANEEL, 2000) e sua revisão, a Resolução No. 75/2003 (ANEEL, 2003), as quais dizem que na apuração dos índices de continuidade devem ser consideradas todas as interrupções, ocorridas em qualquer das partes do sistema elétrico, independente de sua natureza (programadas, acidentais, manobras, etc.).

Até 2004 todas as interrupções com duração maior ou igual a três minutos ou maior ou igual a um minuto eram contabilizadas, segundo regiam seus contratos de concessão, os quais estabeleciam a obrigatoriedade de consideração das interrupções. A partir de 2005, para todas as concessionárias, os indicadores de continuidade a serem apurados e enviados para a ANEEL devem contemplar todas as interrupções com duração maior ou igual a um minuto.

Entre as causas de falhas no sistema de distribuição podem ser citadas: as interrupções programadas (aquelas que atingem os consumidores com um aviso prévio, normalmente necessárias para a conexão de um novo cliente ou mesmo para realizar alguma manobra de manutenção) e as interrupções imprevistas (todas aquelas que não são programadas, estando vinculadas ao acaso). Para uma saída programada, o consumidor pode se prevenir de forma a minimizar os prejuízos causados pela falta de energia associada, o que não ocorre com as interrupções intempestivas (imprevistas).

Os índices de continuidade analisam a gravidade da falha, considerando a carga sem suprimento de energia e o número de usuários sem suprimento. Para que a gravidade da falha possa ser avaliada, são definidos índices globais de continuidade: DEC - Duração Equivalente de Interrupção por Consumidor e FEC - Freqüência Equivalente de Interrupção por Consumidor, e índices individuais de continuidade: DIC - Duração de Interrupção Individual por Unidade Consumidora e FIC - Freqüência de Interrupção Individual por Unidade Consumidora (ANEEL, 2000).

Os índices globais de continuidade refletem o comportamento médio do sistema. Assim, são extremamente úteis no controle das empresas distribuidoras por parte do órgão regulador, e para a gestão interna de investimentos. Estes índices são relacionados ao número de interrupções (freqüência) e ao tempo de duração das interrupções, e refletem o número de vezes que o sistema ficou sem suprimento, a duração média de cada interrupção e o tempo total de interrupção.

O DEC, índice brasileiro para a duração equivalente da falha por consumidor, exprime o espaço de tempo que, em média, cada cliente do sistema considerado ficou privado do fornecimento de energia elétrica no período de observação. Conhecido também como SAIDI (System Average Interruption Duration Index), é a relação entre o somatório da duração das interrupções dos consumidores pelo número total de consumidores (R. Billinton e R.N. Allan, 1983).

O FEC, índice brasileiro para a freqüência equivalente da falha por consumidor, pode ser calculado para todos os níveis de tensão e representa o número de interrupções que, em média, cada cliente do sistema sofreu no período considerado. Conhecido também como SAIFI (System Average Interruption Frequency Index), é a relação entre o número total de interrupções dos consumidores pelo número total de consumidores (R. Billinton e R.N. Allan, 1983).

As metas anuais de DEC e FEC para cada concessionária e para cada conjunto de consumidores, segundo a Portaria No. 024/2000 (ANEEL, 2000), devem seguir as estipuladas em cada contrato de concessão até o ano de 2003. A partir de 2003, de acordo com a Resolução No. 75/2003 (ANEEL, 2003), a ANEEL deverá publicar as metas dos indicadores para os novos conjuntos e/ou nova configuração, até novembro de cada ano, devendo a concessionária providenciar a respectiva implementação, observando a vigência dos mesmos a partir do mês de janeiro do ano subseqüente. Maiores detalhes sobre critérios para o agrupamento de consumidores de energia elétrica com reflexo nos requisitos e metas dos índices de qualidade de fornecimento após 2003 podem ser encontrados em M. Sperandio et al. (2003, 2004) e J.E.P.S. Tanure (2000).

O conceito de *conformidade* está relacionado com a capacidade que o sistema de distribuição possui para entregar aos seus consumidores uma energia limpa, com tensões isentas de flutuações e harmônicas. Dessa forma, a conformidade também pode ser conhecida como a qualidade da onda, ou qualidade do produto (A. Domijan et al., 1993). Uma onda de tensão é ideal quando apresenta uma forma senoidal, freqüência de 50 ou 60Hz, amplitude especificada e simetria entre as fases nos sistemas trifásicos.

Para o levantamento da conformidade da onda de tensão, todas as perturbações de origem técnica devem ser consideradas, com exceção das interrupções longas que já foram contabilizadas no estudo da continuidade. O objetivo da operação eficiente é manter a qualidade da onda dentro de um padrão especificado, que determina as características da onda e o limite das diversas distorções que podem atuar sobre o sinal de tensão, de forma a guiar a compatibilidade entre os elementos e o sistema do usuário e as instalações onde está (ou será) instalado.

Nos Sistemas de Distribuição (SD), os próprios equipamentos que utilizam tecnologia de eletrônica de potência aumentam o nível de distorções harmônicas na rede. A Portaria No. 047/78 (DNAEE, 1978) e suas alterações (DNAEE, 1980; DNAEE, 1981; DNAEE, 1989 e ANEEL, 2001) indicam as variações máxima e mínima nos níveis de tensão primária entregue aos consumidores e os níveis de tensão na baixa tensão (BT), para garantir uma utilização racional dos equipamentos nos pontos de carga. Contudo, a ANEEL ainda não está exigindo nenhum outro índice específico de conformidade de tensão das empresas distribuidoras de energia elétrica.

Existem fontes geradoras de ruídos que causam distorções nas redes de alta, média e baixa tensão. Estas distorções podem ocorrer isoladamente, ou até mesmo, podem ser compartilhadas. Sendo

assim, os maiores prejuízos ficam por conta das redes BT, já que por elas são transportados todos os ruídos, prejudicando a qualidade de serviço no suprimento de energia pela rede de distribuição.

Por sua vez, a *restaurabilidade* é a capacidade que o sistema elétrico possui de rapidamente restaurar o fornecimento de energia, minimizando os tempos de saída de operação. Então, a restaurabilidade tem influência direta na contabilização dos tempos de saída da linha, para os índices TMA (Tempo Médio de Atendimento), DEC e DIC. Por este motivo está vinculada à política de manutenção da empresa, pois envolve as ações tomadas pela equipe projetista da rede, de modo que ela possa manter sempre o seu desempenho esperado.

Finalmente, a *flexibilidade* é o atributo da qualidade do fornecimento de energia relacionado com as acomodações do sistema, submetido a mudanças em sua estrutura, causadas pela saída de elementos de operação. As acomodações são provocadas por algum distúrbio ou até mesmo pelo crescimento repentino da carga. Os reflexos de um sistema mais flexível aparecem no menor número de saídas (FEC e FIC) e na duração destas saídas (TMA, DEC e DIC).

A ANEEL é o órgão federal regulador e fiscalizador dos serviços de eletricidade, supervisionando os índices de qualidade relacionados com as violações de tensão e as interrupções no fornecimento. O seu objetivo, assim como o das concessionárias, é a diminuição no número e na duração dos desligamentos, índices diretamente ligados à qualidade no fornecimento da energia elétrica (L.A.M. Bernardo, 2000; A.B. Knolseisen, 2001).

2.2 FLUXO DE CARGA EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

A etapa da operação da distribuição é a que mais contribui com a qualidade do serviço da energia elétrica (J. Coelho e G.M.O. Parada, 2001), principalmente por ser o setor onde ocorre a maior parte das faltas e das perdas de energia do sistema.

Para se efetuar uma análise sobre o desempenho dos sistemas de distribuição é necessário o uso de ferramentas que possibilitem cálculos de carregamento e do perfil de tensão. O *Fluxo de Carga*, ou *Fluxo de Potência*, é a ferramenta básica para determinar o perfil de tensão de um alimentador ou rede, possibilitando detectar problemas relacionados com a queda de tensão, calcular as perdas elétricas e o desequilíbrio nas fases; motivo que vem despertando o interesse cada vez maior dos pesquisadores nessa área (R.P. Broadwater et al., 1988; R.K. da Silva e U.H. Bezerra, 1996).

Conforme colocam A. Soares e L.M.V.G. Pinto (1993), os estudos de fluxo de carga podem ser utilizados nas fases de projeto, planejamento da expansão e da operação e na operação dos sistemas, podendo ser aplicados nas análises da rede ou como parte de estudos mais complexos (por exemplo, otimização, estabilidade, controle e supervisão).

Contudo, os primeiros analisadores de rede só começaram a surgir na década de 30, sendo que anteriormente todos os estudos envolvendo fluxo de carga eram feitos manualmente. Mesmo com os analisadores de rede sendo utilizados, os problemas de imprecisão e lentidão só começaram a ser sanados a partir de meados da década de 50, quando os primeiros computadores digitais começaram a aparecer no mercado. A chegada destas máquinas possibilitou o desenvolvimento de modelos matemáticos e programas computacionais para a solução das equações de fluxo de carga (A. Soares, 1992).

Alguns métodos computacionais desenvolvidos para aplicação em sistemas de transmissão tornaram-se bastante conhecidos, como Método Gauss-Seidel e Método Newton Raphson (B. Scott, 1974) e o Método Desacoplado Rápido (B. Scott e O. Alsac, 1974), segundo destacam A. Soares e L.M.V.G. Pinto (1993). Porém, devido às particularidades inerentes às redes de distribuição, estrutura normalmente radial e alta relação entre os valores de resistência e reatância (R/X), estes métodos para estudos de fluxo de carga podem apresentar problemas de mau condicionamento. Ainda, se as redes apresentarem altas e baixas reatâncias reunidas na mesma modelagem, podem apresentar soluções não confiáveis o que torna, em muitos casos, estes métodos convencionais para estudo de fluxo de carga pouco eficientes (F.H.P. Zamora, 1998).

Por esse motivo, muitas versões modificadas sobre a versão tradicional dos algoritmos de fluxo de carga vêm sendo apresentadas com a finalidade de solucionar os problemas de mau condicionamento, e então obter soluções confiáveis para as redes de distribuição radial (D. Rajicic e A. Bose, 1988; H.D. Chiang, 1991; S. Moorthy et al., 1995; A.D.R. Medeiros et al., 1996). Deste modo, vários métodos foram desenvolvidos especificamente para aplicação em sistemas radiais de distribuição (M.E. Baran e F.F. Wu, 1989a; R.G. Cespedes, 1990; A. Soares, 1992; A. Soares e L.M.V.G. Pinto, 1993; D. Das et al., 1995), sendo que o primeiro trabalho contendo um método específico para a solução de fluxo de carga em sistemas radiais foi apresentado em 1967 por R. Berg et al. (1967).

M.E. Baran e F.F. Wu (1989a) obtiveram a solução de fluxo de carga em um sistema de distribuição pela solução iterativa de três equações fundamentais representando a potência ativa, a potência reativa e a magnitude de tensão. Já S.K. Goswami e S.K. Basu (1991) também apresentaram um método de solução direta para resolver redes de distribuição malhada e radial, contudo sua limitação envolve características reais da rede, não permitindo que nenhum nó da rede seja junção de mais de três ramos.

Todos os métodos desenvolvidos especificamente para a aplicação em sistemas de distribuição são modificações a partir de um dos três métodos bases que surgiram com o objetivo de fazer uso das particularidades das redes de distribuição (A. Soares e L.M.V.G. Pinto, 1993): o Método Ladder ou Escalonado (W.H. Kerstin e D.I. Mendive, 1976), o Método Soma das Correntes (D. Shirmohammadi et al., 1988) e o Método Soma das Potências (R.P. Broadwater et al., 1988).

Em especial, o Método Soma das Potências (MSP), apresentado por R.P. Broadwater et al. (1988), é um método computacional não dependente da relação R/X para o cálculo do fluxo de carga em alimentadores radiais, o que atribui velocidade e capacidade de convergência, mesmo em sistemas muito carregados (A. Soares, 1992).

Baseados no MSP, A.D.R. Medeiros et al. (1995) apresentam uma implementação computacional que permite estudos que objetivam a melhoria do perfil de tensão em redes radiais, através de compensação série e *shunt*. F.H.P. Zamora (1998) apresenta uma eficiente ferramenta computacional que permite realizar estudos de fluxo de carga e compensação reativa, seja por compensação série ou *shunt*, aplicados em sistemas de distribuição radial.

H.N. Alves et al. (2002) propõem um método de otimização para alocação ótima e controle ótimo de bancos de capacitores em sistemas de distribuição, onde o cálculo do fluxo de carga é feito pelo MSP, que segundo afirmam, é uma técnica iterativa simples e eficiente que apresenta tempo de processamento reduzido, mesmo em caso de alimentadores muito extensos e carregados.

Também com base no MSP, várias outras ferramentas para o cálculo do fluxo de carga em sistemas radiais são apresentadas. R.G. Cespedes (1990) apresenta um método para obter a solução do fluxo de potência baseado em um equivalente elétrico, cuja solução do problema é obtida trabalhando equações que consideram somente as magnitudes de tensão, desprezando os ângulos.

Por outro lado, D. DAS et al. (1995) desenvolveram uma nova técnica que envolve apenas a evolução de uma simples expressão algébrica de magnitude de tensão e nenhuma função trigonométrica, sendo computacionalmente muito eficiente e tendo convergência garantida para qualquer tipo de rede radial com uma relação R/X realista[4], em oposição aos convencionais fluxos de carga. Ainda pode facilmente manusear diferentes tipos de características de carga, incluindo modelagem composta se a composição das cargas for conhecida.

Por sua vez, A. Soares e L.M.V.G. Pinto (1993) apresentaram uma alternativa de controle de tensão, válida para sistemas radiais, baseado em análises de sensibilidade entre as tensões nodais e as potências acumuladas em cada nó da rede. O fluxo de carga utilizado para simular o estado operativo do sistema é baseado no MSP. Segundo estes autores observam, a análise de sensibilidade permite avaliar o impacto produzido por modificações nas variáveis de controle de um determinado problema.

Com base na aplicação para a análise de sensibilidade apresentada por A. Soares e L.M.V.G. Pinto (1993) e na formulação apresentada por D. DAS et al. (1995), no Capítulo 4 é apresentada uma nova representação probabilística do fluxo de carga de sistemas de distribuição (A.B. Knolseisen e J. Coelho, 2004a; A.B. Knolseisen e J. Coelho, 2004b), a partir de uma descrição probabilística dos dados de demanda em cada barra. O objetivo é representar analiticamente a sensibilidade das tensões das barras da rede quando ocorre uma variação na sua demanda (descrição probabilística dos dados de demanda em cada barra), sem que seja necessária uma nova solução do fluxo de carga para cada novo perfil da demanda.

2.3 FLUXO DE CARGA PROBABILÍSTICO (FCP)

O raciocínio probabilístico é talvez o mais antigo que trata com mecanismos de imprecisão ou incerteza, chegando a uma conclusão a respeito de um problema, com base em informações probabilísticas sobre fatos do domínio do problema. Por este motivo, a conclusão está associada a uma probabilidade (J.M. Barreto, 2001).

O fluxo de carga é a análise mais comum em sistemas de energia, e pode ser utilizado para simular o estado operativo de um sistema. Conforme apresentado, vários algoritmos têm sido

[4] Em redes de distribuição uma relação R/X realista implica em alta relação entre os valores de resistência e reatância.

desenvolvidos com este objetivo, diferindo muito em fundamentos matemáticos e desempenhos. Contudo, a maioria foi formulada deterministicamente e com variáveis de entrada fixas, estando à precisão dos resultados vinculada às variáveis de entrada que, quase sempre são desconhecidas e estimadas com base em alguns dados passados e atuais (A. Dimitrovski e R. Ačkovski, 1996).

Quando se modelam as incertezas estatísticas, o problema da estimação das variáveis de entrada pode ser superado com aproximação estocástica, usando variáveis randômicas e aplicando métodos da teoria probabilística, minimizando a imprecisão da solução (A. Dimitrovski e R. Ačkovski, 1996). As técnicas probabilísticas devem ser aplicadas em análise de fluxo de carga para avaliar os efeitos das incertezas de entrada na solução.

Uma revisão bibliográfica de artigos que abordam a confiabilidade de sistemas de potência, utilizando para tanto, as mais diversas ferramentas que vêm sendo aplicadas a partir de 1967, é apresentada em R.N. Allan et al (1994), R.N. Allan et al (1999) e R. Billinton et al (2001). Entre outras ferramentas se destaca a aplicação do Fluxo de Carga Probabilístico (FCP) (*Probabilistic Load Flow – PLF)*.

A técnica do FCP reconhece a natureza probabilística dos parâmetros de entrada, dentro de cada solução (A.M. Leite da Silva e V.L. Arienti, 1990). Um algoritmo de FCP transforma as variáveis randômicas de entrada em variáveis randômicas de saída, ambas definidas em termos de função densidade de probabilidade. Os métodos usados para transformar as variáveis randômicas de entrada têm levado ao desenvolvimento de várias formulações.

O desenvolvimento da técnica de fluxo de carga probabilístico vem sendo empregado com maior freqüência a partir da publicação de B. Borkowska (1974) e da publicação de R.N. Allan et al. (1974), os quais utilizam modelo DC[5] para análise do fluxo de carga. Nesta técnica a parte real das cargas de barra são variáveis randômicas, sendo o despacho de geração modelado com uma função arbitrária que aloca a variação da carga elétrica total da específica barra de geração. Desde que as variáveis da carga total sejam assumidas independentes, a função densidade de probabilidade dos fluxos do circuito pode ser computada com uma série de convoluções. Este método básico foi estendido para o modelo AC[6] para análise do FC, por R.N. Allan e M.R.G. Al-Shakarchi (1976a, 1976b).

[5] Utilizar modelo DC ou modelo linear de rede na formulação do fluxo de carga implica considerar equações lineares.
[6] Utilizar modelo AC na formulação do fluxo de carga implica considerar equações não-lineares.

Como a hipótese de independência das cargas nodais não é realista (A.P. Meliopoulos et al., 1990), um modelo de dependência linear de carga foi proposto por A.M. Leite da Silva et al. (1984c). R.N. Allan et al. (1976) e R.N. Allan e M.R.G. Al-Shakarchi (1977) também desenvolveram técnicas com foco na dependência entre variáveis randômicas de entrada, especialmente as cargas. Mostraram que a dependência linear (correlação perfeita) é uma hipótese válida a se considerar para a carga e quando a correlação não é perfeita, pode ser modelada com a adição de outra variável randômica normal independente com valor médio zero e desvio padrão apropriado.

A não linearidade das equações de fluxo de carga tem sido superada pela linearização ao redor do ponto de operação esperado, e pode ser considerada uma boa hipótese mesmo para níveis razoáveis de incerteza nas variáveis de entrada (R.N., Allan et al., 1981; A.M. Leite da Silva, 1982; A.M. Leite da Silva, 1984b; A. Dimitrovski e R. Ačkovski, 1996). Porém, quando as incertezas são grandes, métodos de simulação devem ser usados para considerar estas incertezas, como por exemplo, Simulação Monte Carlo (R.Y. Rubinstein, 1981) ou algoritmos mais elaborados (R.N., Allan e A.M. Leite da Silva, 1981).

A linearização reduz o esforço computacional e supera os usuais problemas de convergência (R.N. Allan et al, 1981). Mas, a linearização do FCP leva a uma diferença entre os valores determinísticos exatos, obtidos pelo método Simulação Monte Carlo (SMC) e os valores esperados (médias) então obtidos (A.M. Leite da Silva, 1984a; A. Dimitrovski e R. Ačkovski, 1996). Contudo este problema tem sido superado com a aplicação de múltiplos pontos de linearização (R.N. Allan e A.M. Leite da Silva, 1981) combinado com o método SMC (A.M. Leite da Silva et al., 1990; A.M. Leite da Silva e V.L. Arienti, 1990).

Assim, A.M. Leite da Silva e V.L. Arienti (1990) apresentam um método para obter a solução do FCP pela combinação de técnicas de SMC (a mais simples avaliação do problema de FCP) e equações linearizadas de fluxo de carga para diferentes níveis de carga do sistema. Este algoritmo multilinear usa um critério baseado na carga ativa total do sistema para determinar diferentes pontos de linearização.

Um eficiente método para tratar a correlação entre barras de carga e processo de despacho de geração foi proposto por A.P. Meliopoulos et al. (1984), onde a aproximação modela o redespacho das unidades de geração devido a variações na carga elétrica, estando baseado nas equações de fluxo de potência linearizado e modelo de despacho econômico linearizado. Uma nova

aproximação para este trabalho é apresentada em A.P. Meliopoulos et al. (1990), onde é proposto um novo método para a análise probabilística do fluxo de potência, capaz de computar funções distribuição de probabilidade dos fluxos de circuito magnitudes de tensão de barra, e está baseado na descrição da injeção de potência na barra como variáveis randômicas.

Considerando que a maioria dos trabalhos propostos para resolver probabilisticamente o problema do fluxo de carga levam em conta somente as incertezas nos dados de carga e geração, modelando a rede elétrica por uma configuração fixa, com probabilidade 1 (o que significa dizer que a probabilidade de perda de qualquer elemento é nula), alguns trabalhos publicados apresentam formulação que analisa os efeitos das contingências dos elementos das redes no problema do FCP.

F. Aboytes (1977) usa um modelo linear de rede na formulação do fluxo de carga, onde a simulação das contingências é feita através do método de compensação, utilizando somente contingências de primeira ordem. As alterações na rede são simuladas pelas injeções nodais equivalentes, sem adição ou remoção do elemento em estudo e as incertezas nas variáveis aleatórias de estado e saída são assumidas com distribuição normal, o que não é correto segundo A.M. Leite da Silva (1982).

Também utilizando um modelo DC de rede na formulação do fluxo de carga, R.N. Allan et al. (1979) apresentam um modelo probabilístico das contingências considerando todas as contingências de primeira ordem e algumas de segunda ordem. Ainda, utiliza o valor exato da probabilidade de cada configuração, admitindo independência entre as saídas dos elementos, o que permite que qualquer tipo de distribuição seja aplicado para modelar as incertezas no vetor de entrada.

Um algoritmo de FCP que considera a configuração da rede como uma variável aleatória tendo em vista a influência das incertezas na configuração devido à natureza probabilística das contingências de seus elementos, é apresentado por A.M. Leite da Silva et al. (1984a). O modelo de fluxo de carga é AC e o modelo probabilístico de contingências é estruturado de forma a compensar os efeitos do truncamento. A avaliação da probabilidade associada a cada configuração pode ser obtida por levantamento histórico ou pelo cálculo baseado nas indisponibilidades, considerando todas as contingências de primeira ordem e algumas de ordem superior.

Uma alteração da metodologia analítica geral do fluxo de carga probabilístico, usado principalmente na análise de sistemas compostos, é apresentado por A. Dimitrovski e R. Ačkovski (1996). Esta modificação do FCP analítico é necessária para a aplicação em sistemas de distribuição radiais, e representa uma relação simplificada (linearização) entre a entrada, a saída e o estado das variáveis randômicas. Contudo, ainda inclui o processo de convolução, o qual só pode ser evitado se todas as variáveis randômicas sejam normalmente distribuídas.

Considerar independência entre potências nodais, nenhuma relação entre geração, e a configuração da rede constante, torna a solução do FCP uma soma de variáveis aleatórias independentes, ponderadas por coeficientes de sensibilidade (A.M. Leite da Silva, 1984a; A. Dimitrovski e R. Ačkovski, 1996). A solução deve ser obtida por um processo de convolução matemática (A. Papoulis, 1965), que pode ser obtida pelo uso de algumas técnicas numéricas disponíveis, por exemplo, a Transformada Rápida de Fourier (R.N., Allan et al., 1981). Técnicas de convolução baseadas na Transformada Rápida de Fourier podem ser usadas para deduzir a desconhecida função densidade de probabilidade (N.D. Hatziargyrou e T.S. Karakatsanis, 1998).

Em 1998, N.D. Hatziargyrou e T.S. Karakatsanis apresentam o uso da análise do FCP como um método eficiente para avaliar a instabilidade de tensão. As formulações de FCP fornecem funções densidade de probabilidade de magnitudes de tensão e unidade reativa, levando em consideração variações randômicas das cargas, das unidades de geração indisponíveis e variações topológicas. Além disso, a incerteza expressa como desvio padrão de tensão das variáveis de estado e saída é usado como índice efetivo de instabilidade de tensão. Assim, o fluxo de carga probabilístico com restrições é aplicado para coordenação das ações corretivas de controle.

O fluxo de carga probabilístico com restrições trata com os ajustes das variáveis de controle dos sistemas de potência, de forma a satisfazer todas as restrições físicas e operacionais. Com base nesta aplicação, T.S. Karakatsanis e N.D. Hatziargyrou (1994) propõem um método para determinar violações de restrições operacionais e a probabilidade de cada violação, para um determinado período de planejamento. Este método é aplicado a redes com restrições locais de controle de variáveis, e este tipo probabilístico de análise permite fornecer ajustes do controle de variáveis baseado na análise de sensibilidade das variáveis de restrição. O método é geral e pode ser aplicado a uma variedade de problemas, como em problemas com restrições de controle de potência reativa em planejamento operacional.

Técnicas probabilísticas também podem ser aplicadas para análise de sistemas desbalanceados. Em P. Caramia et al (2003) são apresentadas algumas técnicas probabilísticas para levar em conta as incertezas que afetam os dados de entrada da modelagem para a avaliação das tensões das fases e fatores de desbalanceamento em sistemas de potência trifásicos desbalanceados. As técnicas são baseadas em SMC aplicadas a equações de fluxo de carga trifásico linear e não linear, em processo de convolução e nas distribuições de Pearson (A. Stuart e K. Ord, 1994).

Contudo, observa-se que nenhumas das formulações apresentadas foram desenvolvidas adequadamente para sistemas de distribuição.

2.4 BALANCEAMENTO DE CARGAS

Na busca pela qualidade no fornecimento da energia, o objetivo é garantir o suprimento eficiente de potência, em nível estipulado pelo órgão regulador brasileiro, para toda a demanda. Como os desequilíbrios de tensão têm origem na distribuição desigual da carga entre as fases do sistema, o balanceamento das cargas em redes de distribuição é uma ação que, na maioria das vezes, melhora o perfil de tensão ao longo das fases dos alimentadores e garante o atendimento adequado a toda demanda sem a necessidade de expansão da rede.

Uma operação balanceada do sistema de distribuição reduz a probabilidade de sobrecargas causadas, por exemplo, por flutuações de tensão na rede (J. Coelho, 1996; J.R.S. Mantovani et al., 2000). Porém, o desbalanceamento é uma característica inerente aos sistemas radiais causado, principalmente, pela presença de cargas desbalanceadas (R.K. da Silva e U.H. Bezerra, 1996).

O balanceamento das cargas pode ser obtido através da reconfiguração das redes de distribuição, possibilitado pela ação de chaves seccionadoras (normalmente fechadas) e de chaves de interconexão (normalmente abertas), que permitem o intercâmbio entre diversos alimentadores de sistemas de distribuição (E.M.A. Filho et al., 2002), ou pela redistribuição das cargas entre as fases dos alimentadores. A redistribuição da carga implica em transferir cargas de um ramo para o outro, melhorando a operação do sistema no seu todo. A redistribuição da carga para o balanceamento é abordado no Capítulo 3 deste trabalho, onde é apresentado o desenvolvimento de uma função multicritério para solucionar o problema do desbalanceamento em redes secundárias de distribuição. Da mesma forma, no Capítulo 5 são apresentadas funções de sensibilidade que auxiliam no processo de busca pela melhor solução para o balanceamento da rede.

Contudo, a preocupação em se considerar o cálculo do fluxo de carga em sistemas desbalanceados não é uma preocupação recente. Já em 1967, os engenheiros da Baltimore Gas and Electric Company apresentaram um programa computacional que calculava fluxo de carga desbalanceado (R. Berg et al., 1967).

Buscando uma melhor configuração radial para o balanceamento de cargas, M.E. Baran e F.F. Wu (1989b), desenvolveram dois métodos diferentes para o cálculo do fluxo de carga do sistema desbalanceado, através da transferência de carga entre subestações ou alimentadores. Um algoritmo para o cálculo do fluxo de potência multifásico, baseado no método do Somatório das Potências que considera o desbalanceamento das cargas foi apresentado em R.K. da Silva e U.H. Bezerra (1996).

Em M.A. Kashen et al. (1999) é apresentado um algoritmo para a reconfiguração das redes de distribuição que busca o ótimo balanceamento das cargas, acarretando melhorias na condição de operação de todo o sistema. O balanceamento é obtido através da transferência de ramos da rede e, conseqüentemente, das cargas entre alimentadores. Já S. Civanlar et al. (1988) aplica a troca de ramos visando principalmente à minimização das perdas em sistema elétricos.

A.B. Knolseisen (2001) apresentou um método computacional que utiliza interface gráfica para realizar a reconfiguração de sistemas de distribuição trifásicos desbalanceados. O procedimento heurístico está baseado na transferência de cargas entre alimentadores, a qual está baseada na experiência do operador para obter o equilíbrio entre as fases, com um conjunto mínimo de atuações sobre a rede elétrica. O equilíbrio das fases do sistema de distribuição é verificado em termos de carregamento, ou seja, a função objetivo utiliza o desbalanceamento de potência ΔS entre as fases do sistema como variável a ser otimizada, dando um enfoque mono-objetivo ao problema. Uma síntese do enfoque mono-objetivo dado ao trabalho pode ser encontrado em A.B. Knolseisen e J. Coelho (2003).

Conforme pode ser colocado, a técnica de transferência de carga entre os alimentadores é classificada como um problema de otimização combinatorial de grande dimensão, fazendo com que as técnicas clássicas de otimização apresentem dificuldades em resolver o problema. Porém, as técnicas que envolvem computação evolutiva são boas alternativas para a solução destes problemas.

J. Chen e Y. Hsu (1989) desenvolveram uma regra básica para realocação de cargas, baseando-se em sistemas especialistas. A técnica de sistemas especialistas também foi empregada em G. Chang et al. (1990) para o balanceamento de cargas.

Baseado na teoria dos conjuntos difusos (*fuzzy sets*), em B.N. Raj e K.S.P. Rao (1995) é apresentado um algoritmo para o balanceamento de cargas, onde o conjunto de decisões está fundamentado na lógica difusa (ou lógica *fuzzy*), buscando balancear simultaneamente a carga do transformador e a carga dos alimentadores através de operações de chaveamento.

T.H. Chen e J.T. Cherng (2000) apresentam um método que utiliza algoritmos genéticos para otimizar o arranjo das fases de transformadores de distribuição, melhorando o equilíbrio do sistema e reduzindo as perdas elétricas. O balanceamento da potência total está baseado no equilíbrio da potência de cada fase do transformador, maximizando a tensão média[7] no circuito.

Também em A.B. Knolseisen et al. (2003a) é apresentado um modelo que considera o desequilíbrio entre as fases do transformador de distribuição como critério para avaliação das soluções (enfoque mono-objetivo) para realizar o balanceamento de redes secundárias trifásicas de distribuição. O modelo aplica teoria dos conjuntos difusos e técnica baseada em algoritmos genéticos, e está fundamentado no modelo multicritério apresentado no Capítulo 3.

Para minimizar o problema de perdas ativas em redes de distribuição utilizando a técnica de transferência de carga entre os alimentadores, E.M.A. Filho et al. (2002) apresentaram uma estratégia que aborda algoritmos genéticos para determinar uma topologia para as redes de distribuição, a qual esteja associada à condição de perdas mínimas e respeite as condições de radialidade, limites de tensão e limites de corrente no sistema.

Contudo, convém destacar que nem todos os trabalhos que buscam melhoria no perfil de tensão nas fases e diminuição nas perdas elétricas das redes de distribuição estão baseados na reconfiguração das redes. Por exemplo, considerando que o desbalanceamento causa o aparecimento de tensões desequilibradas, R.C. Pires (2002) propõe o controle de tensão em linhas desequilibradas de sistemas radiais de distribuição através de um modelo de reator controlado por tiristores, capaz de compensar tensões de linha desequilibradas.

[7] A tensão média do circuito é a média aritmética das tensões de todas as barras do circuito.

Finalmente, com base na eficiência da aplicação de algoritmos genéticos para resolver problemas de otimização multiobjetivo, em A.B. Knolseisen et al. (2003b e 2004) é proposto um sistema de apoio à decisão, que visa o melhor aproveitamento dos recursos existentes nas redes secundárias de distribuição, através da redistribuição das cargas (unidades consumidoras) nas fases, ou seja, através do balanceamento das redes secundárias de distribuição. Este modelo foi desenvolvido a partir do modelo mono-objetivo desenvolvido, o qual será apresentado no Capítulo 3, sendo que para o estudo do balanceamento, a topologia da rede de BT pode ser definida por um grafo orientado, contudo sua avaliação é realizada considerando múltiplos critérios que compõem a função multiobjetivo do problema.

2.5 INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

Os primeiros contatos "públicos" com a Inteligência Artificial vieram em paralelo com um anúncio japonês sobre um projeto em desenvolvimento para a construção de uma nova geração de computadores inteligentes (J.M. Barreto, 2001). Sua popularidade se deu nos últimos anos em função das várias publicações na área.

Segundo A.P. Sage (1990) afirma, o objetivo da inteligência artificial é desenvolver paradigmas ou algoritmos que requeiram máquinas para realizar tarefas cognitivas, para as quais os humanos ainda são melhores. Neste sentido, um sistema de inteligência artificial deve ser capaz de armazenar o conhecimento, aplicar este conhecimento para resolver os problemas e finalmente, adquirir novo conhecimento através da experiência (S. Haykin, 2001).

Dependendo da abordagem da inteligência artificial adotada, difere o modo de manipular, adquirir, armazenar e empregar o conhecimento. Contudo, para resolver um problema é necessário ter algum conhecimento do domínio deste problema e utilizar alguma técnica de busca de solução específica (J.M. Barreto, 2001). Segundo N.J. Nilsson (1980), uma maneira prática de lidar com busca é utilizar regras, dados e controle. As regras operam sobre os dados, e o controle opera sobre as regras.

A inteligência artificial também pode lidar com incertezas, utilizando procedimentos de raciocínio probabilístico, em situações encontradas na prática em que o conhecimento disponível é incompleto ou inexato (S.J. Russel e P. Novig, 1995, S. Haykin, 2001).

Entre as técnicas de programação que utilizam linguagens de inteligência artificial podem ser destacadas: as Redes Neurais Artificiais, os Sistemas Especialistas, os Algoritmos Genéticos e a Lógica Difusa. Estas duas últimas técnicas são abordadas com maiores detalhes na seqüência, tendo em vista sua aplicação no Capítulo 3.

As redes neurais artificiais se compõem de neurônios artificiais que se inspiram nos correspondentes biológicos e que são um tipo de célula. Informalmente uma rede neural artificial é um sistema composto por vários neurônios de modo que as propriedades de sistema complexo sejam usadas (J.M. Barreto, 2001).

Quando estão envolvidos lógica e sistemas, onde o objetivo é obter uma conclusão a partir de determinados fatos, a técnica de inteligência artificial a ser aplicada é o sistema especialista. Os sistemas especialistas têm como objetivo imitar o processo de decisão de um especialista humano.

2.5.1 Algoritmos Genéticos (AG)

Os Algoritmos Genéticos são algoritmos inspirados na teoria da evolução das espécies, proposta por Charles Darwin, cujos fundamentos teóricos foram desenvolvidos por J.H. Holland (1975). Os algoritmos evolutivos, dentre os quais os algoritmos genéticos são os mais populares, visam imitar o processo evolucionário que ocorre com os organismos biológicos na natureza (L. Davis, 1991; J.M. Barreto, 2001).

Apesar deste processo de evolução não ser totalmente conhecido pelos biólogos, alguns de seus aspectos são considerados aceitos. Em primeiro lugar, sabe-se que a evolução se processa por meio de dispositivos denominados de cromossomos, os quais armazenam o código genético que define as características do indivíduo.

Assim, a nível biológico, um indivíduo é formado por um conjunto de cromossomos, sendo cada qual composto por genes, onde cada gene possui local fixo neste cromossomo. Em termos de algoritmo genético, o cromossomo representa um ponto de busca no espaço de soluções, sendo denominado de indivíduo, que é representado por uma string de comprimento finito, e o termo gene é denominado de bit (J.M. Barreto, 2001).

Um algoritmo genético básico (J. Tonomaru, 1995; E.M.A Filho et al., 2002, H.N. Alves et al., 2002; N. Kagan et al., 2004) compreende a geração da população inicial de indivíduos

representados por seus cromossomos. Pode ser obtida através da geração aleatória de indivíduos, atendendo condições de contorno previamente estabelecidas pelo usuário, tendo em vista o seu conhecimento prévio do problema a ser otimizado. Ou pode ser obtida através de um escalonamento do número de indivíduos que compõem a população no intervalo especificado. O número de elementos que comporá a população ainda é uma heurística, pois depende da experiência do usuário e do seu conhecimento sobre a função e/ou problema a ser otimizado. Contudo, quanto maior o número de elementos, maior a probabilidade de convergência.

Através de um processo de seleção natural, que leva à evolução da população, os indivíduos mais bem adaptados ao meio (maior *fitness* ou aptidão) conseguem se reproduzir com maior freqüência e mais facilmente, transmitindo suas características genéticas aos descendentes. Na busca pela solução de um problema, se determinada geração não está adaptada o suficiente, o processo de seleção e reprodução é repetido até que o grau de adaptação seja aceitável. Assim, a população tem a tendência de, após várias gerações, ter elementos com altos valores de aptidão. Deste modo, a reprodução é o ponto chave na qual a evolução se processa.

A seleção dos cromossomos para a reprodução é efetuada por mecanismos aleatórios e o critério de sobrevivência é baseado em uma função objetivo que avalia a adaptação de cada cromossomo da população às condições ambientais (*fitness* ou aptidão) e verifica a não convergência dos valores.

Recombinando os códigos genéticos dos ancestrais, novos cromossomos são produzidos através do processo de cruzamento, os quais passam eventualmente por um processo denominado de mutação. Com a aplicação destes operadores genéticos de caráter aleatório (E.M.A Filho et al., 2002), os descendentes poderão vir a apresentar características distintas de seus ancestrais sendo que, eventualmente, tais características permitem que o indivíduo gerado venha a ter uma maior capacidade de adaptação ao meio em que vive. Estes novos cromossomos criam uma nova geração.

O cruzamento ou *crossover* ocorre pela troca de forma arbitrária, entre dois indivíduos selecionados para reprodução (cromossomos pais), de parte de seus cromossomos (*sub-strings*). Isso resulta em dois cromossomos diferentes, mas que ainda guardam influência dos pais. O comprimento e posições dos sub-strings são determinados aleatoriamente, mas são idênticos para ambos os indivíduos.

A mutação é a denominação dada aos vários mecanismos de alteração genética, cuja característica é fazer o novo cromossomo apresentar pouca ou nenhuma informação dos pais.

O número de elementos da população, a probabilidade de ocorrer cruzamento e a probabilidade de ocorrer mutação são denominados parâmetros de controle dos algoritmos genéticos. É importante notar que a codificação do problema é essencial ao bom desempenho dos AG. De outra perspectiva, pode-se entender um algoritmo genético como sendo um processo de busca probabilística "inteligente", passível de aplicação em uma série de problemas combinatórios. Representam uma classe de algoritmos de otimização que emprega mecanismos probabilísticos de pesquisa de soluções, baseado no processo de evolução biológico, combinando aspectos da mecânica da genética e da seleção natural de indivíduos.

Segundo D.E. Goldberg (1989) apresenta, os AG são métodos numéricos de otimização que apresentam aspectos peculiares em relação aos demais, garantindo sua robustez: trabalhar com codificação de parâmetros ao invés de parâmetros originais do problema, pesquisar soluções ótimas a partir de um conjunto de soluções e não a partir de uma, empregar uma função de avaliação para as diferentes soluções encontradas e utilizar regras probabilísticas e não determinísticas na pesquisa de novas soluções. Assim, os AG são simples, flexíveis, robustos e particularmente úteis na solução de problemas em que outras técnicas de otimização apresentam dificuldades para encontrar a solução.

N. Kagan et al. (2004) apresenta uma metodologia desenvolvida para determinar a configuração ótima de redes de distribuição, visando à minimização de perdas. Para solução é utilizado um algoritmo genético básico e algumas de suas variantes para os operadores genéticos de *Seleção, Cruzamento* e *Mutação*. As diversas variantes são comparadas com o algoritmo genético básico, e a análise permite observar que estas variantes geram maior eficiência ao processo, sendo alcançadas soluções otimizadas com um menor número de gerações.

Em P.M.S. Carvalho et al. (2001) é mostrado um algoritmo genético mono-objetivo aplicado à otimização de redes elétricas, que implica um conjunto de soluções Pareto-Ótimas[8], expressando a natureza do compromisso entre os diferentes objetivos. Da mesma forma, L.A.E. Soares et al.

[8] O conjunto de soluções Pareto-Ótimas, ou não dominadas, é construído deterministicamente, sendo que a cada geração de novos indivíduos gerados são comparados com a estimativa anterior do conjunto. Novos pontos são introduzidos nesse conjunto-estimativa, ou pontos são retirados, a partir de teste de dominância (R.H.C. Takahashi et al., 2001; L.A.E. Soares et al., 2002).

(2002) apresentam um algoritmo de otimização para a minimização dos custos de implementação das redes de distribuição e das perdas por efeito Joule, e maximização da confiabilidade de operação. Porém neste trabalho é utilizado um algoritmo genético adaptado para a abordagem multiobjetivo, também visando a determinação de um conjunto de soluções Pareto-Ótimas. A abordagem sob a ótica de múltiplos critérios é fundamental para que sejam definidas as melhores soluções para a decisão final por parte do projetista.

E.A.M. Filho et al. (2002) observam que uma das principais características dos AG é sua alta capacidade de percorrer o espaço de busca das soluções apresentando, portanto, grande chance de encontrar uma solução ótima (ou sub-ótima) para o problema.

2.5.2 Lógica Difusa

A Lógica Difusa, também conhecida por Lógica *Fuzzy* (*Fuzzy Logic*), proposta por L.A. Zadeh (1965), é um ramo da inteligência artificial que se fundamenta no conceito de que *tudo é questão de grau*, o que permite manejar informações vagas ou de difícil especificação. Este tipo de lógica permite reconhecer mais que simples valores: sim/não, certo/errado, verdadeiro/falso, branco/negro, etc. Com a lógica difusa, as proposições podem ser representadas com graus de veracidade ou falsidade, sendo aplicada aos sistemas de apoio, pois apresenta características que se prestam à avaliação de conceitos subjetivos ou mal definidos.

As regras de um sistema difuso podem ser aprendidas com sistemas adaptativos que aprendem ao *observar* como as pessoas operam os dispositivos reais, ou podem, ainda, ser formuladas por um especialista humano. Assim, a lógica difusa permite uma representação computacional dos conhecimentos heurísticos sobre determinado problema.

Dessa forma, o procedimento de raciocínio é uma importante característica dos sistemas lógicos, que permite inferir resultados lógicos a partir de uma série de antecedentes. Geralmente o raciocínio lógico fundamenta-se em silogismos[9], nos quais os antecedentes são, por um lado, as proposições condicionais (nossas regras), sendo que as observações presentes, por outro lado, serão as premissas de cada regra. Contudo, neste caso, os esquemas de raciocínio utilizados são "aproximados", que tentam reproduzir os esquemas mentais do cérebro humano no processo de

[9] Silogismo: argumento que consiste em três proposições: a primeira, chamada premissa maior; a segunda, chamada premissa menor; e a terceira, conclusão. Admitida a coerência das premissas, a conclusão se infere da maior por intermédio da menor.

raciocínio. Estes esquemas consistirão em uma generalização dos esquemas básicos de inferência em lógica binária (silogismo clássico).

Basicamente, na lógica difusa é necessário identificar as principais variáveis que influenciarão nas decisões a serem tomadas, e quantificar os seus valores em níveis de relevância. Uma função de relacionamento estabelece o perfil dessas variáveis, expressando o grau de compatibilidade de cada uma delas com as informações já conhecidas (H.N. Alves et al., 2002). De acordo com essas situações, regras são estabelecidas e todas as ações necessárias para uma solução são determinadas.

Em geral a lógica difusa se aplica tanto a sistemas de controle, como para modelar qualquer sistema de engenharia, física, biologia ou economia. Por este motivo, desde que foi proposta tem sido largamente aplicada em diversas áreas do conhecimento para resolver principalmente problemas de controle e de otimização. Por outro lado, os algoritmos genéticos tornaram-se mais eficientes ao se inserir o conhecimento especialista do problema, o que é possível com a lógica difusa. Dessa forma é possível reduzir o espaço de busca, diminuindo o tempo de processamento e aumentando a chance de chegar à solução ótima do problema.

E exatamente buscando conjugar exatidão e rapidez na obtenção dos resultados ótimos globais, H.N. Alves et al. (2002) propõem um método de otimização baseado em algoritmo microgenético[10] e lógica difusa, para alocação ótima e controle ótimo de bancos de capacitores em sistemas de distribuição. Bons resultados também foram encontrados por C.T. Su et al. (2001) quando combinados AG e lógica difusa para alocação ótima de capacitores em sistemas de distribuição, e por F. Herrera e M. Lozano (2001) que também combinaram as duas técnicas.

Na área de sistemas de potência, P.H. Huang (1992) aplicou a lógica difusa para estudos de estabilidade. Em sistemas de distribuição, M.M.A. Salama et al. (2000) utilizaram a lógica difusa para estudos de compensação reativa enquanto A.C.B. Delbem et al. (1998) apresentaram um processo de busca para restabelecimento de energia em uma área desenergizada de um sistema de distribuição após a falta ter sido identificada e isolada. O restabelecimento de energia é um problema de múltiplos objetivos, sendo alguns conflitantes entre si, e para contornar a característica combinatória do problema e lidar com sistemas de distribuição complexos, com grandes áreas

[10] Os Algoritmos Microgenéticos exploram a possibilidade de se trabalhar com pequenas populações para reduzir o tempo de processamento, e as mutações são desnecessárias porque depois de determinado número de gerações, o melhor cromossomo é mantido e os demais são substituídos por outros gerados aleatoriamente, necessitando adotar alguma estratégia de prevenção contra a perda de diversidade da população (H.N. Alves et al., 2002).

desenergizadas, é proposto um método de busca que utiliza heurísticas *fuzzy* (difusa) para encontrar soluções adequadas.

2.6 CONCLUSÃO

A qualidade do serviço no atendimento ao consumidor regula o desempenho da concessionária no fornecimento da energia elétrica. A etapa da distribuição é a que mais contribui para a qualidade no fornecimento, principalmente por ser o setor onde ocorre a maior parte das faltas de energia e das perdas elétricas.

O desequilíbrio da carga entre as fases de um sistema elétrico pode comprometer a qualidade do serviço, em função do aparecimento de tensões desequilibradas. O fluxo de carga é a ferramenta básica para determinar o perfil de tensão de um alimentador ou rede, pois permite calcular a queda de tensão, as perdas elétricas e o desequilíbrio nas fases.

Todos os métodos de fluxo de carga desenvolvidos especificamente para a aplicação em sistemas de distribuição são modificações a partir de um dos três métodos base: o Método Ladder ou Escalonado, o Método Soma das Correntes (a ser aplicado no Capítulo 3) e o Método Soma das Potências (a ser utilizado no Capítulo 4).

A seguir, o Capítulo 3 apresenta um método computacional desenvolvido para a busca da melhor solução para o problema do balanceamento em redes secundárias de distribuição, baseado na transferência de cargas entre alimentadores. O problema aplica técnicas de algoritmos genéticos para a determinação da alternativa de máximo grau de adequação dos critérios utilizados.

A técnica dos algoritmos genéticos envolve simplicidade de operação, facilidade de implementação, aplicação em situações onde não se conhece claramente o modelo matemático e também em problemas lineares e não-lineares. Ficam mais eficientes ao inserir o conhecimento especialista do problema, o que é possível com a lógica difusa, sendo possível reduzir o espaço de busca, diminuindo o tempo de processamento e aumentando a chance de chegar à solução ótima do problema.

A metodologia baseada na aplicação de lógica difusa, onde os critérios são formulados através de funções de pertinência, será abordada no próximo capítulo. Da mesma forma, será apresentada a

metodologia baseada na valoração dos critérios em termos de prioridade na solução do problema de balanceamento para a melhoria do perfil de tensão, a qual foi efetivamente implementada.

Quando se modelam as incertezas estatísticas, o problema da estimação das variáveis de entrada pode ser superado com aproximação estocástica, usando variáveis randômicas e aplicando métodos da teoria probabilística, minimizando a imprecisão na solução As teorias probabilísticas são aplicadas em análise de fluxo de carga para avaliar os efeitos das incertezas de entrada na solução. Assim, a técnica do fluxo de carga probabilístico reconhece a natureza probabilística dos parâmetros de entrada, dentro de cada solução, como será proposto.

A partir das conclusões expostas acima, a natureza probabilística dos parâmetros será abordada no Capítulo 4, no desenvolvimento de uma modelagem para representar analiticamente a incerteza nas tensões nodais de sistemas de distribuição, quando ocorre uma variação na demanda. Essa descrição probabilística dos dados de demanda em cada barra possibilita estudos de balanceamento de redes secundárias, bem como auxilia em estudos de alocação de reativos e de ação de corte de carga.

Capítulo 3 METODOLOGIA MULTICRITÉRIO PARA A MELHORIA DO PERFIL DE TENSÃO ATRAVÉS DO BALANCEAMENTO DE REDES SECUNDÁRIAS

3.1 INTRODUÇÃO

Os sistemas de distribuição operam de forma radial em sua maioria, buscando facilitar a atuação da proteção frente às falhas no sistema. Porém, intrínseco ao conceito de radialidade está a característica de desbalanceamento entre as fases da rede, que nos sistemas de distribuição é causado principalmente pela presença de cargas desbalanceadas (R.K. da Silva e U.H. Bezerra, 1996).

Como os desequilíbrios de tensão têm origem na distribuição desigual da carga entre as fases do sistema, o balanceamento das cargas em redes de distribuição é uma ação que, na maioria das vezes, melhora o perfil de tensão ao longo das fases dos alimentadores e garante o atendimento adequado a toda demanda sem a necessidade de expansão da rede.

O balanceamento das cargas do sistema de distribuição pode ser obtido através da reconfiguração do sistema, a qual é conseguida pela ação das chaves de interconexão (seccionadoras) ou pela redistribuição de cargas entre as fases dos alimentadores.

A análise dos sistemas de distribuição pode ser realizada através de medições ou da aplicação de ferramentas analíticas e computacionais que possibilitem cálculos para análise de desempenho do sistema elétrico, em regime permanente, considerando condições normais e de emergência, como é o caso da utilização do fluxo de carga. Para os sistemas de distribuição, o *Fluxo de Carga* é a ferramenta básica para determinar o perfil de tensão de um alimentador ou rede.

Uma variação no carregamento de determinada rede de distribuição pode gerar um desequilíbrio entre as suas fases e uma queda de tensão mais acentuada na fase mais carregada. O balanceamento, por sua vez, pode trazer melhorias ao sistema, sem grandes custos às concessionárias.

Assim, visando melhorar o perfil de tensão em sistemas de distribuição, este capítulo apresenta a descrição de um sistema de apoio à decisão, desenvolvido para o melhor aproveitamento dos recursos existentes nas redes secundárias de distribuição, através da redistribuição dos consumidores nas fases do sistema (ramal), ou seja, através do balanceamento de carga nas redes.

A avaliação da rede será realizada considerando múltiplos critérios (S.F. Mayerle, 1997), os quais compõem a função multiobjetivo do sistema. Os critérios podem ser adaptados ao perfil do projetista ou aos critérios definidos por cada concessionária através de duas metodologias: sendo representados através de funções de pertinência, ou através de uma única função que permite valorar cada um dos critérios através de pesos.

A solução do problema consiste em utilizar técnicas de algoritmos genéticos (L. Davis, 1991) para a determinação da alternativa de máximo grau de adequação dos critérios utilizados. Considerando que alguns destes critérios são mal definidos ou conflitantes entre si, conceitos da lógica difusa (L.A. Zadeh, 1965) ou valoração dos critérios em termos de prioridade são utilizados para sobrepujar tal problema. Esta metodologia de valoração foi aplicada na implementação computacional, enquanto a metodologia da fuzificação será somente apresentada.

3.2 MODELO DE FLUXO DE CARGA UTILIZADO

O *Fluxo de Carga* é uma das principais ferramentas analíticas usadas para efetuar os cálculos de desempenho elétrico, que permite obter os dados para variáveis do sistema (tensões, correntes, fator de potência, etc.), a partir da topologia do sistema de distribuição e seus dados nominais de carga. Estas variáveis permitem identificar problemas no sistema, tais como sobrecargas e valores críticos de queda de tensão.

Sendo assim, as simulações envolvendo fluxo de carga se tornaram a base para estudos que envolvem decisões quanto à redistribuição de cargas, reconfiguração do sistema, inclusão de novos equipamentos de proteção e/ou medição, inclusão de novos consumidores, entre outros.

3.2.1 Método Soma das Correntes (MSC)

A resolução do fluxo de carga através do *Método Soma das Correntes* (D. Shirmohammadi et al., 1988) tem uma especial aplicação em sistemas radiais de distribuição. O método derivado da

análise da matriz de impedância de laço, $\boldsymbol{Z}_{laço}$, é muito robusto e simples e requer a mesma capacidade de armazenamento que o Método Gauss-Seidel (B. Scott, 1974), mas leva menos tempo computacional que o Método Newton-Raphson (B. Scott, 1974).

O processo iterativo é realizado rede acima (backward) para o acúmulo de correntes e rede abaixo (forward) para o cálculo das tensões. Assim, as tensões são calculadas a partir da fonte e não há necessidade de sub-iterações para a compatibilidade dos valores calculados nos pontos de derivação. Por estas características é usado para resolver os fluxos de carga para as diferentes configurações adotadas pelo sistema, inclusive para redes com ramais laterais. (A. Soares, 1992).

Assim, o método é válido para qualquer sistema radial e pode prover as seguintes informações:

a) Carregamento dos alimentadores;
b) Componentes sobrecarregados;
c) Potência e corrente que fluem através dos alimentadores e demais componentes;
d) Perfil de tensões;
e) Perdas por Efeito Joule em cada componente do sistema.

3.2.1.1 Equivalente Elétrico

Na formulação do MSC são feitas as seguintes considerações:

a) A carga trifásica na subestação é balanceada, e a corrente de neutro é nula;
b) É suficiente a análise de uma só fase, onde é considerada somente a impedância de seqüência positiva e não é considerado o acoplamento entre fases;
c) Para o caso desbalanceado, caso mais geral, é especificado um fluxo de carga para cada fase, havendo corrente no neutro do transformador;
d) A carga é representada por uma fonte de potência constante, a qual fornece a potência programada aos ramos;

Baseado nestas simplificações, adota-se a representação monofásica mostrada na Figura 1.

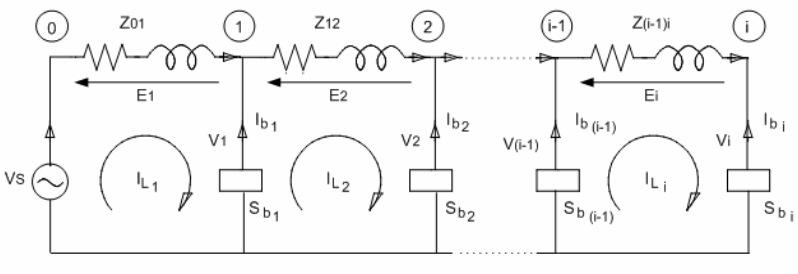


Figura 1: Representação monofásica do sistema para MSC.

onde,

$\boldsymbol{V}_i$: tensão complexa da barra i, em pu.

$\boldsymbol{V}_S$: tensão complexa no nó fonte, em pu.

S_{bi} : potência complexa do ramo de carga i, em pu.

$\boldsymbol{I}_{bi}$: corrente complexa da barra i, em pu.

$\boldsymbol{E}_i$: queda de tensão no ramo i, em pu.

$\boldsymbol{Z}_{(i-1)i}$: impedância de seqüência positiva do ramo i, em pu.

$\boldsymbol{I}_{Li}$: corrente complexa na seção do alimentador da malha i, em pu.

3.2.1.2 Equações para o Cálculo das Variáveis da Rede

Observando a Figura 1 e usando a teoria de circuitos elétricos, obtêm-se as equações para um sistema radial com *n* barras. A potência complexa dos ramos de carga é definida como:

$$S_{bi} = -\boldsymbol{V}_i \cdot \boldsymbol{I}_{bi}^{*} \qquad para\ i = 1,\ 2,...,\ n \tag{3.1}$$

onde,

$\boldsymbol{I}_{bi}^{*}$: conjugado da corrente complexa da barra i, em pu.

Aplicando a lei das tensões de Kirchhoff[11] ao primeiro laço, tem-se:

$$\boldsymbol{E}_1 = \boldsymbol{V}_S - \boldsymbol{V}_1$$

Generalizando para os demais laços,

$$\boldsymbol{E}_i = \boldsymbol{V}_{i-1} - \boldsymbol{V}_i \qquad para\ i = 2,\ 3,...,\ n \tag{3.2}$$

Como a queda de tensão no ramo i ($\boldsymbol{E}_i$) está também relacionada com a impedância da linha ($\boldsymbol{Z}_{(i-1)i}$) e com a corrente que flui através dela ($\boldsymbol{I}_{Li}$), obtêm-se as seguintes equações:

[11] Gustav Robert Kirchhoff, professor universitário alemão, apresentou as duas leis que regem os estudos de circuitos elétricos. A primeira lei é denominada *lei das correntes de Kirchhoff*, e estabelece que a soma algébrica de todas as correntes entrando em qualquer nó é zero. A segunda lei, a *lei das tensões de Kirchhoff*, estabelece que a soma de todas as tensões existentes num caminho fechado em um circuito é zero (W.H. Hayt Jr. e J.E. Kemmerly, 1975).

$$\begin{aligned}
&\text{Malha 1}: \quad \boldsymbol{E}_1 = \boldsymbol{Z}_{01} \cdot \boldsymbol{I}_{L1} \\
&\text{Malha 2}: \quad \boldsymbol{E}_2 = \boldsymbol{Z}_{12} \cdot \boldsymbol{I}_{L2} \\
&\quad \vdots \\
&\text{Malha } i: \quad \boldsymbol{E}_i = \boldsymbol{Z}_{(i-1)i} \cdot \boldsymbol{I}_{Li}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Finalmente, aplicando a lei de correntes de Kirchhoff aos nós (Figura 2):

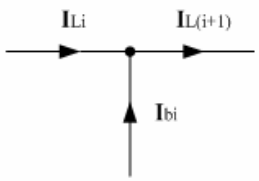


Figura 2: Lei de Kirchhoff aplicada aos nós.

obtém-se:

$$\boldsymbol{I}_{Li} + \boldsymbol{I}_{bi} - \boldsymbol{I}_{L(i+1)} = 0$$

$$\boldsymbol{I}_{Li} = -\boldsymbol{I}_{bi} + \boldsymbol{I}_{L(i+1)} \qquad 1 \leq i \leq n-1$$

$$\boldsymbol{I}_{Li} = -\boldsymbol{I}_{bi} \tag{3.4}$$

O modelo de balanceamento de cargas em redes secundárias, apresentado na seqüência, está baseado no Método Soma das Correntes sob uma formulação de otimização em grafos[12] (S.F. Mayerle e R.M. Barcia, 1988).

3.2.1.3 Algoritmo do MSC

A partir da formulação desenvolvida anteriormente, a solução do fluxo de carga para sistemas de distribuição baseado no Método de Soma das Correntes pode ser resumida nos seguintes passos:

① Leitura dos dados do sistema;

② Inicialização das tensões de barra. Uma boa estimativa inicial é adotar partida plana: V_i=1,0pu, para i=2, 3,..., n;

[12] Grafos são figuras que consistem de pontos (vértices) e linhas (conexão), onde as linhas unem pares de vértices com a representação da relação entre eles. A teoria de grafos vem se expandindo rapidamente nos últimos anos em função da sua larga aplicabilidade (engenharia civil, engenharia elétrica, sociologia, economia, etc.) e por permitir estudos com uma representação direta e detalhada de sistemas práticos, através de grafos. A análise bem sucedida para os sistemas depende basicamente de bons algoritmos para a análise dos grafos e computadores rápidos (N. Christofides, 1975).

③ Cálculo das correntes de barra I_{bi} através da Equação 3.1;

④ Cálculo das correntes de malha I_{Li} através da Equação 3.4, usando a substituição backward (da malha n para a malha 1);

⑤ Cálculo das diferenças de tensão E_i através da Equação 3.3;

⑥ Cálculo das novas tensões de barra $V_i^{(k+1)}$ através da Equação 3.2 usando a substituição forward (da malha 1 para a malha n).

⑦ Determinar as diferenças de tensão entre $V_i^{(k)}$ (iteração anterior) e $V_i^{(k+1)}$ (iteração atual). Se as diferenças de tensão calculada em ⑦ para alguma barra for maior do que a tolerância, então retornar ao passo ③ e repetir os cálculos com os novos valores de tensão,

⑧ Caso contrário, calcular as informações necessárias e imprimir os resultados requeridos.

O fluxograma correspondente é apresentado, em detalhes, na Figura 3:

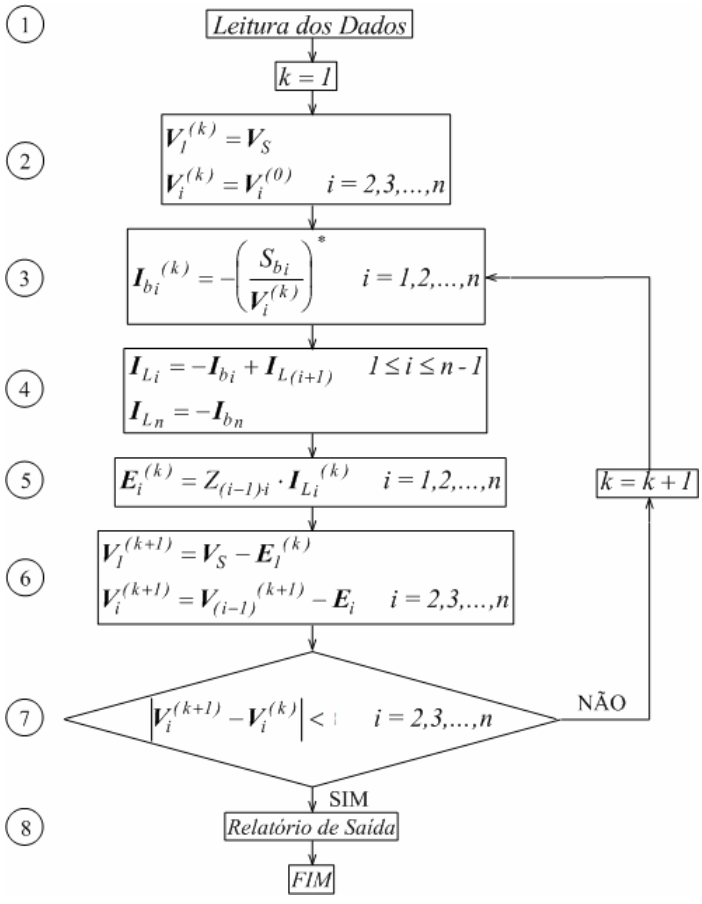


Figura 3: Fluxograma do Método Soma das Correntes.

3.3 MODELO DE BALANCEAMENTO DE REDES SECUNDÁRIAS

O balanceamento das cargas de um sistema de distribuição é um problema com enfoque de decisão multiobjetivo, sendo assim, neste trabalho a avaliação da rede é realizada considerando múltiplos critérios que compõem a função multiobjetivo do problema.

No caso particular da avaliação das redes de Baixa Tensão (BT), e de suas configurações de carregamento, serão utilizados os seguintes critérios:

a) Queda relativa[13] de tensão;
b) Desequilíbrio no transformador;
c) Carregamento no transformador;
d) Perdas elétricas relativas[13];
e) Número máximo de trocas de fases.

Alguns destes conceitos são conflitantes entre si, devendo a solução final satisfazer, tanto quanto possível, os critérios considerados (A.B Knolseisen et al., 2004). Dada a necessidade de satisfazer todos os critérios simultaneamente, uma possibilidade para a busca da solução do problema consiste em utilizar técnicas de algoritmos genéticos para a determinação da alternativa de máximo grau de adequação dos critérios utilizados. Conceitos de lógica difusa (L.A. Zadeh, 1965) são utilizados quando os critérios são definidos através de funções de pertinência, os quais não se fazem necessário quando os critérios são valorados em termos de importância na busca da solução do problema.

Uma importante característica dos sistemas lógicos, que será aplicada ao problema do balanceamento, é a possibilidade de inferir resultados lógicos a partir de uma série de antecedentes. Geralmente o raciocínio lógico fundamenta-se em silogismos, nos quais os antecedentes são, por um lado, as proposições condicionais (nossas regras, formuladas por um especialista humano), sendo que as observações presentes, por outro lado, serão as premissas de cada regra. Contudo, neste caso, os esquemas de raciocínio utilizados são "aproximados", tentando reproduzir os esquemas mentais do cérebro humano no processo de raciocínio, consistindo em uma generalização dos esquemas básicos de inferência em lógica binária (silogismo clássico).

[13]Para ambos os casos o uso da expressão "relativa" indica que o valor é proporcional a outro valor especificado. O valor da queda de tensão nas fases é a diferença entre a tensão no transformador e a tensão na fase em relação a tensão no transformador, enquanto o valor das perdas elétricas em cada fase está relacionado ao carregamento (potência complexa total) da fase.

3.4 FUNÇÃO OBJETIVO PARA AVALIAÇÃO DAS SOLUÇÕES PROPOSTAS

A topologia da rede de BT pode ser definida por um grafo $G = (N, A)$, onde N é o conjunto de nós da rede e A é o conjunto de arcos que conectam os nós. Diz-se que $(i, j) \in A$ é um trecho da rede, se entre o par de nós (i, j) existe uma conexão física. De modo geral, estas redes se apresentam sob a forma de árvores enraizadas em um nó s, no qual se localiza o transformador de distribuição. Dada esta topologia, o modelo de balanceamento de cargas pode ser genericamente descrito como (A.B. Knolseisen et al., 2003a; A.B. Knolseisen et al., 2003b):

$$Max \quad z = f(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{Pl}) \tag{3.5}$$

$$s.a. \quad \boldsymbol{V}_i^k - \boldsymbol{V}_j^k = Z_{ij}^k \cdot \boldsymbol{I}_{ij}^k \qquad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \tag{3.6}$$

$$\boldsymbol{I}_{ij}^k = \sum_{(j,m) \in A} \boldsymbol{I}_{jm}^k + \sum_n \sum_\ell \frac{S_{n,j}^l}{\boldsymbol{V}_j^k} \cdot x_{n,j}^{kl} \qquad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \tag{3.7}$$

$$\boldsymbol{Pl}_{ij}^k = Z_{ij}^k \cdot \left(\boldsymbol{I}_{ij}^k\right)^2 \qquad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \tag{3.8}$$

$$\boldsymbol{V}_s^k = \boldsymbol{V}_{trafo} \qquad \forall k \in K \tag{3.9}$$

$$\sum_k x_{n,j}^{kl} = 1 \qquad \forall n, j, l \tag{3.10}$$

$$x_{n,j}^{kl} \in \{0,1\} \qquad \forall k, l, n, j \tag{3.11}$$

onde,

$\boldsymbol{V} = (\boldsymbol{V}_j^k)$: é o vetor de tensões, cujo elemento $\boldsymbol{V}_j^k$ representa tensão da fase k do nó $j \in N$.

$\boldsymbol{I} = (\boldsymbol{I}_{ij}^k)$: é o vetor de correntes, cujo elemento $\boldsymbol{I}_{ij}^k$ representa corrente da fase k do trecho $(i, j) \in A$;

$\boldsymbol{Pl} = (\boldsymbol{Pl}_{ij}^k)$: é o vetor de perdas, cujo elemento $\boldsymbol{Pl}_{ij}^k$ representa a perda na fase k do trecho $(i, j) \in A$;

Z_{ij}^k : é a impedância da fase k do trecho $(i, j) \in A$;

$\boldsymbol{V}_{trafo}$: é a tensão de referência aplicada no transformador;

$S_{n,j}^l$: é a potência total demandada pela l-ésima fase do *n*-ésimo consumidor conectado ao nó $j \in N$;

$\boldsymbol{x} = (x_{n,j}^{kl})$: vetor de variável binária, onde $x_{n,j}^{kl} = 1$ se a carga atual da fase l do n-ésimo consumidor conectado ao nó $j \in N$ deverá ser alocada na fase k; $x_{n,j}^{kl} = 0$ em caso contrário.

Neste modelo, a Equação (3.5) define o objetivo a ser maximizado, ou seja, é a função objetivo conforme será discutida na seção seguinte, e que caracteriza o grau de adequação da solução segundo a ótica do projetista ou de acordo com os critérios definidos por cada concessionária. As restrições (3.6), (3.7) e (3.8) definem, respectivamente, as quedas de tensão, as correntes e as perdas elétricas ocorridas em cada fase e trecho da rede, enquanto (3.9) determina a condição inicial de tensão a ser aplicada no transformador. Finalmente, as restrições (3.10) e (3.11) asseguram que todas as cargas sejam alocadas em somente uma fase, no nó em que o respectivo consumidor deve ser conectado, ou seja, para cada ponto de carga há somente permutação entre suas fases (respeitando seu tipo ligação: trifásicas, bifásicas ou monofásicas) sem que ocorra deslocamento geográfico de carga.

Embora o modelo apresentado seja tipicamente de natureza combinatória e não-linear, a sua resolução, enquanto problema de otimização depende da determinação do vetor de variáveis binárias $\boldsymbol{x} = (x_{n,j}^{kl})$, cujo valor possibilita a determinação de todas as demais variáveis do modelo e, conseqüentemente, da função objetivo utilizada.

A seguir são apresentados os critérios de adequação da solução (A.B. Knolseisen et al., 2003b; A.B Knolseisen et al., 2004).

3.4.1 Critérios de Adequação da Solução

Considere o conjunto de soluções viáveis, no tocante às restrições (3.10) e (3.11), que assegura todas as cargas alocadas em somente uma fase, isto é:

$$S_0 = \left\{ \boldsymbol{x} \mid \sum_k x_{n,j}^{kl} = 1, \quad \forall\, n, j, l; x_{n,j}^{kl} \in \{0,1\} \right\} \tag{3.12}$$

Para ser considerada adequada, uma solução $\boldsymbol{x} \in S_0$ deverá satisfazer alguns critérios adicionais, tais como: reduzidas queda de tensão e perdas elétricas nos cabos, carga compatível com o

transformador alocado, pequeno desequilíbrio no transformador e pequeno número de troca de fases. A satisfação em relação a estes critérios é mostrada a seguir.

3.4.1.1 Queda Relativa de Tensão

$$S_1 = \left\{ \boldsymbol{x} \mid \frac{\boldsymbol{V}_{trafo} - \boldsymbol{V}_i^k}{\boldsymbol{V}_{trafo}} \leq \eta, \quad \forall k, i \in N; \ \forall \boldsymbol{V}_{trafo} \geq V_i^k \right\} \tag{3.13}$$

onde, η é a variável a ser arbitrada pelo projetista, que define o valor máximo para a queda relativa de tensão.

A análise da queda relativa de tensão é importante para as concessionárias e também para os clientes, por interferir diretamente na qualidade da energia entregue. Para as concessionárias há uma preocupação a mais, porque em caso de violação dos limites legais de queda de tensão entregue ao consumidor, o órgão regulador (ANEEL) estabelece penalidades, em valores monetários. A busca pelo balanceamento da carga do sistema leva a uma maximização da tensão média em todo o circuito, ou seja, uma melhoria no seu perfil de tensão.

3.4.1.2 Carregamento no Transformador

$$S_2 = \left\{ \boldsymbol{x} \mid \frac{\sum_{(s,j)\in A} \boldsymbol{I}_{sj}^k}{\boldsymbol{I}_{trafo}} \leq 1, \quad \forall k \right\} \tag{3.14}$$

O equilíbrio também pode ser analisado pelo carregamento do transformador. A corrente de neutro, por definição, é a corrente que flui do transformador ao solo e é obtida pela soma das correntes de cada uma das fases do transformador de distribuição (T.H. Chen e J.T. Cherng, 2000). Sendo assim, quanto menor a corrente de neutro, mais equilibradas estão as fases.

3.4.1.3 Desequilíbrio no Transformador

$$S_3 = \left\{ \boldsymbol{x} \mid \frac{\boldsymbol{I}_{ij}^k}{\boldsymbol{I}_{ij}^{\max}} \leq 1, \quad \forall k, (i,j) \in A \right\} \tag{3.15}$$

O balanceamento da potência complexa total está baseado no equilíbrio da potência complexa de cada uma das fases do transformador de distribuição trifásico. Assim, um maior equilíbrio da potência complexa de cada uma das fases do transformador garante um maior equilíbrio ao sistema.

3.4.1.4 Perdas Elétricas Relativas

$$S_4 = \left\{ \boldsymbol{x} \mid \frac{\sum_k \sum_{(i,j)\in A} \boldsymbol{Pl}_{ij}^k}{\sum_k \sum_n \sum_j S_{n,j}^k} \leq \Delta \right\} \tag{3.16}$$

onde, Δ é a variável a ser arbitrada pelo projetista, que define o valor máximo para as perdas elétricas relativas do sistema.

As perdas elétricas na rede estão relacionadas com a queda de tensão de forma não linear, mas quanto maiores as perdas, maior é a queda de tensão. Assim, interferem diretamente na eficiência da empresa concessionária, sendo que o aumento das perdas acarreta aumento nos custos da empresa, pois melhorias na rede devem ser feitas de modo que toda a carga seja atendida com níveis adequados de queda de tensão.

3.4.1.5 Número Máximo de Trocas de Fases

$$S_5 = \left\{ \boldsymbol{x} \mid \frac{\sum_{k\neq l} x_{n,j}^{kl}}{\sum x_{n,j}^{kl}} \leq \varepsilon \right\} \tag{3.17}$$

onde, ε é a variável a ser arbitrada pelo projetista, que define o número máximo de trocas para cada circuito.

Busca-se a minimização do número de interrupções do serviço de distribuição e a diminuição na duração de cada uma dessas interrupções. O número de interrupções sofrido pela rede e suas durações estão relacionados com a qualidade no suprimento da energia elétrica, por interferirem diretamente nos índices de continuidade, em especial nos índices DIC e FIC e na quantidade de homem_hora trabalhando. É importante observar que se a operação de transferência de carga entre as fases da rede de distribuição for efetuada em linha viva, estes índices (DIC e FIC) não serão afetados.

3.5 ALGORITMOS PARA A BUSCA DO BALANCEAMENTO

A busca pela melhor solução para o problema do balanceamento está baseada, neste trabalho, pela utilização de técnicas de algoritmos genéticos para determinar a alternativa de máximo grau de adequação dos critérios utilizados. Para a consideração dos múltiplos critérios, são propostas duas metodologias: uma baseada na fuzificação dos critérios e outra na valoração dos critérios. Estas metodologias estão apresentadas a seguir.

3.5.1 Algoritmo baseado na Fuzificação dos Critérios

O algoritmo baseado na fuzificação dos critérios é assim denominado pois os critérios são definidos através de funções de pertinência, e conceitos de lógica difusa são aplicados ao problema.

3.5.1.1 Conjuntos Difusos

Embora possam existir normas bem esclarecidas para os limites a serem aceitos em relação a cada um dos critérios apresentados (Equações 3.12 a 3.17), é lógico considerar que quão mais próximos destes limites estiver a solução, menos adequada ela será (L.A. Zadeh, 1965).

Neste contexto, o conjunto de soluções adequadas passa a ser considerado difuso, no sentido de existirem soluções onde, embora atendam normas e especificações, algumas são preferíveis em relação a outras. Uma revisão detalhada sobre conjunto difuso é apresentada no Apêndice A deste trabalho.

Resumidamente, a lógica difusa é caracterizada pela regra de produção do tipo:

SE <premissa> ENTÃO <conseqüência>

Neste trabalho a lógica difusa foi aplicada, juntamente com as funções de pertinência apresentadas na seqüência, para avaliar os critérios de projeto. Assim, por exemplo:

Se (TENSAO = TENSAO BAIXA) ou
(DESEQUILIBRIO NO TRANSFORMADOR = DESEQUILIBRIO ALTO) ou
(CORRENTE NO CABO > CORRENTE ADMISSÍVEL) ou
(NÚMERO DE TROCAS DE FASE = ALTO NÚMERO DE TROCAS)
Então PROJETO = INADEQUADO

No caso apresentado a regra é difusa e lógica porque utiliza conceitos aproximados tais como: tensão baixa, desequilíbrio alto, etc. Assim, cabe ao projetista caracterizar estes conceitos, os quais não apresentam limites bem definidos. Para esta caracterização pode-se usar as funções de pertinência para caracterizar o conjunto de *TENSÃO BAIXA, DESEQUILÍBRIO ALTO*, etc.

3.5.1.2 Funções de Pertinência

O conjunto viável S_0 apresenta uma definição que, ao contrário dos demais é bem definida, e sua função de pertinência pode ser apresentada como sendo:

$$\mu_{S_0}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 1 & \text{se} \sum_k x_{n,j}^{kl} = 1, \quad \forall n, j, l \,;\, x_{n,j}^{kl} \in \{0,1\} \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases} \tag{3.18}$$

Em relação aos demais conjuntos, a Figura 4 apresenta a função de pertinência *queda relativa de tensão* que compõe o critério de adequação da solução. As demais funções que compõem o critério de adequação podem ser apresentadas da mesma forma, e adaptadas ao perfil do projetista, ou aos critérios definidos pela concessionária.

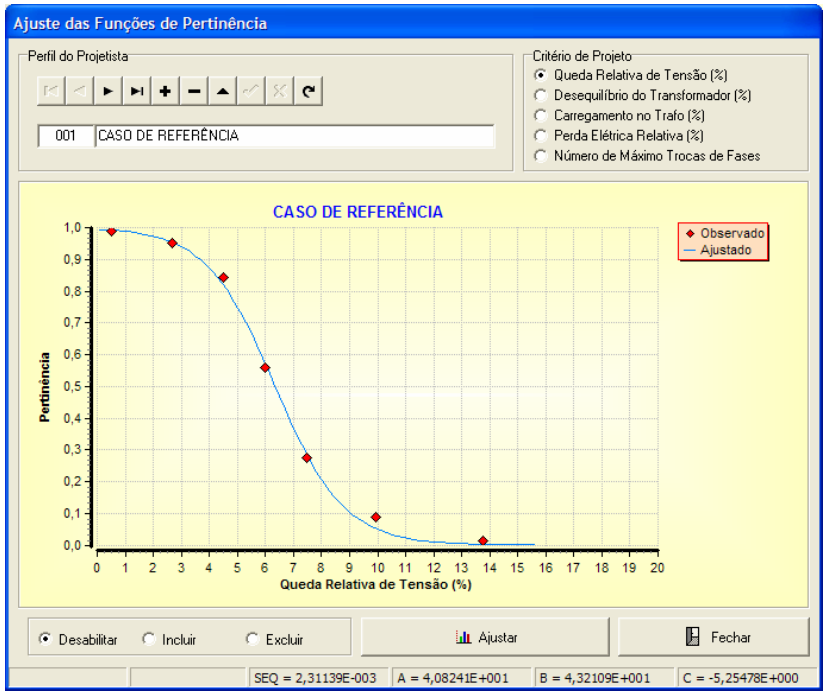


Figura 4: Função de pertinência ao conjunto difuso *queda relativa de tensão* - $\mu_{S_1}(\boldsymbol{x})$.

Considerando a necessidade de satisfazer todos os critérios simultaneamente, define-se o conjunto de soluções adequadas ao problema de balanceamento de cargas em redes de BT como sendo:

$$S_0 \cap S_1 \cap S_2 \cap S_3 \cap S_4 \cap S_5 \tag{3.19}$$

E a função de pertinência em relação a este conjunto interseção como:

$$\mu_{S_0 \cap S_1 \cap S_2 \cap S_3 \cap S_4 \cap S_5}(\boldsymbol{x}) = \min\left(\mu_{S_0}(\boldsymbol{x}), \mu_{S_1}(\boldsymbol{x}), \mu_{S_2}(\boldsymbol{x}), \mu_{S_3}(\boldsymbol{x}), \mu_{S_4}(\boldsymbol{x}), \mu_{S_5}(\boldsymbol{x})\right) \tag{3.20}$$

Assim, a busca da melhor solução para o problema consiste em encontrar um vetor $\boldsymbol{x}^* = (x_{n,j}^{k\ell})$, tal que:

$$\mu_{S_0 \cap S_1 \cap S_2 \cap S_3 \cap S_4 \cap S_5}(\boldsymbol{x}^*) = \max_{\boldsymbol{x}} \mu_{S_0 \cap S_1 \cap S_2 \cap S_3 \cap S_4 \cap S_5}(\boldsymbol{x}) \tag{3.21}$$

3.5.2 Algoritmo baseado na Valoração dos Critérios

O algoritmo baseado na valoração dos critérios, versão utilizada no desenvolvimento do programa para a busca do balanceamento, é caracterizada pela definição de pesos para cada um dos critérios considerados no processo de busca: queda de tensão, perdas elétricas e desbalanceamento do transformador. Esta valoração permite que seja atribuída a importância de cada critério no processo de busca da solução do problema, para cada rede em estudo, conforme Figura 5.

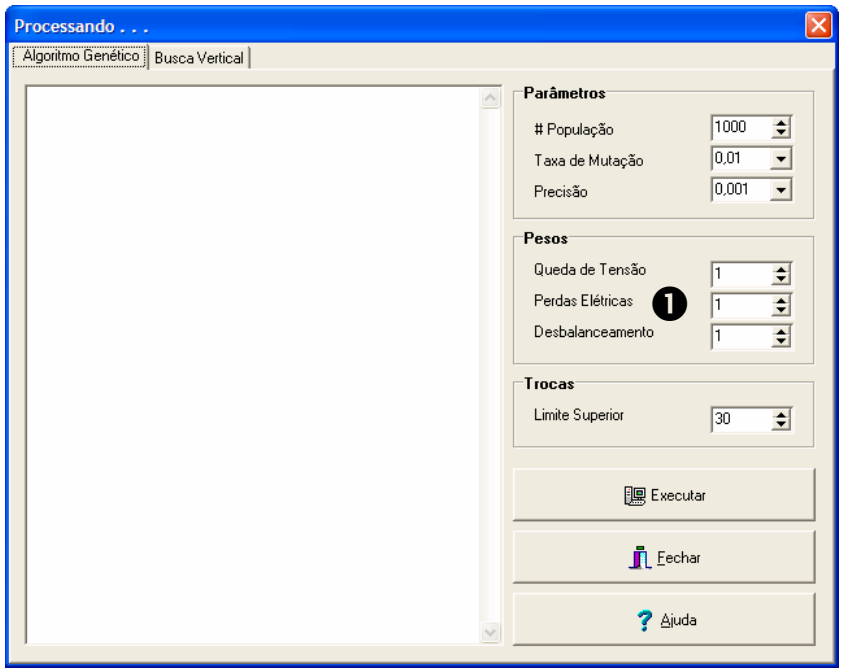


Figura 5: Valoração dos critérios considerados na busca do balanceamento.

Pode ser observado (área ❶) que dentre os cinco critérios apresentados anteriormente na Figura 4, os quais são utilizados pelo algoritmo de fuzificação, o critério carregamento no transformador (S_2) não está sendo considerado para o algoritmo baseado na valoração. Isso porque, estudos realizados utilizando tanto o algoritmo de fuzificação quanto o algoritmo de valoração dos critérios, de forma a habilitar somente um dos critérios juntamente com o critério número máximo de trocas de fases, indicaram influência praticamente nula deste critério na resposta ao problema. Estes estudos não são apresentados neste trabalho. Sendo assim, para o algoritmo baseado na valoração dos critérios estão sendo considerados somente os critérios relevantes, e peso a ser atribuído para cada um destes critério deve estar entre zero (0) e um (1), sendo zero (0) quando o critério não está sendo considerado no processo de busca da solução do problema.

Também é possível observar que para o critério número máximo de trocas (S_5) a valoração está relacionada ao número máximo de trocas permitido para cada circuito, definido segundo critérios adotados por cada concessionária, por exemplo, 10% do número de consumidores conectados na rede de distribuição. Também o conjunto viável S_0 não recebe atribuição de peso pois está relacionada às restrições (3.10) e (3.11) que asseguram que todas as cargas (trifásicas, bifásicas ou monofásicas) sejam alocadas em somente uma fase, no nó em que o respectivo consumidor deve ser conectado.

Assim, considerando a necessidade de satisfazer todos os critérios simultaneamente, define-se o conjunto de soluções adequadas ao problema de balanceamento de cargas em redes de BT como sendo:

$$S_0 \cap \alpha \cdot S_1 \cap \beta \cdot S_3 \cap \varepsilon \cdot S_4 \cap S_5 \tag{3.22}$$

onde,

- α : é o peso atribuído ao critério queda relativa de tensão;
- β : é o peso atribuído ao critério desequilíbrio no transformador;
- ε : é o peso atribuído ao critério perdas elétricas relativas.

3.5.3 Algoritmo Genético para a Busca de uma Solução Eficiente

Pode-se entender um algoritmo genético como sendo um processo de busca probabilística "inteligente", passível de aplicação em uma série de problemas combinatórios.

No algoritmo genético a evolução se processa por meio de cromossomos, os quais as características do indivíduo. Os indivíduos mais bem adaptados ao meio conseguem se reproduzir com maior freqüência e transmitir as características genéticas aos descendentes, sendo por este motivo a reprodução o ponto chave para a evolução. Através do cruzamento e de eventual mutação, os descendentes poderão apresentar características distintas de seus ancestrais, o que pode refletir numa maior capacidade de adaptação ao meio em que vive.

Assim, os principais passos dos algoritmos genéticos são os seguintes:

Gerar uma população inicial
Avaliar a aptidão dos indivíduos da população
Repetir
Selecionar ancestrais da população
Efetuar o cruzamento entre os ancestrais
Realizar mutação nos descendentes gerados
Avaliar a aptidão dos descendentes gerados
Substituir alguns indivíduos da população (ou todos) pelos descendentes
Até que *uma solução satisfatória tenha sido encontrada*

Dentro desta perspectiva, os aspectos relevantes que passarão a ser discutidos são: a estrutura do *cromossomo*, a avaliação da *aptidão* e os processos de *seleção natural* e de *reprodução*: *cruzamento* e *mutação* (L. Davis, 1991).

Esta teoria terá sua aplicação nos estudos de balanceamento das fases de redes secundárias de distribuição, através da troca de carga entre as fases da rede, conforme será mostrado a seguir.

3.5.3.1 Estrutura do Cromossomo

A estrutura do cromossomo é um dos elementos fundamentais na definição do processo evolutivo. Nos algoritmos genéticos o cromossomo corresponde ao indivíduo, que é representado por uma *string* de comprimento fixo, onde os parâmetros do problema são representados usando codificação binária, decimal ou números em pontos flutuantes (J.M. Barreto, 2001; E.M.A. Filho et al., 2002; N. Kagan et al., 2004). É nesta estrutura que se encontram armazenadas as características das soluções pesquisadas na busca.

Para o problema do balanceamento das fases de redes de distribuição, a característica determinante da solução é a indicação do esquema de troca de fase a ser adotado para cada consumidor trifásico

(T.H. Chen e J.T. Cherng, 2000; A.B. Knolseisen et al., 2003a; A.B Knolseisen et al., 2004). Todos os possíveis esquemas de trocas possíveis para consumidores trifásicos são apresentados na Figura 6, sendo os mesmos utilizados para consumidores bifásicos e monofásicos, considerando que para estes casos ocorrem esquemas repetidos, mas que não comprometem o processo de busca da solução ao problema.

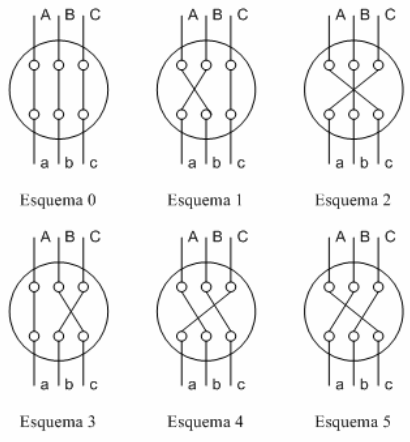


Figura 6: Possíveis esquemas de trocas para consumidores com cargas trifásicas.

Uma versão do modelo onde o esquema de troca de fase não permite superposição de fios, a ser adotado para os consumidores bifásicos e monofásicos é apresentado em A.B. Knolseisen et al. (2003b).

Do ponto de vista algébrico, cada esquema pode ser representado por uma matriz de permutação, que define os valores das variáveis binárias $x_{n,j}^{kl}$ associados a cada consumidor, em cada nó. Nestas matrizes, as colunas (l) representam as fases atuais no esquema de carregamento, enquanto que as linhas (k) designam as novas fases destes carregamentos. Assim, considerando os esquemas apresentados na Figura 6, têm-se as matrizes da Figura 7 (A.B. Knolseisen et al., 2003a; A.B Knolseisen et al., 2004).

$$Esquema\ 0 \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Esquema\ 1 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Esquema\ 2 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Esquema\ 3 \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Esquema\ 4 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Esquema\ 5 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 7: Matrizes que representam os esquemas de permutação para consumidores com carga trifásica.

Todos os esquemas de permutação, representados pelas matrizes acima, asseguram a satisfação das restrições (3.10) e (3.11). Desta forma, uma solução viável completa para o problema de balanceamento de cargas em uma rede secundária, poderá ser identificada por um vetor onde cada elemento representa o esquema a ser adotado para um consumidor.

A Figura 8 mostra um exemplo de representação de um cromossomo, no qual o primeiro consumidor teria suas fases permutadas em conformidade com o Esquema 1, o segundo com o Esquema 4, o terceiro com Esquema 3, e assim por diante.

1	4	3	5	2	3	5	1	1	0	0	3	4

Figura 8: Representação do cromossomo para um problema com 13 consumidores.

3.5.3.2 Avaliação da Aptidão

Para empregar os algoritmos genéticos em problemas de otimização com restrições, como reconfiguração de redes, após definida a codificação dos *strings* é composta uma função de avaliação para os indivíduos, a partir da função objetivo original do problema (N. Kagan et al., 2004).

A aptidão (ou *fitness*) de um cromossomo da população representa a capacidade do indivíduo adaptar-se ao meio ambiente. No caso dos algoritmos genéticos, quando aplicada sobre problemas de otimização de natureza combinatória, a medida da aptidão costuma se relacionar com o valor da função objetivo, e implica diretamente na permanência do indivíduo ao longo das gerações. Se o objetivo for maximizar a função, a aptidão é diretamente proporcional ao valor da função, caso contrário, é inversamente proporcional ao valor da função.

No algoritmo proposto baseado na valoração dos critérios, adotou-se como medida da aptidão, o valor da função apresentada em (3.22). Assim, para cada solução x gerada pelo algoritmo, o maior grau de adaptação é tal que:

$$\begin{aligned} &Max \quad \alpha \cdot S_1(x) \cap \beta \cdot S_3(x) \cap \varepsilon \cdot S_4(x) \cap S_5 \\ &s.a. \quad x \in S_0 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Considerando que se deseja encontrar uma solução que maximize esta função, a medida da aptidão deve ser considerada de modo que quanto maior o seu valor, maior será a capacidade de adaptação do indivíduo ao meio, e vice-versa.

3.5.3.3 Processo de Seleção Natural

O mecanismo de seleção pode ser considerado como uma busca constante de maior eficiência, e leva à evolução da população (J.M. Barreto, 2001).

A medida da aptidão é utilizada no algoritmo para ordenar os p indivíduos da população durante o processo de busca. A ordem é estabelecida de modo que $f_1 \geq f_2 \geq \ldots \geq f_p$. Assim, o primeiro indivíduo da população apresenta a melhor adaptação ao meio, enquanto que o último indivíduo, por sua vez, apresenta a pior aptidão de toda a população.

No processo de seleção do algoritmo proposto, foi considerada uma distribuição de probabilidade do tipo gradiente, na qual a probabilidade de escolha do melhor indivíduo é um múltiplo da probabilidade de escolha do pior, isto é, $P_1 = \lambda \cdot P_p$.

A adoção desta técnica de seleção se deu em função de algumas propriedades apresentadas pela mesma, a saber: o valor da probabilidade de escolha sendo independente do valor da função objetivo (aptidão ou *fitness*) faz com que o cálculo seja mais simples, direto e rápido. O fato de se vincular a probabilidade de escolha de um indivíduo com a ordem que o mesmo ocupa na população, independente do valor da função objetivo, faz com que o processo de escolha continue dando ênfase aos melhores indivíduos, mesmo nas situações em que a aptidão começa a se tornar mais ou menos homogênea em termos da ordem de grandeza.

Na busca pela solução de um problema, se determinada geração não está adaptada o suficiente, o processo de seleção e reprodução é repetido até que o grau de adaptação seja aceitável. Assim, a população tem a tendência de, após várias gerações, ter elementos com altos valores de aptidão. Então, a reprodução é o ponto chave, na qual a evolução se processa.

3.5.3.4 Processo de Reprodução

No processo de reprodução a seleção dos cromossomos é efetuada por mecanismos aleatórios e o critério de sobrevivência é baseado na função objetivo que avalia a adaptação de cada cromossomo

da população ao meio. O objetivo é a geração de estados vizinhos através dos processos de cruzamento e mutação aplicados nos indivíduos atuais da população de indivíduos selecionados (E.M.A. Filho et al., 2002).

O operador de cruzamento troca arbitrariamente sub-*strings* entre dois indivíduos selecionados para reprodução. O comprimento e posições dos sub-*strings* são determinados aleatoriamente, mas são idênticos para ambos os indivíduos (N. Kagan et al., 2004).

No processo de cruzamento deste trabalho é utilizado o *single point crossover*, que consiste em escolher um ponto de corte aleatório na estrutura dos cromossomos ancestrais, e combinar a parte à esquerda do corte de um ancestral com a parte à direita do corte do outro ancestral. Esta operação permite que, para cada par de ancestrais selecionados, dois novos descendentes sejam gerados. Na Figura 9 é apresentado um exemplo da aplicação deste operador.

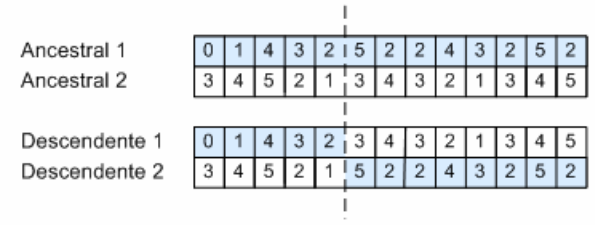


Figura 9: Aplicação do *single point crossover*.

O operador de mutação é visto como um mecanismo de evolução que age contra a perda de eventuais informações genéticas relevantes. Através deste operador, informações que foram eliminadas pelo processo de reprodução, ou que não faziam parte da população, poderão ser introduzidas na população durante as diversas gerações. A mutação é realizada bit-a-bit (gene-a-gene) em cada indivíduo da população (E.M.A. Filho et al., 2002).

No algoritmo proposto, a mutação de um indivíduo ocorre a uma taxa constante, de forma aleatória, e consiste na troca de genes do cromossomo por valores diferentes dos herdados dos ancestrais, conforme mostra a Figura 10:

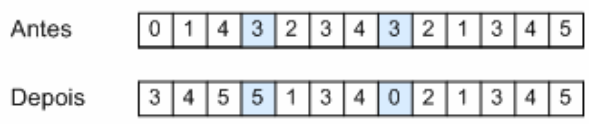


Figura 10: Aplicação do operador de mutação.

3.6 REQUISITOS FUNCIONAIS DO SISTEMA

A Figura 11 apresenta o fluxograma da ferramenta computacional, ***Equilibra***, desenvolvida para a busca da melhor solução ao problema do balanceamento de uma rede secundária de distribuição, quando se objetiva a melhoria do perfil de tensão da rede. Este fluxograma permite uma visão global de suas funcionalidades.

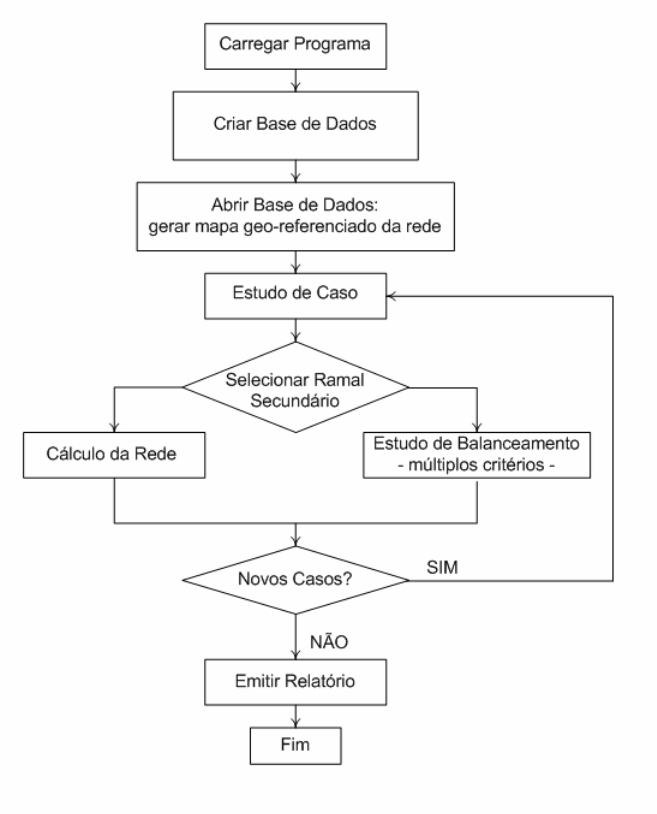


Figura 11: Fluxograma funcional do *Equlibra* com aplicação de múltiplos critérios.

3.6.1 Criar Base de Dados

O sistema de distribuição radial trifásico pode ser representado por um diagrama unifilar equivalente, em forma de uma árvore orientada. Os nós correspondem aos nós da rede de baixa tensão e os ramos dessa árvore correspondem a cada segmento associado entre dois nós. O Transformador de Distribuição (TD) é a única fonte alimentadora do circuito de BT e corresponde ao nó raiz da árvore.

A partir da corrente no ramo, da impedância e da carga conectada ao nó final deste ramo, é possível calcular as perdas ao longo do ramo e a queda de tensão entre os nós, com o auxílio de um fluxo de

carga (o *Equilibra* utiliza o Método Soma das Correntes). Computada a queda de tensão através de cada ramo do circuito é possível encontrar, iterativamente, a queda de tensão total no circuito, efetuando a soma das quedas nos ramos.

Para que se possa avaliar o carregamento no TD e então determinar o balanceamento do circuito de BT, alguns dados dos circuitos são necessários como dados de entrada para o sistema de apoio à decisão. Esses dados devem ser cadastrados para cada rede de BT que compõem a rede de distribuição de determinada regional da concessionária, sendo que o sistema permite a seleção dos circuitos a serem estudados.

Os dados físicos que devem ser cadastrados são:

a) Indicação do nó onde o TD está localizado;
b) Tensão do TD ou tensão nominal do circuito;
c) Localização espacial de cada um dos nós do circuito (coordenadas UTM[14]);
d) Comprimento (km) de cada ramo do circuito;
e) Cabo para cada fase de cada ramo do circuito (bitola);
f) Demanda de energia (kVA) para cada fase de cada nó do circuito.

Quanto aos dados de demanda, os valores de demanda de energia (kWh) por consumidor são adequadamente convertidos para potência aparente (kVA), com base no critério de conversão adotado por cada concessionária, para serem cadastradas por fase em cada nó do circuito, seja ele composto por um ou mais consumidores. Também é identificada a fase (A, B e C) de ligação para cada um desses nós ao circuito. A apropriação de carga adotada neste trabalho é apresentada na seqüência.

Através da especificação de cada cabo do circuito, é possível para o sistema de apoio identificar a impedância de cada ramo, importando essa característica da tabela que possui o cadastro dos cabos. É importante ressaltar que não há limitação relativa ao número máximo de ramos e nós que podem ser registrados pelo sistema, uma vez que a opção por utilização de *zoom* no programa *Equilibra* não gera comprometimento na visualização.

[14] UTM (*Universal Transverse Mercator*): é um sistema de coordenadas geralmente encontrado em mapas terrestres que são produzidos por provedores governamentais. São fáceis para usar porque no lugar de projetar uma grade imaginária de linhas que se cruzam sobre o globo, a UTM projeta seções do globo sobe uma superfície plana. Cada uma das seções é chamada de "zona".

A Figura 12 apresenta uma base de dados cadastrada para um circuito BT de uma empresa concessionária de energia, e que compõe uma rede de distribuição a ser estudada.

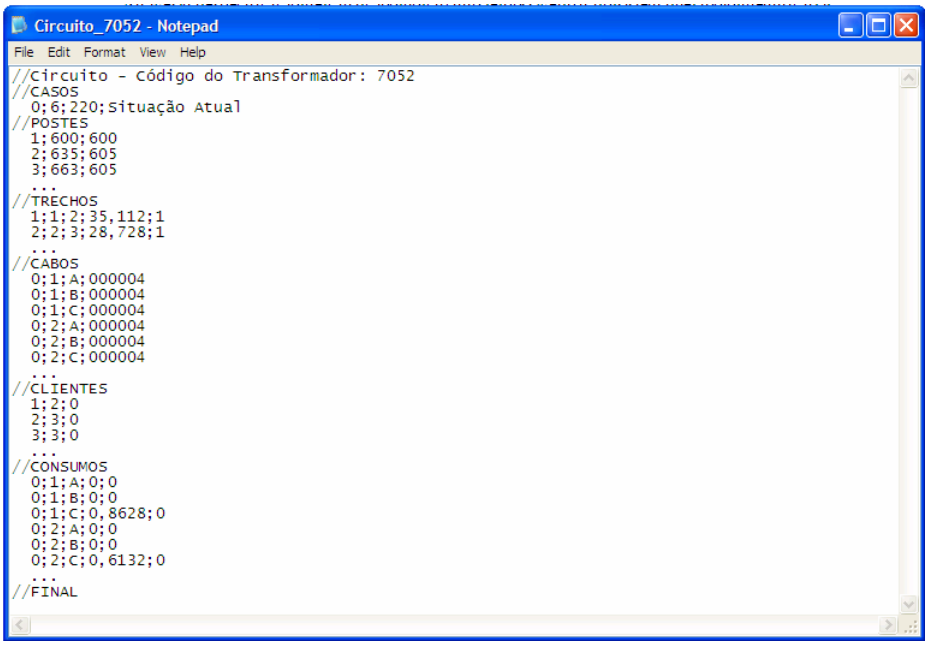


Figura 12: Padrão para gerar base de dados das redes secundárias.

O formato de entrada de dados é dado por:

//Circuito – Código do Transformador: 7052 **{Nome ou identificação da rede}**
//CASOS
0;6;220;Situação Atual **{CódigoPoste;PosteTrafo;Tensão;NomeCaso}**
//POSTES
1;600;600 **{CódigoPoste;CoordenadaX;CoordenadaY}**
2;635;605
3;663;605
...
//TRECHOS
1;1;2;35,112;1 **{CódigoTrecho;Poste1;Poste2;Comprimento;Fases}**
2;2;3;28,728;1
...
//CABOS
0;1;A;000004 **{CódigoCaso;CódigoTrecho;Fase;CódigoCabo}**
0;1;B;000004
0;1;C;000004
0;2;A;000004
...

```
//CLIENTE
 1;2;0                          {CódigoCliente;CódigoPoste;TipoCliente}
 2;3;0
 3;3;0
 ...
//CONSUMOS
 0;1;A;0;0                      {CódigoCaso;CódigoCliente;PotênciaAparente;0}
 0;1;B;0;0
 0;1;C;0,8628;0
 0;2;A;0;0
 0;2;B;0;0
 ...
//FINAL
```

3.6.1.1 Apropriar Cargas Demandadas

As demandas em cada circuito de BT são fornecidas pela concessionária na forma de consumo de energia (kWh). Para realizar o estudo de balanceamento através do cálculo de grandezas elétricas, é necessário que essa energia seja convertida para potência aparente (kVA), já que é a variável utilizada nos cálculos de fluxo de carga.

Essa conversão de energia em potência deve ser realizada de forma a aplicar as tabelas de conversão fornecidas pelas concessionárias, as quais fornecem os índices adequados por classe de consumidor a serem utilizados em uma equação linear do tipo $y = ax + b$, para a apropriação da demanda, onde:

- y : é a variável a ser determinada (em kVA);
- a : é o coeficiente angular da equação (constante fornecida pela concessionária);
- x : é a variável determinada ou medida (em kWh);
- b : é o coeficiente linear da equação (constante fornecida pela concessionária).

Para os circuitos utilizados na simulação dos resultados a serem apresentados no Capítulo 6, a conversão de energia em potência ativa utiliza esta equação linear para a conversão, sendo os coeficientes fornecidos pela concessionária juntamente com os dados dos circuitos.

3.6.2 Gerar Mapa Esquemático Geo-Referenciado

Para os circuitos de BT cadastrados, os dados físicos que indicam as coordenadas UTM de cada nó permitem que o sistema gere um mapa esquemático desse circuito, facilitando ao analista a sua visualização espacial. Esse croqui (mapa geo-referenciado) gerado pelo sistema, também permite identificar os dados cadastrais de cada componente do circuito quando especificado.

3.6.3 Calcular Grandezas Elétricas dos Circuitos Cadastrados

Para a análise das redes secundárias de distribuição, é necessário que algumas grandezas elétricas sejam calculadas, permitindo uma avaliação inicial dos circuitos e mesmo uma avaliação depois de efetuado o seu balanceamento. O cálculo dessas grandezas é obtido através da utilização de um fluxo de carga, neste caso o Método do Soma da Correntes, apresentado anteriormente.

Na análise dos circuitos cadastrados através do fluxo de carga, o TD é a única fonte alimentadora do circuito e corresponde à barra *swing* com tensão fixa, a capacitância *shunt* dos ramos de distribuição é desprezada e os bancos de capacitores são considerados como cargas. Por sua vez, as cargas em cada nó podem representar a demanda de um ou mais consumidores a ele conectados, representados através de potências constantes (kW e kvar, ou kVA).

3.6.4 Redistribuir as Cargas dos Consumidores nas Fases do Circuito

Para o estudo do balanceamento dos circuitos de distribuição de BT devem ser consideradas diversas variáveis que minimizadas garantem o balanceamento das fases da rede. Estas variáveis são os critérios a serem considerados pelo sistema de apoio à decisão.

A minimização do número de operações de troca de carga entre fases de consumidores e a minimização da duração das interrupções necessárias à realização do balanceamento, também será levado em consideração quando selecionado o melhor balanceamento.

As trocas de carga entre fases para consumidores trifásicos, bifásicos ou monofásicos, ocorrem no ramal de distribuição, e não em cada consumidor individualmente, ou seja, as trocas ocorrem nos pontos de carga os quais podem ter mais de um consumidor alocado. Por fim, as cargas são alocadas em somente uma fase, no nó em que o respectivo consumidor deve ser conectado, assim,

se a carga for tirada da fase B, só pode ser alocada na fase A ou C daquele mesmo ponto de carga, não havendo deslocamento geográfico de carga (restrições (3.10) e (3.11)).

3.6.4.1 Manter Cenários Alternativos para cada Circuito Cadastrado

Para cada circuito cadastrado é possível criar vários cenários alternativos a partir do caso real (cenário base), possibilitando alternativas de solução ao estudo de balanceamento. Cada cenário alternativo é obtido a partir do cenário base com algumas alterações, por exemplo, nos cabos utilizados nos ramos, na potência nominal do TD, na localização espacial do TD, entre outros.

Cada um desses cenários pode ser cadastrado (gravado), para que possam ser realizados estudos alternativos de balanceamento.

3.6.4.2 Determinar o Grau de Adequação para cada Solução Alternativa

Diante dos vários cenários alternativos para cada circuito, há a geração de várias alternativas de solução para o balanceamento do circuito. Dessa forma, o software pode estabelecer um *ranking* entre estas soluções, determinado pelo grau de adequação segundo os critérios difusos selecionados pelo analista.

Por exemplo, pode-se obter o equilíbrio para o circuito em questão (caso real), e então o equilíbrio para um cenário alternativo (troca de cabo, por exemplo). Assim, para a solução de equilíbrio encontrada para este cenário alternativo, utilizando o mesmo perfil de critérios aplicado para a solução do cenário base, é estipulado um valor (uma nota) que classificará o seu desempenho em relação à solução do cenário base (caso real).

É importante salientar que o sistema efetua a seleção de acordo com os comandos de contexto do analista. Sendo assim, se este seleciona um nó (ou ramo), o sistema vai indicar os dados referentes a esse nó (ou ramo).

3.6.5 Emitir Relatório e Croquis de Implantação de Melhorias

Efetuado o estudo de balanceamento para cada caso real e seus cenários alternativos, o sistema de apoio à decisão emite um relatório e um novo croqui do circuito após a redistribuição de cargas.

As variáveis de saída do relatório emitido pelo sistema estão relacionadas aos nós do circuito, sendo que para cada um dos nós que compõem o circuito equilibrado são fornecidos, por fase, a tensão (V), o ângulo da tensão (º) e a carga (em kVA).

O sistema computacional emite um relatório contendo o desempenho do circuito após o balanceamento, onde as variáveis usadas como parâmetros de avaliação do desempenho são: a queda de tensão (%), as perdas elétricas totais (%), o desequilíbrio de carga no transformador (%) e o *fitness* ou grau de adaptação da solução. O número de trocas necessárias para efetuar o equilíbrio também é fornecido, assim como os parâmetros do AG aplicados para obter a solução.

3.7 A FERRAMENTA DE APOIO À DECISÃO

Será apresentada a ferramenta de apoio desenvolvida para projetistas e analistas de redes, visando o melhor aproveitamento dos recursos existentes nas redes secundárias de distribuição, através da redistribuição dos consumidores nas fases do sistema.

O programa computacional realiza o balanceamento de redes secundárias de distribuição, de forma a permitir que cada circuito seja analisado separadamente, com estudos de casos. Cada caso pode ser composto pelo cálculo da rede atual e suas variações (novos cenários), a partir do estudo de balanceamento obtido pela redistribuição das cargas nas fases dos consumidores ou por medidas corretivas como a alteração do tap do TD ou a troca de cabo (bitola). A metodologia de cálculo para obter o balanceamento está baseada no fluxo de carga baseado no Método Soma das Correntes, e após os estudos de caso, são gerados relatórios contendo os dados elétricos para cada configuração.

3.7.1 Principais Interfaces Gráficas

O sistema de apoio à decisão multicritério para balanceamento de carga em redes secundárias de distribuição de energia elétrica é composto de diversas interfaces para cadastrar, editar, visualizar dados e croqui, gerar relatórios e realizar processamento. Em linhas gerais, as principais interfaces são as seguintes:

3.7.1.1 Janela Principal de Gerenciamento de Redes

Esta janela é composta de três áreas conforme pode ser observado na Figura 13, e permite ao usuário selecionar os circuitos críticos que requerem atenção especial por parte do projetista. A partir desta interface o projetista poderá, ainda, acionar o processamento em *batch* sobre todos os circuitos selecionados.

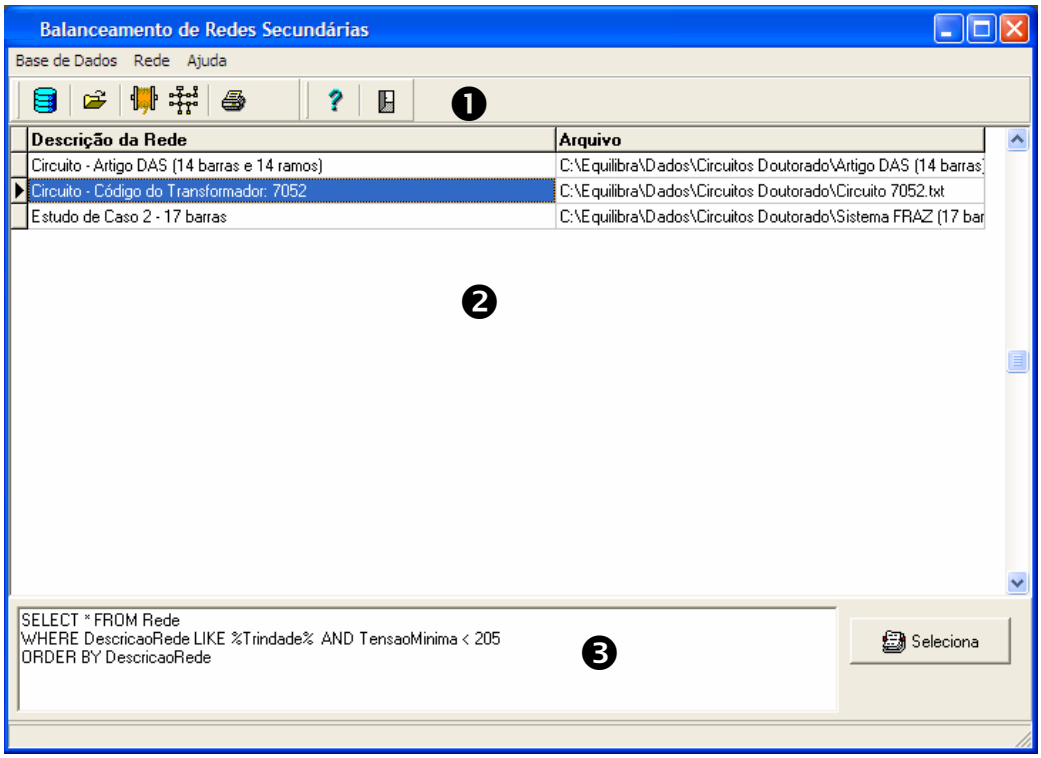


Figura 13: Janela de gerenciamento de redes.

Na barra de ferramentas (área ❶) desta janela estão dispostos os botões de controle da interface e os botões de acesso a outras janelas do sistema. Na área de visualização das redes cadastradas (área ❷) são apresentadas as informações resumidas sobre a situação atual da rede, bem como a sua localização no sistema de diretórios do computador. Na área de seleção das redes de trabalho (área ❸) o projetista poderá selecionar, com o uso de consultas do tipo SQL[15], os circuitos cadastrados que apresentam relevância no estudo a ser realizado.

Para os cálculos de fluxo de carga, o analista deve fornecer o fator de potência (numérico) a ser considerado na rede selecionada para estudo, através da janela apresentada Figura 14, selecionada em ***Rede*** na Janela Principal do programa.

[15] SQL (Structure Query Language) é uma linguagem padrão de comunicação com base de dados, que possui duas características muito apreciadas: apresenta potência e versatilidade notáveis que contrasta com sua acessibilidade de aprendizagem.

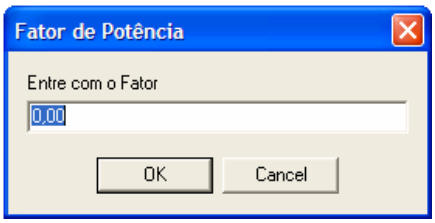


Figura 14: Janela de entrada do fator de potência da rede em estudo.

3.7.1.2 Janela para Seleção da Base de Dados

A seleção da base de dados pode ser acessada a partir do ícone da barra de ferramentas indicado na Figura 15:

Figura 15: Ícone da barra de ferramentas para acesso à base de dados.

Esta janela é padrão nos diversos sistemas operacionais do tipo MS Windows, e permite selecionar arquivos a serem abertos. Será utilizada para a escolha, entre as bases de dados disponíveis, daquela base que contenha os dados com os quais o projetista deseja trabalhar num dado momento. As bases de dados poderão ser organizadas de modo que cada uma contenha dados de uma dada região ou cidade, conforme pode ser observado na Figura 16.

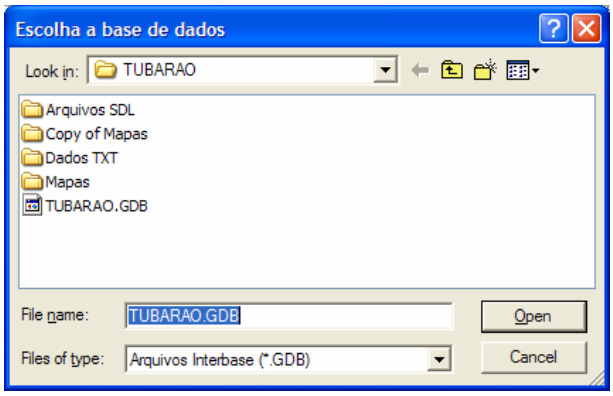


Figura 16: Janela padrão para abertura de arquivos no MS Windows.

3.7.1.3 Janela de Senha do Usuário

Esta janela, apresentada na Figura 17, é padrão nos sistema que utilizam bases de dados e que apresentam restrições de acesso aos usuários através de senha. Através da identificação do usuário e da senha de acesso, é permitido ao usuário manipular os dados existentes na base. A senha *default* para abertura da base é ***masterkey***.

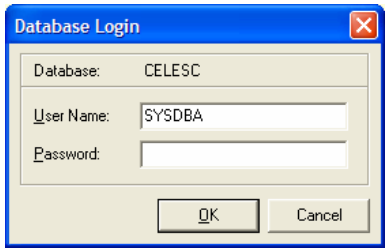


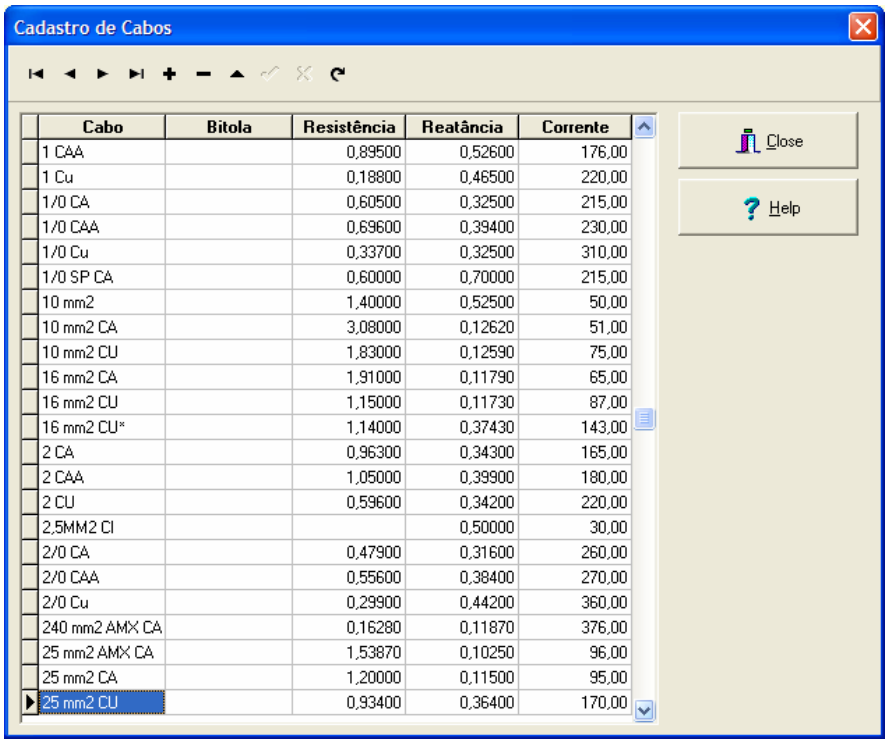
Figura 17: Janela padrão para definição de usuário e senha de acesso à base de dados.

3.7.1.4 Janela de Cadastro de Cabos

Esta janela pode ser acessada a partir do ícone da barra de ferramentas indicado na Figura 18:

Figura 18: Ícone da barra de ferramentas para acesso à janela de cadastro de cabos.

A janela de cadastro de cabos, que se encontra apresentada na Figura 19, permite que o projetista inclua e exclua os tipos de cabos disponíveis para uso nos estudos, bem como altere os dados relativos às características físicas, dimensionais e elétricas de cabos cadastrados no sistema.



Cabo	Bitola	Resistência	Reatância	Corrente
1 CAA		0,89500	0,52600	176,00
1 Cu		0,18800	0,46500	220,00
1/0 CA		0,60500	0,32500	215,00
1/0 CAA		0,69600	0,39400	230,00
1/0 Cu		0,33700	0,32500	310,00
1/0 SP CA		0,60000	0,70000	215,00
10 mm2		1,40000	0,52500	50,00
10 mm2 CA		3,08000	0,12620	51,00
10 mm2 CU		1,83000	0,12590	75,00
16 mm2 CA		1,91000	0,11790	65,00
16 mm2 CU		1,15000	0,11730	87,00
16 mm2 CU*		1,14000	0,37430	143,00
2 CA		0,96300	0,34300	165,00
2 CAA		1,05000	0,39900	180,00
2 CU		0,59600	0,34200	220,00
2,5MM2 CI			0,50000	30,00
2/0 CA		0,47900	0,31600	260,00
2/0 CAA		0,55600	0,38400	270,00
2/0 Cu		0,29900	0,44200	360,00
240 mm2 AMX CA		0,16280	0,11870	376,00
25 mm2 AMX CA		1,53870	0,10250	96,00
25 mm2 CA		1,20000	0,11500	95,00
25 mm2 CU		0,93400	0,36400	170,00

Figura 19: Janela de cadastro de cabos.

3.7.1.5 Janela do Croqui da Rede

Pode ser acessada a partir do ícone da barra de ferramentas indicado na Figura 20:

Figura 20: Ícone da barra de ferramentas para acesso à janela de croqui da rede.

A janela apresenta na Figura 21, fornece o croqui da rede em formato geo-referenciado (área ❷), através do sistema de coordenadas UTM. Os botões da barra de ferramenta (área ❶) serão utilizados para manipular a figura (zoom, posicionamento, etc.), imprimir relatórios, bem como ativar as opções de busca e consulta às entidades da rede. No lado direito da janela são apresentados os dados de projeto (área ❹), bem como as informações pertinentes ao cálculo de correntes, tensões e perdas elétricas, para cada caso cadastrado.

Ainda nesta janela, no lado superior e direito (área ❸), o usuário contará com recursos para gerenciamento dos casos, através dos quais poderá criar, excluir e alterar informações dos casos cadastrados. Um resumo das principais características de avaliação da rede é apresentado nesta janela no canto inferior direito (área ❺), onde são mostrados os principais indicadores de avaliação da solução apresentada no croqui existente no lado esquerdo desta janela.

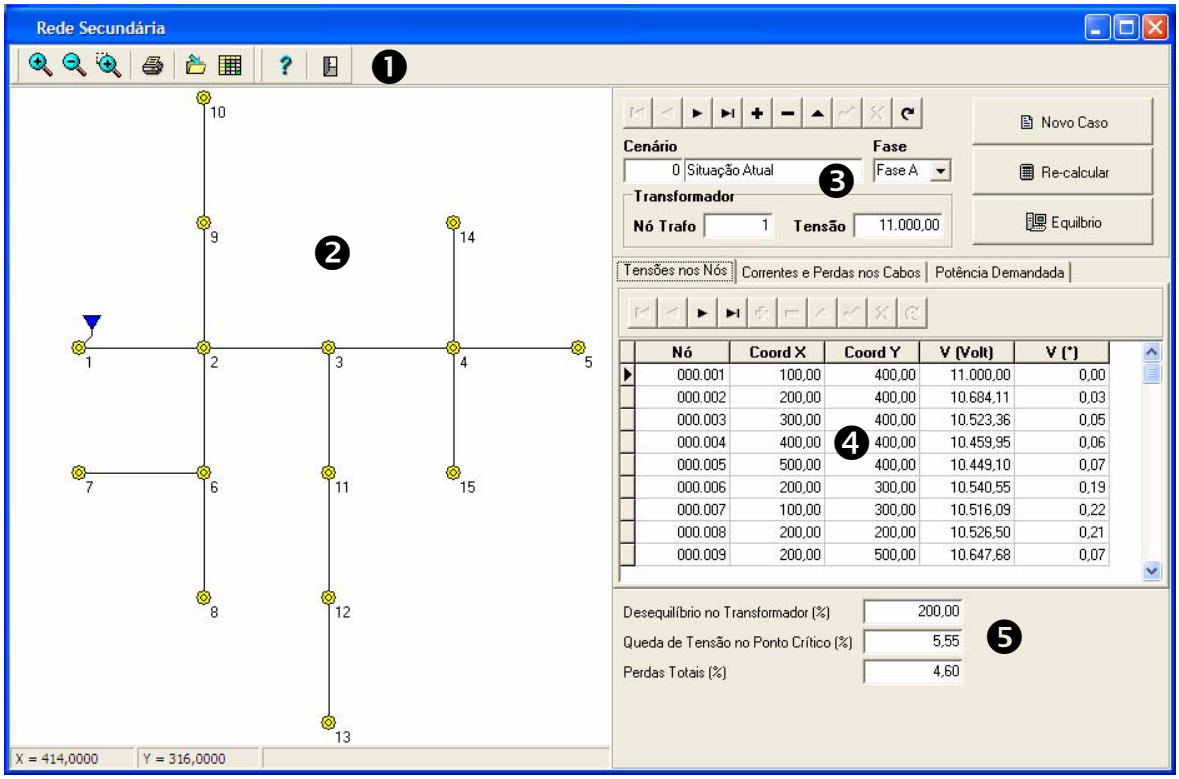


Figura 21: Janela de apresentação do croqui da rede secundária.

3.7.1.6 Janela de Acompanhamento da Evolução da Busca Genética

Esta janela (Figura 22) mostra a evolução do processo de busca genética, a partir da seleção pelo equilíbrio da rede. Alguns parâmetros da busca, tais como tamanho da população, taxa de mutação, precisão associada ao critério de parada poderão ser fixados através desta janela (área ❷). Entre as informações disponíveis estão os pesos arbitrados para cada critério (área ❸), e são apresentados os valores de cada critério de avaliação, para a melhor e a pior solução existe na população (área ❶).

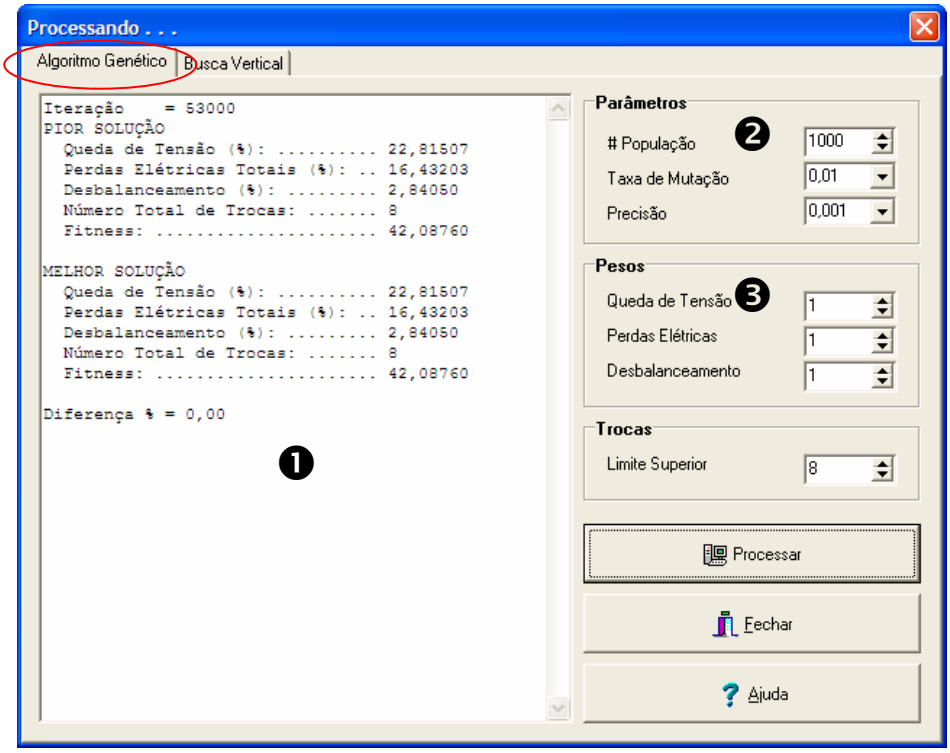


Figura 22: Janela de acompanhamento do processo de busca genética.

3.7.1.7 Janela *Preview* para os Relatórios Impressos

A janela para visualização e impressão dos relatórios pode ser acessada a partir do ícone da barra de ferramentas indicado na Figura 23:

Figura 23: Ícone da barra de ferramentas para acesso à janela de impressão de relatórios.

Os relatórios impressos gerados pelo sistema serão previamente visualizados (Figura 24) para então serem enviados à uma impressora selecionada. O sistema permitirá a impressão parcial de relatórios, mediante a seleção das páginas de interesse.

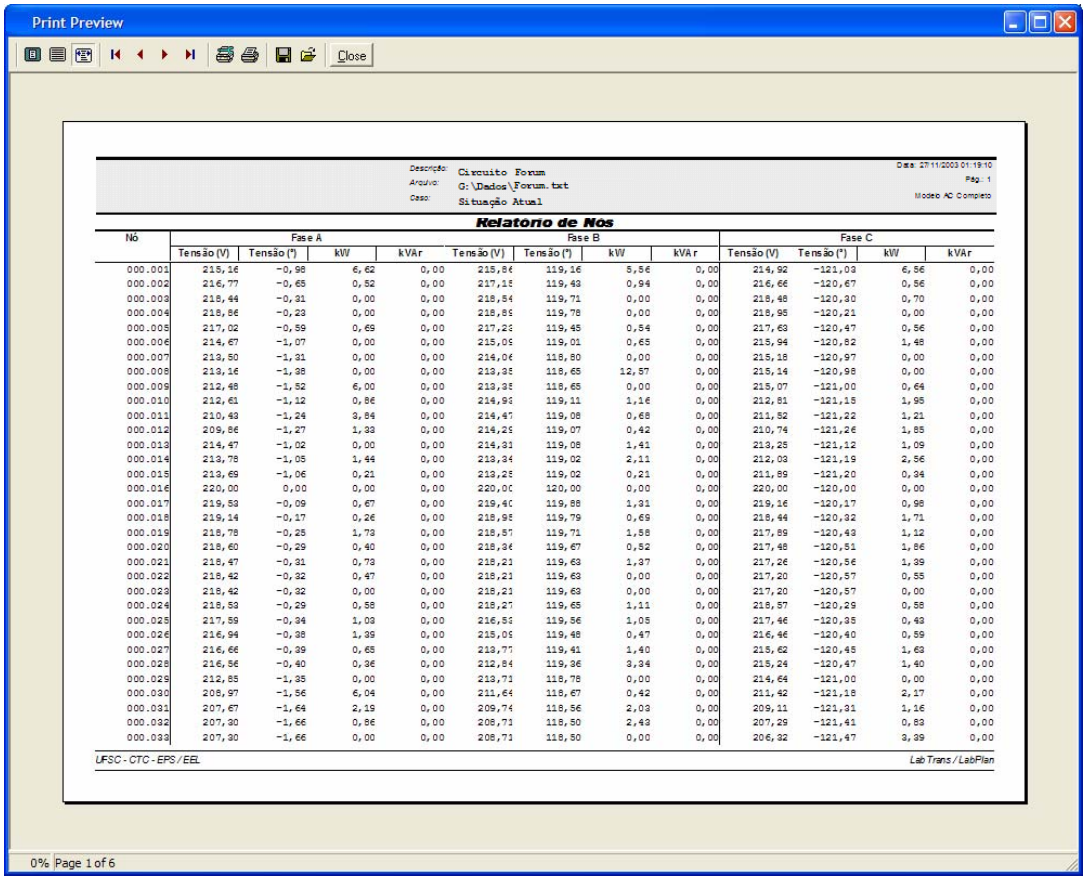


Figura 24: Janela *Preview* de relatórios.

3.8 CONCLUSÃO

O Programa Computacional apresentado neste capítulo é um programa de apoio à decisão, para o melhor aproveitamento dos recursos existentes nas redes secundárias de distribuição, através da redistribuição dos consumidores nas fases do sistema, ou seja, através do equilíbrio (ou balanceamento) de carga nas redes. Este fato levou a sua denominação: ***Equilibra***.

O programa apresenta interface gráfica do tipo Windows, o que facilita a entrada de dados e a execução do programa, permitindo a realização de estudos de balanceamento em redes secundárias reais de distribuição. Para o estudo do balanceamento, a avaliação da rede é realizada considerando múltiplos critérios que compõem a função multiobjetivo do sistema.

A metodologia de múltiplos critérios empregada utiliza a valoração dos critérios considerados, permitindo que cada um seja priorizado na busca da solução de acordo com cada circuito em

particular. Assim, no caso da avaliação das redes de BT e de suas configurações de carregamento, são utilizados os seguintes critérios que compõem a função de mérito multiobjetivo: queda relativa de tensão, desequilíbrio no transformado, perdas elétricas relativas e número máximo de trocas de fases. O critério carregamento no transformador não está sendo considerado no algoritmo baseado na valoração porque estudos realizados utilizando tanto o algoritmo de fuzificação quanto o algoritmo de valoração dos critérios, de forma a habilitar um critério por vez, juntamente com o critério número máximo de trocas de fases, indicaram sua influência praticamente nula na resposta ao problema.

Para os quatro critérios considerados, alguns são conflitantes entre si, devendo a solução final satisfazer, tanto quanto possível, todos. Contudo, devido a necessidade de satisfazer todos os critérios simultaneamente, a busca pela solução do problema consiste em utilizar técnicas de algoritmos genéticos para a determinação da alternativa de máximo grau de adequação dos critérios utilizados.

Por sua vez, há outras formas de abordar o problema do balanceamento. O Capítulo 4 apresenta uma nova modelagem para representar analiticamente a incerteza nas tensões nodais de sistemas de distribuição, quando ocorre uma variação nas demandas. Essas expressões descrevem probabilisticamente os dados de demanda em cada barra, possibilitando estudos de balanceamento de redes secundárias, indicação da melhor alocação reativa em redes secundárias de distribuição (alocação otimizada) e minimização do corte de carga.

A aplicação desta nova modelagem em estudos de balanceamento de redes secundárias de distribuição será apresentada no Capítulo 5, através de uma rotina a ser acrescentada à ferramenta computacional apresentada neste capítulo.

Capítulo 4 MODELAGEM PROBABILÍSTICA DA CARGA

4.1 INTRODUÇÃO

Várias modificações e/ou melhorias sobre a versão tradicional dos algoritmos de fluxo de carga vêm sendo desenvolvidas com a finalidade de sobrepujar a dificuldade em obter solução para os sistemas de distribuição mal condicionados, como métodos não dependentes da relação (R/X).

Em especial, o Método Soma das Potências (R.P. Broadwater et al., 1988) é um modelo não dependente da relação R/X para o cálculo do fluxo de carga em alimentadores radiais, o que garante velocidade e capacidade de convergência, mesmo em sistemas muito carregados. Por este motivo foi base para outras ferramentas que realizam cálculos de fluxo de carga em sistemas de distribuição.

Por exemplo, com base no Método Soma das Potências, D. DAS et al. (1995) desenvolveram uma técnica que envolve apenas a evolução de uma simples expressão algébrica de magnitude de tensão e nenhuma função trigonométrica, o que garante convergência para qualquer tipo de rede radial e permite manusear diferentes tipos de características de carga.

Da mesma forma, A. Soares e L.M.V.G. Pinto (1993) apresentaram uma alternativa de controle de tensão, característica para sistemas radiais, baseado em análises de sensibilidade entre as tensões nodais e as potências acumuladas em cada nó da rede, tendo em vista que a análise de sensibilidade permite avaliar o impacto produzido por modificações nas variáveis de controle de um determinado problema (por exemplo, transferência de carga, compensação reativa e corte de carga).

Considerando a aplicação para a análise de sensibilidade apresentada por A. Soares e L.M.V.G. Pinto (1993) e a formulação apresentada por D. DAS et al. (1995), foi desenvolvida uma representação do fluxo de carga de sistemas de distribuição, a partir de uma descrição probabilística dos dados de demanda em cada barra. Esta modelagem permite representar analiticamente a sensibilidade das tensões das barras da rede quando ocorre uma variação na sua demanda, sem que seja necessária uma nova solução do fluxo de carga para cada novo perfil da demanda (A.B. Knolseisen e J. Coelho, 2004a; A.B. Knolseisen e J. Coelho, 2004b), o que a difere dos métodos anteriores.

Assim, a modelagem probabilística da carga pode, por exemplo, auxiliar a identificação dos nós do sistema de distribuição mais sensíveis à variação da tensão, possibilitando estudos de variação da tensão nos nós identificados como os mais sensíveis.

A análise da sensibilidade de uma função em relação a um parâmetro é definida como a derivada parcial desta função em relação ao parâmetro (R.E. Brown e J.R. Ochoa, 1998). Para tanto, na determinação da sensibilidade da variação das tensões em relação à variação na sua carga, a correlação entre as barras de carga nos sistemas de distribuição deve ser convenientemente representada.

4.2 MODELO DE FLUXO DE CARGA UTILIZADO

O fluxo de carga utilizado no desenvolvimento da modelagem para representar analiticamente a sensibilidade das tensões das barras de uma rede de distribuição é baseado no Método Soma das Potências, modificado para a análise de redes de distribuição (R.G. Cespedes, 1990; A. Soares e L.M.V.G. Pinto, 1993; D. Das et al., 1995; F.H.P. Zamora, 1998).

4.2.1 Método Soma das Potências (MSP)

O Método Soma das Potências foi proposto por R.P. Broadwater et al. (1988) e incorpora características bastante semelhantes ao Método Soma das Correntes (apresentado no Capítulo 3), principalmente em relação à forma de percorrer a rede para a solução do fluxo de carga. É um processo iterativo que conta basicamente com dois procedimentos, o cálculo das potências nodais que percorre a rede no sentido montante (processo rede acima) e o cálculo das tensões nodais que percorre a rede no sentido jusante (processo rede abaixo). Com isso, as tensões são acumuladas a partir da fonte e não há necessidade de sub-iterações para a compatibilidade dos valores calculados nos pontos de derivação. Assim, a existência de ramais laterais não causa problemas (A. Soares, 1992).

A solução do Método Soma das Potências modificado se baseia na eliminação dos ângulos de fase da tensão nas equações a serem solucionadas, o que permite obter soluções precisas quando se trabalha somente com as magnitudes de tensão, facilitando a programação e gerando boa convergência ao método. Assim, o método consiste em calcular o fluxo de carga a partir do cálculo das potências e tensões nodais, e sua forma de percorrer a rede aliado ao arranjo de suas equações

fornece vantagens bastante significativas em relação ao tempo computacional, quando comparado a outros métodos, visto que não há formação de matrizes no processo iterativo.

4.2.1.1 Hipótese Sobre a Rede e a Demanda

Para o estudo proposto o sistema radial trifásico será considerado desbalanceado, onde:

a) O sistema é representado por um diagrama unifilar equivalente, em forma de uma árvore orientada;
b) Os nós correspondem às barras do sistema;
c) Os ramos correspondem aos circuitos que conectam os nós;
d) A subestação é a única fonte alimentadora e corresponde à barra *swing*, isto é, o nó raiz da árvore, com tensão constante;
e) A capacitância *shunt* da linha é desprezada ao nível de tensões de distribuição;
f) Os bancos de capacitores *shunt* são considerados como carga;
g) As cargas em cada barra podem ser correlacionadas entre si ou podem ser estatisticamente independentes.

4.2.1.2 Equivalente Elétrico

O equivalente elétrico de uma fase de uma rede radial de distribuição, com apenas um alimentador, está apresentado na Figura 25:

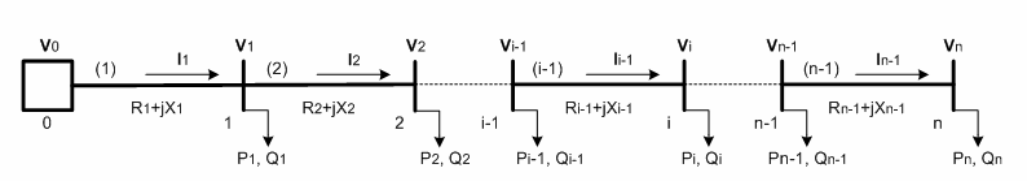


Figura 25: Equivalente elétrico de um alimentador principal com *n* barras e *n* ramos.

onde,

$\boldsymbol{V}_n$: tensão complexa da barra n, em pu.

$\boldsymbol{I}_n$: corrente complexa no ramo n, em pu.

R_n : resistência no ramo n, em pu.

X_n : reatância no ramo n, em pu.

P_n : demanda ativa na barra n, em pu.

Q_n : demanda reativa na barra n, em pu.

n : número total de barras

O seu equivalente elétrico de linha monofásica está representado na Figura 26, a seguir:

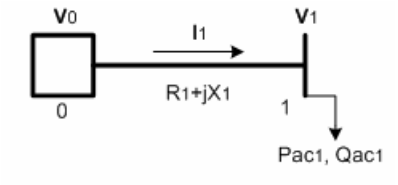


Figura 26: Equivalente de linha monofásica com um alimentador.

onde,

V_0 : módulo da tensão na subestação, em pu.

V_1 : módulo da tensão na barra equivalente, em pu.

I_1 : módulo da corrente no ramo 1, em pu.

R_1 : resistência no ramo 1, em pu.

X_1 : reatância no ramo 1, em pu.

Pac_1 : demanda ativa total acumulada na barra 1, em pu.

Qac_1 : demanda reativa total acumulada na barra 1, em pu.

4.2.1.3 Cálculo das Potências Acumuladas

As potências ativa e reativa totais acumuladas na barra 1 estão apresentadas, respectivamente, nas equações (4.1) e (4.2):

$$Pac_1 = \sum_{i=1}^{n} P_i + \sum_{i=2}^{n} Plac_i \tag{4.1}$$

$$Qac_1 = \sum_{i=1}^{n} Q_i + \sum_{i=2}^{n} Qlac_i \tag{4.2}$$

onde,

P_i : demanda ativa na barra i.

Q_i : demanda reativa na barra i.

$Plac_i$: perdas de potência ativa no ramo i.

$Qlac_i$: perdas de potência reativa no ramo i.

De acordo com essas equações a carga total do sistema que é alimentada da barra 1 até a barra n é a carga em todas as barras do sistema, somadas às perdas de todos os ramos, exceto no ramo 1. Generalizando as equações (4.1) e (4.2), quando $i < n$:

$$Pac_i = \sum_{j=i}^{n} P_j + \sum_{j=1+1}^{n} Plac_j \tag{4.3}$$

$$Qac_i = \sum_{j=i}^{n} Q_j + \sum_{j=i+1}^{n} Qlac_j \tag{4.4}$$

onde,

Pac_i : demanda ativa total acumulada na barra i.

Qac_i : demanda reativa total acumulada na barra i.

Para o caso em que $i = n$, é considerada uma barra final, e nesse caso não há perdas de potência em um ramo vizinho para serem somadas:

$$Pac_i = P_i \tag{4.5}$$

$$Qac_i = Q_i \tag{4.6}$$

4.2.1.4 Cálculo das Perdas de Potência Ativa e Reativa

As perdas de potência ativa e reativa são calculadas para cada um dos ramos do sistema, sendo acumuladas com a carga na barra, utilizando as seguintes equações:

$$Plac_i = \frac{R_i \cdot \left(Pac_i^2 + Qac_i^2\right)}{V_i^2} \tag{4.7}$$

$$Qlac_i = \frac{X_i \cdot \left(Pac_i^2 + Qac_i^2\right)}{V_i^2} \tag{4.8}$$

onde,

R_i : resistência do ramo i.

X_i : reatância do ramo i.

V_i : módulo da tensão na barra i.

Para a primeira iteração, pode-se supor que as perdas são nulas em todas as linhas conforme explica Das et al. (1995).

4.2.1.5 Cálculo das Tensões

Através da representação detalhada de dois nós do sistema apresentada na Figura 26, têm-se:

$$\boldsymbol{V}_0 - \boldsymbol{V}_1 = \boldsymbol{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1) \tag{4.9}$$

$$P_1 - jQ_1 = \boldsymbol{V}_1^* \cdot \boldsymbol{I}_1 \tag{4.10}$$

onde,

$\boldsymbol{V}_1$: é a tensão complexa na barra (nó) 1.

$\boldsymbol{V}_1^*$: representa o conjugado da tensão $\boldsymbol{V}_1$.

$\boldsymbol{I}_1$: é a corrente complexa que flui no ramo 1.

P_1, Q_1 : é o somatório das potências ativas e reativas de todos os nós a jusante do nó 1, mais a potência ativa própria do nó 1, incluindo a soma das perdas de potência ativa e reativa de todos os nós a jusante.

A solução para o módulo da tensão V_1 pode ser obtida através das Equações (4.9) e (4.10), obtendo uma equação biquadrada, cuja solução não depende do ângulo de fase. Deste modo, passando a trabalhar com os módulos, em D. Das et al. (1995), foi obtida uma solução explícita semelhante, com alteração nos índices utilizados.

$$V_1 = \sqrt{\sqrt{\left[\left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5V_0^2\right)\right]^2 - \left[\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\cdot\left(R_1^2 + X_1^2\right)\right]} - \left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5V_0^2\right)} \tag{4.11}$$

Ou, reescrevendo a Expressão (4.11):

$$V_1 = \sqrt{\sqrt{A_1^2 - B_1} - A_1} = \left[\left(A_1^2 - B_1\right)^{1/2} - A_1\right]^{1/2} \tag{4.12}$$

onde,

$$A_1 = P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5V_0^2 \tag{4.13}$$

$$B_1 = \left(P_1^2 + Q_1^2\right)\cdot\left(R_1^2 + X_1^2\right) \tag{4.14}$$

Assim, as Equações 4.12 a 4.14 podem ser generalizadas pelas Equações 4.15 a 4.17 mostradas abaixo (detalhes do desenvolvimento analítico são apresentados no Apêndice A deste trabalho):

$$V_i = \sqrt{\sqrt{A_i^2 - B_i} - A_i} = \left[\left(A_i^2 - B_i\right)^{1/2} - A_i\right]^{1/2} \tag{4.15}$$

onde,

$$A_i = Pac_i R_i + Qac_i X_i - 0{,}5V_{i-1}^2 \tag{4.16}$$

$$B_i = \left(Pac_i^2 + Qac_i^2\right) \cdot \left(R_i^2 + X_i^2\right) \tag{4.17}$$

e,

V_{i-1} : módulo da tensão do extremo transmissor do ramo i .

V_i : módulo da tensão do extremo receptor do ramo i .

Pac_i , Qac_i : somatório das potências ativas e reativas de todos os nós a jusante do nó i , mais a potência ativa própria do nó i , incluindo a soma das perdas de potência ativa e reativa de todos os nós a jusante.

Ou ainda, a Equação (4.15) pode ser reescrita como:

$$V_i = \left(B_i - A_i\right)^{1/2} \tag{4.18}$$

onde,

$$A_i = Pac_i R_i + Qac_i X_i - 0{,}5V_{i-1}^2 \tag{4.19}$$

$$B_i = \left[A_i^2 - \left(Pac_i^2 + Qac_i^2\right) \cdot \left(R_i^2 + X_i^2\right)\right]^{1/2} \tag{4.20}$$

Verifica-se que o cálculo da tensão em cada barra ou nó do sistema corresponde aos valores positivos obtidos na resolução da Equação Biquadrada (4.18). Estas equações para cálculo de tensão podem facilmente incorporar os vários tipos de carga: potência constante, impedância constante ou corrente constante (R.G. Cespedes, 1990).

4.2.1.6 Cálculo dos Ângulos das Tensões

O ângulo das tensões β_i que é a diferença angular entre os fasores V_{i-1} e V_i , pode ainda ser calculado segundo a equação seguinte:

$$\beta_i = tg^{-1} \frac{Pac_i \cdot X_i - Qac_i \cdot R_i}{Pac_i \cdot R_i + Qac_i \cdot X_i + V_i^2} \tag{4.21}$$

4.2.1.7 Cálculo das Correntes

O cálculo da corrente I_i em cada ramo i é efetuado através da seguinte expressão:

$$I_i = \frac{\sqrt{Pac_i^2 + Qac_i^2}}{V_i} \tag{4.22}$$

4.2.1.8 Cálculo das Perdas Ativa e Reativa Totais do Sistema

Após a convergência iterativa do processo, efetua-se o cálculo das perdas ativas e reativas totais do sistema, utilizando as equações apresentadas abaixo:

$$SPlac = \sum_{i=1}^{n} Plac_i \tag{4.23}$$

$$SQlac = \sum_{i=1}^{n} Qlac_i \tag{4.24}$$

onde,

SPlac : são as perdas ativas totais do sistema.

SQlac : são as perdas reativas totais do sistema.

4.2.1.9 Cálculo das Potências Ativa e Reativa Totais do Sistema

Por fim, efetua-se o cálculo das potências ativas e reativas totais do sistema:

$$Psist = Pac_i + Plac_1 \tag{4.25}$$

$$Qsist = Qac_i + Qlac_1 \tag{4.26}$$

onde,

Psist : são as potências ativas totais do sistema.

Qsist : são as potências reativas totais do sistema.

4.2.1.10 Algoritmo do MSP

A partir da formulação desenvolvida anteriormente, a solução do fluxo de carga para sistemas de distribuição baseado no Método de Soma das Potências pode ser resumida nos seguintes passos:

① Leitura dos dados do sistema;

② Fixar erro para convergência, vetor arbitrário de tensões e contador de iterações em zero;

③ Enquanto o valor obtido pelo critério de convergência é maior que o erro fixado:

④ Calcular as potências ativa e reativa acumuladas e perdas ativa e reativa (montante);

⑤ Calcular as tensões (jusante) e o ângulo das tensões;

⑥ Incrementar contador de iterações;

⑦ Se critério de convergência não for maior que erro fixado, atualizar vetor das tensões e voltar ao passo ③;

⑧ Caso contrário, abandonar o laço de iterações, calcular as informações necessárias e imprimir os resultados requeridos.

4.3 REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA

Sempre que se procede ao cálculo de um fluxo de carga, deve-se especificar a topologia da rede: determinar os cabos de cada trecho (troncos e ramais) para identificar os parâmetros R e X de cada ramo, e determinar as demandas ou capacidades instaladas nos diversos pontos de carga (P e Q). Assim, a variação do fator de potência da carga ou a variação da própria carga instalada (P e Q) determina um novo valor da magnitude da tensão obtida através do fluxo de carga.

Deste modo, as incertezas nos valores das potências da carga devem ser consideradas nos sistemas de distribuição, pois sua influência nos resultados do fluxo de carga pode ser significativa. Por exemplo, se num determinado cenário de carga é calculada uma tensão de barra de 0,90pu e o valor correto é de 0,95pu, então o erro é significativo, pois não haveria a necessidade de correção do perfil de tensão (S.F.J. Brodsky et al., 1987). Também, deve-se lembrar que os erros nos cálculos matemáticos em redes radiais são cumulativos.

Estas variações no valor da tensão em cada uma das barras de sistemas de distribuição podem ser analisadas, por exemplo, através de dois procedimentos: Simulação Monte Carlo (SMC) e Método das Derivadas Parciais (MDP).

4.3.1 Simulação Monte Carlo (SMC)

Basicamente, a Simulação Monte Carlo consiste no sorteio de valores pseudo-aleatórios obtidos através de determinada função de densidade de probabilidade. Portanto, o problema do fluxo de carga probabilístico terá sorteado variáveis aleatórias como entrada (por exemplo, a carga em cada nó), em tal número, de modo a reproduzir suas funções de densidade.

Para exemplificar sua aplicação, em L.A.F. Manso e A.M. Leite da Silva (2002) é apresentada uma nova metodologia para avaliar a confiabilidade de sistemas compostos geração-transmissão, considerando cargas variantes no tempo. O método está baseado na simulação Monte Carlo Não-Seqüencial, que permite utilizar diferentes padrões cronológicos de carga para cada barra do sistema.

Assim, a SMC possibilita, através do sorteio de um grande número[16] de estados de carga, a representação da variação da demanda em cada barra, onde cada estado sorteado representa um possível valor de carga a ser atendido. Admitindo que estas variáveis aleatórias de entrada (demandas nodais em cada barra) são independentes entre si, deve-se efetuar um sorteio para cada potência de barra; já admitindo que as variáveis aleatórias de entrada são totalmente correlacionadas, efetua-se um só sorteio para todas as barras.

Usualmente, em estudos de fluxo de carga, os picos de carga são assumidos ser totalmente correlacionados. Ao se determinar que todos os picos de carga são coincidentes, estará sendo analisado o pior caso (C.L. Wee e R. Billinton, 1986; A.M. Leite da Silva et al., 1988), onde as demandas em cada barra aumentam ou diminuem ao mesmo tempo e na mesma proporção.

Em sistemas de potência esta dependência é explicada através de fatores econômicos ou ambientais que afetam barras geograficamente próximas (V.L. Arienti, 1983; A.M. Leite da Silva et al., 1984). Assim, é razoável supor que a ocorrência de um valor de carga de uma barra esteja apenas parcialmente correlacionada com o valor de carga de outra barra na vizinhança.

Já em sistemas de distribuição, devido a sua operação radial, esta correlação é maior porque, além da influência dos fatores que afetam barras próximas, ocorre uma dependência maior entre o valor de carga acumulado em cada nó e os valores de carga próprios dos nós a jusante. Deve-se lembrar que a potência total alimentada em cada ramo compreende a carga própria do nó (que pode ser dependente ou independente das demais) e a totalidade de todas as cargas alimentadas através deste nó, incluindo as perdas. Esta dependência será denominada nesta tese de correlação radial[17].

Considerando o sistema radial apresentado por D. Das et al. (1995), representado na Figura 27:

[16] Para a variação da demanda envolvida no estudo deste trabalho, um grande número de sorteios fica na ordem de 1000.

[17] A correlação radial é a correlação existente entre a soma de determinada variável e uma de suas componentes. Ainda, a soma de variáveis aleatórias independentes pode ser parcialmente correlacionada ou totalmente correlaciona, conforme será apresentado ao longo do texto.

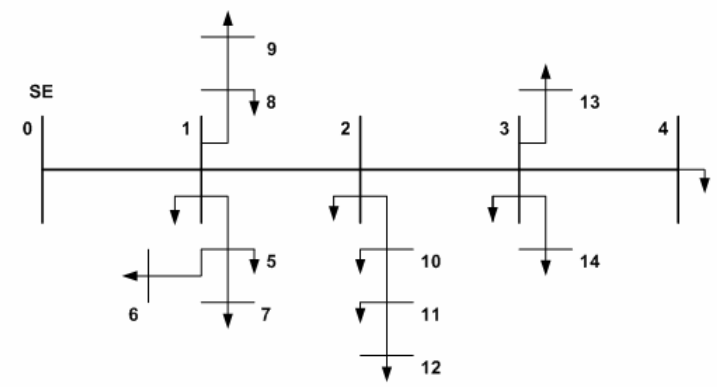


Figura 27: Sistema radial com 14 barras.

Para os estudos de correlação, este sistema será modificado para um sistema equivalente de quatro barras, conforme mostrado na Figura 28, onde as barras do ramal principal acumulam as cargas dos ramais laterais:

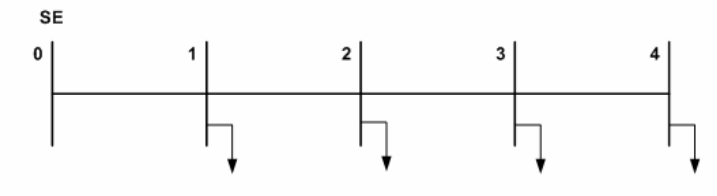


Figura 28: Sistema radial modificado com 4 barras.

A demanda própria em cada barra é de 1000kVA e o fator de potência é de 0,7 para todas as análises. A impedância da rede entre cada nó vale (1,35309+j1,32349)Ω e são todas iguais, para que a variação da tensão simulada seja apenas função dos valores de demanda. Foram realizados 1000 sorteios[18], tanto para as cargas correlacionadas (Tabela 1) quanto para as barras modeladas com (Tabela 2), sendo a barra 0 a subestação.

Nos sorteios as cargas são modeladas através de uma distribuição Normal, com desvio padrão (σ) de 10% da média[19]. São utilizados três desvios padrões a cada lado da média para limitar a densidade da curva Normal. O programa implementado não prevê a possibilidade de modelagem utilizando outro tipo de distribuição, contudo outra opção pode ser facilmente implementada havendo a necessidade.

[18] Para modelar a variação da demanda, foram simulados os valores de demanda utilizando uma faixa entre 1000 e 5000 sorteios. Os resultados mostraram que para os estudos realizados neste trabalho, uma simulação utilizando 1000 sorteios era suficiente tanto para as cargas correlacionadas quanto para carga própria independentes entre si.

[19] Estudos realizados, os quais não são apresentados neste trabalham, mostraram que com outros valores de desvio padrão (maiores ou menores), mantém-se a mesma tendência entre os sorteios correlacionados e os sorteios independentes

Os valores da variação (incerteza) dos módulos de tensão obtidos estão apresentados nas Tabela 1 e Tabela 2, abaixo.

Tabela 1: Rede simulada com modelo de cargas totalmente correlacionadas.

Barras Correlacionadas	B_1	B_2	B_3	B_4
Carga média total (kVA)	3999,0	2998,0	1999,0	999,5
σ da carga (%)	9,78	9,78	9,78	9,78
Tensão média (pu)	0,933	0,880	0,842	0,823
σ_{SMC} da tensão (%)	0,75	1,48	2,07	2,40

Tabela 2: Rede simulada com modelo de cargas independentes (parcialmente correlacionadas).

Barras Independentes	B_1	B_2	B_3	B_4
Carga média total (kVA)	4000,7	3000,5	2003,8	1001,9
σ da carga (%)	4,90	5,62	6,98	9,78
Tensão média (pu)	0,933	0,880	0,842	0,823
σ_{SMC} da tensão (%)	0,38	0,77	1,11	1,32

Como apresentado nas Tabelas 1 e 2, a representação da correlação entre as barras de carga não influenciou no valor médio da carga e no valor médio da tensão. Todavia, introduz uma variação nestes possíveis valores médios, representada através de seu desvio padrão σ (%) para o valor médio da carga e através do seu desvio σ_{SMC} (%) para o valor médio da tensão obtido via Simulação Monte Carlo.

É importante destacar que os valores da variação dos módulos de tensão obtidos via Simulação Monte Carlo (σ_{SMC} (%)) são da mesma ordem de grandeza daqueles obtidos em outras referências via fluxo de carga probabilístico aplicados em sistemas de potência (R.N. Allan et al., 1981; A.M. Leite da Silva et al., 1984).

As Tabelas 1 e 2 também permitem observar que o desvio padrão para o cálculo do valor médio da carga de cada barra da rede é igual para todas as barras de carga quando estas são totalmente correlacionadas, enquanto que para barras independentes estes valores também serão independentes.

Ainda, os pontos mais afastados da subestação, além de apresentarem maior queda de tensão (0,177pu), apresentam também as maiores incertezas, pois são cumulativas em sistemas radiais. A representação das barras totalmente correlacionadas (Tabela 1) aumenta significativamente a

incerteza nas tensões da barra, isto é, se a demanda cresce, crescem as incertezas nas tensões para todas as barras, ou se a demanda diminui, diminuem as incertezas nas tensões para todas as barras.

4.3.2 Método das Derivadas Parciais

De acordo com a Equação (4.15), a tensão em cada barra da rede pode ser expressa como uma função das potências ativa e reativa (*P* e *Q*) correspondentes, já que os valores da rede são fixos, assim como seus parâmetros *R* e *X*. Estas potências podem ser modeladas como variáveis aleatórias, *p* e *q* (B. Borkowska, 1974; R.N. Allan et al., 1981; A.P. Meliopoulos et al., 1984) de modo a representarem as variações que acontecem devido à temperatura, à incerteza no processo de previsão de demanda, etc. Deste modo, a tensão resultante também será modelada como uma variável aleatória v, a qual é função das variáveis aleatórias:

$$v = f(p,q) \tag{4.27}$$

com,

$$E[v] = f(E[p], E[q]) \tag{4.28}$$

Os valores médios são representados por $E[.]$, e cada desvio de tensão i pode ser representado por $\Delta V_i = V_i - E[v]$. Através da definição de derivadas parciais, quando escritas para pequenos incrementos ou através da expansão de Taylor em relação ao ponto médio, obtém-se (E.B Haugen, 1968):

$$\Delta V_i = V_i - E[v] = \frac{\partial V}{\partial P}\Delta P_i + \frac{\partial V}{\partial Q}\Delta Q_i \tag{4.29}$$

A finalidade deste item é analisar a influência da variação da carga no módulo da tensão em cada barra, sendo usual supor que as variáveis p e q sejam dependentes, estando relacionadas através do fator de potência.

Para a primeira análise da representação da variação da carga em sistemas radiais será considerada somente a carga própria de cada barra, ou seja, a correlação radial existente entre as barras será desconsiderada. Serão obtidas equações para representar a sensibilidade da tensão em todas as barras da rede, dada uma variação de carga em determinada barra. Em seguida serão obtidas equações para análise da sensibilidade da tensão para sistemas radiais considerando não somente a

carga própria de cada barra, mas também as cargas à jusante de cada barra. O completo desenvolvimento matemático destas equações está apresentado no Apêndice C.

Em seguida, também considerando em cada ponto de carga as cargas à jusante além da própria carga, será desenvolvida a análise para sistemas de distribuição com ramais laterais. Estas equações representam a generalização das equações para todos os tipos de sistemas de distribuição, e seu completo desenvolvimento matemático pode ser observado no Apêndice D.

4.3.2.1 Análise da Variação da Tensão para Sistemas Radiais em Relação à Carga Própria do Ramal

Com a finalidade de facilitar a compreensão desta metodologia, será analisado um sistema radial sem ramais laterais, cujo equivalente elétrico monofásico de um alimentador com n barras é representado conforme apresentado na Figura 29:

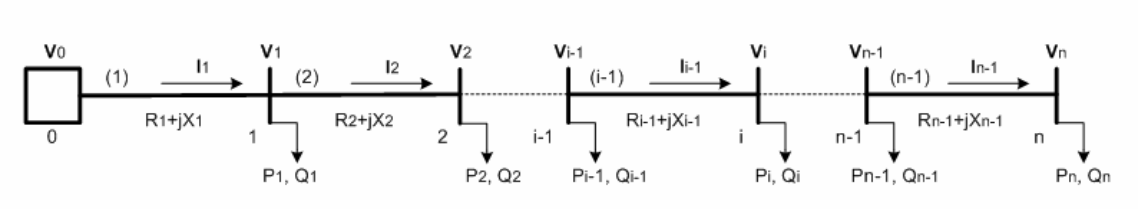


Figura 29: Equivalente elétrico de uma rede de distribuição com n barras.

Para o desenvolvimento das equações de sensibilidade, inicialmente se analisam as duas primeiras barras do equivalente elétrico, conforme está representado na Figura 30:

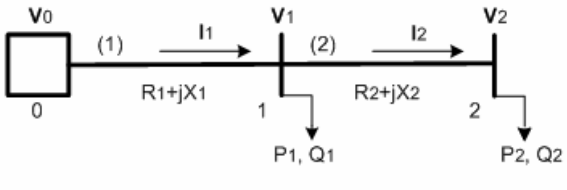


Figura 30: Equivalente elétrico com um alimentador principal e 2 barras.

Cálculo das Derivadas para o Primeiro Ponto de Carga

Conforme a Equação (4.18), a equação obtida para o cálculo da tensão na barra 1 é dada por:

$$V_1 = \left[B_1 - A_1\right]^{1/2} \tag{4.30}$$

onde,

$$A_1 = Pac_1 R_1 + Qac_1 X_1 - 0{,}5V_0^2 \tag{4.31}$$

$$B_1 = \left[A_1^2 - \left(Pac_1^2 + Qac_1^2\right)\cdot\left(R_1^2 + X_1^2\right)\right]^{1/2} \tag{4.32}$$

$$Pac_1 = P_1 \tag{4.33}$$

$$Qac_1 = Q_1 \tag{4.34}$$

A Equação (4.29) representa o reflexo das variações ΔP e ΔQ na tensão. Deste modo, para a Equação (4.18) podem ser calculadas as derivadas da magnitude da tensão V_1 em relação à variação de carga nas barras 1 e 2.

Considerando a variação de carga na barra 1 a derivada da tensão em função da potência ativa P_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_1} = V'_{1P1} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1P1} - A'_{1P1}\right) \tag{4.35}$$

onde cada termo entre parêntesis representa uma derivada,

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_1} = A'_{1P1} = R_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} \tag{4.36}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = B'_{1P1} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1X_1Q_1 - X_1^2P_1 - \frac{1}{2}R_1V_0^2 + \Delta_{1P1}\right) \tag{4.37}$$

$$\Delta_{1P1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_1P_1 + X_1Q_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} \tag{4.38}$$

A forma de representação condensada das derivadas acima, facilitou e possibilitou o desenvolvimento da derivada da tensão em função da potência ativa P_1. Por outro lado, a derivada da tensão em relação à potência reativa Q_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_1} = V'_{1Q1} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1Q1} - A'_{1Q1}\right) \tag{4.39}$$

onde,

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_1} = A'_{1Q1} = X_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} \tag{4.40}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = B'_{1P1} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 P_1 - R_1^2 Q_1 - \frac{1}{2} X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q1} \right) \tag{4.41}$$

$$\Delta_{1Q1} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2} \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} \tag{4.42}$$

Observa-se que a estrutura das equações destas derivadas parciais em relação à Q_1 são análogas às derivadas parciais em relação à P_1. Sendo V_0 a tensão especificada e constante na subestação (barra 0), suas derivadas em relação às potências são nulas.

Equações análogas podem ser obtidas considerando a variação de carga na barra 2. Assim, a derivada da tensão em função da potência ativa P_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_2} = V'_{1P2} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B'_{1P2} - A'_{1P2} \right) \tag{4.43}$$

onde,

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_2} = A'_{1P2} = -0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \tag{4.44}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = B'_{1P2} = \frac{1}{B_1} \cdot \Delta_{1P2} \tag{4.45}$$

$$\Delta_{1P2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2} \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \tag{4.46}$$

E a derivada em relação à potência reativa Q_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_2} = V'_{1Q2} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B'_{1Q2} - A'_{1Q2} \right) \tag{4.47}$$

onde,

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_2} = A'_{1Q2} = -0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \tag{4.48}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = B'_{1P2} = \frac{1}{B_1} \cdot \Delta_{1Q2} \tag{4.49}$$

$$\Delta_{1Q2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2}\left(R_1 P_1 + X_1 Q_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \tag{4.50}$$

Como V_0 é a tensão especificada e constante na subestação, também para o ponto de carga P_2 suas derivadas em relação às potências são nulas.

Cálculo das Derivadas para os Demais Pontos de Carga

O conjunto de expressões para o primeiro ponto pode ser generalizado para as demais barras de carga. Assim, a equação obtida para o cálculo da tensão nas n barras da Figura 31 é dada por:

$$V_i = \left[B_i - A_i\right]^{1/2} \tag{4.51}$$

onde,

$$A_i = Pac_i R_i + Qac_i X_i - 0{,}5V_{i-1}^2 \tag{4.52}$$

$$B_i = \left[A_i^2 - \left(Pac_i^2 + Qac_i^2\right)\cdot\left(R_i^2 + X_i^2\right)\right]^{1/2} \tag{4.53}$$

$$Pac_i = P_i \tag{4.54}$$

$$Qac_i = Q_i \tag{4.55}$$

Do mesmo modo, as derivadas parciais de V em relação às potências ativa P e reativa Q em cada barra do sistema são:

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i}\cdot\left(B'_{iPj} - A'_{iPj}\right) \qquad \forall i, j \in n \tag{4.56}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i}\cdot\left(B'_{iQj} - A'_{iQj}\right) \qquad \forall i, j \in n \tag{4.57}$$

Se $i = j$,

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = R_i - 0{,}5\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{4.58}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i}\cdot\left(R_i Q_i X_i - X_i^2 P_i - \frac{1}{2}R_i V_{i-1}^2 + \Delta_{iPj}\right) \tag{4.59}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} - \frac{1}{2}\left(R_i P_i + X_i Q_i\right)\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{4.60}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = X_i - 0{,}5\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{4.61}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i}\cdot\left(R_i P_i X_i - R_i^2 Q_i - \frac{1}{2}X_i V_{i-1}^2 + \Delta_{iQj}\right) \tag{4.62}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial Q_j} - \frac{1}{2}\left(R_i P_i + X_i Q_i\right)\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{4.63}$$

Senão, se $i \neq j$,

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = -0{,}5\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{4.64}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i}\cdot\Delta_{iPj} \tag{4.65}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} - \frac{1}{2}\left(R_i P_i + X_i Q_i\right)\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{4.66}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = -0{,}5\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{4.67}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i}\cdot\Delta_{iQj} \tag{4.68}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial Q_j} - \frac{1}{2}\left(R_i P_i + X_i Q_i\right)\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{4.69}$$

Observa-se que, sempre que a tensão V_0 (constante na SE) aparecer nestas expressões de variação da tensão, suas derivadas em relação às potências são nulas.

4.3.2.2 Análise da Variação da Tensão para Sistemas Radiais em Relação à Carga Própria e demais Cargas à Jusante

Para a análise da variação da tensão (sensibilidade) em todas as barras da rede, dada uma variação de carga em uma determinada barra, deve ser observado que os termos que contêm as derivadas da tensão em relação ao ponto mais a jusante devem ser convenientemente calculados.

A. Soares (1992) e A. Soares e L.M.V.G. Pinto (1993) colocam que estas derivadas não são conhecidas a priori, e que só é possível calculá-las através de um processo de simulação, aplicando o que se denominou de *fluxo de potência incremental*, pois seu cálculo analítico seria "em princípio, uma tarefa bastante laboriosa". Esta afirmação se deve, principalmente, ao fato de muitos autores calcularem o módulo da tensão através de uma equação biquadrada, o que realmente dificultaria sua derivação.

Contudo, podem ser utilizadas as facilidades da representação através das expressões compactas (4.18) a (4.20) para obter expressões semelhantes às expressões (4.35) e (4.39), lembrando que os termos P e Q são função também das cargas a jusante, isto é, $P_1 = f(P_1, P_2, ..., P_n)$ e $Q_1 = f(Q_1, Q_2, ..., Q_n)$.

Assim, para o equivalente elétrico representado na Figura 31 podem ser calculadas as equações de sensibilidade da tensão conforme segue.

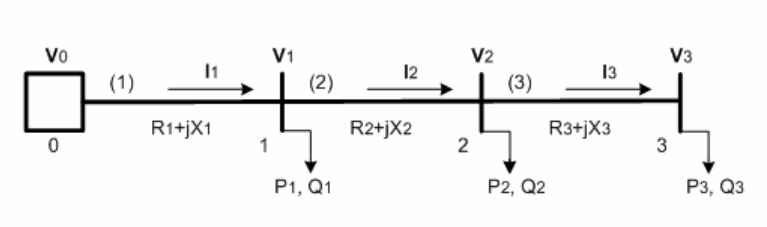


Figura 31: Equivalente elétrico com um alimentador principal e 3 barras.

Cálculo das Derivadas para o Primeiro Ponto de Carga

Conforme a Equação (4.18), a equação obtida para o cálculo da tensão na barra 1 é dada por:

$$V_1 = [B_1 - A_1]^{1/2} \tag{4.70}$$

onde,

$$A_1 = Pac_1 R_1 + Qac_1 X_1 - 0{,}5V_0^2 \tag{4.71}$$

$$B_1 = \left[A_1^2 - \left(Pac_1^2 + Qac_1^2\right) \cdot \left(R_1^2 + X_1^2\right)\right]^{1/2} \tag{4.72}$$

$$Pac_1 = P_1 + P_2 + P_3 \tag{4.73}$$

$$Qac_1 = Q_1 + Q_2 + Q_3 \tag{4.74}$$

Considerando que a Equação (4.29) representa o reflexo das variações ΔP e ΔQ na tensão, podem ser calculadas as derivadas da magnitude da tensão V_1 em relação à variação de carga nas barras 1, 2 e 3. Então, para uma variação de carga na barra 1, a derivada da tensão em função da potência ativa P_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_1} = V_{1P1}^{'} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B_{1P1}^{'} - A_{1P1}^{'} \right) \tag{4.75}$$

onde,

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_1} = A_{1P1}^{'} = R_1 - 0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} \tag{4.76}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = B_{1P1}^{'} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2} R_1 V_0^2 + \Delta_{1P1} \right) \tag{4.77}$$

$$\Delta_{1P1} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2} \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} \tag{4.78}$$

E a derivada em relação à potência reativa Q_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_1} = V_{1Q1}^{'} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B_{1Q1}^{'} - A_{1Q1}^{'} \right) \tag{4.79}$$

onde,

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_1} = A_{1Q1}^{'} = X_1 - 0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} \tag{4.80}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = B_{1Q1}^{'} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2} X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q1} \right) \tag{4.81}$$

$$\Delta_{1Q1} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2} \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} \tag{4.82}$$

Equações análogas podem ser obtidas considerando a variação de carga na barra 2. Assim, a derivada da tensão no ponto 1 em relação a potência ativa P_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_2} = V_{1P2}^{'} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B_{1P2}^{'} - A_{1P2}^{'} \right) \tag{4.83}$$

onde,

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_2} = A'_{1P2} = R_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \tag{4.84}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = B'_{1P2} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + \Delta_{1P2}\right) \tag{4.85}$$

$$\Delta_{1P2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \tag{4.86}$$

E a derivada em relação à potência reativa Q_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_2} = V'_{1Q2} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1Q2} - A'_{1Q2}\right) \tag{4.87}$$

onde,

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_2} = A'_{1Q2} = X_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \tag{4.88}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = B'_{1Q2} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q2}\right) \tag{4.89}$$

$$\Delta_{1Q2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \tag{4.90}$$

Da mesma forma podem ser obtidas equações para a sensibilidade da tensão considerando uma variação de carga na barra 3. A derivada desta tensão em função da potência ativa P_3 é:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_3} = V'_{1P3} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1P3} - A'_{1P3}\right) \tag{4.91}$$

onde,

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_3} = A'_{1P3} = R_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_3} \tag{4.92}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_3} = B'_{1P3} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + \Delta_{1P3}\right) \tag{4.93}$$

$$\Delta_{1P3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_3} \tag{4.94}$$

E a derivada em relação à potência reativa Q_3 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_3} = V'_{1Q3} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B'_{1Q3} - A'_{1Q3} \right) \tag{4.95}$$

onde,

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_3} = A'_{1Q3} = X_1 - 0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_3} \tag{4.96}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_3} = B'_{1Q3} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2} X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q3} \right) \tag{4.97}$$

$$\Delta_{1Q3} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2} \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_3} \tag{4.98}$$

Novamente, recordando que sendo V_0 é a tensão especificada e constante na subestação, suas derivadas em relação a quaisquer potências são nulas.

Cálculo das Derivadas para os Demais Pontos de Carga

Generalizando o conjunto de expressões para as demais barras de carga, obtém-se:

$$V_i = \left[B_i - A_i \right]^{1/2} \tag{4.99}$$

onde,

$$A_i = Pac_i R_i + Qac_i X_i - 0{,}5 V_{i-1}^2 \tag{4.100}$$

$$B_i = \left[A_i^2 - \left(Pac_i^2 + Qac_i^2 \right) \cdot \left(R_i^2 + X_i^2 \right) \right]^{1/2} \tag{4.101}$$

$$Pac_i = \sum_i^n P_i \tag{4.102}$$

$$Qac_i = \sum_i^n Q_i \tag{4.103}$$

Assim, as derivadas parciais de V em relação às potências ativa P e reativa Q em cada barra do sistema são dadas como:

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V_{iPj}^{'} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B_{iPj}^{'} - A_{iPj}^{'} \right) \qquad \forall i, j \in n \tag{4.104}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V_{iQj}^{'} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B_{iQj}^{'} - A_{iQj}^{'} \right) \qquad \forall i, j \in n \tag{4.105}$$

Se $j \geq i$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A_{iPj}^{'} = R_i - 0{,}5 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{4.106}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B_{iPj}^{'} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i Qac_i X_i - X_i^{\,2} Pac_i - \frac{1}{2} R_i V_{i-1}^2 + \Delta_{iPj} \right) \tag{4.107}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} - \frac{1}{2} \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{4.108}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A_{iQj}^{'} = X_i - 0{,}5 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{4.109}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B_{iqj}^{'} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i Pac_i X_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2} X_i V_{i-1}^2 + \Delta_{iQj} \right) \tag{4.110}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial Q_j} - \frac{1}{2} \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{4.111}$$

Senão, se $j < i$,

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A_{iPj}^{'} = -0{,}5 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{4.112}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B_{iPj}^{'} = \frac{1}{B_i} \cdot \Delta_{iPj} \tag{4.113}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} - \frac{1}{2} \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{4.114}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A_{iQj}^{'\overline{w}} = - \quad \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j}$$

Deste modo, a variação dos termos quadráticos fica em função apenas da variação do próprio termo. Para a derivação de V_1^4, novamente manipula-se adequadamente a expressão (4.35):

$$\frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} = \frac{\partial\left(V_{i-1}^2\right)^2}{\partial P_j} = 2V_{i-1}^2 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} = 2V_{i-1}^2\left(2V_{i-1}\frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j}\right) = 4V_{i-1}^3 \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j}$$

Aplicando esta expressão para o ponto de carga 2 em relação às barras 2 e 3, tem-se a seguinte igualdade:

$$\frac{\partial V_2^4}{\partial P_3} \equiv \frac{\partial V_2^4}{\partial P_2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial\left[B_2 - A_2\right]^2}{\partial P_2} = 4\cdot V_2^3 \cdot \frac{\partial V_2}{\partial P_2} \tag{4.120}$$

4.3.2.4 Análise da Variação para Sistemas com Ramais Laterais

Dada a rede de distribuição com ramais laterais apresentada na Figura 32:

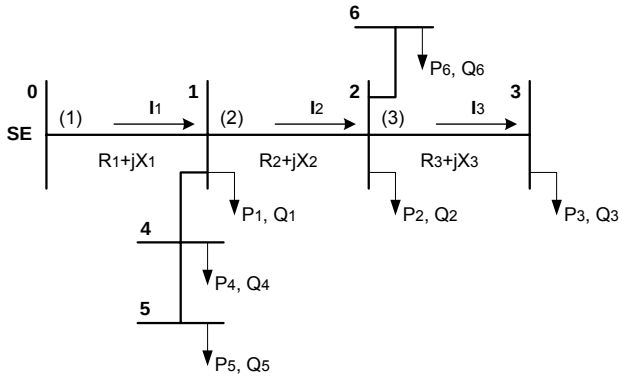


Figura 32: Equivalente elétrico de uma rede com ramais laterais.

Considerando que a maioria dos sistemas radiais de distribuição apresenta ramais laterais, equações para a análise da sensibilidade da tensão devem ser obtidas, lembrando que os termos P e Q de cada barra são função também das cargas à jusante desta (conforme análise anterior) e observando qual é a barra à montante desta, tendo em vista que as equações são sempre função desta tensão.

De modo semelhante ao apresentado anteriormente,

$$\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} = 2V_{i-1}\frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j}$$

$$\frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} = \frac{\partial\left(V_{i-1}^2\right)^2}{\partial P_j} = 2V_{i-1}^2 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} = 2V_{i-1}^2\left(2V_{i-1}\frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j}\right) = 4V_{i-1}^3 \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j}$$

Dessa forma, sendo V_0 a tensão especificada e constante na SE (barra 0), e portanto suas derivadas em relação às potências são nulas, e considerando que y corresponde à barra inicial do ramo ao qual a barra em estudo está conectada, a representação da variação da carga para sistemas radiais pode ser convenientemente escrita conforme apresentado abaixo (o desenvolvimento matemático detalhado está apresentado no Apêndice D).

Para a primeira barra do sistema (barra 1) as equações obtidas são

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A_{iPj}^{'} = R_i \tag{4.121}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A_{iQj}^{'} = X_i \tag{4.122}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B_{iPj}^{'} = \frac{1}{B_i}\cdot\left(R_i X_i Qac_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2}R_i V_{i-1}^2\right) \tag{4.123}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B_{iqj}^{'} = \frac{1}{B_i}\cdot\left(R_i X_i Pac_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2}X_i V_{i-1}^2\right) \tag{4.124}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V_{iPj}^{'} = \frac{1}{2V_i}\cdot\left(B_{iPj}^{'} - A_{iPj}^{'}\right) \tag{4.125}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V_{iQj}^{'} = \frac{1}{2V_i}\cdot\left(B_{iQj}^{'} - A_{iQj}^{'}\right) \tag{4.126}$$

Para as demais barras do sistema, desde que seja a última barra do ramal principal ou dos ramais laterais, as equações obtidas são:

Se $j = i$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A_{iPj}^{'} = R_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{4.127}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A_{iQj}^{'} = X_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{4.128}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Qac_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2} R_i V_y^2 + \Delta_{iPj} \right) \tag{4.129}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{4.130}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Pac_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2} X_i V_y^2 + \Delta_{iQj} \right) \tag{4.131}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{4.132}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{4.133}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{4.134}$$

Se $j \neq i$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = -V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{4.135}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = -V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{4.136}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(\frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \right) \tag{4.137}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(\frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \right) \tag{4.138}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{4.139}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{4.140}$$

E para as demais barras as equações obtidas são:

Se $j = i$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = R_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{4.141}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = X_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{4.142}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Qac_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2} R_i V_y^2 + \Delta_{iPj} \right) \tag{4.143}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{4.144}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Pac_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2} X_i V_y^2 + \Delta_{iQj} \right) \tag{4.145}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{4.146}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{4.147}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{4.148}$$

Se $j \neq i$ *e* $j =$ *barra à jusante*

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = R_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{4.149}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = X_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{4.150}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Qac_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2} R_i V_y^2 + \Delta_{iPj} \right) \tag{4.151}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{4.152}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Pac_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2} X_i V_y^2 + \Delta_{iQj} \right) \tag{4.153}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{4.154}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{4.155}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{4.156}$$

Se $j \neq i$ *e* $j \neq$ *barra à jusante*

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = -V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{4.157}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = -V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{4.158}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(\frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \right) \tag{4.159}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(\frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \right) \tag{4.160}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{4.161}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{4.162}$$

4.3.2.5 Justificativa da Simplificação das Perdas

No desenvolvimento da modelagem para representar analiticamente a incerteza nas tensões nodais de sistemas de distribuição, quando ocorre uma variação na demanda, foram desconsiderados os efeitos de segunda ordem, para simplificação das expressões algébrica.

Seja o sistema de 4 barras e tensão na subestação (barra 0) de 11kV, representado na Figura 33.

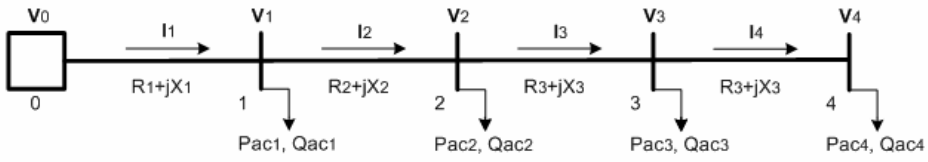


Figura 33: Equivalente elétrico com um alimentador principal e 4 barras.

Para obter as equações de sensibilidade apresentadas na seção anterior, as potências acumuladas em cada barra foram consideradas sendo:

$$Pac_i = \sum_i^n P_i \tag{4.163}$$

$$Qac_i = \sum_i^n Q_i \tag{4.164}$$

Contudo, de acordo com as Equações (4.1) e (4.2) apresentadas para a obtenção das potências acumuladas em cada, além do somatório das potências acumuladas nas barras adjacentes, também devem ser somadas as perdas nos ramos adjacentes à barra em estudo. Assim, por exemplo, para a barra 2 do sistema apresentado, a potência ativa acumulada na barra 2 é tal que:

$$Pac_2 = P_2 + P_3 + Plac_3 = P_2 + Pac_3 + Plac_3 = P_2 + Pac_3 + \frac{R_3\left(Pac_3^2 + Qca_3^2\right)}{V_3^2} \tag{4.165}$$

Ao se desprezar a componente $\frac{R_3\left(Pac_3^2 + Qca_3^2\right)}{V_3^2}$ nos cálculos da sensibilidade de tensão, erros são cometidos no cálculo da sensibilidade. Por exemplo, para a análise da sensibilidade da tensão na barra 2 do sistema, considerando uma variação de carga ativa na barra 3, os termos A'_{2P3} e B'_{2P3} devem ser escritos como:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_3} = A'_{2P3} = R_2 - V_1\frac{\partial V_1}{\partial P_3} + \frac{2}{V_3^2}\left(R_2R_3 + X_2X_3\right)Pac_3 - \frac{2}{V_3^3}\left(R_2R_3 + X_2X_3\right)\left(Pac_3^2 + Qac_3^2\right)\frac{\partial V_3}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_3} = B'_{2P3} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(R_2X_2Qac_2 - X_2^2Pac_2 - \frac{1}{2}R_2V_1^2 + \frac{1}{2}V_1^3\frac{\partial V_1}{\partial P_3} - \left(R_2Pac_2 + X_2Qac_2\right)V_1\frac{\partial V_1}{\partial P_3}\right) +$$

$$+\left(\begin{array}{l}\frac{2}{V_3^2}R_2X_2X_3Pac_2Pac_3 + \frac{2}{V_3^2}R_2X_2R_3Qac_2Pac_3 - R_2R_3Pac_3\frac{V_1^2}{V_3^2} + \\ -X_2X_3Pac_3\frac{V_1^2}{V_3^2} - \frac{2}{V_3^2}R_3X_2^2Pac_2Pac_3 - \frac{2}{V_3^2}R_2^2X_3Qac_2Pac_3\end{array}\right) +$$

$$+\left(-\frac{2}{V_3^3}R_2X_2X_3Pac_2Pac_3^2 - \frac{2}{V_3^3}R_2R_3X_2Qac_2Pac_3^2 - \frac{2}{V_3^3}R_2X_2X_3Pac_2Qac_3^2 - \frac{2}{V_3^3}R_2R_3X_2Qac_2Qac_3^2\right).\frac{\partial V_3}{\partial P_3} +$$

$$+\left(R_2R_3Pac_3^2\frac{V_1^2}{V_3^3} + R_2R_3Qac_3^2\frac{V_1^2}{V_3^3} + X_2X_3Pac_3^2\frac{V_1^2}{V_3^3} + X_2X_3Qac_3^2\frac{V_1^2}{V_3^3}\right).\frac{\partial V_3}{\partial P_3} +$$

$$+\left(\frac{2}{V_3^3}R_3X_2^2Pac_2Qac_3^2 + \frac{2}{V_3^3}R_3X_2^2Pac_2Pac_3^2 + \frac{2}{V_3^3}X_3R_2^2Qac_2Pac_3^2 + \frac{2}{V_3^3}X_3R_2^2Qac_2Qac_3^2\right).\frac{\partial V_3}{\partial P_3}$$

Desprezando a parte destacada das equações, conforme procedimento adotado para obtenção das equações apresentadas na seção anterior, estudos mostraram que os erros obtidos no cálculo da sensibilidade podem ser desprezados, conforme pode ser verificado no exemplo mostrado abaixo.

Seja considerado o sistema equivalente de quatro barras, apresentado na Figura 34 abaixo, onde as barras do ramal principal acumulam as cargas dos ramais.

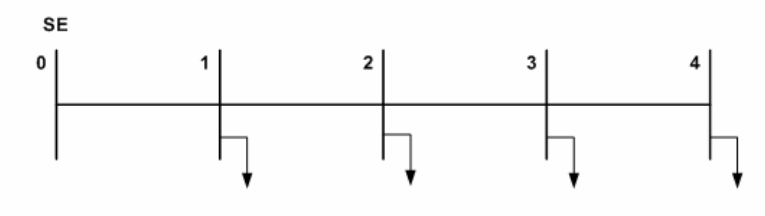


Figura 34: Sistema equivalente com 4 barras.

A demanda própria em cada barra é de 500kVA e o fator de potência é de 0,7. A impedância da rede entre cada nó é mostrada na Tabela 3, assim como o erro considerado quando desprezada a componente $\frac{R_3\left(Pac_3^2 + Qca_3^2\right)}{V_3^2}$ nos cálculos da sensibilidade de tensão em relação á variação de potência ativa na barra 3.

Tabela 3: Erro obtido ao desprezar parte das perdas.

Barra(i)	Carga (kVA)	Z=R+jX (Ω)	$\frac{\partial V}{\partial P}$ completo	$-\frac{2}{V_3^3}\left(R_i R_3 + X_i X_3\right)\left(Pac_3^2 + Qac_3^2\right)\frac{\partial V_3}{\partial P_3}$
B_1	**2000**	**0,001353+j0,001323**	**-0,000263**	**-0,002360**
B_2	**1500**	**0,001170+j0,001145**	**-0,000219**	**-0,001022**
B_3	**1000**	**0,000841+j0,000823**	**-0,000161**	**-0,000248**
B_4	**0,38**	**0,001523+j0,001028**	**-0,000252**	**-0,000181**

Verifica-se, conforme mostrado na Tabela 3, que os erros no cálculo da sensibilidade são estimados na ordem de 10^{-3}, o que comprova que não interferem de forma significativa na solução. Ainda, considerando que estes erros são considerados para todas as barras, acabam por não interferir na análise para identificar os nós mais sensíveis à variação da carga.

Contudo convém destacar que no fluxo de carga para o cálculo das tensões em cada barra da rede de distribuição, as perdas são consideradas no momento do cálculo das potências ativa e reativa acumuladas. Assim, as perdas do sistema de distribuição estão sendo consideradas, em parte.

4.4 REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA TENSÃO NODAL EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA

A cada mudança i de carga na barra em análise corresponde uma tensão V_i nesta barra. A variação da tensão nodal em relação às variações de demanda pode ser representada através do cálculo da variância $Var[v]$ (E.B Haugen, 1968):

$$Var[v] = E\left[V_i - E[v]\right]^2 = E[\Delta V_i]^2 \tag{4.166}$$

Desse modo, a variância é por definição igual valor esperado do desvio de todas as variações i em torno do valor médio considerado ao quadrado.

As potências nodais, ativa e reativa, pertencentes à mesma barra, apresentam dependência linear (R.G. Cespedes, 1990). Assim, para simplificar a notação, representa-se somente a variação da tensão em relação à potência ativa. Nas aplicações apresentadas nesta tese, as expressões utilizadas serão completas.

$$Var[v] = E\left[\frac{\partial V}{\partial P}\cdot \Delta P_i\right]^2 \tag{4.167}$$

A derivada acima é calculada para o valor médio de potência P, sendo portanto uma constante, onde $E[\Delta P_i]^2$ é a própria variância de P na barra analisada:

$$Var[v] = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)^2 \cdot E[\Delta P_i]^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)^2 \cdot Var[p] \tag{4.168}$$

Para duas barras adjacentes em série (sistema radial), onde a queda de tensão no nó mais a jusante j, depende da queda de tensão no nó a montante m, e considerando ausência de correlação (ρ=0) entre as barras, a variância da tensão no nó j será:

$$Var[v_j] = \left(\frac{\partial V_j}{\partial P_j}\right)^2 \cdot Var[p_j] + \left(\frac{\partial V_m}{\partial P_m}\right)^2 \cdot Var[p_m] \tag{4.169}$$

No entanto, generalizando quando as barras são parcialmente correlacionadas, considera-se o fator de correlação (ρ) entre as demandas nas barras j e m:

$$Var\left[v_j\right]=\left(\frac{\partial V_j}{\partial P_j}\right)^2\cdot Var\left[p_j\right]+2\rho\cdot\frac{\partial V_j}{\partial P_j}\cdot\frac{\partial V_m}{\partial P_m}\cdot\sigma\left[p_j\right]\cdot\sigma\left[p_m\right]+\left(\frac{\partial V_m}{\partial P_m}\right)^2\cdot Var\left[p_m\right] \tag{4.170}$$

Para a determinação do desvio padrão, se houver consideração de correlação plena, $\rho=1$, a expressão acima é simplificada:

$$Var\left[v_j\right]=\left[\left(\frac{\partial V_j}{\partial P_j}\right)\cdot\sigma\left[p_j\right]+\left(\frac{\partial V_m}{\partial P_m}\right)\cdot\sigma\left[p_m\right]\right]^2$$

Então o desvio padrão é representado como:

$$\sigma\left[v_j\right]=\left(\frac{\partial V_j}{\partial P_j}\right)\cdot\sigma\left[p_j\right]+\left(\frac{\partial V_m}{\partial P_m}\right)\cdot\sigma\left[p_m\right] \tag{4.171}$$

4.5 CONCLUSÃO

Foi apresentado o desenvolvimento de uma nova modelagem para representar analiticamente a incerteza nas tensões nodais de sistemas de distribuição radiais, quando ocorre uma variação nas demandas. Dessa forma, é possível determinar a sensibilidade da variação das tensões em cada barra de sistemas de distribuição, com ou sem ramais laterais, quando ocorre uma variação na sua demanda, sem que seja necessária uma nova solução do fluxo de carga. E para tanto, deve ser convenientemente representada a correlação entre as barras de carga nos sistemas de distribuição.

Esta correlação entre as barras de carga pode ser obtida através de medições ou através de simulação. Uma forma de obter a correlação entre as barras de carga através de simulação pode ser utilizando ferramentas do EXCEL[20], que permite calcular a correlação dos valores de carga própria de cada barra com a carga acumulada em cada barra.

[20] O EXCEL é um aplicativo Windows - uma planilha eletrônica - que fornece ferramentas para efetuar cálculos através de fórmulas e funções e para a análise desses dados.

A descrição probabilística dos dados de demanda em cada barra possibilita, por exemplo, a identificação dos nós da rede mais sensíveis à variação da tensão, auxiliando em estudos de balanceamento de redes secundárias, e em estudos para auxiliar as concessionárias na alocação de reativos e na minimização de cortes de carga.

Uma representação do fluxo de carga de sistemas de distribuição, a partir da descrição probabilística dos dados de demanda em cada barra desenvolvida será apresentada no Capítulo 5 seguinte, de forma a permitir a identificação dos nós da rede mais sensíveis à variação da tensão em cada iteração de troca de carga entre as fases. Tal informação será utilizada para priorizar os nós do sistema a serem trocados, de forma a auxiliar na busca pela melhor solução para o balanceamento de redes secundárias.

Simulações aplicando a modelagem probabilística são apresentadas no Capítulo 6, de forma a comprovar a eficácia do método analítico desenvolvido através da comparação entre os resultados obtidos para a tensão nas barras de uma rede de distribuição via Método das Derivadas Parciais (método analítico) e via Simulação Monte Carlo.

Capítulo 5 METODOLOGIA PARA MELHORIA DO PERFIL DE TENSÃO BASEADA NA MATRIZ DE SENSIBILIDADE

5.1 INTRODUÇÃO

Considerando os problemas técnicos enfrentados pelos sistemas de distribuição com a variação nos valores da demanda (carregamento das redes) e buscando uma melhoria no perfil de tensão destes sistemas, este capítulo apresenta uma metodologia para o balanceamento de redes secundárias de distribuição aplicando as funções de sensibilidade das tensões nodais desenvolvidas. O fluxo de carga está baseado no Método Soma das Potências, tendo em vista que as funções de sensibilidade foram desenvolvidas a partir de seu equacionamento.

O objetivo é calcular a sensibilidade da variação das tensões em cada barra de sistemas de distribuição quando ocorre uma variação na sua demanda, sem que seja necessária uma nova solução do fluxo de carga, auxiliando a identificação dos nós do sistema de distribuição mais sensíveis à variação da tensão.

Então, este aspecto é incorporado ao problema para auxiliar na busca pela melhor solução, a qual consiste em utilizar como técnica de busca, a Busca Vertical (N. Christofides, 1975). Esta rotina de busca é acrescentada à ferramenta desenvolvida para o balanceamento de redes secundárias de distribuição – *Equilibra*. A avaliação da rede será realizada considerando os critérios queda de tensão nos alimentadores e o número de atuações sobre a rede elétrica.

Essa modelagem probabilística representada através das funções de sensibilidade apresentadas anteriormente, auxilia não apenas estudos de balanceamento de redes secundárias, mas também é uma ferramenta de auxílio em estudos de alocação de reativos e de ação de corte de carga.

Por exemplo, para melhoria do perfil de tensão de redes de distribuição M.F. de Medeiros Jr. e M.C. Pimentel Filho (2002) desenvolveram um método matemático para alocação ótima de reguladores de tensão ao longo dos alimentadores, que considera tanto o desbalanceamento das cargas como o efeito de impedâncias mútuas. O processo de otimização define ao longo do processo uma matriz de sensibilidade de tensões que permite estimar os máximos valores de tensão obtidas em todos os nós, para os máximos valores de tensão ajustáveis nos nós de regulação.

5.2 MATRIZ DE SENSIBILIDADE

As equações de sensibilidade apresentadas no Capítulo 4, que são derivadas da tensão em relação às potências ativa e reativa acumuladas de cada barra, permitem a formação de matrizes de sensibilidade para identificar os nós mais sensíveis à variação da demanda. As matrizes de sensibilidade para a variação da potência ativa MS_P e da potência reativa MS_Q são representadas como:

$$MS_P = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial P_1} & \frac{\partial V_1}{\partial P_2} & \cdots & \frac{\partial V_1}{\partial P_n} \\ \frac{\partial V_2}{\partial P_1} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \frac{\partial V_{n-1}}{\partial P_n} \\ \frac{\partial V_n}{\partial P_1} & \cdots & \frac{\partial V_n}{\partial P_{n-1}} & \frac{\partial V_n}{\partial P_n} \end{bmatrix} \quad MS_Q = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial Q_1} & \frac{\partial V_1}{\partial Q_2} & \cdots & \frac{\partial V_1}{\partial Q_n} \\ \frac{\partial V_2}{\partial Q_1} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \frac{\partial V_{n-1}}{\partial Q_n} \\ \frac{\partial V_n}{\partial Q_1} & \cdots & \frac{\partial V_n}{\partial Q_{n-1}} & \frac{\partial V_n}{\partial Q_n} \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

Verifica-se que as linhas da matriz observam a tensão, enquanto as colunas da matriz observam a carga. Assim, a sensibilidade total de V de cada barra i em relação a uma variação de carga na barra j, P_j e Q_j, será:

$$\Delta V_i = \frac{\partial V_i}{\partial P_j}\Delta P_j + \frac{\partial V_i}{\partial Q_j}\Delta Q_j \tag{5.2}$$

Ou ainda,

$$\Delta V_i = MS_P \cdot \Delta P_j + MS_Q \cdot \Delta Q_j \tag{5.3}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial P_1} & \cdots & \frac{\partial V_1}{\partial P_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial V_n}{\partial P_1} & \cdots & \frac{\partial V_n}{\partial P_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial Q_1} & \cdots & \frac{\partial V_1}{\partial Q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial V_n}{\partial Q_1} & \cdots & \frac{\partial V_n}{\partial Q_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} \tag{5.4}$$

5.3 APLICAÇÃO DA MATRIZ DE SENSIBILIDADE

A Equação (5.3) pode ser utilizada para representar a incerteza na tensão em relação a um acréscimo ou decréscimo de carga, com fator de carga constante, por exemplo, no balanceamento de redes e em estudos de corte de carga. Ou ainda, considerando a variação de potência ativa constante, a Equação (5.3) pode ser utilizada para analisar a sensibilidade da tensão na barra, quando se alocam bancos de capacitores nesta, dada uma injeção de potência reativa no sistema.

Um fluxograma simplificado das aplicações das matrizes de sensibilidade em estudos de sistemas de distribuição é apresentado na Figura 35, a seguir.

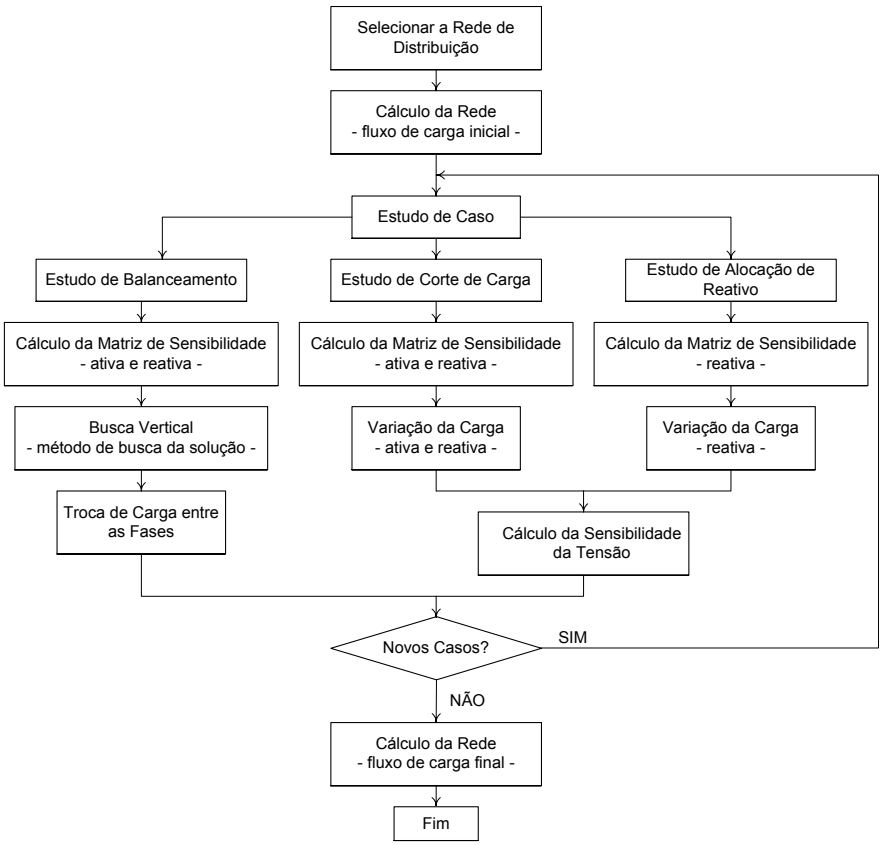


Figura 35: Aplicação da matriz de sensibilidade.

5.3.1 Alocação de Reativos

A partir do cálculo dos parâmetros de redes de distribuição com a utilização de um fluxo de carga, é possível identificar o perfil de tensão inicial da rede. Assim, havendo a necessidade de estudos para alocação de reativos em determinadas redes, a matriz de sensibilidade pode ser utilizada.

A matriz de sensibilidade reativa indica os nós (barras) mais sensíveis à variação da tensão quando ocorre uma injeção de potência reativa nos sistema, indicando assim em qual barra do sistema os bancos de capacitores devem ser alocados de modo a obter a maior melhoria em relação ao aumento da tensão.

Após a identificação da melhor localização de cada banco de capacitores, a Equação (5.5) pode ser utilizada para analisar o aumento da tensão (sensibilidade total) em cada barra. Dessa forma é possível verificar a necessidade de maior ou menor injeção de reativos no sistema para obter o perfil de tensão adequado, onde as tensões das barras dos sistemas de distribuição ficam dentro dos limites estabelecidos pelas normas.

$$\Delta V_i = MS_Q \cdot \Delta Q_j \tag{5.5}$$

Assim, vários estudos de alocação de reativo podem ser realizados para cada rede de distribuição sem que seja necessária a execução de fluxo de carga, bastando para tanto observar a matriz de sensibilidade. O cálculo de fluxo de carga é efetuado ao final do estudo completo, permitindo obter o cálculo dos critérios de avaliação da rede após a injeção de potência reativa necessária.

5.3.2 Corte de Carga

Para o estudo de corte de carga, última medida a ser adotada pelo operador do sistema tendo em vista que afeta os índices de confiabilidade deste, a matriz de sensibilidade também pode ser aplicada.

As matrizes de sensibilidade ativa e reativa indicam as barras mais sensíveis à variação da tensão quando ocorre uma variação na demanda do sistema, indicando em quais barras deve acontecer o corte de carga.

Antes de cada corte de carga, a Equação (5.3) pode ser utilizada para analisar a sensibilidade da tensão nas barras, e então verificar a necessidade de um maior (ou menor) corte de carga no sistema para obter o perfil de tensão desejado. Ou seja, pode ser utilizada para representar a incerteza na tensão em relação a um acréscimo ou decréscimo de carga, com fator de carga constante, com utilização, por exemplo, no balanceamento de redes.

Dessa forma, vários estudos de corte de carga podem ser realizados para cada rede de distribuição sem que seja necessária a execução de um novo fluxo de carga, bastando para tanto observar a matriz de sensibilidade. O cálculo de fluxo de carga é efetuado somente ao final do estudo completo, para então obter o cálculo dos critérios de avaliação da rede após o corte de carga necessário.

5.3.3 Balanceamento de Cargas

Para o balanceamento de redes secundárias de distribuição, a busca pela melhor solução do problema consiste em utilizar as equações de sensibilidade (derivadas da tensão em relação às potências ativa e reativa acumuladas de cada barra), que geram as matrizes de sensibilidade e a aplicação da técnica de Busca Vertical (BV) para geração das configurações (possibilidades de troca).

A partir de uma configuração inicial, as matrizes de sensibilidade permitem identificar os nós mais sensíveis à variação da demanda para cada uma das configurações da rede, cargas alocadas na fase a, b ou c, por exemplo. O modelo desenvolvido para auxiliar na busca da melhor solução do balanceamento de redes de distribuição de BT, o qual se baseia em grafos e na busca vertical, está detalhado na seqüência.

5.4 BUSCA EM GRAFOS

5.4.1 Definições

O grafo é uma estrutura matemática sob a forma de par ordenado, $G(V, A)$, onde V é o conjunto (finito ou não) de vértices ou nós, diferente de vazio e A é o conjunto de arcos ou arestas do grafo (M.A. Rabuske, 1992).

Um arco, ou aresta, é dito incidente com os nós que ele liga. Assim um arco incidente a um único nó é denominado de laço. Dois nós são adjacentes se estão ligados por um arco. Assim, para grafos orientados, seja $a(x, y)$ um arco unindo os vértices x e y, então se diz que:

$x = i(a)$: início do arco a e antecessor de y;

$y = t(a)$: término do arco a e sucessor de x.

O conjunto de sucessores do arco $a(x, y)$ é representado por $\Gamma(x) = \{y / \exists a \rightarrow (x, y)\}$, e o conjunto de antecessores é representado por $\Gamma(y) = \{x / \exists a \rightarrow (x, y)\}$. E o grau de entrada e saída dos sucessores é representado, respectivamente, por $m_0(x)$ e $m_i(x)$.

Um subgrafo de $G(V, A)$ é o grafo $G(V', A')$, onde $V' \subset V$ e $A' \subset A$ se A' é maximal em A.

5.4.2 Busca de Caminhos em Grafos

Num grafo ponderado e com custos aditivos, o custo de um caminho $(a_1, a_2, ..., a_q)$ é $c_{a_1} + c_{a_2} + ... + c_{a_q}$, anotado como k_γ, onde $\gamma = (a_1, a_2, ..., a_q)$.

O problema de busca em grafos consiste em achar um caminho de custo mínimo de S a T, onde:

a) $S \subset V$: conjunto de nós iniciais (origem);

b) $T \subset V$: conjunto de nós finais (destino).

Em termos mais precisos, trata-se de achar $s*$, $t*$ e $\gamma*(s*, t*)$, tais que:

a) $s* \in S$;

b) $t* \in T$;

c) $k_{\gamma*}(s*, t*) = \min_{\gamma} \{k\gamma(s, t) / s \in S, t \in T\}$.

Entretanto este problema só pode ser definido por uma classe de grafos $G(S, T)$, chamado δ-Grafo, que deve satisfazer o seguinte conjunto de restrições:

a) S é um conjunto finito;

b) $\exists B < \infty / \forall v \in V \rightarrow m_0(v) \leq B$;

c) $\exists \delta > 0 / \forall a \in A \rightarrow c_a \geq \delta$.

Observa-se que todas as restrições acima são satisfeitas em um programa de busca do balanceamento ótimo, conforme proposto nesta tese.

5.4.3 Árvore de Decisão

Uma árvore pode ser definida como um grafo no qual cada par de vértices é ligado por um e somente um caminho simples.

Uma árvore binária é denominada de decisão se cada nó representa uma decisão. O teste tem início no nó raiz e o controle é passado para cada um de seus descendentes, dependendo do resultado do teste.

5.4.3.1 O Princípio da Busca em Árvore de Decisão

O princípio básico envolvido nos métodos para busca em árvore de decisão é a partição de um problema inicial P_0 em subproblemas $P_1, P_2, ..., P_n$ (Figura 36) e a tentativa de resolver cada um destes problemas, ou seja, encontrar uma solução (não necessariamente a ótima) para cada um dos subproblemas (N. Christofides, 1975).

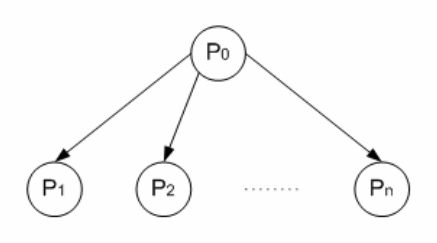


Figura 36: Partição do problema P_0 em subproblemas.

A partição é justificada porque os subproblemas são mais fáceis de resolver, também por apresentarem um menor tamanho e por sua estrutura não poder ser compartilhada pelo problema inicial P_0. Por sua vez, cada subproblema que não pode ser resolvido é novamente particionado, conforme mostrado na Figura 37.

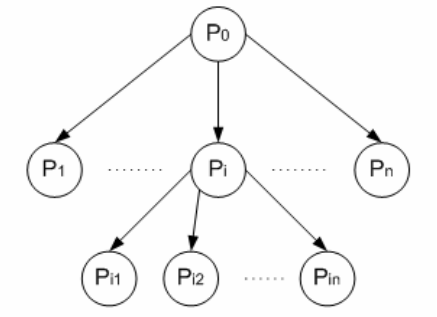


Figura 37: Árvore após ramificação de P_i.

Em algum estágio o conjunto completo de subproblemas pedindo resolução é representado por todos os nós extremos (ou vértices pendentes), em todos os caminhos provindo da árvore de decisão (a origem da árvore representa o problema inicial P_0). Obviamente se a busca é para ser exaustiva, o conjunto de subproblemas no qual o problema foi particionado deve representar o problema no todo.

A Figura 38 mostra uma árvore de decisão para um programa que ordena três números a, b e c. Os testes são indicados pelos círculos e o controle é movido para a esquerda ou para a direita dependendo da resposta do teste (M.A. Rabuske, 1992). Esta árvore de decisão tem a característica de uma comparação do nível de carregamento nas fases a, b e c.

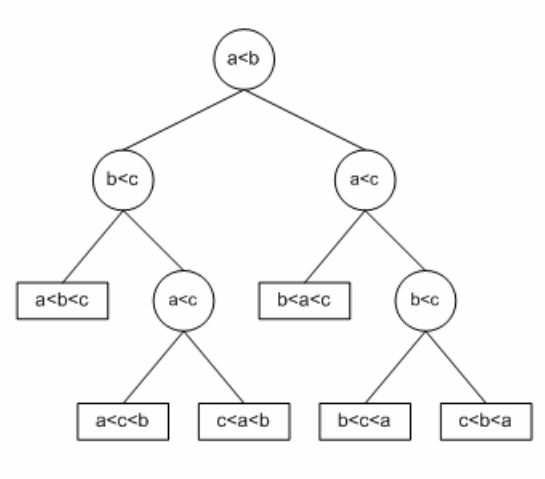


Figura 38: Árvore de Decisão.

Contudo, pode ocorrer que alguns subproblemas representados por um vértice pendente não podem ser resolvidos, podendo então ser ramificados em qualquer altura pelo particionamento em subproblemas menores. Há vários tipos de busca da solução em árvore de decisão, dependendo da forma de escolha do próximo vértice pendente a ser ramificado. Em particular para o problema do balanceamento de cargas foi utilizado o método de busca denominado Busca Vertical porque o particionamento continua do último subproblema gerado até que um subproblema que pode ser resolvido é gerado.

5.4.4 Busca Vertical (*Depth-First*)

Para a busca vertical, ou busca em profundidade (*depth-first*), o particionamento (ramificação) continua do último subproblema gerado até que um subproblema que pode ser resolvido é gerado. Neste ponto o último subproblema é escolhido e a ramificação continua do vértice correspondente.

Neste tipo de busca, subproblemas são armazenados em ordem do melhor problema escolhido por investigação em todos os estágios. Os novos subproblemas gerados são armazenados no topo da pilha e quando o subproblema é resolvido ele é retirado desta pilha. A forma da árvore de decisão quando o subproblema P_i é resolvido com este tipo de busca é mostrado na Figura 39 (N. Christofides, 1975).

Ou seja, a busca vertical é o método de visitação dos nós de um grafo $G(V, A)$ em que aos arcos de A são particionados em dois conjuntos S e T. Um arco $a(x, y)$ é colocado no conjunto S se o nó y tiver sido previamente visitado, quando o nó v estava sendo visitado, e o arco $a(x, y)$ estava sendo considerado. Caso contrário, o arco $a(x, y)$ será colocado no conjunto T. Os arcos de S são chamados de arcos (ou arestas) da árvore. O subconjunto (S, T) é uma floresta, chamada floresta expandida *depth-first* de G. Cada árvore na floresta expandida está enraizada ao nó que a busca daquela árvore foi iniciada.

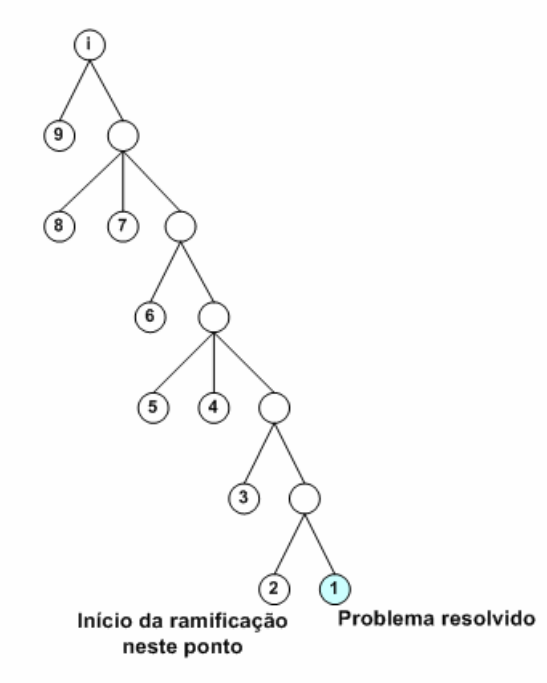


Figura 39: Árvore de Decisão da Busca Vertical.

5.4.4.1 Algoritmo da Busca Vertical de um Grafo

Um algoritmo de busca é um procedimento sistemático de geração de subgrafos de $G(V, A)$, visando encontrar uma solução.

Considerando que os maiores problemas associados ao algoritmo de busca vertical podem ser evitados com a limitação de profundidade, dado um grafo $G(V, A)$, o algoritmo da busca vertical com limitação de profundidade pode ser resumido nos seguintes passos:

Inicialização

① Para cada nó de $v \in V$, definir:

❶ Descrição do nó a fim de possibilitar a geração de sucessores e testar se pertence a T;

❷ Regra de geração de sucessores;

❸ Regra para testar se $v \in T$;

② Criar um conjunto $P(v)$ de apontadores que vai permitir a reconstrução da árvore genealógica do grafo;

③ Criar uma lista de nós abertos A, a qual inicialmente é a lista dos elementos de S e associar a cada nó da lista S um número $\hat{g}(S)$ igual ao custo mínimo até o momento até S, ou seja, nulo ($\hat{g}(S) = 0$);

④ Criar uma lista de nós fechados F, inicialmente sem elementos;

⑤ Criar uma nova lista V, inicialmente sem elementos ($V = \varnothing$);

⑥ Definir: k como limite de profundidade e r como incremento do limite de profundidade;

Algoritmo de Busca Vertical

① Se $A \neq \varnothing$, ir para ②; senão:

❶ Se $V = \varnothing$, parar com fracasso;

❷ Do contrário, fazer: $A \leftarrow V$, $k = k + r$ e $V = \varnothing$;

② Fazer: v recebe primeiro elemento de A, A recebe os demais elementos de A, e F recebe todos os elementos de F e v;

③ Se $\hat{g}(v) > k$, fazer: V recebe todos os elementos de V e v, e voltar para ①; senão gerar o conjunto de sucessores de v (Γ_v) e se $\Gamma_v = \varnothing$ voltar para ①;

④ Para cada $m \in \Gamma_v$, fazer:

❶ Se $m \notin A \cup F$, fazer: o conjunto de apontadores dos nós sucessores m de v recebem os elementos do conjunto v ($P(m) \leftarrow v$), o custo mínimo de m recebe o custo mínimo de v mais o custo do caminho de v a m ($\hat{g}(m) \leftarrow \hat{g}(v) + c_{vm}$), e A recebe todos os elementos de m e A;

❷ Se $m = m' \in A \cup F$, calcular: o custo mínimo de m recebe o custo mínimo de v mais o custo do caminho de v a m ($\hat{g}(m) \leftarrow \hat{g}(v) + c_{vm}$),

❸ se $g(m) < g(m')$: $P(m) \leftarrow v$, $\hat{g}(m) \leftarrow mim(\hat{g}(m), \hat{g}(m'))$ e A recebe todos os elementos de m e A;

⑤ Se $m \in T$, parar com sucesso depois de fazer F receber todos os elementos de m e F;

⑥ Volte ao passo ①.

5.5 MODELO PARA A BUSCA DO BALANCEAMENTO EM REDES SECUNDÁRIAS

Como já mencionado, o balanceamento das cargas em redes de distribuição de baixa tensão (BT) é um problema com enfoque de decisão multiobjetivo. Sendo assim, a função objetivo para o problema do balanceamento é dada conforme apresentada anteriormente para o balanceamento de cargas utilizando múltiplos critérios, reapresentada abaixo.

5.5.1 Função Objetivo

Considerando a topologia da rede de BT definida por um grafo $G = (N, A)$, onde N é o conjunto de nós da rede e A é o conjunto de arcos que conectam os nós de N. $(i, j) \in A$ é um trecho da rede, se entre o par de nós (i, j) existe uma conexão física e a rede se apresenta sob a forma de uma árvore enraizada no nó s, no qual se localiza o transformador de distribuição. Então o modelo de balanceamento de cargas pode ser genericamente descrito como:

$$Max \quad z = f(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{Pl}) \tag{5.6}$$

$$s.a. \quad \boldsymbol{V}_i^k - \boldsymbol{V}_j^k = Z_{ij}^k \cdot \boldsymbol{I}_{ij}^k \qquad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \tag{5.7}$$

$$\boldsymbol{I}_{ij}^k = \sum_{(j,m) \in A} \boldsymbol{I}_{jm}^k + \sum_n \sum_\ell \frac{S_{n,j}^l}{\boldsymbol{V}_j^k} \cdot x_{n,j}^{kl} \qquad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \tag{5.8}$$

$$\boldsymbol{Pl}_{ij}^k = Z_{ij}^k \cdot \left(\boldsymbol{I}_{ij}^k\right)^2 \qquad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \tag{5.9}$$

$$\boldsymbol{V}_s^k = \boldsymbol{V}_{trafo} \qquad \forall k \in K \tag{5.10}$$

$$\sum_k x_{n,j}^{kl} = 1 \qquad \forall n, j, l \tag{5.11}$$

$$x_{n,j}^{kl} \in \{0,1\} \qquad \forall k, l, n, j \tag{5.12}$$

onde,

$\boldsymbol{V} = (\boldsymbol{V}_j^k)$: é o vetor de tensões, cujo elemento $\boldsymbol{V}_j^k$ representa tensão da fase k do nó $j \in N$.

$\boldsymbol{I} = (\boldsymbol{I}_{ij}^k)$: é o vetor de correntes, cujo elemento $\boldsymbol{I}_{ij}^k$ representa corrente da fase k do trecho $(i, j) \in A$;

$\boldsymbol{Pl} = (\boldsymbol{Pl}_{ij}^k)$: é o vetor de perdas, cujo elemento $\boldsymbol{Pl}_{ij}^k$ representa a perda na fase k do trecho $(i, j) \in A$;

Z_{ij}^k : é a impedância da fase k do trecho $(i, j) \in A$;

$\boldsymbol{V}_{trafo}$: é a tensão de referência aplicada no transformador;

$S_{n,j}^l$: é a potência total demandada pela l-ésima fase do n-ésimo consumidor conectado ao nó $j \in N$;

$\boldsymbol{x} = (x_{n,j}^{kl})$: vetor de variável binária, onde $x_{n,j}^{kl} = 1$ se a carga atual da fase l do n-ésimo consumidor conectado ao nó $j \in N$ deverá ser alocada na fase k; $x_{n,j}^{kl} = 0$ em caso contrário.

A função objetivo expressa pela Equação (5.6) caracteriza o grau de adequação da solução, segundo a ótica do projetista ou de acordo com os critérios definidos por cada concessionária.

5.5.2 Critérios de Adequação da Solução

Considere o conjunto de soluções viáveis, no tocante às restrições (5.11) e (5.12), isto é:

$$S_0 = \left\{ \boldsymbol{x} \mid \sum_k x_{n,j}^{kl} = 1, \quad \forall\, n, j, l\,;\, x_{n,j}^{kl} \in \{0,1\} \right\} \tag{5.13}$$

Para a rotina de busca da solução considerando a aplicação das matrizes de sensibilidade e do método de busca vertical, para uma solução $\boldsymbol{x} \in S_0$ ser considerada adequada, deverá satisfazer alguns critérios adicionais: reduzida queda de tensão e pequeno número de troca de fases. A satisfação em relação a estes critérios é mostrada a seguir.

5.5.2.1 Queda Relativa de Tensão

$$S_1 = \left\{ \boldsymbol{x} \mid \frac{V_{trafo} - V_i^k}{V_{trafo}} \leq \eta, \quad \forall k, i \in N;\ \forall V_{trafo} \geq V_i^k \right\} \tag{5.14}$$

onde, η é a variável a ser arbitrada pelo projetista, que define o valor máximo para a queda relativa de tensão.

5.5.2.2 Número Máximo de Trocas de Fases

$$S_5 = \left\{ \boldsymbol{x} \mid \frac{\sum x_{n,j}^{kl}}{\sum x_{n,j}^{kl}} \leq \varepsilon \right\} \tag{5.15}$$

onde, ε é a variável a ser arbitrada pelo projetista, que define o número máximo de trocas para cada circuito.

5.5.3 Modelo de Fluxo de Carga

O fluxo de carga utilizado para determinar o perfil inicial de tensão das redes de distribuição e calcular a tensão nas barras, as perdas elétricas nos alimentadores e o desequilíbrio nas fases, está baseado no Método Soma das Potências, apresentado no Capítulo 4, tendo em vista que as funções de sensibilidade foram obtidas a partir de seu equacionamento.

Como visto, as redes de distribuição apresentam diferentes topologias, o que leva a diferentes seqüências para o cálculo das matrizes de sensibilidade. Contudo, um algoritmo geral é obtido quando se considera o equacionamento desenvolvido para redes com ramais laterais.

O processo geral para calcular o fluxo de carga começa com a leitura dos dados de rede, fazendo na seqüência o cálculo das potências (ativa e reativa) acumuladas em cada barra e as perdas (ativa e reativa) em cada ramo. Estes cálculos devem ser realizados das cargas até a fonte. Então é realizado o cálculo das tensões de cada barra, da fonte até as cargas.

Um aspecto importante do fluxo de carga baseado no Método Soma das Potências implementado está relacionado com a ordenação das barras e ramos da rede, identificando facilmente as barras inicial e final de cada ramo. Esta ordenação permite que a solução do fluxo de carga seja

encontrada sem problemas de convergência, para redes sem ramais laterais, ou redes com ramais laterais e sublaterais.

Para a identificação das barras e ramos da rede, a ordenação deve iniciar no tronco principal até encontrar um fim de linha, em seguida deve ser selecionado cada ramal lateral, a partir do mais próximo da subestação, os quais também são ordenados até encontrar seu respectivo fim de linha. Esta ordenação é fundamental para o processo de cálculo, auxiliando inclusive na obtenção das matrizes de sensibilidade.

5.5.3.1 Algoritmo do MSP com Cálculo da Matriz de Sensibilidade

A partir do Método de Soma das Potências e da formulação das matrizes de sensibilidade desenvolvida anteriormente, a solução do fluxo de carga para sistemas de distribuição pode ser resumida nos seguintes passos:

① Leitura dos dados da rede de distribuição;

② Cálculo do fluxo de carga:

- ❶ Fixar erro para convergência, fixar vetor arbitrário de tensões, fixar contador de iterações em zero;
- ❷ Enquanto o valor obtido pelo critério de convergência é maior que o erro fixado:
  - ❸ calcular as potências ativa e reativa acumuladas e perdas ativas e reativas (montante);
  - ❹ calcular as tensões (jusante) e o ângulo das tensões;
  - ❺ incrementar contador de iterações;
- ❻ Se critério de convergência não for maior que erro fixado, atualizar vetor das tensões e voltar ao passo ❷;
- ❼ Caso contrário, abandonar o laço de iterações;

③ Cálculo da matriz de sensibilidade:

- ❶ Se for a primeira barra do sistema, calcular as Equações (4.123) a (4.128);
- ❷ Se não for a primeira barra do sistema,
  - ❸ Se for última barra da linha:
    - ❹ se a variação for na própria barra, calcular as Equações (4.129) a (4.136);
    - ❺ se a variação não for na própria barra, calcular as Equações (4.137) a (4.142);
  - ❻ Se não for a última barra da linha:
    - ❼ se a variação for na própria barra, calcular as Equações (4.143) a (4.150);
    - ❽ se variação não for na própria barra e sim em relação a barra à jusante, calcular as Equações (4.151) a (4.158);

❾ se variação não for na própria barra e nem em relação a barra à jusante, calcular as Equações (4.159) a (4.164);

④ Calcular as informações necessárias e imprimir os resultados requeridos.

O fluxograma correspondente é apresentado, em detalhes, na Figura 40:

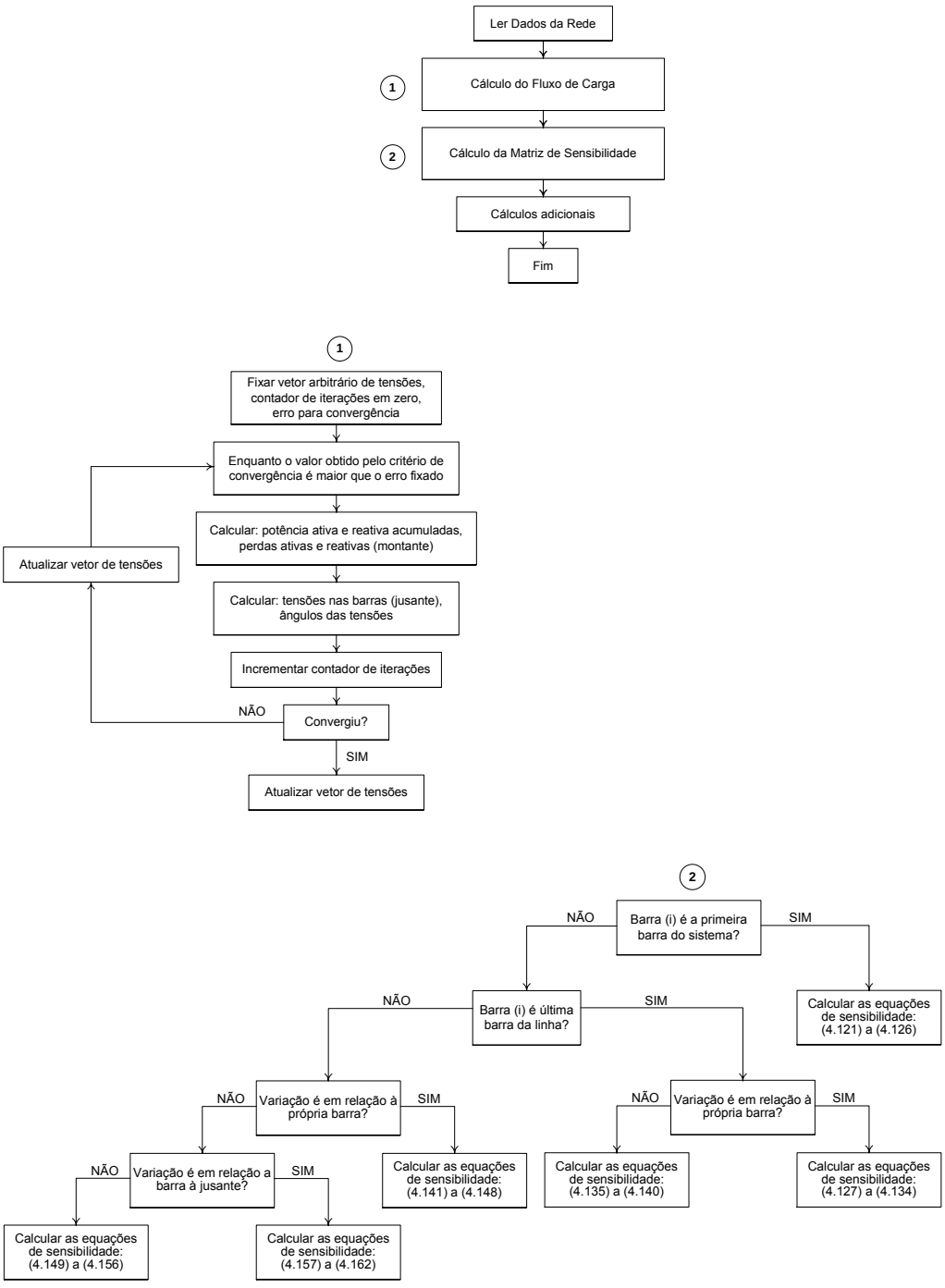


Figura 40: Fluxograma do Método Soma das Potências com Matriz de Sensibilidade.

5.5.4 Fluxograma da Rotina da Busca Vertical

O procedimento adotado pela busca vertical na obtenção da melhor solução ao problema do balanceamento utiliza os dados da matriz de sensibilidade como apontador do nó que sofrerá a troca de carga entre as fases, após serem ordenados. O princípio da busca está baseado no algoritmo apresentado e os critérios de parada para limitação de profundidade do método foram dois, o número máximo de trocas da rede estabelecido para cada rede em estudo e a precisão de convergência, sendo que a solução é obtida no momento em que um dos critérios de parada é atendido.

Sejam,

$$n_i = \left(f_1^i, f_2^i, ..., f_m^i\right) \tag{5.16}$$

$$a_k = \left(n_i, n_j\right) \qquad a_k \in A \quad sse \quad \begin{matrix} f_c^i = f_c^j & \forall c \neq r \\ f_c^i \neq f_c^j & c = r \end{matrix} \tag{5.17}$$

onde,

n_i : representa cada nó com configuração de carregamento, senso que cada consumidor c possui uma fase distinta f ;

a_k : representa o arco entre dois nós, que corresponde a mudança de fase f de um único consumidor c ;

r : incremento do limite de profundidade

Para um subgrafo $G(N,\Gamma)$, onde $N = \{n_0, n_1, ..., n_i, ...\}$ é o conjunto de nós e $\Gamma(n_i) = \{n_i / a_k = (n_i, n_j) \in A\}$ segundo a Equação (5.17), é o conjunto de sucessores dos nós n_i, considerando o algoritmo da busca vertical apresentado no item (5.4.4.1) e o procedimento adotado na busca da melhor solução ao problema do balanceamento, o algoritmo implementado está resumidamente apresentado nos passos abaixo:

① Inicialização: incluir a configuração inicial s na lista A, definir precisão de convergência e zerar o contador de iterações ($k = 0$);

② Enquanto número de iterações for menor que número máximo de trocas ou a precisão de convergência não for atendida, fazer:

③Tomar a última configuração do A, denotada por v, e construir a matriz de sensibilidade;

④ Gerar a configuração sucessora Γ_v. Se $\Gamma_v = \varnothing$ ou $k = K$, parar e apresentar v;

⑤ Para cada configuração $m \in \Gamma_v$, estimar o ganho de tensão. Então, ordenar a configuração por ordem crescente de ganho (descartar as configurações de ganho negativo), e os incluir na lista A;

⑥ Incrementar contador de iterações ($k \leftarrow k+1$), e calcular a precisão de convergência.

5.5.5 Requisitos Funcionais do Modelo

A Figura 41 apresenta o fluxograma da ferramenta computacional ***Equilibra***, desenvolvida para a busca da melhor solução ao problema do balanceamento de uma rede secundária de distribuição, utilizando as matrizes de sensibilidade, quando se objetiva a melhoria do perfil de tensão da rede. Este fluxograma permite uma visão global de suas funcionalidades.

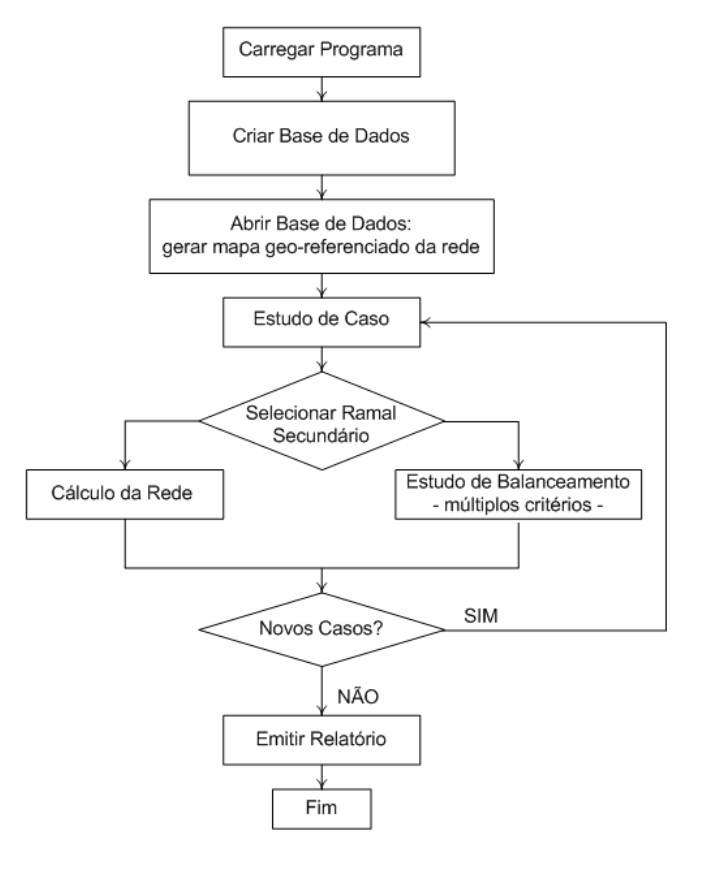


Figura 41: Fluxograma funcional do *Equlibra* com aplicação da matriz de sensibilidade.

Conforme pode ser observado, os requisitos funcionais do programa são os mesmos apresentados no Capítulo 3, quando a ferramenta computacional foi apresentada em detalhes. Para constar:

a) Criar Base de Dados: são os dados dos circuitos necessários como dados de entrada para o *Equilibra*. Esses dados devem ser cadastrados para cada rede de distribuição de BT,sendo que o sistema permite a seleção dos circuitos a serem estudados
b) Gerar Mapa Geo-Referenciado: os dados físicos que indicam as coordenadas UTM de cada nó permitem que o sistema gere um mapa desse circuito, facilitando sua visualização espacial.
c) Calcular Grandezas Elétricas dos Circuitos Cadastrados: algumas grandezas elétricas das redes secundárias de distribuição devem ser calculadas, permitindo uma avaliação inicial dos circuitos e mesmo uma avaliação depois de efetuado o seu balanceamento. O cálculo dessas grandezas é obtido através da utilização de um fluxo de carga, neste caso o Método do Soma das Potências, apresentado anteriormente.
d) Redistribuir as Cargas dos Consumidores nas Fases dos Circuitos: as trocas de carga entre fases para consumidores trifásicos, bifásicos ou monofásicos ocorrem no ramal de distribuição, e não em cada consumidor individualmente. Assim, as cargas devem ser alocadas em somente uma fase, no nó em que o respectivo consumidor deve ser conectado. Para cada circuito cadastrado é possível criar vários cenários alternativos a partir do caso real (cenário base), possibilitando alternativas de solução ao estudo de balanceamento.
e) Emitir Relatórios e Croquis de Implementação de Melhorias: efetuado o estudo de balanceamento para cada caso real e seus cenários alternativos, o sistema de apoio à decisão emite um relatório e um novo croqui do circuito após a redistribuição de cargas.

O sistema de apoio ao balanceamento de carga em redes secundárias de distribuição de energia elétrica é composto de diversas interfaces para cadastrar, editar, visualizar dados e croqui, gerar relatórios e realizar processamento, conforme apresentado no Capítulo3. Complementarmente, as interfaces exclusivas à busca da solução utilizando as matrizes de sensibilidade são apresentadas abaixo.

5.5.5.1 Janela de Impressão da Matriz de Sensibilidade

Esta janela pode ser acessada a partir do ícone da barra de ferramentas da Janela do Croqui da Rede, indicado na Figura 42:

Figura 42: Ícone da barra de ferramentas para acesso à janela de impressão da matriz de sensibilidade.

A janela de impressão da matriz de sensibilidade gera um arquivo.txt, que é salvo automaticamente no endereço onde é feita a seleção da base de dados. A matriz de sensibilidade pode ser calculada para a situação antes do balanceamento e apara a situação após o balanceamento, recebendo o nome do arquivo de Matriz PRE e Matriz POS, respectivamente.

A Figura 43 apresenta a janela de impressão da matriz de sensibilidade para a situação antes do balanceamento, que pode ser verificado pelo nome do arquivo (área ❶). Conforme pode ser verificado, é gerada uma matriz de sensibilidade em relação à carga ativa e em relação à carga reativa, para cada uma das fases do circuito (área ❷).

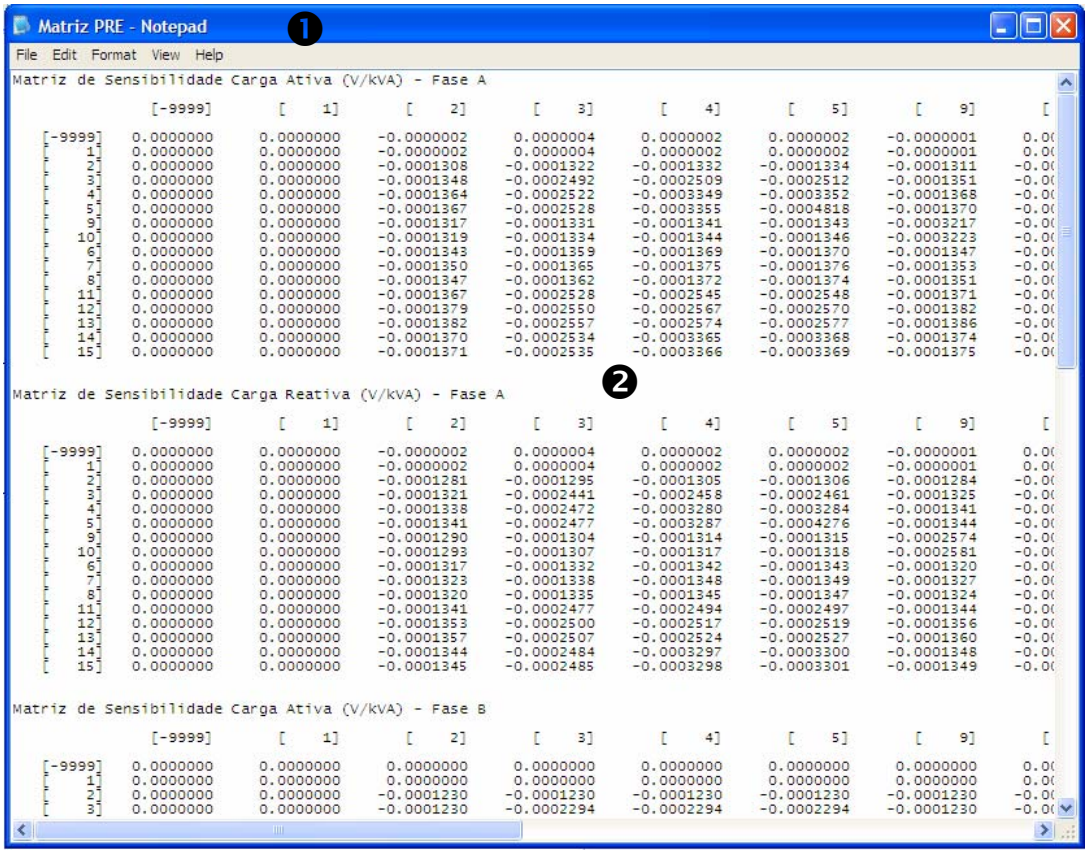


Figura 43: Janela de impressão da matriz de sensibilidade.

5.5.5.2 Janela de Acompanhamento da Evolução da Busca Vertical

Esta janela (Figura 44) mostra a evolução do processo de busca vertical, a partir da seleção pelo equilíbrio da rede na janela do croqui da rede. Um dos critérios considerados na busca pela melhor solução (o número máximo de trocas permitido para cada rede) pode ser fixado através desta janela (área ❷), e nesta janela também são apresentados os valores de cada critério de avaliação, para cada iteração da busca vertical (área ❶).

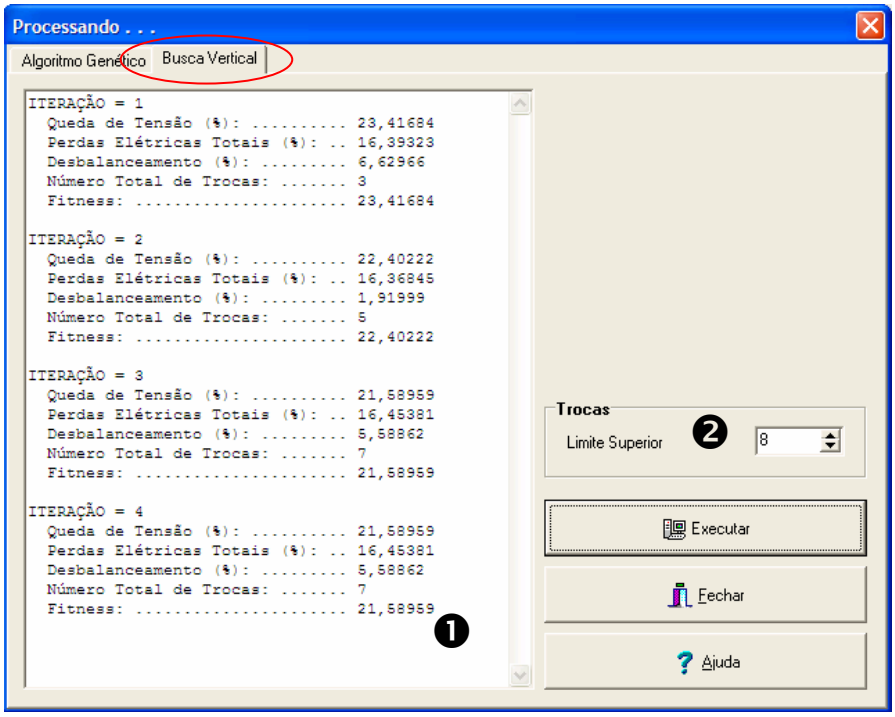


Figura 44: Janela de acompanhamento do processo de busca vertical.

5.6 CONCLUSÃO

Neste capítulo foram apresentadas as matrizes de sensibilidade, geradas pelas equações de sensibilidade apresentadas no Capítulo 4, derivadas da tensão em relação às potências ativa e reativa acumuladas de cada barra.

Um fluxograma simplificado exemplifica algumas das aplicações das matrizes de sensibilidade em estudos de sistemas de distribuição. Por exemplo, em estudos de alocação de reativos a matriz de sensibilidade reativa pode auxiliar na indicação dos nós (barras) mais sensíveis à variação da tensão para a alocação ótima de bancos de capacitores. Em estudos de corte de carga as matrizes de sensibilidade ativa e reativa indicam as barras mais sensíveis à variação da tensão, indicando o mínimo de carga que deve ser cortada para recompor perfil de tensão desejado.

As matrizes de sensibilidade também podem ser aplicadas ao problema do balanceamento de redes secundárias de distribuição. Neste sentido, este capítulo apresentou desenvolvimento da rotina de busca para a solução do balanceamento de redes secundárias de distribuição, baseado na modelagem da sensibilidade das tensões nodais de sistemas radiais de distribuição.

A metodologia desenvolvida para a busca da solução do problema consiste gerar matrizes de sensibilidade, as quais identificam os nós mais sensíveis à variação da demanda para cada uma das configurações da rede, a partir da configuração inicial. A técnica de busca, denominada de Busca Vertical (BV), é utilizada para seleção das possibilidades de troca para cada uma das configurações, e considera a queda de tensão e número máximo de trocas para cada rede como critérios de parada para limitar a profundidade da busca,

A busca vertical não garante que a solução encontrada seja a solução ótima do problema, mas todas as soluções geradas são viáveis. Esta rotina está acoplada ao modelo computacional *Equilibra* e pode ser ativada para a solução do problema por uma porta encontrada na mesma janela onde se encontra a porta para acionar a rotina de busca por algoritmos genéticos. Resultados obtidos com a aplicação destas duas rotinas de busca são apresentados no Capítulo 6 e comparados, em termos de grandeza. Também são apresentados estudos de casos comprovando a eficiência das funções de sensibilidade quando aplicadas para auxiliar no corte de carga e na alocação de reativos em redes de distribuição.

Capítulo 6 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

6.1 INTRODUÇÃO

O Capítulo 3 deste trabalho apresentou o programa computacional desenvolvido para a obtenção do balanceamento de redes secundárias de distribuição - *Equilibra*, uma ferramenta de apoio à decisão que utiliza múltiplos critérios e a técnica de algoritmos genéticos na busca pela melhor solução para redistribuição dos consumidores nas fases do sistema.

Contudo há outras formas de abordar o problema do balanceamento. O Capítulo 4 introduziu a modelagem probabilística da carga, a qual representa a variação nas tensões nodais quando ocorre uma determinada variação na magnitude da demanda, ou seja, determina a sensibilidade das tensões em função das demandas na rede.

Estas expressões apresentadas descrevem probabilisticamente os dados de demanda em cada barra, possibilitando estudos de balanceamento de redes secundárias, indicação da melhor alocação reativa em redes de distribuição (alocação otimizada) e minimização do corte de carga.

Então, o Capítulo 5 introduziu as matrizes de sensibilidade geradas pelas equações de sensibilidade apresentadas, e apresentou o desenvolvimento de uma rotina de busca para a solução do balanceamento de redes secundárias de distribuição, baseada na utilização das matrizes de sensibilidade das tensões nodais e da técnica de busca, denominada de Busca Vertical (BV). Esta rotina foi acoplada ao modelo computacional *Equilibra*, podendo ser ativada para a solução do problema por um evento diferente ao utilizado para acionar a rotina de busca por algoritmos genéticos.

Por sua vez, este capítulo foi desenvolvido com o objetivo de apresentar a viabilidade das técnicas apresentadas. Serão realizadas simulações utilizando o método analítico desenvolvido para representar as tensões nodais de redes de distribuição, de forma a comparar os valores de desvio padrão σ obtidos para as tensões em cada barra de uma rede de distribuição via Método das Derivadas Parciais (método analítico) e via Simulação Monte Carlo.

Também será obtido o balanceamento de uma rede secundária de distribuição real, do sul do estado de Santa Catarina, sendo para tanto, utilizadas as duas rotinas do sistema de apoio à decisão (*Equilibra*) para a busca da solução. Os resultados obtidos para o desequilíbrio no transformador e queda de tensão no ponto (nó) mais crítico da rede, para a situação da rede antes e após o equilíbrio (balanceamento), serão comparados em termos de grandeza para ambas as rotinas de busca.

6.2 REPRESENTAÇÃO PROBABILÍSTICA DA VARIAÇÃO DA CARGA

Para o estudo da representação probabilística da variação da carga, será considerado um sistema radial de quatro barras, modificado a partir do sistema apresentado por D. Das et al. (1995), representado na Figura 45:

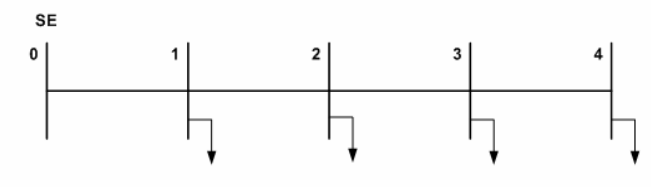


Figura 45: Sistema radial modificado com 4 barras.

Para o sistema exemplo apresentado, serão realizadas simulações e aplicadas as Equações (4.170), (4.171) e (5.2) para comprovar a eficácia do método analítico desenvolvido no Capítulo 4 com a determinação da sensibilidade das tensões nodais de redes de distribuição quando ocorre uma variação na demanda. A demanda própria de cada barra é apresentada na Tabela 4 e o fator de potência é de 0,7 para todas as análises. A impedância entre cada nó vale (1,35309+j1,32349)Ω e são todas iguais.

Tabela 4: Dados de carga própria das barras.

Barras	**B_1**	**B_2**	**B_3**	**B_4**
Carga própria (kVA)	500	250	100	150
σ da carga(%)	10	10	10	10
		$\rho_{1,2}$	**$\rho_{2,3}$**	**$\rho_{3,4}$**
Correlação radial*		0,51	0,58	0,83
Correlação total		1,0	1,0	1,0

***correlação por estarem em série**

Considerando que a correlação total entre as barras tem valor unitário, a correlação radial, que é a correlação existente entre as barras do sistema por estarem conectadas em série, foi obtida através de simulação. Ou seja, foram realizados sorteios de carga para cada barra do sistema e a correlação

radial entre as barras foi obtida através do cálculo da correlação entre os valores de carga acumulada para as barras adjacentes, utilizando a função disponível no aplicativo EXCEL. Para cada alteração nos valores de carga acumuladas nas barras, novos valores de correlação radial são obtidos, sendo que todos os valores apresentados neste capítulo foram obtidos via simulação descrita.

Foram realizados 1000 sorteios, tanto para as barras modeladas com cargas correlacionadas quanto para as cargas independentes entre si, sendo B_0 a subestação com tensão de 11kV. Nestes sorteios as cargas são modeladas através de uma distribuição Normal, com desvio padrão (σ) de 10% da média. São utilizados três desvios para cada lado da média, para determinar os limites superiores e inferiores na curva Normal.

É possível obter os valores de desvio padrão (σ) para as tensões em cada barra, através de Simulação Monte Carlo (SMC) e através de Método das Derivadas Parciais (MDP). A Tabela 5 apresenta a comparação dos valores de incerteza na tensão da barra, obtidos pelos dois métodos. Observa-se que são praticamente iguais.

Tabela 5: Comparação entre os valores de incerteza na tensão - carregamento leve e cargas independentes.

Barras Independentes	**B_2**	**B_3**	**B_4**	**B_5**
Carga média total (kVA)	999,5	499,5	249,9	149,9
σ da carga (%)	5,64	5,95	7,04	9,71
Tensão média (pu)	0,984	0,976	0,972	0,970
σ_{SMC} da tensão (V)	10,0	13,6	15,2	16,7
σ_{MDP} da tensão (V)	10,0	13,4	15,4	17,6

Ainda para as análises de viabilidade, inicialmente se considera a hipótese de total independência entre as demandas nas barras, lembrando que mesmo sendo independentes há uma correlação por estarem em série (correlação radial). Destaca-se que é necessário o conhecimento da correlação entre as barras que estão fisicamente próximas (Leite da Silva et al., 1984) através de simulação, como ocorreu neste trabalho, ou através de um banco de dados. O grau de correlação entre barras adjacentes tem um efeito considerável na determinação da incerteza das tensões nodais.

Este efeito pode ser observado na Tabela 6, onde são apresentados os valores de incerteza nas tensões das barras. A simulação foi feita para um carregamento maior (carregamento pesado), onde cada barra de carga apresenta um carregamento de 500kVA, totalizando 2000 kVA para duas situações: cargas totalmente correlacionadas e cargas independentes, mas correlacionadas

radialmente (com $\rho_{2,3}$ = 0,86; $\rho_{3,4}$ = 0,815; $\rho_{4,5}$ = 0,71) o que as transforma em parcialmente correlacionadas. As cargas são modeladas com desvio padrão (σ) de 10%.

Tabela 6: Barras correlacionadas e independentes - carregamento pesado e incerteza de 10%.

Barras Correlacionadas	**B_1**	**B_2**	**B_3**	**B_4**
Carga média total (kVA)	1999,0	1499,3	999,5	499,8
σ da carga (%)	9,71	9,71	9,71	9,71
Tensão média (pu)	0,968	0,943	0,926	0,917
σ_{SMC} da tensão (V)	35,7	64,0	83,6	93,6
σ_{MDP} da tensão (V)	35,6	67,6	82,5	91,8
Barras Independentes	**B_1**	**B_2**	**B_3**	**B_4**
Carga média total (kVA)	1999,1	1499,4	999,6	499,8
σ da carga (%)	4,78	5,58	6,90	9,71
Tensão média (pu)	0,968	0,943	0,926	0,917
σ_{SMC} da tensão (V)	17,6	32,6	44,1	50,7
σ_{MDP} da tensão (V)	17,5	34,7	43,8	50,8

Como esperado, a representação da correlação entre as barras de carga não influenciou no valor médio da carga e no valor médio da tensão, mas introduz uma variação no possível valor médio, representado através de seu desvio padrão. Os pontos mais afastados da subestação apresentam maior queda de tensão e as maiores incertezas (são acumulativas em sistemas radiais). Observa-se ainda, que a representação das barras totalmente correlacionadas aumenta significativamente a incerteza nas tensões da barra, isto é, se a demanda crescer, crescerá para todas as barras.

Também são apresentados (Tabela 7) os resultados obtidos para o sistema, considerando carregamento pesado e valor de incerteza na carga igual a 30% (desvio padrão), para barras independentes, ou seja, correlacionadas radialmente.

Tabela 7: Barras independentes (com correlação série) e incerteza de 30% - carregamento pesado.

Barras Independentes	**B_1**	**B_2**	**B_3**	**B_4**
Carga média total (kVA)	1999,1	1499,4	999,6	499,8
σ da carga (%)	14,3	16,8	20,7	29,1
Tensão média (pu)	0,968	0,943	0,926	0,917
σ_{SMC} da tensão (V)	52,7	97,8	132,5	152,4
σ_{MDP} da tensão (V)	52,5	104,1	131,3	152,3

Analisando a Tabela 7 pode ser verificado para um carregamento maior, que os valores de desvio padrão (σ) para as tensões em cada barra, através de Simulação Monte Carlo (SMC) e através de Método das Derivadas Parciais (MDP) são praticamente iguais (6,45% entre os desvios padrões da

barra 2), e que os pontos mais afastados da subestação apresentam maior queda de tensão e as maiores incertezas.

6.3 BALANCEAMENTO DE REDES SECUNDÁRIAS DE DISTRIBUIÇÃO

O sistema de apoio à decisão – *Equilibra* - que realiza o balanceamento de carga de redes secundárias de distribuição é composto por duas metodologias para a busca da solução:

1. Metodologia baseada na aplicação de Múltiplos Critérios;
2. Metodologia baseada na aplicação da Matriz de Sensibilidade.

A metodologia baseada na utilização de Múltiplos Critérios aplica a valoração dos critérios considerados na busca de soluções eficientes para o problema e a técnica de Algoritmos Genéticos para a determinação da alternativa de máximo grau de adequação destes critérios.

Por outro lado, a metodologia baseada na aplicação da Matriz de Sensibilidade utiliza as equações de sensibilidade desenvolvidas para a identificação dos nós mais sensíveis à variação da demanda para cada configuração da rede, onde serão efetuadas as trocas, e a aplicação da técnica de Busca Vertical para buscar as melhores soluções para cada configuração do sistema.

A comprovação da eficiência do *Equilibra* para a análise do balanceamento, utilizando ambas as rotinas de busca da solução, será realizada em uma rede secundária de distribuição real, do sul do estado de Santa Catarina. A rede é composta por 22 nós e 79 consumidores (pontos de carga) distribuídos ao longo dos nós. Na Tabela 8 o carregamento é apresentado por consumidor, sendo atribuído zero às fases sem carga alocada. A tensão nominal da rede é 220V.

Tabela 8: Carregamento inicial da rede secundária (22 nós e 79 consumidores).

Carregamento (kVA)					Carregamento (kVA)				
Nó	**Consumidor**	**Fase A**	**Fase B**	**Fase C**	**Nó**	**Consumidor**	**Fase A**	**Fase B**	**Fase C**
1	-	-	-	-	**15**	40	0	0,3601	0
2	1	0	0,8628	0		41	0	0	0,1633
3	2	0	0	0,6132		42	0,1808	0	0
	3	0	0,3461	0		43	0,6919	0,6919	0,6919
	4	0	0	1,0983		44	0,4856	0,4856	0,4856
4	5	2,0404	0	0		45	0	0	0,6906
	6	2,3648	2,3648	0		46	0	0,5675	0
	8	0,0533	0,0533	0,0533		47	1,1827	0	0
5	8	0	0	1,0350		48	0,6484	0	0
	9	0,2290	0,2290	0,2290	**16**	49	0	0	0,2863
	10	0,0000	1,7838	0		50	0	0,5956	0
6	11	0,5489	0,5489	0,5489		51	0	0	0,9155
	12	0	0	0,5289		52	0	0	1,6291
	13	0	0.1616	0		53	0	0.1598	0
	14	0	1.0034	0		54	0.1470	0.1470	0.1470
	15	0	0.9929	0		55	1.6994	0	0
7	16	0	0	0.9612		56	0	1.5905	0
	17	0	0	1.6326		57	0	0	1.3620
	18	1.8892	0	0		58	0.1564	0.1564	0.1564
	19	0.8487	0	0	**17**	59	0.9366	0	0
	20	0.2384	0.2384	0.2384		60	0	0.1457	0
8	21	0	0	0.9718		61	0.1387	0	0
	22	0.5337	0.5337	0.5337		62	0.2993	0.2993	0.2993
	23	0.2642	0.2642	0.2642		63	0.2524	0.2524	0.2524
	24	0.1470	0.1470	0.1470		64	2.5488	2.5488	2.5488
9	25	0,0380	0,0380	0,0380		65	1,1405	0	0
	26	0,5606	0,5606	0,5606		66	1,4699	1,4699	1,4699
10	27	0,1000	0	0	**18**	-	-	-	-
	28	1,1617	1,1617	1,1617	**19**	-	-	-	-
	29	0,5524	0,5524	0,5524	**20**	67	0	0,9858	0
	30	1,3640	0	0		68	0	0,1492	0
	31	0,6684	0,6684	0,6684		69	0,4972	0	0
	32	0,0333	0,0333	0,0333		70	0	0	0,2230
	33	0,2290	0,2290	0,2290		71	0	0,4304	0
	34	0	0,9226	0		72	0,6062	0	0
	35	2,1811	2,1811	2,1811		73	0	1,1792	0
11	36	4,5257	0	0	**21**	74	0	0	0,4867
	37	0,4352	0,4352	0,4352		75	0	0,6941	0
12	38	6,5447	6,5447	6,5447		76	0	0	0,1527
13	-	-	-	-		78	0	0,4726	0
14	39	0,6274	0,6274	0,6274		78	0,7925	0	0
					22	79	0	0	0,8839

Conforme pode ser verificado na Tabela 8, os consumidores bifásicos e trifásicos estão equilibrados pois a concessionária possui dados de carregamento por consumidor e sua classificação como monofásico, bifásico ou trifásico. Assim, a carga é distribuída igualmente entre as fases. Contudo, considerando que o balanceamento é realizado por ponto de carga e não por consumidor, este equilíbrio característico dos consumidores não garante o equilíbrio no ponto de carga e na rede.

O croqui (mapa geo-referenciado) obtido pelo modelo para a referida rede, pode ser observado na Figura 46 (área ❶). Cada nó (ponto no croqui) representa um poste da rede onde estão alocados os consumidores, e o triângulo indica o nó onde o transformador de distribuição (BT) está alocado.

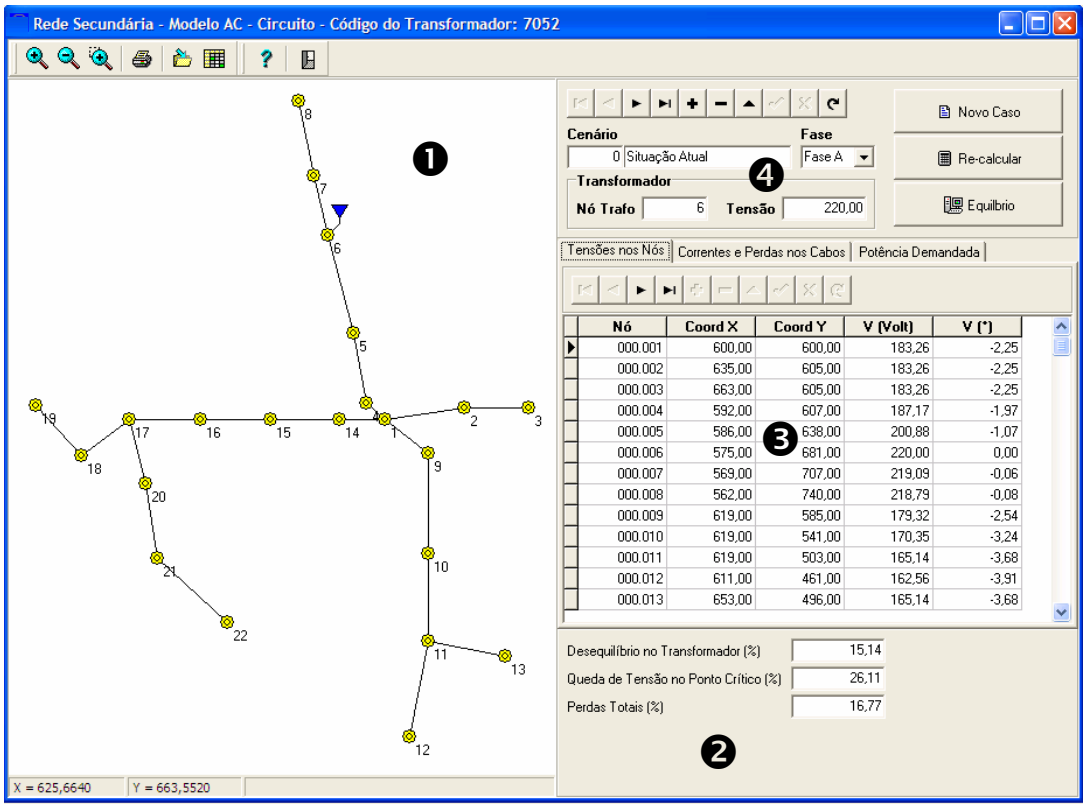


Figura 46: Estudo de caso: rede secundária do sul do estado de Santa Catarina antes do balanceamento.

O balanceamento permite a troca de carga dos consumidores somente entre as fases de cada nó, não permitindo a troca das fases entre os consumidores. A Figura 46 apresenta a situação da rede antes do balanceamento (área ❷), ou seja, desequilíbrio no transformador de 15,14% (desequilíbrio do sistema em termos de tensão), queda de tensão no ponto mais crítico de 26,11% (dentre as três fases) e perdas totais do sistema igual a 16,77%. Após o balanceamento (equilíbrio) será possível avaliar a rede através da comparação destes índices.

Ainda, é possível visualizar na tela apresentada na área ❸ da Figura 45, as tensões em cada nó da rede de acordo com a fase selecionada (área ❹). A área ❹ fornece informações adicionais, como o nó em que o transformador está alocado (nó 6) e a tensão nominal da rede (220V).

6.3.1 Metodologia Baseada na Utilização de Múltiplos Critérios

Inicialmente, o balanceamento da rede de distribuição foi obtido através da busca genética, considerando os múltiplos critérios (Equações (3.12) a (3.17)). A Figura 47 apresenta os parâmetros genéticos utilizados no processo (área ❶), os pesos aplicados a cada critério considerado na busca (área ❷) e o número máximo de trocas permitido para esta rede (área ❸). Os valores de cada critério de avaliação, para a melhor e a pior solução (mínimos locais) que existe na população também são apresentados nesta janela (área ❹).

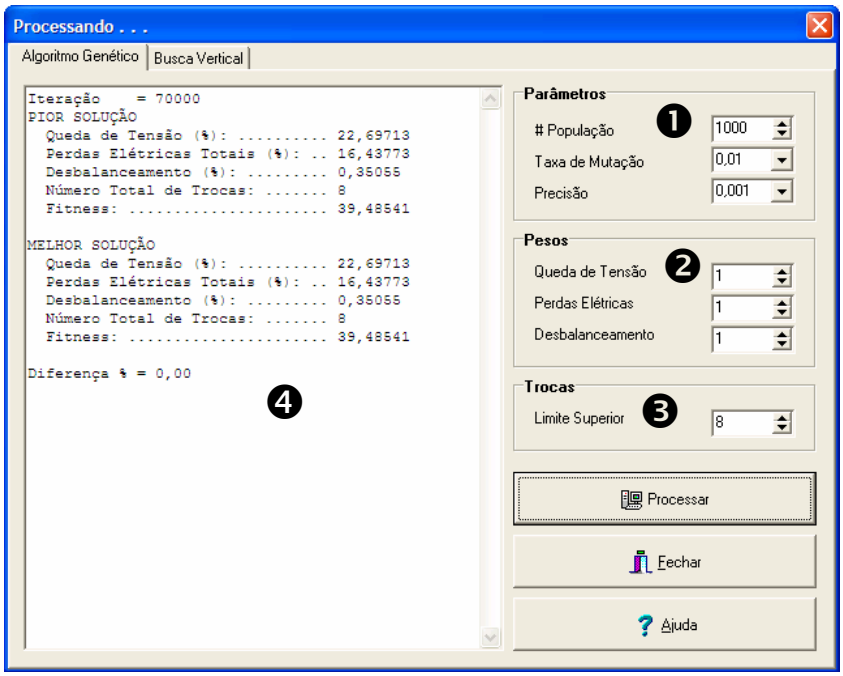


Figura 47: Janela do processo de busca genética para o estudo de caso.

A Figura 48 (área ❶) apresenta os valores de cada critério de avaliação, desequilíbrio no transformador, queda de tensão no ponto (nó) mais crítico da rede e perdas elétricas totais, para a rede após seu balanceamento utilizando a metodologia baseada em múltiplos critérios. Ainda, indica a tensão no ponto mais crítico da Fase C (176,67V).

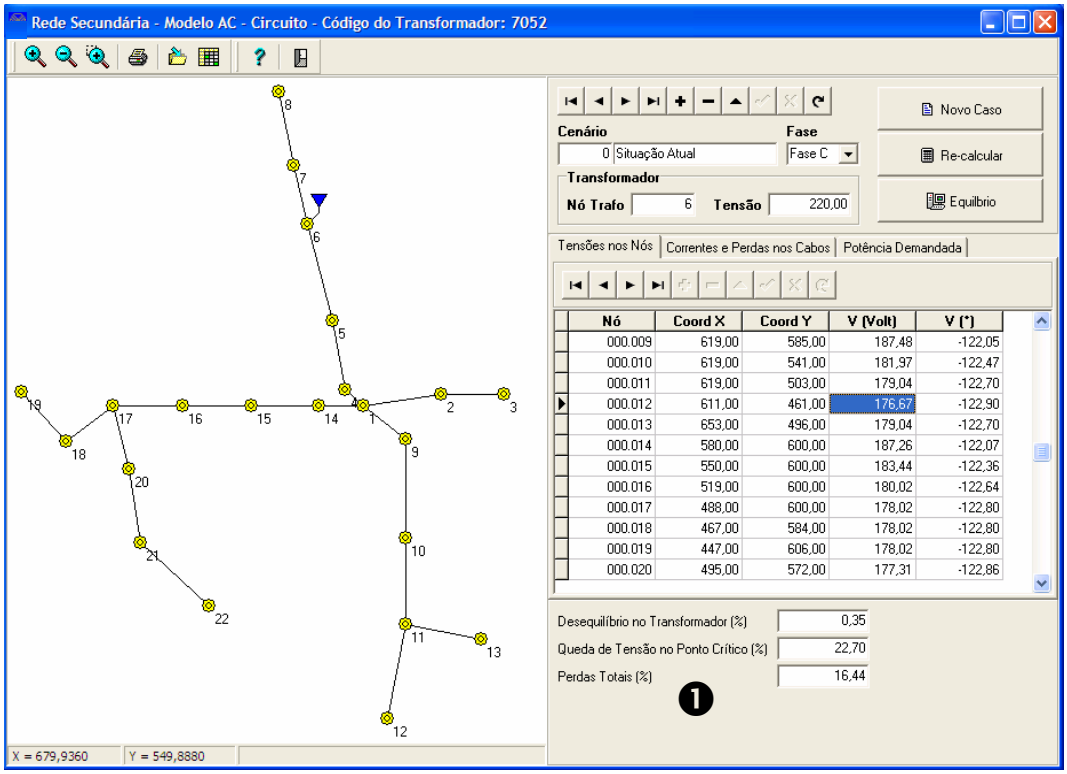


Figura 48: Estudo de caso: rede secundária após o balanceamento utilizando múltiplos critérios.

As tensões no ponto crítico de cada fase da rede, assim como o desequilíbrio no transformador, a maior queda de tensão e as perdas elétricas totais no sistema são apresentadas na Tabela 9, para a situação antes do balanceamento (Figura 46) e após o balanceamento (Figura 48). Os resultados foram obtidos com 8 trocas de cargas entre as fases, cerca de 10% do número de consumidores da rede.

Tabela 9: Desequilíbrio no transformador, queda de tensão e perdas elétricas: antes e após o balanceamento.

Antes do Balanceamento			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	162,56	177,49	180,23
Desequilíbrio no transformador	15,14%		
Queda de tensão no ponto crítico	26,11%		
Perdas elétricas totais	16,77%		
Após o Balanceamento			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	174,38	170,07	176,67
Desequilíbrio no transformador	0,35%		
Queda de tensão no ponto crítico	22,70%		
Perdas elétricas totais	16,44%		

A análise dos dados para o sistema após o balanceamento permite observar um significativo equilíbrio de tensão entre as fases do sistema, assim como uma significativa melhora no desequilíbrio do transformador (de 15,14% para 0,35%) e uma pequena melhoria nas perdas elétricas (diminuição de 0,33%). Em relação à queda de tensão no ponto crítico das fases, observa-se uma sensível melhora de 26,11% para 22,70%, o que representa aproximadamente 7,5V (3,41%) em relação à tensão nominal da rede.

6.3.2 Metodologia Baseada na Utilização da Matriz de Sensibilidade

Após o estudo apresentado para o balanceamento obtido através da busca genética e considerando os Múltiplos Critérios, será apresentado o balanceamento para a mesma rede de distribuição, quando aplicada a busca da solução baseada na Matriz de Sensibilidade e na Busca Vertical.

A Figura 49 apresenta o número máximo de trocas utilizado no processo (área ❷), e os valores de cada critério de avaliação para cada iteração, ou seja, para cada configuração da rede obtida na busca vertical (área ❶).

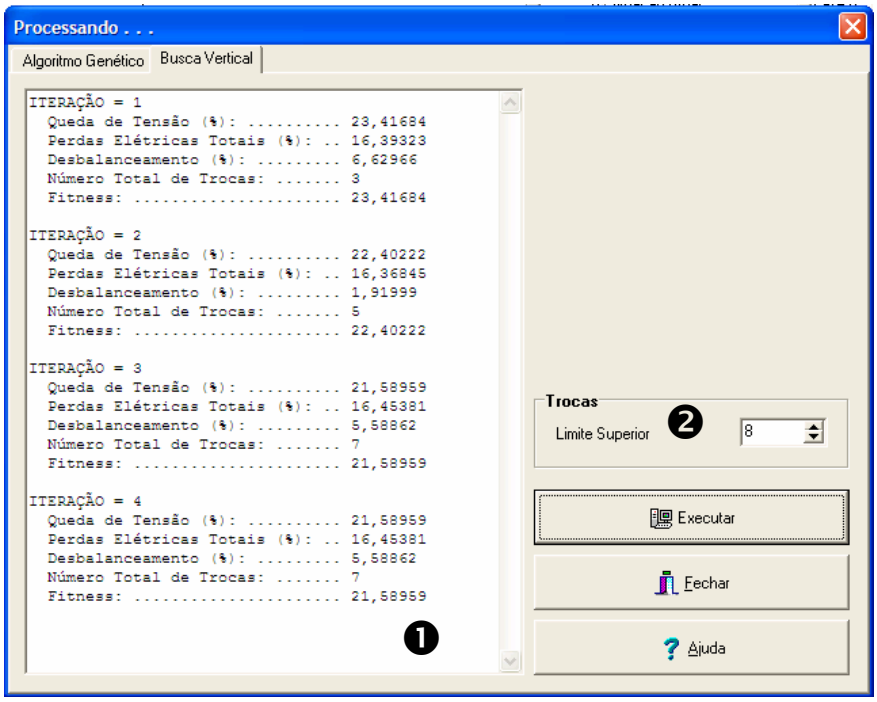


Figura 49: Janela do processo de Busca Vertical para o estudo de caso.

A Figura 50 (área ❶) apresenta os valores de cada critério de avaliação, para a rede após seu balanceamento, utilizando a metodologia baseada na matriz de sensibilidade.

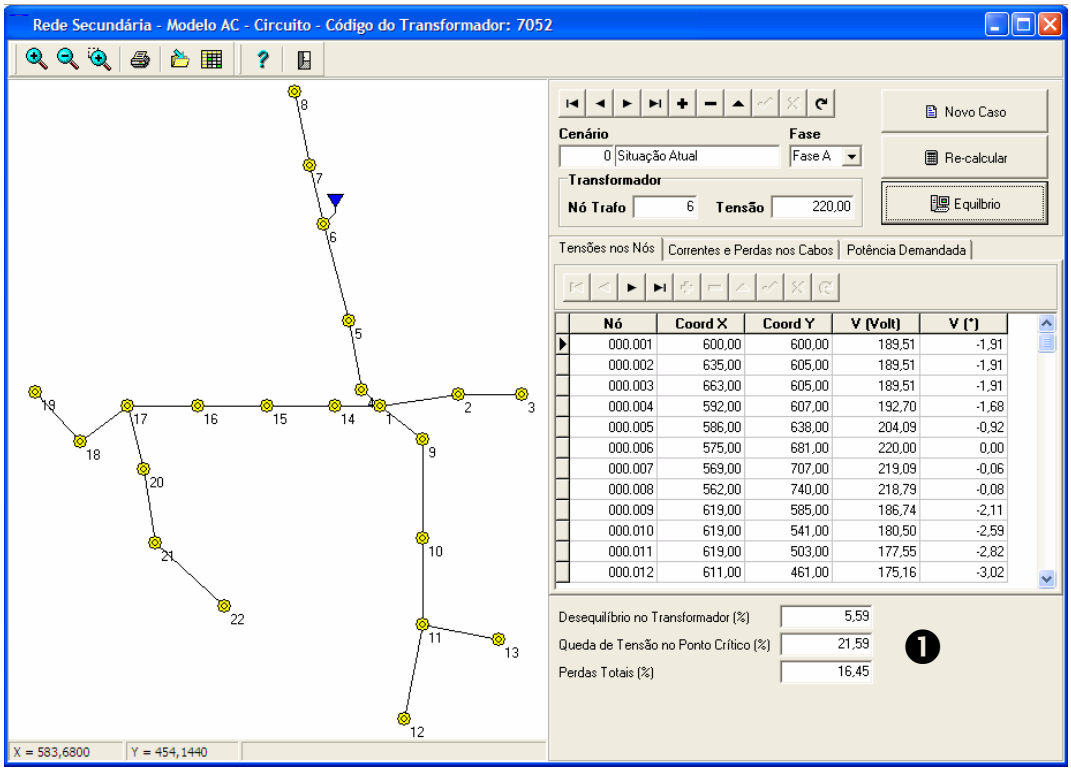


Figura 50: Estudo de caso: rede secundária após o balanceamento utilizando matriz de sensibilidade.

As tensões no ponto crítico de cada fase da rede, assim como o desequilíbrio no transformador, a maior queda de tensão e as perdas elétricas totais no sistema são apresentadas na Tabela 10, para a situação antes do balanceamento (Figura 46) e após o balanceamento (Figura 50).

Tabela 10: Desequilíbrio no transformador, queda de tensão e perdas elétricas: antes e após o balanceamento.

Antes do Balanceamento			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	162,56	177,49	180,23
Desequilíbrio no transformador	15,14%		
Queda de tensão no ponto crítico	26,11%		
Perdas elétricas totais	16,77%		
Após o Balanceamento			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	175,16	173,52	172,50
Desequilíbrio no transformador	5,59%		
Queda de tensão no ponto crítico	21,59%		
Perdas elétricas totais	16,45%		

É possível observar o equilíbrio de tensão entre as fases do sistema após o balanceamento, assim como uma significativa melhora no desequilíbrio do transformador e uma diminuição nas perdas

elétricas do sistema (diminuição de 0,32%). Em relação à queda de tensão no ponto crítico das fases, observa-se uma melhora de aproximadamente 9,9V. Também é importante observar, que a fase com a menor tensão foi alterada, o que se deve devido à redistribuição de carga, a qual carregou mais a fase C após o balanceamento, sendo que antes do balanceamento a fase do sistema mais carregada era a fase A, onde também ocorria a maior queda de tensão.

6.3.3 Comparação entre as Metodologias

Para a rede secundária de distribuição em estudo, alguns dos critérios de avaliação da rede para a situação após o balanceamento, obtidos utilizando a metodologia baseada em Múltiplos Critérios e a metodologia baseada na aplicação da Matriz de Sensibilidade, estão apresentados na Tabela 11.

Tabela 11: Critérios de avaliação da rede após o balanceamento.

Após o Balanceamento – Múltiplos Critérios			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	174,38	170,07	176,67
Desequilíbrio no transformador	0,35%		
Queda de tensão no ponto crítico	22,70% ou 49,93V		
Após o Balanceamento – Matriz de Sensibilidade			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	175,16	173,52	172,50
Desequilíbrio no transformador	5,59%		
Queda de tensão no ponto crítico	21,59% ou 47,50V		

A partir de uma análise detalhada da Tabela 11, permite observar que para o balanceamento com base na aplicação da Matriz de Sensibilidade, onde além do número máximo de trocas entre as fases o único critério considerado na busca pela melhor solução é a queda relativa de tensão, a tensão mínima no sistema é mais elevada que a obtida para o balanceamento considerando múltiplos critérios. Outras simulações não apresentadas neste trabalho, também apresentaram soluções próximas entre as duas metodologias.

Como a metodologia baseada nos múltiplos critérios permite que apenas o critério da queda de tensão e o número máximo de trocas de carga permitidas sejam considerados, atribuindo-se peso zero aos demais critérios (Figura 51), este resultado será comparado ao resultado obtido para a metodologia baseada na matriz de sensibilidade, ambos obtidos com limite máximo de 8 trocas.

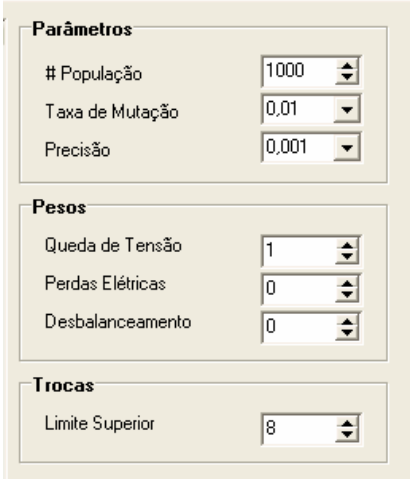


Figura 51: Busca genética considerando somente o critério queda de tensão.

Assim, na Tabela 12 estarão sendo comparados resultados cuja busca tem enfoque mono-objetivo, considerando que o número máximo de trocas deve ser sempre considerado por ser fator limitante na busca em ambas as metodologias.

Tabela 12: Critérios de avaliação da rede após o balanceamento com enfoque mono-objetivo.

Após o Balanceamento – Mono Critérios			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	173,03	172,16	176,07
Desequilíbrio no transformador	3,91%		
Queda de tensão no ponto crítico	21,74% ou 47,84V		
Após o Balanceamento – Matriz de Sensibilidade			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	175,16	173,52	172,50
Desequilíbrio no transformador	5,59%		
Queda de tensão no ponto crítico	21,59% ou 47,50V		

Pode ser observado que ao simular uma aplicação mono-objetivo para a metodologia dos múltiplos critérios (considerando somente a queda de tensão na busca pela melhor solução, como ocorre na metodologia da matriz de sensibilidade), os resultados obtidos para os critérios de avaliação da rede foram praticamente iguais. Contudo, houve divergência para a fase mais carregada, tendo em vista que cada metodologia busca a sua melhor configuração de trocas. Esta avaliação comprova a eficácia da metodologia baseada na Matriz de Sensibilidade para a realização de equilíbrio da rede, quando aplicada em conjunto com a Busca Vertical.

Porém, mesmo após o balanceamento é possível verificar que as tensões no ponto crítico de cada fase estão ainda abaixo do limite mínimo legal brasileiro (200,2V). Assim, como uma das medidas

na tentativa de garantir a tensão dentro dos limites legais, respeitando os limites inferiores e superiores de tensão, foi realizado um novo estudo de caso, permitido pelo *Equilibra*, alterando o tap do transformador para 1,05pu, conforme pode ser verificado na Figura 52.

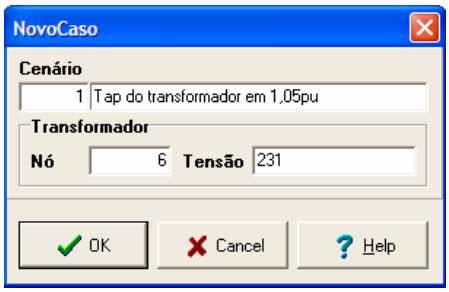


Figura 52: Janela para seleção de novo estudo de caso com tap de 1,05pu.

Os novos valores para avaliação da rede antes do balanceamento, estão apresentados na Tabela 13:

Tabela 13: Critérios de avaliação da rede antes do balanceamento para tap do transformador em 1,05pu.

Antes do Balanceamento			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	178,36	191,50	193,97
Desequilíbrio no transformador	14,21%		
Queda de tensão no ponto crítico	22,79%		
Perdas elétricas totais	14,72%		

Realizando o balanceamento para o novo caso (situação) da rede, usando a metodologia dos múltiplos critérios (considerando todos os critérios)e a metodologia da matriz de sensibilidade, foram obtidos os valores para os critérios de avaliação da rede para a situação após o balanceamento, conforme apresentados na Tabela 14.

Tabela 14: Critérios de avaliação da rede após o balanceamento para tap do transformador em 1,05pu.

Após o Balanceamento – Múltiplos Critérios			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	188,77	185,52	190,21
Desequilíbrio no transformador	0,58%		
Queda de tensão no ponto crítico	19,69% ou 45,48		
Após o Balanceamento – Matriz de Sensibilidade			
Tensão no ponto crítico	**V_A (V)**	**V_B (V)**	**V_C (V)**
	187,81	189,63	187,01
Desequilíbrio no transformador	3,45%		
Queda de tensão no ponto crítico	19,04% ou 43,98		

Observa-se que a pior tensão no ponto crítico de cada fase ainda está abaixo do limite mínimo legal brasileiro. Assim, esta medida corretiva para melhoria do perfil de tensão da rede não foi suficiente, devendo outras medidas corretivas serem adotadas, como por exemplo, corte de carga. Esta medida corretiva pode ser adotada com base na aplicação da matriz de sensibilidade, conforme procedimento apresentado no Capítulo 5.

6.4 CONCLUSÃO

Para o novo modelo de representação probabilística da variação da carga, importantes resultados foram obtidos com a representação da correlação entre barras, que em sistemas radiais apresentam dependência linear entre si, por estarem em série (correlação radial). A representação da correlação entre as barras de carga não influenciou no valor médio da carga e no valor médio da tensão, mas introduz uma variação no possível valor médio, representado através de seu desvio padrão.

A comparação dos valores de incerteza das tensões em cada barra (desvio padrão σ) obtidos pelo método proposto (Método das Derivadas Parciais) e aqueles obtidos através de Simulação Monte Carlo mostrou a precisão da Matriz de Sensibilidade, já que os valores obtidos foram praticamente iguais. O desvio padrão também permite comprovar que os pontos mais afastados da subestação apresentam maior queda de tensão e as maiores incertezas (são cumulativas em sistemas radiais). Por outro lado, estudos de balanceamento das fases de redes de distribuição podem auxiliar na diminuição desta queda de tensão ao longo dos alimentadores, como esperado.

Para a análise do balanceamento aplicando o sistema de apoio à decisão (*Equilibra*) desenvolvido para a busca da solução, foi utilizada uma rede de distribuição real. Resultados foram obtidos para as duas rotinas de busca desenvolvidas, e os critérios de avaliação: desequilíbrio no transformador, queda de tensão no ponto (nó) mais crítico da rede e perdas elétricas totais do sistema, para a situação da rede antes e após o equilíbrio (balanceamento), foram comparados em termos de grandeza para a comprovação da eficiência destas rotinas de busca.

A análise das soluções obtidas para o balanceamento da rede permitiu observar um significativo equilíbrio de tensão entre as fases do sistema, assim como uma sensível melhora no desequilíbrio do transformador e uma melhoria na diminuição nas perdas elétricas. Em relação à queda de tensão no ponto crítico das fases, também é observada uma melhoria.

Portanto, os resultados denotam a eficiência do modelo de balanceamento proposto para a rotina baseada na utilização de Múltiplos Critérios e Algoritmo Genético, assim como para a rotina baseada na utilização da Matriz de Sensibilidade com a Busca Vertical. Em especial, a solução via Múltiplos Critérios e via Matriz de Sensibilidade apresentam tendência de similaridade quando a solução multicritério se reduz a mono-critério, conforme resultados obtidos para a rotina de Múltiplos Critérios utilizando somente o critério queda de tensão, tendo em vista que é o critério adotado pela rotina da Matriz de Sensibilidade.

Capítulo 7 CONCLUSÕES

7.1 INTRODUÇÃO

A qualidade do serviço no atendimento ao consumidor regula o desempenho da concessionária no fornecimento da energia elétrica. O desequilíbrio da carga entre as fases de um sistema elétrico pode comprometer a qualidade do serviço, em função do aparecimento de tensões desequilibradas.

O problema do desequilíbrio em estudos visando o balanceamento de redes secundárias de distribuição começou a ser abordado pela autora em seu trabalho mestrado, onde o procedimento de balanceamento de cargas adotado estava baseado numa metodologia heurística, que conta com a experiência do operador da rede para efetuar as trocas de carga entre as fases dos alimentadores. A busca da solução considerava como critério de otimização, a minimização no desbalanceamento do transformador, com um mínimo de atuações na rede elétrica.

O balanceamento das cargas é uma ferramenta que permite estudos para a melhoria da tensão em redes primárias e secundárias de distribuição, pois efetivamente diminui a queda de tensão das fases ao longo dos alimentadores através do equilíbrio nos respectivos carregamentos. Como resultado, influencia na localização de reguladores de tensão nos alimentadores primários e no corte de carga das redes primárias e secundárias de distribuição.

Dessa forma, este trabalho de doutorado foi direcionado para o desenvolvimento de um sistema de apoio à decisão para o melhor aproveitamento dos recursos existentes nas redes secundárias de distribuição, através da redistribuição dos consumidores nas fases do sistema, ou seja, através do equilíbrio de carga nas redes. A avaliação da rede deixou de lado a abordagem mono-objetiva, mesmo que em determinado momento se fez necessária, e passou a ser realizada considerando Múltiplos Critérios.

Os múltiplos critérios que compõem a função objetivo do problema são a queda relativa de tensão, o desequilíbrio no transformador, o carregamento no transformador e perdas elétricas relativas, e o número máximo de trocas de fases permitidas, podem ser adaptados ao perfil do projetista ou aos critérios definidos por cada concessionária de forma a serem satisfeitos todos simultaneamente.

Assim, a busca pela melhor solução consiste em utilizar técnicas de algoritmos genéticos para determinar a alternativa de máximo grau de adequação dos critérios.

Por sua vez, a técnica dos Algoritmos Genéticos envolve simplicidade de operação, facilidade de implementação, eficácia na busca da solução, aplicação em situações onde não se conhece claramente o modelo matemático e também em funções lineares e não-lineares.

Considerando que alguns destes critérios podem ser mal definidos ou conflitantes entre si, a solução final deve adequar, tanto quanto possível, os critérios considerados, que podem ser representados por funções de pertinência. Para tanto conceitos da lógica difusa são utilizados, ou podem ser valorados em termos de prioridade, através da atribuição de pesos para cada um dos critérios. A escolha para a presente implementação computacional foi pela metodologia de valoração dos critérios.

Assim, o sistema de apoio à decisão multicritério para balanceamento de carga em redes secundárias de distribuição foi desenvolvido de forma a ser composto por interfaces gráficas do tipo Windows, que permitem cadastrar, editar, visualizar dados e croqui, gerar relatórios e realizar a execução do programa. Em cada processamento de busca do equilíbrio é executado um fluxo de carga para determinar o perfil de tensão da rede, calculando a queda de tensão, as perdas elétricas e o desequilíbrio nas fases. Uma das interfaces gráficas possibilita que os parâmetros da busca genética sejam arbitrados pelo usuário do programa para cada execução do equilíbrio, assim como os pesos dos critérios também podem ser arbitrados para cada estudo. Então foi desenvolvida a ferramenta computacional denominada ***Equilibra***.

Contudo, esta metodologia desenvolvida não leva em consideração as incertezas nos valores de demanda da carga. Quando se modelam as incertezas estatísticas, o problema da estimação das variáveis de entrada pode ser superado usando, por exemplo, métodos da teoria probabilística, o que minimiza a imprecisão na solução. As teorias probabilísticas foram aplicadas em análise de fluxo de carga para avaliar os efeitos das incertezas de entrada na solução. Assim, a técnica do fluxo de carga probabilístico reconhece a natureza probabilística dos parâmetros de entrada, dentro de cada solução.

Com base nas conclusões expostas, o trabalho foi direcionado para o desenvolvimento de uma modelagem para representar analiticamente a sensibilidade das tensões nodais de sistemas de

distribuição em relação à variação de demanda. Como em sistemas radiais as barras sempre apresentam dependência linear entre si por estarem em série, esta correlação deve ser conhecida para a correta representação das variações da carga (demanda).

Como estas expressões descrevem probabilisticamente os dados de demanda em cada barra, permitem determinar a sensibilidade da variação das tensões em cada barra de sistemas de distribuição, com ou sem ramais laterais, quando ocorre uma variação na sua demanda, sem executar novo fluxo de carga. Dessa forma, esta modelagem pode auxiliar a identificação dos nós do sistema de distribuição mais sensíveis à variação da tensão.

Assim, analisando esta possibilidade de identificação dos nós mais sensíveis à variação da tensão, foi acrescentado ao trabalho o objetivo de adaptar esta modelagem ao estudo do balanceamento das redes secundárias. Para tanto foram desenvolvidas as matrizes de sensibilidade, geradas pelas equações de sensibilidade que representam as derivadas da tensão em relação às potências ativa e reativa acumuladas de cada barra.

As matrizes de sensibilidade foram utilizadas no desenvolvimento da rotina de busca para a solução do balanceamento de redes secundárias de distribuição, baseado na modelagem da sensibilidade das tensões nodais de sistemas radiais de distribuição. Esta metodologia desenvolvida consiste em gerar matrizes de sensibilidade, as quais identificam os nós mais sensíveis à variação da demanda para cada uma das configurações da rede, a partir da configuração inicial e utiliza a técnica da Busca Vertical para seleção das possibilidades de troca para cada uma das configurações. A queda de tensão e o número máximo de trocas para cada rede são os critérios aplicados para a otimização da solução, os quais também constituem os critérios de parada para limitar a profundidade da busca.

A Busca Vertical não garante que a solução encontrada seja a solução ótima do problema, mas todas as soluções geradas são viáveis. Esta rotina foi acoplada ao modelo computacional *Equilibra* e pode ser ativada para a solução do problema por evento encontrado na mesma janela onde se encontra o evento para acesso à rotina de busca por Algoritmos Genéticos. Assim, o sistema de apoio ao balanceamento de redes secundárias desenvolvido conta com duas rotinas para a busca da melhor solução para o problema, um com enfoque multiobjetivo e outra com enfoque mono-objetivo, respectivamente.

Resultados obtidos com a aplicação destas duas rotinas de busca em um sistema de distribuição real, do sul do estado de Santa Catarina, foram comparados em termos de grandeza. Os resultados denotam a eficiência do modelo de balanceamento proposto para a rotina baseada na utilização de Múltiplos Critérios e algoritmo genético, assim como para a rotina baseada na utilização da Matriz de Sensibilidade com a busca vertical.

Em especial, quando na rotina de Múltiplos Critérios é considerado somente o critério queda de tensão, tendo em vista que é o critério adotado pela rotina da Matriz de Sensibilidade, os valores dos critérios de avaliação para a situação após o balanceamento foram praticamente iguais. Esta observação reverte na análise de que ambas as metodologias desenvolvidas para a busca do balanceamento garantem a mesma melhoria do perfil de tensão para o sistema, contudo não sendo as trocas efetuadas necessariamente nos mesmos pontos já que as rotinas de busca são diferentes.

Também foram realizadas, com sucesso, inúmeras simulações aplicando a modelagem probabilística do fluxo de carga. Os resultados comprovam a eficácia do método analítico desenvolvido através da comparação entre os resultados obtidos para a sensibilidade da tensão nas barras de uma rede de distribuição, via Método das Derivadas Parciais (método analítico do qual foi derivada a Matriz de Sensibilidade) e via Simulação Monte Carlo.

Adicionalmente foi apresentado um equacionamento sumário de como aplicar as matrizes de sensibilidade para alocação capacitiva otimizada e minimização do corte de carga em redes secundárias de distribuição.

7.2 LINHAS FUTURAS DE PESQUISA

O trabalho desenvolvido atua eficientemente no balanceamento de cargas em sistemas secundários de distribuição, independente de sua topologia. Também pode ser considerado um passo inicial nas pesquisas relacionadas com aspectos probabilísticos aplicados à corte de carga e alocação de reativos. Contudo, alguns dos assuntos abordados na tese devem continuar a ser pesquisados, de forma a se obter um maior detalhamento com relação ao processo de corte de carga e alocação de reativos e um maior detalhamento dos aspectos que tratam da rede elétrica.

Dessa forma, entre os possíveis trabalhos futuros que podem ser desenvolvidos, destacam-se:

1. Uma nova abordagem para o balanceamento, considerando as várias possibilidades de troca de carga entre consumidores trifásicos, bifásicos e monofásicos em nós distantes entre si, tendo em vista que as possibilidades de troca apresentadas estão limitadas em troca de carga entre as fases do mesmo ramal de distribuição, mas não entre ramais distintos;
2. Extensão do modelo de balanceamento para ser aplicado na alta tensão dos sistemas de distribuição, com uma representação mais detalhada da rede elétrica, englobando aspectos de confiabilidade da rede e balanceamento de alimentadores em conjunto com o balanceamento dos transformadores e da ação das chaves seccionadoras;
3. Utilização das equações de sensibilidade para implementação de um modelo para corte de carga emergencial, utilizando os múltiplos critérios envolvidos no processo;
4. Utilização das equações de sensibilidade para implementação de um modelo para compensação reativa em sistemas de distribuição, para alta e baixa tensão;
5. Aplicação da matriz de sensibilidade em estudos de tempo real para melhoria do perfil de tensão de redes de distribuição, permitindo análises de casos que envolvam aspectos de confiabilidade e análise de contingências.

Apêndice A REVISÃO DE CONJUNTOS DIFUSOS

A.1 INTRODUÇÃO

Os Conjuntos Difusos foram introduzidos pela primeira vez em 1965 (L.A. Zadeh, 1965). Em certo nível, a Lógica Difusa – LD (ou lógica *fuzzy*) pode ser vista como uma linguagem que permite transladar sentenças sofisticadas de uma linguagem natural a uma linguagem matemática formal. Enquanto a motivação original foi ajudar a manejar aspectos imprecisos do mundo real, a prática recente da lógica difusa permitiu o desenvolvimento de inúmeras publicações, que surgiram apresentando os fundamentos básicos com aplicações potenciais: S.F. Mayerle e R.M. Barcia, 1988; J.J. Buckley e Y. Hayashi, 1994; V. Miranda, 1994; B.N. Raj e K.S.P. Rao, 1995; A.C.B. Delbem et al., 1998; M.M.A. Salama et al, 2000; A.B. Knolseisen et al, 2003a; A.B. Knolseisen e J. Coelho, 2004a.

Esta fase marcou uma forte necessidade de distinguir a lógica difusa da teoria de probabilidade. Tal como a entendemos agora, a teoria de conjuntos difusos e a teoria de probabilidade apresentam diferentes tipos de incertezas. Embora em 1994, a teoria da lógica tenha encontrado seu auge, a idéia não é nova, e vem sendo estudada há mais de 25 anos (J.J. Buckley e Y. Hayashi, 1994). Porém, sua origem remonta 2.500 anos. Aristóteles considerava que existiam certos graus de veracidade e falsidade. Platão já havia considerado graus de pertinência.

No século XVIII, o filósofo George Berkeley e o bispo anglicano irlandês David Hume descreveram que o núcleo de um conceito atrai conceitos similares. Hume, em particular, acreditava na lógica do sentido comum, no raciocínio baseado no conhecimento que as pessoas adquirem de forma ordinária mediante vivências no mundo (L.A. Zadeh, 1965 e 1987).

Na Alemanha, Immanuel Kant considerava que somente os matemáticos podiam prover definições claras, e muitos princípios contraditórios não tinham solução. Por exemplo, a matéria podia ser dividida infinitamente e ao mesmo tempo não podia ser dividida infinitamente. Particularmente a escola americana da filosofia chamada *pragmatismo* fundada no início do século XX por Charles Sanders Peirce, cujas idéias se fundamentaram nestes conceitos, foi o primeiro a considerar *vagueza*, mais que falso ou verdadeiro, como uma forma de abordar o mundo e a forma em que as pessoas pensam.

A idéia de que a lógica produz contradições foi popularizada por Bertrand Russell, filósofo e matemático britânico, nos principio do século XX. Russell estudou as vaguezas da linguagem, concluindo com precisão que a vagueza é um grau. O filósofo austríaco Ludwing Wittgenstein estudou as formas que uma palavra pode ser empregada para muitas coisas que tem algo em comum. A primeira lógica de vagueza foi desenvolvida em 1920 pelo filósofo Jan Lukasiewicz, que associou aos conjuntos com um grau de pertinência com valores 0 e 1, estendido, depois a um número infinito de valores entre 0 e 1. Nos anos sessenta, L.A. Zadeh (1965) inventou a *Lógica Fuzzy*, que combina os conceitos da lógica e dos conjuntos de Lukasiewicz mediante a definição de graus de pertinência.

A.2 DEFINIÇÕES BÁSICAS DA TEORIA DOS CONJUNTOS DIFUSOS

Os conjuntos clássicos se definem mediante um predicado que dá lugar a uma clara divisão do universo de discurso X nos valores *Verdadeiro* e *Falso*. Contudo, o raciocínio humano utiliza freqüentemente predicados que não se pode reduzir a este tipo de divisão: são os denominados predicados vagos (L.A. Zadeh, 1987).

Por exemplo, tomando o universo de discurso formado por todas as possíveis temperaturas ambientais de uma dada região, se pode definir neste universo o conjunto A como aquele formado pelas temperaturas "frias". Supostamente, é impossível dar a A uma definição clássica, já que seu correspondente predicado não divide o universo X em duas partes claramente diferenciadas. Não podemos afirmar com se uma temperatura é "fria" ou não. O problema poderia resolver-se em parte considerando que uma temperatura é "fria" quando seu valor supera certo limiar fixado de antemão. Diz-se que o problema somente se resolve em parte, e de maneira não muito convincente, por dois motivos:

a) De uma parte o limiar mencionado se estabelece de uma maneira arbitrária;
b) E, por outro lado, poderia dar-se o caso de que duas temperaturas com valores muito diferentes fossem, ambas, consideradas como "frias".

Evidentemente, o conceito "calor" assim definido nos daria uma informação muito pobre sobre a temperatura ambiental.

O modo mais apropriado de resolver este problema é considerar que a pertinência ou não pertinência de um elemento x ao conjunto A não é absoluta, senão gradual. Assim, definiremos A

como um conjunto difuso. Sua função de pertinência já não adotará valores no conjunto discreto $\{0,1\}$ (Lógica Booleana), senão no intervalo fechado $[0,1]$.

A Teoria dos Conjuntos Difusos fundamenta-se em algumas definições básicas apresentadas a seguir (L.A. Zadeh, 1965 e 1987):

A.2.1 Definição 1

Seja X um conjunto clássico de objetos, chamado de universo, cujos elementos genéricos são denotados por x. A função de pertinência de um elemento em um subconjunto clássico $A \subseteq X$ é uma função característica $\mu_A(x) : x \rightarrow \{0,1\}$, tal que:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{sse } x \notin A \\ 1 & \text{sse } x \in A \end{cases} \qquad \text{(a.1)}$$

onde, $\{0,1\}$ é chamado de conjunto de avaliação. Se o conjunto de avaliação for o intervalo real $[0,1]$, então A é um conjunto difuso.

Na lógica booleana tradicional, os conjuntos são considerados como sistemas bivalentes com seus estados alternando entre inclusão e exclusão, e a característica da função discriminante reflete este espaço bivalorado, ou seja, $\mu_A(x) : x \rightarrow \{0,1\}$. Na lógica difusa, por outro lado, tem-se que $\mu_A(x) : x \rightarrow [0,1]$. Enquanto se pode interpretar $\mu_A(x)$ como o grau de verdade da expressão "x pertence à A", é mais natural considerar simplesmente como um grau de pertinência. Nesta definição é importante ressaltar que:

a) Quanto mais próximo de 1 for o valor de $\mu_A(x)$, maior é a pertinência de x em relação ao conjunto difuso A;
b) um conjunto no sentido usual também é difuso, pois sua função característica μ também é uma função definida em $[0,1]$; ou seja que os conjuntos difusos são uma generalização dos conjuntos clássicos;
c) O conjunto universo X nunca é difuso.

Para caracterizar o conjunto difuso, poderá ser utilizada a seguinte notação:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \qquad \text{(a.2)}$$

L.A. Zadeh (1965) propôs uma notação alternativa para a representação de conjuntos difusos. Quando X é um conjunto discreto $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$, o conjunto difuso $A \subseteq X$ poderá ser expresso:

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + ... + \mu_A(x_n)/x_n = \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)/x_i \qquad \text{(a.3)}$$

onde, os elementos com grau de pertinência nulo podem ser omitidos.

Quando X é um conjunto contínuo, esta expressão é a seguinte:

$$A = \int_X \mu_A(x)/x \qquad \text{(a.4)}$$

Exemplificando, seja $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Então os conjuntos definidos a seguir são difusos:

a) $POUCOS = (0{,}4/1 + 0{,}8/2 + 1{,}0/3 + 0{,}4/4)$;

b) $VÁRIOS = (0{,}5/3 + 0{,}8/4 + 1{,}0/5 + 0{,}8/6 + 0{,}5/7)$;

c) $MUITOS = (0{,}4/6 + 0{,}6/7 + 0{,}8/8 + 1{,}0/9)$.

Note que o elemento 4 pertence com grau 0,4 ao conjunto $POUCOS$, em grau 0,8 ao conjunto $VÁRIOS$ e em grau 0,0 ao conjunto $MUITOS$. Isto indica que a função de pertinência para o conjunto A é 0 se x não é um elemento de A e a função de pertinência é 1 se x é certamente um elemento de A.

A.2.2 Definição 2

Nos termos da definição 1, tem-se que:

a) O suporte de A é um subconjunto ordinário de X caracterizado por:

$$\text{supp } A = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\} \qquad \text{(a.5)}$$

b) O conjunto A é dito normalizado se, e somente se, $\exists\, x \in X$ tal que $\mu_A(x) = 1$, e para $\forall x \in X$ tem-se $0 \le \mu_A(x) \le 1$;

c) $\varnothing$ é o conjunto vazio, definido como tendo $\mu_\varnothing(x) = 0$ para $\forall x \in X$;

d) Dois conjuntos difusos A e B são iguais, e denota-se por $A = B$, se e somente se $\mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in X$;

e) A altura de um conjunto difuso A é definida por:

$$hgt(A) = \sup_{x \in X} \mu_A(x) \tag{a.6}$$

ou seja, é o limite superior de $\mu_A(x)$.

Os conjuntos difusos podem ser operados entre si do mesmo modo que os conjuntos clássicos. Posto que os primeiros sejam uma generalização dos segundos, é possível definir as operações de intersecção, união e complemento fazendo uso das mesmas funções de pertinência.

A.2.3 Definição 3

Sejam A e B conjuntos difusos definidos em um universo X. Então:

a) O conjunto união, denotado por $A \cup B$ é definido pela seguinte função de pertinência:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\left(\mu_A(x), \mu_B(x)\right), \quad \forall x \in X \tag{a.7}$$

b) O conjunto interseção, denotado por $A \cap B$, tem a seguinte função de pertinência:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\left(\mu_A(x), \mu_B(x)\right), \quad \forall x \in X \tag{a.8}$$

c) O complemento $\overline{A}$ de um conjunto difuso é definido pela função de pertinência:

$$\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad \forall x \in X \tag{a.9}$$

Na realidade, estas expressões são bastante arbitrárias e poderiam ser definidas de muitas outras maneiras. Isto obriga a considerar outras definições mais gerais para as operações entre os conjuntos difusos. Na atualidade se considera correto definir o operador intersecção mediante qualquer aplicação *t-norma* e o operador união mediante qualquer aplicação *s-norma*.

Para os operadores acima, seguem-se algumas das propriedades válidas:

a) Comutatividade: $A \cup B = B \cup A$;
$A \cap B = B \cap A$;

b) Associatividade: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$;
$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$;

c) Idem potência: $A \cup A = A$;
$A \cap A = A$;

d) Distributividade: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

$A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cup (A \cap C)$;

e) Identidade: $A \cup \varnothing = A$;

$A \cap X = A$;

f) Absorção: $A \cup (A \cap B) = A$;

$A \cap (A \cup B) = A$;

g) Involução: $\overline{\overline{A}} = A$;

h) $A \cup X = X$;

i) $A \cap \varnothing = X$;

Estes operadores não satisfazem, entretanto, a seguinte lei, válida somente para os conjuntos ordinários:

a) $A \cap \overline{A} = \varnothing$;

b) $A \cup \overline{A} = X$.

A.2.4 Definição 4

Seja A um conjunto difuso definido sobre o universo de discurso X, e seja $\alpha \in (0,1]$. O conjunto ordinário A_α é denominado de conjunto de nível α, e definido por:

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_A(x) \geq \alpha\} \tag{a.10}$$

A.2.5 Definição 5

Um conjunto difuso A é convexo se, e somente se, seus conjuntos de nível α são todos convexos, ou:

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)), \text{ para } \forall x_1, x_2 \in X \text{ e } \forall \lambda \in [0,1] \tag{a.11}$$

Esta definição de conjunto difuso convexo não implica no fato de que μ_A seja uma função convexa de x. Note-se, ainda, que se A e B forem conjuntos convexos, então $A \cap B$ também será um conjunto difuso convexo.

A.2.6 Definição 6

Um número difuso é um conjunto difuso convexo normalizado A, definido sobre o conjunto de números reais R, que satisfaz as seguintes condições:

a) $\exists! x_0 \in R$, chamado de valor mais provável, tal que $\mu_A(x_0) = 1$;

b) μ_A é contínua por partes.

A.2.7 Definição 7

Sejam n universos, denotados por $X_1, X_2, ..., X_n$. Uma relação difusa R de ordem n em $X_1 \times X_2 \times ... \times X_n$ é um conjunto difuso em $X_1 \times X_2 \times ... \times X_n$.

A.3 PRINCÍPIO DA EXTENSÃO

Seja X o produto cartesiano de universos, $X = X_1 \times X_2 \times ... \times X_r$, e seja $A_1, A_2, ..., A_r$, r conjuntos difusos em $X_1, X_2, ..., X_r$, respectivamente. O produto cartesiano $A_1 \times A_2 \times ... \times A_r$ é definido como:

$$A_1 \times \ldots \times A_r = \int_{X_1 \times \ldots \times X_r} \min\left(\mu_{A_1}(x_1), \ldots, \mu_{A_r}(x_r)\right) / (x_1, \ldots, x_r) \tag{a.12}$$

Seja um mapeamento de $X_1 \times X_2 \times ... \times X_r$ para o universo Y, tal que $y = f(x_1, \ldots, x_r)$. Então os r conjuntos difusos, denotados por A_i, induzem um conjunto difuso B em Y, através do mapeamento f, tal que:

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup\limits_{\substack{x_1,\ldots,x_r \\ y = f(x_1,\ldots,x_r)}} \min\left(\mu_{A_1}(x_1), \ldots, \mu_{A_r}(x_r)\right) \\ \\ 0 \quad \text{se } f^{-1}(y) = \varnothing \end{cases} \tag{a.13}$$

onde, $f^{-1}(y)$ é a imagem inversa de y, e $\mu_B(y)$ é o grau de pertinência do valor y no conjunto difuso B definido em Y.

A.4 ALGUMAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS DIFUSOS

A.4.1 Adição de Números Difusos

A adição é uma operação crescente, isto é, dados $x_1 > x_2$, e $y_1 > y_2$, então $x_1 + y_1 > x_2 + y_2$. Sua extensão difusa também é crescente, e é definida através do princípio da extensão como:

$$\mu_{A\oplus B}(z) = \sup_{\substack{z=x+y \\ x\in A \\ y\in B}} \min\left(\mu_A(x), \mu_B(y)\right) \tag{a.14}$$

onde, $A \oplus B$ é o número difuso resultante da soma dos números difusos A e B definido sobre os reais.

Esta operação, tal como foi definida, satisfaz as seguintes propriedades:

a) Comutatividade: $A \oplus B = B \oplus A$;

b) Associatividade: $A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$;

c) Identidade: $A \oplus 0 = A$ (zero não difuso);

d) Elemento Simétrico: $\mu_{-M}(x) = \mu_M(-x)$.

Ressalta-se, contudo, que $\oplus$ não tem elemento simétrico no sentido da estrutura de grupo. Em outras palavras, a propriedade $M \oplus (-M) = 0, \forall M$ não se verifica.

A.4.2 Máximos e Mínimos entre Números Difusos

Dados os números difusos $M_1, M_2, \ldots, M_n$, o operador máximo difuso é definido pelo princípio da extensão, como:

$$\mu_{\tilde{\max}(M_1,\ldots,M_n)}(z) = \sup_{\substack{z=\max(x_1,\ldots,x_n) \\ x_i\in M_i}} \min\left(\mu_{M_1}(x_1), \ldots, \mu_{M_n}(x_n)\right) \tag{a.15}$$

Para o operador mínimo, tem-se:

$$\mu_{\tilde{\min}(M_1,\ldots,M_n)}(z) = \sup_{\substack{z=\min(x_1,\ldots,x_n) \\ x_i\in M_i}} \min\left(\mu_{M_1}(x_1), \ldots, \mu_{M_n}(x_n)\right) \tag{a.16}$$

As seguintes propriedades são satisfeitas para estes operadores:

a) Comutatividade: $\widetilde{\max}(A, B) = \widetilde{\max}(B, A)$;

$\widetilde{\min}(A, B) = \widetilde{\min}(B, A)$;

b) Associatividade: $\widetilde{\max}\left(A, \widetilde{\max}(B, C)\right) = \widetilde{\max}\left(\widetilde{\max}(A, B), C\right)$;

$\widetilde{\min}\left(A, \widetilde{\min}(B, C)\right) = \widetilde{\min}\left(\widetilde{\min}(A, B), C\right)$;

c) Distributividade: $\widetilde{\min}\left(A, \widetilde{\max}(B, C)\right) = \widetilde{\max}\left(\widetilde{\min}(A, B), \widetilde{\min}(A, C)\right)$;

$\widetilde{\max}\left(A, \widetilde{\min}(B, C)\right) = \widetilde{\min}\left(\widetilde{\max}(A, B), \widetilde{\max}(A, C)\right)$;

$A \oplus \widetilde{\max}(B, C) = \widetilde{\max}(A \oplus B, A \oplus C)$;

$A \oplus \widetilde{\min}(B, C) = \widetilde{\min}(A \oplus B, A \oplus C)$;

d) Absorção: $\widetilde{\max}\left(A, \widetilde{\min}(A, B)\right) = A$;

$\widetilde{\min}\left(A, \widetilde{\max}(A, B)\right) = A$.

Ressalta-se que, enquanto a operação de máximo (ou mínimo) definida para os números ordinários determina o maior (ou menor) argumento da lista, o mesmo não acontece com estes operadores quando definidos para os números difusos.

A.4.3 Comparação de Números Difusos

Dados dois número difusos, M e N, a comparação entre eles consiste em determinar o grau de possibilidade de $M \geq N$, denotado por $\mu(M \geq N)$, e definido pelo princípio da extensão como:

$$\mu(M \geq N) = \sup_{\substack{x \geq y \\ x \in M \\ y \in N}} \min\left(\mu_M(x), \mu_N(y)\right) \tag{a.17}$$

Observa-se, entretanto, que o fato de $\mu(M \geq N) = 1$ não implica necessariamente que $\mu(M < N)$ seja nulo. De fato, $\mu(M < N)$ poderá ser diferente de zero, porém, quanto mais próximo de zero for, maiores serão as razões para se supor que M é maior que N.

A.5 CONJUNTOS DIFUSOS E VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS

A maioria dos fenômenos que encontramos são imprecisos, isto é, tem implícito certo grau de difusividade na descrição de sua natureza. Esta imprecisão pode estar associada com sua forma, posição, momento, cor, textura, ou inclusive na semântica que o descrevem (L.A. Zadeh, 1975).

Em muitos casos o mesmo conceito pode ter diferentes graus de imprecisão em diferentes contextos ou tempo. Um dia frio de inverno não é exatamente o mesmo que um dia frio na primavera. A definição exata de quando a temperatura passa de amena a quente é imprecisa. Este tipo de imprecisão ou difusividade associado continuamente aos fenômenos é comum em todos os campos de estudo: sociologia, física, biologia, finanças, engenharia, oceanografia, psicologia, etc.

Aceitamos a imprecisão como uma conseqüência natural da "forma das coisas no mundo". A dicotomia entre o rigor e a precisão dos modelos matemáticos em todos os campos e a intrínseca incerteza do "mundo real" não é geralmente aceita pelos cientistas, filósofos e analistas de negócios. Costumamos simplesmente aproximar estes eventos a funções numéricas e escolher um resultado, ao invés de fazer uma análise do conhecimento empírico. Contudo processamos e entendemos facilmente de maneira implícita a imprecisão da informação. Estamos capacitados para formular planos, tomar decisões e reconhecer conceitos compatíveis com altos níveis de vagueza e ambigüidade.

Considere as seguintes sentenças:

a) A temperatura está quente;
b) A inflação atual aumenta rapidamente;
c) Os grandes projetos geralmente tardam muito;
d) Nossos preços estão abaixo dos preços da concorrência;
e) A IBM é uma companhia grande e agressiva;
f) Alexandre é alto, porém Ana não é baixa;

Estas proposições formam o núcleo de nossas relações com "a forma das coisas no mundo". Contudo, são incompatíveis com a modelagem tradicional e o projeto de sistemas de informação. Se pudermos incorporar estes conceitos, obteremos sistemas mais potentes e que se aproximam mais à realidade.

Neste sentido, a teoria de conjuntos difusos pode ser utilizada para representar expressões lingüísticas utilizadas para descrever conjuntos ou algoritmos. Os conjuntos difusos são capazes de captar por si mesmos a vagueza lingüística de palavras e frases comumente aceitas, sendo a habilidade humana de se comunicar mediante definições vagas ou incertas um atributo importante da inteligência.

Uma Variável Lingüística (L.A. Zadeh, 1975) é aquela variável cujos valores são palavras ou sentenças de uma linguagem predeterminada. Para estas variáveis lingüísticas se utiliza um nome e um valor lingüístico sobre um universo de discurso. Além disto, poderão dar lugar a sentenças geradas por regras sintáticas, a quais se poderá dar um significado mediante distintas regras semânticas. Exemplificando, os conjuntos difusos podem ser utilizados para representar expressões tais como:

a) X é PEQUENO;
b) A velocidade é RÁPIDA.

As expressões anteriores podem dar lugar a expressões lingüísticas mais complexas como:

a) X não é PEQUENO;
b) A velocidade é RÁPIDA, porém não muito RÁPIDA.

Assim, se pode ir complicando as expressões. Por exemplo, a expressão "*X não é PEQUENO"* pode ser calculada a partir da original calculando o complemento da seguinte forma:

$$\mu_{\text{NÃO PEQUENO}}(x) = 1 - \mu_{\text{PEQUENO}}(x) \tag{a.18}$$

Tratando desta forma os distintos modificadores lingüísticos (muito, pouco, rápido, lento...) podem ser calculadas todas as expressões anteriores. Porém, a imprecisão é um conceito artificial utilizado para aumentar ou diminuir as propriedades dos fenômenos ou é uma parte intrínseca do fenômeno em si mesmo?

Esta é uma pergunta importante, já que é a parte fundamental das medidas da teoria difusa. Como se vê no Capítulo 3, a fuzificação é independente de qualquer capacidade para medir, já que um conjunto difuso é um conjunto que não tem limites bem definidos. Um conjunto difuso tem muitas propriedades intrínsecas que afetam a forma do conjunto, seu uso e como participa em um modelo.

Apêndice B EQUAÇÃO PARA CÁLCULO DA TENSÃO

B.1 DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO PARA CÁLCULO DA TENSÃO

Considerando um ramo equivalente monofásico do sistema de distribuição (F.H.P. Zamora, 1998) para obter as equações aplicadas ao Método Soma das Potências (MSP):

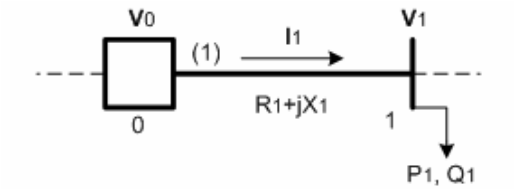


Figura B.1: Ramo equivalente monofásico de sistemas de distribuição.

A tensão de cada uma das barras é dada por:

$\boldsymbol{V}_0 = V_0 \angle \delta_0$

$\boldsymbol{V}_1 = V_1 \angle \delta_1$

onde,

$\boldsymbol{V}_0$: tensão complexa na barra 0 (subestação), em pu.

$\boldsymbol{V}_1$: tensão complexa na barra 1, em pu.

V_0 : módulo da tensão na barra 0 (subestação), em pu.

V_1 : módulo da tensão na barra 1, em pu.

δ_0 : ângulo da tensão complexa na barra 0 (subestação).

δ_1 : ângulo da tensão complexa na barra 1.

Aplicando a Lei das tensões de Kirchhoff para o ramo do sistema acima:

$\boldsymbol{V}_0 - \boldsymbol{V}_1 = (R_1 + jX_1) \cdot \boldsymbol{I}_1$

$\boldsymbol{V}_1 = \boldsymbol{V}_0 - (R_1 + jX_1) \cdot \boldsymbol{I}_1$

assim,

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{V_0 \angle \delta_0 - V_1 \angle \delta_1}{R_1 + jX_1} \qquad \text{(b.1)}$$

onde,

I_1 : módulo da corrente no ramo 1, em pu.

R_1 : resistência no ramo 1, em pu.

X_1 : reatância no ramo 1, em pu.

Considerando a equação para a potência aparente na barra 1:

$$S_1 = \boldsymbol{V}_1 \cdot \boldsymbol{I}_1^{\,*}$$

E, considerando que * corresponde ao conjugado de um número complexo, conforme apresentado no Apêndice A, pode-se obter a equação para a corrente no ramo:

$$\boldsymbol{I}_1^{\,*} = \frac{\boldsymbol{V}_1}{S_1}$$

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{S_1^{\,*}}{\boldsymbol{V}_1^{\,*}} = \frac{P_1 - jQ_1}{\boldsymbol{V}_1^{\,*}} \qquad \text{(b.2)}$$

Igualando (c.1) e (c.2):

$$\frac{V_0\angle\delta_0 - V_1\angle\delta_1}{R_1 + jX_1} = \frac{P_1 - jQ_1}{\boldsymbol{V}_1^{\,*}}$$
$$(V_0\angle\delta_0 - V_1\angle\delta_1)\cdot\boldsymbol{V}_1^{\,*} = (P_1 - jQ_1)\cdot(R_1 + jX_1)$$
$$(V_0\angle\delta_0 - V_1\angle\delta_1)\cdot(V_1\angle -\delta_1) = (P_1 - jQ_1)\cdot(R_1 + jX_1)$$

Aplicando a forma exponencial,

$$\left(V_0 e^{j\delta_0} - V_1 e^{j\delta_1}\right)\cdot V_1 e^{-j\delta_1} = P_1R_1 + jP_1X_1 - jQ_1R_1 + Q_1X_1$$

e as propriedades das operações,

$$V_0V_1 e^{j(\delta_0-\delta_1)} - V_1^2 e^{j[\delta_1-\delta_1]} = (P_1R_1 + Q_1X_1) + j(P_1X_1 - Q_1R_1)$$

obtém-se:

$$V_1^2 - V_0V_1 e^{j(\delta_0-\delta_1)} + [(P_1R_1 + Q_1X_1) + j(P_1X_1 - Q_1R_1)] = 0$$

Voltando à forma polar:

$$V_1^2 - V_0V_1\angle(\delta_0 - \delta_1) + [(P_1R_1 + Q_1X_1) + j(P_1X_1 - Q_1R_1)] = 0$$

Agora, dado que: $\boldsymbol{V} = V\angle\delta = Ve^{j\delta} = V\cos\delta + jV\,\mathrm{sen}\,\delta$,

$$V_1^2 - [V_0V_1\cos(\delta_0 - \delta_1) + jV_0V_1\,\mathrm{sen}(\delta_0 - \delta_1)] + (P_1R_1 + Q_1X_1) + j(P_1X_1 - Q_1R_1) = 0$$
$$V_0V_1\cos(\delta_0 - \delta_1) + jV_0V_1\,\mathrm{sen}(\delta_0 - \delta_1) = (P_1R_1 + Q_1X_1 + V_1^2) + j(P_1X_1 - Q_1R_1)$$

Separando a expressão:

$$\begin{cases} V_0 V_1 \cos(\delta_0 - \delta_1) = \left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 + V_1^2\right) \\ V_0 V_1 \operatorname{sen}(\delta_0 - \delta_1) = \left(P_1 X_1 - Q_1 R_1\right) \end{cases}$$

Levando em consideração que: $\cos^2 \delta + \operatorname{sen}^2 \delta = 1$,

$$\begin{cases} V_0^2 V_1^2 \cos^2(\delta_0 - \delta_1) = \left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 + V_1^2\right)^2 \\ V_0^2 V_1^2 \operatorname{sen}^2(\delta_0 - \delta_1) = \left(P_1 X_1 - Q_1 R_1\right)^2 \end{cases}$$

Somado os dois termos:

$$V_0^2 V_1^2 \left[\cos^2(\delta_0 - \delta_1) + \operatorname{sen}^2(\delta_0 - \delta_1)\right] = \left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 + V_1^2\right)^2 + \left(P_1 X_1 - Q_1 R_1\right)^2$$
$$V_0^2 V_1^2 = V_1^4 + 2P_1 R_1 V_1^2 + 2Q_1 X_1 V_1^2 + \left(P_1 R_1\right)^2 + \left(Q_1 X_1\right)^2 + \left(P_1 X 1\right)^2 + \left(Q_1 R_1\right)^2$$
$$V_1^4 + 2\left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right) V_1^2 + \left[\left(P_1^2 + Q_1^2\right) \cdot \left(R_1^2 + X_1^2\right)\right] = 0$$

Aplicando a substituição de variável para $A = V_1^2$,

$$A^2 + 2\left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right) A + \left[\left(P_1^2 + Q_1^2\right) \cdot \left(R_1^2 + X_1^2\right)\right] = 0$$

E utilizando a fórmula de Báskara para obter as raízes:

$$A + 2\left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right) A + \left[\left(P_1^2 + Q_1^2\right) \cdot \left(R_1^2 + X_1^2\right)\right] = 0$$

$$A = \frac{-2\left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right)}{2} \pm \frac{\sqrt{\left[2\left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right)\right]^2 - 4\left[\left(P_1^2 + Q_1^2\right) \cdot \left(R_1^2 + X_1^2\right)\right]}}{2}$$

$$A = -\left(P_1 R_1 + Q_2 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right) \pm \sqrt{\left[\left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right)\right]^2 - \left[\left(P_1^2 + Q_1^2\right) \cdot \left(R_1^2 + X_1^2\right)\right]}$$

Como se deseja somente as raízes positivas:

$$A = V_1^2$$
$$V_1 = \sqrt{A}$$
$$V_1 = \sqrt{\sqrt{\left[\left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right)\right]^2 - \left[\left(P_1^2 + Q_1^2\right) \cdot \left(R_1^2 + X_1^2\right)\right]} - \left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right)}$$

Reescrevendo:

$$V_1 = \sqrt{\sqrt{A_1^2 - B_1} - A_1} = \left[\left(A_1^2 - B_1\right)^{1/2} - A_1\right]^{1/2} \qquad \text{(b.3)}$$

onde,

$$A_1 = P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5V_0^2 \tag{b.4}$$

$$B_1 = \left(P_1^2 + Q_1^2\right) \cdot \left(R_1^2 + X_1^2\right) \tag{b.5}$$

E, de forma generalizada:

$$V_i = \sqrt{\sqrt{A_i^2 - B_i} - A_i} = \left[\left(A_i^2 - B_i\right)^{1/2} - A_i\right]^{1/2} \tag{b.6}$$

onde,

$$A_i = P_i R_i + Q_i X_i - 0{,}5V_{(i-1)}^2 \tag{b.7}$$

$$B_i = \left(P_i^2 + Q_i^2\right) \cdot \left(R_i^2 + X_i^2\right) \tag{b.8}$$

Apêndice C REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA PARA SISTEMAS RADIAIS

C.1 EQUIVALENTE ELÉTRICO

Seja o equivalente elétrico monofásico de uma rede de distribuição com apenas um alimentador e n barras apresentado na Figura C.1:

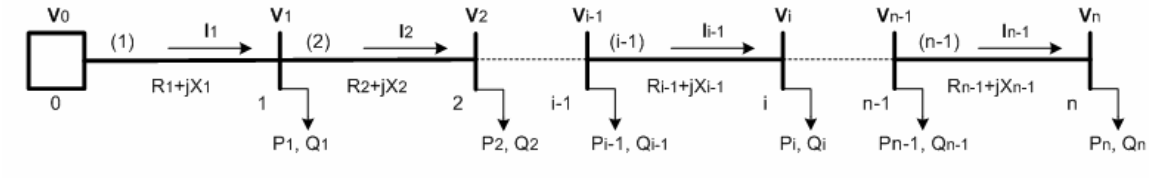


Figura C.1: Equivalente elétrico de uma rede de distribuição com n barras.

E seu equivalente elétrico para duas barras está representado na Figura C.2:

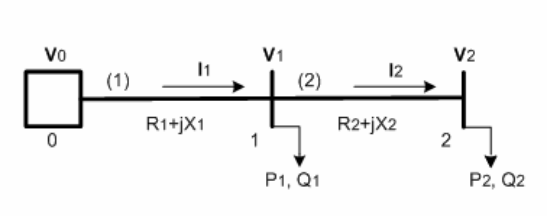


Figura C.2: Equivalente elétrico com um alimentador principal e duas barras.

C.2 ANÁLISE DA VARIAÇÃO CONSIDERANDO SOMENTE AS CARGAS PRÓPRIAS

Para uma primeira análise da representação da variação da carga em sistemas radiais será considerada somente a carga própria de cada barra, ou seja, a correlação radial existente entre as barras será desconsiderada. Serão obtidas equações para representar a sensibilidade da tensão em todas as barras da rede, dada uma variação de carga em determinada barra.

A Figura C.2 representa o equivalente elétrico monofásico de uma determinada rede de distribuição com duas barras de carga, sendo que a barra 0 corresponde à subestação (SE) e, portanto, apresenta tensão constante.

C.2.1 Análise da Tensão para o Primeiro Ponto de Carga

Para a Figura C.2, em conformidade com o Apêndice B, a equação obtida para o cálculo da tensão na barra 1 (primeiro ponto de carga do equivalente elétrico considerado) é dada por:

$$V_1 = \left[B_1 - A_1\right]^{1/2} \tag{c.1}$$

onde,

$$A_1 = P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2 \tag{c.2}$$

$$B_1 = \left[A_1^2 - \left(P_1^2 + Q_1^2\right)\cdot\left(R_1^2 + X_1^2\right)\right]^{1/2} \tag{c.3}$$

C.2.1.1 Variação da Carga na Barra 1

Para a obtenção das derivadas parciais de V_1 em relação às potências ativa P_1 e reativa Q_1, considera-se P_1, Q_1 como funções e R_1, X_1 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_1} = \frac{\partial\left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right)}{\partial P_1} = \frac{\partial\left(P_1 R_1\right)}{\partial P_1} + \frac{\partial\left(Q_1 X_1\right)}{\partial P_1} - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_1} = A'_{1P1} = R_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} \tag{c.4}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_1 em função de P_1:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1} = \frac{\partial\left(P_1 R_1 + Q_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2\right)^2}{\partial P_1} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_0^4 - P_1 R_1 V_0^2 - Q_1 X_1 V_0^2 + 2P_1 R_1 Q_1 X_1 + P_1^2 R_1^2 + Q_1^2 X_1^2\right)}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \frac{\partial\left(P_1 R_1 V_0^2\right)}{\partial P_1} - \frac{\partial\left(Q_1 X_1 V_0^2\right)}{\partial P_1} + 2\frac{\partial\left(P_1 R_1 Q_1 X_1\right)}{\partial P_1} + \frac{\partial\left(P_1^2 R_1^2\right)}{\partial P_1} + \frac{\partial\left(Q_1^2 X_1^2\right)}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - R_1\left(P_1\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} + V_0^2\frac{\partial P_1}{\partial P_1}\right) - X_1 Q_1\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} + 2R_1 Q_1 X_1\frac{\partial P_1}{\partial P_1} + R_1^2\frac{\partial P_1^2}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \left(R_1 P_1 + Q_1 X_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} - R_1 V_0^2 + 2R_1 Q_1 X_1 + 2R_1^2 P_1$$

Então calculando B_1 em função de P_1:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \frac{\partial\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \frac{1}{2\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\right]^{1/2}}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1} - \frac{\partial\left[\left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\right]}{\partial P_1}\right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1} - \frac{\partial\left[\left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\right]}{\partial P_1}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1}$ na equação:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \left(R_1P_1 + X_1Q_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} - R_1V_0^2 + 2R_1Q_1X_1 + 2P_1R_1^2\right) - \frac{\partial\left(R_1^2P_1^2 + R_1^2Q_1^2 + X_1^2P_1^2 + X_1^2Q_1^2\right)}{\partial P_1}\right]$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \left(R_1P_1 + X_1Q_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} - R_1V_0^2 + 2R_1Q_1X_1 + 2P_1R_1^2\right) - \left(2R_1^2P_1 + 2X_1^2P_1\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_1P_1 + X_1Q_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} - \frac{1}{2}R_1V_0^2 + R_1Q_1X_1 - X_1^2P_1\right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = B'_{1P1} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1X_1Q_1 - X_1^2P_1 - \frac{1}{2}R_1V_0^2 + \Delta_{1P1}\right) \qquad \text{(c.5)}$$

onde,

$$\Delta_{1P1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_1P_1 + X_1Q_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} \qquad \text{(c.6)}$$

As equações obtidas em função da potência reativa Q_1 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(R_1P_1 + X_1Q_1 - 0{,}5V_0^2\right)}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(R_1P_1\right)}{\partial Q_1} + \frac{\partial\left(X_1Q_1\right)}{\partial Q_1} - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_1} = A'_{1Q1} = X_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} \qquad \text{(c.7)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_1 em função de Q_1:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(P_1R_1 + Q_1X_1 - 0{,}5V_0^2\right)^2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_0^4 - P_1R_1V_0^2 - Q_2X_1V_0^2 + 2P_1R_1Q_1X_1 + P_1^2R_1^2 + Q_1^2X_1^2\right)}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} - X_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 P_1 + 2X_1^2 Q_1$$

Então calculando B_1 em função de Q_1:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = \frac{1}{2\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\right]^{1/2}}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1} - \frac{\partial\left(R_1^2 P_1^2 + R_1^2 Q_1^2 + X_1^2 P_1^2 + X_1^2 P_1^2\right)}{\partial Q_1}\right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1} - \frac{\partial\left(R_1^2 P_1^2 + R_1^2 Q_1^2 + X_1^2 P_1^2 + X_1^2 Q_1^2\right)}{\partial Q_1}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1}$ na equação:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1\right)\frac{\partial V_{01}^2}{\partial Q_1} - X_1 V_0^2 + 2R_1 P_1 X_1 + 2Q_1 X_1^2\right) - \left(2R_1^2 Q_1 + 2X_1^2 Q_1\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_1 P_1 + X_1 Q_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + R_1 P_1 X_1 - 2R_1^2 Q_1\right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = B'_{1P1} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 P_1 - R_1^2 Q_1 - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q1}\right) \qquad \text{(c.8)}$$

onde,

$$\Delta_{1Q1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_1 P_1 + X_1 Q_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} \qquad \text{(c.9)}$$

Sendo V_0 a tensão especificada e constante na subestação (barra 0), suas derivadas em relação às potências são nulas. Dessa forma as equações apresentadas podem ser reescritas conforme apresentado abaixo:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_1} = A'_{1P1} = R_1 \qquad \text{(c.10)}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = B'_{1P1} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Q_1 - X_1^2 P_1 - \frac{1}{2}R_1 V_0^2\right) \qquad \text{(c.11)}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_1} = A'_{1P1} = X_1 \qquad \text{(c.12)}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = B'_{1P1} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 P_1 - R_1^2 Q_1 - \frac{1}{2} X_1 V_0^2 \right) \tag{c.13}$$

Dessa forma, a magnitude da tensão V_1 em relação à potência P_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_1} = V'_{1P1} = \frac{1}{2} \cdot (B_1 - A_1)^{-1/2} \cdot \frac{\partial (B_1 - A1)}{\partial P_1} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(\frac{\partial B_1}{\partial P_1} - \frac{\partial A_1}{\partial P_1} \right)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_1} = V'_{1P1} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left[\frac{1}{B_1} \left(R_1 X_1 Q_1 - X_1^2 P_1 - \frac{1}{2} R_1 V_0^2 \right) - R_1 \right]$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_1} = V'_{1P1} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B'_{1P1} - A'_{1P1} \right) \tag{c.14}$$

sendo,

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_1} = A'_{1P1} = R_1 \tag{c.15}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = B'_{1P1} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 Q_1 - X_1^2 P_1 - \frac{1}{2} R_1 V_0^2 \right) \tag{c.16}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_1 em relação à potência reativa Q_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_1} = V'_{1Q1} = \frac{1}{2} \cdot (B_1 - A_1)^{-1/2} \cdot \frac{\partial (B_1 - A_1)}{\partial Q_1} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} - \frac{\partial A_1}{\partial Q_1} \right)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_1} = V'_{1Q1} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left[\frac{1}{B_1} \left(R_1 X_1 P_1 - R_1^2 Q_1 - \frac{1}{2} X_1 V_0^2 \right) - X_1 \right]$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_1} = V'_{1Q1} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B'_{1Q1} - A'_{1Q1} \right) \tag{c.17}$$

sendo,

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_1} = A'_{1Q1} = X_1 \tag{c.18}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = B'_{1Q1} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 P_1 - R_1^2 Q_1 - \frac{1}{2} X_1 V_0^2 \right) \tag{c.19}$$

C.2.1.2 Variação da Carga na Barra 2

Para a obtenção das derivadas parciais de V_1 em relação às potências ativa P_2 e reativa Q_2, considera-se P_1, Q_1, R_1, X_1 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(R_1P_1 + X_1Q_1 - 0{,}5V_0^2\right)}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(R_1P_1\right)}{\partial P_2} + \frac{\partial\left(X_1Q_1\right)}{\partial P_2} - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_2} = A'_{1P2} = -0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \qquad \text{(c.20)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_1 em função de P_2:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(P_1R_1 + Q_1X_1 - 0{,}5V_0^2\right)^2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_0^4 - P_1R_1V_0^2 - Q_1X_1V_0^2 + 2P_1R_1Q_1X_1 + P_1^2R_1^2 + Q_1^2X_1^2\right)}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \frac{\partial\left(P_1R_1V_0^2\right)}{\partial P_2} - \frac{\partial\left(Q_1X_1V_0^2\right)}{\partial P_2} + 2\frac{\partial\left(P_1R_1Q_1X_1\right)}{\partial P_2} + \frac{\partial\left(P_1^2R_1^2\right)}{\partial P_2} + \frac{\partial\left(Q_1^2X_1^2\right)}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - R_1P_1\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} - X_1Q_1\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \left(R_1P_1 + Q_1X_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2}$$

Então calculando B_1 em função de P_2:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = \frac{\partial\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = \frac{1}{2\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\right]^{1/2}}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2} - \frac{\partial\left[\left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\right]}{\partial P_2}\right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2} - \frac{\partial\left[\left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(P_1^2 + Q_1^2\right)\right]}{\partial P_2}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2}$ na equação:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \left(R_1P_1 + X_1Q_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2}\right) - \frac{\partial\left(R_1^2P_1^2 + R_1^2Q_1^2 + X_1^2P_1^2 + X_1^2Q_1^2\right)}{\partial P_2}\right]$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_1} \cdot \left(\frac{1}{4} \frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = B'_{1P2} = \frac{1}{B_1} \cdot \Delta_{1P2} \tag{c.21}$$

onde,

$$\Delta_{1P2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2} \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \tag{c.22}$$

As equações obtidas em relação à potência reativa Q_2, são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_2} = \frac{\partial \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1 - 0{,}5 V_0^2 \right)}{\partial Q_2} = \frac{\partial \left(R_1 P_1 \right)}{\partial Q_2} + \frac{\partial \left(X_1 Q_1 \right)}{\partial Q_2} - 0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_2} = A'_{1Q2} = -0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \tag{c.23}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_1 em função de Q_2:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2} = \frac{\partial \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1 - 0{,}5 V_0^2 \right)^2}{\partial Q_2} = \frac{\partial \left(\frac{1}{4} V_0^4 - R_1 P_1 V_0^2 - X_1 Q_1 V_0^2 + 2 R_1 X_1 P_1 Q_1 + R_1^2 P_1^2 + X_1^2 Q_1^2 \right)}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2} = \frac{1}{4} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_2} - \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2}$$

Então calculando B_1 em função de Q_2:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = \frac{\partial \left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2 \right) \cdot \left(P_1^2 + Q_1^2 \right) \right]^{1/2}}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = \frac{1}{2 \left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2 \right) \cdot \left(P_1^2 + Q_1^2 \right) \right]^{1/2}} \cdot \left(\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2} - \frac{\partial \left(R_1^2 P_1^2 + R_1^2 Q_1^2 + X_1^2 P_1^2 + X_1^2 P_1^2 \right)}{\partial Q_2} \right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = \frac{1}{2B_1} \cdot \left(\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2} - \frac{\partial \left(R_1^2 P_1^2 + R_1^2 Q_1^2 + X_1^2 P_1^2 + X_1^2 P_1^2 \right)}{\partial Q_2} \right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2}$ na equação:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(\frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = B'_{1P2} = \frac{1}{B_1} \cdot \Delta_{1Q2} \tag{c.24}$$

onde,

$$\Delta_{1Q2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} \left(R_1 P_1 + X_1 Q_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \tag{c.25}$$

Sendo V_0 a tensão especificada e constante na subestação (barra 0), suas derivadas em relação às potências são nulas. Dessa forma as equações apresentadas podem ser reescritas conforme apresentado abaixo:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_2} = A'_{1P2} = 0 \tag{c.26}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = B'_{1P2} = 0 \tag{c.27}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_2} = A'_{1Q2} = 0 \tag{c.28}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = B'_{1P2} = 0 \tag{c.29}$$

Dessa forma, a magnitude da tensão V_1 em relação à potência P_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_2} = V'_{1P2} = \frac{1}{2} \cdot \left(B_1 - A_1 \right)^{-1/2} \cdot \frac{\partial \left(B_1 - A1 \right)}{\partial P_2} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(\frac{\partial B_1}{\partial P_2} - \frac{\partial A_1}{\partial P_2} \right)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_2} = V'_{1P2} = 0 \tag{c.30}$$

O cálculo das derivadas da tensão V_1 em relação à potência reativa Q_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_2} = V'_{1Q2} = \frac{1}{2} \cdot \left(B_1 - A_1 \right)^{-1/2} \cdot \frac{\partial \left(B_1 - A_1 \right)}{\partial Q_2} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} - \frac{\partial A_1}{\partial Q_2} \right)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_2} = V'_{1Q2} = 0 \tag{c.31}$$

C.2.2 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 2

A equação da tensão para o ponto de carga 2 é escrita como:

$$V_2 = \left[B_2 - A_2\right]^{1/2} \tag{c.32}$$

onde,

$$A_2 = P_2 R_2 + Q_2 X_2 - 0{,}5 V_1^2 \tag{c.33}$$

$$B_2 = \left[A_2^2 - \left(P_2^2 + Q_2^2\right) \cdot \left(R_2^2 + X_2^2\right)\right]^{1/2} \tag{c.34}$$

C.2.2.1 Variação da Carga na Barra 1

Para a obtenção das derivadas parciais de V_2 em relação às potências ativa P_1 e reativa Q_1, considera-se P_2, Q_2, R_2, X_2 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_1} = \frac{\partial\left(R_2 P_2 + X_2 Q_2 - 0{,}5 V_1^2\right)}{\partial P_1} = \frac{\partial\left(R_2 P_2\right)}{\partial P_1} + \frac{\partial\left(X_2 Q_2\right)}{\partial P_1} - 0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_1} = A'_{2P1} = -0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial P_1} \tag{c.35}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_2 em função de P_1:

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1} = \frac{\partial\left(R_2 P_2 + X_2 Q_2 - 0{,}5 V_1^2\right)^2}{\partial P_1} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4} V_1^4 - R_2 P_2 V_1^2 - X_2 Q_2 V_1^2 + 2 R_2 X_2 P_2 Q_2 + R_2^2 P_2^2 + X_2^2 Q_2^2\right)}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1} = \frac{1}{4} \frac{\partial V_1^4}{\partial P_1} - \left(R_2 P_2 + X_2 Q_2\right) \frac{\partial V_1^2}{\partial P_1}$$

Então calculando B_2 em função de P_1:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_1} = \frac{\partial\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(P_2^2 + Q_2^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_1} = \frac{1}{2\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(P_2^2 + Q_2^2\right)\right]^{1/2}}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1} - \frac{\partial\left(R_2^2P_2^2 + R_2^2Q_2^2 + X_2^2P_2^2 + X_2^2Q_2^2\right)}{\partial P_1}\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_1} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1} - 0\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1}$ na equação:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_1} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_2P_2 + X_2Q_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_1}\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_1} = B'_{2P1} = \frac{1}{B_2}\cdot\Delta_{2P1} \qquad \text{(c.36)}$$

onde,

$$\Delta_{2P1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_2P_2 + X_2Q_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_1} \qquad \text{(c.37)}$$

O cálculo das derivadas da tensão V_2 em relação à potência reativa P_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_1} = V'_{2P1} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_2 - A_2\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_2 - A_2\right)}{\partial P_1} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(\frac{\partial B_2}{\partial P_1} - \frac{\partial A_2}{\partial P_1}\right)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_1} = V'_{2P1} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2Q1} - A'_{2Q1}\right) \qquad \text{(c.38)}$$

Da mesma forma, as equações obtidas em função da potência reativa Q_1 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(R_2P_2 + X_2Q_2 - 0{,}5V_1^2\right)}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(R_2P_2\right)}{\partial Q_1} + \frac{\partial\left(X_2Q_2\right)}{\partial Q_1} - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_1} = A'_{2Q1} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} \qquad \text{(c.39)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_1}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_2 em função de Q_1:

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(P_2 R_2 + Q_2 X_2 - 0{,}5V_1^2\right)^2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_1^4 - P_2 R_2 V_1^2 - Q_2 X_2 V_1^2 + 2P_2 R_2 Q_2 X_2 + P_2^2 R_2^2 + Q_2^2 X_2^2\right)}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_1} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_1} - \left(R_2 P_2 + Q_2 X_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1}$$

Então calculando B_2 em função de Q_1:

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(P_2^2 + Q_2^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = \frac{1}{2\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(P_2^2 + Q_2^2\right)\right]^{1/2}}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2} - \frac{\partial\left(R_2^2 P_2^2 + R_2^2 Q_2^2 + X_2^2 P_2^2 + X_2^2 Q_2^2\right)}{\partial Q_1}\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_1} - \frac{\partial\left(R_2^2 P_2^2 + R_2^2 Q_2^2 + X_2^2 P_2^2 + X_2^2 Q_2^2\right)}{\partial Q_1}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_1}$ na equação:

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_2 P_2 + Q_2 X_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1}\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = B'_{2P1} = \frac{1}{B_2}\cdot\Delta_{2Q1} \qquad \text{(c.40)}$$

onde,

$$\Delta_{2Q1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_2 P_2 + X_2 Q_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1} \qquad \text{(c.41)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_2 em relação à potência reativa Q_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_1} = V'_{2Q1} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_2 - A_2\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_2 - A_2\right)}{\partial Q_1} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} - \frac{\partial A_2}{\partial Q_1}\right)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_1} = V'_{2Q1} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2Q1} - A'_{2Q1}\right) \qquad \text{(c.42)}$$

C.2.2.2 Variação da Carga na Barra 2

Para a análise das derivadas parciais em relação à barra 2, considera-se P_2, Q_2 como funções e R_2, X_2 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(R_2P_2 + X_2Q_2 - 0{,}5V_1^2\right)}{\partial P_2} = \frac{\partial(R_2P_2)}{\partial P_2} + \frac{\partial(X_2Q_2)}{\partial P_2} - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_2} = A'_{2P2} = R_2 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} \qquad \text{(c.43)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_2 em função de P_2:

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(P_2R_2 + Q_2X_2 - 0{,}5V_1^2\right)^2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_1^4 - P_2R_2V_1^2 - Q_2X_2V_1^2 + 2P_2R_2Q_2X_2 + P_2^2R_2^2 + Q_2^2X_2^2\right)}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \left(R_2P_2 + Q_2X_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} + 2R_2X_2Q_2 + 2R_2^2P_2$$

Então calculando B_2 em função de P_2:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(P_2^2 + Q_2^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \frac{1}{2\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(P_2^2 + Q_2^2\right)\right]^{1/2}}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2} - \frac{\partial\left(R_2^2P_2^2 + R_2^2Q_2^2 + X_2^2P_2^2 + X_2^2Q_2^2\right)}{\partial P_2}\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2} - \frac{\partial\left(R_2^2P_2^2 + R_2^2Q_2^2 + X_2^2P_2^2 + X_2^2Q_2^2\right)}{\partial P_2}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2}$ na equação:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \left(R_2P_2 + Q_2X_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} + 2R_2X_2Q_2 + 2R_2^2P_2\right) - \left(2R_2^2P_2 + 2X_2^2P_2\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_2P_2 + X_2Q_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} - \frac{1}{2}R_2V_1^2 + R_2Q_2X_2 - X_2^2P_2\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = B'_{2P2} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(R_2X_2Q_2 - X_2^2P_2 - \frac{1}{2}R_2V_1^2 + \Delta_{2P2}\right) \qquad \text{(c.44)}$$

onde,

$$\Delta_{2P2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_2 P_2 + X_2 Q_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} \tag{c.45}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_2 em relação à potência ativa P_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_2} = V'_{2P2} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_2 - A_2\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_2 - A_2\right)}{\partial P_2} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(\frac{\partial B_2}{\partial P_2} - \frac{\partial A_2}{\partial P_2}\right)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_2} = V'_{2P2} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2P2} - A'_{2P2}\right) \tag{c.46}$$

As equações obtidas em função de Q_2, são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(P_2 R_2 + Q_2 X_2 - 0{,}5V_1^2\right)}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(P_2 R_2\right)}{\partial Q_2} + \frac{\partial\left(Q_2 X_2\right)}{\partial Q_2} - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_2} = A'_{2Q2} = X_2 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} \tag{c.47}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_2 em função de Q_2:

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(P_2 R_2 + Q_2 X_2 - 0{,}5V_1^2\right)^2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_1^4 - P_2 R_2 V_1^2 - Q_2 X_2 V_1^2 + 2P_2 R_2 Q_2 X_2 + P_2^2 R_2^2 + Q_2^2 X_2^2\right)}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial\left(V_1^4\right)}{\partial Q_2} - \left(R_2 P_2 + Q_2 X_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} - X_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 P_2 + 2X_2^2 Q_2$$

Então calculando B_2 em função de Q_2:

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(P_2^2 + Q_2^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = \frac{1}{2\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(P_2^2 + Q_2^2\right)\right]^{1/2}}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2} - \frac{\partial\left(R_2^2 P_2^2 + R_2^2 Q_2^2 + X_2^2 P_2^2 + X_2^2 Q_2^2\right)}{\partial Q_2}\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2} - \frac{\partial\left(R_2^2 P_2^2 + R_2^2 Q_2^2 + X_2^2 P_2^2 + X_2^2 Q_2^2\right)}{\partial Q_2}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2}$ na equação:

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = \frac{1}{2B_2} \cdot \left[\left(\frac{1}{4} \frac{\partial V_1^4}{\partial Q_2} - (R_2 P_2 + Q_2 X_2) \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} - X_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 P_2 + 2X_2^2 Q_2 \right) - \left(2R_2^2 Q_2 + 2X_2^2 Q_2 \right) \right]$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = \frac{1}{B_2} \cdot \left(\frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} (R_2 P_2 + X_2 Q_2) \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} X_2 V_1^2 + R_2 P_2 X_2 - R_2^2 Q_2 \right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = B'_{2Q2} = \frac{1}{B_2} \cdot \left(R_2 X_2 P_2 - R_2^2 Q_2 - \frac{1}{2} X_2 V_1^2 + \Delta_{2Q2} \right) \tag{c.48}$$

onde,

$$\Delta_{2Q2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} (R_2 P_2 + X_2 Q_2) \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} \tag{c.49}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_2 em relação à potência reativa Q_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_2} = V'_{2Q2} = \frac{1}{2} \cdot (B_2 - A_2)^{-1/2} \cdot \frac{\partial (B_2 - A_2)}{\partial Q_2} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} - \frac{\partial A_2}{\partial Q_2} \right)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_2} = V'_{2Q2} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(B'_{2Q2} - A'_{2Q2} \right) \tag{c.50}$$

Observa-se pelas derivadas obtidas para o ponto de carga 2, que as derivadas da tensão mudam de acordo com cada ponto de carga segundo sua impedância e carga.

C.3 ANÁLISE DA VARIAÇÃO CONSIDERANDO AS CARGAS À JUSANTE

Lembrando que os termos que possuem derivadas de tensão devem ser convenientemente calculados em relação ao ponto mais à jusante, então de acordo com a Figura C.1, os termos P e Q são função também das cargas a jusante, isto é, $P_1 = f(P_1, P_2, P_{3,} \ldots, P_n)$ e $Q_1 = f(Q_1, Q_2, Q_{3,} \ldots, Q_n)$.

Seja o equivalente elétrico monofásico de três barras representado na Figura C.3:

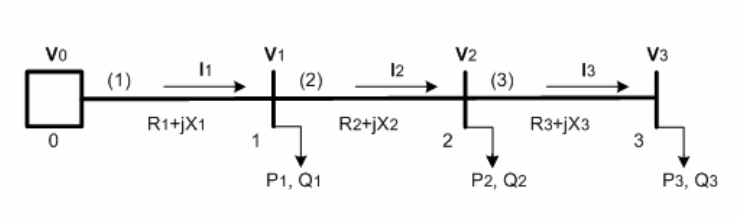


Figura C.3: Equivalente elétrico com um alimentador principal e três barras.

C.3.1 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 3

Conforme mostra a Figura C.3, a carga a ser considerada no ponto de carga 3 é função somente da própria carga, $P_3 = f(P_3)$ e $Q_3 = f(Q_3)$:

$$\begin{cases} Pac_3 = P_3 \\ Qac_3 = Q_3 \end{cases} \tag{c.51}$$

A equação obtida para o cálculo da tensão na barra 3 é dada por:

$$V_3 = \left[B_3 - A_3\right]^{1/2} \tag{c.52}$$

onde,

$$A_3 = Pac_3 R_3 + Qac_3 X_3 - 0{,}5V_2^2 \tag{c.53}$$

$$B_3 = \left[A_3^2 - \left(Pac_3^2 + Qac_3^2\right)\cdot\left(R_3^2 + X_3^2\right)\right]^{1/2} \tag{c.54}$$

C.3.1.1 Variação da Carga na Barra 3

Para a análise das derivadas parciais em relação à barra 3, considera-se P_3, Q_3 como funções e R_3, X_3 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_3 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_3} = \frac{\partial\left(P_3R_3 + Q_3X_3 - 0{,}5V_2^2\right)}{\partial P_3} = \frac{\partial(P_3R_3)}{\partial P_3} + \frac{\partial(Q_3X_3)}{\partial P_3} - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_3} = A'_{3P3} = R_3 - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_3} \tag{c.55}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_3^2}{\partial P_3}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_3 em função de P_3:

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial P_3} = \frac{\partial\left(P_3 R_3 + Q_3 X_3 - 0{,}5V_2^2\right)^2}{\partial P_3} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_2^4 - P_3 R_3 V_2^2 - Q_3 X_3 V_2^2 + 2P_3 R_3 Q_3 X_3 + P_3^2 R_3^2 + Q_3^2 X_3^2\right)}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial P_3} = \frac{1}{4}\frac{\partial\left(V_2^4\right)}{\partial P_3} - \left(R_3 P_3 + Q_3 X_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_3} - R_3 V_2^2 + 2R_3 X_3 Q_3 + 2R_3^2 P_3$$

Então calculando B_3 em função de P_3:

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_3} = \frac{\partial\left[A_3^2 - \left(R_3^2 + X_3^2\right)\cdot\left(P_3^2 + Q_3^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_3} = \frac{1}{2B_3}\cdot\left(\frac{\partial A_3^2}{\partial P_3} - \frac{\partial\left(R_3^2 P_3^2 + R_3^2 Q_3^2 + X_3^2 P_3^2 + X_3^2 Q_3^2\right)}{\partial P_3}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_3^2}{\partial P_3}$ na equação:

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_3} = \frac{1}{2B_3}\cdot\left[\left(\frac{\partial A_3^2}{\partial P_3} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_3} - \left(R_3 P_3 + Q_3 X_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_3} - R_3 V_2^2 + 2R_3 X_3 Q_3 + 2R_3^2 P_3\right) - \left(2R_3^2 P_3 + 2X_3^2 P_3\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_3} = \frac{1}{B_3}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_3 P_3 + Q_3 X_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_3} - \frac{1}{2}R_3 V_2^2 + R_3 Q_3 X_3 - X_3^2 P_3\right)$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_3} = B'_{3P3} = \frac{1}{B_3}\cdot\left(R_3 Q_3 X_3 - X_3^2 P_3 - \frac{1}{2}R_3 V_2^2 + \Delta_{3P3}\right) \qquad \text{(c.56)}$$

onde,

$$\Delta_{3P3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_3 P_3 + X_3 Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_3} \qquad \text{(c.57)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_3 em relação à potência ativa P_3 é dada por:

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_3} = V'_{3P3} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_3 - A_3\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_3 - A_3\right)}{\partial P_3} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(\frac{\partial B_3}{\partial P_3} - \frac{\partial A_3}{\partial P_3}\right)$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_3} = V'_{3P3} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B'_{3P3} - A'_{3P3}\right) \qquad \text{(c.58)}$$

As equações obtidas em relação à Q_3 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left(P_3R_3 + Q_3X_3 - 0{,}5V_2^2\right)}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left(P_3R_3\right)}{\partial Q_3} + \frac{\partial\left(Q_3X_3\right)}{\partial Q_3} - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_3} = A'_{3Q3} = X_3 - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_3} \qquad \text{(c.59)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_3}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_3 em função de Q_3:

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left(P_3R_3 + Q_3X_3 - 0{,}5V_2^2\right)^2}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_2^4 - P_3R_3V_2^2 - Q_3X_3V_2^2 + 2P_3R_3Q_3X_3 + P_3^2R_3^2 + Q_3^2X_3^2\right)}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_3} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_3} - \left(R_3P_3 + X_3Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_3} - X_3V_2^2 + 2R_3X_3P_3 + 2X_3^2Q_3$$

Então calculando B_3 em função de Q_3:

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left[A_3^2 - \left(R_3^2 + X_3^2\right)\cdot\left(P_3^2 + Q_3^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_3} = \frac{1}{2B_3}\cdot\left(\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_3} - \frac{\partial\left(R_3^2P_3^2 + R_3^2Q_3^2 + X_3^2P_3^2 + X_3^2Q_3^2\right)}{\partial Q_3}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_3}$ na equação:

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_3} = \frac{1}{2B_3}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_3} - \left(R_3P_3 + X_3Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_3} - X_3V_2^2 + 2R_3X_3P_3 + 2X_3^2Q_3\right) - \left(2R_3^2Q_3 + 2X_3^2Q_3\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_3} = \frac{1}{B_3}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_3P_3 + X_3Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}X_3V_2^2 + R_3X_3P_3 - R_3^2Q_3\right)$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_3} = B'_{3Q3} = \frac{1}{B_3}\cdot\left(R_3X_3P_3 - R_3^2Q_3 - \frac{1}{2}X_3V_2^2 + \Delta_{3Q3}\right) \qquad \text{(c.60)}$$

onde,

$$\Delta_{3Q3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_3P_3 + X_3Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_3} \qquad \text{(c.61)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_3 em relação à potência reativa Q_3 é dada por:

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_3} = V'_{3Q3} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_3 - A_3\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_3 - A_3\right)}{\partial Q_3} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(\frac{\partial B_3}{\partial Q_3} - \frac{\partial A_3}{\partial Q_3}\right)$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_3} = V'_{3Q3} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B'_{3Q3} - A'_{3Q3}\right) \qquad \text{(c.62)}$$

C.3.1.2 Variação da Carga na Barra 2

Para a análise das derivadas parciais em relação à barra 2, considera-se P_3, Q_3, R_3, X_3 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(P_3R_3 + Q_3X_3 - 0{,}5V_2^2\right)}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(P_3R_3\right)}{\partial P_2} + \frac{\partial\left(Q_3X_3\right)}{\partial P_2} - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_2} = A'_{3P2} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_2} \qquad \text{(c.63)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_3^2}{\partial P_2}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_3 em função de P_2:

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(P_3R_3 + Q_3X_3 - 0{,}5V_2^2\right)^2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_2^4 - P_3R_3V_2^2 - Q_3X_3V_2^2 + 2P_3R_3Q_3X_3 + P_3^2R_3^2 + Q_3^2X_3^2\right)}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial P_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_2} - \left(R_3P_3 + Q_3X_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_2}$$

Então calculando B_3 em função de P_2:

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_2} = \frac{\partial\left[A_3^2 - \left(R_3^2 + X_3^2\right)\cdot\left(P_3^2 + Q_3^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_3}\cdot\left(\frac{\partial A_3^2}{\partial P_3} - \frac{\partial\left(R_3^2P_3^2 + R_3^2Q_3^2 + X_3^2P_3^2 + X_3^2Q_3^2\right)}{\partial P_2}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_3^2}{\partial P_2}$ na equação:

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_2} = \frac{1}{B_3}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_3P_3 + Q_3X_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_2}\right)$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_2} = B'_{3P2} = \frac{1}{B_3}\cdot\Delta_{3P2} \qquad \text{(c.64)}$$

onde,

$$\Delta_{3P2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_3 P_3 + X_3 Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_2} \tag{c.65}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_3 em relação à potência ativa P_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_2} = V_{3P2}^{'} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_3 - A_3\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_3 - A_3\right)}{\partial P_2} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(\frac{\partial B_3}{\partial P_2} - \frac{\partial A_3}{\partial P_2}\right)$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_2} = V_{3P2}^{'} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B_{3P2}^{'} - A_{3P2}^{'}\right) \tag{c.66}$$

As equações obtidas em relação à Q_2 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(P_3 R_3 + Q_3 X_3 - 0{,}5V_2^2\right)}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(P_3 R_3\right)}{\partial Q_2} + \frac{\partial\left(Q_3 X_3\right)}{\partial Q_2} - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_2} = A_{3Q2}^{'} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_2} \tag{c.67}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_2}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_3 em função de Q_2:

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(P_3 R_3 + Q_3 X_3 - 0{,}5V_2^2\right)^2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_2^4 - P_3 R_3 V_2^2 - Q_3 X_3 V_2^2 + 2P_3 R_3 Q_3 X_3 + P_3^2 R_3^2 + Q_3^2 X_3^2\right)}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_2} - \left(R_3 P_3 + X_3 Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_2}$$

Então calculando B_3 em função de Q_2:

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left[A_3^2 - \left(R_3^2 + X_3^2\right)\cdot\left(P_3^2 + Q_3^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_2} = \frac{1}{2B_3}\cdot\left(\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_3} - \frac{\partial\left(R_3^2 P_3^2 + R_3^2 Q_3^2 + X_3^2 P_3^2 + X_3^2 Q_3^2\right)}{\partial Q_2}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_2}$ na equação:

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_2} = \frac{1}{B_3} \cdot \left(\frac{1}{8} \frac{\partial V_2^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} \left(R_3 P_3 + X_3 Q_3 \right) \frac{\partial V_2^2}{\partial Q_2} \right)$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_2} = B'_{3Q2} = \frac{1}{B_3} \cdot \Delta_{3Q2} \tag{c.68}$$

onde,

$$\Delta_{3Q2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_2^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} \left(R_3 P_3 + X_3 Q_3 \right) \frac{\partial V_2^2}{\partial Q_2} \tag{c.69}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_3 em relação à potência reativa Q_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_2} = V'_{3Q2} = \frac{1}{2} \cdot \left(B_3 - A_3 \right)^{-1/2} \cdot \frac{\partial \left(B_3 - A_3 \right)}{\partial Q_2} = \frac{1}{2V_3} \cdot \left(\frac{\partial B_3}{\partial Q_2} - \frac{\partial A_3}{\partial Q_2} \right)$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_2} = V'_{3Q2} = \frac{1}{2V_3} \cdot \left(B'_{3Q2} - A'_{3Q2} \right) \tag{c.70}$$

C.3.1.3 Variação da Carga na Barra 1

Para a análise das derivadas parciais em relação à barra 1, considera-se P_3, Q_3, R_3, X_3 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_1} = \frac{\partial \left(P_3 R_3 + Q_3 X_3 - 0{,}5 V_2^2 \right)}{\partial P_1} = \frac{\partial \left(P_3 R_3 \right)}{\partial P_1} + \frac{\partial \left(Q_3 X_3 \right)}{\partial P_1} - 0{,}5 \frac{\partial V_2^2}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_1} = A'_{3P1} = -0{,}5 \frac{\partial V_2^2}{\partial P_1} \tag{c.71}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_3^2}{\partial P_1}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_3 em função de P_1:

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial P_1} = \frac{\partial \left(P_3 R_3 + Q_3 X_3 - 0{,}5 V_2^2 \right)^2}{\partial P_1} = \frac{\partial \left(\frac{1}{4} V_2^4 - P_3 R_3 V_2^2 - Q_3 X_3 V_2^2 + 2 P_3 R_3 Q_3 X_3 + P_3^2 R_3^2 + Q_3^2 X_3^2 \right)}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial P_1} = \frac{1}{4} \frac{\partial V_2^4}{\partial P_1} - \left(R_3 P_3 + Q_3 X_3 \right) \frac{\partial V_2^2}{\partial P_1}$$

Então calculando B_3 em função de P_1:

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_1} = \frac{\partial\left[A_3^2 - \left(R_3^2 + X_3^2\right)\cdot\left(P_3^2 + Q_3^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_1} = \frac{1}{2B_3}\cdot\left(\frac{\partial A_3^2}{\partial P_1} - \frac{\partial\left(R_3^2 P_3^2 + R_3^2 Q_3^2 + X_3^2 P_3^2 + X_3^2 Q_3^2\right)}{\partial P_1}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_3^2}{\partial P_1}$ na equação:

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_1} = \frac{1}{B_3}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_3 P_3 + Q_3 X_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_1}\right)$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_1} = B'_{3P1} = \frac{1}{B_3}\cdot\Delta_{3P1} \qquad \text{(c.72)}$$

onde,

$$\Delta_{3P1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_3 P_3 + X_3 Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_1} \qquad \text{(c.73)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_3 em relação à potência ativa P_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_1} = V'_{3P1} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_3 - A_3\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_3 - A_3\right)}{\partial P_1} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(\frac{\partial B_3}{\partial P_1} - \frac{\partial A_3}{\partial P_1}\right)$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_1} = V'_{3P1} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B'_{3P1} - A'_{3P1}\right) \qquad \text{(c.74)}$$

As equações obtidas em relação à Q_1 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(P_3 R_3 + Q_3 X_3 - 0{,}5V_2^2\right)}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(P_3 R_3\right)}{\partial Q_1} + \frac{\partial\left(Q_3 X_3\right)}{\partial Q_1} - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_1} = A'_{3Q1} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_1} \qquad \text{(c.75)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_1}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_3 em função de Q_1:

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(P_3 R_3 + Q_3 X_3 - 0{,}5V_2^2\right)^2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_2^4 - P_3 R_3 V_2^2 - Q_3 X_3 V_2^2 + 2P_3 R_3 Q_3 X_3 + P_3^2 R_3^2 + Q_3^2 X_3^2\right)}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_1} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_1} - \left(R_3 P_3 + X_3 Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_1}$$

Então calculando B_3 em função de Q_1:

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left[A_3^2 - \left(R_3^2 + X_3^2\right).\left(P_3^2 + Q_3^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_1} = \frac{1}{2B_3}\cdot\left(\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_1} - \frac{\partial\left(R_3^2 P_3^2 + R_3^2 Q_3^2 + X_3^2 P_3^2 + X_3^2 Q_3^2\right)}{\partial Q_1}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_3^2}{\partial Q_1}$ na equação:

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_1} = \frac{1}{B_3}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_3 P_3 + X_3 Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_1}\right)$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_1} = B'_{3Q1} = \frac{1}{B_3}\cdot\Delta_{3Q1} \tag{c.76}$$

onde,

$$\Delta_{3Q1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_3 P_3 + X_3 Q_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_1} \tag{c.77}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_3 em relação à potência reativa Q_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_1} = V'_{3Q1} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_3 - A_3\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_3 - A_3\right)}{\partial Q_1} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(\frac{\partial B_3}{\partial Q_1} - \frac{\partial A_3}{\partial Q_1}\right)$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_1} = V'_{3Q1} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B'_{3Q1} - A'_{3Q1}\right) \tag{c.78}$$

C.3.2 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 2

De acordo com a Figura C.3, a carga a ser considerada no ponto de carga 2 é função da própria carga e das cargas à jusante, $P_2 = f\left(P_2, P_3\right)$ e $Q_2 = f\left(Q_2, Q_3\right)$:

$$\begin{cases} Pac_2 = P_2 + P_3 = P_2 + Pac_3 \\ Qac_2 = Q_2 + Q_3 = Q_2 + Qac_3 \end{cases} \tag{c.79}$$

A equação obtida para o cálculo da tensão na barra 2 é dada por:

$$V_2 = \left[B_2 - A_2\right]^{1/2} \tag{c.80}$$

onde,

$$A_2 = Pac_2 R_2 + Qac_2 X_2 - 0{,}5V_1^2 \tag{c.81}$$

$$B_2 = \left[A_2^2 - \left(Pac_2^2 + Qac_2^2\right)\cdot\left(R_2^2 + X_2^2\right)\right]^{1/2} \tag{c.82}$$

C.3.2.1 Variação da Carga na Barra 3

Para a análise das derivadas parciais em relação à barra 3, considera-se Pac_2, Qac_2 como funções e R_2, X_2 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_3 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_3} = \frac{\partial\left(Pac_2 R_2 + Qac_2 X_2 - 0{,}5V_1^2\right)}{\partial P_3} = \frac{\partial\left(Pac_2 R_2\right)}{\partial P_3} + \frac{\partial\left(Qac_2 X_2\right)}{\partial P_3} - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_3} = A'_{2P3} = R_2 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_3} \tag{c.83}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_2^2}{\partial P_3}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_2 em função de P_3:

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_3} = \frac{\partial\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 - 0{,}5V_1^2\right)^2}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_3} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_1^4 - Pac_2 R_2 V_1^2 - Qac_2 X_2 V_1^2 + 2Pac_2 R_2 Qac_2 X_2 + Pac_2^2 R_2^2 + Qac_2^2 X_2^2\right)}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_3} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_3} - \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_3} - R_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Qac_2 + 2R_2^2 Pac_2$$

Então calculando B_2 em função de P_3:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_3} = \frac{\partial\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(Pac_2^2 + Qac_2^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_3} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial P_3} - \frac{\partial\left(R_2^2 Pac_2^2 + R_2^2 Qac_2^2 + X_2^2 Pac_2^2 + X_2^2 Qac_2^2\right)}{\partial P_3}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_2^2}{\partial P_3}$ na equação:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_3} = \frac{1}{2B_2} \cdot \left[\left(\frac{1}{4} \frac{\partial V_1^4}{\partial P_3} - \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial P_3} - R_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Qac_2 + 2R_2^2 Pac_2 \right) - \left(2R_2^2 Pac_2 + 2X_2^2 Pac_2 \right) \right]$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_3} = \frac{1}{B_2} \cdot \left(\frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2} \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial P_3} - \frac{1}{2} R_2 V_1^2 + R_2 X_2 Qac_2 - X_2^2 Pac_2 \right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_3} = B'_{2P3} = \frac{1}{B_2} \cdot \left(R_2 X_2 Qac_2 - X_2^2 Pac_2 - \frac{1}{2} R_2 V_1^2 + \Delta_{2P3} \right) \tag{c.84}$$

onde,

$$\Delta_{2P3} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2} \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial P_3} \tag{c.85}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_2 em relação à potência ativa P_3 é dada por:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_3} = V'_{2P3} = \frac{1}{2} \cdot \left(B_2 - A_2 \right)^{-1/2} \cdot \frac{\partial \left(B_2 - A_2 \right)}{\partial P_3} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(\frac{\partial B_2}{\partial P_3} - \frac{\partial A_2}{\partial P_3} \right)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_3} = V'_{2P3} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(B'_{2P3} - A'_{2P3} \right) \tag{c.86}$$

As equações obtidas em relação à Q_3 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_3} = \frac{\partial \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 - 0{,}5 V_1^2 \right)}{\partial Q_3} = \frac{\partial \left(R_2 Pac_2 \right)}{\partial Q_3} + \frac{\partial \left(X_2 Qac_2 \right)}{\partial Q_3} - 0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_3} = A'_{2Q3} = X_2 - 0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_3} \tag{c.87}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_3}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_2 em função de Q_3:

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_3} = \frac{\partial \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 - 0{,}5 V_1^2 \right)^2}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_3} = \frac{\partial \left(\frac{1}{4} V_1^4 - R_2 Pac_2 V_1^2 - X_2 Qac_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Pac_2 Qac_2 + R_2^2 Pac_2^2 + X_2^2 Qac_2^2 \right)}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_3} = \frac{1}{4} \frac{\partial V_1^4}{\partial Q_3} - \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_3} - X_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Pac_2 + 2X_2^2 Qac_2$$

Então calculando B_2 em função de Q_3:

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(Pac_2^2 + Qac_2^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_3} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_3} - \frac{\partial\left(R_2^2 Pac_2^2 + R_2^2 Qac_2^2 + X_2^2 Pac_2^2 + X_2^2 Qac_2^2\right)}{\partial Q_3}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_3}$ na equação:

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_3} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_3} - \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_3} - X_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Pac_2 + 2X_2^2 Qac_2\right) - \left(2R_2^2 Qac_2 + 2X_2^2 Qac_2\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_3} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}X_2 V_1^2 + R_2 X_2 Pac_2 - R_2^2 Qac_2\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_3} = B'_{2Q3} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(R_2 X_2 Pac_2 - R_2^2 Qac_2 - \frac{1}{2}X_2 V_1^2 + \Delta_{2Q3}\right) \qquad \text{(c.88)}$$

onde,

$$\Delta_{2Q3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_3} \qquad \text{(c.89)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_2 em relação à potência reativa Q_3 é dada por:

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_3} = V'_{2Q3} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_2 - A_2\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_2 - A_2\right)}{\partial Q_3} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(\frac{\partial B_2}{\partial Q_3} - \frac{\partial A_2}{\partial Q_3}\right)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_3} = V'_{2Q3} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2Q3} - A'_{2Q3}\right) \qquad \text{(c.90)}$$

C.3.2.2 Variação da Carga na Barra 2

Para a análise das derivadas parciais em relação à barra 2, considera-se Pac_2, Qac_2 como funções e R_2, X_2 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(Pac_2 R_2 + Qac_2 X_2 - 0{,}5V_1^2\right)}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(Pac_2 R_2\right)}{\partial P_2} + \frac{\partial\left(Qac_2 X_2\right)}{\partial P_2} - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_2} = A'_{2P2} = R_2 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} \tag{c.91}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_2 em função de P_2:

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 - 0{,}5V_1^2\right)^2}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_1^4 - Pac_2 R_2 V_1^2 - Qac_2 X_2 V_1^2 + 2Pac_2 R_2 Qac_2 X_2 + Pac_2^2 R_2^2 + Qac_2^2 X_2^2\right)}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} - R_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Qac_2 + 2R_2^2 Pac_2$$

Então calculando B_2 em função de P_2:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(Pac_2^2 + Qac_2^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2} - \frac{\partial\left(R_2^2 Pac_2^2 + R_2^2 Qac_2^2 + X_2^2 Pac_2^2 + X_2^2 Qac_2^2\right)}{\partial P_3}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_2^2}{\partial P_2}$ na equação:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} - R_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Qac_2 + 2R_2^2 Pac_2\right) - \left(2R_2^2 Pac_2 + 2X_2^2 Pac_2\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} - \frac{1}{2}R_2 V_1^2 + R_2 X_2 Qac_2 - X_2^2 Pac_2\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = B'_{2P2} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(R_2 X_2 Qac_2 - X_2^2 Pac_2 - \frac{1}{2}R_2 V_1^2 + \Delta_{2P2}\right) \tag{c.92}$$

onde,

$$\Delta_{2P2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} \tag{c.93}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_2 em relação à potência ativa P_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_2} = V'_{2P2} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_2 - A_2\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_2 - A_2\right)}{\partial P_2} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(\frac{\partial B_2}{\partial P_2} - \frac{\partial A_2}{\partial P_2}\right)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_2} = V'_{2P2} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2P2} - A'_{2P2}\right) \qquad \text{(c.94)}$$

As equações obtidas em relação à Q_2 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 - 0{,}5V_1^2\right)}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(R_2 Pac_2\right)}{\partial Q_2} + \frac{\partial\left(X_2 Qac_2\right)}{\partial Q_2} - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_2} = A'_{2Q2} = X_2 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} \qquad \text{(c.95)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_2 em função de Q_2:

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 - 0{,}5V_1^2\right)^2}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_1^4 - R_2 Pac_2 V_1^2 - X_2 Qac_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Pac_2 Qac_2 + R_2^2 Pac_2^2 + X_2^2 Qac_2^2\right)}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_2} - \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} - X_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Pac_2 + 2X_2^2 Qac_2$$

Então calculando B_2 em função de Q_2:

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(Pac_2^2 + Qac_2^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2} - \frac{\partial\left(R_2^2 Pac_2^2 + R_2^2 Qac_2^2 + X_2^2 Pac_2^2 + X_2^2 Qac_2^2\right)}{\partial Q_2}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_2}$ na equação:

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_2} - \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} - X_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Pac_2 + 2X_2^2 Qac_2\right) - \left(2R_2^2 Qac_2 + 2X_2^2 Qac_2\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} - \frac{1}{2}X_2 V_1^2 + R_2 X_2 Pac_2 - R_2^2 Qac_2\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = B'_{2Q2} = \frac{1}{B_2} \cdot \left(R_2 X_2 Pac_2 - R_2^2 Qac_2 - \frac{1}{2} X_2 V_1^2 + \Delta_{2Q2} \right) \tag{c.96}$$

onde,

$$\Delta_{2Q2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} \tag{c.97}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_2 em relação à potência reativa Q_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_2} = V'_{2Q2} = \frac{1}{2} \cdot \left(B_2 - A_2 \right)^{-1/2} \cdot \frac{\partial \left(B_2 - A_2 \right)}{\partial Q_2} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} - \frac{\partial A_2}{\partial Q_2} \right)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_2} = V'_{2Q2} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(B'_{2Q2} - A'_{2Q2} \right) \tag{c.98}$$

C.3.2.3 Variação da Carga na Barra 1

Para a análise das derivadas parciais em relação à barra 1, considera-se R_2, X_2, Pac_2, Qac_2 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_1} = \frac{\partial \left(Pac_2 R_2 + Qac_2 X_2 - 0{,}5 V_1^2 \right)}{\partial P_1} = \frac{\partial \left(Pac_2 R_2 \right)}{\partial P_1} + \frac{\partial \left(Qac_2 X_2 \right)}{\partial P_1} - 0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_1} = A'_{2P1} = -0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial P_1} \tag{c.99}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_2 em função de P_1:

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1} = \frac{\partial \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 - 0{,}5 V_1^2 \right)^2}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1} = \frac{\partial \left(\frac{1}{4} V_1^4 - Pac_2 R_2 V_1^2 - Qac_2 X_2 V_1^2 + 2 Pac_2 R_2 Qac_2 X_2 + Pac_2^2 R_2^2 + Qac_2^2 X_2^2 \right)}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1} = \frac{1}{4} \frac{\partial V_1^4}{\partial P_1} - \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial P_1}$$

Então calculando B_2 em função de P_1:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_1} = \frac{\partial\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(Pac_2^2 + Qac_2^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_1} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1} - \frac{\partial\left(R_2^2 Pac_2^2 + R_2^2 Qac_2^2 + X_2^2 Pac_2^2 + X_2^2 Qac_2^2\right)}{\partial P_1}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_2^2}{\partial P_1}$ na equação:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_1} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_1}\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_1} = B'_{2P1} = \frac{1}{B_2}\cdot\Delta_{2P1} \qquad \text{(c.100)}$$

onde,

$$\Delta_{2P1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_1} \qquad \text{(c.101)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_2 em relação à potência ativa P_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_1} = V'_{2P1} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_2 - A_2\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_2 - A_2\right)}{\partial P_1} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(\frac{\partial B_2}{\partial P_1} - \frac{\partial A_2}{\partial P_1}\right)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_1} = V'_{2P1} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2P1} - A'_{2P1}\right) \qquad \text{(c.102)}$$

As equações obtidas em relação à Q_1 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 - 0{,}5V_1^2\right)}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(R_2 Pac_2\right)}{\partial Q_1} + \frac{\partial\left(X_2 Qac_2\right)}{\partial Q_1} - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_1} = A'_{2Q1} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1} \qquad \text{(c.103)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_1}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_2 em função de Q_1:

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 - 0{,}5V_1^2\right)^2}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_1^4 - R_2 Pac_2 V_1^2 - X_2 Qac_2 V_1^2 + 2R_2 X_2 Pac_2 Qac_2 + R_2^2 Pac_2^2 + X_2^2 Qac_2^2\right)}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_1} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_1} - \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1}$$

Então calculando B_2 em função de Q_1:

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left[A_2^2 - \left(R_2^2 + X_2^2\right)\cdot\left(Pac_2^2 + Qac_2^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = \frac{1}{2B_2}\cdot\left(\frac{\partial A_2^2}{\partial Q_1} - \frac{\partial\left(R_2^2 Pac_2^2 + R_2^2 Qac_2^2 + X_2^2 Pac_2^2 + X_2^2 Qac_2^2\right)}{\partial Q_1}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_2}{\partial Q_1}$ na equação:

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1}\right)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = B'_{2Q1} = \frac{1}{B_2}\cdot\Delta_{2Q1} \qquad \text{(c.104)}$$

onde,

$$\Delta_{2Q1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1} \qquad \text{(c.105)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_2 em relação à potência reativa Q_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_1} = V'_{2Q1} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_2 - A_2\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_2 - A_2\right)}{\partial Q_1} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} - \frac{\partial A_2}{\partial Q_1}\right)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_1} = V'_{2Q1} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2Q1} - A'_{2Q1}\right) \qquad \text{(c.106)}$$

C.3.3 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 1

De acordo com a Figura C.3, a carga a ser considerada no ponto de carga 1 é função da própria carga e das cargas à jusante, $P_1 = f(P_1, P_2, P_3)$ e $Q_1 = f(Q_1, Q_2, Q_3)$:

$$\begin{cases} Pac_1 = P_1 + P_2 + P_3 = P_1 + Pac_2 \\ Qac_1 = Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_1 + Qac_2 \end{cases} \quad \text{(c.107)}$$

A equação obtida para o cálculo da tensão na barra 1 é dada por:

$$V_1 = [B_1 - A_1]^{1/2} \quad \text{(c.108)}$$

onde,

$$A_1 = Pac_1 R_1 + Qac_1 X_1 - 0{,}5V_0^2 \quad \text{(c.109)}$$

$$B_1 = \left[A_1^2 - \left(Pac_1^2 + Qac_1^2\right)\cdot\left(R_1^2 + X_1^2\right)\right]^{1/2} \quad \text{(c.110)}$$

C.3.3.1 Variação da Carga na Barra 3

Para a análise das derivadas parciais em relação à barra 3, considera-se Pac_1, Qac_1 como funções e R_1, X_1 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_3 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_3} = \frac{\partial\left(Pac_1 R_1 + Qac_1 X_1 - 0{,}5V_0^2\right)}{\partial P_3} = \frac{\partial(Pac_1 R_1)}{\partial P_3} + \frac{\partial(Qac_1 X_1)}{\partial P_3} - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_3} = A'_{1P3} = R_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_3} \quad \text{(c.111)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_1^2}{\partial P_3}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_1 em função de P_3:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_3} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 - 0{,}5V_0^2\right)^2}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_3} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_0^4 - Pac_1 R_1 V_0^2 - Qac_1 X_1 V_0^2 + 2Pac_1 R_1 Qac_1 X_1 + Pac_1^2 R_1^2 + Qac_1^2 X_1^2\right)}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_3} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_3} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_3} - R_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Qac_1 + 2R_1^2 Pac_1$$

Então calculando B_1 em função de P_3:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_3} = \frac{\partial\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(Pac_1^2 + Qac_1^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_3}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_3} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial P_3} - \frac{\partial\left(R_1^2 Pac_1^2 + R_1^2 Qac_1^2 + X_1^2 Pac_1^2 + X_1^2 Qac_1^2\right)}{\partial P_3}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_1^2}{\partial P_3}$ na equação:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_3} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_3} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_3} - R_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Qac_1 + 2R_1^2 Pac_1\right) - \left(2R_1^2 Pac_1 + 2X_1^2 Pac_1\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_3} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_3} - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1\right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_3} = B'_{1P3} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + \Delta_{1P3}\right) \qquad \text{(c.112)}$$

onde,

$$\Delta_{1P3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_3} \qquad \text{(c.113)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_1 em relação à potência ativa P_3 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_3} = V'_{1P3} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_1 - A_1\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_1 - A_1\right)}{\partial P_3} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(\frac{\partial B_1}{\partial P_3} - \frac{\partial A_1}{\partial P_3}\right)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_3} = V'_{1P3} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1P3} - A'_{1P3}\right) \qquad \text{(c.114)}$$

As equações obtidas em relação à Q_3 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 - 0{,}5V_0^2\right)}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1\right)}{\partial Q_3} + \frac{\partial\left(X_1 Qac_1\right)}{\partial Q_3} - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_3} = A'_{1Q3} = X_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_3} \qquad \text{(c.115)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_3}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_1 em função de Q_3:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 - 0{,}5V_0^2\right)^2}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_0^4 - R_1 Pac_1 V_0^2 - X_1 Qac_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Pac_1 Qac_1 + R_1^2 Pac_1^2 + X_1^2 Qac_1^2\right)}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_3} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_3} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_3} - X_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Pac_1 + 2X_1^2 Qac_1$$

Então calculando B_1 em função de Q_3:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_3} = \frac{\partial\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(Pac_1^2 + Qac_1^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_3}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_3} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_3} - \frac{\partial\left(R_1^2 Pac_1^2 + R_1^2 Qac_1^2 + X_1^2 Pac_1^2 + X_1^2 Qac_1^2\right)}{\partial Q_3}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_3}$ na equação:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_3} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_3} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_3} - X_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Pac_1 + 2X_1^2 Qac_1\right) - \left(2R_1^2 Qac_1 + 2X_1^2 Qac_1\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_3} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1\right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_3} = B'_{1Q3} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q3}\right) \qquad \text{(c.116)}$$

onde,

$$\Delta_{1Q3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_3} \qquad \text{(c.117)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_1 em relação à potência reativa Q_3 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_3} = V'_{1Q3} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_1 - A_1\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_1 - A_1\right)}{\partial Q_3} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(\frac{\partial B_1}{\partial Q_3} - \frac{\partial A_1}{\partial Q_3}\right)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_3} = V'_{1Q3} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1Q3} - A'_{1Q3}\right) \qquad \text{(c.118)}$$

C.3.3.2 Variação da Carga na Barra 2

Para a análise das derivadas parciais em relação à barra 2, considera-se Pac_1, Qac_1 como funções e R_1, X_1 como variáveis constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(Pac_1 R_1 + Qac_1 X_1 - 0{,}5V_0^2\right)}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(Pac_1 R_1\right)}{\partial P_2} + \frac{\partial\left(Qac_1 X_1\right)}{\partial P_2} - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_2} = A_{1P2}^{'} = R_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \qquad \text{(c.119)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_1 em função de P_2:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 - 0{,}5V_0^2\right)^2}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_0^4 - Pac_1 R_1 V_0^2 - Qac_1 X_1 V_0^2 + 2Pac_1 R_1 Qac_1 X_1 + Pac_1^2 R_1^2 + Qac_1^2 X_1^2\right)}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} - R_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Qac_1 + 2R_1^2 Pac_1$$

Então calculando B_1 em função de P_2:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = \frac{\partial\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(Pac_1^2 + Qac_1^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_2}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2} - \frac{\partial\left(R_1^2 Pac_1^2 + R_1^2 Qac_1^2 + X_1^2 Pac_1^2 + X_1^2 Qac_1^2\right)}{\partial P_2}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_1^2}{\partial P_2}$ na equação:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} - R_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Qac_1 + 2R_1^2 Pac_1\right) - \left(2R_1^2 Pac_1 + 2X_1^2 Pac_1\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1\right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = B_{1P2}^{'} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + \Delta_{1P2}\right) \qquad \text{(c.120)}$$

onde,

$$\Delta_{1P2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \tag{c.121}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_1 em relação à potência ativa P_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_2} = V_{1P2}^{'} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_1 - A_1\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_1 - A_1\right)}{\partial P_2} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(\frac{\partial B_1}{\partial P_2} - \frac{\partial A_1}{\partial P_2}\right)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_2} = V_{1P2}^{'} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B_{1P2}^{'} - A_{1P2}^{'}\right) \tag{c.122}$$

As equações obtidas em relação à Q_2 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 - 0{,}5V_0^2\right)}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1\right)}{\partial Q_2} + \frac{\partial\left(X_1 Qac_1\right)}{\partial Q_2} - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_2} = A_{1Q2}^{'} = X_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \tag{c.123}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_1 em função de Q_2:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 - 0{,}5V_0^2\right)^2}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_0^4 - R_1 Pac_1 V_0^2 - X_1 Qac_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Pac_1 Qac_1 + R_1^2 Pac_1^2 + X_1^2 Qac_1^2\right)}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_2} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} - X_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Pac_1 + 2X_1^2 Qac_1$$

Então calculando B_1 em função de Q_2:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = \frac{\partial\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(Pac_1^2 + Qac_1^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_2}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2} - \frac{\partial\left(R_1^2 Pac_1^2 + R_1^2 Qac_1^2 + X_1^2 Pac_1^2 + X_1^2 Qac_1^2\right)}{\partial Q_2}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_2}$ na equação:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = \frac{1}{2B_1} \cdot \left[\left(\frac{1}{4} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_2} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} - X_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Pac_1 + 2X_1^2 Qac_1 \right) - \left(2R_1^2 Qac_1 + 2X_1^2 Qac_1 \right) \right]$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = \frac{1}{B_2} \cdot \left(\frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} X_1 V_0^2 + R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 \right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = B'_{1Q2} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2} X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q2} \right) \quad \text{(c.124)}$$

onde,

$$\Delta_{1Q2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \quad \text{(c.125)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_1 em relação à potência reativa Q_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_2} = V'_{1Q2} = \frac{1}{2} \cdot \left(B_1 - A_1 \right)^{-1/2} \cdot \frac{\partial \left(B_1 - A_1 \right)}{\partial Q_2} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} - \frac{\partial A_1}{\partial Q_2} \right)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_2} = V'_{1Q2} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B'_{1Q2} - A'_{1Q2} \right) \quad \text{(c.126)}$$

C.3.3.3 Variação da Carga na Barra 1

Para a análise das derivadas parciais em relação à barra 1, considera-se Pac_1, Qac_1 como funções e R_1, X_1 como constantes do sistema. Assim, as equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_1} = \frac{\partial \left(Pac_1 R_1 + Qac_1 X_1 - 0{,}5 V_0^2 \right)}{\partial P_1} = \frac{\partial \left(Pac_1 R_1 \right)}{\partial P_1} + \frac{\partial \left(Qac_1 X_1 \right)}{\partial P_1} - 0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_1} = A'_{1P1} = R_1 - 0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} \quad \text{(c.127)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_1 em função de P_1:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 - 0{,}5V_0^2\right)^2}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_0^4 - Pac_1 R_1 V_0^2 - Qac_1 X_1 V_0^2 + 2Pac_1 R_1 Qac_1 X_1 + Pac_1^2 R_1^2 + Qac_1^2 X_1^2\right)}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} - R_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Qac_1 + 2R_1^2 Pac_1$$

Então calculando B_1 em função de P_1:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \frac{\partial\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(Pac_1^2 + Qac_1^2\right)\right]^{1/2}}{\partial P_1}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1} - \frac{\partial\left(R_1^2 Pac_1^2 + R_1^2 Qac_1^2 + X_1^2 Pac_1^2 + X_1^2 Qac_1^2\right)}{\partial P_1}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_1^2}{\partial P_1}$ na equação:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} - R_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Qac_1 + 2R_1^2 Pac_1\right) - \left(2R_1^2 Pac_1 + 2X_1^2 Pac_1\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1\right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = B_{1P1}^{'} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + \Delta_{1P1}\right) \qquad \text{(c.128)}$$

onde,

$$\Delta_{1P1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} \qquad \text{(c.129)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_1 em relação à potência ativa P_1 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_1} = V_{1P1}^{'} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_1 - A_1\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_1 - A_1\right)}{\partial P_1} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(\frac{\partial B_1}{\partial P_1} - \frac{\partial A_1}{\partial P_1}\right)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_1} = V_{1P1}^{'} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B_{1P1}^{'} - A_{1P1}^{'}\right) \qquad \text{(c.130)}$$

As equações obtidas em relação à Q_1 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 - 0{,}5V_0^2\right)}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1\right)}{\partial Q_1} + \frac{\partial\left(X_1 Qac_1\right)}{\partial Q_1} - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_1} = A'_{1Q1} = X_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} \qquad \text{(c.131)}$$

Calcula-se $\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1}$ para auxiliar o cálculo da derivada de B_1 em função de Q_1:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 - 0{,}5V_0^2\right)^2}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left(\frac{1}{4}V_0^4 - R_1 Pac_1 V_0^2 - X_1 Qac_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Pac_1 Qac_1 + R_1^2 Pac_1^2 + X_1^2 Qac_1^2\right)}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1} = \frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} - X_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Pac_1 + 2X_1^2 Qac_1$$

Então calculando B_1 em função de Q_1:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = \frac{\partial\left[A_1^2 - \left(R_1^2 + X_1^2\right)\cdot\left(Pac_1^2 + Qac_1^2\right)\right]^{1/2}}{\partial Q_1}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left(\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1} - \frac{\partial\left(R_1^2 Pac_1^2 + R_1^2 Qac_1^2 + X_1^2 Pac_1^2 + X_1^2 Qac_1^2\right)}{\partial Q_1}\right)$$

Substituindo $\frac{\partial A_1^2}{\partial Q_1}$ na equação:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = \frac{1}{2B_1}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} - X_1 V_0^2 + 2R_1 X_1 Pac_1 + 2X_1^2 Qac_1\right) - \left(2R_1^2 Qac_1 + 2X_1^2 Qac_1\right)\right]$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(\frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1\right)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = B'_{1Q1} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q1}\right) \qquad \text{(c.132)}$$

onde,

$$\Delta_{1Q1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} \qquad \text{(c.133)}$$

Então o cálculo das derivadas da tensão V_1 em relação à potência reativa Q_2 é dada por:

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_1} = V'_{1Q2} = \frac{1}{2}\cdot\left(B_1 - A_1\right)^{-1/2}\cdot\frac{\partial\left(B_1 - A_1\right)}{\partial Q_1} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} - \frac{\partial A_1}{\partial Q_1}\right)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_1} = V'_{1Q1} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1Q1} - A'_{1Q1}\right) \tag{c.134}$$

C.4 GENERALIZAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA

C.4.1 Análise Considerando Somente as Cargas Próprias

Considerando somente a carga própria de cada barra, a equação obtida para o cálculo da tensão nas n barras da rede é dada por:

$$V_i = \left[B_i - A_i\right]^{1/2} \tag{c.135}$$

onde,

$$A_i = Pac_i R_i + Qac_i X_i - 0{,}5V_{i-1}^2 \tag{c.136}$$

$$B_i = \left[A_i^2 - \left(Pac_i^2 + Qac_i^2\right)\cdot\left(R_i^2 + X_i^2\right)\right]^{1/2} \tag{c.137}$$

$$Pac_i = P_i \tag{c.138}$$

$$Qac_i = Q_i \tag{c.139}$$

Assim, as derivadas parciais de V em relação às potências ativa P e reativa Q em cada barra do sistema são dadas como:

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i}\cdot\left(B'_{iPj} - A'_{iPj}\right) \qquad \forall i, j \in n \tag{c.140}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i}\cdot\left(B'_{iQj} - A'_{iQj}\right) \qquad \forall i, j \in n \tag{c.141}$$

Se $i = j$,

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = R_i - 0{,}5\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{d.142}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i Q_i X_i - X_i^2 P_i - \frac{1}{2} R_i V_{i-1}^2 + \Delta_{iPj} \right) \tag{c.143}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} - \frac{1}{2} \left(R_i P_i + X_i Q_i \right) \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{c.144}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = X_i - 0{,}5 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{c.145}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i P_i X_i - R_i^2 Q_i - \frac{1}{2} X_i V_{i-1}^2 + \Delta_{iQj} \right) \tag{c.146}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial Q_j} - \frac{1}{2} \left(R_i P_i + X_i Q_i \right) \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{c.147}$$

Senão, se $i \neq j$,

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = -0{,}5 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{c.148}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \Delta_{iPj} \tag{c.149}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} - \frac{1}{2} \left(R_i P_i + X_i Q_i \right) \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{c.150}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = -0{,}5 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{c.151}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \Delta_{iQj} \tag{c.152}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial Q_j} - \frac{1}{2} \left(R_i P_i + X_i Q_i \right) \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{c.153}$$

Observa-se que, sendo V_0 a tensão especificada e constante na SE (barra 0), suas derivadas em relação às potências são nulas.

C.4.2 Análise Considerando as Cargas à Jusante

Considerando que P e Q são função também das cargas a jusante, isto é, $P_1 = f(P_1, P_2, ..., P_n)$ e $Q_1 = f(Q_1, Q_2, ..., Q_n)$, a equação obtida para o cálculo da tensão nas n barras da rede é dada por:

$$V_i = [B_i - A_i]^{1/2} \tag{c.154}$$

onde,

$$A_i = Pac_i R_i + Qac_i X_i - 0{,}5V_{i-1}^2 \tag{c.155}$$

$$B_i = \left[A_i^2 - \left(Pac_i^2 + Qac_i^2\right)\cdot\left(R_i^2 + X_i^2\right)\right]^{1/2} \tag{c.156}$$

$$Pac_i = \sum_i^n P_i \tag{c.157}$$

$$Qac_i = \sum_i^n Q_i \tag{c.158}$$

Assim, as derivadas parciais de V em relação às potências ativa P e reativa Q em cada barra do sistema são dadas como:

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V_{iPj}^{'} = \frac{1}{2V_i}\cdot\left(B_{iPj}^{'} - A_{iPj}^{'}\right) \qquad \forall i, j \in n \tag{c.159}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V_{iQj}^{'} = \frac{1}{2V_i}\cdot\left(B_{iQj}^{'} - A_{iQj}^{'}\right) \qquad \forall i, j \in n \tag{c.160}$$

Se $j \geq i$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A_{iPj}^{'} = R_i - 0{,}5\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{c.161}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B_{iPj}^{'} = \frac{1}{B_i}\cdot\left(R_i Qac_i X_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2}R_i V_{i-1}^2 + \Delta_{iPj}\right) \tag{c.162}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} - \frac{1}{2}\left(R_i Pac_i + X_i Qac_i\right)\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \tag{c.163}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A_{iQj}^{'} = X_i - 0{,}5\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \tag{c.164}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i Pac_i X_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2} X_i V_{i-1}^2 + \Delta_{iQj} \right) \quad \text{(c.165)}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial Q_j} - \frac{1}{2} \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \quad \text{(c.166)}$$

Senão, se $j < i$,

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = -0{,}5 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \quad \text{(c.167)}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \Delta_{iPj} \quad \text{(c.168)}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} - \frac{1}{2} \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} \quad \text{(c.169)}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = -0{,}5 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \quad \text{(c.170)}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \Delta_{iQj} \quad \text{(c.171)}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial Q_j} - \frac{1}{2} \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial Q_j} \quad \text{(c.172)}$$

Nas derivadas acima, pode-se verificar que as derivadas da tensão V obtidas em relação ao mesmo ponto de carga são iguais quando consideradas as cargas à jusante ou somente a carga própria do ponto.

C.5 EQUAÇÕES PARA REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA

Considerando que u é uma função derivável e α é uma constante, então:

$$y = u^{\alpha}, (\alpha \neq 0) \Rightarrow y' = \alpha \cdot u^{\alpha - 1} \cdot u'$$

Aplicando esta derivada em:

$$\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} = 2 V_{i-1} \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} \quad \text{(c.173)}$$

$$\frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} = \frac{\partial\left(V_{i-1}^2\right)^2}{\partial P_j} = 2V_{i-1}^2 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} = 2V_{i-1}^2\left(2V_{i-1}\frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j}\right) = 4V_{i-1}^3 \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} \tag{c.174}$$

Assim, levando em consideração que as cargas P e Q são função também das cargas a jusante, e que sendo V_0 a tensão especificada e constante na SE (barra 0), suas derivadas em relação às potências são nulas, a representação da variação da carga para sistemas radiais pode ser convenientemente escrita como:

Se $i = 1$

Para $j = 1:n$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A_{iPj}^{'} = R_i \tag{c.175}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A_{iQj}^{'} = X_i \tag{c.176}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B_{iPj}^{'} = \frac{1}{B_i}\cdot\left(R_i X_i Qac_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2}R_i V_{i-1}^2\right) \tag{c.177}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B_{iqj}^{'} = \frac{1}{B_i}\cdot\left(R_i X_i Pac_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2}X_i V_{i-1}^2\right) \tag{c.178}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V_{iPj}^{'} = \frac{1}{2V_i}\cdot\left(B_{iPj}^{'} - A_{iPj}^{'}\right) \tag{c.179}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V_{iQj}^{'} = \frac{1}{2V_i}\cdot\left(B_{iQj}^{'} - A_{iQj}^{'}\right) \tag{c.180}$$

Se $i \neq 1$

Para $j = 1:n$

Se $j < 1$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A_{iPj}^{'} = -V_{i-1}\cdot\frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} \tag{c.181}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A_{iQj}^{'} = -V_{i-1}\cdot\frac{\partial V_{i-1}}{\partial Q_j} \tag{c.182}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(\frac{1}{2} V_{i-1}^3 \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_{i-1} \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} \right) \tag{c.183}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(\frac{1}{2} V_{i-1}^3 \frac{\partial V_{i-1}}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_{i-1} \frac{\partial V_{i-1}}{\partial Q_j} \right) \tag{c.184}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{c.185}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{c.186}$$

Se $j \geq 1$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = R_i - V_{i-1} \cdot \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} \tag{c.187}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = X_i - V_{i-1} \cdot \frac{\partial V_{i-1}}{\partial Q_j} \tag{c.188}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Qac_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2} R_i V_{i-1}^2 + \Delta_{iPj} \right) \tag{c.189}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{2} V_{i-1}^3 \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_{i-1} \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} \tag{c.190}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Pac_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2} X_i V_{i-1}^2 + \Delta_{iQj} \right) \tag{c.191}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{2} V_{i-1}^3 \frac{\partial V_{i-1}}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_{i-1} \frac{\partial V_{i-1}}{\partial Q_j} \tag{c.192}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{c.193}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{c.194}$$

Apêndice D REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA PARA SISTEMAS COM RAMAIS LATERAIS

D.1 EQUIVALENTE ELÉTRICO

Uma rede de distribuição, com ramais laterais, está apresentada na Figura D.1:

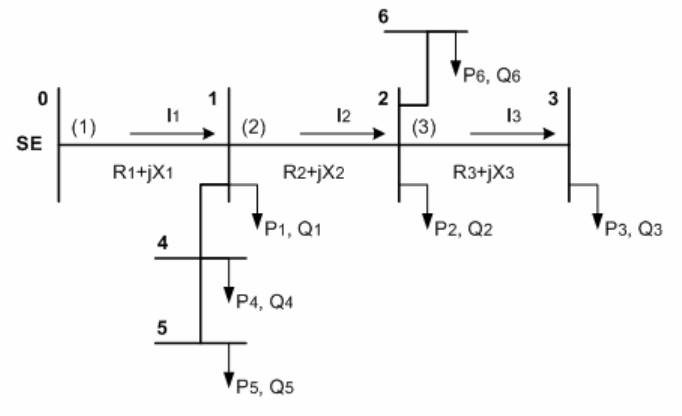


Figura D.1: Equivalente elétrico de rede com ramais laterais.

D.2 ANÁLISE CONSIDERANDO AS CARGAS À JUSANTE DE CADA BARRA

Em conformidade com a representação da variação da carga apresentada no Apêndice C para sistemas radiais, será apresentada a modelagem matemática para sistemas com ramais laterais. Contudo o desenvolvimento matemático será simplificado, tendo em vista o detalhamento apresentado no Apêndice C.

A Figura D.1 representa o equivalente elétrico de uma rede de distribuição com seis barras de carga, sendo que a barra 0 corresponde à subestação (SE) e, portanto, apresenta tensão constante.

D.2.1 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 6

Conforme mostra a Figura D.1, a carga a ser considerada no ponto de carga 6 é função somente da própria carga:

$$\begin{cases} Pac_6 = P_6 \\ Qac_6 = Q_6 \end{cases} \tag{d.1}$$

A equação obtida para o cálculo da tensão na barra 6 é dada por:

$$V_6 = \left[B_6 - A_6\right]^{1/2} \tag{d.2}$$

onde,

$$A_6 = R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6 - 0{,}5V_2^2 \tag{d.3}$$

$$B_6 = \left[A_6^2 - \left(Pac_6^2 + Qac_6^2\right)\cdot\left(R_6^2 + X_6^2\right)\right]^{1/2} \tag{d.4}$$

D.2.1.1 Variação da Carga na Barra 6

As equações obtidas em função da potência ativa P_6 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial P_6} = A'_{6P6} = R_6 - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_6} \tag{d.5}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial P_6} = B'_{6P6} = \frac{1}{B_6}\cdot\left(R_6 X_6 Qac_6 - X_6^2 Pac_6 - \frac{1}{2}R_6 V_2^2 + \Delta_{6P6}\right) \tag{d.6}$$

onde,

$$\Delta_{6P6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_6} - \frac{1}{2}\left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_6} \tag{d.7}$$

As equações obtidas em relação à Q_6 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial Q_6} = A'_{6Q6} = X_6 - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_6} \tag{d.8}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial Q_6} = B'_{6Q6} = \frac{1}{B_6}\cdot\left(R_6 X_6 Pac_6 - R_6^2 Qac_6 - \frac{1}{2}X_6 V_2^2 + \Delta_{6Q6}\right) \tag{d.9}$$

onde,

$$\Delta_{6Q6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_6} - \frac{1}{2}\left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_6} \tag{d.10}$$

Então das derivadas da tensão V_6 são:

$$\frac{\partial V_6}{\partial P_6} = V'_{6P6} = \frac{1}{2V_6}\cdot\left(B'_{6P6} - A'_{6P6}\right) \tag{d.11}$$

$$\frac{\partial V_6}{\partial Q_6} = V'_{6Q6} = \frac{1}{2V_6} \cdot \left(B'_{6Q6} - A'_{6Q6} \right) \tag{d.12}$$

D.2.1.2 Variação da Carga na Barra 5

As equações obtidas em função da potência ativa P_5 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial P_5} = A'_{6P5} = -0{,}5 \frac{\partial V_2^2}{\partial P_5} \tag{d.13}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial P_5} = B'_{6P5} = \frac{1}{B_6} \cdot \Delta_{6P5} \tag{d.14}$$

onde,

$$\Delta_{6P5} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_2^4}{\partial P_5} - \frac{1}{2} \left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6 \right) \frac{\partial V_2^2}{\partial P_5} \tag{d.15}$$

As equações obtidas em relação à Q_5 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial Q_5} = A'_{6Q5} = -0{,}5 \frac{\partial V_2^2}{\partial Q_5} \tag{d.16}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial Q_5} = B'_{6Q5} = \frac{1}{B_6} \cdot \Delta_{6Q5} \tag{d.17}$$

onde,

$$\Delta_{6Q5} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_2^4}{\partial Q_5} - \frac{1}{2} \left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6 \right) \frac{\partial V_2^2}{\partial Q_5} \tag{d.18}$$

Então das derivadas da tensão V_6 são:

$$\frac{\partial V_6}{\partial P_5} = V'_{6P5} = \frac{1}{2V_6} \cdot \left(B'_{6P5} - A'_{6P5} \right) \tag{d.19}$$

$$\frac{\partial V_6}{\partial Q_5} = V'_{6Q5} = \frac{1}{2V_6} \cdot \left(B'_{6Q5} - A'_{6Q5} \right) \tag{d.20}$$

D.2.1.3 Variação da Carga na Barra 4

As equações obtidas em função da potência ativa P_4 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial P_4} = A'_{6P4} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_4} \tag{d.21}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial P_4} = B'_{6P4} = \frac{1}{B_6}\cdot \Delta_{6P4} \tag{d.22}$$

onde,

$$\Delta_{6P4} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_4} - \frac{1}{2}\left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_4} \tag{d.23}$$

As equações obtidas em relação à Q_4 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial Q_4} = A'_{6Q4} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_4} \tag{d.24}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial Q_4} = B'_{6Q4} = \frac{1}{B_6}\cdot \Delta_{6Q4} \tag{d.25}$$

onde,

$$\Delta_{6Q4} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_4} - \frac{1}{2}\left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_4} \tag{d.26}$$

Então das derivadas da tensão V_6 são:

$$\frac{\partial V_6}{\partial P_4} = V'_{6P4} = \frac{1}{2V_6}\cdot\left(B'_{6P4} - A'_{6P4}\right) \tag{d.27}$$

$$\frac{\partial V_6}{\partial Q_4} = V'_{6Q4} = \frac{1}{2V_6}\cdot\left(B'_{6Q4} - A'_{6Q4}\right) \tag{d.28}$$

D.2.1.4 Variação da Carga na Barra 3

As equações obtidas em função da potência ativa P_3 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial P_3} = A'_{6P3} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_3} \tag{d.29}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial P_3} = B'_{6P3} = \frac{1}{B_6}\cdot \Delta_{6P3} \tag{d.30}$$

onde,

$$\Delta_{6P3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_3} \tag{d.31}$$

As equações obtidas em relação à Q_3 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial Q_3} = A'_{6Q3} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_3} \tag{d.32}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial Q_3} = B'_{6Q3} = \frac{1}{B_6}\cdot\Delta_{6Q3} \tag{d.33}$$

onde,

$$\Delta_{6Q3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_3} \tag{d.34}$$

Então das derivadas da tensão V_6 são:

$$\frac{\partial V_6}{\partial P_3} = V'_{6P3} = \frac{1}{2V_6}\cdot\left(B'_{6P3} - A'_{6P3}\right) \tag{d.35}$$

$$\frac{\partial V_6}{\partial Q_3} = V'_{6Q3} = \frac{1}{2V_6}\cdot\left(B'_{6Q3} - A'_{6Q3}\right) \tag{d.36}$$

D.2.1.5 Variação da Carga na Barra 2

As equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial P_2} = A'_{6P2} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_2} \tag{d.37}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial P_2} = B'_{6P2} = \frac{1}{B_6}\cdot\Delta_{6P2} \tag{d.38}$$

onde,

$$\Delta_{6P2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_2} \tag{d.39}$$

As equações obtidas em relação à Q_2 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial Q_2} = A'_{6Q2} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_2} \tag{d.40}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial Q_2} = B'_{6Q2} = \frac{1}{B_6}\cdot \Delta_{6Q2} \tag{d.41}$$

onde,

$$\Delta_{6Q2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2}\left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_2} \tag{d.42}$$

Então das derivadas da tensão V_6 são:

$$\frac{\partial V_6}{\partial P_2} = V'_{6P2} = \frac{1}{2V_6}\cdot\left(B'_{6P2} - A'_{6P2}\right) \tag{d.43}$$

$$\frac{\partial V_6}{\partial Q_2} = V'_{6Q2} = \frac{1}{2V_6}\cdot\left(B'_{6Q2} - A'_{6Q2}\right) \tag{d.44}$$

D.2.1.6 Variação da Carga na Barra 1

As equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial P_1} = A'_{6P1} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_1} \tag{d.45}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial P_1} = B'_{6P1} = \frac{1}{B_6}\cdot \Delta_{6P1} \tag{d.46}$$

onde,

$$\Delta_{6P1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_1} \tag{d.47}$$

As equações obtidas em relação à Q_1 são:

$$\frac{\partial A_6}{\partial Q_1} = A'_{6Q1} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_1} \tag{d.48}$$

$$\frac{\partial B_6}{\partial Q_1} = B'_{6Q1} = \frac{1}{B_6}\cdot \Delta_{6Q1} \tag{d.49}$$

onde,

$$\Delta_{6Q1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_6 Pac_6 + X_6 Qac_6\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_1} \tag{d.50}$$

Então das derivadas da tensão V_6 são:

$$\frac{\partial V_6}{\partial P_1} = V'_{6P1} = \frac{1}{2V_6}\cdot\left(B'_{6P1} - A'_{6P1}\right) \tag{d.51}$$

$$\frac{\partial V_6}{\partial Q_1} = V'_{6Q1} = \frac{1}{2V_6}\cdot\left(B'_{6Q1} - A'_{6Q1}\right) \tag{d.52}$$

D.2.2 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 5

Conforme mostra a Figura D.1, a carga a ser considerada no ponto de carga 5 é função somente da própria carga:

$$\begin{cases} Pac_5 = P_5 \\ Qac_5 = Q_5 \end{cases} \tag{d.53}$$

A equação obtida para o cálculo da tensão na barra 5 é dada por:

$$V_5 = \left[B_5 - A_5\right]^{1/2} \tag{d.54}$$

onde,

$$A_5 = R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5 - 0{,}5V_4^2 \tag{d.55}$$

$$B_5 = \left[A_5^2 - \left(Pac_5^2 + Qac_5^2\right)\cdot\left(R_5^2 + X_5^2\right)\right]^{1/2} \tag{d.56}$$

D.2.2.1 Variação da Carga na Barra 6

As equações obtidas em função da potência ativa P_6 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial P_6} = A'_{5P6} = -0{,}5\frac{\partial V_4^2}{\partial P_6} \tag{d.57}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial P_6} = B'_{5P6} = \frac{1}{B_5}\cdot\Delta_{5P6} \tag{d.58}$$

onde,

$$\Delta_{5P6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_4^4}{\partial P_6} - \frac{1}{2}\left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5\right)\frac{\partial V_4^2}{\partial P_6} \tag{d.59}$$

As equações obtidas em relação à Q_6 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial Q_6} = A'_{5Q6} = -0{,}5\frac{\partial V_4^2}{\partial Q_6} \tag{d.60}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial Q_6} = B'_{5Q6} = \frac{1}{B_5}\cdot\Delta_{5Q6} \tag{d.61}$$

onde,

$$\Delta_{5Q6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_4^4}{\partial Q_6} - \frac{1}{2}\left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5\right)\frac{\partial V_4^2}{\partial Q_6} \tag{d.62}$$

Então das derivadas da tensão V_5 são:

$$\frac{\partial V_5}{\partial P_6} = V'_{5P6} = \frac{1}{2V_5}\cdot\left(B'_{5P6} - A'_{5P6}\right) \tag{d.63}$$

$$\frac{\partial V_5}{\partial Q_6} = V'_{5Q6} = \frac{1}{2V_5}\cdot\left(B'_{5Q6} - A'_{5Q6}\right) \tag{d.64}$$

D.2.2.2 Variação da Carga na Barra 5

As equações obtidas em função da potência ativa P_5 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial P_5} = A'_{5P5} = R_5 - 0{,}5\frac{\partial V_4^2}{\partial P_5} \tag{d.65}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial P_5} = B'_{5P5} = \frac{1}{B_5}\cdot\left(R_5 X_5 Qac_5 - X_5^2 Pac_5 - \frac{1}{2}R_5 V_4^2 + \Delta_{5P5}\right) \tag{d.66}$$

onde,

$$\Delta_{5P5} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_4^4}{\partial P_5} - \frac{1}{2}\left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5\right)\frac{\partial V_4^2}{\partial P_5} \tag{d.67}$$

As equações obtidas em relação à Q_5 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial Q_5} = A'_{5Q5} = X_5 - 0{,}5\frac{\partial V_4^2}{\partial Q_5} \tag{d.68}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial Q_5} = B'_{5Q5} = \frac{1}{B_5}\cdot\left(R_5 X_5 Pac_5 - R_5^2 Qac_5 - \frac{1}{2}X_5 V_4^2 + \Delta_{5Q5}\right) \tag{d.69}$$

onde,

$$\Delta_{5Q5} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_4^4}{\partial Q_5} - \frac{1}{2}\left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5\right)\frac{\partial V_4^2}{\partial Q_5} \tag{d.70}$$

Então das derivadas da tensão V_5 são:

$$\frac{\partial V_5}{\partial P_5} = V'_{5P5} = \frac{1}{2V_5}\cdot\left(B'_{5P5} - A'_{5P5}\right) \tag{d.71}$$

$$\frac{\partial V_5}{\partial Q_5} = V'_{5Q5} = \frac{1}{2V_5}\cdot\left(B'_{5Q5} - A'_{5Q5}\right) \tag{d.72}$$

D.2.2.3 Variação da Carga na Barra 4

As equações obtidas em função da potência ativa P_4 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial P_4} = A'_{5P4} = -0{,}5\frac{\partial V_4^2}{\partial P_4} \tag{d.73}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial P_4} = B'_{5P4} = \frac{1}{B_5}\cdot\Delta_{5P4} \tag{d.74}$$

onde,

$$\Delta_{5P4} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_4^4}{\partial P_4} - \frac{1}{2}\left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5\right)\frac{\partial V_4^2}{\partial P_4} \tag{d.75}$$

As equações obtidas em relação à Q_4 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial Q_4} = A'_{5Q4} = -0{,}5\frac{\partial V_4^2}{\partial Q_4} \tag{d.76}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial Q_4} = B'_{5Q4} = \frac{1}{B_5}\cdot\Delta_{5Q4} \tag{d.77}$$

onde,

$$\Delta_{5Q4} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_4^4}{\partial Q_4} - \frac{1}{2}\left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5\right)\frac{\partial V_4^2}{\partial Q_4} \tag{d.78}$$

Então das derivadas da tensão V_5 são:

$$\frac{\partial V_5}{\partial P_4} = V'_{5P4} = \frac{1}{2V_5}\cdot\left(B'_{5P4} - A'_{5P4}\right) \tag{d.79}$$

$$\frac{\partial V_5}{\partial Q_4} = V'_{5Q4} = \frac{1}{2V_5}\cdot\left(B'_{5Q4} - A'_{5Q4}\right) \tag{d.80}$$

D.2.2.4 Variação da Carga na Barra 3

As equações obtidas em função da potência ativa P_3 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial P_3} = A'_{5P3} = -0{,}5\frac{\partial V_4^2}{\partial P_3} \tag{d.81}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial P_3} = B'_{5P3} = \frac{1}{B_5}\cdot\Delta_{5P3} \tag{d.82}$$

onde,

$$\Delta_{5P3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_4^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5\right)\frac{\partial V_4^2}{\partial P_3} \tag{d.83}$$

As equações obtidas em relação à Q_3 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial Q_3} = A'_{5Q3} = -0{,}5\frac{\partial V_4^2}{\partial Q_3} \tag{d.84}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial Q_3} = B'_{5Q3} = \frac{1}{B_5}\cdot\Delta_{5Q3} \tag{d.85}$$

onde,

$$\Delta_{5Q3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_4^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5\right)\frac{\partial V_4^2}{\partial Q_3} \tag{d.86}$$

Então das derivadas da tensão V_5 são:

$$\frac{\partial V_5}{\partial P_3} = V'_{5P3} = \frac{1}{2V_5} \cdot \left(B'_{5P3} - A'_{5P3} \right) \tag{d.87}$$

$$\frac{\partial V_5}{\partial Q_3} = V'_{5Q3} = \frac{1}{2V_5} \cdot \left(B'_{5Q3} - A'_{5Q3} \right) \tag{d.88}$$

D.2.2.5 Variação da Carga na Barra 2

As equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial P_2} = A'_{5P2} = -0{,}5 \frac{\partial V_4^2}{\partial P_2} \tag{d.89}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial P_2} = B'_{5P2} = \frac{1}{B_5} \cdot \Delta_{5P2} \tag{d.90}$$

onde,

$$\Delta_{5P2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_4^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2} \left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5 \right) \frac{\partial V_4^2}{\partial P_2} \tag{d.91}$$

As equações obtidas em relação à Q_2 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial Q_2} = A'_{5Q2} = -0{,}5 \frac{\partial V_4^2}{\partial Q_2} \tag{d.92}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial Q_2} = B'_{5Q2} = \frac{1}{B_5} \cdot \Delta_{5Q2} \tag{d.93}$$

onde,

$$\Delta_{5Q2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_4^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} \left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5 \right) \frac{\partial V_4^2}{\partial Q_2} \tag{d.94}$$

Então das derivadas da tensão V_5 são:

$$\frac{\partial V_5}{\partial P_2} = V'_{5P2} = \frac{1}{2V_5} \cdot \left(B'_{5P2} - A'_{5P2} \right) \tag{d.95}$$

$$\frac{\partial V_5}{\partial Q_2} = V'_{5Q2} = \frac{1}{2V_5} \cdot \left(B'_{5Q2} - A'_{5Q2} \right) \tag{d.96}$$

D.2.2.6 Variação da Carga na Barra 1

As equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial P_1} = A'_{5P1} = -0{,}5\frac{\partial V_4^2}{\partial P_1} \tag{d.97}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial P_1} = B'_{5P1} = \frac{1}{B_5}\cdot\Delta_{5P1} \tag{d.98}$$

onde,

$$\Delta_{5P1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_4^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5\right)\frac{\partial V_4^2}{\partial P_1} \tag{d.99}$$

As equações obtidas em relação à Q_1 são:

$$\frac{\partial A_5}{\partial Q_1} = A'_{5Q1} = -0{,}5\frac{\partial V_4^2}{\partial Q_1} \tag{d.100}$$

$$\frac{\partial B_5}{\partial Q_1} = B'_{5Q1} = \frac{1}{B_5}\cdot\Delta_{5Q1} \tag{d.101}$$

onde,

$$\Delta_{5Q1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_4^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_5 Pac_5 + X_5 Qac_5\right)\frac{\partial V_4^2}{\partial Q_1} \tag{d.102}$$

Então das derivadas da tensão V_5 são:

$$\frac{\partial V_5}{\partial P_1} = V'_{5P1} = \frac{1}{2V_5}\cdot\left(B'_{5P1} - A'_{5P1}\right) \tag{d.103}$$

$$\frac{\partial V_5}{\partial Q_1} = V'_{5Q1} = \frac{1}{2V_5}\cdot\left(B'_{5Q1} - A'_{5Q1}\right) \tag{d.104}$$

D.2.3 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 4

Conforme mostra a Figura D.1, a carga a ser considerada no ponto de carga 4 é função da própria carga e da carga acumulada na barra 5:

$$\begin{cases} Pac_4 = P_4 + Pac_5 \\ Qac_4 = Q_4 + Qac_5 \end{cases} \tag{d.105}$$

A equação obtida para o cálculo da tensão na barra 4 é dada por:

$$V_4 = \left[B_4 - A_4\right]^{1/2} \tag{d.106}$$

onde,

$$A_4 = R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4 - 0{,}5V_1^2 \tag{d.107}$$

$$B_4 = \left[A_4^2 - \left(Pac_4^2 + Qac_4^2\right)\cdot\left(R_4^2 + X_4^2\right)\right]^{1/2} \tag{d.108}$$

D.2.3.1 Variação da Carga na Barra 6

As equações obtidas em função da potência ativa P_6 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial P_6} = A'_{4P6} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_6} \tag{d.109}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial P_6} = B'_{4P6} = \frac{1}{B_4}\cdot\Delta_{4P6} \tag{d.110}$$

onde,

$$\Delta_{4P6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_6} - \frac{1}{2}\left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_6} \tag{d.111}$$

As equações obtidas em relação à Q_6 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial Q_6} = A'_{4Q6} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_6} \tag{d.112}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial Q_6} = B'_{4Q6} = \frac{1}{B_4}\cdot\Delta_{4Q6} \tag{d.113}$$

onde,

$$\Delta_{4Q6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_6} - \frac{1}{2}\left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_6} \tag{d.114}$$

Então das derivadas da tensão V_4 são:

$$\frac{\partial V_4}{\partial P_6} = V'_{4P6} = \frac{1}{2V_4} \cdot \left(B'_{4P6} - A'_{4P6} \right) \tag{d.115}$$

$$\frac{\partial V_4}{\partial Q_6} = V'_{4Q6} = \frac{1}{2V_4} \cdot \left(B'_{4Q6} - A'_{4Q6} \right) \tag{d.116}$$

D.2.3.2 Variação da Carga na Barra 5

As equações obtidas em função da potência ativa P_5 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial P_5} = A'_{4P5} = R_4 - 0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial P_5} \tag{d.117}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial P_5} = B'_{4P5} = \frac{1}{B_4} \cdot \left(R_4 X_4 Qac_4 - X_4^2 Pac_4 - \frac{1}{2} R_4 V_1^2 + \Delta_{4P5} \right) \tag{d.118}$$

onde,

$$\Delta_{4P5} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial P_5} - \frac{1}{2} \left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial P_5} \tag{d.119}$$

As equações obtidas em relação à Q_5 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial Q_5} = A'_{4Q5} = X_4 - 0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_5} \tag{d.120}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial Q_5} = B'_{4Q5} = \frac{1}{B_4} \cdot \left(R_4 X_4 Pac_4 - R_4^2 Qac_4 - \frac{1}{2} X_4 V_1^2 + \Delta_{4Q5} \right) \tag{d.121}$$

onde,

$$\Delta_{4Q5} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial Q_5} - \frac{1}{2} \left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_5} \tag{d.122}$$

Então das derivadas da tensão V_4 são:

$$\frac{\partial V_4}{\partial P_5} = V'_{4P5} = \frac{1}{2V_4} \cdot \left(B'_{4P5} - A'_{4P5} \right) \tag{d.123}$$

$$\frac{\partial V_4}{\partial Q_5} = V'_{4Q5} = \frac{1}{2V_4} \cdot \left(B'_{4Q5} - A'_{4Q5} \right) \tag{d.124}$$

D.2.3.3 Variação da Carga na Barra 4

As equações obtidas em função da potência ativa P_4 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial P_4} = A'_{4P4} = R_4 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_4} \tag{d.125}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial P_4} = B'_{4P4} = \frac{1}{B_4}\cdot\left(R_4 X_4 Qac_4 - X_4^2 Pac_4 - \frac{1}{2}R_4 V_1^2 + \Delta_{4P4}\right) \tag{d.126}$$

onde,

$$\Delta_{4P4} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_4} - \frac{1}{2}\left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_4} \tag{d.127}$$

As equações obtidas em relação à Q_4 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial Q_4} = A'_{4Q4} = X_4 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_4} \tag{d.128}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial Q_4} = B'_{4Q4} = \frac{1}{B_4}\cdot\left(R_4 X_4 Pac_4 - R_4^2 Qac_4 - \frac{1}{2}X_4 V_1^2 + \Delta_{4Q4}\right) \tag{d.129}$$

onde,

$$\Delta_{4Q4} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_4} - \frac{1}{2}\left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_4} \tag{d.130}$$

Então das derivadas da tensão V_4 são:

$$\frac{\partial V_4}{\partial P_4} = V'_{4P4} = \frac{1}{2V_4}\cdot\left(B'_{4P4} - A'_{4P4}\right) \tag{d.131}$$

$$\frac{\partial V_4}{\partial Q_4} = V'_{4Q4} = \frac{1}{2V_4}\cdot\left(B'_{4Q4} - A'_{4Q4}\right) \tag{d.132}$$

D.2.3.4 Variação da Carga na Barra 3

As equações obtidas em função da potência ativa P_3 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial P_3} = A'_{4P3} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_3} \tag{d.133}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial P_3} = B'_{4P3} = \frac{1}{B_4}\cdot\Delta_{4P3} \tag{d.134}$$

onde,

$$\Delta_{4P3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_3} \tag{d.135}$$

As equações obtidas em relação à Q_3 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial Q_3} = A'_{4Q3} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_3} \tag{d.136}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial Q_3} = B'_{4Q3} = \frac{1}{B_4}\cdot\Delta_{4Q3} \tag{d.137}$$

onde,

$$\Delta_{4Q3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_3} \tag{d.138}$$

Então das derivadas da tensão V_4 são:

$$\frac{\partial V_4}{\partial P_3} = V'_{4P3} = \frac{1}{2V_4}\cdot\left(B'_{4P3} - A'_{4P3}\right) \tag{d.139}$$

$$\frac{\partial V_4}{\partial Q_3} = V'_{4Q3} = \frac{1}{2V_4}\cdot\left(B'_{4Q3} - A'_{4Q3}\right) \tag{d.140}$$

D.2.3.5 Variação da Carga na Barra 2

As equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial P_2} = A'_{4P2} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} \tag{d.141}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial P_2} = B'_{4P2} = \frac{1}{B_4}\cdot\Delta_{4P2} \tag{d.142}$$

onde,

$$\Delta_{4P2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} \tag{d.143}$$

As equações obtidas em relação à Q_2 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial Q_2} = A'_{4Q2} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} \tag{d.144}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial Q_2} = B'_{4Q2} = \frac{1}{B_4}\cdot\Delta_{4Q2} \tag{d.145}$$

onde,

$$\Delta_{4Q2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2}\left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} \tag{d.146}$$

Então das derivadas da tensão V_4 são:

$$\frac{\partial V_4}{\partial P_2} = V'_{4P2} = \frac{1}{2V_4}\cdot\left(B'_{4P2} - A'_{4P2}\right) \tag{d.147}$$

$$\frac{\partial V_4}{\partial Q_2} = V'_{4Q2} = \frac{1}{2V_4}\cdot\left(B'_{4Q2} - A'_{4Q2}\right) \tag{d.148}$$

D.2.3.6 Variação da Carga na Barra 1

As equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial P_1} = A'_{4P1} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_1} \tag{d.149}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial P_1} = B'_{4P1} = \frac{1}{B_4}\cdot\Delta_{4P1} \tag{d.150}$$

onde,

$$\Delta_{4P1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2}\left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_1} \tag{d.151}$$

As equações obtidas em relação à Q_1 são:

$$\frac{\partial A_4}{\partial Q_1} = A'_{4Q1} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1} \tag{d.152}$$

$$\frac{\partial B_4}{\partial Q_1} = B'_{4Q1} = \frac{1}{B_4}\cdot \Delta_{4Q1} \tag{d.153}$$

onde,

$$\Delta_{4Q1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_4 Pac_4 + X_4 Qac_4\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_1} \tag{d.154}$$

Então das derivadas da tensão V_4 são:

$$\frac{\partial V_4}{\partial P_1} = V'_{4P1} = \frac{1}{2V_4}\cdot\left(B'_{4P1} - A'_{4P1}\right) \tag{d.155}$$

$$\frac{\partial V_4}{\partial Q_1} = V'_{4Q1} = \frac{1}{2V_4}\cdot\left(B'_{4Q1} - A'_{4Q1}\right) \tag{d.156}$$

D.2.4 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 3

Conforme mostra a Figura D.1, a carga a ser considerada no ponto de carga 3 é função somente da própria carga:

$$\begin{cases} Pac_3 = P_3 \\ Qac_3 = Q_3 \end{cases} \tag{d.157}$$

A equação obtida para o cálculo da tensão na barra 3 é dada por:

$$V_3 = \left[B_3 - A_3\right]^{1/2} \tag{d.158}$$

onde,

$$A_3 = R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3 - 0{,}5V_2^2 \tag{d.159}$$

$$B_3 = \left[A_3^2 - \left(Pac_3^2 + Qac_3^2\right)\cdot\left(R_3^2 + X_3^2\right)\right]^{1/2} \tag{d.160}$$

D.2.4.1 Variação da Carga na Barra 6

As equações obtidas em função da potência ativa P_6 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_6} = A'_{3P6} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_6} \tag{d.161}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_6} = B'_{3P6} = \frac{1}{B_3}\cdot\Delta_{3P6} \tag{d.162}$$

onde,

$$\Delta_{3P6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_6} - \frac{1}{2}\left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_6} \tag{d.163}$$

As equações obtidas em relação à Q_6 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_6} = A'_{3Q6} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_6} \tag{d.164}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_6} = B'_{3Q6} = \frac{1}{B_3}\cdot\Delta_{3Q6} \tag{d.165}$$

onde,

$$\Delta_{3Q6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_6} - \frac{1}{2}\left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_6} \tag{d.166}$$

Então das derivadas da tensão V_3 são:

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_6} = V'_{3P6} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B'_{3P6} - A'_{3P6}\right) \tag{d.167}$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_6} = V'_{3Q6} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B'_{3Q6} - A'_{3Q6}\right) \tag{d.168}$$

D.2.4.2 Variação da Carga na Barra 5

As equações obtidas em função da potência ativa P_5 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_5} = A'_{3P5} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_5} \tag{d.169}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_5} = B'_{3P5} = \frac{1}{B_3}\cdot\Delta_{3P5} \tag{d.170}$$

onde,

$$\Delta_{3P5} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_5} - \frac{1}{2}\left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_5} \tag{d.171}$$

As equações obtidas em relação à Q_5 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_5} = A'_{3Q5} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_5} \tag{d.172}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_5} = B'_{3Q5} = \frac{1}{B_3}\cdot\Delta_{3Q5} \tag{d.173}$$

onde,

$$\Delta_{3Q5} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_5} - \frac{1}{2}\left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_5} \tag{d.174}$$

Então das derivadas da tensão V_3 são:

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_5} = V'_{3P5} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B'_{3P5} - A'_{3P5}\right) \tag{d.175}$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_5} = V'_{3Q5} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B'_{3Q5} - A'_{3Q5}\right) \tag{d.176}$$

D.2.4.3 Variação da Carga na Barra 4

As equações obtidas em função da potência ativa P_4 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_4} = A'_{3P4} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_4} \tag{d.177}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_4} = B'_{3P4} = \frac{1}{B_3}\cdot\Delta_{3P4} \tag{d.178}$$

onde,

$$\Delta_{3P4} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_4} - \frac{1}{2}\left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_4} \tag{d.179}$$

As equações obtidas em relação à Q_4 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_4} = A'_{3Q4} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_4} \tag{d.180}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_4} = B'_{3Q4} = \frac{1}{B_3}\cdot \Delta_{3Q4} \tag{d.181}$$

onde,

$$\Delta_{3Q4} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_4} - \frac{1}{2}\left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_4} \tag{d.182}$$

Então das derivadas da tensão V_3 são:

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_4} = V'_{3P4} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B'_{3P4} - A'_{3P4}\right) \tag{d.183}$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_4} = V'_{3Q4} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B'_{3Q4} - A'_{3Q4}\right) \tag{d.184}$$

D.2.4.4 Variação da Carga na Barra 3

As equações obtidas em função da potência ativa P_3 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_3} = A'_{3P3} = R_3 - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_3} \tag{d.185}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_3} = B'_{3P3} = \frac{1}{B_3}\cdot\left(R_3 X_3 Qac_3 - X_3^2 Pac_3 - \frac{1}{2}R_3 V_2^2 + \Delta_{3P3}\right) \tag{d.186}$$

onde,

$$\Delta_{3P3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_3} \tag{d.187}$$

As equações obtidas em relação à Q_3 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_3} = A'_{3Q3} = X_3 - 0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_3} \tag{d.188}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_3} = B'_{3Q3} = \frac{1}{B_3}\cdot\left(R_3 X_3 Pac_3 - R_3^2 Qac_3 - \frac{1}{2}X_3 V_2^2 + \Delta_{3Q3}\right) \tag{d.189}$$

onde,

$$\Delta_{3Q3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_3} \tag{d.190}$$

Então das derivadas da tensão V_3 são:

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_3} = V_{3P3}^{'} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B_{3P3}^{'} - A_{3P3}^{'}\right) \tag{d.191}$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_3} = V_{3Q3}^{'} = \frac{1}{2V_3}\cdot\left(B_{3Q3}^{'} - A_{3Q3}^{'}\right) \tag{d.192}$$

D.2.4.5 Variação da Carga na Barra 2

As equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_2} = A_{3P2}^{'} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial P_2} \tag{d.193}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_2} = B_{3P2}^{'} = \frac{1}{B_3}\cdot\Delta_{3P2} \tag{d.194}$$

onde,

$$\Delta_{3P2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial P_2} \tag{d.195}$$

As equações obtidas em relação à Q_2 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_2} = A_{3Q2}^{'} = -0{,}5\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_2} \tag{d.196}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_2} = B_{3Q2}^{'} = \frac{1}{B_3}\cdot\Delta_{3Q2} \tag{d.197}$$

onde,

$$\Delta_{3Q2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_2^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2}\left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3\right)\frac{\partial V_2^2}{\partial Q_2} \tag{d.198}$$

Então das derivadas da tensão V_3 são:

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_2} = V'_{3P2} = \frac{1}{2V_3} \cdot \left(B'_{3P2} - A'_{3P2} \right) \tag{d.199}$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_2} = V'_{3Q2} = \frac{1}{2V_3} \cdot \left(B'_{3Q2} - A'_{3Q2} \right) \tag{d.200}$$

D.2.4.6 Variação da Carga na Barra 1

As equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial P_1} = A'_{3P1} = -0{,}5 \frac{\partial V_2^2}{\partial P_1} \tag{d.201}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial P_1} = B'_{3P1} = \frac{1}{B_3} \cdot \Delta_{3P1} \tag{d.202}$$

onde,

$$\Delta_{3P1} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_2^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2} \left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3 \right) \frac{\partial V_2^2}{\partial P_1} \tag{d.203}$$

As equações obtidas em relação à Q_1 são:

$$\frac{\partial A_3}{\partial Q_1} = A'_{3Q1} = -0{,}5 \frac{\partial V_2^2}{\partial Q_1} \tag{d.204}$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Q_1} = B'_{3Q1} = \frac{1}{B_3} \cdot \Delta_{3Q1} \tag{d.205}$$

onde,

$$\Delta_{3Q1} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_2^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2} \left(R_3 Pac_3 + X_3 Qac_3 \right) \frac{\partial V_2^2}{\partial Q_1} \tag{d.206}$$

Então das derivadas da tensão V_3 são:

$$\frac{\partial V_3}{\partial P_1} = V'_{3P1} = \frac{1}{2V_3} \cdot \left(B'_{3P1} - A'_{3P1} \right) \tag{d.207}$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial Q_1} = V'_{3Q1} = \frac{1}{2V_3} \cdot \left(B'_{3Q1} - A'_{3Q1} \right) \tag{d.208}$$

D.2.5 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 2

Conforme mostra a Figura D.1, a carga a ser considerada no ponto de carga 2 é função da carga própria e das cargas acumuladas nas barras 3 e 6:

$$\begin{cases} Pac_2 = P_2 + Pac_3 + Pac_6 \\ Qac_2 = Q_2 + Qac_3 + Qac_6 \end{cases} \tag{d.209}$$

A equação obtida para o cálculo da tensão na barra 2 é dada por:

$$V_2 = \left[B_2 - A_2\right]^{1/2} \tag{d.210}$$

onde,

$$A_2 = R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 - 0{,}5V_1^2 \tag{d.211}$$

$$B_2 = \left[A_2^2 - \left(Pac_2^2 + Qac_2^2\right)\cdot\left(R_2^2 + X_2^2\right)\right]^{1/2} \tag{d.212}$$

D.2.5.1 Variação da Carga na Barra 6

As equações obtidas em função da potência ativa P_6 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_6} = A'_{2P6} = R_2 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_6} \tag{d.213}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_6} = B'_{2P6} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(R_2 X_2 Qac_2 - X_2^2 Pac_2 - \frac{1}{2}R_2 V_1^2 + \Delta_{2P6}\right) \tag{d.214}$$

onde,

$$\Delta_{2P6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_6} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_6} \tag{d.215}$$

As equações obtidas em relação à Q_6 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_6} = A'_{2Q6} = X_2 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_6} \tag{d.216}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_6} = B'_{2Q6} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(R_2 X_2 Pac_2 - R_2^2 Qac_2 - \frac{1}{2}X_2 V_1^2 + \Delta_{2Q6}\right) \tag{d.217}$$

onde,

$$\Delta_{2Q6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_6} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_6} \tag{d.218}$$

Então das derivadas da tensão V_2 são:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_6} = V'_{2P6} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2P6} - A'_{2P6}\right) \tag{d.219}$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_6} = V'_{2Q6} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2Q6} - A'_{2Q6}\right) \tag{d.220}$$

D.2.5.2 Variação da Carga na Barra 5

As equações obtidas em função da potência ativa P_5 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_5} = A'_{2P5} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_5} \tag{d.221}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_5} = B'_{2P5} = \frac{1}{B_2}\cdot\Delta_{2P5} \tag{d.222}$$

onde,

$$\Delta_{2P5} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_5} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_5} \tag{d.223}$$

As equações obtidas em relação à Q_5 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_5} = A'_{2Q5} = -0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_5} \tag{d.224}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_5} = B'_{2Q5} = \frac{1}{B_2}\cdot\Delta_{2Q5} \tag{d.225}$$

onde,

$$\Delta_{2Q5} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_5} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_5} \tag{d.226}$$

Então das derivadas da tensão V_2 são:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_5} = V'_{2P5} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(B'_{2P5} - A'_{2P5} \right) \tag{d.227}$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_5} = V'_{2Q5} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(B'_{2Q5} - A'_{2Q5} \right) \tag{d.228}$$

D.2.5.3 Variação da Carga na Barra 4

As equações obtidas em função da potência ativa P_4 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_4} = A'_{2P4} = -0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial P_4} \tag{d.229}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_4} = B'_{2P4} = \frac{1}{B_2} \cdot \Delta_{2P4} \tag{d.230}$$

onde,

$$\Delta_{2P4} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial P_4} - \frac{1}{2} \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial P_4} \tag{d.231}$$

As equações obtidas em relação à Q_4 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_4} = A'_{2Q4} = -0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_4} \tag{d.232}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_4} = B'_{2Q4} = \frac{1}{B_2} \cdot \Delta_{2Q4} \tag{d.233}$$

onde,

$$\Delta_{2Q4} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial Q_4} - \frac{1}{2} \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_4} \tag{d.234}$$

Então das derivadas da tensão V_2 são:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_4} = V'_{2P4} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(B'_{2P4} - A'_{2P4} \right) \tag{d.235}$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_4} = V'_{2Q4} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(B'_{2Q4} - A'_{2Q4} \right) \tag{d.236}$$

D.2.5.4 Variação da Carga na Barra 3

As equações obtidas em função da potência ativa P_3 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_3} = A'_{2P3} = R_2 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_3} \tag{d.237}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_3} = B'_{2P3} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(R_2 X_2 Qac_2 - X_2^2 Pac_2 - \frac{1}{2}R_2 V_1^2 + \Delta_{2P3}\right) \tag{d.238}$$

onde,

$$\Delta_{2P3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial P_3} \tag{d.239}$$

As equações obtidas em relação à Q_3 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_3} = A'_{2Q3} = X_2 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_3} \tag{d.240}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_3} = B'_{2Q3} = \frac{1}{B_2}\cdot\left(R_2 X_2 Pac_2 - R_2^2 Qac_2 - \frac{1}{2}X_2 V_1^2 + \Delta_{2Q3}\right) \tag{d.241}$$

onde,

$$\Delta_{2Q3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^2}{\partial Q_3} \tag{d.242}$$

Então das derivadas da tensão V_2 são:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_3} = V'_{2P3} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2P3} - A'_{2P3}\right) \tag{d.243}$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_3} = V'_{2Q3} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2Q3} - A'_{2Q3}\right) \tag{d.244}$$

D.2.5.5 Variação da Carga na Barra 2

As equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_2} = A'_{2P2} = R_2 - 0{,}5\frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} \tag{d.243}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = B'_{2P2} = \frac{1}{B_2} \cdot \left(R_2 X_2 Qac_2 - X_2^2 Pac_2 - \frac{1}{2} R_2 V_1^2 + \Delta_{2P2} \right) \quad \text{(d.244)}$$

onde,

$$\Delta_{2P2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2} \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial P_2} \quad \text{(d.245)}$$

As equações obtidas em relação à Q_2 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_2} = A'_{2Q2} = X_2 - 0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} \quad \text{(d.246)}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = B'_{2Q2} = \frac{1}{B_2} \cdot \left(R_2 X_2 Pac_2 - R_2^2 Qac_2 - \frac{1}{2} X_2 V_1^2 + \Delta_{2Q2} \right) \quad \text{(d.247)}$$

onde,

$$\Delta_{2Q2} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2} \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial Q_2} \quad \text{(d.248)}$$

Então das derivadas da tensão V_2 são:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_2} = V'_{2P2} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(B'_{2P2} - A'_{2P2} \right) \quad \text{(d.249)}$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_2} = V'_{2Q2} = \frac{1}{2V_2} \cdot \left(B'_{2Q2} - A'_{2Q2} \right) \quad \text{(d.250)}$$

D.2.5.6 Variação da Carga na Barra 1

As equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial P_1} = A'_{2P1} = -0{,}5 \frac{\partial V_1^2}{\partial P_1} \quad \text{(d.251)}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_1} = B'_{2P1} = \frac{1}{B_2} \cdot \Delta_{2P1} \quad \text{(d.252)}$$

onde,

$$\Delta_{2P1} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_1^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2} \left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2 \right) \frac{\partial V_1^2}{\partial P_1} \quad \text{(d.253)}$$

As equações obtidas em relação à Q_1 são:

$$\frac{\partial A_2}{\partial Q_1} = A'_{2Q1} = -0{,}5\frac{\partial V_1^{\,2}}{\partial Q_1} \tag{d.254}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_1} = B'_{2Q1} = \frac{1}{B_2}\cdot \Delta_{2Q1} \tag{d.255}$$

onde,

$$\Delta_{2Q1} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_1^{\,4}}{\partial Q_1} - \frac{1}{2}\left(R_2 Pac_2 + X_2 Qac_2\right)\frac{\partial V_1^{\,2}}{\partial Q_1} \tag{d.256}$$

Então das derivadas da tensão V_2 são:

$$\frac{\partial V_2}{\partial P_1} = V'_{2P1} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2P1} - A'_{2P1}\right) \tag{d.257}$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial Q_1} = V'_{2Q1} = \frac{1}{2V_2}\cdot\left(B'_{2Q1} - A'_{2Q1}\right) \tag{d.258}$$

D.2.6 Análise da Tensão para o Ponto de Carga 1

Conforme mostra a Figura D.1, a carga a ser considerada no ponto de carga 1 é função da carga própria e das cargas acumuladas nas barras 2 e 4:

$$\begin{cases} Pac_1 = P_1 + Pac_2 + Pac_4 \\ Qac_1 = Q_1 + Qac_2 + Qac_4 \end{cases} \tag{d.259}$$

A equação obtida para o cálculo da tensão na barra 1 é dada por:

$$V_1 = \left[B_1 - A_1\right]^{1/2} \tag{d.260}$$

onde,

$$A_1 = R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 - 0{,}5V_0^2 \tag{d.261}$$

$$B_1 = \left[A_1^2 - \left(Pac_1^2 + Qac_1^2\right)\cdot\left(R_1^2 + X_1^{\,2}\right)\right]^{1/2} \tag{d.262}$$

D.2.6.1 Variação da Carga na Barra 6

As equações obtidas em função da potência ativa P_6 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_6} = A'_{1P6} = R_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_6} \tag{d.263}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_6} = B'_{1P6} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + \Delta_{1P6}\right) \tag{d.264}$$

onde,

$$\Delta_{1P6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_6} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_6} \tag{d.265}$$

As equações obtidas em relação à Q_6 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_6} = A'_{1Q6} = X_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_6} \tag{d.266}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_6} = B'_{1Q6} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q6}\right) \tag{d.267}$$

onde,

$$\Delta_{1Q6} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_6} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_6} \tag{d.268}$$

Então das derivadas da tensão V_1 são:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_6} = V'_{1P6} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1P6} - A'_{1P6}\right) \tag{d.269}$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_6} = V'_{1Q6} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1Q6} - A'_{1Q6}\right) \tag{d.270}$$

D.2.6.2 Variação da Carga na Barra 5

As equações obtidas em função da potência ativa P_5 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_5} = A'_{1P5} = R_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_5} \tag{d.271}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_5} = B'_{1P5} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2} R_1 V_0^2 + \Delta_{1P5} \right) \quad \text{(d.272)}$$

onde,

$$\Delta_{1P5} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial P_5} - \frac{1}{2} \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial P_5} \quad \text{(d.273)}$$

As equações obtidas em relação à Q_5 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_5} = A'_{1Q5} = X_1 - 0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_5} \quad \text{(d.274)}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_5} = B'_{1Q5} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2} X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q5} \right) \quad \text{(d.275)}$$

onde,

$$\Delta_{1Q5} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_5} - \frac{1}{2} \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_5} \quad \text{(d.276)}$$

Então das derivadas da tensão V_1 são:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_5} = V'_{1P5} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B'_{1P5} - A'_{1P5} \right) \quad \text{(d.277)}$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_5} = V'_{1Q5} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B'_{1Q5} - A'_{1Q5} \right) \quad \text{(d.278)}$$

D.2.6.3 Variação da Carga na Barra 4

As equações obtidas em função da potência ativa P_4 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_4} = A'_{1P4} = R_1 - 0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial P_4} \quad \text{(d.279)}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_4} = B'_{1P4} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2} R_1 V_0^2 + \Delta_{1P4} \right) \quad \text{(d.280)}$$

onde,

$$\Delta_{1P4} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial P_4} - \frac{1}{2} \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial P_4} \quad \text{(d.281)}$$

As equações obtidas em relação à Q_4 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_4} = A'_{1Q4} = X_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_4} \tag{d.282}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_4} = B'_{1Q4} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q4}\right) \tag{d.283}$$

onde,

$$\Delta_{1Q4} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_4} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_4} \tag{d.284}$$

Então das derivadas da tensão V_1 são:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_4} = V'_{1P4} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1P4} - A'_{1P4}\right) \tag{d.285}$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_4} = V'_{1Q4} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B'_{1Q4} - A'_{1Q4}\right) \tag{d.286}$$

D.2.6.4 Variação da Carga na Barra 3

As equações obtidas em função da potência ativa P_3 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_3} = A'_{1P3} = R_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_3} \tag{d.287}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_3} = B'_{1P3} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + \Delta_{1P3}\right) \tag{d.288}$$

onde,

$$\Delta_{1P3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_3} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_3} \tag{d.289}$$

As equações obtidas em relação à Q_3 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_3} = A'_{1Q3} = X_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_3} \tag{d.290}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_3} = B'_{1Q3} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q3}\right) \tag{d.291}$$

onde,

$$\Delta_{1Q3} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_3} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_3} \tag{d.292}$$

Então das derivadas da tensão V_1 são:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_3} = V_{1P3}^{'} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B_{1P3}^{'} - A_{1P3}^{'}\right) \tag{d.293}$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_3} = V_{1Q3}^{'} = \frac{1}{2V_1}\cdot\left(B_{1Q3}^{'} - A_{1Q3}^{'}\right) \tag{d.294}$$

D.2.6.5 Variação da Carga na Barra 2

As equações obtidas em função da potência ativa P_2 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_2} = A_{1P2}^{'} = R_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \tag{d.295}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_2} = B_{1P2}^{'} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2}R_1 V_0^2 + \Delta_{1P2}\right) \tag{d.296}$$

onde,

$$\Delta_{1P2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial P_2} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial P_2} \tag{d.297}$$

As equações obtidas em relação à Q_2 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_2} = A_{1Q2}^{'} = X_1 - 0{,}5\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \tag{d.298}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_2} = B_{1Q2}^{'} = \frac{1}{B_1}\cdot\left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2}X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q2}\right) \tag{d.299}$$

onde,

$$\Delta_{1Q2} = \frac{1}{8}\frac{\partial V_0^4}{\partial Q_2} - \frac{1}{2}\left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1\right)\frac{\partial V_0^2}{\partial Q_2} \tag{d.300}$$

Então das derivadas da tensão V_1 são:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_2} = V_{1P2}^{'} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B_{1P2}^{'} - A_{1P2}^{'} \right) \tag{d.301}$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_2} = V_{1Q2}^{'} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B_{1Q2}^{'} - A_{1Q2}^{'} \right) \tag{d.302}$$

D.2.6.6 Variação da Carga na Barra 1

As equações obtidas em função da potência ativa P_1 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial P_1} = A_{1P1}^{'} = R_1 - 0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} \tag{d.303}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = B_{1P1}^{'} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 Qac_1 - X_1^2 Pac_1 - \frac{1}{2} R_1 V_0^2 + \Delta_{1P1} \right) \tag{d.304}$$

onde,

$$\Delta_{1P1} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial P_1} - \frac{1}{2} \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial P_1} \tag{d.305}$$

As equações obtidas em relação à Q_1 são:

$$\frac{\partial A_1}{\partial Q_1} = A_{1Q1}^{'} = X_1 - 0{,}5 \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} \tag{d.306}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = B_{1Q1}^{'} = \frac{1}{B_1} \cdot \left(R_1 X_1 Pac_1 - R_1^2 Qac_1 - \frac{1}{2} X_1 V_0^2 + \Delta_{1Q1} \right) \tag{d.307}$$

onde,

$$\Delta_{1Q1} = \frac{1}{8} \frac{\partial V_0^4}{\partial Q_1} - \frac{1}{2} \left(R_1 Pac_1 + X_1 Qac_1 \right) \frac{\partial V_0^2}{\partial Q_1} \tag{d.308}$$

Então das derivadas da tensão V_1 são:

$$\frac{\partial V_1}{\partial P_1} = V_{1P1}^{'} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B_{1P1}^{'} - A_{1P1}^{'} \right) \tag{d.309}$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial Q_1} = V_{1Q1}^{'} = \frac{1}{2V_1} \cdot \left(B_{1Q1}^{'} - A_{1Q1}^{'} \right) \tag{d.310}$$

D.3 GENERALIZAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO DA VARIAÇÃO DA CARGA

Considerando que u é uma função derivável e α é uma constante, então:

$$y = u^{\alpha}, (\alpha \neq 0) \Rightarrow y' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$$

Aplicando esta derivada em:

$$\frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} = 2V_{i-1} \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} \tag{d.311}$$

$$\frac{\partial V_{i-1}^4}{\partial P_j} = \frac{\partial \left(V_{i-1}^2\right)^2}{\partial P_j} = 2V_{i-1}^2 \frac{\partial V_{i-1}^2}{\partial P_j} = 2V_{i-1}^2 \left(2V_{i-1} \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} \right) = 4V_{i-1}^3 \frac{\partial V_{i-1}}{\partial P_j} \tag{d.312}$$

Assim, levando em consideração que as cargas P e Q são função também das cargas a jusante, que sendo V_0 a tensão especificada e constante na SE (barra 0), suas derivadas em relação às potências são nulas, e que y corresponde à barra inicial do ramo ao qual a barra em estudo está conectada, a representação da variação da carga para sistemas radiais pode ser convenientemente escrita como:

Se $i = 1$

Para $j = 1 : n$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = R_i \tag{d.313}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = X_i \tag{d.314}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Qac_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2} R_i V_{i-1}^2 \right) \tag{d.315}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Pac_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2} X_i V_{i-1}^2 \right) \tag{d.316}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{d.317}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{d.318}$$

Se $i \neq 1$ *e* $i =$ *última barra do ramo*

Para $j = 1 : n$

Se $j = i$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = R_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{d.319}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = X_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{d.320}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Qac_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2} R_i V_y^2 + \Delta_{iPj} \right) \tag{d.321}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{d.322}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Pac_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2} X_i V_y^2 + \Delta_{iQj} \right) \tag{d.323}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{d.324}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{d.325}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{d.326}$$

Se $j \neq i$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = -V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{d.327}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = -V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{d.328}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(\frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \right) \tag{d.329}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(\frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \right) \tag{d.330}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{d.331}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{d.332}$$

Se $i \neq 1$ *e* $i \neq$ *última barra do ramo*

Para $j = 1 : n$

Se $j = i$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = R_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{d.333}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = X_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{d.334}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Qac_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2} R_i V_y^2 + \Delta_{iPj} \right) \tag{d.335}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{d.336}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Pac_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2} X_i V_y^2 + \Delta_{iQj} \right) \tag{d.337}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{d.338}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{d.339}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{d.340}$$

Se $j \neq i$ *e* $j =$ *barra à jusante*

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = R_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{d.341}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = X_i - V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{d.342}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Qac_i - X_i^2 Pac_i - \frac{1}{2} R_i V_y^2 + \Delta_{iPj} \right) \tag{d.343}$$

$$\Delta_{iPj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{d.344}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(R_i X_i Pac_i - R_i^2 Qac_i - \frac{1}{2} X_i V_y^2 + \Delta_{iQj} \right) \tag{d.345}$$

$$\Delta_{iQj} = \frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{d.346}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{d.347}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{d.348}$$

Se $j \neq i$ e $j \neq$ barra à jusante

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_j} = A'_{iPj} = -V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \tag{d.349}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial Q_j} = A'_{iQj} = -V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \tag{d.350}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_j} = B'_{iPj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(\frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial P_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial P_j} \right) \tag{d.351}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_j} = B'_{iqj} = \frac{1}{B_i} \cdot \left(\frac{1}{2} V_y^3 \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} - \left(R_i Pac_i + X_i Qac_i \right) V_y \frac{\partial V_y}{\partial Q_j} \right) \tag{d.352}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial P_j} = V'_{iPj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iPj} - A'_{iPj} \right) \tag{d.353}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_j} = V'_{iQj} = \frac{1}{2V_i} \cdot \left(B'_{iQj} - A'_{iQj} \right) \tag{d.354}$$

Referência Bibliográfica

A.B. Knolseisen. Planejamento de Sistemas de Distribuição com Enfoque na Qualidade dos Serviços e no Desbalanceamento das Redes. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Dept. de Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2001.

A.B. Knolseisen e J. Coelho. "Balanceamento de Cargas em Sistemas de Distribuição de Baixa Tensão." CTAI: Revista de Automação e Tecnologia da Informação. Florianópolis, SC, Vol. 2, No. 1, Janeiro/Junho 2003, pp. 6-11.

A.B. Knolseisen et al. "A Model for the Improvement of Load Balancing in Secondary Networks." IEEE BOLOGNA PowerTech CONFERENCE, Bologna PowerTech Proceedings, Bologna, Italia, Jun 2003a.

A.B. Knolseisen et al. "Um Sistema de Apoio à Decisão Multicritério para o Balanceamento de Cargas em Redes Secundárias de Distribuição de Energia Elétrica." V SBQEE - Seminário Brasileiro sobre Qualidade de Energia Elétrica, Aracaju, Sergipe, Ago 2003b.

A.B Knolseisen et al. "Using Genetic Algorithm and Fuzzy Logic for the Improvement of Load Balancing in Secondary Networks." ANNIE 2004 – Artificial Neural Networks in Engineering, St. Louis, Missouri, Nov. 2004.

A.B. Knolseisen e J. Coelho. "Improvement of the Voltage Profile in Distribution Systems using Load Balancing and Probabilistic Load Modeling". IEEE/PES T&D 2004 Latin America, São Paulo – SP, Nov. 2004a.

A.B. Knolseisen e J. Coelho. "Modelagem Probabilística da Variação da Carga em Fluxo de Potência de Sistemas de Distribuição." XV CBA - Congresso Brasileiro de Automática, Gramado – RS, Set. 2004b.

A.C.B. Delbem et al. "Um Algoritmo de Inteligência Artificial com Heurística Fuzzy para Restabelecimento de Energia em Sistemas de Distribuição Radiais". XII CBA – Congresso Brasileiro de Automática, Uberlândia – MG, Set. 1998, pp. 1703-1708.

A. Gherke. Alocação de Reforços em Sistemas Elétricos – Método dos Cortes Mínimos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Dept. de Engenharia Elétrica, Florianópolis, 1995.

A. Dimitrovski e R. Ačkovski. "Probabilistic Load Flow in Radial Distribution Networks". IEEE Proceedings – Transmission and Distribution Conference, Sept. 1996, pp. 102-107.

A. Domijan et al. "Directions of Research on Power Quality." IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 8, No. 1, Jan. 1993, pp. 429-436.

A.D.R. Medeiros et al. "Uma Ferramenta para Análise Elétrica de Sistemas Radiais de Distribuição." XI Congreso Chileno de Ingeniería Eléctrica, Punta Arenas, Vol. I, Nov. 1995, pp. A116-A121.

A.D.R. Medeiros et al. "Fluxo de Potência para Aplicação em Sistemas de Subtransmissão." XI CBA - Congresso Brasileiro de Automática, São Paulo, Set. 1996, pp. 935-940.

A.M. Leite da Silva. "Métodos Probabilísticos para Avaliação de Índices de Segurança em Sistemas de Potência". IV CBA – Congresso Brasileiro de Automática, Campinas – SP, Set. 1982, pp. 508-513.

A.M. Leite da Silva et al. "Fluxo de Potência Probabilístico com Análise de Contingências". V CBA – Congresso Brasileiro de Automática, Campina Grande – SP, Set. 1984a, pp. 189-194.

A.M. Leite da Silva. "Probabilistic Techniques in Load Flow Analysis." Proc. IEEE 1984 ISCAS, Montreal, Canadá, Pager R 12.7, 1984b.

A.M. Leite da Silva et al. "Probabilistic Load Flow Considering Dependence Between Input Nodal Powers." IEEE Transactions on PAS, PAS-103, No. 6, Jun. 1984c, pp. 1524-1530.

A.M. Leite da Silva et al. "Discrete Convolution in Generating Capacity Reliability Evaluation – LOLE Calculations and Uncertainty Aspects." IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 4, Nov. 1988, pp. 1616-1624.

A.M. Leite da Silva et al. “Probabilistic Load Flow Techniques Applied to Power System Expansion Planning.” IEEE Transactions on PWRS, Vol. 5, No. 6, Nov. 1990, pp. 1047-1053.

A.M. Leite da Silva e V.L. Arienti. “Probabilistic Load Flow by a Multilinear Simulation Algorithm”. Proc. IEE, Vol. 137, Pt. C, No. 4, July 1990, pp. 276-282.

ANEEL. Resolução No. 024, de 27 de Janeiro de 2000. Brasília, 2000.

_____. Resolução No. 505, de 26 de Novembro de 2001. Brasília, 2001.

_____. Resolução No. 75, de 13 de Fevereiro de 2003. Brasília, 2003.

A. Papoulis. Probability, Random Variables and Stochastic Processes. McGraw-Hill Book Co., New York, 1965.

A.P. Meliopoulos et al. “Power Systems Reliability Evaluation Using Stochastic Load Flows.” IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-103, No. 5, May 1984, pp. 1084-1091.

A.P. Meliopoulos et al. “A New Probabilistic Power Flow Analysis Method.” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 1, Feb. 1990, pp. 182-190.

A.P. Sage. Concise Encyclopedia of Information Processing in Systems and Organizations. Perganon, NY, 1990.

A. Soares. Um Modelo para Cálculo de Fluxo de Potência em Redes Radiais. Dissertação de Mestrado, PUC-RJ, Dept. de Engenharia Elétrica, Rio de Janeiro, 1992.

A. Soares e L.M.V.G. Pinto. “Uma Nova Metodologia para Análise e Controle em Sistemas de Distribuição.” ELAB’93 - 2o. Encontro Luso-Afro-Brasileiro de Planeamento e Exploração de Redes de Distribuição de Energia, Cidade do Porto, Portugal, 1993.

A. Stuart e K. Ord. Kendall’s Advanced Theory of Statistics. 6ª edition, Vol. I,E. Arnold Editor, London, 1994.

B. Borkowska. “Probabilistic Load Flow.” IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-93, No. 3, May/June 1974, pp. 752-759.

B.N. Raj e K.S.P. Rao. “A New Fuzzy Reasoning Approach for Load Balancing in Distribution System.” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 3, Aug. 1995, pp. 1426-1432.

B. Scott. “Review of Load Flow Calculations Methods.” Proceedings of the IEEE, Vol. 62, No. 7, 1974, pp. 916-929.

B. Scott e O. Alsac. “Fast Decoupled Load Flow.” IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-93, May 1974, pp. 859-864.

C.C.B. Camargo e C.R. Borenstein. O Setor Elétrico na Brasil: dos desafios do passado às alternativas do futuro. Editora Sagra Luzzatto, RS, 1997.

C.L. Wee e R. Billinton. “The Inclusion of Load Correlation in the Frequency and Duration Approach for Generating Capacity Reliability Evaluation.” IEE Proc., Vol. 133, No. 1, 1986, pp. 6-15.

C.T. Su et al. “Optimal Capacitor Allocation Using Fuzzy Reasoning and Genetic Algorithms for Distribution Systems.” Mathematical and Computer Modelling, Vol. 33, EUA, 2001, pp. 745-757.

D. Das et al. “Simple and Efficient Method for Load Flow Solution of Radial Distribution Networks.” Electrical Power & Energy Systems, Vol. 17, No. 5, 1995, pp. 335-346.

D.E. Goldberg. Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley, 1989, 412p.

DNAEE. Portaria No. 047, de 17 de Abril de 1978. Brasília, 1978.

_____. Portaria DNAEE No. 087, de 1º de Agosto de 1980. Brasília, 1980.

_____. Portaria DNAEE No. 050, de 12 de Junho de 1981. Brasília, 1981.

_____. Portaria DNAEE No. 04, de 10 de Janeiro de 1989. Brasília, 1989.

D. Rajicic e A. Bose. "A Modification to the Fast Decoupled Power Flow for Networks with Righ R/X Ratios." IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 3. No. 2, May 1988, pp. 743-746.

D. Shirmohammadi et al. "A Compensation Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks." IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, May 1988, pp. 753-762.

E.B Haugen. Probabilistic Approaches to Design. John Wiley and Sons, Londres, NY, 1968.

E. Lakervi e E.J. Holmes. Electricity Distribution Network Design. Peter Peregrinus Ltd, Londres, 1995.

E.M.A. Filho et al. "Um Algoritmo Genético Modificado Aplicado no Problema de Minimização de Perdas Ativas em Redes de Distribuição de Energia". XIV CBA – Congresso Brasileiro de Automática, Natal – RN, Set. 2002, pp.1773-1778.

F. Aboytes. "Stochastic Contingency Analysis". IEE Transactions on PAS, Vol. PAS-97, 1977, pp. 335-341.

F. Herrera e M. Lozano. "Apaptive Genetic Operators Base don Coevolution with Fuzzy Behaviors." IEEE Transactions on Evolutionary Computation, EUA, Vol. 5, No. 2, 2001, pp. 149-165.

F.H.P. Zamora. Uma Ferramenta para Estudos da Melhoria do Perfil de Tensão em Sistemas de Distribuição. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Dept. de Engenharia Elétrica, Florianópolis, 1998.

G. Chang et al. "Knowledge-Based Distribution System Analysis and Reconfiguration." IEEE Transactions on Power Delivery, PWRS-5, Aug. 1990, pp. 744-749.

H.D. Chiang. “A Decoupled Load Flow Method for Distribution Power Networks: Algorithms, Analysis and Convergence Study.” Electrical Power & Energy Systems, Vol. 13, No. 3:, Jun. 1991, pp. 130-138.

H.N. Alves et al. “Algoritmos Microgenéticos e Lógica Fuzzy Aplicados ao Controle de Bancos de Capacitores em Redes de Distribuição”. XIV CBA – Congresso Brasileiro de Automática, Natal – RN, Set. 2002, pp.855-860.

J.A. Cipoli. Engenharia de Distribuição, Qualitymark Editora Ltda, Rio de Janeiro, 1993.

J.J. Buckley e Y. Hayashi. “Fuzzy genetic algorithm and applications”. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 61, 1994, pp.129-136.

J. Chen e Y. Hsu. “An Expert System for a Load Allocation in Distribution Expansion Planning.” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, No. 3, Jul. 1989, p. 1910-1918.

J. Coelho. “Planejamento e Operação de Sistemas de Distribuição.” II Congreso Latinoamericano de Distribución de Energía Eléctrica, Viña del Mar, Chile, Out. 1996, Curso Tutorial.

J. Coelho e G.M.O. Parada. “Propuesta de Reglamentación de la Calidad de Servicio en Sistema de Distribución.” 4° Congreso Latino Americano de Generación y Transporte de Energía Eléctrica, 2001.

J.E.P.S. Tanure. Análise Comparativa de Empresas de Distribuição para o Estabelecimento de Metas de Desempenho para Indicadores de Continuidade do Serviço de Distribuição. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá, Dept. de Engenharia Elétrica. Itajubá, 2000.

J.H. Holland. Adaptation in Natural and Artificial Systems. The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975, 211p.

J.M. Barreto. Inteligência Artificial no limiar do século XXI. 3ª edição, O Autor, Florianópolis, 2001.

J.R.S. Mantovani et al. “Reconfiguração de Sistemas de Distribuição Radiais utilizando o Critério de Queda de Tensão.” Revista da Sociedade Brasileira de Automática, Vol. 11, No. 3, 2000, pp. 150-159.

J. Tonomaru. “Motivação, fundamentos e aplicações de Algoritmos Genéticos”. II Congresso Brasileiro de Redes Neurais, Curitiba – PR, Out. 1995.

L.A.E. Soares et al. “Algoritmo Genético Multiobjetivo para Otimização de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica”. XIV CBA – Congresso Brasileiro de Automática, Natal – RN, Set. 2002, pp.2034-2039.

L.A.F. Manso e A.M. Leite da Silva. “Modelagem de Cargas Variantes no Tempo na Avaliação de Confiabilidade Composta via Simulação Monte Carlo Não-Seqüencial.” XIV CBA – Congresso Brasileiro de Automática, Natal – RN, Set. 2002, pp.2652-2657.

L.A.M. Bernardo. Sistema Inteligente de Apoio ao Restabelecimento de Sistemas Elétricos na Fase Fluente. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Dept. de Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2000.

L.A. Zadeh. Fuzzy Sets. Information and Control 8, 1965.

L.A. Zadeh. The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning. Inf. Science, 8, Parts 1 and 2, pp. 199-249 and pp. 301-357; Inf. Science, 9, Part 3, pp. 43-80, 1975.

L.A. Zadeh. Fuzzy Sets and Applications. John Wiley; New York; 1987.

L. Davis. Handbook of Genetic Algorithms. Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.

M.A. Kashen et al. “Network Reconfiguration for Load Balancing in Distribution Networks.” IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.11, Nov. 1999, pp. 563-567.

M.A. Rabuske. Introdução à Teoria dos Grafos. Ed. Da UFSC, Florianópolis, 1992.

M.E. Baran e F.F. Wu. "Optimal Sizing of Capacitors Placed on a Radial Distribution System." IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. PWRD-2, 1989a, pp. 735-743.

M.E. Baran e F.F. Wu. "Networks Reconfiguration in Distribution Systems for Loss Reduction and Load Balancing." IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, No. 2, Apr. 1989b, pp. 1401-1407.

M.F. de Medeiros Jr. et al. "Localização Ótima de Bancos Trifásicos de Reguladores de Tensão em Alimentadores Radiais de Distribuição". XIV CBA – Congresso Brasileiro de Automática, Natal – RN, Set. 2002, pp. 2066-2071.

M.M.A. Salama et al. "Capacitor Allocation by Approximate Reasoning: Fuzzy Capacitor Placement". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, No. 1, 2000, pp. 393-398.

M.R. Spiegel. Probabilidade e Estatística – Coleção Schaum. McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1978.

M. Sperandio et al. "Identificação de Agrupamentos de Consumidores de Energia Elétrica através de Mapas Auto-Organizáveis." V SBQEE - Seminário Brasileiro sobre Qualidade de Energia Elétrica, Aracaju -Sergipe, Ago. 2003.

M. Sperandio et al. "Revisão dos Critérios para Agrupamentos de Conjuntos Consumidores de Energia Elétrica." IX SEPOPE - Simpósio de Especialista em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica, Rio de Janeiro, Maio 2004.

N. Christofides. Graph Theory – An Algorithmic Approach. Academic Press Inc. Ltd. London, 1975, pp. 390-395.

N.D. Hatziargyriou e T.S. Karakatsanis. "Probabilistic Load Flow for assessment of voltage instability". IEE Proc. Gener. Transm. Dist., Vol. 145, No. 2, Mar 1998, pp. 196-202.

N.J. Nilsson. Principles of Artificial Intelligence. Springer-Verlag, NY, 1980.

N. Kagan et al. “Algoritmos Genéticos e variantes na solução de problemas de configuração de Redes de Distribuição”. IEEE/PES T&D 2004 Latin America, São Paulo, SP, Nov. 2004.

P. Caramia et al. “Probabilistic Techniques for Three-phase Load Flow Analysis”. IEEE BOLOGNA PowerTech CONFERENCE, Bologna PowerTech Proceedings, Bologna, Italia, Jun 2003.

P.H. Huang. “Analysis of Power Systems Dynamic Stability via Fuzzy Concepts.” IEE Technical Activities Board, EUA, 1992, pp. 239-244.

P.M.S. Carvalho et al. “On Spanning-tree Recombination in Evolutionary Large-scale Network Problems – Application to Electrical Distribution Planning”. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 5, No. 6, Dec. 2001, pp. 623-630.

R. Berg et al. “Mechanized Calculation f Unbalanced Load Flow on Radial Distribution Circuits”. IEEE Transactions on PAS, Vol. 86, No. 4, Apr. 1967, pp. 415-421.

R. Billinton e R.N. Allan. Reliability Evaluation of Power Systems – Concepts and Techniques. Plenum Press, New York – NY, 1983.

R. Billinton et al. “Bibliography on the Application of Probability Methods in Power System Reliability Evaluation 1996-1999”. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 16, No. 4, Nov. 2001, pp. 595-602.

R.C. Pires. “Controle Automático de Tensões Desequilibradas em Alimentadores Radiais de Distribuição”. XIV CBA – Congresso Brasileiro de Automática, Natal – RN, Set. 2002, pp. 1731-1736.

R.E. Brown e J.R. Ochoa. “Distribution System Reliability: Default Data and Model Validation.” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 2, 1998, pp. 704-709.

R.G. Cespedes. “NEW Method for the Analysis of Distribution Networks.” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No. 1, Jan. 1990, pp. 391-396.

R.H.C. Takahashi et al. “Synthesis and Characterization of Pareto Optimal Solutions for the Mixed H^2/H^∞ Control Problem”. IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, EUA, 2001.

R.K. da Silva e U.H. Bezerra. “Um Modelo para Fluxo de Potência Desbalanceado em Sistemas Radiais de Distribuição de Energia.” XI CBA - Congresso Brasileiro de Automática, São Paulo, Vol. 2, Set. 1996, pp. 899-904.

R.N. Allan e A.M. Leite da Silva. “Probabilistic Load Flow using Multilinearization”. Proc. IEE, Pt. C, Vol. 128, No. 5, Sep. 1981, pp. 280-287.

R.N. Allan e M.G. da Silva. “Evaluation of Reliability and Outage Costs in Distribution Systems”. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 1, Feb. 1995, pp. 413-419.

R.N. Allan e M.R.G. Al-Shakarchi. “Probabilistic Techniques in AC Load Flow Analysis”. Proc. IEE, Vol. 124, No. 2, Feb. 1976a, pp. 154-160.

R.N. Allan e M.R.G. Al-Shakarchi. “Probabilistic AC Load Flow Analysis”. Proc. IEE, Vol. 123, No. 6, June 1976b, pp. 531-536.

R.N. Allan e M.R.G. Al-Shakarchi. “Linear dependence between nodal powers in probabilistic ac load flow”. Proc. IEE, Vol. 124, No. 6, June 1977, pp. 529-533.

R.N. Allan et al. “Probabilistic Analysis of Power Flows”. Proc. IEE, Vol. 121, No. 12, Dec. 1974, pp. 1551-1556.

R.N. Allan et al. “Probabilistic Power Flow Techniques Extended and Applied to Operational Decision Making”. Proc. IEE, Vol. 123, No. 12, Dec. 1976, pp. 1317-1324.

R.N. Allan et al. “Effect of Network Outages in Probabilistic Load Flow Analysis”. IEEE PES Winter Meeting, New York, 1979, paper A79-018.

R.N. Allan et al. “Evaluation Methods and Accuracy in Probabilistic Load Flow Solutions”. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 5, May 1981, pp. 2539-2546.

R.N. Allan et al. “Bibliography on the Application of Probability Methods in Power System Reliability Evaluation 1967-1991”. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 1, Feb. 1994, pp. 41-49.

R.N. Allan et al. “Bibliography on the Application of Probability Methods in Power System Reliability Evaluation 1992-1996”. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 1, Feb. 1999, pp. 51-57.

R.P. Broadwater et al. “Analysis of Unbalanced Multiphase Radial Distribution Systems.” Electric Power System Research Journal, Vol. 4, No. 14, 1988.

R.Y. Rubinstein. Simulation and the Monte Carlo Method. John Wiley & Sons, Inc. USA, 1981.

S. Civanlar et al. “Distribution Feeder Reconfiguration for Loss Reduction”. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 3, No. 3, July 1988, pp. 1217-1223.

S.F.J. Brodsky et al. “Comparison of Distribution Circuit Voltage Modeling and Calculation Methods.” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 2, No. 2, 1987, pp. 572-576.

S.F. Mayerle e R.M. Barcia. “The shortest path problems in fuzzy graphs”. XXI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional e IV Congresso Latino-Ibero-Americano de Pesquisa Operacional e Engenharia de Sistemas; Rio de Janeiro; Out. 1988.

S.F. Mayerle. “Um modelo multicriterial para a distribuição de escalas de trabalho em empresas de transporte”. LOGISTICA 97; Havana, Cuba; 1997.

S. Haykin. Redes Neurais: princípios e prática. Bookman, Porto Alegre – RS, 2ª. Edição, 2001.

S.J. Russell e P. Novig. Artificial Intelligence: A Modern Approach. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1995.

S.K. Goswami e S.K. Basu. “Direct Solution od Distribution Systems”. IEE Proc. C., Vol. 188, No. 1, 1991, pp. 78-88.

S. Moorthy et al. “Improved Phase Coordinate Gauss-Seidel Load Flow Algorithm.” Electric Power System Research, Vol. 34, pp. 91-95.

T.H. Chen e J.T. Cherng. “Optimal Phase Arrangement of Distribution Transformers Connected to a Primary Feeder for System Unbalanced Improvement and Loss Reduction Using a Genetic Algorithm.” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, Aug. 2000, pp. 994-1000.

T.S. Karakatsanis e N.D. Hatziargyriou. “Probabilistic Constrained Load Flow Based on Sensitivity Analysis”. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 4, Nov 1994, pp. 1853-1860.

V.L. Arienti. Fluxo de Potência Probabilístico Considerando Dependência entre Potências Nodais. Dissertação de Mestrado, PUC-RJ, Rio de Janeiro, Dept. de Engenharia Elétrica, 1983.

V. Miranda. “Power System Planning and Fuzzy Sets: Towards a Comprehensive Model including all Types of Uncertainties”. 4th International Conference: Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Rio de Janeiro, Brazil, Sept. 1994.

W.H. Kerstin e D.I. Mendive. “An Application of Ladder Network Theory to the solution of Three-Phase Radial Load Flow Problems.” IEEE PES Winter Power Meeting, NY, Jan.1976, paper no. A76044-8.

W.H. Hayt Jr. e J.E. Kemmerly. Análise de Circuitos em Engenharia. McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1975.