

CARLOS FABIAN MOYANO

**SOLUÇÕES AJUSTADAS DO
FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO**

FLORIANÓPOLIS

2005

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

SOLUÇÕES AJUSTADAS DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Tese submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

CARLOS FABIAN MOYANO

Florianópolis, Maio de 2005.

”Nuestra experiencia nos ha enseñado que, sobre todas las cosas, debemos ser pacientes, perseverantes y decididos. A veces pasan meses sin que nada aparentemente suceda. Pero si se trabaja con ejercicio de estas tres cualidades, la tarea siempre ha de fructificar; en una semana, en un mes o en un año. Nada debe desalentarnos. Nada debe dividirnos. Nada debe desesperarnos”.

Agustín Tosco

Para Shirlei, con amor.

Para mis Padres Guillermo y Valeria, mi hijo Darío y mis hermanos,
Guillermo y Silvia, presentes pese a la distancia.

Para mi amigo Marcelo Gómez (in memoriam).

AGRADECIMENTOS

Ao professor Roberto de Souza Salgado pela amizade e orientação durante todo o período de realização deste trabalho.

Aos amigos Edgardo, Antonio, Favio, Luciano, Paulo, Ghendy, Vilamar, Joni, e tantos outros que conformam uma lista interminável.

À Universidade Federal de Santa Catarina pela oportunidade de realizar este trabalho.

A todos os professores do curso de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica pelos conhecimentos e pelo constante apoio nestes anos, em especial aos professores: Simões Costa, Hans e Katia.

Agradeço ao Laboratório de Sistemas de Potência (LABSPOT) pela infraestrutura e apoio.

Aos colegas da Pós-Graduação pela amizade e apoio durante todos estes dois anos de trabalho.

A CNPQ pelo auxílio financeiro.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

SOLUÇÕES AJUSTADAS DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Carlos Fabian Moyano

Maio/2005

Orientador: Roberto de Souza Salgado, Ph.D.

Área de Concentração: Sistemas de Potência.

Palavras-chave: Fluxo de Potência Ótimo, Fator de Ajuste, Parametrização, Teoria da Bifurcação, Divergência do Processo Iterativo

Número de Páginas: 136.

Este trabalho tem como objetivo o estudo da convergência do processo iterativo da solução do Fluxo de Potência Ótimo (FPO) via método primal-dual de pontos interiores não linear.

Primeiramente a solução do FPO é analisada sob o ponto de vista da Teoria da Bifurcação aplicada a um conjunto de equações não lineares. A partir desta formulação, duas abordagens para o estudo da não convergência do FPO são apresentadas. A primeira é baseada no uso de um fator de passo semelhante àqueles das metodologias de fluxo de potência convencional, a qual visa evitar a divergência do processo iterativo e fornecer uma solução alternativa. A segunda tem como fundamento a parametrização da carga e/ou dos limites operativos para a determinação da solução ajustada do FPO. Essas metodologias fornecem uma indicação das potenciais causas da divergência do processo iterativo e as possíveis medidas a serem implementadas para se obter uma solução ajustada.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

ADJUSTED SOLUTIONS OF THE OPTIMAL POWER FLOW

Carlos Fabian Moyano

May/2005

Advisor: Roberto de Souza Salgado, Ph.D.

Area of Concentration: Power Systems.

Keywords: Optimal Power Flow, Adjust Factor, Parametrization, Bifurcation Theory, Divergence.

Number of Pages: 136.

The objective of the present work is the study of the convergence of the iterative process of the optimal power flow solution when calculated by the nonlinear primal-dual Interior Point method.

Initially, the optimal power flow solution is analyzed under the Bifurcation Theory point of view applied a set of nonlinear equations. Based on this analysis, two methodologies are formulated for the study of optimal power flow non-convergence. One of them is based on the application of an adjust factor, in the same sense of the power flow methodologies, looking for avoiding the divergence of the iterative process, and to take an alternative solution. The second methodology consist in the parametrization of the load and/or the operative limits to find an alternative solution of the optimal power flow problem. These methodologies provide indications about the potential causes of iterative process divergence and the corrective actions to find an alternative solution.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivo do Trabalho	3
1.2	Organização do Trabalho	4
2	Conceitos Básicos	6
2.1	O problema de FPO	6
2.1.1	Condições de Factibilidade	7
2.2	A Bifurcação Sela-Nó	9
2.2.1	A bifurcação sela-nó	11
2.2.2	O cálculo do ponto de bifurcação sela-nó	12
2.3	O Limite de Factibilidade	15
2.3.1	O Problema do Máximo Carregamento	15
2.3.2	O Caso Geral do FPO	17
2.4	Identificação da Causa da Não Convergência	18
2.5	Exemplo Numérico	21
2.5.1	Condições de Transversalidade	22
2.5.1.1	Solução Convencional	22
2.5.1.2	Máximo Carregamento Operativo	22
2.5.1.3	Condições de Otimalidade	23
2.5.1.4	Generalização	24
2.5.1.5	Perda de Factibilidade	25
2.5.1.6	Perda de Otimalidade	28
2.6	Conclusões	31
3	Aplicação do Fator de Ajuste	33
3.1	Introdução	33
3.2	Soluções Divergentes do Fluxo de Potência	34
3.3	O Uso do Autovetor à Esquerda	36
3.4	A Aplicação do Fator de Ajuste ao FPO	36
3.4.1	Interpretação Analítica	39
3.5	Exemplos Numéricos	43
3.5.1	Aplicação do Fator de Ajuste	44
3.5.2	Restituição da Solubilidade Via Uso do Autovetor	45

3.5.3	Resultados Utilizando os Multiplicadores de Lagrange e Duais	54
3.6	Conclusões	58
4	Uso de parametrização	59
4.1	Introdução	59
4.2	Formulação Básica	59
4.3	Parametrização da Demanda e dos Limites	61
4.3.1	A Parametrização da Demanda	62
4.3.2	A Parametrização dos Limites	64
4.4	Exemplos Numéricos	66
4.4.1	Parametrização da Demanda	67
4.4.2	Parametrização dos Limites	70
4.5	Conclusões	73
5	Resultados	74
5.1	Objetivos	75
5.2	Características dos Sistemas	75
5.3	Aplicação do Fator de Ajuste	77
5.3.1	Sistema de 118 Barras	79
5.3.1.1	Corte de Carga	79
5.3.1.2	Relaxamento dos Limites	86
5.3.2	Sistema de 750 Barras	89
5.3.2.1	Corte de Carga	90
5.3.2.2	Relaxamento dos Limites	91
5.3.3	Análise das Soluções	94
5.3.3.1	Corte de Carga	94
5.3.3.2	Relaxamento dos Limites	97
5.4	Uso de Parametrização	102
5.4.1	Sistema de 118 Barras	104
5.4.1.1	Parametrização da Demanda	104
5.4.1.2	Parametrização dos Limites	109
5.4.2	Sistema de 750 Barras	112
5.4.2.1	Parametrização da Demanda	112
5.4.2.2	Parametrização dos Limites	116
5.4.3	Análise das Soluções	118
5.4.3.1	Parametrização da Demanda	118
5.4.3.2	Parametrização dos Limites	118
5.5	Conclusões	121
6	Conclusões e Sugestões Para Futuros Trabalhos	122
6.1	Conclusões do Trabalho	122
6.2	Sugestões para Futuros Trabalhos	125

A	Equações do FP e do FPO Como Formas Quadráticas	126
A.1	Fluxo de Potência para um Sistema de 3 Barras	126
A.2	Fluxo de Potência Ótimo para um Sistema de 3 Barras	129
A.2.1	Função Objetivo	129
A.2.2	Restrições de Desigualdade	129
	Referências Bibliográficas	133

Capítulo 1

Introdução

Aspectos de segurança e economia na operação e planejamento dos sistemas de energia elétrica têm incrementado a sua importância a partir de um passado recente. A desregulamentação imposta ao setor elétrico criou mercados onde a energia é comprada e vendida, deixando de lado o conceito de monopólio. As empresas foram desverticalizadas e divididas em segmentos de Produção, Transmissão e Distribuição, e o livre acesso ao sistema de transmissão foi garantido aos investidores. Com o aumento das restrições na construção de novos sistemas de potência, a despeito do contínuo aumento de demanda, tornou-se necessário cada vez mais obter o melhor desempenho dos sistemas hoje existentes.

Nesse contexto, a importância da utilização do Fluxo de Potência Ótimo (FPO) no planejamento e operação dos sistemas elétricos de potência tem aumentado, tornando-a uma ferramenta de fundamental importância nessas tarefas. O FPO é um problema de programação não-linear de grande porte, o qual permite obter uma solução para as equações que representam o sistema em regime permanente, otimizando um índice de desempenho. Dentre as aplicações do FPO podem ser citadas o desenvolvimento de casos base, cálculos relacionados a instabilidade de tensão, máxima transferência de potência, mínimo requisito de compensação reativa para a estabilidade de tensão, modelagem de FACTS (*Flexible AC Transmission Systems*), despacho econômico sujeito a restrições operativas onde os custos marginais e pontos críticos do sistema de transmissão são facilmente modelados, etc.

Entretanto, a utilização plena dos aplicativos computacionais de Fluxo de Potência

Ótimo tem sido dificultada pela falta de confiabilidade na convergência do processo iterativo. Em particular, quando este processo diverge, são freqüentes os casos em que o usuário se depara com a falta de soluções alternativas para as equações da rede elétrica ou mesmo de indicadores da causa da divergência. Portanto, a formulação de algoritmos que permitam obter diagnósticos claros indicando as causas da divergência do processo iterativo são de difícil obtenção e de extrema utilidade.

Problemas semelhantes, no que diz respeito à divergência do processo iterativo do problema de Fluxo de Potência Convencional (FP), têm sido objeto de estudo a partir de um passado recente. Neste caso, a Teoria das Bifurcações mostra a associação entre a singularidade da matriz Jacobiana das equações da rede elétrica e a *existência de uma superfície limite de solubilidade* das equações do fluxo de potência [1]. Isto permite estabelecer soluções críticas que podem ser associadas ao colapso de tensão, e a formulação de algoritmos que permitem a restauração da solubilidade das equações do FP. Adicionalmente, estes algoritmos fornecem meios para a interpretação física das causas da divergência e permitem a caracterização das regiões de operação seguras para os sistemas de potência.

Os algoritmos de restauração da solubilidade geralmente indicam a modificação que deve sofrer a demanda de forma a se obter soluções ajustadas das equações do FP. No caso do FPO, este problema não tem sido abordado desta forma; isto é, nos casos de divergência do processo iterativo conta-se em geral com a alternativa da aplicação de algoritmos que estabelecem a máxima demanda que o sistema pode atender ou o corte de carga necessário para restabelecer a solubilidade do conjunto de equações da rede satisfazendo os limites operativos.

O problema da divergência do FPO tem sido estudado nas referências [2, 3, 4, 5], para a resolução via método de Newton. Quando o FPO é resolvido mediante o método primal-dual de pontos interiores, a referência [6] apresenta a base para o estudo dos problemas de não convergência. Em geral, a divergência do processo iterativo é resultante da perda de factibilidade, que consiste na ausência de uma solução que satisfaça as restrições de igualdade e desigualdade simultaneamente; ou da perda de otimalidade, a qual acontece quando o algoritmo não consegue atingir o ponto ótimo mesmo quando este existe. Em ambos os casos, matrizes associadas à linearização das equações envolvidas apresentam posto incompleto em algum ponto da trajetória do processo iterativo, provocando a divergência do mesmo.

Ainda quando as causas que levam o processo iterativo à divergência tenham sido explicitadas nos trabalhos anteriormente mencionados, a formulação de algoritmos que permitam evitar a divergência do processo iterativo e conseguir uma solução alternativa é uma área pouco estudada, sendo o escopo desta monografia.

1.1 Objetivo do Trabalho

O presente trabalho tem como objetivo aprofundar os estudos sobre a divergência do Fluxo de Potência Ótimo via método de pontos interiores. Neste sentido, os seguintes tópicos podem ser destacados:

- o estudo das equações não lineares que representam as condições de otimalidade de primeira ordem sob o ponto de vista da Teoria das Bifurcações. Particularmente, a comparação entre as condições de transversalidade de um sistema de equações não lineares e as condições de otimalidade do problema de determinação do máximo carregamento sob condições operativas é estendida para o caso geral do FPO;
- a aplicação de um fator de passo, cujo objetivo é evitar a divergência do processo iterativo do FPO. Além disso, mostra-se como utilizar os multiplicadores de Lagrange, em substituição ao autovetor à esquerda, para se obter soluções ajustadas do FPO;
- a parametrização da demanda e dos limites operativos, de forma a identificar nas soluções ajustadas às possíveis causas da não convergência.

De forma similar ao caso da bifurcação estática mostrado nas referências [1, 7], a superfície limite da região das soluções factíveis (ou viáveis) do FPO é estabelecida a partir da dependência linear das restrições de igualdade e desigualdade ativas, correspondentes ao problema de máximo carregamento com a demanda parametrizada formulado em [8]. Mostra-se que esta superfície é também a superfície limite de um problema de FPO não-parametrizado, com uma função objetivo diferente do parâmetro da demanda.

No caso da aplicação do fator de passo, é mostrado que o conjunto de equações que expressam as condições de otimalidade de primeira ordem pode ser modelado como uma forma quadrática se considerada a formulação em coordenadas cartesianas. A partir disso, o algoritmo do fator de ajuste proposto em [9] é aplicado ao FPO de forma a evitar a

divergência do processo iterativo. Isto permite encontrar um ponto na superfície limite de solubilidade das equações que representam as condições de otimalidade de primeira ordem e, a partir deste, efetuar ajustes mínimos na demanda ou limites operativos para restaurar a solubilidade deste conjunto de equações. Mostra-se ainda que no caso em que a causa da divergência seja a perda de factibilidade, os multiplicadores de Lagrange e duais podem ser utilizados para efetuar as correções mencionadas.

No caso da aplicação de parametrizações na carga e/ou limites operativos para evitar a divergência do processo iterativo, a função objetivo original é alterada. Dependendo desta modificação, a solução deste problema coincide com a do problema original para casos em que o carregamento se encontre no interior da região factível, ou na fronteira da região de factibilidade para carregamentos inviáveis. Os ajustes na demanda ou limites operativos são realizados numa direção fixada pelo usuário.

1.2 Organização do Trabalho

A seguir é apresentada uma descrição sucinta dos capítulos deste trabalho.

- Capítulo 2: Neste capítulo, é feita uma revisão das condições de otimalidade e factibilidade da solução do problema do FPO, incluindo a formulação do ponto de bifurcação sela-nó. Ainda neste capítulo, é definida a superfície limite da região das soluções factíveis mediante o vetor normal, e mostrada a correspondência entre este e o vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais do problema de máximo carregamento. Baseado neste conceito, uma superfície limite da região das soluções viáveis é formulada para o caso geral do FPO. Finalmente, é feita uma revisão das condições de factibilidade para o caso do método de pontos interiores, e uma interpretação das componentes do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem é fornecida. Um exemplo numérico com um sistema de pequeno porte é apresentado.
- Capítulo 3: A aplicação dos algoritmos formulados nas referências [9] e [10] para o fluxo de potência convencional é proposta para o caso do FPO formulado mediante o método de pontos interiores. Primeiramente é feita uma revisão destes métodos, e mostrado que as equações do FPO formuladas em coordenadas retangulares permitem obter uma forma quadrática das equações que representam as condições de

otimalidade de primeira ordem. A seguir, é analisada a solução obtida mediante o fator de ajuste e formulado um algoritmo que restabelece a solubilidade do conjunto de equações que representam as condições de otimalidade de primeira ordem. Finalmente, a aplicação do algoritmo proposto é ilustrada mediante exemplos com um sistema de pequeno porte.

- Capítulo 4: Neste capítulo é formulada a aplicação de parametrizações na demanda e limites operativos de forma a evitar a divergência do processo iterativo do FPO. Inicialmente é feita uma revisão da aplicação das parametrizações ao problema de mínimo corte de carga em uma direção pré-especificada visando restabelecer a solubilidade das equações da rede e limites operativos [11]. A seguir, são apresentadas as formulações do FPO onde a demanda e os limites operativos são parametrizados, e mostrada a influência que exerce a escolha dos fatores de ponderação inseridos na função objetivo. Exemplos numéricos com um sistema de 14 barras ilustram a aplicação.
- Capítulo 5: Apresentam-se neste capítulo, os resultados numéricos que mostram a viabilidade da aplicação dos algoritmos propostos para sistemas de médio porte.
- Capítulo 6: Neste capítulo são apresentadas as considerações finais e recomendações para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Conceitos Básicos

Este capítulo apresenta os conceitos básicos utilizados no trabalho proposto. Primeiramente, mostra-se o problema do FPO como um problema de otimização estática e descrevem-se as condições de otimalidade e factibilidade associadas ao problema de otimização. A seguir, é estabelecida a relação entre a condição de otimalidade do problema de determinação do máximo carregamento e o ponto de bifurcação sela-nó das equações da rede e limites operativos. São ainda analisadas as condições de factibilidade para os casos gerais do FPO e a formulação do problema do FPO via método de Pontos Interiores. Finalmente, é associada a não convergência das equações que representam as condições de otimalidade de primeira ordem com a bifurcação sela-nó, e interpretadas as componentes do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade.

2.1 O problema de FPO

Considere-se o problema de otimização

$$\begin{aligned} & \textit{Minimizar} && f_o(\mathbf{x}) \\ & \textit{sujeito a} && \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ & && \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{2.1.1}$$

onde, $f_o(\mathbf{x})$ é o índice de desempenho a ser otimizado; \mathbf{x} é o vetor das variáveis de otimização; $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ e $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ são os vetores das funções que representam as restrições de

igualdade e de desigualdade, respectivamente.

A função Lagrangeana do problema representado pelo conjunto de equações (2.1.1) é dada por

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda, \pi) = f_o(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})^t \lambda + \mathbf{h}_a(\mathbf{x})^t \pi \quad (2.1.2)$$

onde, λ e π representam os multiplicadores de Lagrange e duais, respectivamente.

A condição de otimalidade necessária para se obter os pontos estacionários do problema (2.1.1) é expressa como

$$\begin{aligned} \nabla_x f_o(\mathbf{x}) + \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x})^t \lambda + \nabla_x \mathbf{h}_a(\mathbf{x})^t \pi &= \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_a(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \pi_i &\geq 0 \quad \forall i \in a \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

onde \mathbf{h}_a representa o conjunto de restrições de desigualdade ativas no ponto estacionário.

A condição de suficiência para a otimalidade requer [3] que a matriz

$$H(\mathbf{x}) = \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}^2} = \nabla_{xx}^2 f_o(\mathbf{x}) + \nabla_{xx}^2 \mathbf{g}(\mathbf{x})^t \lambda + \nabla_{xx}^2 \mathbf{h}_a(\mathbf{x})^t \pi \quad (2.1.4)$$

onde ∇_x^2 denota a derivada segunda com relação às variáveis \mathbf{x} , seja definida positiva no subespaço definido pelo conjunto

$$T^g = \left\{ \mathbf{y} \mid \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{y} = \mathbf{0}, \frac{\partial \mathbf{h}_a(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{y} = \mathbf{0} \right\} \quad \mathbf{y} \neq \mathbf{0} \quad (2.1.5)$$

A equação (2.1.5) estabelece que as colunas das matrizes Jacobianas das restrições de igualdade e desigualdade ativas no ponto estacionário devem ser linearmente dependentes.

2.1.1 Condições de Factibilidade

O conjunto das soluções factíveis do problema descrito analiticamente pelo conjunto de equações (2.1.1) é definido por

$$M = \{ \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^{n_v} \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \} \quad (2.1.6)$$

onde n_v é o número de variáveis de otimização.

Para que um ponto \mathbf{x} pertença ao conjunto das soluções factíveis, um dos dois seguintes requisitos deve ser satisfeito: [12].

1. os vetores gradientes das restrições de igualdade e de desigualdade ativas devem ser linearmente independentes;
2. as restrições de igualdade e de desigualdade ativas devem ser qualificadas de acordo com o critério de Mangasarian-Fromovitz.

A primeira condição é satisfeita para um ponto \mathbf{x} se os vetores que formam as linhas das matrizes $\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$ e $\frac{\partial \mathbf{h}_a(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$ são linearmente independentes. Isto requer que

$$m + l \leq n_v$$

onde, m é o número de restrições de igualdade e l é o número de restrições de desigualdade ativas no ponto \mathbf{x} . No caso particular da formulação da solução através do método de pontos interiores, as variáveis de folga fazem parte do conjunto de variáveis primais e portanto a desigualdade anterior se transforma em

$$m + n_s \leq n_v + n_s$$

onde n_s é o número de variáveis de folga, implicando que a condição de independência linear é satisfeita se

$$m \leq n_v$$

A independência linear das linhas da matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade ativas implica em que os multiplicadores de Lagrange e duais são únicos e finitos [12].

A condição de Mangasarian-Fromovitz é satisfeita para um ponto \mathbf{x} se,

1. os vetores linha que formam a matriz Jacobiana das restrições de igualdade são linearmente independentes;
2. existe um vetor não nulo $\omega_l \in \Re^{n_v}$ tal que .

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \omega_l &= \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \omega_l &< \mathbf{0} \end{aligned}$$

A primeira condição implica na dependência linear das *colunas* da matriz Jacobiana das restrições de igualdade. A condição de Mangasarian-Fromovitz requer que para todo

ponto \mathbf{x} os multiplicadores de Lagrange e duais sejam finitos, constituindo-se a solução do problema dual [12].

Uma relação de casos críticos provenientes da aplicação do método de otimização de Newton ao FPO, é apresentada na referência [2]. Estes casos podem ser sumarizados em quatro situações:

1. perda súbita de otimalidade devido à desativação de uma restrição de desigualdade ativa;
2. perda gradual de otimalidade devido à variação dos parâmetros;
3. perda gradual de factibilidade devido à variação dos parâmetros;
4. perda súbita de otimalidade devido à ativação de uma restrição de desigualdade inativa.

Devido à forma de tratamento das restrições de desigualdade na solução do FPO via método de pontos interiores, os casos relativos às situações (1) e (4) não são considerados neste trabalho. Nos casos (2) e (3), matrizes relacionadas às condições de otimalidade são eventualmente singulares. No caso (2), a projeção da matriz Hessiana no conjunto de restrições de igualdade e desigualdade ativas possui um autovalor nulo. No caso (3) a matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade ativas tem posto deficiente, o que indica a existência de um conjunto de soluções viáveis vazio, com pelo menos um multiplicador de Lagrange tendendo a infinito [4, 13].

Portanto, é possível analisar a viabilidade da solução de um problema de otimização com base na verificação da independência linear das linhas que formam a matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade ativas. No caso do FPO, esta condição está associada em geral a um nível de demanda crítico e aos limites de operação. O estudo desta condição e a sua análise sob o ponto de vista da Teoria da Bifurcação são mostrados a seguir.

2.2 A Bifurcação Sela-Nó

A Teoria da Bifurcação mostra como a estabilidade de um sistema representado por um conjunto de equações algébrico-diferenciais pode ser analisada quando um ou mais

parâmetros do sistema variam. A bifurcação da trajetória descrita pelas soluções das equações deste conjunto ocorre no ponto onde as soluções coalescem [1].

Seja o seguinte conjunto de equações algébrico-diferenciais não lineares

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \rho) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \rho) \\ \mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \rho) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.2.1)$$

onde, $\mathbf{f}(\cdot)$ e $\mathbf{g}(\cdot)$ são funções não lineares das variáveis de controle \mathbf{u} e dependentes \mathbf{y} e ρ é um parâmetro associado à variação de uma das grandezas do sistema de equações.

O sistema de equações (2.2.1) está sujeito aos seguintes tipos de bifurcação, dentre outras, definidos de acordo com os autovalores da matriz Jacobiana das equações envolvidas [14, 15]:

- *Bifurcação sela-nó*: um dos autovalores do sistema é zero;
- *Bifurcação de Hopf*: um par de autovalores complexos conjugados cruza o eixo imaginário;
- *Bifurcação induzida por limites*: variações bruscas dos autovalores ocorrem quando limites são atingidos.

O modelo analítico que representa o comportamento do sistema de potência em regime permanente é baseado num conjunto de equações algébricas não lineares expresso por,

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \rho) = \mathbf{0} \quad (2.2.2)$$

onde, $\mathbf{g}(\cdot)$ são funções não lineares que representam os balanços de potências ativa e reativa em cada barra; as variáveis independentes que compõem o vetor \mathbf{u} são as grandezas diretamente controladas pelo operador do sistema (a magnitude da tensão gerada, as potências ativa e reativa geradas, o tap dos transformadores LTCs, etc); as componentes do vetor de variáveis dependentes \mathbf{y} são aquelas cujo valor é função das variáveis de controle (ângulo da tensão em cada barra, magnitude da tensão nas barras de carga, etc) e ρ é um parâmetro associado à variação da demanda.

Este conjunto, composto geralmente das equações do fluxo de potência, requer algumas suposições com relação ao comportamento real do sistema. Algumas grandezas são mantidas dentro de uma faixa de operação aceitável através do controle de determinadas

variáveis independentes. Por exemplo, para um determinado valor do parâmetro ρ (para o qual corresponde um nível de demanda) especifica-se o módulo da tensão e da potência ativa nas barras de geração para ajustar a magnitude da tensão nas barras de carga e os fluxos nas linhas de transmissão. Essas especificações são estabelecidas *a priori* pelo operador e o resultado da sua seleção obtido através da solução do fluxo de potência. Alternativamente, uma seqüência de soluções da equação (2.2.2) correspondente a diferentes valores de ρ pode ser determinada através do Método da Continuação [14], até um ponto crítico no qual as soluções coalescem e além do qual não existe solução real.

A referência [16] mostra que o ponto de bifurcação sela-nó das equações algébrico-diferenciais que representam o modelo dinâmico é o mesmo que o das equações algébricas que descrevem o modelo estático correspondente. Neste ponto, a matriz Jacobiana das equações do modelo estático se torna singular, com um autovalor nulo e o correspondente autovetor à esquerda. Isto permite utilizar o modelo estático para o estudo do ponto de bifurcação sela-nó relativo ao valor crítico do parâmetro associado à variação da demanda. O estudo apresentado em [17, 18] mostra que este modelo é conveniente para analisar as soluções antes do ponto de bifurcação enquanto que além do ponto de bifurcação o modelo dinâmico é mais conveniente para o referido estudo. Na referência [19], mostra-se que a utilização do modelo estático não afeta a margem de carregamento ou as relações de sensibilidade entre as variáveis do sistema. Entretanto, o aparecimento da bifurcação estática associada à singularidade da matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência não é a única causa da existência de um autovalor nulo na matriz Jacobiana do sistema de equações algébrico-diferenciais, o que indica que em certos casos uma análise com modelos mais detalhados é necessária.

No presente estudo considera-se apenas o modelo do sistema em regime permanente, sujeito às bifurcações dos tipos *sela-nó* e *induzida por limites*.

2.2.1 A bifurcação sela-nó

A bifurcação *sela-nó* é caracterizada por um par de pontos de equilíbrio que coalescem quando o parâmetro ρ atinge um valor crítico ρ^* . A bifurcação *sela-nó* do conjunto de equações (2.2.1) é o lugar geométrico da trajetória dos pontos de equilíbrio, onde o sistema passa de estável a instável. Neste ponto, denotado por $(\mathbf{u}^*, \mathbf{y}^*, \rho^*)$, a matriz de primeiras derivadas do sistema de equações (2.2.1) com relação ao conjunto de variáveis de controle

e dependentes (\mathbf{u}, \mathbf{y}) , denotado por τ ; isto é,

$$\nabla_{\tau} \mathbf{F}|_* = \nabla_{\tau} \mathbf{F}(\mathbf{u}^*, \mathbf{y}^*, \rho^*)$$

é singular, o que indica a existência de pelo menos um autovalor nulo [1].

No ponto de bifurcação, as seguintes condições de transversalidade são satisfeitas [20]:

$$\begin{aligned} \nabla_{\tau} \mathbf{F} |_* \mathbf{v} = \nabla_{\tau}^t \mathbf{F} |_* \mathbf{w} &= \mathbf{0} \\ \nabla_{\rho} \mathbf{F} |_* \mathbf{v} &\neq \mathbf{0} \\ \mathbf{w}^t \nabla_{\rho} \mathbf{F} |_* &\neq 0 \\ \mathbf{w}^t [\nabla_{\tau}^2 \mathbf{F} |_* \mathbf{v}] \mathbf{v} &\neq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{2.2.3}$$

onde \mathbf{w} e \mathbf{v} são respectivamente os autovetores à esquerda e à direita correspondentes ao autovalor nulo da matriz $\nabla_{\tau}^t \mathbf{F}$ (calculada no ponto $(\mathbf{u}^*, \mathbf{y}^*, \rho^*)$).

O autovetor à direita indica a direção em que o ponto de equilíbrio se desloca, de forma a atingir o ponto de bifurcação. No que diz respeito a estabilidade de tensão, este vetor fornece informações sobre a variação das tensões nodais imediatamente antes do ponto de bifurcação ser atingido e o colapso de tensão acontecer [19]. Por outro lado, o autovetor à esquerda permite definir um vetor normal à superfície formada pelos parâmetros que levam ao ponto de bifurcação sela-nó [19], o qual é útil para se determinar as modificações que deve sofrer a demanda, de maneira que o ponto de carregamento crítico seja evitado. Este vetor fornece a sensibilidade da distância da solução corrente ao ponto de bifurcação sela-nó em relação a qualquer parâmetro ou controle. Isto permite selecionar controles eficazes para guiar o sistema de potência a condições onde a distância ao ponto de bifurcação sela-nó seja a máxima possível [19].

2.2.2 O cálculo do ponto de bifurcação sela-nó

O ponto de bifurcação sela-nó do sistema de equações algébrico-diferenciais da equação (2.2.1) pode ser determinado através de *Métodos Diretos* [14], cujo procedimento básico consiste em resolver o sistema de equações

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\tau, \rho) &= \mathbf{0} \\ \nabla_{\tau}^t \mathbf{F}(\tau, \rho) \mathbf{w} &= \mathbf{0} \\ \|\mathbf{w}\|_{\infty} &= 1 \end{aligned} \tag{2.2.4}$$

ou, alternativamente,

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\tau, \rho) &= \mathbf{0} \\ \nabla_{\tau} \mathbf{F}(\tau, \rho) \mathbf{v} &= \mathbf{0} \\ \|\mathbf{v}\|_{\infty} &= 1 \end{aligned} \tag{2.2.5}$$

para as variáveis τ , o parâmetro escalar ρ e os vetores \mathbf{w} ou \mathbf{v} .

Para o estudo do equilíbrio do modelo estático, as equações do fluxo de potência convencional são utilizadas [21], com o conjunto de equações $\mathbf{F}(\tau, \rho)$ reduzido a $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \rho)$. A solução dos sistemas de equações (2.2.4) ou (2.2.5) é o ponto de bifurcação sela-nó (τ^*, ρ^*) . As equações que compõem essas recorrências correspondem respectivamente às condições de singularidade no ponto crítico e ao autovetor à esquerda ou à direita diferentes de zero. A matriz Jacobiana das equações (2.2.4) e (2.2.5) não é singular, o que implica em que métodos de solução tais como o de Newton podem ser aplicados [21, 22].

O cálculo do ponto de bifurcação sela-nó também pode ser feito utilizando-se algoritmos de otimização, conforme proposto em [20, 23, 24]. Isto permite a inclusão de restrições operativas, o que constitui uma das principais vantagens deste tipo de metodologia. Neste caso, a determinação do ponto de bifurcação sela-nó pode ser modelada como

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar} && \rho \\ & \text{sujeito a} && \mathbf{F}(\tau, \rho) = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{2.2.6}$$

A função Lagrangeana do problema representado pela equação (2.2.6) é dada por

$$\mathcal{L}(\tau, \rho, \lambda) = -\rho + \lambda^t \mathbf{F}(\tau, \rho) \tag{2.2.7}$$

onde λ é o vetor dos multiplicadores de Lagrange.

As condições necessárias para se obter os pontos estacionários do problema (2.2.6) são expressas pelo conjunto de equações

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\tau, \rho) &= \mathbf{0} \\ \lambda^t \nabla_{\tau} \mathbf{F}(\tau, \rho) &= \mathbf{0} \\ \lambda^t \frac{\partial \mathbf{F}(\tau, \rho)}{\partial \rho} - 1 &= 0 \end{aligned} \tag{2.2.8}$$

O conjunto de equações 2.2.8 é basicamente o mesmo representado na equação (2.2.4), a solução do mesmo correspondendo às condições de transversalidade do sistema de equações não lineares $\mathbf{F}(\tau, \rho) = \mathbf{0}$.

A analogia entre as equações (2.2.4) e (2.2.8) pode ser estabelecida através da correspondência entre os vetores λ e \mathbf{w} [24, 20].

A comparação das equações

$$\lambda^t \nabla_{\tau} \mathbf{F}(\tau, \rho) = \mathbf{0}$$

e

$$\nabla_{\tau} \mathbf{F}(\tau, \rho) \mathbf{w} = \mathbf{0}$$

indica que os vetores \mathbf{w} e λ são colineares; isto é, o vetor de multiplicadores de Lagrange pode ser expresso como

$$\lambda = a * \mathbf{w}$$

onde a é um escalar.

Na equação (2.2.8), a última expressão mostra uma maneira alternativa de se representar a condição $\|\mathbf{w}\|_{\infty} = 1$ da equação (2.2.4).

Para simplificar a comparação em questão, a condição de não nulidade imposta pela equação $\|\mathbf{w}\|_{\infty} = 1$ pode ser representada utilizando-se alternativamente a *norma quadrática* ao invés da *norma infinita*. Isto fornece

$$\mathbf{w}^t * \mathbf{w} = 1$$

Desde que $\mathbf{w} = \frac{\lambda}{a}$,

$$\left(\frac{\lambda}{a}\right)^t * \left(\frac{\lambda}{a}\right) = \frac{\lambda^t * \lambda}{a^2} = 1$$

e portanto uma comparação direta entre \mathbf{w} e λ pode ser feita se esses vetores são normalizados.

Segundo [24], λ é o autovetor à esquerda de $\nabla_{\tau} \mathbf{F}(\tau, \rho)$ associado ao autovalor zero e portanto as condições de otimalidade para o caso em que o parâmetro associado à variação da carga é a função objetivo correspondem às condições de transversalidade.

2.3 O Limite de Factibilidade

2.3.1 O Problema do Máximo Carregamento

Considere-se a determinação do máximo carregamento operativo numa direção pré-determinada, modelada como um problema de otimização da forma,

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && -\rho \\ & \text{sujeito a} && \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho) = \mathbf{0} \\ & && \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{2.3.1}$$

onde ρ é um escalar denominado *parâmetro de carga* e $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)$ é o vetor das equações de balanço de potência parametrizadas por ρ , conforme proposto em [8].

As condições necessárias de otimalidade deste problema são:

$$\begin{aligned} \nabla_x^t \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho) \lambda + \nabla_x^t \mathbf{h}_a(\mathbf{x}) \pi &= \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_a(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \lambda^t \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)}{\partial \rho} - 1 &= 0 \\ \pi_i &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.3.2}$$

onde \mathbf{h}_a representa o conjunto de restrições de desigualdade ativas no ponto ótimo.

A condição de otimalidade deste problema, expressa na primeira equação do conjunto (2.3.2) pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho) \\ \nabla_x \mathbf{h}_a(\mathbf{x}) \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \lambda \\ \pi \end{bmatrix} = \mathbf{J}_0^t(\mathbf{x}, \rho) \mathbf{\Lambda} = \mathbf{0} \tag{2.3.3}$$

onde, $\mathbf{J}_0(\mathbf{x}, \rho)$ é a matriz Jacobiana das equações que representam o conjunto de restrições de igualdade e desigualdade ativas e $\mathbf{\Lambda}$ é o vetor de multiplicadores de Lagrange e duais.

Se nenhum limite é atingido na solução ótima, as condições de otimalidade representadas pelas equações (2.3.2) são similares às condições de transversalidade da bifurcação sela-nó das equações do fluxo de potência convencional, diferindo apenas com relação à ordem das matrizes Jacobianas envolvidas. No caso em que os algoritmos de otimização

são utilizados, a condição expressa pela primeira equação do conjunto (2.3.2) se transforma em

$$\nabla_x^t \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho) \lambda = \mathbf{0}$$

onde a não nulidade dos multiplicadores de Lagrange implica na dependência linear das linhas da matriz $\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)$.

Quando existem restrições ativas na solução ótima, o conjunto de equações (2.3.3), caracteriza o ponto de bifurcação induzida por limites do conjunto de equações (2.3.2) [7, 15]. Este ponto é semelhante ao ponto de bifurcação sela-nó das equações da rede, quando o conjunto de equações é modificado ao se atingir um limite operativo (como no caso dos limites de potência reativa gerada). A equação (2.3.3) estabelece que o conjunto de equações lineares formado pelos Jacobianos $\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)$ e $\nabla_x \mathbf{h}_a(\mathbf{x}, \rho)$ é linearmente dependente, e isto implica em que o ponto ótimo se situa na fronteira da região das soluções factíveis. Neste caso, o vetor dos multiplicadores de Lagrange é acrescido dos componentes duais correspondentes às restrições de desigualdade ativas.

Para identificar a restrição que eventualmente limita a margem de segurança do sistema relacionada às equações do fluxo de potência, as abordagens [7] e [25] utilizam o *vetor à esquerda* em substituição ao autovetor à esquerda, o qual define um vetor normal à superfície limite da região das soluções viáveis do fluxo de potência, de forma similar aquele da equação (2.2.3). A análise da equação (2.3.3) permite observar que o vetor formado pelos multiplicadores de Lagrange e duais é ortogonal ao hiperplano tangente à superfície formada pelas linhas da matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade ativas, definindo a superfície limite da região das soluções factíveis. No caso irrestrito, esse vetor corresponde ao autovetor à esquerda da matriz Jacobiana das equações da rede, e permite estimar as cargas que deveriam ser cortadas em função de se obter uma solução real. De forma similar, no caso restrito o vetor normal indica as cargas com maior influência no máximo carregamento sob condições operativas. As componentes deste vetor correspondentes aos multiplicadores duais indicam a sensibilidade do parâmetro de carga em relação aos limites operativos.

A formulação do problema da bifurcação *induzida por limites* de uma forma similar à bifurcação *sela-nó* permite estabelecer a importância dos limites atingidos no estudo do máximo carregamento sob condições operativas. Os valores dos multiplicadores duais correspondem à sensibilidade do parâmetro ρ em relação aos limites atingidos, o que fornece uma idéia de como os controles podem ser ajustados com relação à variação da

demanda.

Da equação (2.3.3), os multiplicadores duais modificam o valor dos multiplicadores de Lagrange segundo a equação.

$$\lambda = -(\nabla_x \mathbf{g} \nabla_x \mathbf{g}^t)^{-1} \nabla_x \mathbf{g} \nabla_x^t \mathbf{h}_a \pi = \mathbf{G} * \pi \quad (2.3.4)$$

onde \mathbf{G} é a matriz de sensibilidades que relaciona os valores dos multiplicadores de Lagrange e duais, se $[\nabla_x \mathbf{g} \nabla_x \mathbf{g}^t]$ for inversível.

A equação (2.3.4) indica que no caso em que há restrições de desigualdade ativas na solução ótima, há uma dependência entre as sensibilidades da função objetivo com relação à carga e limites operativos. Isto mostra que as medidas corretivas a serem tomadas para se obter uma solução operacional podem ser determinadas modificando-se os limites e/ou a demanda.

2.3.2 O Caso Geral do FPO

Conforme estabelecido anteriormente, as condições de otimalidade do problema (2.1.1) são dadas por

$$\begin{aligned} \nabla_x f_o(\mathbf{x}) + \lambda^t \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \pi^t \nabla_x \mathbf{h}_a(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_a(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \pi_i &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

onde todos os termos foram previamente definidos.

O uso de uma função objetivo generalizada requer a interpretação conveniente das sensibilidades fornecidas pelos multiplicadores de Lagrange e duais. Hong, na referência [4], observa que, se a solução do FPO é factível, o valor do multiplicador de Lagrange requerido para manter a restrição no seu limite é finito. Caso contrário, uma ou mais restrições de igualdade/desigualdade são violadas, resultando em multiplicadores com valor tendendo a infinito. A estratégia proposta em [4] para tratar o problema de inviabilidade da solução do FPO consiste em fixar os multiplicadores num valor limite e relaxar convenientemente as restrições violadas de forma a se alcançar um ponto de equilíbrio.

Uma das conclusões importantes de [4] é que, quando o valor de um ou mais multiplicadores tende para infinito, a função objetivo assume um valor desprezível em relação

ao produto entre o vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais e a matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade ativas. No caso do problema expresso pela equação (2.1.1), isto pode ser demonstrado dividindo-se a primeira das equações (2.3.5) pela norma do vetor Λ

$$\frac{\nabla_x f_o(\mathbf{x})}{\|\Lambda\|} + \left[\begin{array}{c} \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) \\ \nabla_x \mathbf{h}_a(\mathbf{x}) \end{array} \right]^t \frac{\Lambda}{\|\Lambda\|} = \mathbf{0} \quad (2.3.6)$$

Desde que no ponto crítico alguns multiplicadores de Lagrange e/ou duais apresentam valores elevados, o primeiro termo da equação (2.3.6) pode ser desprezado, o que resulta em

$$\left[\begin{array}{c} \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) \\ \nabla_x \mathbf{h}_a(\mathbf{x}) \end{array} \right]^t \frac{\Lambda}{\|\Lambda\|} = \mathbf{0} \quad (2.3.7)$$

A equação (2.3.7) mostra que o vetor normal à superfície limite da região das soluções factíveis é definido pelos multiplicadores de Lagrange e duais normalizados. Deve ser observado que os algoritmos de solução do problema (2.1.1) apresentam problemas de condicionamento numérico para níveis de carregamento críticos. Isto não acontece no problema representado pela equação (2.3.1) porque a quarta das equações (2.3.2) impõe um limite a esses multiplicadores. Isto implica em que as soluções de máximo carregamento obtidas com a formulação (2.3.1) podem não ser obtidas quando o problema é modelado convencionalmente via equação (2.1.1).

2.4 Identificação da Causa da Não Convergência

Quando o problema de otimização restrito representado pela equação (2.1.1) é resolvido através dos Métodos de Pontos Interiores, o conjunto de variáveis de otimização é acrescido das variáveis de folga e dos multiplicadores de Lagrange e duais. As variáveis de folga são utilizadas para transformar as restrições de desigualdade em restrições de igualdade e uma função barreira logarítmica é acrescentada à função objetivo. Com estas modificações, as

condições de otimalidade são expressas como:

$$\begin{aligned}
 \nabla_x \mathbf{f}_o(\mathbf{x}) + \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x})^t \lambda + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})^t \pi &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{\Pi} \mathbf{s} &= \mu \mathbf{1} \\
 \mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} &= \mathbf{0} \\
 (s_i, \pi_i, \mu) &\geq 0 \quad \forall i
 \end{aligned} \tag{2.4.1}$$

onde, \mathbf{s} representa o vetor das variáveis de folga, $\mathbf{\Pi}$ é uma matriz diagonal cujos componentes são os multiplicadores duais, μ é um parâmetro que decresce ao longo do processo iterativo de forma a satisfazer a condição de complementaridade mostrada na segunda equação e $\mathbf{1}$ é um vetor unitário de dimensão adequada.

O sistema não linear formado pelas equações (2.4.1) é resolvido através do método de Newton. A cada iteração, a solução do seguinte sistema linear é obtida:

$$\begin{bmatrix} \nabla_{xx}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \lambda, \pi) & \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{g}^t(\mathbf{x}) & \nabla_x \mathbf{h}^t(\mathbf{x}) \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Pi} & \mathbf{0} & \mathbf{S} \\ \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{s} \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x \mathbf{f}_o(\mathbf{x}) + \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x})^t \lambda + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})^t \pi \\ \mathbf{\Pi} * \mathbf{s} - \mu * \mathbf{1} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} \end{bmatrix} \tag{2.4.2}$$

onde,

$$\nabla_{xx}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \lambda, \pi) = \nabla_{xx}^2 \mathbf{f}_o(\mathbf{x}) + \nabla_{xx}^2 \mathbf{g}(\mathbf{x})^t \lambda + \nabla_{xx}^2 \mathbf{h}(\mathbf{x})^t \pi$$

e $\mathbf{\Pi}$ e \mathbf{S} são matrizes diagonais formadas pelos multiplicadores duais e variáveis de folga respectivamente, e \mathbf{I} é uma matriz identidade de dimensão adequada.

Fazendo

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{H}}_1 &= \begin{bmatrix} \nabla_{xx}^2 \mathcal{L} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Pi} \end{bmatrix} \\
 \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \\ \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) & \mathbf{I} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

e

$$\hat{\mathbf{J}}_1(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \\ \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) & \mathbf{S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \\ \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) \mathbf{C}$$

a matriz Jacobiana da equação (2.4.2) pode ser re-escrita como:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{H}}_1 & \hat{\mathbf{J}}_1^t \\ \hat{\mathbf{J}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{2.4.3}$$

A matriz \mathbf{W} não é singular se [6],

- a matriz $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{x})$ possui posto completo;
- a projeção da matriz $\hat{\mathbf{H}}_1$ no espaço nulo da matriz $\hat{\mathbf{J}}$ é não-singular;
- a matriz diagonal \mathbf{S} não é singular.

A primeira condição diz respeito à independência linear das restrições de igualdade e desigualdade, modificadas pela adição das variáveis de folga. A segunda é a condição de suficiência representada pelas equações (2.1.4) e (2.1.6). A última condição implica em que os valores das variáveis de folga sejam diferentes de zero, o que é cumprido naturalmente através dos fatores de passo do método [6].

Nas soluções críticas do FPO a matriz \mathbf{W} é singular, o que implica na existência de um autovetor à esquerda correspondente ao autovalor nulo, o qual satisfaz a equação

$$\mathbf{a}_u^t \mathbf{W} = \mathbf{0}$$

onde

$$\mathbf{a}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_H \\ \mathbf{a}_J \end{bmatrix}$$

Portanto, o seguinte sistema linear deve ser satisfeito:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_H^t \hat{\mathbf{H}}_1 + \mathbf{a}_J^t \hat{\mathbf{J}} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{a}_H^t \mathbf{C} \hat{\mathbf{J}}^t &= \mathbf{0} \end{aligned} \tag{2.4.4}$$

Considerando que $\|\mathbf{a}_u\| \neq 0$, os seguintes casos podem ser observados:

- se $\|\mathbf{a}_H\| \rightarrow 0$ e $\|\mathbf{a}_J\| \neq 0$, então o vetor \mathbf{a}_J indica a dependência linear das linhas da matriz $\hat{\mathbf{J}}$. Por esta razão a causa da singularidade da matriz \mathbf{W} pode ser atribuída a não factibilidade da solução por efeito das restrições;
- se $\|\mathbf{a}_H\| \neq 0$ e $\|\mathbf{a}_J\| \rightarrow 0$, então o vetor \mathbf{a}_H pertence ao espaço nulo da matriz $\hat{\mathbf{J}}$, e representa o autovetor à esquerda da matriz $\hat{\mathbf{H}}_1$. Neste caso, a projeção da matriz $\hat{\mathbf{H}}_1$ no espaço nulo da matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade possui um autovalor zero, tornando singular a matriz \mathbf{W} . Isto implica em que a causa da divergência do processo iterativo está associada com a perda de otimalidade da solução;

- se $\|\mathbf{a}_H\| \neq 0$ e $\|\mathbf{a}_J\| \neq 0$, então o vetor \mathbf{a}_H pertence ao espaço nulo formado pelas colunas da matriz $\hat{\mathbf{J}}$ e a sua pós-multiplicação pela primeira das equações (2.4.4) fornece

$$\mathbf{a}_H^t \hat{\mathbf{H}}_1 \mathbf{a}_H + \mathbf{a}_J^t \hat{\mathbf{J}} \mathbf{a}_H = \mathbf{0}$$

onde o segundo membro é nulo porque \mathbf{a}_H pertence ao espaço nulo de $\hat{\mathbf{J}}$. Portanto, a projeção da matriz $\hat{\mathbf{H}}_1$ no espaço nulo da matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade possui um autovalor nulo, e a causa da divergência do processo iterativo pode ser associada com a perda de otimalidade da solução.

Portanto, a análise dos componentes do vetor \mathbf{a}_u (\mathbf{a}_H e \mathbf{a}_J) permite identificar a causa da não convergência das soluções dos FPO.

2.5 Exemplo Numérico

Para ilustrar a aplicação da teoria apresentada nas seções anteriores, resultados numéricos obtidos com um sistemas-teste de 5 barras são apresentados. O problema de FPO é resolvido através da versão não linear do método primal-dual de pontos interiores, implementada no ambiente Matlab 6.0. As restrições de igualdade consideradas no problema de FPO são as equações de balanço de potência ativa em todas as barras e reativa nas barras de carga. As restrições de desigualdade incluem os limites de potência gerada e de magnitude da tensão nas barras. A geração de potência ativa, a magnitude e o ângulo da tensão foram adotados como variáveis de otimização.

Tabela 2.1: Sistema de 5 barras - Dados das Linhas

de	a	R	X	B
1	2	4,2	16,8	3,0
2	3	3,1	12,6	2,0
3	5	5,3	21,0	1,5
3	4	8,4	33,6	1,2
4	5	6,3	25,2	1,1
5	1	3,1	12,6	1,0

O sistema de 5 barras é composto de três barras de geração (barras 1, 3 e 4), duas barras de carga (barras 2 e 5). Os limites considerados neste exemplo são: 0,90 pu a 1,05 pu para a magnitude da tensão; potência ativa gerada (barras 1, 3 e 4, respectivamente): 0,0 a 370 MW; 0,0 a 216 MW e 0,0 a 200 MW; potência reativa gerada (barras 1, 3 e 4, respectivamente): -105,0 a 205,0 Mvar; -100,0 a 100 Mvar e -100,0 a 100 Mvar. Os dados das linhas deste sistema são apresentados na tabela (2.1). A demanda base é: 65,0 MW e 30,0 Mvar na barra 1; 115,0 MW e 60,0 Mvar na barra 2; 70,0 MW e 40,0 Mvar na barra 3; 70,0 MW e 30,0 Mvar na barra 4 e 85,0 MW e 40,0 Mvar na barra 5. O índice a ser otimizado é o *custo de geração de potência ativa*, expresso como uma função linear com coeficientes unitários.

As restrições e a função objetivo consideradas resultam numa matriz de segundas derivadas $\nabla_{\mathbf{xx}}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \lambda, \pi)$ de ordem 12×12 e numa matriz $\mathbf{\Pi}$ de ordem 22×22 . A dimensão da matriz $\hat{\mathbf{J}}$ é 29×34 , o valor inicial do parâmetro barreira μ é 1,00 e a tolerância para a convergência é 10^{-4} pu.

2.5.1 Condições de Transversalidade

2.5.1.1 Solução Convencional

Inicialmente, a solução de mínimo custo de geração de potência ativa correspondente a um caso sem problemas de convergência foi obtida através de um programa de FPO convencional. Na iteração de número 6, o processo iterativo convergiu, com um número de condicionamento da matriz \mathbf{W} igual a $9,34 \times 10^5$ e o mínimo autovalor igual a 0,0337. Neste caso, não é possível estabelecer uma relação entre o autovetor associado ao mínimo autovalor e os multiplicadores de Lagrange e duais.

2.5.1.2 Máximo Carregamento Operativo

A seguir, o programa computacional baseado em [8] indicou a existência de soluções operativas para acréscimos no nível de carregamento base até 52,71%, com o fator de potência constante. A solução operativa correspondente ao carregamento crítico foi obtida em 6 iterações. Os autovetores à direita e à esquerda significativos (com valor absoluto maior do que 10^{-3}) correspondentes ao autovalor nulo da matriz $\nabla_{\tau}^t \mathbf{F}(\tau, \rho)$ são mostrados na tabela (2.2).

A parametrização da demanda torna a matriz \mathbf{W} numericamente mais robusta, com um número de condicionamento igual a $7,14 \times 10^4$ (sem a parametrização o número de condicionamento é igual a $2,65 \times 10^{10}$) e autovalor mínimo igual a $4,39 \times 10^{-3}$ ($4,04 \times 10^{-9}$ no caso sem parametrização).

Tabela 2.2: Autovetores à direita e à esquerda correspondentes ao autovalor zero da matriz $\nabla_{\tau}^t \mathbf{F}(\tau, \rho)$

\mathbf{v}	\mathbf{w}
$1,4351 \times 10^{-9}$	$-1,3266 \times 10^{-1}$
$1,4278 \times 10^{-9}$	$-1,3266 \times 10^{-1}$
$6,4113 \times 10^{-9}$	$-1,3266 \times 10^{-1}$
$1,0390 \times 10^{-7}$	$-1,3266 \times 10^{-1}$
$1,8253 \times 10^{-8}$	$-1,3266 \times 10^{-1}$
$1,0146 \times 10^{-7}$	$-1,3266 \times 10^{-1}$
$-3,1388 \times 10^{-2}$	$2,9685 \times 10^{-2}$
$-6,2867 \times 10^{-3}$	$5,9456 \times 10^{-3}$
$-9,9140 \times 10^{-2}$	$9,3760 \times 10^{-2}$
$-1,9463 \times 10^{-2}$	$1,8407 \times 10^{-2}$
$6,9186 \times 10^{-1}$	$-6,5432 \times 10^{-1}$
$-6,9486 \times 10^{-01}$	$6,5715 \times 10^{-1}$
$-1,5527 \times 10^{-1}$	$1,4684 \times 10^{-1}$
$-9,5039 \times 10^{-3}$	$8,9882 \times 10^{-3}$
$-5,4402 \times 10^{-2}$	$5,1450 \times 10^{-2}$
$-1,0494 \times 10^{-2}$	$9,9244 \times 10^{-3}$

2.5.1.3 Condições de Otimalidade

Para analisar a solução operativa correspondente à demanda crítica sob o ponto de vista da Teoria de Bifurcações, foram verificadas as condições de transversalidade no ponto de carregamento crítico. A primeira das equações (2.2.4) e (2.2.5); ou seja, $\mathbf{F}(\tau, \rho) = \mathbf{0}$, correspondente às equações de balanço da rede e aos limites operativos, é satisfeita pela própria característica da solução operativa.

A verificação da segunda equação dos conjuntos (2.2.4) e (2.2.5) indica que a norma quadrática dos produtos $\nabla_{\tau} \mathbf{F} |_* * \mathbf{v}$ e $\mathbf{w}^T \nabla_{\tau} \mathbf{F} |_*$ é inferior a 10^{-9} pu.

A tabela (2.3) apresenta as normas dos autovetores requisitados na terceira equação

dos conjuntos anteriormente mencionados (não nulidade do autovetor).

A observação dos valores numéricos das componentes significativas (com magnitude superior a 10^{-3}) do autovetor à esquerda correspondente ao autovalor nulo da matriz \mathbf{W} e do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado, na tabela (2.4), permite observar que estes vetores são praticamente iguais, exceto pelas componentes de magnitude desprezível.

Tabela 2.3: Normas dos autovetores.

autovetor	$norma_1$	$norma_2$	$norma_\infty$
à direita	1,7727	1	0,69486
à esquerda	2,4724	1	0,65715

Tabela 2.4: Autovetor à esquerda e multiplicadores de Lagrange e duais

\mathbf{w}	λ
$3,13 \times 10^{-02}$	$3,13 \times 10^{-2}$
$6,28 \times 10^{-03}$	$6,28 \times 10^{-3}$
$9,91 \times 10^{-02}$	$9,91 \times 10^{-2}$
$1,94 \times 10^{-02}$	$1,94 \times 10^{-2}$
$-6,91 \times 10^{-01}$	$-6,91 \times 10^{-1}$
$6,94 \times 10^{-01}$	$6,94 \times 10^{-1}$
$1,55 \times 10^{-01}$	$1,55 \times 10^{-1}$
$9,50 \times 10^{-03}$	$9,50 \times 10^{-3}$
$5,44 \times 10^{-02}$	$5,44 \times 10^{-2}$
$1,04 \times 10^{-02}$	$1,04 \times 10^{-2}$

2.5.1.4 Generalização

Para observar as condições de transversalidade com relação ao caso geral do FPO, um programa convencional de FPO para minimizar o custo de geração foi executado com a demanda crítica. Conforme previsto na seção 2.3.2, não foi possível obter convergência para o processo iterativo. Na iteração 8, o mínimo autovalor é igual a $7,49 \times 10^{-18}$, o que indica que a matriz \mathbf{W} tende à singularidade. Neste ponto, a norma do gradiente da função objetivo (∇f_o) é igual a 173,21 enquanto a norma do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais (Λ) é igual a $1,11 \times 10^{15}$, a maior componente assumindo o valor $4,69 \times 10^{13}$.

Verificou-se que, de forma semelhante ao caso anterior, as componentes significativas (com magnitude superior a 10^{-3}) do autovetor à esquerda e do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado são praticamente iguais, indicando a colinearidade entre esses vetores.

2.5.1.5 Perda de Factibilidade

A análise da divergência do processo iterativo do FPO por efeito de condições excessivamente restritivas foi realizada com o nível de carregamento fixado em 190,0 % da demanda base.

Na iteração de número 30, o condicionamento da matriz \mathbf{W} atinge o valor $7,97 \times 10^{38}$, indicando que esta matriz é aproximadamente singular. A figura (2.1) mostra o comportamento do mínimo autovalor da matriz \mathbf{W} nas 10 primeiras iterações. Observa-se que esta grandeza tende a zero a partir da iteração 4, apresentando o valor $1,95 \times 10^{-10}$ na iteração 9, o que impede a convergência do processo iterativo.

Verificou-se que a magnitude das componentes do vetor gradiente cresce com a progressão do processo iterativo, caracterizando a divergência do mesmo, o que foi confirmado pelo correspondente crescimento do número de condicionamento numérico. A figura (2.2) mostra a evolução da norma do vetor gradiente e o número de condicionamento numérico da matriz \mathbf{W} .

Tabela 2.5: Sistema de 5 barras - Multiplicadores de Lagrange e componentes do autovetor \mathbf{a}_u

Barra	λ_P	\mathbf{a}_{J_P}	λ_Q	\mathbf{a}_{J_Q}
1	0,0000	0,0000	-	-
2	0,0433	0,0431	0,0970	0,0971
3	0,0160	0,0153	-	-
4	0,0030	0,0020	-	-
5	0,0072	0,0068	0,0150	0,0149

Na iteração de número 9, as componentes \mathbf{a}_H e \mathbf{a}_J do autovetor associado ao autovalor nulo da matriz \mathbf{W} possuem módulos iguais a $6,70 \times 10^{-8}$ e 1,0, respectivamente, indicando que a causa da divergência do processo iterativo é a perda de factibilidade.

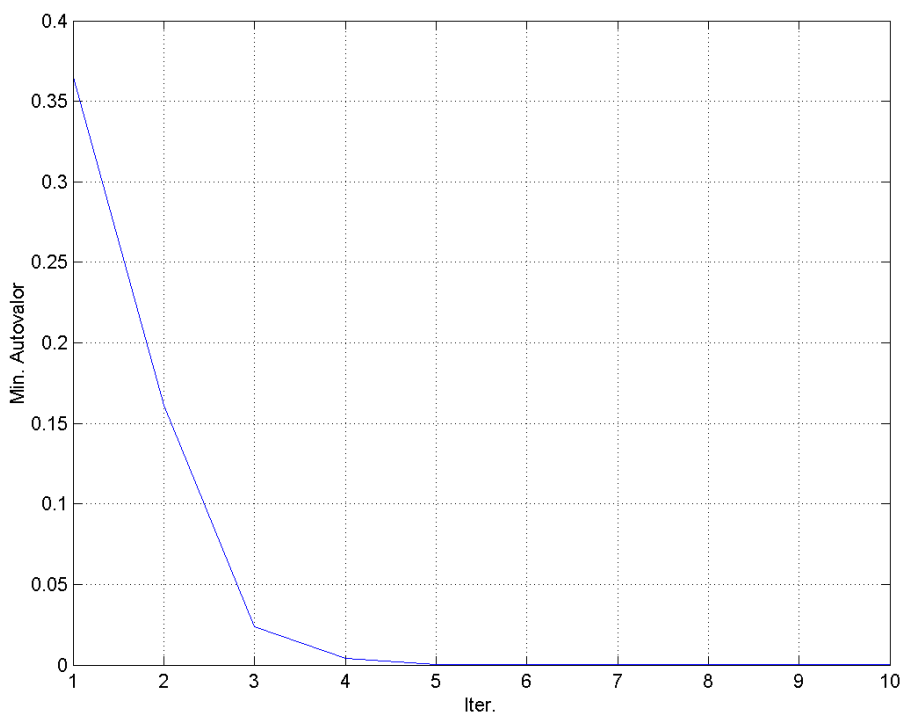


Figura 2.1: Mínimo autovalor da matriz \mathbf{W} - Perda de factibilidade

A tabela (2.5) mostra os multiplicadores de Lagrange correspondentes ao balanço de potência ativa (λ_P), as componentes do autovetor à esquerda relacionados (\mathbf{a}_{J_P}), os multiplicadores de Lagrange correspondentes ao balanço de potência reativa nas barras de carga (λ_Q) e as componentes do autovetor à esquerda correspondentes (\mathbf{a}_{J_Q}).

As tabelas (2.6), (2.7) e (2.8) mostram os multiplicadores duais (relativos aos limites de potência ativa gerada, magnitude da tensão e potência reativa gerada, respectivamente) e os componentes do vetor \mathbf{a}_J correspondentes.

O autovetor à esquerda indica a direção em que certas variáveis do sistema de potência devem ser modificadas para se obter uma solução viável do FPO [10]. Por outro lado, nas tabelas (2.5), (2.6), (2.7) e (2.8) é possível observar a semelhança entre as componentes do autovetor à esquerda e dos multiplicadores de Lagrange e duais. Isto possibilita o uso do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais ao invés do autovetor à esquerda. A vantagem desta substituição é que os multiplicadores são disponíveis como um subproduto ao final do processo iterativo do FPO, não necessitando portanto de cálculos adicionais como no caso do autovetor à esquerda.

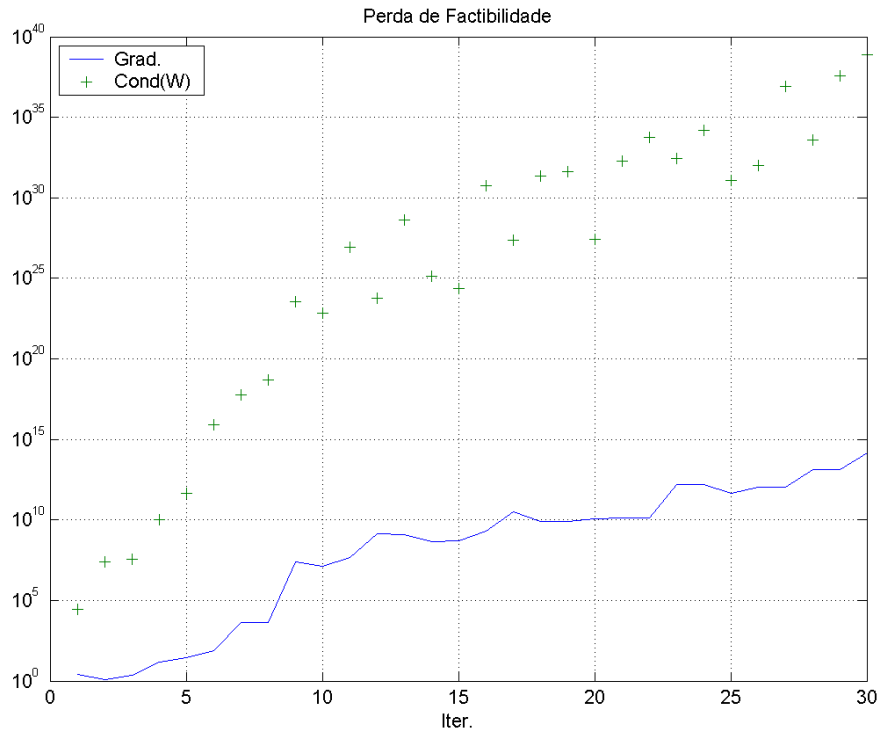


Figura 2.2: Gradiente e Condicionamento Numérico de \mathbf{W} - Perda de Factibilidade

Tabela 2.6: Sistema de 5 barras - Multiplicadores duais e componentes do autovetor \mathbf{a}_u

Barra	$\pi_{P_g}^m$	$\mathbf{a}_{J_P}^m$	$\pi_{P_g}^M$	$\mathbf{a}_{J_P}^M$
1	0,0160	0,0153	0,0000	0,0000
3	0,0030	0,0019	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

A análise das componentes do autovetor à esquerda correspondentes às restrições de igualdade permite observar que o máximo valor em magnitude corresponde a potência reativa demandada na barra 2. Se esta demanda for reduzida a zero, a convergência do processo iterativo é alcançada em 9 iterações, com o número de condicionamento da matriz \mathbf{W} igual a $1,69 \times 10^8$.

No caso dos limites operativos, a relaxação dos limites máximos de potência ativa e reativa da barra 3 em 100 MW e 100 MVar faz com que o processo iterativo alcance a convergência em 6 iterações, com o número de condicionamento da matriz \mathbf{W} igual a $5,2351 \times 10^6$.

Tabela 2.7: Sistema de 5 barras - Multiplicadores de Lagrange e componentes do autovetor

Barra	π_V^m	$\mathbf{a}_{J_V}^m$	π_V^M	$\mathbf{a}_{J_V}^M$
1	0,0000	0,0000	0,6791	0,6777
2	0,6955	0,6966	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000	0,2018	0,2031
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 2.8: Sistema de 5 barras - Multiplicadores de Lagrange e componentes do autovetor

Barra	$\pi_{Q_g}^m$	$\mathbf{a}_{J_Q}^m$	$\pi_{Q_g}^M$	$\mathbf{a}_{J_Q}^M$
1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0478	0,0479	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Se apenas as componentes correspondentes aos limites das tensões nas barras dos geradores e cargas são utilizadas para se proceder a relaxação, a convergência não é obtida, devido à falta de potência ativa e reativa disponível nos geradores, evidenciada nos altos valores das componentes associadas a estas grandezas na barra 3.

2.5.1.6 Perda de Otimalidade

Para ilustrar o caso em que ocorre a perda de otimalidade, considerou-se um carregamento de 53,7 % da demanda base, para o qual existem soluções operativas.

Na iteração de número 30, o condicionamento da matriz \mathbf{W} atinge o valor de $4,03 \times 10^{63}$, indicando que esta matriz tende à singularidade. A figura (2.4) mostra o comportamento do vetor gradiente e do número de condicionamento numérico durante o processo iterativo.

A evolução do mínimo autovalor da matriz \mathbf{W} durante o processo iterativo é mostrada na figura (2.3). Observa-se que na iteração 19 esta grandeza tende a zero e a matriz \mathbf{W} tende à singularidade. Como consequência o processo iterativo não converge.

No ponto correspondente à iteração 30, o autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz \mathbf{W} é composto dos vetores \mathbf{a}_H e \mathbf{a}_J com normas quadráticas iguais a 0,9995

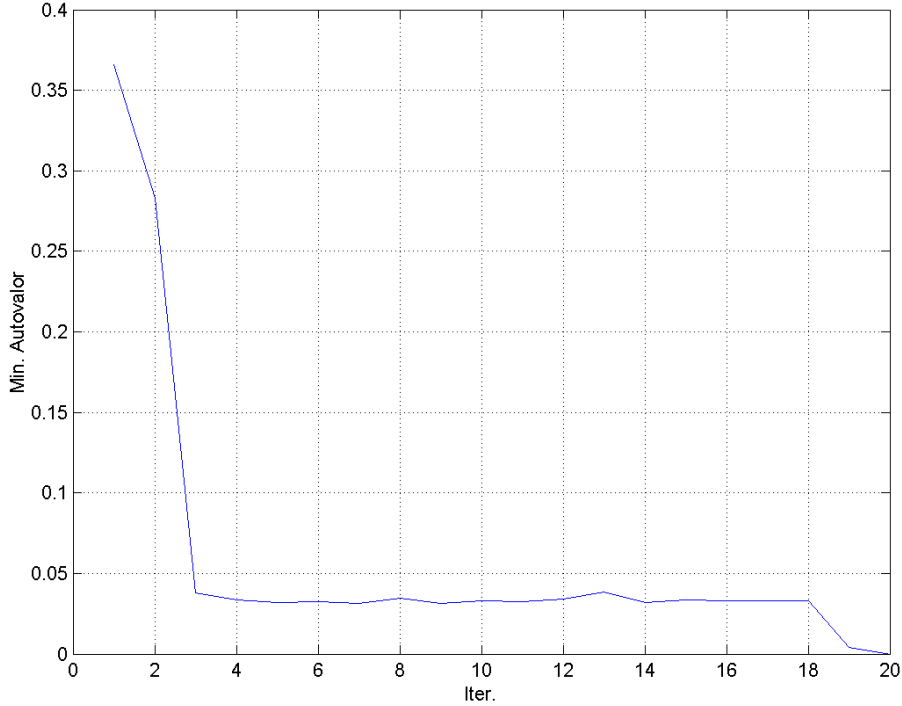


Figura 2.3: Mínimo autovalor da matriz \mathbf{W} - Perda de Otimalidade

e 0,0324, respectivamente, indicando que a divergência do processo iterativo ocorre por perda de otimalidade.

A norma quadrática do vetor resultante do produto $\mathbf{a}_H^t \hat{\mathbf{J}}^t$ (a segunda das equações (2.4.4)) é de $1,77 \times 10^{-6}$ e a maior componente deste produto é igual a $4,13 \times 10^{-6}$, o que demonstra que o vetor \mathbf{a}_H pertence ao espaço nulo da matriz $\hat{\mathbf{J}}$. O resultado do produto $\mathbf{a}_H^t \hat{\mathbf{H}}_1 \mathbf{a}_H$ é 0,00000012, indicando que a matriz $\hat{\mathbf{H}}_1$ é semidefinida.

As componentes do autovetor à esquerda correspondentes à potência ativa gerada associado ao autovalor nulo da matriz $\nabla_{\mathbf{xx}}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \lambda, \pi)$ são $1,69 \times 10^{-2}$, $-2,44 \times 10^{-2}$ e $-1,41 \times 10^{-2}$ para as barras 1, 3 e 4, respectivamente.

As componentes associadas ao módulo da tensão valem respectivamente $4,14 \times 10^{-3}$, $4,77 \times 10^{-3}$, $4,26 \times 10^{-3}$, $5,42 \times 10^{-3}$ e $4,90 \times 10^{-3}$ (barras 1 a 5). Em relação ao ângulo, os valores numéricos das componentes associadas são $-1,30 \times 10^{-3}$, $-3,20 \times 10^{-3}$, $-3,93 \times 10^{-3}$ e $-1,46 \times 10^{-3}$ (barras 2 a 5).

As componentes associadas aos multiplicadores duais são mostradas nas tabelas (2.9)

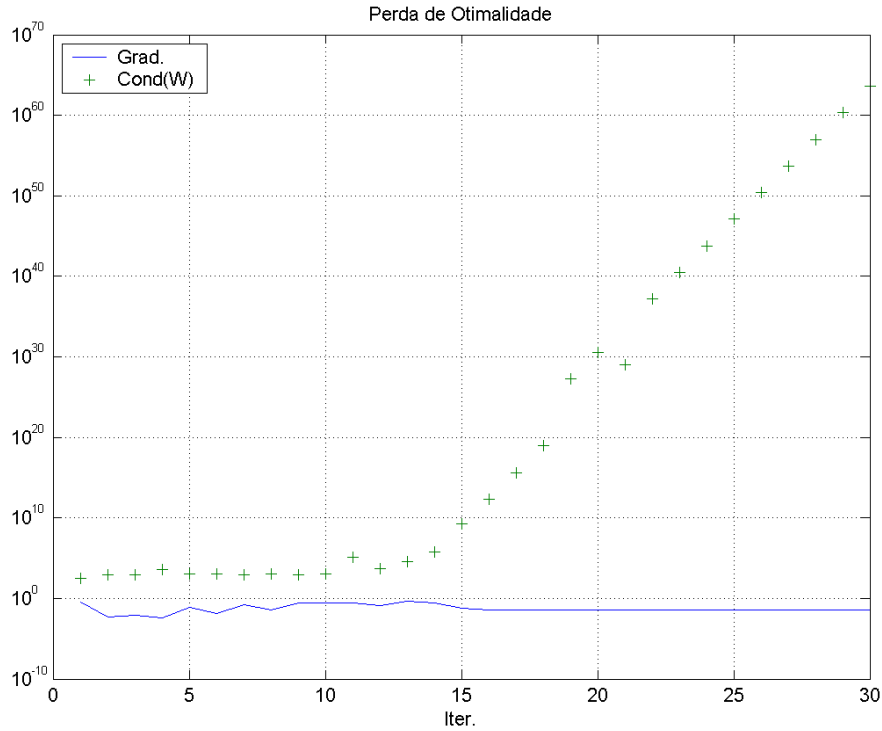


Figura 2.4: Gradiente e Condicionamento Numérico de \mathbf{W} - Perda de Otimalidade

e (2.10). Na primeira tabela, as colunas 2 e 3 se referem aos limites mínimo e máximo da potência ativa gerada, enquanto que as duas últimas colunas são relativas aos limites mínimo e máximo de potência reativa gerada. Na segunda tabela, as duas linhas correspondem aos limites mínimo e máximo da magnitude da tensão.

Tabela 2.9: Sistema de 5 barras - Componentes associadas a limites de potência ativa e reativa gerada mínima e máxima

Barra	π_{Pg}^m	π_{Pg}^M	π_{Qg}^m	π_{Qg}^M
1	$-1,50 \times 10^{-2}$	$-4,42 \times 10^{-3}$	$1,22 \times 10^{-2}$	$1,07 \times 10^{-2}$
3	$3,26 \times 10^{-2}$	$2,24 \times 10^{-2}$	$6,39 \times 10^{-3}$	$1,85 \times 10^{-2}$
4	$4,04 \times 10^{-2}$	$1,18 \times 10^{-2}$	$-3,19 \times 10^{-3}$	$-3,80 \times 10^{-3}$

As componentes associadas à potência ativa gerada permitem modificar os coeficientes da função custo de geração. Por exemplo, modificando-se os coeficientes dos termos quadráticos com uma variação da ordem de 10^{-2} dos coeficientes dos termos lineares, a

convergência é atingida em 6 iterações, com um número de condicionamento da matriz \mathbf{W} igual a $6,78 \times 10^3$.

Tabela 2.10: Sistema de 5 barras - Componentes associadas à limites de tensão mínima e máxima

Barra	1	2	3	4	5
π_V^m	$7,89 \times 10^{-4}$	$-4,51 \times 10^{-3}$	$1,06 \times 10^{-17}$	$-8,80 \times 10^{-3}$	$-5,18 \times 10^{-3}$
π_V^M	$7,19 \times 10^{-1}$	$-1,56 \times 10^{-2}$	$6,84 \times 10^{-1}$	$-8,32 \times 10^{-2}$	$-2,95 \times 10^{-2}$

Se as componentes associadas aos multiplicadores duais são utilizadas, existe a possibilidade de se relaxar o limite de tensão nas barras 1 e 3 (de 1,05 para 1,10). Isto permite obter a convergência do processo iterativo em 7 iterações, com um número de condicionamento da matriz \mathbf{W} igual a $3,96 \times 10^4$.

Relaxando-se os limites de potência ativa gerada em ± 10 MW, a convergência é atingida em 10 iterações, com um número de condicionamento da matriz \mathbf{W} da mesma ordem que o citado anteriormente .

2.6 Conclusões

As condições de otimalidade de primeira ordem de um problema de Fluxo de Potência Ótimo são representadas por um conjunto de equações algébricas não lineares. As soluções críticas deste sistema de equações podem ser analisadas sob o ponto de vista da Teoria das Bifurcações, sendo vistas como pontos de bifurcação sela-nó de um sistema não linear parametrizado. Na solução de máximo carregamento operativo as condições de otimalidade e transversalidade são equivalentes. Esta correspondência pode ser estendida para o caso geral do FPO sem solução viável. Os multiplicadores de Lagrange e duais correspondentes a um problema deste tipo podem ser utilizados em substituição ao autovetor à esquerda correspondente ao autovalor nulo da matriz de segundas derivadas da função Lagrangeana. Desde que esses multiplicadores são disponíveis como um subproduto do processo iterativo de solução, nenhum cálculo adicional é necessário para esta finalidade, o que constitui uma vantagem deste procedimento. A análise do autovetor à esquerda permite identificar a causa da não convergência do processo iterativo; isto é, se o problema é excessivamente restrito ou se o índice de desempenho é a razão da dificuldade de se obter uma solução ótima.

Nos capítulos seguintes, estes conceitos serão utilizados para a formulação de metodologias que permitam evitar a divergência do processo iterativo do FPO e obter uma solução alternativa.

Capítulo 3

Aplicação do Fator de Ajuste

3.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada a formulação analítica para a aplicação do fator de ajuste. Este procedimento evita a divergência do processo iterativo do FPO e permite o posterior restabelecimento das condições de otimalidade de primeira ordem mediante a utilização das componentes do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem.

Primeiramente é mostrada a modelagem e a aplicação do fator de passo ao fluxo de potência convencional via Newton-Raphson. Posteriormente apresenta-se a formulação do FPO em coordenadas retangulares e a aplicação do fator de ajuste e o uso do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade para se obter uma solução alternativa ao problema de FPO. Neste ponto, é considerada a utilização dos multiplicadores de Lagrange e duais como aproximações das componentes do autovetor. Exemplos numéricos com um sistema de 14 barras ilustram a aplicação proposta.

3.2 Soluções Divergentes do Fluxo de Potência

Sejam as equações de balanço de potência da rede elétrica em regime permanente expressas como

$$\mathbf{y}_s - \mathbf{g}(\mathbf{x}_v) = \mathbf{0} \quad (3.2.1)$$

onde, \mathbf{y}_s é o vetor ($m \times 1$) das injeções de potência especificadas e $\mathbf{g}(\mathbf{x}_v)$ é o vetor ($m \times 1$) das injeções de potência expressas em função das tensões nodais \mathbf{x}_v .

Expressando as tensões nodais na forma retangular, as injeções de potências nas barras podem ser escritas como uma função quadrática da forma [26]

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_v) = \frac{1}{2} \mathbf{x}_v^t \mathbf{Q}_0 \mathbf{x}_v \quad (3.2.2)$$

onde \mathbf{Q}_0 é um arranjo de dimensão ($m \times m \times m$) e \mathbf{x}_v é um vetor ($m \times 1$), cujas componentes são as partes real e imaginária da tensão complexa nas barras.

A expansão da última equação em série de Taylor, em torno do ponto \mathbf{x}_v e na direção do vetor $\Delta \mathbf{x}_v$, até o termo de segunda ordem fornece

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_v + \Delta \mathbf{x}_v) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_v) + (\mathbf{Q}_0 \mathbf{x}_v)^t \Delta \mathbf{x}_v + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}_v^t \mathbf{Q}_0 \Delta \mathbf{x}_v$$

Se \mathbf{x}_{v_e} é o ponto em torno do qual é feita a expansão,

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{g}(\mathbf{x}_{v_e}) + \mathbf{J} \Delta \mathbf{x}_v + \mathbf{g}(\Delta \mathbf{x}_v) \quad (3.2.3)$$

onde $\mathbf{J} = (\mathbf{Q}_0 \mathbf{x}_v)^t$.

Sendo β um escalar, a substituição do vetor $\Delta \mathbf{x}_v$ por $\beta \Delta \mathbf{x}_v$ na equação (3.2.3) fornece

$$\mathbf{y}_s - \mathbf{g}(\mathbf{x}_{v_e}) - \beta \mathbf{J} \Delta \mathbf{x}_v - \beta^2 \mathbf{g}(\Delta \mathbf{x}_v) = 0 \quad (3.2.4)$$

ou, na forma compacta,

$$\mathbf{a} + \beta \mathbf{b} + \beta^2 \mathbf{c} = 0 \quad (3.2.5)$$

onde, $\mathbf{a} = \mathbf{y}_s - \mathbf{g}(\mathbf{x}_{v_e})$, $\mathbf{b} = -\mathbf{J} \Delta \mathbf{x}_v$ e $\mathbf{c} = -\mathbf{g}(\Delta \mathbf{x}_v)$.

Na equação (3.2.5), deve ser observado que:

1. $\mathbf{a} = \mathbf{y}_s - \mathbf{g}(\mathbf{x}_{v_e})$ corresponde aos desbalanços de potências ativa e reativa;
2. $\mathbf{b} = -\mathbf{J} \Delta \mathbf{x}_v$ corresponde a linearização das equações do fluxo de potência;

3. $\mathbf{c} = -\mathbf{g}(\Delta\mathbf{x}_v)$ representa as injeções de potências calculadas em função dos incrementos nas variáveis.

O parâmetro β pode ser interpretado como um *fator de ajuste* nos incrementos $\Delta\mathbf{x}_v$, sendo o seu valor ótimo obtido através da minimização da soma quadrática dos desbalanços de potências, expressa pela seguinte função:

$$\Psi(\beta) = \frac{1}{2} (\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \beta^2\mathbf{c})^t (\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \beta^2\mathbf{c}) \quad (3.2.6)$$

O valor ótimo de β é obtido derivando-se esta função com relação a β e igualando-se o resultado a zero. Isto fornece a equação cúbica

$$\mathbf{a}^t\mathbf{b} + \beta (\mathbf{b}^t\mathbf{b} + 2\mathbf{a}^t\mathbf{c}) + \beta^2 (\mathbf{c}^t\mathbf{b} + 2\mathbf{b}^t\mathbf{c}) + \beta^3 (2\mathbf{c}^t\mathbf{c}) = 0$$

representada na forma compacta por

$$d_0 + d_1\beta + d_2\beta^2 + d_3\beta^3 = 0$$

A solução desta equação cúbica pode fornecer:

1. três raízes reais, o que indica que há soluções múltiplas ou
2. uma raiz real e um par de raízes complexas conjugadas, o que indica que apenas uma solução real pode ser encontrada [27].

A solução da equação (3.2.1) é determinada atualizando-se o vetor \mathbf{x}_v durante o processo iterativo; isto é,

$$\mathbf{x}_v^{k+1} = \mathbf{x}_v^k + \beta^k \Delta\mathbf{x}_v^k$$

com os incrementos ajustados pela aplicação do fator de ajuste.

Quanto à obtenção de soluções para o sistema de equações (3.2.1) sob a aplicação do fator de ajuste, dois casos básicos são observados. Se a solução existe, o fator β tende a unidade, com um leve retardo na convergência do processo iterativo. Por outro lado, o fator de ajuste tende a zero quando a solução das equações não lineares não existe. Neste caso, um ponto correspondente ao valor mínimo da função que representa a soma quadrática dos desbalanços de potências é obtido.

3.3 O Uso do Autovetor à Esquerda

De acordo com a equação (3.2.4), a determinação do fator de ajuste β está associada a uma direção de busca. A solução obtida situa-se na superfície limite das regiões das soluções viáveis, onde a matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência é singular, com um autovalor tendendo a zero [10]. Além disso, não é garantido que o ajuste na demanda é mínimo. A determinação do mínimo ajuste pode ser realizada com o auxílio do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo, o qual é ortogonal à superfície limite das regiões das soluções viáveis. A figura (3.1) (transcrita da referência [10]) mostra o espaço de soluções do FP para um sistema de duas barras (geração e carga) representado pela demandas de potência P e Q . As duas regiões deste espaço estão separadas por uma superfície limite (denotada Σ), caracterizada pela existência de apenas uma solução para as equações do FP. O ponto \mathbf{y}_s representa a demanda especificada, para a qual não há solução do FP. O ponto $g(\mathbf{x}_v)$ é a solução obtida através do fator de ajuste e \mathbf{w} é o autovetor à esquerda normalizado, associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana. Se a superfície Σ fosse um segmento de reta, o ponto \mathbf{y}_m corresponderia à mínima distância da demanda especificada (para a qual não há solução do FP) à superfície limite da região das soluções viáveis. O ponto \mathbf{y}_m é determinado escalonando-se o negativo do vetor \mathbf{w} com um fator real; isto é,

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{y}_s + \{[\mathbf{g}(\mathbf{x}_v) - \mathbf{y}_s] \bullet \mathbf{w}\} \mathbf{w} \quad (3.3.1)$$

O valor de $(\mathbf{y}_m - \mathbf{y}_s)$ é portanto a projeção do vetor $(\mathbf{g}(\mathbf{x}_v) - \mathbf{y}_s)$ sobre a direção normalizada do autovetor à esquerda. Se a superfície Σ não é um segmento de reta, como é o caso dos sistemas reais, o procedimento baseado na equação (3.3.1) é uma aproximação, e a solução viável de mínimo ajuste é determinada através da repetição desta estratégia [10].

3.4 A Aplicação do Fator de Ajuste ao FPO

O requisito principal para a aplicação do algoritmo proposto em [9] é que as equações não lineares a serem resolvidas sejam expressas na forma quadrática. No caso do fluxo de potência convencional, isto é possível se as equações envolvidas são expressas na forma

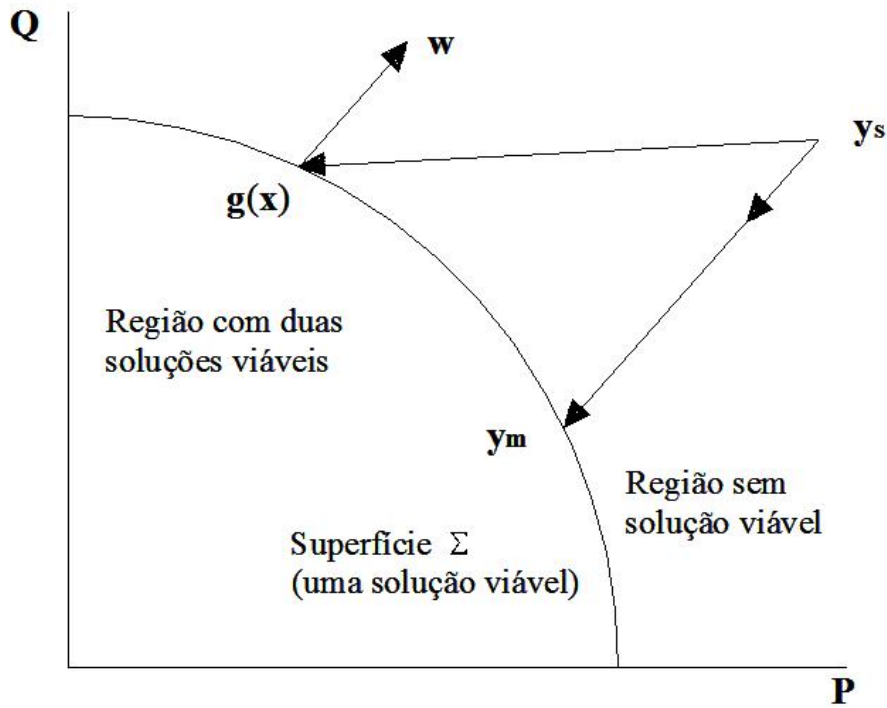


Figura 3.1: Espaço de soluções das equações do fluxo de potência

cartesiana, conforme mostrado em [26]. No caso do FPO, o conjunto de equações não lineares a ser resolvido é aquele que representa as condições de otimalidade de primeira ordem. Por esta razão, tanto o índice de desempenho como as restrições de igualdade e de desigualdade com as respectivas derivadas devem ser expressas como uma forma quadrática. Este aspecto é descrito no texto a seguir.

No presente trabalho, selecionou-se o *custo de geração de potência ativa* como o índice de desempenho a ser otimizado. A representação desta função como uma forma quadrática tem sido largamente utilizada na literatura e portanto é omitida neste texto.

O vetor das variáveis de otimização \mathbf{x}_v inclui as tensões nodais, representadas por

$$\mathbf{V}_i = e_i + jf_i$$

onde e_i e f_i são as componentes real e imaginária de \mathbf{V}_i ; os taps dos transformadores (denotados t) e as potências ativas geradas (denotadas P_g).

O vetor das restrições de igualdade \mathbf{g} inclui as equações de balanço de potências em

cada barra; isto é,

$$P_i(e, f, t) + P_{d_i} - P_{g_i} = 0$$

$$Q_i(e, f, t) + Q_{d_i} - Q_{g_i} = 0$$

onde, $P_i(e, f, t)$ e $Q_i(e, f, t)$ são as injeções de potências ativa e reativa expressas em função das componentes real e imaginária da tensão complexa e dos taps dos transformadores. Conforme mencionado anteriormente, essas equações são funções quadráticas das componentes real e imaginária da tensão nodal.

O vetor \mathbf{h} inclui os limites na geração de potência ativa, no tap dos transformadores, na geração de potência reativa e na magnitude da tensão nodal. As duas primeiras variáveis são componentes do vetor \mathbf{x}_v e portanto sujeitas diretamente às restrições de desigualdade. As duas últimas grandezas são expressas em função das componentes real e imaginária da tensão nodal, resultando em restrições funcionais da forma

$$Q_{g_i}^{min} \leq Q_{g_i} \leq Q_{g_i}^{max}$$

$$(V_i^{min})^2 \leq e_i^2 + f_i^2 \leq (V_i^{max})^2$$

onde

$$Q_{g_i} = Q_i(e, f, t) + Q_{d_i}$$

Portanto, todas as equações envolvidas no problema (2.1.1) podem ser expressas como funções quadráticas [28], permitindo que este problema seja re-escrito como

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \mathbf{f}_o(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{F} \mathbf{z} \\ \text{sujeito a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{z}) = \mathbf{y}_s - \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{G} \mathbf{z} = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{z}) = \mathbf{y}_l - \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{H} \mathbf{z} \leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.4.1)$$

onde, \mathbf{z} é o vetor das variáveis de otimização considerando as componentes real e imaginária da tensão complexa; \mathbf{y}_s e \mathbf{y}_l são os vetores com componentes associadas às demandas de potência e aos limites operativos e \mathbf{F} , \mathbf{G} e \mathbf{H} são os arranjos correspondentes aos termos de segunda ordem das equações que representam a função objetivo e as restrições.

As condições de otimalidade de primeira ordem do problema (3.4.1), modificadas para

a aplicação do método de pontos interiores são

$$\begin{aligned}
\mathbf{Fz} + \mathbf{z}^t \mathbf{G}^t \lambda + \mathbf{z}^t \mathbf{H}^t \pi &= \mathbf{0} \\
\mathbf{y}_s - \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{Gz} &= \mathbf{0} \\
\mathbf{y}_l - \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{Hz} + \mathbf{s} &= \mathbf{0} \\
\mathbf{\Pi} \mathbf{s} - \mu \mathbf{1} &= \mathbf{0} \\
\pi &\geq \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{3.4.2}$$

podendo ser re-escritas na forma

$$\mathbf{y}_1 - \frac{1}{2} \mathbf{z}_2^t \mathbf{Q}_1 \mathbf{z}_2 = \mathbf{0}$$

onde, \mathbf{y}_1 é o vetor dos termos independentes, o qual inclui as injeções de potência especificadas, os limites operativos, etc; \mathbf{z}_2 é o vetor das variáveis de otimização primais e duais e \mathbf{Q}_1 é um arranjo de três dimensões. Este conjunto de equações possui a forma requerida para a aplicação da estratégia que fornece o fator de ajuste, conforme proposto em [9].

3.4.1 Interpretação Analítica

Para que o problema representado na equação (3.4.1) tenha solução ótima, as condições de otimalidade expressas pela equação (3.4.2) devem ser satisfeitas com o parâmetro barreira tendendo à zero e o fator de ajuste tendendo a unidade.

No caso de inexistência da solução ótima, as condições de otimalidade não são satisfeitas, porém a aplicação do fator de ajuste nas variáveis de otimização resulta num ponto para o qual as equações que representam essas condições são expressas por

$$\begin{aligned}
\mathbf{Fz} + \mathbf{z}^t \mathbf{G}^t \lambda + \mathbf{z}^t \mathbf{H}^t \pi &= \varepsilon_{\mathbf{f}} \\
\mathbf{y}_s - \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{Gz} &= \varepsilon_{\mathbf{g}} \\
\mathbf{y}_l - \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{Hz} + \mathbf{s} &= \varepsilon_{\mathbf{h}} \\
\mathbf{\Pi} \mathbf{s} - \mu \mathbf{1} &= \varepsilon_{\mathbf{s}}
\end{aligned} \tag{3.4.3}$$

onde os vetores $\varepsilon_{\mathbf{f}}$, $\varepsilon_{\mathbf{g}}$, $\varepsilon_{\mathbf{h}}$ e $\varepsilon_{\mathbf{s}}$ apresentam uma ou mais componentes não nulas. Essas componentes indicam o corte de carga e/ou a relaxação nos limites a serem realizados para que se obtenha uma solução operacional para o problema de FPO.

A primeira das equações (3.4.3); isto é,

$$\mathbf{Fz} + \mathbf{z}^t \mathbf{G}^t \lambda + \mathbf{z}^t \mathbf{H}^t \pi = \varepsilon_f$$

está diretamente associada a otimização do índice de desempenho, no sentido de que esta é a única equação em que aparecem as derivadas da função objetivo com relação às variáveis de otimização. Por esta razão, esta expressão pode ser vista como a representação analítica do balanço entre as variações numéricas instantâneas dos valores do índice de desempenho e das restrições de igualdade e desigualdade com relação aos incrementos nas variáveis de otimização.

A segunda das equações (3.4.3); ou seja,

$$\mathbf{y}_s - \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{Gz} = \varepsilon_g$$

está estritamente relacionada aos balanços de potências ativa e reativa em cada barra. Caso não seja satisfeita, a discordância de potência pode ser vista como a quantidade de injeção a ser suprimida da barra em questão para satisfazer o balanço de potência da barra em questão.

A terceira das equações (3.4.3), expressa como

$$\mathbf{y}_l - \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{Hz} + \mathbf{s} = \varepsilon_h$$

está associada às restrições de desigualdade, transformadas em igualdades através do uso de variáveis de folga. Em qualquer ponto da trajetória de solução, esta equação indica os requisitos para que as restrições operativas sejam satisfeitas.

Para que se tenha uma medida precisa da quantidade em falta ou excesso para que a restrição de desigualdade seja satisfeita, é ainda necessário que o parâmetro barreira tenda a zero, conforme mostra a equação

$$\mathbf{\Pi} \mathbf{s} - \mu \mathbf{1} = \varepsilon_s$$

mesmo que o processo iterativo não convirja para a solução ótima. Valores deste parâmetro diferentes de zero indicam que as equações que representam as condições de otimalidade ainda estão *perturbadas*.

As equações que representam as condições de otimalidade também podem ser analisadas sob o ponto de vista do ponto de bifurcação estática (sela-nó) de um sistema de

equações não lineares. Para isto, deve ser lembrado que, conforme mencionado anteriormente, as equações correspondentes às condições de otimalidade podem ser escritas na forma compacta como

$$\mathbf{y}_1 - \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_2) = \mathbf{0} \quad (3.4.4)$$

onde $\mathbf{g}_1(\mathbf{z}_2) = \frac{1}{2} \mathbf{z}_2^t \mathbf{Q}_1 \mathbf{z}_2$.

A análise destas expressões revela a sua semelhança com as equações (3.2.1) e (3.2.2). A sua expansão em série de Taylor até o termo de segunda ordem resulta na equação

$$\mathbf{a}_1 + \beta \mathbf{b}_1 + \beta^2 \mathbf{c}_1 = 0 \quad (3.4.5)$$

onde, $\mathbf{a}_1 = \mathbf{y}_1 - \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_{2e})$, $\mathbf{b}_1 = -\mathbf{J}_1 \Delta \mathbf{z}_2$, $\mathbf{c}_1 = -\mathbf{g}_1(\Delta \mathbf{z}_2)$, \mathbf{z}_{2e} é a solução corrente das equações $\mathbf{g}_1(\mathbf{z})$ e \mathbf{J}_1 é a matriz Jacobiana das equações $\mathbf{g}_1(\mathbf{z}_2)$.

No caso do FPO, o fator de ajuste é calculado resolvendo-se o problema de otimização unidimensional e irrestrito

$$\text{Minimizar } \Psi(\beta) = \frac{1}{2} [\mathbf{a}_1 + \beta \mathbf{b}_1 + \beta^2 \mathbf{c}_1]^t [\mathbf{a}_1 + \beta \mathbf{b}_1 + \beta^2 \mathbf{c}_1] \quad (3.4.6)$$

o que implica indiretamente na solução do problema

$$\text{Minimizar } \Psi(\mathbf{z}_2) = \frac{1}{2} [\mathbf{y}_1 - \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_2)]^t [\mathbf{y}_1 - \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_2)] \quad (3.4.7)$$

na direção de $\Delta \mathbf{z}_2$.

Quando a solução do problema expresso pela equação (3.4.4) existe, o valor ótimo das funções objetivo dos dois últimos problemas de otimização é zero. Caso contrário, esses índices de desempenho terão valores positivos, pois

$$[\mathbf{y}_1 - \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_2)] \neq \mathbf{0}$$

A solução do problema descrito pela equação (3.4.7) é obtida derivando-se a função objetivo em relação à \mathbf{z}_2 e igualando-se o resultado a zero; isto fornece,

$$\left[\frac{\partial \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_2)}{\partial \mathbf{z}_2} \right]^t [\mathbf{y}_1 - \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_2)] = \mathbf{0} \quad (3.4.8)$$

Desde que $[\mathbf{y}_1 - \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_2)] \neq \mathbf{0}$, é possível afirmar que a matriz Jacobiana $\left[\frac{\partial \mathbf{g}_1}{\partial \mathbf{z}_2} \right]$ é singular.

Neste trabalho, o termo *solução intermediária* é atribuído à solução obtida mediante a aplicação do fator de ajuste, no sentido descrito nas equações seguintes:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{Fz} - \varepsilon_{\mathbf{f}}) + \mathbf{z}^t \mathbf{G}^t \lambda + \mathbf{z}^t \mathbf{H}^t \pi &= \mathbf{0} \\
 (\mathbf{y}_s - \varepsilon_{\mathbf{g}}) - \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{G} \mathbf{z} &= \mathbf{0} \\
 (\mathbf{y}_l - \varepsilon_{\mathbf{h}}) - \frac{1}{2} \mathbf{z}^t \mathbf{H} \mathbf{z} + \mathbf{s} &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{\Pi} \mathbf{s} - (\mu \mathbf{1} + \varepsilon_{\mathbf{s}}) &= \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{3.4.9}$$

Nesta solução, da mesma forma que na referência [10] para o FP, os *desbalanços* das condições de otimalidade de primeira ordem foram subtraídos dos parâmetros do sistema de equações. Estes parâmetros podem ser interpretados da seguinte forma:

- $\varepsilon_{\mathbf{f}}$ representa um termo linear que fornece informações sobre a variação na função objetivo;
- $\varepsilon_{\mathbf{g}}$ e $\varepsilon_{\mathbf{h}}$ indicam as correções na demanda e nos limites operativos a serem feitas para restabelecer a factibilidade da solução;
- $\varepsilon_{\mathbf{s}}$ restabelece a condição de complementaridade restrita, anulando o parâmetro do método de pontos interiores.

A interpretação anterior destes parâmetros mostra que as condições de otimalidade de primeira ordem de um problema de otimização modificado são cumpridas quando o fator de ajuste tende a zero.

O ponto alcançado nesta *solução intermediária* caracteriza portanto uma bifurcação sela-nó do conjunto de equações não lineares representado pela equação (3.4.4). Neste ponto, cumprem-se as condições referentes à singularidade da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem (e portanto da existência de um autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo de módulo diferente de zero), e a solução intermediária satisfaz as condições de otimalidade de primeira ordem de um problema de FPO modificado.

Entretanto, esta solução não se qualifica como solução do problema original, e não pode se afirmar que o corte de carga e a relaxação dos limites obtidos mediante a aplicação de $\varepsilon_{\mathbf{g}}$ e $\varepsilon_{\mathbf{h}}$ sejam mínimos. Da mesma forma que no caso das equações do FP, uma correção

deve ser feita para poder se atingir uma solução do conjunto de equações que representam as condições de otimalidade de primeira ordem.

A restituição da solubilidade das equações que representam as condições de otimalidade de primeira ordem, no caso em que a causa da divergência é a perda de factibilidade, pode ser realizada levando em consideração que a direção ótima de retorno à solubilidade será a do vetor $[\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_m]$ (figura (3.1)); onde \mathbf{y}_m é o vetor das demandas de potências ativa e reativa e limites operativos do ponto mais próximo a \mathbf{y}_1 , na fronteira da região de solubilidade. A direção mencionada coincide com a do autovetor à esquerda \mathbf{a}_u associado ao autovalor nulo da matriz $\mathbf{W}(\mathbf{z}_2)$.

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{y}_1 + \{[\mathbf{z}_2^t \mathbf{Q}_1 \mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_1] \bullet \mathbf{a}_u\} \mathbf{a}_u \quad (3.4.10)$$

Note-se, que a perda de factibilidade implica em que o módulo de \mathbf{a}_H é próximo de zero, e portanto essas componentes não terão influência no cálculo de um ponto factível. As componentes de \mathbf{a}_J podem ser divididas entre aquelas que correspondem às correções que devem ser efetuadas na demanda e aquelas que estão associadas às relaxações dos limites. No primeiro caso, um corte de carga é aplicado de forma a situar o ponto resultante no interior da região factível original, entanto que no restante os limites são relaxados para que a nova região factível inclua a demanda original.

Como mostrado no capítulo anterior, o vetor formado pelos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado, neste caso resultantes da aplicação do fator de ajuste, podem ser associados com as componentes do autovetor à esquerda \mathbf{a}_J . No caso em que o fator de ajuste é utilizado, a característica de que pelo menos um dos multiplicadores tende a infinito quando a solução é inviável é mantida. Portanto, o vetor formado pelos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado pode ser utilizado como uma aproximação do autovetor à esquerda da matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade modificadas pelo método de pontos interiores.

3.5 Exemplos Numéricos

Os resultados numéricos obtidos com o sistema de 14 barras (IEEE) ilustram a aplicação da metodologia proposta. O algoritmo de solução do FPO em coordenadas cartesianas baseado na versão não linear primal-dual do método de pontos interiores foi

implementado no ambiente Matlab 6.0.

3.5.1 Aplicação do Fator de Ajuste

O sistema de 14 barras possui cinco geradores (barras 1, 2, 3, 6 e 8), oito barras de carga (barras 4, 5, 9, 10, 11, 12, 13 e 14) e uma barra de transferência (barra 7). Os dados das linhas e das demandas nas barras para o caso base são mostrados na referência [29], com exceção da demanda da barra 6, considerada neste trabalho como 30 MW e 30 MVar de potência ativa e reativa, respectivamente. Os limites das magnitudes de tensão considerados foram 0,90 pu a 1,05 pu. Os limites correspondentes à capacidade dos geradores e os coeficientes de custo lineares e quadráticos são mostrados na tabela (3.1). Nesta tabela, as últimas duas colunas mostram os coeficientes da curva de custo de geração.

Tabela 3.1: Sistema de 14 barras - Limites e coeficientes de custo das barras de geração

Barra No.	P_g^{max} (MW)	P_g^{min} (MW)	Q_g^{max} (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	aa	bb
1	210,00	0	-	-	2,00	0,38
2	80,00	0	500,00	-80,00	1,75	1,75
3	30,00	0	350,00	-100,00	1,00	6,25
6	30,00	0	250,00	-95,00	3,25	0,85
8	30,00	0	80,00	-10,00	3,00	3,50

Para ilustrar o uso da metodologia proposta, aumentou-se a demanda do sistema em 80%, mantendo o fator de potência constante. Como não existe solução operacional para acréscimos no carregamento superiores a 32%, isto resultou na divergência do processo iterativo do FPO convencional. Posteriormente, o fator de ajuste foi aplicado, o que evitou a divergência do processo iterativo. A solução intermediária obtida exigiu um ajuste na demanda e/ou nos limites operativos. A tabela (3.2) apresenta os resultados deste ajuste nas injeções de potência. Nesta tabela, as colunas 2, 3 e 4 apresentam os valores das magnitudes de tensão e as potências ativas e reativas geradas, enquanto que as colunas 5 e 6 mostram os valores da demanda modificados e as colunas 7 e 8 apresentam os valores originais da demanda.

A comparação entre a demanda modificada e a original, mostra que novas demandas de potência ativa apareceram nas barras 1 e 8, as quais não existiam anteriormente, juntamente com um crescimento nas demandas de potência ativa na barra 2 e de potência reativa na barra 5. Estes acréscimos tornam inviável esta solução porque não é possível aumentar suficientemente a geração dessas barras para suportar a nova demanda. O ajuste efetuado com o auxílio do fator de ajuste, da mesma forma que para o caso do fluxo de potência, fornece uma solução na fronteira da região das soluções viáveis, mas esta solução pode não ser realística.

Tabela 3.2: Solução com aplicação do fator de ajuste - sistema de 14 barras

Barra No.	Demanda Modificada					Demanda original	
	V (pu)	P_g (MW)	Q_g (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)
1	1,04	208,70	-18,75	41,16	0,00	0,00	0,00
2	1,03	74,26	71,41	39,97	22,86	39,06	22,86
3	0,97	29,50	3,31	100,85	34,20	169,56	34,20
4	1,00	0,00	0,00	50,14	0,71	86,04	7,02
5	1,01	0,00	0,00	7,89	3,02	13,68	2,88
6	1,03	29,73	81,01	32,79	54,00	54,00	54,00
7	1,00	0,00	0,00	-0,00	-0,00	0,00	0,00
8	1,03	29,98	13,59	5,03	0,00	0,00	0,00
9	0,99	0,00	0,00	33,18	12,47	53,10	29,88
10	0,99	0,00	0,00	10,27	4,52	16,20	10,44
11	1,01	0,00	0,00	3,96	1,30	6,30	3,24
12	1,01	0,00	0,00	6,69	0,60	10,98	2,88
13	1,01	0,00	0,00	15,15	3,68	24,30	10,44
14	0,98	0,00	0,00	16,20	2,44	26,82	9,00
	Total:	372,16	150,58	363,28	139,80	500,04	186,84

3.5.2 Restituição da Solubilidade Via Uso do Autovetor

O ajuste adicional para se obter uma solução realística pode ser calculado com o auxílio das componentes do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das equações não lineares que representam as condições de otimalidade de primeira ordem no ponto alcançado.

Se apenas o corte de carga for considerado, 35 iterações e 5 ajustes são necessários para

se atingir a convergência do processo iterativo num ponto que pertence à região factível.

Quando considerou-se somente os limites operativos para a relaxação, foram necessárias 41 iterações e 5 ajustes para se atingir uma solução viável. Em ambos os casos, após cada ajuste, o processo iterativo do FPO é reinicializado.

As tabelas (3.3), (3.4), (3.5) e (3.6) mostram o módulo e o valor máximo das componentes do autovetor à esquerda normalizado associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem, nos casos em que o corte de carga e o relaxamento dos limites foram realizados. Nestas tabelas, cada um dos vetores (\mathbf{a}_H e \mathbf{a}_J) é dividido em duas partes. O vetor \mathbf{a}_H é dividido em \mathbf{a}_H^L , o qual corresponde às componentes relacionadas com a segunda derivada da função Lagrangeana; e \mathbf{a}_H^Π , relacionado com a matriz dos multiplicadores duais $\mathbf{\Pi}$. O vetor \mathbf{a}_J é dividido em \mathbf{a}_J^{eq} , o qual corresponde às componentes relacionadas às restrições de igualdade; e \mathbf{a}_J^{des} , relacionado com as restrições de desigualdade.

Tabela 3.3: Sistema de 14 barras - Componentes do vetor \mathbf{a}_H / corte de carga

It.	\mathbf{a}_H^L		\mathbf{a}_H^Π	
	Norma	Max.	Norma	Max.
7	$1,3 \times 10^{-4}$	$7,3 \times 10^{-5}$	$4,1 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-3}$
12	$8,1 \times 10^{-5}$	$3,7 \times 10^{-5}$	$9,5 \times 10^{-3}$	$3,7 \times 10^{-3}$
18	$1,2 \times 10^{-5}$	$5,5 \times 10^{-6}$	$4,1 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-3}$
25	$9,0 \times 10^{-8}$	$4,0 \times 10^{-8}$	$2,9 \times 10^{-4}$	$1,1 \times 10^{-4}$
32	$2,8 \times 10^{-7}$	$1,8 \times 10^{-7}$	$6,9 \times 10^{-3}$	$2,6 \times 10^{-3}$

Tabela 3.4: Sistema de 14 barras - Componentes do vetor \mathbf{a}_J / corte de carga

It.	\mathbf{a}_J^{eq}		\mathbf{a}_J^{des}	
	Norma	Max.	Norma	Max.
7	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$	$5,1 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
12	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,1 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$
18	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,1 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$
25	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,1 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$
32	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,1 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$

Nas tabelas (3.3) e (3.5), a primeira coluna mostra o número da iteração onde foram obtidos os valores mostrados nas colunas posteriores. As colunas 2 e 3 mostram a norma

do conjunto de componentes correspondentes à segunda derivada da função Lagrangeana, e o valor da máxima componente deste subconjunto, enquanto que as colunas 4 e 5 correspondem às componentes associadas aos multiplicadores duais.

De forma similar, nas tabelas (3.4) e (3.6) as colunas 2 e 3 mostram às componentes associadas às restrições de igualdade, e nas colunas 4 e 5 são mostradas a norma e a máxima componente associadas às restrições de desigualdade.

Tabela 3.5: Sistema de 14 barras - Componentes do vetor \mathbf{a}_H / relaxamento dos limites

It.	\mathbf{a}_H^L		\mathbf{a}_H^Π	
	Norma	Max.	Norma	Max.
7	$1,3 \times 10^{-4}$	$7,3 \times 10^{-5}$	$4,0 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-3}$
12	$3,9 \times 10^{-5}$	$1,8 \times 10^{-5}$	$5,5 \times 10^{-3}$	$2,1 \times 10^{-3}$
19	$1,1 \times 10^{-6}$	$4,8 \times 10^{-7}$	$7,5 \times 10^{-4}$	$2,8 \times 10^{-4}$
26	$5,4 \times 10^{-6}$	$2,7 \times 10^{-6}$	$4,8 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-3}$
34	$7,8 \times 10^{-7}$	$3,6 \times 10^{-7}$	$4,9 \times 10^{-3}$	$1,9 \times 10^{-3}$

Tabela 3.6: Sistema de 14 barras - Componentes do vetor \mathbf{a}_J / relaxamento dos limites

It.	\mathbf{a}_J^{eq}		\mathbf{a}_J^{des}	
	Norma	Max.	Norma	Max.
7	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$	$5,1 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
12	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,0 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
19	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,0 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
26	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,0 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
34	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,0 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$

Uma análise das componentes do autovetor à esquerda revela que o peso relativo daquelas componentes correspondentes à derivada segunda da função Lagrangeana e aos multiplicadores duais tem um peso relativo notoriamente inferior que às associadas aos limites operativos e demanda nas barras. Esse fato indica que a divergência do processo iterativo é devida à não-factibilidade do carregamento original a ser suprido.

Na tabela (3.7) são apresentados os resultados obtidos com a aplicação deste procedimento, ajustando-se somente a demanda. As colunas 1 e 2 apresentam os números das barras e o módulo da tensão. As colunas 3 e 4 mostram os valores da potência ativa e reativa gerada, enquanto que as colunas 5 e 6 mostram a potência nas barras de carga após

o corte de carga. Da comparação dos valores destas duas últimas colunas com a demanda original, nota-se que o corte de carga é realizado sem manter o fator de potência. O valor total de potência ativa demandada passou de 500,04 MW para 365,01 (redução de 27,00%), enquanto que a potência reativa foi reduzida de 186,84 MVar para 185,98 (0,46%). Os valores dos ajustes mostram que a causa da não-factibilidade do carregamento exigido (80% de sobrecarga) está nos limites de potência ativa gerada. Os maiores cortes de carga percentuais de potência ativa de cada barra com relação ao corte de carga total foram: 100,00% (barras 11 e 12), 94,44% (barra 5) e 81,17% (barra 10), enquanto que para a potência reativa o maior corte é realizado sobre a barra 9 (3,68%).

Tabela 3.7: Sistema de 14 barras - Demanda ajustada com o autovetor à esquerda

Barra No.	Demanda Modificada					Demanda original	
	V (pu)	P_g (MW)	Q_g (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)
1	1,05	210,00	-19,56	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,04	80,00	66,17	26,54	22,86	39,06	22,86
3	1,00	30,00	56,14	156,27	34,20	169,56	34,20
4	1,00	0,00	0,00	72,95	6,95	86,04	7,02
5	1,01	0,00	0,00	0,76	2,81	13,68	2,88
6	1,00	30,00	82,84	41,06	54,00	54,00	54,00
7	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	1,05	30,00	33,48	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,96	0,00	0,00	40,02	29,77	53,10	29,88
10	0,96	0,00	0,00	3,05	10,30	16,20	10,44
11	0,98	0,00	0,00	0,00	3,14	6,30	3,24
12	0,98	0,00	0,00	0,00	2,82	10,98	2,88
13	0,97	0,00	0,00	11,03	10,33	24,30	10,44
14	0,94	0,00	0,00	13,33	8,81	26,82	9,00
Total:		380,00	219,07	365,01	185,98	500,04	186,84

As tabelas (3.8) e (3.9) mostram o valor absoluto das componentes do autovetor à esquerda utilizadas para efetuar os cortes nas demandas de potências ativa e reativa, respectivamente. Desde que a direção do autovetor é definida, mas não o sentido, para a modificação da demanda e dos limites foram utilizados os valores absolutos destas componentes. Estas componentes foram escalonadas pela inversa da relação entre o módulo relativo ao grupo de componentes considerado para efetuar a correção e o módulo do

autovetor à esquerda. Finalmente, o sinal foi definido com base em considerações físicas. Nestas tabelas, as linhas representam as barras, enquanto que cada coluna mostra o valor das componentes em cada interrupção do processo iterativo. A modo de exemplo, na tabela (3.8) para a barra 1 (primeira linha), na primeira interrupção do processo a componente correspondente à potência ativa demandada é $1,15 \times 10^{-5}$, e nas demais interrupções assume os valores $2,29 \times 10^{-6}$, $5,75 \times 10^{-7}$, $4,67 \times 10^{-9}$ e $8,33 \times 10^{-9}$.

Tabela 3.8: Sistema de 14 barras - Componentes do autovetor à esquerda em cada corte, P_d

Barra	Ajustes				
No.	1	2	3	4	5
1	$1,15 \times 10^{-5}$	$2,29 \times 10^{-6}$	$5,75 \times 10^{-7}$	$4,67 \times 10^{-9}$	$8,33 \times 10^{-9}$
2	$2,13 \times 10^{-1}$	$2,09 \times 10^{-1}$	$2,09 \times 10^{-1}$	$2,09 \times 10^{-1}$	$2,09 \times 10^{-1}$
3	$2,21 \times 10^{-1}$	$2,20 \times 10^{-1}$	$2,19 \times 10^{-1}$	$2,19 \times 10^{-1}$	$2,19 \times 10^{-1}$
4	$2,34 \times 10^{-1}$	$2,42 \times 10^{-1}$	$2,42 \times 10^{-1}$	$2,42 \times 10^{-1}$	$2,42 \times 10^{-1}$
5	$2,31 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$
6	$2,28 \times 10^{-1}$	$2,27 \times 10^{-1}$	$2,27 \times 10^{-1}$	$2,27 \times 10^{-1}$	$2,27 \times 10^{-1}$
7	$2,29 \times 10^{-1}$	$2,28 \times 10^{-1}$	$2,28 \times 10^{-1}$	$2,28 \times 10^{-1}$	$2,28 \times 10^{-1}$
8	$2,31 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$
9	$2,31 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$
10	$2,31 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$
11	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-1}$
12	$2,31 \times 10^{-1}$	$2,30 \times 10^{-1}$	$2,30 \times 10^{-1}$	$2,30 \times 10^{-1}$	$2,30 \times 10^{-1}$
13	$2,33 \times 10^{-1}$	$2,29 \times 10^{-1}$	$2,30 \times 10^{-1}$	$2,30 \times 10^{-1}$	$2,30 \times 10^{-1}$
14	$2,34 \times 10^{-1}$	$2,33 \times 10^{-1}$	$2,33 \times 10^{-1}$	$2,33 \times 10^{-1}$	$2,33 \times 10^{-1}$

Da comparação das duas tabelas pode ser observado que as componentes associadas à demanda de potência ativa são numericamente superiores a aquelas correspondentes à demanda de potência reativa para a mesma barra e a mesma interrupção. Para evitar valores negativos em barras de carga, ou diferentes de zero em barras de transferência, após cada corte a demanda das barras de transferência é fixada novamente em zero, procedendo da mesma forma no caso das barras de carga para valores de demanda negativos.

Tabela 3.9: Sistema de 14 barras - Componentes do autovetor à esquerda em cada corte, Q_d

Barra No.	Ajustes				
	1	2	3	4	5
4	$2,38 \times 10^{-1}$	$2,38 \times 10^{-1}$	$2,38 \times 10^{-1}$	$2,38 \times 10^{-1}$	$2,38 \times 10^{-1}$
5	$1,19 \times 10^{-3}$	$2,40 \times 10^{-3}$	$2,56 \times 10^{-3}$	$2,57 \times 10^{-3}$	$2,57 \times 10^{-3}$
7	$1,11 \times 10^{-3}$	$2,09 \times 10^{-3}$	$2,20 \times 10^{-3}$	$2,21 \times 10^{-3}$	$2,21 \times 10^{-3}$
9	$1,19 \times 10^{-3}$	$2,18 \times 10^{-3}$	$2,32 \times 10^{-3}$	$2,33 \times 10^{-3}$	$2,33 \times 10^{-3}$
10	$1,94 \times 10^{-3}$	$3,53 \times 10^{-3}$	$3,77 \times 10^{-3}$	$3,78 \times 10^{-3}$	$3,79 \times 10^{-3}$
11	$2,46 \times 10^{-3}$	$4,69 \times 10^{-3}$	$4,94 \times 10^{-3}$	$4,96 \times 10^{-3}$	$4,96 \times 10^{-3}$
12	$1,75 \times 10^{-3}$	$3,20 \times 10^{-3}$	$3,35 \times 10^{-3}$	$3,36 \times 10^{-3}$	$3,36 \times 10^{-3}$
13	$1,06 \times 10^{-3}$	$2,30 \times 10^{-3}$	$2,39 \times 10^{-3}$	$2,39 \times 10^{-3}$	$2,39 \times 10^{-3}$
14	$1,91 \times 10^{-3}$	$4,08 \times 10^{-3}$	$4,28 \times 10^{-3}$	$4,30 \times 10^{-3}$	$4,30 \times 10^{-3}$

Tabela 3.10: Sistema de 14 barras - Solução com os limites operativos ajustados

Barra No.	V (pu)	P_g (MW)	Q_g (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)
1	1,05	236,18	-23,94	0,00	0,00
2	1,04	107,28	75,20	39,06	22,86
3	1,00	58,99	55,51	169,56	34,20
4	0,99	0,00	0,00	86,04	7,02
5	1,00	0,00	0,00	13,68	2,88
6	1,01	58,21	100,21	54,00	54,00
7	0,99	0,00	0,00	0,00	0,00
8	1,05	58,50	38,83	0,00	0,00
9	0,96	0,00	0,00	53,10	29,88
10	0,95	0,00	0,00	16,20	10,44
11	0,98	0,00	0,00	6,30	3,24
12	0,98	0,00	0,00	10,98	2,88
13	0,97	0,00	0,00	24,30	10,44
14	0,93	0,00	0,00	26,82	9,00
	Total:	519,15	245,81	500,04	186,84

A tabela (3.10) apresenta os resultados no caso em que os limites operativos são relaxados. Nesta tabela, a segunda coluna apresenta o valor da magnitude da tensão, as terceira e quarta mostram os valores finais de potências ativa e reativa geradas, e

finalmente, a quinta e sexta coluna apresentam o valor original da demanda de potências ativa e reativa. Para se obter estes resultados, foram relaxados os limites de potência ativa gerada máxima, potências reativa gerada máxima e mínima e tensão mínima. Desta forma, o FPO converge para a demanda original sendo que, neste caso, somente os limites de potência ativa gerada sofreram alterações.

A tabela (3.11) mostra os valores de geração de potências ativa e reativa (colunas 2 e 5). Pode ser observado que os limites de potência reativa gerada foram relaxados em uma quantidade insignificante (colunas 6 e 8 para limites de reativo gerado máximos e mínimos), enquanto que todos os limites de potência ativa máxima dos geradores foram relaxados (coluna 3), e que o valor final deste limite corresponde ao valor gerado, mostrado na coluna 2. Os valores dos multiplicadores duais correspondentes aos limites de potências ativa e reativa geradas máximas são mostrados nas colunas 4 e 7, e os associados aos limites de potência reativa gerada mínima são mostrados na coluna 9.

Tabela 3.11: Sistema de 14 barras - Limites de P_g^{max} , Q_g^{max} e Q_g^{min} relaxados com o autovetor à esquerda

Barra	P_g	P_g^{max}	$\pi_{P_g}^{max}$	Q_g	Q_g^{max}	$\pi_{Q_g}^{max}$	Q_g^{min}	$\pi_{Q_g}^{min}$
No.	(MW)	(MW)	(\$/MW)	(MVar)	(MVar)	(\$/MVar)	(MVar)	(\$/MVar)
1	236,18	236,18	-3,79	-23,94	-	-0,0	-	0,0
2	107,28	107,28	-2,47	75,20	500,00	-0,0	-80,00	0,0
3	58,99	58,99	-0,39	55,51	350,00	-0,0	-100,01	0,0
6	58,21	58,21	-4,20	100,21	250,00	-0,0	-95,00	0,0
8	58,50	58,50	-1,44	38,83	80,01	-0,0	-10,01	0,0

A tabela (3.12) mostra que também os limites de tensão mínima sofreram alterações, em uma proporção inferior aos limites de potência ativa. Devido a que a matriz Jacobiana das condições de otimalidade é singular na fronteira da região factível, é de se esperar que alguns limites devam sofrer uma relaxação maior que o valor final da variável associada, de forma a incluir a demanda original no interior da nova região factível.

Tabela 3.12: Sistema de 14 barras - Limites de tensão relaxados com as componentes do autovetor à esquerda

Barra	V	V_{mod}^{min}	V_{orig}^{min}	Barra	V	V_{mod}^{min}	V_{orig}^{min}
No.	(pu)	(pu)	(pu)	No.	(pu)	(pu)	(pu)
1	1,0500	0,9000	0,9000	8	1,0500	0,9000	0,9000
2	1,0414	0,9000	0,9000	9	0,9559	0,8994	0,9000
3	1,0043	0,9000	0,9000	10	0,9517	0,8993	0,9000
4	0,9943	0,8999	0,9000	11	0,9760	0,8994	0,9000
5	1,0029	0,8999	0,9000	12	0,9828	0,8993	0,9000
6	1,0144	0,9000	0,9000	13	0,9713	0,8992	0,9000
7	0,9897	0,8997	0,9000	14	0,9260	0,8986	0,9000

Tabela 3.13: Sistema de 14 barras - Componentes do autovetor à esquerda em cada corte, P_g^{max}

Barra	Ajustes				
	1	2	3	4	5
1	$2,13 \times 10^{-1}$	$2,06 \times 10^{-1}$	$2,05 \times 10^{-1}$	$2,05 \times 10^{-1}$	$2,05 \times 10^{-1}$
2	$2,22 \times 10^{-1}$	$2,17 \times 10^{-1}$	$2,16 \times 10^{-1}$	$2,16 \times 10^{-1}$	$2,16 \times 10^{-1}$
3	$2,35 \times 10^{-1}$	$2,37 \times 10^{-1}$	$2,37 \times 10^{-1}$	$2,37 \times 10^{-1}$	$2,37 \times 10^{-1}$
6	$2,29 \times 10^{-1}$	$2,28 \times 10^{-1}$	$2,28 \times 10^{-1}$	$2,28 \times 10^{-1}$	$2,28 \times 10^{-1}$
8	$2,31 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$

Os valores absolutos das componentes do autovetor utilizadas para efetuar a relaxação dos limites são mostradas nas tabelas (3.13) a (3.16). A primeira destas corresponde às componentes relacionadas aos limites de potência máxima gerada, enquanto que as seguintes mostram aquelas associadas às componentes dos limites de tensão mínima, potência reativa mínima e potência reativa máxima, respectivamente. Em cada uma destas tabelas, as linhas correspondem às barras do sistema, enquanto que cada coluna mostra as componentes em cada modificação. A modo de exemplo, na tabela (3.13) para a barra 1 (primeira linha), na primeira interrupção do processo a componente correspondente à potência ativa máxima gerada é $2,13 \times 10^{-1}$, e nas demais interrupções vale $2,06 \times 10^{-01}$, $2,05 \times 10^{-1}$, $2,05 \times 10^{-1}$, $2,05 \times 10^{-1}$. Se comparados os valores absolutos dos grupos de componentes, os valores da tabela (3.13) são notoriamente superiores aos dos demais limites, sendo que isto indica que a causa da divergência do processo iterativo encontra-se na impossibilidade de se fornecer potência ativa gerada.

Tabela 3.14: Sistema de 14 barras - Componentes do autovetor à esquerda em cada corte, V^{min}

Barra	Ajustes					
	No.	1	2	3	4	5
1		$3,08 \times 10^{-5}$	$1,80 \times 10^{-6}$	$6,19 \times 10^{-10}$	$3,21 \times 10^{-10}$	$1,33 \times 10^{-10}$
2		$1,41 \times 10^{-4}$	$7,53 \times 10^{-7}$	$8,63 \times 10^{-9}$	$1,10 \times 10^{-8}$	$5,87 \times 10^{-10}$
3		$2,54 \times 10^{-3}$	$3,93 \times 10^{-7}$	$1,60 \times 10^{-8}$	$2,09 \times 10^{-8}$	$1,09 \times 10^{-9}$
4		$1,83 \times 10^{-4}$	$3,92 \times 10^{-6}$	$1,43 \times 10^{-8}$	$1,40 \times 10^{-8}$	$1,20 \times 10^{-9}$
5		$1,98 \times 10^{-4}$	$4,29 \times 10^{-6}$	$1,16 \times 10^{-8}$	$9,51 \times 10^{-9}$	$8,92 \times 10^{-10}$
6		$1,42 \times 10^{-3}$	$1,68 \times 10^{-5}$	$9,43 \times 10^{-9}$	$2,22 \times 10^{-8}$	$3,34 \times 10^{-10}$
7		$5,23 \times 10^{-4}$	$8,99 \times 10^{-6}$	$9,45 \times 10^{-9}$	$3,17 \times 10^{-9}$	$1,62 \times 10^{-9}$
8		$5,43 \times 10^{-4}$	$3,55 \times 10^{-6}$	$7,71 \times 10^{-11}$	$1,37 \times 10^{-10}$	$7,84 \times 10^{-10}$
9		$9,66 \times 10^{-4}$	$2,89 \times 10^{-5}$	$2,15 \times 10^{-8}$	$6,02 \times 10^{-9}$	$3,56 \times 10^{-9}$
10		$1,17 \times 10^{-3}$	$4,71 \times 10^{-5}$	$2,41 \times 10^{-8}$	$2,22 \times 10^{-8}$	$3,74 \times 10^{-9}$
11		$1,05 \times 10^{-3}$	$3,35 \times 10^{-5}$	$1,65 \times 10^{-8}$	$2,92 \times 10^{-8}$	$1,26 \times 10^{-9}$
12		$1,28 \times 10^{-3}$	$3,18 \times 10^{-5}$	$1,60 \times 10^{-8}$	$4,16 \times 10^{-8}$	$7,18 \times 10^{-10}$
13		$1,32 \times 10^{-3}$	$4,32 \times 10^{-5}$	$1,98 \times 10^{-8}$	$5,28 \times 10^{-8}$	$1,07 \times 10^{-9}$
14		$2,33 \times 10^{-3}$	$2,02 \times 10^{-4}$	$1,93 \times 10^{-9}$	$1,76 \times 10^{-7}$	$1,23 \times 10^{-8}$

Tabela 3.15: Sistema de 14 barras - Componentes do autovetor à esquerda em cada corte, Q_g^{min}

Barra	Ajustes					
	No.	1	2	3	4	5
1		$6,99 \times 10^{-9}$	$2,55 \times 10^{-11}$	$7,93 \times 10^{-13}$	$8,99 \times 10^{-13}$	$2,57 \times 10^{-14}$
2		$1,10 \times 10^{-5}$	$2,37 \times 10^{-7}$	$2,28 \times 10^{-9}$	$3,05 \times 10^{-9}$	$1,32 \times 10^{-10}$
3		$6,05 \times 10^{-5}$	$5,04 \times 10^{-7}$	$4,87 \times 10^{-10}$	$9,64 \times 10^{-10}$	$1,40 \times 10^{-12}$
6		$2,40 \times 10^{-5}$	$9,20 \times 10^{-8}$	$2,40 \times 10^{-11}$	$1,20 \times 10^{-9}$	$2,05 \times 10^{-11}$
8		$5,50 \times 10^{-5}$	$2,42 \times 10^{-6}$	$5,01 \times 10^{-9}$	$1,13 \times 10^{-9}$	$2,45 \times 10^{-10}$

Estas componentes foram utilizadas para modificar os limites depois de serem escalonadas pela inversa da relação existente entre o módulo relativo ao conjunto de restrições escolhido para efetuar o ajuste e o módulo do autovetor à esquerda, similarmente ao caso do ajuste na demanda. O sinal destas componentes foi definido com base em considerações físicas.

Tabela 3.16: Sistema de 14 barras - Componentes do autovetor à esquerda em cada corte, Q_g^{max}

Barra	Ajustes				
No.	1	2	3	4	5
1	$7,18 \times 10^{-9}$	$2,69 \times 10^{-11}$	$7,93 \times 10^{-13}$	$9,47 \times 10^{-13}$	$4,00 \times 10^{-14}$
2	$2,04 \times 10^{-5}$	$5,20 \times 10^{-8}$	$4,67 \times 10^{-10}$	$6,77 \times 10^{-10}$	$1,80 \times 10^{-11}$
3	$1,30 \times 10^{-5}$	$1,53 \times 10^{-7}$	$1,52 \times 10^{-10}$	$3,11 \times 10^{-10}$	$3,96 \times 10^{-13}$
6	$2,41 \times 10^{-5}$	$4,87 \times 10^{-8}$	$3,61 \times 10^{-11}$	$1,58 \times 10^{-9}$	$3,49 \times 10^{-11}$
8	$1,16 \times 10^{-4}$	$9,90 \times 10^{-6}$	$6,86 \times 10^{-9}$	$1,69 \times 10^{-9}$	$3,43 \times 10^{-10}$

3.5.3 Resultados Utilizando os Multiplicadores de Lagrange e Duais

Nesta seção são apresentados resultados para o mesmo caso anterior, utilizando os multiplicadores de Lagrange e duais no lugar das componentes do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo. Estes multiplicadores normalizados são um subproduto da aplicação do fator de ajuste, e portanto, não implicam em cálculos adicionais para sua aplicação, à exceção da normalização. Na tabela (3.17) são apresentados os resultados para o corte de carga. Nesta tabela, as colunas têm o mesmo significado que na tabela (3.7). De forma similar aos casos anteriores, o corte de carga é realizado em uma proporção maior sobre as demandas de potência ativa, sendo que os valores finais coincidem com aqueles ajustados mediante o autovetor à esquerda.

A tabela (3.18) mostra a norma e a máxima componente do vetor formado pelos multiplicadores de Lagrange e duais. Nesta tabela, cujas colunas têm o mesmo significado que as da tabela (3.4) e (3.6), as componentes correspondentes à segunda derivada da função Lagrangeana e aos multiplicadores duais assumem valor nulo. A utilização dos multiplicadores implica em considerar que a única causa da divergência do processo é que o carregamento exigido está fora da região de factibilidade das equações da rede e limites operativos. Se comparados os valores das tabelas mencionadas com os correspondentes da tabela (3.4) pode ser observado que os valores do módulo e máxima componente dos multiplicadores de Lagrange e duais são praticamente iguais aos valores das componentes \mathbf{a}_j^{eq} e \mathbf{a}_j^{des} do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das equações que representam as condições de otimalidade de primeira ordem.

Tabela 3.17: Sistema de 14 barras - Demanda ajustada com o autovetor à esquerda

Barra No.	V (pu)	P_g (MW)	Q_g (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)
1	1,05	210,00	-24,69	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,04	80,00	59,62	26,66	22,86	39,06	22,86
3	1,00	30,00	53,60	156,30	34,20	169,56	34,20
4	1,01	0,00	0,00	73,01	7,00	86,04	7,02
5	1,02	0,00	0,00	0,83	2,86	13,68	2,88
6	1,02	30,00	85,40	41,03	54,00	54,00	54,00
7	1,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	1,05	30,00	23,81	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,99	0,00	0,00	40,01	29,78	53,10	29,88
10	0,99	0,00	0,00	3,04	10,32	16,20	10,44
11	1,00	0,00	0,00	0,00	3,15	6,30	3,24
12	1,01	0,00	0,00	0,00	2,83	10,98	2,88
13	1,00	0,00	0,00	11,03	10,35	24,30	10,44
14	0,97	0,00	0,00	13,35	8,87	26,82	9,00
Total:		380,00	197,75	365,27	186,22	500,04	186,84

Se aplicado o corte de carga, para se atingir um nível de demanda viável foram necessários 7 ajustes e 48 iterações no total.

Tabela 3.18: Sistema de 14 barras - Multiplicadores de Lagrange e duais normalizados

It. No.	\mathbf{a}_J^{eq}		\mathbf{a}_J^{des}	
	Norma	Max.	Norma	Max.
6	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$	$5,0 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
10	$8,7 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$4,9 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
15	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,0 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$
21	$8,7 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$4,9 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
27	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,1 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$
34	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$5,0 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$
41	$8,7 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$4,9 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$

A tabela (3.19) mostra os resultados para a relaxação dos limites utilizando os multiplicadores duais. Neste caso foram necessárias 31 iterações e 4 ajustes para se atingir a convergência. Como pode ser visto nesta tabela, o resultado é semelhante ao obtido mediante a utilização das componentes do autovetor à esquerda (tabela (3.10)).

Tabela 3.19: Sistema de 14 barras - Limites ajustados com os multiplicadores duais

Barra No.	V (pu)	P_g (MW)	Q_g (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)
1	1,05	235,92	-28,71	0,00	0,00
2	1,04	107,10	68,42	39,06	22,86
3	1,01	58,94	52,87	169,56	34,20
4	1,00	0,00	0,00	86,04	7,02
5	1,01	0,00	0,00	13,68	2,88
6	1,03	58,40	101,96	54,00	54,00
7	1,01	0,00	0,00	0,00	0,00
8	1,05	58,38	29,10	0,00	0,00
9	0,99	0,00	0,00	53,10	29,88
10	0,98	0,00	0,00	16,20	10,44
11	1,00	0,00	0,00	6,30	3,24
12	1,00	0,00	0,00	10,98	2,88
13	0,99	0,00	0,00	24,30	10,44
14	0,95	0,00	0,00	26,82	9,00
	Total:	518,73	223,64	500,06	186,84

Tabela 3.20: Sistema de 14 barras - Valores de despacho e limites dos geradores relaxados utilizando multiplicadores duais

Barra No.	P_g (MW)	P_g^{max} (MW)	$\pi_{P_g}^{max}$ (\$/MW)	Q_g (MVar)	Q_g^{max} (MVar)	$\pi_{Q_g}^{max}$ (\$/MVar)	Q_g^{min} (MVar)	$\pi_{Q_g}^{min}$ (\$/MVar)
1	235,92	235,92	-3,45	-28,71	-	0,0	-	-0,00
2	107,10	107,10	-2,12	68,42	500,00	0,0	-80,00	-0,00
3	58,94	58,97	-0,00	52,87	350,01	0,0	-100,02	-0,00
6	58,40	58,40	-3,80	101,96	250,01	0,0	-95,02	-0,00
8	58,38	58,38	-1,06	29,10	80,07	0,0	-10,05	-0,00

Na tabela (3.20) são mostrados os limites relaxados de potências ativa e reativa geradas. As colunas desta tabela têm o mesmo significado que as da tabela (3.11). Da mesma forma que quando usadas as componentes do autovetor, a relaxação dos limites de potência reativa máximos e mínimos pode ser desconsiderada. A relaxação dos limites de potência ativa gerada coincide neste caso com o despacho, com exceção da barra 3, onde resulta uma diferença insignificante. Essas diferenças, ainda que pequenas, agem sobre os valores dos multiplicadores duais finais, sendo que no caso da barra 3 esta grandeza varia

de 0,15 \$/MW no caso anterior a 0 \$/MW no presente.

Tabela 3.21: Sistema de 14 barras - Limites de tensão relaxados usando multiplicadores duais

Barra No.	V (pu)	V_{mod}^{min} (pu)	V_{orig}^{min} (pu)	Barra No.	V (pu)	V_{mod}^{min} (pu)	V_{orig}^{min} (pu)
1	1,0500	0,9000	0,9000	8	1,0500	0,9000	0,9000
2	1,0423	0,9000	0,9000	9	0,9865	0,8992	0,9000
3	1,0065	0,9000	0,9000	10	0,9808	0,8991	0,9000
4	1,0020	0,8994	0,9000	11	1,0008	0,8991	0,9000
5	1,0101	0,8995	0,9000	12	1,0041	0,8990	0,9000
6	1,0343	0,9000	0,9000	13	0,9936	0,8990	0,9000
7	1,0060	0,8993	0,9000	14	0,9541	0,8985	0,9000

O relaxamento dos limites de tensão mínima é mostrado na tabela (3.21). Da mesma forma que no relaxamento dos limites de potências ativa e reativa geradas, existe uma pequena diferença em relação à utilização do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo.

Tabela 3.22: Sistema de 14 barras - Componentes Multiplicadores relaxamento dos limites

It. No.	\mathbf{a}_J^{eq}		\mathbf{a}_J^{des}	
	Norma	Max.	Norma	Max.
6	$8,6 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$	$5,0 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
11	$8,7 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$	$4,8 \times 10^{-1}$	$2,2 \times 10^{-1}$
17	$8,8 \times 10^{-1}$	$2,5 \times 10^{-1}$	$4,7 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-1}$
23	$9,0 \times 10^{-1}$	$2,5 \times 10^{-1}$	$4,2 \times 10^{-1}$	$2,0 \times 10^{-1}$

A tabela (3.22) mostra a norma e a máxima componente do vetor formado pelos multiplicadores de Lagrange e duais, no caso em que a solubilidade é restabelecida mediante a relaxação dos limites. As colunas desta tabela têm o mesmo significado que as das tabelas (3.4) e (3.6). Como mencionado anteriormente, a utilização dos multiplicadores de Lagrange e duais implica em considerar que a única causa da divergência do processo iterativo é que o carregamento do sistema está fora da região viável do conjunto das equações da rede e limites operativos. No caso da utilização exclusiva dos multiplicadores duais, o relaxamento dos limites implica ainda em que é considerado que as equações

da rede tem solução real para a relaxação necessária. Note-se, nesta tabela, a similaridade existente entre os valores das componentes do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado e as componentes \mathbf{a}_J^{eq} e \mathbf{a}_J^{des} do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem.

3.6 Conclusões

O fator de ajuste e o autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem podem ser utilizados para evitar a divergência do processo iterativo do FPO, fornecendo uma solução na fronteira das soluções viáveis. As componentes do autovetor mencionado são utilizadas para restabelecer a solubilidade deste conjunto de equações que representam as condições de otimalidade de primeira ordem. Adicionalmente, os multiplicadores de Lagrange e duais, subproduto da aplicação do fator de ajuste, podem ser utilizados como aproximações das componentes do autovetor à esquerda relacionadas à não-viabilidade da solução. Exemplos numéricos para sistemas de pequeno porte foram apresentados como ilustração do método proposto.

Capítulo 4

Uso de parametrização

4.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada a inclusão de parametrização na demanda e nos limites operativos para se evitar a divergência do processo iterativo do FPO e fornecer uma solução viável mediante o corte de carga ou o relaxamento dos limites operativos, em uma direção pré-determinada.

Primeiramente é mostrada a aplicação destas ferramentas no cálculo do mínimo corte de carga em uma direção pré-especificada visando restabelecer a solubilidade das equações da rede e limites operativos. A seguir são apresentadas as formulações do FPO onde a demanda e os limites operativos são parametrizados, e é mostrada a influência exercida pela escolha dos fatores de ponderação inseridos na função objetivo. Exemplos numéricos com um sistema de 14 barras ilustram a aplicação proposta.

4.2 Formulação Básica

Como visto no capítulo anterior, a restauração da solubilidade das equações da rede elétrica em regime permanente e dos limites operativos pode ser realizada mediante o corte de carga ou a relaxação dos limites operativos. No caso da utilização do corte de carga, esta estratégia pode ser aplicada mesmo quando limites operativos invariantes (isto é, não sujeitos à relaxação) são levados em conta. Um exemplo deste tipo de modelagem é o

problema de mínimo corte de carga em uma determinada direção, formulado na referência [11]; isto é,

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \rho \\ & \text{sujeito a } \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{4.2.1}$$

onde ρ é um escalar denominado *parâmetro de carga* e $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)$ é o vetor de equações de balanços de potências parametrizadas por ρ .

Na formulação do problema expresso pela equação (4.2.1), as componentes do vetor $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)$ representam as equações parametrizadas dos balanços de potências de cada barra. No caso das barras sem geração, estas equações são escritas como:

$$\begin{aligned} \Delta P_j(\mathbf{x}, \rho) &= P_j(\mathbf{x}) + (P_{d0j} - \rho \Delta P_{dj}) \\ \Delta Q_j(\mathbf{x}, \rho) &= Q_j(\mathbf{x}) + (Q_{d0j} - \rho \Delta Q_{dj}) \end{aligned} \tag{4.2.2}$$

onde, P_{d0j} e Q_{d0j} são as demandas base de potências ativa e reativa, respectivamente, da barra j ; e ΔP_{dj} e ΔQ_{dj} indicam a direção na qual o corte de carga será realizado na barra j . Os valores de ΔP_{dj} e ΔQ_{dj} são supostos conhecidos, devendo ser determinados segundo acordos pré-estabelecidos no que tange a disponibilidade de cada barra para o corte de carga. Desta forma, determinadas barras de carga do sistema podem ter as suas demandas de potência atendidas integralmente, considerando-se nulas as taxas de decréscimo (ΔP_{dj} e ΔQ_{dj}) correspondentes a estas barras. Esta formulação supõe que a demanda das barras de geração é atendida integralmente pela unidade geradora da própria barra. O resultado fornece um valor de corte de carga que permitiria obter uma solução alternativa para o problema (2.1.1) quando o nível da demanda é demasiadamente elevado.

O problema representado pela equação (4.2.1) é similar ao problema mostrado na referência [8], onde o parâmetro de carga é maximizado para se determinar o maior valor da demanda parametrizada numa direção pré-especificada, que pode ser atendido satisfazendo um conjunto de restrições operativas.

As condições de otimalidade de primeira ordem para o problema descrito pela equação (4.2.1) são similares às apresentadas no capítulo 2, e são reiteradas por simplicidade a

seguir:

$$\begin{aligned}
\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)^t \lambda + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})^t \pi &= \mathbf{0} \\
\mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho) &= \mathbf{0} \\
\mathbf{h}(\mathbf{x}) &\leq \mathbf{0} \\
\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)^t}{\partial \rho} \lambda + 1 &= 0
\end{aligned} \tag{4.2.3}$$

onde, a derivada referenciada na última das equações (4.2.3), é o vetor das variações de potência ativa e reativa pré-especificadas (ver equação (4.2.2)); isto é,

$$[\Delta \mathbf{P}_d \quad \Delta \mathbf{Q}_d^t] \lambda + 1 = 0 \tag{4.2.4}$$

onde $\Delta \mathbf{P}_d$ e $\Delta \mathbf{Q}_d$ são vetores cujas componentes representam os decrementos de potência pré-estabelecidos.

Metodologias alternativas de corte de carga determinado via algoritmos de otimização, porém nas quais a direção de variação da carga não é especificada, são encontradas na literatura. Particularmente em [30], as equações de balanços de potências são parametrizadas por um vetor, o qual indica ao final do processo iterativo a demanda que pode ser suprida.

4.3 Parametrização da Demanda e dos Limites

No presente trabalho, propõe-se determinar a solução do problema de FPO, expresso na equação (2.1.1), formulando um problema de otimização que inclui simultaneamente a parametrização do corte de carga (problema representado pela equação (4.2.1)) e/ou dos limites operativos. Isto permite evitar a divergência do processo iterativo, nas situações em que a demanda especificada supera o máximo carregamento que pode ser suprido satisfazendo os limites operativos. Nos casos onde a solução do problema de otimização está situada no interior da região definida por estes limites, as características originais do problema (2.1.1) são mantidas.

Um exemplo de aplicação deste tipo de formulação é o caso das saídas de serviço das linhas de transmissão por contingência, nas quais em geral a capacidade de carregamento do sistema é reduzida. Nestas situações, é possível a não obtenção de convergência para o processo iterativo do problema (2.1.1), em virtude do excesso de carregamento. Se a solução do problema (4.2.1) é priorizada, isto resulta num despacho de potência

obtido em função do índice de desempenho otimizado (neste caso o parâmetro da carga). Isto implica em alterar um número razoável de variáveis de controle, ou em resolver o problema (2.1.1) novamente para a demanda modificada. Se esta última alternativa é adotada, não é possível garantir a convergência do FPO com este nível de carga. A razão disto é que a solução obtida para o problema (4.2.1) está situada na fronteira da região das soluções viáveis, e portanto a matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade ativas tem posto deficiente [2, 6], e por conseguinte a matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem é extremamente mal-condicionada.

No caso dos limites parametrizados, o carregamento do sistema é mantido, mas limites pré-especificados são relaxados para que a convergência seja alcançada. Isto permite solucionar os problemas nos quais o carregamento não seja superior a aquele associado ao ponto de bifurcação sela-nó das equações de balanços de potências do sistema, e pode ser utilizado para se modelar a região de operação da rede elétrica, incluindo as situações de emergência.

As formulações descritas a seguir mostram a incorporação do corte de carga e do relaxamento dos limites operativos na formulação do FPO convencional.

4.3.1 A Parametrização da Demanda

A formulação do FPO com a carga parametrizada pode ser expressa como

$$\begin{aligned}
 & \textit{Minimizar} \quad \omega\rho + f_o(\mathbf{x}) \\
 & \textit{sujeito a} \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho) = \mathbf{0} \\
 & \quad \quad \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \\
 & \quad \quad \quad \rho \geq \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{4.3.1}$$

onde, as equações e variáveis têm o mesmo significado que nos problemas (2.1.1) e (4.2.1) e ω é um fator de ponderação. A carga é parametrizada da forma apresentada nas equações (4.2.2). O parâmetro da carga é limitado, de forma que quando a solução se encontra dentro da região definida pelas equações de balanços de potências e pelos limites operativos, o valor do parâmetro ρ é nulo. Neste caso, a solução obtida coincide com a do problema (2.1.1).

A formulação do problema (4.3.1) é semelhante àquela apresentada na referência [31]. As principais diferenças entre essas duas abordagens são a inclusão do parâmetro ω e o

tipo de solução obtida. Kubokawa em [31] busca um despacho que maximiza a distância da solução viável corrente ao ponto de máximo carregamento e minimiza simultaneamente o custo de geração de potência ativa. No presente trabalho, não se considera a disponibilidade de uma solução viável *a priori*. Além disso, as características do problema original são modificadas apenas se a convergência para a solução do FPO com carregamento original especificado não for possível.

As condições de otimalidade de primeira ordem do problema apresentado na equação (4.3.1) são expressas como

$$\begin{aligned}
 \nabla_x f_o(\mathbf{x}) + \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)^t \lambda + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})^t \pi &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho) &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{h}(\mathbf{x}) &\leq \mathbf{0} \\
 \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)^t}{\partial \rho} \lambda + \pi_\rho + \omega &= 0
 \end{aligned} \tag{4.3.2}$$

onde π_ρ representa o multiplicador associado à restrição de não negatividade do parâmetro de carga.

Do conjunto de equações anteriores é possível observar que:

- se ρ for nulo, $\pi_\rho < 0$ e portanto não é necessário o corte de carga. Neste caso, o ponto ótimo do problema (4.3.1) corresponde ao do problema (2.1.1) e o multiplicador correspondente à restrição de não negatividade é expresso como

$$\pi_\rho = -\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)^t}{\partial \rho} \lambda - \omega \tag{4.3.3}$$

- se $\rho > 0$, então o corte de carga é necessário, $\pi_\rho = 0$ e

$$\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)^t}{\partial \rho} \lambda = \omega \tag{4.3.4}$$

A comparação desta expressão com a quarta condição de otimalidade do problema expresso pela equação (4.2.1) (equação (4.2.3)) permite escrever:

$$\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)^t}{\partial \rho} (\lambda/\omega) = 1 \tag{4.3.5}$$

Portanto, se $\rho = 0$ a solução do problema (4.3.1) se encontra dentro da região definida pelas equações de balanços de potências e pelos limites operativos originais. Se $\rho > 0$, o

ponto obtido deve estar situado na fronteira da região das soluções viáveis. Para conseguir este comportamento no problema proposto, considere-se a primeira equação do conjunto que expressa as condições de otimalidade de primeira ordem do problema proposto (4.3.2) afetada pelo fator de ponderação ω da forma apresentada a seguir:

$$\frac{1}{\omega} \nabla_x f_o(\mathbf{x}) + \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)^t \frac{\lambda}{\omega} + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})^t \frac{\pi}{\omega} = \mathbf{0} \quad (4.3.6)$$

Os valores dos quocientes $\frac{\lambda}{\omega}$ e $\frac{\pi}{\omega}$ são valores que estão limitados mediante a equação (4.3.5). Comparando com a primeira das equações (4.2.3), para que o ponto solução \mathbf{x} seja um ponto da fronteira do conjunto factível, exige-se que:

$$\|\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}, \rho)^t \frac{\lambda}{\omega} + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})^t \frac{\pi}{\omega}\| \rightarrow \mathbf{0} \quad (4.3.7)$$

Considerando $\rho > 0$; isto é, a demanda deve ser ajustada para se obter a convergência do processo iterativo, para que a solução pertença à fronteira da região das soluções viáveis é necessário que

$$\frac{1}{\omega} \nabla_x f_o(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{0} \quad (4.3.8)$$

e isto é possível se $\|\nabla_x f_o(\mathbf{x})\| \ll \omega$. Se essa relação entre o fator de ponderação e o gradiente da função objetivo for cumprida, então a solução obtida encontra-se na fronteira da região das soluções viáveis, e a demanda corrigida obtida mediante o algoritmo proposto coincide com aquela resultante do problema (4.2.1).

4.3.2 A Parametrização dos Limites

Para modelar a parametrização dos limites operativos, considere-se o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \omega \rho + f_o(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeito a } \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \rho) \leq \mathbf{0} \\ & \rho_i \geq 0 \end{aligned} \quad (4.3.9)$$

onde

$$\mathbf{h}_i(\mathbf{x}, \rho) = \mathbf{h}_i(\mathbf{x}) - \rho_i \Delta \mathbf{h}_i^e \quad (4.3.10)$$

é um vetor de funções parametrizadas que representam os limites operativos. Essas funções consistem das equações $\mathbf{h}(\mathbf{x})$, que são as mesmas expressões incluídas no problema (2.1.1), acrescidas dos fatores de relaxação (valores pré-determinados dos incrementos nos limites) parametrizados pelos escalares ρ_i .

A restrição de não-negatividade é imposta para se evitar valores de ρ_i que impliquem numa redução da faixa de variação imposta pelos limites. Se a solução do problema expresso pela equação (2.1.1) pertence à região definida pelas restrições de igualdade e de desigualdade originais, então $\rho = \mathbf{0}$. Um valor de $\|\rho\|$ diferente de zero implica em que os limites devem ser relaxados para que se obtenha a convergência do processo iterativo. Neste caso, a solução determinada é um ponto pertencente à fronteira definida pelos limites operativos relaxados.

As condições de otimalidade de primeira ordem para este problema são:

$$\begin{aligned} \nabla_x f_o(\mathbf{x}) + \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x})^t \lambda + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}, \rho)^t \pi &= \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}, \rho) &\leq \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{h}^t(\mathbf{x}, \rho)}{\partial \rho} \pi + \pi_\rho + \omega &= 0 \end{aligned} \tag{4.3.11}$$

onde os todos os termos foram previamente definidos.

A análise das condições de otimalidade do problema (4.3.9) indica que as três primeiras equações são semelhantes às condições estabelecidas para o problema (2.1.1), diferindo apenas quanto ao valor dos multiplicadores duais. O módulo destes deve satisfazer a quarta condição da equação (4.3.11). Desde que

$$\frac{\partial \mathbf{h}^t(\mathbf{x}, \rho)}{\partial \rho} = -\Delta \mathbf{h}^e$$

Conforme pode ser inferido desta equação, o valor dos multiplicadores depende da direção pré-especificada de relaxamento dos limites. Similarmente ao caso da parametrização da carga, quando existe uma solução dentro dos limites operativos pré-estabelecidos, $\rho = 0$, $\pi_\rho < 0$ e o valor destes multiplicadores é dado por

$$\pi_\rho = \Delta \mathbf{h}^{e^t} \pi - \omega$$

mantendo desta forma os valores dos multiplicadores duais do problema (2.1.1).

No caso em que não exista solução para os limites operativos originais, $\|\rho\| > 0$, $\pi_\rho = \mathbf{0}$ e o valor dos multiplicadores duais é estabelecido pela relação

$$\Delta \mathbf{h}^{e^t} \pi = \omega$$

Similarmente ao caso da demanda parametrizada, é possível mostrar que a solução obtida quando os limites são relaxados pertence à fronteira da nova região de factibilidade definida à partir dos limites relaxados. A condição que deve cumprir ω , da mesma forma que no caso da redução da demanda é

$$\|\nabla_x f_o\| \ll \omega$$

A parametrização dos limites requer a inclusão de uma restrição de não negatividade no problema expresso pela equação (4.3.9) para cada tipo de limite (potência ativa gerada, potência reativa gerada, magnitude da tensão etc) sujeito a relaxamento. Cada tipo de restrição está associado a um parâmetro ρ_i e cada restrição sujeita a relaxamento está associada a um fator Δh_i^e .

Deve ser observado que a ausência de um limite superior para o parâmetro ρ_i implica em que as restrições selecionadas serão relaxadas o quanto for preciso. Se esta relaxação não for suficiente para se obter uma solução das equações da rede elétrica, isto indica que o ponto crítico (de bifurcação sela-nó) das equações do fluxo de potência convencional foi ultrapassado. Neste caso, o corte de carga se torna necessário como uma alternativa (ou uma medida corretiva adicional) a relaxação dos limites.

4.4 Exemplos Numéricos

Para ilustrar a aplicação da metodologia proposta, o sistema de 14 barras foi utilizado. Os dados das linhas deste sistema coincidem com os utilizados no capítulo anterior.

O algoritmo de solução do FPO com carga e limites parametrizados em coordenadas polares baseado na versão não linear primal-dual do método de pontos interiores foi implementado no ambiente Matlab 6.0.

4.4.1 Parametrização da Demanda

No caso em que a parametrização da demanda é aplicada, é considerada como direção pré-especificada o valor de carregamento original; isto é, as condições de otimalidade de primeira ordem são restauradas mediante o corte de carga efetuado com fator de potência constante. O índice a ser otimizado é o *custo de geração de potência ativa*. Neste caso, todos os limites máximos de potência ativa gerada são fixados em 300 MW, evitando desta forma que o limite máximo de potência ativa gerada seja o fator limitante. Considerando estes limites e mantendo os restantes nos valores originais, o processo iterativo do FPO convencional diverge para um carregamento superior a 283% da demanda base. Assim, o acréscimo no carregamento do sistema foi fixado em 360 % da carga base do sistema, o que provoca a divergência do FPO convencional. Nestas condições três casos foram analisados:

1. minimizar o custo de geração, com coeficientes de custos unitários para todas as barras (MCG I), cuja solução é mostrada na tabela (4.1);
2. minimizar o custo de geração, com coeficientes de custos unitários em todas as barras menos na barra 1, com coeficientes de valor 100 para ambos os coeficientes linear e quadrático (MCG II), cuja solução é mostrada na tabela (4.2);
3. minimizar o corte de carga na mesma direção que nos casos anteriores [11], cuja solução é mostrada na tabela (4.3).

Nestas tabelas, a segunda coluna mostra o módulo da tensão, a terceira e a quarta os valores de despacho de potência ativa e reativa dos geradores para a solução com a demanda modificada. A quinta e a sexta colunas mostram a demanda do sistema depois do corte de carga, enquanto que a sétima e a oitava colunas mostram a demanda original do sistema. As últimas duas colunas mostram os multiplicadores de Lagrange de potência ativa e reativa. Em todos os casos, o fator de ponderação ω foi fixado em 10000.

Tabela 4.1: Sistema de 14 barras - Demanda parametrizada, MCG I

Barra No.	Demanda Modificada					Dem. Original		Multiplicadores	
	V (pu)	P_g (MW)	Q_g (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	λ_P $(\frac{\$}{MW})$	λ_Q $(\frac{\$}{MVar})$
1	1,05	168,81	-26,15	0,00	0,00	0,00	0,00	4,38	0,00
2	1,05	122,32	89,30	61,42	35,94	84,63	49,53	3,45	0,00
3	1,05	291,08	91,10	266,61	53,77	367,38	74,10	6,83	0,00
4	1,00	0,00	0,00	135,29	11,04	186,42	15,21	2161,91	4551,76
5	1,01	0,00	0,00	21,51	4,53	29,64	6,24	1195,28	2892,70
6	1,05	113,67	207,20	84,91	84,91	117,00	117,00	3,27	0,00
7	0,98	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2802,97	14910,95
8	1,05	107,76	52,18	0,00	0,00	0,00	0,00	3,16	0,00
9	0,94	0,00	0,00	83,49	46,98	115,05	64,74	8948,74	29807,86
10	0,94	0,00	0,00	25,47	16,42	35,10	22,62	8783,63	24902,90
11	0,98	0,00	0,00	9,91	5,09	13,65	7,02	4715,98	12192,59
12	1,00	0,00	0,00	17,26	4,53	23,79	6,24	3710,12	9725,24
13	0,98	0,00	0,00	38,21	16,42	52,65	22,62	10852,71	18173,35
14	0,90	0,00	0,00	42,17	14,15	58,11	19,50	46851,71	83908,36
Total:		803,64	413,64	786,24	293,78	1083,42	404,82		

Nos três casos analisados, os montantes de demanda cortada coincidem, sendo que as tensões, ângulos e despacho de potência ativa e reativa são diferentes. Da comparação entre as duas primeiras tabelas, se destaca o despacho de potência da barra 1, o qual assume valor zero quando esta barra é fortemente penalizada, enquanto que no caso de coeficientes unitários ou no algoritmo de máximo carregamento, a barra assume valores em torno de 170 MW. Devem ser observados os valores dos multiplicadores de Lagrange, os quais têm valores próximos nos três casos, sendo que os resultantes da aplicação do algoritmo de máximo carregamento foram afetados pelo valor de ω , de forma a se ter uma comparação direta. Os valores do custo de geração para o caso de coeficientes unitários é de 23,31 \$, enquanto que no caso em que a barra 1 é fortemente penalizada é de 27,25\$. O custo do despacho fornecido pelo algoritmo de máximo carregamento seria de 23,41 \$ e 492,59 \$ para os dois valores de coeficientes linear e quadrático considerados. Em relação ao valor assumido por $\|\nabla_x f_o(\mathbf{x})\|$, para o caso em que os coeficientes da curva de custo são unitários é de 0,11, e no caso em que os coeficientes são diferentes é igual a 2,18.

Tabela 4.2: Sistema de 14 barras - Demanda parametrizada, MCG II

Barra No.	Demanda Modificada					Dem. Original		Multiplicadores	
	V (pu)	P_g (MW)	Q_g (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	λ_P $(\frac{\$}{MW})$	λ_Q $(\frac{\$}{MVar})$
1	1,05	0,00	20,79	0,00	0,00	0,00	0,00	54,46	0,00
2	1,05	293,65	35,16	61,38	35,92	84,63	49,53	6,88	0,00
3	1,05	284,36	93,13	266,46	53,75	367,38	74,10	6,69	0,00
4	1,00	0,00	0,00	135,21	11,03	186,42	15,21	2171,96	4550,21
5	1,01	0,00	0,00	21,50	4,53	29,64	6,24	1222,92	2884,04
6	1,05	116,21	206,71	84,86	84,86	117,00	117,00	3,32	0,00
7	0,98	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2807,21	14906,81
8	1,05	107,93	52,28	0,00	0,00	0,00	0,00	3,16	0,00
9	0,94	0,00	0,00	83,45	46,96	115,05	64,74	8950,98	29798,29
10	0,94	0,00	0,00	25,46	16,41	35,10	22,62	8782,99	24894,62
11	0,98	0,00	0,00	9,90	5,09	13,65	7,02	4713,82	12188,67
12	1,00	0,00	0,00	17,25	4,53	23,79	6,24	3706,74	9722,01
13	0,98	0,00	0,00	38,19	16,41	52,65	22,62	10845,48	18168,12
14	0,90	0,00	0,00	42,15	14,14	58,11	19,50	46832,71	83881,44
Total:		802,15	408,06	785,81	293,62	1083,42	404,82		

Nos três casos analisados, os fatores críticos na convergência do sistema são os limites de tensão máxima dos geradores e o limite de tensão mínima na barra 14.

Os resultados apresentados mostram que a carga máxima que o sistema pode transmitir é a mesma, não dependendo da função objetivo. Isto implica em que é possível se ter despachos diferentes para diferentes coeficientes das funções objetivos na fronteira da região de factibilidade. Note-se que as soluções obtidas encontram-se na fronteira da região das soluções factíveis, onde não pode ser assegurada a convergência do FPO convencional. Portanto, a parametrização permite melhorar a robustez do FPO.

Tabela 4.3: Sistema de 14 barras - Mínimo corte de carga

Barra No.	Demanda Modificada					Dem. Original		Multiplicadores	
	V (pu)	P_g (MW)	Q_g (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	λ_P ($\frac{\$}{MW}$)	λ_Q ($\frac{\$}{MVar}$)
1	1,05	173,36	-27,24	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,05	116,37	77,66	61,42	35,94	84,63	49,53	0,00	0,00
3	1,05	292,67	70,31	266,61	53,77	367,38	74,10	0,00	0,00
4	1,00	0,00	0,00	135,29	11,04	186,42	15,21	2158,22	4554,22
5	1,01	0,00	0,00	21,51	4,53	29,64	6,24	1191,46	2894,23
6	1,05	113,62	175,12	84,91	84,91	117,00	117,00	0,00	0,00
7	0,98	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2800,52	14918,84
8	1,05	107,73	52,18	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,94	0,00	0,00	83,49	46,98	115,05	64,74	8949,39	29823,84
10	0,94	0,00	0,00	25,47	16,42	35,10	22,62	8784,43	24916,15
11	0,98	0,00	0,00	9,91	5,09	13,65	7,02	4715,06	12198,99
12	1,00	0,00	0,00	17,26	4,53	23,79	6,24	3708,83	9730,37
13	0,98	0,00	0,00	38,21	16,42	52,65	22,62	10855,30	18182,87
14	0,90	0,00	0,00	42,17	14,15	58,11	19,50	46873,03	83953,40
Total:		803,76	348,03	786,24	293,78	1083,42	404,82		

4.4.2 Parametrização dos Limites

Duas situações foram consideradas no que diz respeito ao índice de desempenho do problema (4.3.9). Em ambas, a primeira parcela da função objetivo, correspondente ao parâmetro ρ e ponderado pelo escalar ω , é mantida. No primeiro caso estudado, a função objetivo $f_0(\mathbf{x})$ representa o custo de geração de potência ativa. No segundo caso, $f_0(\mathbf{x})$ expressa a soma dos desvios quadráticos da magnitude da tensão de um valor pré-especificado. Assim, a relaxação dos limites e a minimização do custo de geração (ou dos desvios quadráticos de tensão) são realizadas simultaneamente. Em ambos os casos, os limites mínimo de tensão das barras de carga, máximos das potências ativa e reativa geradas foram parametrizados.

A parametrização dos limites é feita na forma expressa na equação (4.3.10). Dois parâmetros foram considerados, um correspondente aos limites de magnitude da tensão (denotado ρ_V) e outro relativo aos limites de potência ativa e reativa (denotado ρ_{PQ}). O primeiro deles modifica o limite de tensão mínima nas barras de carga e o segundo é

aplicado sobre os limites de potência ativa e reativa geradas. Os valores dos fatores de relaxação foram fixados em $\Delta \mathbf{V}^{et} = 0,1 pu$ para o limite de tensão mínima das barras de carga, e os fatores de relaxação correspondentes aos limites máximos de potência ativa e reativa geradas, $\Delta \mathbf{P}^{et}$ e $\Delta \mathbf{Q}^{et}$, foram fixados em 1 MW e 1 MVar respectivamente.

Tabela 4.4: Sistema de 14 barras - Limites parametrizados, Mínimo custo de geração

Barra No.	V (pu)	P_g (MW)	Q_g (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	λ_P ($\frac{\$}{MW}$)	λ_Q ($\frac{\$}{MVar}$)
1	1,05	148,84	-10,68	0,00	0,00	0,04	0,00
2	1,05	283,15	76,51	78,12	45,72	0,07	0,00
3	1,05	300,00	119,81	339,12	68,40	74,95	0,00
4	0,98	0,00	0,00	172,08	14,04	867,13	1667,41
5	0,99	0,00	0,00	27,36	5,76	469,38	1063,26
6	1,05	181,28	232,25	108,00	108,00	0,05	0,00
7	0,94	0,00	0,00	0,00	0,00	1188,25	5504,90
8	1,05	118,61	76,53	0,00	0,00	0,03	0,00
9	0,89	0,00	0,00	106,20	59,76	4064,74	11137,11
10	0,88	0,00	0,00	32,40	20,88	3950,69	9368,96
11	0,95	0,00	0,00	12,60	6,48	1951,61	4506,18
12	0,98	0,00	0,00	21,96	5,76	1343,67	3372,71
13	0,95	0,00	0,00	48,60	20,88	3879,70	6344,40
14	0,83	0,00	0,00	53,64	18,00	18497,54	29796,95
	<i>Total :</i>	1031,89	494,42	1000,08	373,68		

A tabela (4.4) mostra os resultados obtidos com a parametrização dos limites no caso em que a função objetivo $f_0(\mathbf{x})$ é o mínimo custo de geração, para valores dos coeficientes da curva de custo unitários. O valor de ω foi especificado em 10000. Os valores resultantes de ρ_V e ρ_{PQ} foram 0,6982 e $5,08 \times 10^{-9}$ respectivamente. Estes valores dos parâmetros implicam em que os limites de potência ativa e reativa máximos não sofreram modificações, enquanto que os limites de tensão mínima das barras de carga foram relaxados até 0,8301 pu. O valor final da função objetivo foi 34,24 \$, enquanto que o valor de $\|\nabla_x f_0(\mathbf{x})\|$ é de 11,91.

Tabela 4.5: Sistema de 14 barras - Limites parametrizados, Mínimo desvio de tensão

Barra No.	V (pu)	P_g (MW)	Q_g (MVar)	P_d (MW)	Q_d (MVar)	λ_P ($\frac{\$}{MW}$)	λ_Q ($\frac{\$}{MVar}$)
1	1,05	237,96	-26,99	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,05	234,53	107,90	78,12	45,72	0,00	0,00
3	1,05	299,16	123,67	339,12	68,40	0,00	0,00
4	0,97	0,00	0,00	172,08	14,04	8,95	17,59
5	0,98	0,00	0,00	27,36	5,76	3,72	7,41
6	1,05	155,81	238,97	108,00	108,00	0,00	0,00
7	0,94	0,00	0,00	0,00	0,00	13,53	67,65
8	1,05	110,47	73,78	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,89	0,00	0,00	106,20	59,76	48,42	136,99
10	0,89	0,00	0,00	32,40	20,88	48,64	117,30
11	0,95	0,00	0,00	12,60	6,48	25,04	57,31
12	0,98	0,00	0,00	21,96	5,76	16,91	41,02
13	0,95	0,00	0,00	48,60	20,88	47,41	76,17
14	0,83	0,00	0,00	53,64	18,00	219,15	354,02
	<i>Total :</i>	1037,94	517,33	1000,08	373,68		

Na tabela (4.5) são mostrados os resultados depois da aplicação do algoritmo considerando a função objetivo de mínimo desvio quadrático da tensão. Os valores resultantes de ρ_V e ρ_{PQ} foram 0,6594 e $1,15 \times 10^{-7}$ respectivamente. O valor final da função objetivo de mínimo desvio de quadrático de tensão foi de 0,0737, e o valor de ω utilizado foi de 100,0, notoriamente superior ao $\|\nabla_x f_o(\mathbf{x})\|$ com um valor de 0,5431. Note-se que neste caso os valores dos limites de potência ativa e reativa gerada máxima não foram modificados. No caso dos limites mínimos de tensão nas barras de carga, o mesmo passa de 0,9 pu para 0,8341, valor final assumido pela barra 14.

Nas tabelas pode ser observado que os valores das magnitudes de tensão e potências ativa e reativa geradas são diferentes para os dois casos, pois as funções objetivo minimizadas são distintas. É esperado que os valores da ponderação ω também modifiquem a solução desde que ela reflète a prioridade dada às funções objetivo. No capítulo referente aos resultados é analisada a sua influência.

4.5 Conclusões

O problema de FPO pode ser formulado utilizando-se a parametrização da demanda e dos limites operativos para se evitar a divergência do processo iterativo e obter uma solução viável mediante o corte de carga ou a relaxação dos limites. A importância do fator de ponderação ω é enfatizada, tendo-se fixado um critério para os valores que este coeficiente pode assumir, no intuito de se conseguir uma solução na fronteira da região factível. Exemplos numéricos com um sistema de pequeno porte ilustram a aplicação do algoritmo proposto, mostrando que a solução atingida para valores de ω pertence à fronteira da região das soluções factíveis.

Capítulo 5

Resultados

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos para os sistemas IEEE de 118 barras e equivalentes realísticos do sistema sul-sudeste brasileiro (SSB) de 352 e 750 barras. Para esta finalidade, utilizou-se programas computacionais implementados no ambiente Matlab 6.0.

Inicialmente, serão descritos os sistemas mencionados e fixados os objetivos dos testes. A seguir são apresentados resultados detalhados para os sistemas de 118 e 750 barras, correspondentes à utilização do fator de ajuste e a restauração das condições de otimalidade de primeira ordem utilizando as componentes do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade. Posteriormente, é analisado o desempenho desta abordagem para os sistemas teste de 118, 352 e 750 barras para diferentes níveis de carregamento na região das soluções não viáveis.

Finalmente, são apresentados resultados obtidos para os sistemas descritos anteriormente utilizando a parametrização da demanda e dos limites operativos como forma de se evitar a divergência do processo iterativo. De forma similar à abordagem anterior, resultados detalhados para os sistemas teste de 118 e 750 barras são apresentados. Ainda nesta seção, é analisado o desempenho das abordagens propostas no caso de diferentes carregamentos não factíveis para os sistemas de 118, 352 e 750 barras.

5.1 Objetivos

Os objetivos visados nestes testes são os seguintes:

1. observar o esforço computacional demandado através do número de iterações até a convergência;
2. analisar a qualidade das soluções fornecidas pelas diferentes estratégias implementadas, em especial no que se refere à proximidade da superfície limite de factibilidade, mediante a comparação das soluções dos algoritmos propostos e algoritmos de máximo carregamento e mínimo corte de carga;
3. mostrar a influência dos limites operativos na convergência do processo iterativo;
4. analisar a qualidade da solução obtida mediante a utilização dos multiplicadores de Lagrange e duais resultantes da aplicação do fator de passo como substitutos do autovetor à esquerda, em sistemas de médio porte;
5. mostrar a influência do valor assumido pelo fator de ponderação no caso em que a estratégia de parametrização é utilizada.
6. validar os algoritmos propostos através da comparação dos resultados obtidos com aqueles fornecidos pelo aplicativo computacional FLUPOT;

5.2 Características dos Sistemas

As características dos sistemas testados são mostradas na tabela (5.1). Na segunda e terceira colunas podem ser observados o número de barras e de geradores, na quarta coluna é mostrado o número de linhas de transmissão, enquanto que na quinta e sexta colunas são mostrados a quantidade de taps e o limite de carregamento, expresso como um acréscimo percentual do carregamento base com fator de potência constante. Nas últimas duas colunas aparecem os valores totais de carregamento para o caso base.

Tabela 5.1: Características dos sistemas

Sistema	Barras	Geradores	Linhas	taps	Limite de Carregamento (%)	Carga Base	
	#	#	#	#		(MW)	(MVar)
IEEE 118	118	34	179	9	51,59	4125,00	1439,40
SSB 352	352	30	385	0	254,09	3199,90	1136,70
SSB 750	750	87	952	0	205,05	8601,65	4748,41

Na tabela (5.2) são apresentadas as características de convergência destes sistemas. Nesta tabela, a segunda e a terceira colunas mostram a quantidade de iterações necessárias para se atingir a convergência no caso base, com o algoritmo formulado em coordenadas polares sem parametrização e com parametrização respectivamente. Na quarta e quinta colunas são mostrados o número de iterações para a convergência do caso base, para algoritmos formulados em coordenadas retangulares sem o fator de ajuste, e com o fator de ajuste, respectivamente. As últimas duas colunas correspondem aos totais de potência ativa e reativa gerados para estes casos base, sendo iguais para todas as formulações.

O algoritmo baseado na parametrização da demanda e/ou limites operativos é formulado em coordenadas polares, enquanto que o algoritmo que utiliza o fator de ajuste e a correção da demanda e limites operativos mediante as componentes do autovetor à esquerda é implementado em coordenadas cartesianas. Em relação ao algoritmo que inclui o fator de ajuste, esse fator somente é calculado se a norma do gradiente da iteração atual é maior que a norma do gradiente da iteração anterior. Portanto, no caso em que a trajetória de convergência seja monotonicamente decrescente, o fator de ajuste não é calculado. Em todos os casos o problema de otimização é resolvido via método primal-dual de pontos interiores versão preditor-corretor.

Tabela 5.2: Características de convergência para os casos base

Sistema	FPO Coord. Polares		FPO Coord. Ret.		Geração Caso Base	
	S/Param.	C/Param.	S/fator	C/fator	(MW)	(MVar)
IEEE 118	12	12	10	10	4230,14	517,55
SSB 352	10	10	10	10	3237,94	1520,74
SSB 750	11	13	10	14	8644,94	4667,38

Como pode ser observado, a utilização da parametrização provoca um leve retardo para o sistema SSB 750 barras, sendo que o mesmo acontece quando é utilizado o multiplicador

ótimo. No primeiro caso, o retardo se deve a uma certa dificuldade em zerar o parâmetro de carga ou dos limites operativos. No segundo caso, a trajetória de convergência não é monotonicamente decrescente, o que implica em que o multiplicador ótimo foi calculado algumas vezes, e ao ser menor do que 1, provocou um leve retardo na convergência.

A tabela (5.3) mostra os tempos computacionais, medidos em segundos, num computador com processador Intel-Celeron 1,2GHz, com 256 MB de memória RAM, considerando o carregamento nominal mostrado na tabela (5.1). Nesta tabela, a segunda e terceira colunas mostram os tempos de CPU para os casos em que é aplicado o FPO convencional e o caso do FPO que utiliza a parametrização da demanda, respectivamente. A quarta coluna apresenta os tempos de CPU para o caso em que o FPO convencional formulado em coordenadas cartesianas é utilizado para se obter a solução de cada sistema, e a quinta mostra o tempo de CPU com o fator de ajuste implementado.

Tabela 5.3: Tempo de CPU (seg.) para os casos base

Sistema	FPO Coord. Polares		FPO Coord. Ret.	
	Sem Par.	Com Par.	Sem fator	Com fator
IEEE 118	1,9832	2,3260	1,7730	1,7720
SSB 352	6,5806	7,2840	6,2290	6,2294
SSB 750	30,6780	37,1880	26,4580	35,5121

Das tabelas anteriores pode ser observado que a aplicação do fator de ajuste ou parametrização tem uma influência pequena em relação aos tempos de CPU e quantidade de iterações necessários para casos onde não se apresentam problemas de convergência.

5.3 Aplicação do Fator de Ajuste

Nesta seção são analisados os resultados correspondentes à aplicação do fator de ajuste e a posterior correção da demanda e dos limites operativos mediante as componentes do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem ou mediante as componentes do vetor de multiplicadores de Lagrange e duais normalizado.

Inicialmente, serão mostrados resultados para o sistema IEEE de 118 barras, obtendo-se a solução operacional através da utilização do autovetor à esquerda da matriz Jacobiana

deste sistema. Estes resultados são comparados com aqueles obtidos mediante a utilização do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado. Dois casos são analisados, o primeiro correspondente ao ajuste da demanda e o segundo ao relaxamento dos limites operativos.

A seguir são comparados os resultados obtidos para o sistema SSB 750 com resultados do programa FLUPOT, utilizando-se neste último as funções objetivo de mínimo custo de geração, custo de corte de carga e máximo carregamento com direção pré-especificada. O procedimento para a validação dos resultados numéricos obtidos via aplicação do fator de ajuste e a posterior correção da demanda ou limites mediante as componentes do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado pode ser resumido nos seguintes passos:

1. Especificação de um carregamento para o qual o FPO convencional não apresenta solução.
2. Aplicação do algoritmo proposto para a determinação da solução de mínima distância da demanda especificada (ou relaxamento dos limites operativos). Esta solução pertence ao interior da região factível, mas é próxima da fronteira desta.
3. Com base na demanda ajustada obtida no item anterior, é definida uma direção de variação do carregamento.
4. Utiliza-se a direção estabelecida anteriormente para se determinar a) custo de corte de carga e b) máximo carregamento, a partir da solução obtida.
5. Compara-se as soluções obtidas mediante o algoritmo proposto com aquelas determinadas via programa FLUPOT.
6. Executa-se o programa FLUPOT com a função objetivo de mínimo custo de geração e com os carregamentos (ou limites operativos relaxados) obtidos mediante o algoritmo proposto e a opção de máximo carregamento.

Finalmente, são comparados o desempenho, medido em iterações, e a proximidade à fronteira da região das soluções factíveis, em relação ao algoritmo de máximo carregamento, para diferentes valores do carregamento para os sistemas IEEE 118 e SSB 352 e 750 barras.

5.3.1 Sistema de 118 Barras

A seguir são mostrados resultados obtidos para o sistema de 118 barras. As características deste sistema são mostradas na tabela (5.1). O acréscimo de carregamento considerado no ajuste da demanda e no relaxamento dos limites operativos é de 80% sobre o carregamento nominal, mantendo-se o fator de potência constante. A não existência de solução viável além de 52% de incremento sobre o carregamento nominal implica na divergência do FPO convencional.

Neste sistema, cujos dados das linhas podem ser consultados na referência [32], a tensão da barra 76 e das barras adjacentes torna-se crítica, devido a que as demais fontes de reativo não conseguem manter a tensão em valores iguais ou superiores a 0,9pu na mesma para sobrecargas superiores ao 52% do nominal. Portanto, o sistema está limitado pelas tensões na barra 76 e nas barras adjacentes. No caso atual, considerando 80% de sobrecarga, se atribui como causa de divergência os limites máximos de potência ativa dos geradores, os quais não conseguem suprir o carregamento exigido.

O objetivo destes testes é mostrar a coerência nos resultados obtidos mediante a aplicação das componentes do autovetor à esquerda e as componentes do vetor formado pelos multiplicadores de Lagrange e duais.

5.3.1.1 Corte de Carga

Os resultados obtidos mediante o ajuste da demanda das barras de carga, como forma de se restabelecer a solubilidade das condições de otimalidade de primeira ordem são apresentados a continuação.

Os valores finais de carregamento são mostrados nas tabelas (5.4) e (5.5), calculados mediante as componentes do autovetor à esquerda e o vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado respectivamente. Nestas tabelas, as colunas 1, 5 e 9 mostram os números das barras, enquanto que as colunas 2, 6 e 10 mostram a demanda original de potência ativa e reativa originalmente exigida. As colunas 3, 7 e 11 apresentam a demanda corrigida mediante o uso das componentes do autovetor, enquanto que as colunas 4, 8 e 12 mostram a demanda corrigida utilizando as componentes do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado.

Tabela 5.4: Sistema de 118 barras - Corte de Carga de Potência Ativa

No.	P_d			No.	P_d			No.	P_d		
	Orig.	Aut.	Mul.		Orig.	Aut.	Mul.		Orig.	Aut.	Mul.
1	91,8	81,54	81,64	41	66,6	55,90	55,67	83	36,0	26,76	26,94
2	36,0	25,86	26,00	43	32,4	21,79	21,56	84	19,8	11,32	11,51
3	70,2	60,13	60,22	44	28,8	18,02	17,80	85	43,2	35,05	35,34
6	93,6	83,77	83,87	45	95,4	84,67	84,50	86	37,8	30,01	30,42
7	34,2	24,31	24,43	47	61,2	50,98	50,95	88	86,4	78,41	78,74
11	126,0	116,09	116,21	48	36,0	25,75	25,69	92	117,0	108,85	109,15
13	61,2	51,05	51,10	50	30,6	20,04	19,92	93	21,6	13,05	13,28
14	25,2	15,13	15,22	51	30,6	19,46	19,22	94	54,0	45,14	45,33
15	162,0	151,86	151,75	52	32,4	21,05	20,78	95	75,6	66,40	66,60
16	45,0	35,02	35,10	53	41,4	29,92	29,62	96	68,4	58,99	59,21
17	19,8	10,13	10,06	55	113,4	102,03	101,78	97	27,0	17,51	17,76
18	108,0	97,95	97,82	56	151,2	139,85	139,60	98	61,2	51,92	52,18
19	81,0	70,82	70,68	57	21,6	10,51	10,30	101	39,6	31,09	31,34
20	32,4	22,31	22,10	58	21,6	10,31	10,05	102	9,0	0,72	1,00
21	25,2	15,29	15,10	60	140,4	130,22	130,21	104	68,4	59,52	59,67
22	18,0	8,40	8,25	62	138,6	128,44	128,43	105	55,8	46,90	47,04
23	12,6	3,52	3,45	67	50,4	40,40	40,40	106	77,4	68,44	68,59
28	30,6	21,09	20,95	70	118,8	108,23	108,31	108	3,6	0,00	0,00
29	43,2	33,63	33,49	74	122,4	109,70	109,74	109	14,4	5,68	5,75
32	106,2	96,71	96,58	75	84,6	71,95	71,99	110	70,2	61,67	61,69
33	41,4	31,10	30,94	76	122,4	105,40	105,29	114	14,4	4,90	4,76
34	106,2	95,98	95,82	77	109,8	99,35	99,55	115	39,6	30,10	29,96
35	59,4	49,11	48,94	78	127,8	117,35	117,55	117	36,0	25,84	25,99
36	55,8	45,51	45,33	79	70,2	59,96	60,18	118	59,4	44,45	44,40
39	48,6	38,08	37,87	82	97,2	87,58	87,76				

Nas tabelas mencionadas anteriormente pode ser observado que o corte realizado com auxílio do autovetor à esquerda é similar aquele obtido com base nos multiplicadores de Lagrange.

Em relação ao montante de potência ativa demandada ajustado, quando utilizadas as componentes do autovetor à esquerda, sobre uma demanda de 7425,0MW, são cortados 739,21MW (9,96%). Em relação ao valor cortado por barra, os maiores valores correspondem a 17,00MW na barra 76 e 14,95MW na barra 118, sendo que os valores restantes

oscilam entre 7,79MW na barra 86 e 12,70MW na barra 74 para as barras restantes. No caso da barra 108, toda a demanda foi cortada, devido a que o valor original desta é de 3,6MW.

Tabela 5.5: Sistema de 118 barras - Corte de Carga de Potência Reativa

No.	Q_d			No.	Q_d			No.	Q_d		
	Orig.	Aut.	Mul.		Orig.	Aut.	Mul.		Orig.	Aut.	Mul.
1	48,6	48,35	48,33	41	18,0	17,98	17,96	83	18,0	16,85	16,82
2	16,2	16,08	16,08	43	12,6	12,34	12,10	84	12,6	11,70	11,68
3	18,0	17,80	17,78	44	14,4	14,23	14,03	85	27,0	26,33	26,32
6	39,6	39,50	39,49	45	39,6	39,45	39,32	86	18,0	17,48	17,48
7	3,6	3,53	3,53	47	1,8	1,79	1,81	88	18,0	17,69	17,68
11	41,4	41,31	41,31	48	19,8	19,79	19,82	92	18,0	17,82	17,83
13	28,8	28,60	28,55	50	7,2	7,13	7,10	93	12,6	12,24	12,25
14	1,8	1,74	1,71	51	14,4	14,24	14,11	94	28,8	28,37	28,37
15	54,0	53,72	53,58	52	9,0	8,84	8,68	95	55,8	55,17	55,16
16	18,0	17,92	17,90	53	19,8	19,70	19,53	96	27,0	26,33	26,32
17	5,4	5,23	5,17	55	39,6	39,54	39,44	97	16,2	15,84	15,84
18	61,2	60,87	60,72	56	32,4	32,36	32,27	98	14,4	14,35	14,39
19	45,0	44,65	44,47	57	5,4	5,32	5,24	101	27,0	26,85	26,87
20	5,4	5,04	4,74	58	5,4	5,29	5,16	102	5,4	5,22	5,24
21	14,4	14,04	13,74	60	5,4	5,31	5,35	104	45,0	44,88	44,85
22	9,0	8,70	8,50	62	25,2	25,11	25,14	105	46,8	46,69	46,66
23	5,4	5,34	5,31	67	12,6	12,53	12,55	106	28,8	28,69	28,66
28	12,6	12,51	12,53	70	36,7	34,81	34,74	108	1,8	1,68	1,67
29	7,2	7,19	7,15	74	48,6	43,89	43,65	109	5,4	5,28	5,28
32	41,4	41,37	41,30	75	19,8	14,49	14,22	110	54,0	53,89	53,91
33	16,2	15,89	15,71	76	64,8	49,46	48,70	114	5,4	5,32	5,31
34	46,8	46,52	46,37	77	50,4	48,36	48,27	115	12,6	12,51	12,51
35	16,2	15,90	15,73	78	46,8	44,93	44,86	117	14,4	14,35	14,35
36	30,6	30,30	30,12	79	57,6	56,16	56,11	118	27,0	16,92	16,39
39	19,8	19,67	19,61	82	48,6	47,36	47,32				

Se as componentes do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado são utilizadas, o montante de carga cortado é de 738,77MW, correspondendo ao 9,95% da potência ativa demandada originalmente. Os máximos ajustes na demanda de potência ativa encontrados são de 17,11MW (barra 76) e 15,00MW (barra 118). As demais barras

tiveram cortes de potência ativa com valores entre 7,38MW (barra 86) e 12,66MW (barra 74), com exceção da barra 108, onde a demanda foi zerada como no caso anterior.

Em relação aos ajustes efetuados na demanda de potência reativa, para uma demanda original de 2590,92MVar, o corte total utilizando as componentes do autovetor à esquerda é de 57,88MVar (2,23%), e se o vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado é utilizado, o ajuste total é de 63,77MVar (2,97%).

Os maiores cortes por barra quando utilizadas as componentes do autovetor à esquerda, correspondem às barras 76 e 118, com 15,34MVar e 10,08MVar respectivamente. Outros cortes significativos são observados nas barras 75 e 74 com 5,31 e 4,71MVar. Os cortes nas barras restantes não superam 2MVar. No caso em que o ajuste da demanda é realizado levando em consideração as componentes do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado, o valor do corte nas barras 76 e 118 é de 16,10MVar e 10,61MVar, enquanto que as outras barras que sofrem cortes significativos são 74 e 75 com cortes de aproximadamente 5MVar em ambos casos, enquanto que nas barras restantes o corte é sempre menor que 2MVar.

No caso em que as componentes do autovetor à esquerda são utilizadas, são necessárias 32 iterações do método de pontos interiores para se atingir a convergência final e 2 cortes de carga. Isto indica que dois ajustes de carga foram necessários, tal que o processo foi reinicializado em *flat start*, após cada modificação do carregamento. Como pode ser visto nas tabelas (5.6) e (5.7), os ajustes são realizados nas iterações 8 e 21, sendo calculado o autovetor à esquerda, e reiniciado nas iterações 9 e 22.

O erro final em relação aos resultados obtidos utilizando a opção de máximo carregamento do FLUPOT é de 0,98%, considerando que a direção de incremento do carregamento é a direção estabelecida pela demanda corrigida com fator de potência constante. Note-se que, se o erro fosse nulo, a solução obtida estaria situada na fronteira da região das soluções viáveis, e o parâmetro de carga assumiria um valor nulo. Neste caso, um valor de 0,98% do erro implica em que ainda é possível de se transmitir aproximadamente 0,98% a mais do carregamento obtido mediante o algoritmo proposto.

Se os multiplicadores de Lagrange são utilizados, são necessárias 29 iterações, 2 cortes, e o erro em relação ao FLUPOT quando é utilizada a opção de máximo carregamento é de 1,50%. Os módulos dos vetores formados pelos multiplicadores de Lagrange e duais resultantes da aplicação do fator de ajuste antes de serem normalizados são de 17410,0 e 9247,7 em cada corte. A norma do vetor gradiente da função objetivo no primeiro corte

e igual a 97,86, e no segundo corte é de 98,83.

Tabela 5.6: Sistema de 118 barras - Componentes Autovetor

It.	\mathbf{a}_H^L		\mathbf{a}_H^H	
	Norma	Max.	Norma	Max.
8	$1,4 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-4}$	$1,7 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-3}$
21	$4,8 \times 10^{-5}$	$4,5 \times 10^{-5}$	$6,7 \times 10^{-4}$	$2,6 \times 10^{-4}$

Tabela 5.7: Sistema de 118 barras - Componentes Autovetor

It.	\mathbf{a}_J^{eq}		\mathbf{a}_J^{des}	
	Norma	Max.	Norma	Max.
8	$2,1 \times 10^{-1}$	$1,4 \times 10^{-1}$	$9,7 \times 10^{-1}$	$8,3 \times 10^{-1}$
21	$8,8 \times 10^{-1}$	$9,5 \times 10^{-2}$	$4,6 \times 10^{-1}$	$9,4 \times 10^{-2}$

Tabela 5.8: Sistema de 118 barras - Componentes Multiplicadores

It.	\mathbf{a}_J^{eq}		\mathbf{a}_J^{des}	
	Norma	Max.	Norma	Max.
8	$2,4 \times 10^{-1}$	$1,4 \times 10^{-1}$	$9,7 \times 10^{-1}$	$8,2 \times 10^{-1}$
17	$9,1 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$3,9 \times 10^{-1}$	$8,9 \times 10^{-2}$

Tabela 5.9: Sistema de 118 barras - Tensões extremas (corte de carga)

No.	t	V	V^{mn}	V^{Mx}	π_V^{mn}	π_V^{Mx}	No.	t	V	V^{mn}	V^{Mx}	π_V^{mn}	π_V^{Mx}
10	G	1,05	0,90	1,05	0,00	0,54	76	C	0,90	0,90	1,05	379,0	0,00
24	G	1,05	0,90	1,05	0,00	11,27	80	G	1,05	0,90	1,05	0,00	194,8
25	G	1,05	0,90	1,05	0,00	0,18	81	T	1,05	0,90	1,05	0,00	2,16
26	G	1,05	0,90	1,05	0,00	0,20	87	G	1,05	0,90	1,05	0,00	2,59
46	G	1,05	0,90	1,05	0,00	0,00	89	G	1,05	0,90	1,05	0,00	13,35
48	C	1,05	0,90	1,05	0,00	0,00	91	G	1,05	0,90	1,05	0,00	0,97
49	G	1,05	0,90	1,05	0,00	0,09	99	G	1,05	0,90	1,05	0,00	0,07
66	G	1,05	0,90	1,05	0,00	0,41	100	G	1,05	0,90	1,05	0,00	8,97
69	G	1,05	0,90	1,05	0,00	182,5	111	G	1,05	0,90	1,05	0,00	0,01
72	G	1,05	0,90	1,05	0,00	13,12	113	G	1,05	0,90	1,05	0,00	0,00
73	G	1,05	0,90	1,05	0,00	50,35							

A diferença existente entre o algoritmo proposto e o de máximo carregamento pode

ser atribuída ao aspecto numérico. Esse erro não pode ser evitado porque, para os pontos pertencentes à superfície limite de factibilidade, a matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem é singular, o que provoca a divergência do processo iterativo.

As tabelas (5.6), (5.7) e (5.8) mostram o módulo e a máxima componente do autovetor e multiplicadores de Lagrange e duais. Note-se que os valores das máximas componentes e o módulo dos vetores são similares. Para a correção da demanda, estas componentes foram escalonadas da mesma forma que no exemplo mostrado no capítulo 3.

Tabela 5.10: Sistema de 118 barras - Despacho de potência ativa

No.	P_g^{Au}	P_g^{Mu}	P_g^{Mx}	CL	CQ	No.	P_g^{Au}	P_g^{Mu}	P_g^{Mx}	CL	CQ
4	100,0	100,0	100,0	2,00	1,00	66	475,0	475,0	475,0	0,90	0,75
8	100,0	100,0	100,0	1,00	1,00	69	490,0	490,0	490,0	0,90	0,75
10	540,0	540,0	540,0	0,97	0,75	72	100,0	100,0	100,0	2,00	7,50
12	0,0	0,0	105,0	60,00	7,50	73	100,0	100,0	100,0	2,75	6,50
24	100,0	100,0	100,0	3,00	2,50	80	566,9	563,0	580,0	0,90	1,50
25	270,0	270,0	270,0	0,52	2,00	87	84,6	100,0	100,0	2,50	1,50
26	380,0	380,0	380,0	0,30	1,87	89	730,0	730,0	730,0	0,53	0,53
27	100,0	100,0	100,0	2,00	1,75	90	89,5	100,0	100,0	0,23	5,00
31	100,0	100,0	100,0	0,80	4,50	91	100,0	100,0	100,0	0,23	4,00
40	100,0	100,0	100,0	2,50	4,50	99	100,0	100,0	100,0	0,23	3,00
42	100,0	100,0	100,0	2,50	4,50	100	309,9	310,0	310,0	0,60	2,00
46	100,0	100,0	100,0	0,90	3,50	103	100,0	100,0	100,0	0,90	3,50
49	250,0	250,0	250,0	0,97	2,50	107	100,0	100,0	100,0	1,57	2,50
54	100,0	100,0	100,0	0,90	3,50	111	100,0	100,0	100,0	0,90	3,50
59	190,0	188,9	190,0	0,53	5,25	112	100,0	100,0	100,0	4,50	2,50
61	195,0	179,5	195,0	0,53	5,25	113	100,0	100,0	100,0	1,50	2,50
65	470,0	470,0	470,0	0,30	1,87	116	100,0	100,0	100,0	1,85	3,50

A tabela (5.9) mostra as tensões máximas e mínimas das soluções obtidas ajustando a demanda mediante o autovetor à esquerda e o vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado. Neste caso, as tensões máximas e mínimas são coincidentes. A segunda coluna corresponde ao tipo de barra e a terceira mostra a tensão da barra. As colunas restantes mostram os limites mínimos e máximos de tensão e multiplicadores duais associados. Deve ser observado que a única tensão que atinge o limite mínimo é

a da barra 76, sendo que existem vários geradores que não atingem o limite máximo de tensão.

Na tabela (5.10) são mostrados os despachos de potência ativa dos geradores. As colunas 1 e 7 mostram o número da barra, enquanto que as colunas 2 e 8, e 3 e 9 apresentam os despachos de potência ativa dos geradores para a demanda resultante do corte efetuado utilizando o autovetor à esquerda e o vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado respectivamente. As colunas 4 e 10 mostram os limites máximos de potência ativa gerada, enquanto que as colunas 5 (11) e 6 (12) mostram os coeficientes de custo lineares e quadráticos.

Tabela 5.11: Sistema de 118 barras - Despacho de potência reativa

No.	Q_g^{Au}	Q_g^{Mu}	Q_g^{Mx}	Q_g^{mn}	No.	Q_g^{Au}	Q_g^{Mu}	Q_g^{Mx}	Q_g^{mn}
4	50,0	50,0	50,0	-30,0	66	44,1	52,7	475,0	-200,0
8	47,1	26,6	250,0	-100,0	69	128,1	129,1	-	-
10	-45,0	-45,0	50,0	-45,0	72	-6,6	-3,6	150,0	-80,0
12	299,9	299,9	300,0	-100,0	73	43,2	43,5	380,0	-120,0
24	27,0	19,2	200,0	-50,0	80	363,9	376,8	950,0	-800,0
25	-9,8	-20,5	90,0	-45,0	87	19,8	21,7	40,0	-25,0
26	10,1	6,3	90,0	-50,0	89	64,7	70,6	130,0	-90,0
27	79,9	79,9	80,0	-55,0	90	92,2	87,7	140,0	-95,0
31	97,5	103,8	120,0	-80,0	91	10,7	10,4	15,0	-10,0
40	130,0	125,8	250,0	-100,0	99	-5,8	-7,1	30,0	-30,0
42	50,7	39,5	195,0	-85,0	100	159,7	166,7	330,0	-95,0
46	38,1	35,3	185,0	-55,0	103	71,9	70,2	170,0	-80,0
49	184,3	171,2	880,0	-250,0	107	40,1	39,6	70,0	-30,0
54	219,9	216,2	220,0	-95,0	111	15,5	12,3	30,0	-10,0
59	300,0	299,9	300,0	-85,0	112	41,2	40,9	100,0	-85,0
61	50,0	49,9	50,0	-25,0	113	144,0	145,4	200,0	-90,0
65	-178,3	-190,7	600,0	-300,0	116	-95,0	-95,0	465,0	-95,0

Na tabela (5.11) são mostrados os despachos de potência reativa dos geradores. As colunas 1 e 6 mostram o número da barra, enquanto que as colunas 2 (7) e 3 (8) apresentam os despachos de potência reativa dos geradores para a demanda resultante do corte efetuado utilizando o autovetor à esquerda e o vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado respectivamente. As colunas 4 e 9 mostram os limites máximos de

potência reativa gerada, enquanto que as colunas 5 e 10 mostram limites mínimos de potência reativa gerada.

Nestas tabelas, pode ser observado que a maioria dos geradores atingem o limite superior de potência ativa gerada. O gerador da barra 12 não é despachado devido ao alto valor do coeficiente linear de custo. O fato da demanda corrigida estar situada no interior da região de factibilidade implica em que existe uma pequena margem que permite um despacho dos geradores que diminui o valor da função objetivo. Outra característica desta solução é que poucos limites de potência reativa gerada foram atingidos, mostrando que existe disponibilidade de reativo gerado no sistema, e que pontos críticos no sistema de transmissão impedem que seja utilizado este excedente para manter a tensão nas barras 76 e 118.

5.3.1.2 Relaxamento dos Limites

A seguir são mostrados os resultados obtidos com o sistema de 118 barras relaxando-se limites operativos para a determinação de uma solução operacional. Utiliza-se para este fim as componentes do autovetor à esquerda e do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizados. O nível de carregamento neste caso é o mesmo do caso anterior. Os limites máximos das potências ativa e reativa geradas e o limite de tensão mínima nas barras de carga foram escolhidos para serem relaxados.

Utilizando-se as componentes do autovetor à esquerda, foram necessárias 35 iterações e 2 ajustes dos limites operativos. O erro em relação ao algoritmo de máximo carregamento foi de 0,83%. No caso em que os multiplicadores duais são usados, foram necessárias 33 iterações e duas correções, sendo o erro em relação ao algoritmo de máximo carregamento de 1,46%. Os módulos dos vetores formados pelos multiplicadores de Lagrange e duais resultantes da aplicação do fator de ajuste antes de serem normalizados são de 17974,0 e 9699,3 em cada corte. A norma do vetor gradiente da função objetivo no primeiro corte é igual a 98,72, e no segundo corte é de 98,99

Nas tabelas (5.12) e (5.13) são mostrados os despachos de potência ativa e reativa respectivamente, assim como os ajustes efetuados sobre os limites dos geradores pelo algoritmo proposto, utilizando o autovetor à esquerda correspondente ao autovalor nulo e o vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado.

Tabela 5.12: Sistema de 118 barras - Despacho de potência ativa com limites relaxados

No.	<i>Autovetor.</i>		<i>Mult.</i>		P_g^{max}	No.	<i>Autovetor.</i>		<i>Mult.</i>		P_g^{max}
	P_g	P_g^{max}	P_g	P_g^{max}	<i>Orig.</i>		P_g	P_g^{max}	P_g	P_g^{max}	<i>Orig.</i>
4	128,9	128,9	127,0	127,0	100,0	66	504,7	504,7	500,5	500,5	475,0
8	128,8	128,8	127,3	127,3	100,0	69	519,6	519,6	514,8	514,8	490,0
10	567,8	567,8	563,9	563,9	540,0	72	122,0	127,5	119,3	119,6	100,0
12	0,0	135,3	0,0	106,0	105,0	73	129,0	129,0	121,5	121,5	100,0
24	127,4	127,4	123,9	123,9	100,0	80	550,3	609,8	599,1	599,1	580,0
25	296,8	296,8	292,1	292,1	270,0	87	98,6	122,3	118,8	118,8	100,0
26	407,1	407,1	400,9	400,9	380,0	89	753,7	753,7	749,1	749,1	730,0
27	128,6	128,6	126,3	126,3	100,0	90	92,3	124,5	118,9	118,9	100,0
31	129,0	129,0	125,1	125,1	100,0	91	114,9	124,1	119,5	119,5	100,0
40	132,3	132,3	127,6	127,6	100,0	99	127,3	127,3	123,2	123,2	100,0
42	132,3	132,3	127,4	127,4	100,0	100	305,3	336,7	329,8	329,8	310,0
46	131,4	131,4	127,5	127,5	100,0	103	126,7	126,7	122,2	122,2	100,0
49	281,0	281,0	274,9	274,9	250,0	107	127,3	127,3	123,5	123,5	100,0
54	134,7	134,7	131,1	131,1	100,0	111	124,9	124,9	121,3	121,3	100,0
59	217,3	222,3	212,8	212,8	190,0	112	126,4	126,4	121,9	121,9	100,0
61	205,8	226,0	210,1	215,8	195,0	113	129,0	129,0	126,3	126,3	100,0
65	499,9	499,9	491,4	491,4	470,0	116	129,7	129,7	124,9	124,9	100,0

Nestas tabelas, as colunas 1 e 7 mostram os números das barras, as colunas 2 e 8 os despachos de potência e as colunas 3 e 9 os limites de potência gerada máxima ajustados utilizando o autovetor à esquerda. As colunas 4 e 10 mostram o despacho dos geradores e as colunas 5 e 11 mostram os limites de potência ajustados utilizando o vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado. As colunas 6 e 12 mostram os limites originais.

Nas tabelas mencionadas, pode ser visto que os limites de potência reativa não apresentam alterações de importância, a diferença dos limites de potência ativa gerada máxima. Analisando-se os valores finais dos limites máximos de potência ativa, pode ser observado que, dos 7085,0MW originais de potência máxima disponível, se utilizadas as componentes do autovetor à esquerda, passam a 8054,45MW modificando-se os limites máximos, dos quais são despachados 7732,15MW. Se os multiplicadores de Lagrange e duais normalizados são utilizados, os limites de potência ativa máxima são relaxados até 7857,43MW, dos quais são despachados 7745,34MW. Note-se que o gerador da barra 12 não é despachado devido ao seu alto custo, similarmente ao caso apresentado na tabela (5.10).

Tabela 5.13: Sistema de 118 barras - Despacho de potência reativa c /limites relaxados

No.	Autovetor.		Mult.		Q_g^{max}	No.	Autovetor.		Mult.		Q_g^{max}
	Q_g	Q_g^{max}	Q_g	Q_g^{max}	Orig.		Q_g	Q_g^{max}	Q_g	Q_g^{max}	Orig.
4	50,3	50,3	50,4	50,4	50,0	66	50,6	475,0	-14,4	475,0	475,0
8	122,7	250,0	113,8	250,0	250,0	69	164,0	-	162,6	-	-
10	-46,3	50,0	-46,3	50,0	50,0	72	-5,8	150,0	-5,4	150,0	150,0
12	300,0	300,0	300,0	300,0	300,0	73	56,2	380,0	58,1	380,0	380,0
24	33,9	200,0	34,6	200,0	200,0	80	417,6	950,0	356,7	950,0	950,0
25	-7,6	90,0	-7,4	90,0	90,0	87	25,2	40,0	30,9	40,2	40,0
26	20,9	90,0	16,8	90,0	90,0	89	88,4	130,0	107,9	130,1	130,0
27	80,6	80,6	80,2	80,2	80,0	90	88,7	140,0	79,0	140,0	140,0
31	118,2	120,0	120,1	120,1	120,0	91	10,5	16,1	12,1	15,3	15,0
40	141,1	250,0	138,8	250,0	250,0	99	-9,9	30,0	-0,5	30,1	30,0
42	45,4	195,0	47,0	195,0	195,0	100	174,8	330,0	190,4	330,0	330,0
46	43,5	185,0	44,9	185,0	185,0	103	71,1	170,0	73,7	170,0	170,0
49	196,7	880,0	193,2	880,0	880,0	107	41,7	70,0	41,6	70,1	70,0
54	220,0	220,0	220,0	220,2	220,0	111	8,1	30,9	9,6	30,2	30,0
59	300,4	300,4	300,2	300,2	300,0	112	43,5	100,0	43,0	100,0	100,0
61	50,3	50,3	50,2	50,2	50,0	113	172,4	200,0	168,1	200,0	200,0
65	-182,6	600,0	-23,8	600,0	600,0	116	-95,1	465,0	-95,2	465,0	465,0

A tabela (5.14) mostra as tensões e os limites que foram modificados de forma significativa para as soluções obtidas usando-se o autovetor e multiplicadores duais, respectivamente. Nestas tabelas, a segunda, terceira e quarta colunas mostram os valores do módulo da tensão, dos limites de tensão mínima modificados e os valores dos multiplicadores duais na solução final, respectivamente, para o caso em que a relaxação é realizada segundo as componentes do autovetor. As colunas 5, 6 e 7 mostram essas mesmas grandezas no caso em que a relaxação é realizada aplicando-se as componentes do vetor dos multiplicadores normalizado.

Nesta tabela pode ser observado que unicamente as barras 76 e 118 são as que tiveram o limite de tensão mínima relaxado de forma significativa. Note-se que no caso em que a relaxação é efetuada mediante as componentes do autovetor, a tensão na barra 76 é igual ao limite relaxado.

Tabela 5.14: Sistema de 118 barras - Limites de tensão modificados

No.	<i>Autovetor</i>			<i>Multiplicadores</i>		
	V	V^{min}	π_V^{min}	V	V^{min}	π_V^{min}
76	0,8548	0,8548	330,46	0,8444	0,8394	1,99
118	0,8773	0,8703	0,00	0,8696	0,8561	0,00

Nos casos apresentados para o sistema de 118 barras, a causa da divergência do processo iterativo é mostrada, e uma solução ajustada é obtida, mediante o corte de carga ou o relaxamento dos limites. Em ambos os casos, o custo computacional medido em iterações é o equivalente a executar duas ou três vezes o FPO, sendo que o carregamento a ser suprido está claramente fora da região factível. Em relação aos valores finais dos limites operativos, a utilização do autovetor à esquerda ou multiplicadores duais resultam em relaxações que identificam os limites que devem ser modificados. Nos casos apresentados, os limites em geral são relaxados mais do que o necessário aparentemente. Isto é uma consequência da singularidade da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem na fronteira da região factível. No caso do corte de carga algo similar acontece, no sentido em que os valores dos cortes são um pouco superiores aos calculados mediante algoritmos de máximo carregamento.

5.3.2 Sistema de 750 Barras

A seguir são apresentados resultados obtidos para o equivalente do sistema sul-sudeste brasileiro de 750 barras. Os dados das linhas deste sistema são mostrados na referência [33]. Conforme mostrado na tabela (5.1), o máximo carregamento deste sistema, mantendo o fator de potência constante acontece para um acréscimo de 205% sobre a carga base. Para este carregamento, os limites de potência reativa máxima da maioria das barras são atingidos, sendo crítica a barra 370 (o limite de tensão mínimo é atingido). Nos exemplos mostrados, o carregamento foi fixado com um acréscimo de 230% sobre o carregamento original, o que provoca a divergência do processo iterativo. A operacionalidade da solução é restabelecida mediante a aplicação de corte de carga ou o relaxamento dos limites operativos, sendo neste caso considerados os limites mínimos de tensão e limites máximos de potências ativa e reativa geradas. Os valores iniciais foram fixados em 500MW para o limite de potência ativa, 200MVar e -200MVar para os limites de potência reativa gerada máximos e mínimos, e 1,1 e 0,9pu para os limites de tensão máxima e

mínima das barras. A função objetivo neste caso é o mínimo custo de geração de potência ativa.

5.3.2.1 Corte de Carga

Nesta seção, são apresentados resultados correspondentes à restauração da solubilidade das condições de otimalidade de primeira ordem mediante a aplicação do corte carga. Este ajuste é implementado seguindo-se a direção estabelecida pelas componentes do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado. Para a sobrecarga considerada, a demanda fixada inicialmente foi de 28385,45MW e 15669,75MVar de potências ativa e reativa, respectivamente. O algoritmo proposto restabelece a solubilidade das condições de otimalidade de primeira ordem mediante um ajuste na demanda de 464,11MW e 1402,96MVar, sendo necessária a aplicação de 2 correções na demanda e 26 iterações até a convergência. Os módulos dos vetores formados pelos multiplicadores de Lagrange e duais resultantes da aplicação do fator de ajuste antes de serem normalizados são de 2221,6 e 2066,7 em cada corte. A norma do vetor gradiente da função objetivo é constante em todos os casos e assume o valor de 4,29.

Na solução obtida, os maiores cortes de potência ativa, em valores absolutos, correspondem às barras 370 (3,58MW), 369 (3,58MW), 304 (2,85MW), 281 (2,78MW), 305 (2,64MW), 183(2,58MW), 261 (2,35MW), 266 (2,35MW), 181 (2,33MW) e 383(2,29MW). Em relação aos maiores cortes de potência reativa demandada, os mesmos correspondem às barras 370 (9,88MVar), 304 (6,48MVar), 281 (6,14MVar), 305 (5,98MVar), 183 (5,95MVar), 88 (5,75MVar), 73 (5,73MVar), 261 (5,59MVar), 11 (5,50MVar) e 181 (5,50MVar). Neste caso, a barra 369 zera a carga reativa original (2,71MVar).

Se o programa FLUPOT é utilizado, com a função objetivo custo de corte de carga com a direção fixada e com a demanda obtida via algoritmo proposto, não há demanda de potência rejeitada, o que implica em que os valores obtidos mediante o algoritmo proposto encontram-se dentro da região das soluções viáveis.

Em relação ao valor de máximo carregamento calculado via programa FLUPOT, considerando um acréscimo nas barras de carga a partir da demanda obtida mediante o algoritmo proposto e mantendo o fator de potência constante, os resultados mostram que ainda é possível um acréscimo de 0,25% sobre o carregamento. Ou seja, há possibilidade de se acrescentar 64,51MW e 31,57MVar nas demandas de potências ativa e reativa.

Isto mostra que o ponto obtido mediante a aplicação do algoritmo proposto encontra-se praticamente na fronteira da região viável.

A demanda resultante da aplicação do algoritmo proposto foi testada no programa FLUPOT utilizando-se a função objetivo mínimo custo de geração, observando-se que o mesmo converge para o valor da demanda ajustada calculada mediante o algoritmo proposto. Se a demanda obtida com a opção de máximo carregamento do FLUPOT é usada, minimizando-se o custo de geração como função objetivo, o processo iterativo diverge.

5.3.2.2 Relaxamento dos Limites

De forma similar ao caso do sistema de 118 barras, a solubilidade das condições de otimalidade de primeira ordem é restabelecida mediante a relaxação dos limites, mantendo a demanda original do caso anterior. Neste caso, como aproximação das componentes correspondentes do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem, foram utilizadas as componentes do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado correspondentes, subproduto da aplicação do fator de ajuste. São necessárias uma correção nos limites e 19 iterações até a convergência. O módulo do vetor formado pelos multiplicadores de Lagrange e duais resultantes da aplicação do fator de ajuste antes de ser normalizado é de 2221,6 no ajuste. A norma do vetor gradiente da função objetivo é constante em todos os casos e assume o valor de 4,29.

Na tabela (5.15) são mostrados os limites de tensão relaxados. As colunas 1, 4, 7 e 10 apresentam os índices das barras, enquanto que as colunas 2, 5, 8 e 11 mostram os valores finais da magnitude da tensão, e as colunas 3, 6, 9 e 11 apresentam os valores dos limites relaxados. Em relação aos limites de tensão mínima relaxados, observa-se que 80 barras tiveram os seus limites relaxados, sendo que as maiores relaxações em magnitude aconteceram para as barras 370, 368 e 369, com valores finais dos limites de 0,7503, 0,7898 e 0,8064pu, respectivamente. Note-se que estes limites são inferiores aos valores finais da tensão (0,8600, 0,8608 e 0,8615pu). O fato do limite possuir magnitude menor do que a tensão final verifica-se para a maioria das barras com limites modificados. Isto é necessário para que a solução determinada se situe no interior da região das soluções viáveis.

No que se refere aos limites de potência reativa gerada, na tabela (5.16) são mostradas

as barras que apresentaram relaxamento destes limites. Nesta tabela, as colunas 1, 4, 7 e 10 mostram os índices das barras, enquanto que as colunas 2, 5, 8 e 11 mostram os valores finais de potência reativa gerada nas barras, e as colunas 3, 6, 9 e 11 apresentam os valores dos limites relaxados.

Tabela 5.15: Sistema de 750 barras - Valores finais da tensão e dos limites relaxados de tensão mínima

No.	V	V^{min}	No.	V	V^{min}	No.	V	V^{min}	No.	V	V^{min}
8	0,899	0,889	162	0,891	0,886	236	0,900	0,889	287	0,891	0,886
9	0,891	0,886	163	0,895	0,887	237	0,899	0,889	288	0,881	0,880
11	0,897	0,889	164	0,886	0,883	240	0,895	0,888	300	0,901	0,890
13	0,890	0,886	167	0,895	0,887	241	0,898	0,889	304	0,875	0,874
44	0,898	0,888	168	0,887	0,883	243	0,894	0,888	305	0,878	0,878
51	0,903	0,889	169	0,882	0,880	244	0,890	0,886	306	0,873	0,872
55	0,888	0,884	181	0,887	0,884	245	0,895	0,888	330	0,886	0,883
57	0,893	0,887	183	0,880	0,880	246	0,894	0,887	331	0,890	0,886
58	0,880	0,879	184	0,892	0,887	247	0,894	0,888	333	0,879	0,879
73	0,883	0,882	193	0,895	0,887	248	0,891	0,887	334	0,885	0,883
74	0,893	0,886	204	0,886	0,884	249	0,897	0,889	335	0,895	0,888
75	0,887	0,883	210	0,897	0,888	253	0,899	0,889	336	0,895	0,888
88	0,879	0,878	212	0,896	0,888	261	0,886	0,884	337	0,894	0,887
153	0,885	0,882	219	0,895	0,888	265	0,895	0,888	361	0,870	0,865
154	0,877	0,875	220	0,895	0,888	266	0,881	0,881	368	0,860	0,789
155	0,897	0,888	221	0,895	0,888	269	0,888	0,885	369	0,861	0,806
158	0,887	0,883	224	0,892	0,887	274	0,894	0,888	370	0,860	0,750
159	0,895	0,887	225	0,896	0,888	281	0,867	0,856	378	0,901	0,889
160	0,895	0,887	234	0,896	0,888	282	0,872	0,871	382	0,892	0,886
161	0,889	0,885	235	0,897	0,889	286	0,887	0,884	383	0,890	0,885

Como pode ser observado na tabela (5.16), 78 dos 87 geradores tiveram o seu limite de reativo gerado relaxado. Note-se que os valores finais de potência reativa gerada coincidem com os valores dos limites relaxados e que, da relação com os limites de tensão, pode-se inferir que a causa da divergência do FPO corresponde à falta de disponibilidade de reativo na rede. Em relação ao relaxamento dos limites, a barra com menor relaxamento é a barra 586, com um valor final do limite de 203,85MVar, e a barra que maior relaxação apresenta é a barra 347 com um valor final deste limite de 234,28MVar.

Tabela 5.16: Sistema de 750 barras - Limites de potência reativa gerada relaxados

No.	Q_g	Q_g^{max}	No.	Q_g	Q_g^{max}	No.	Q_g	Q_g^{max}	No.	Q_g	Q_g^{max}
17	230,7	230,7	316	228,3	228,3	494	219,6	219,6	608	222,6	222,6
22	230,4	230,4	322	228,8	228,8	496	219,2	219,2	614	221,5	221,5
60	232,5	232,5	341	229,8	229,8	502	222,5	222,5	616	220,1	220,1
65	232,1	232,1	342	231,0	231,0	507	206,2	206,2	617	221,5	221,5
84	230,8	230,8	344	230,6	230,6	511	222,7	222,7	618	220,0	220,0
87	230,2	230,2	346	230,9	230,9	519	220,4	220,4	619	225,0	225,0
93	233,5	233,5	347	234,2	234,2	553	219,9	219,9	621	219,8	219,8
95	233,5	233,5	348	233,1	233,1	554	219,7	219,7	622	223,2	223,2
97	232,1	232,1	349	228,0	228,0	570	218,8	218,7	629	221,6	221,6
102	229,8	229,8	367	229,3	229,3	572	219,3	219,3	631	225,5	225,5
105	231,3	231,3	406	221,1	221,1	573	220,6	220,6	707	222,5	222,5
108	230,8	230,8	462	213,4	213,4	586	203,8	203,8	709	221,6	221,6
114	221,9	221,9	470	220,1	220,1	592	224,3	224,3	711	222,2	222,2
141	228,3	228,3	472	221,4	221,4	594	220,9	220,9	728	218,9	218,9
152	225,7	225,7	474	220,6	220,6	595	221,5	221,5	729	220,1	220,1
170	235,0	235,0	475	222,0	222,0	597	220,1	220,1	734	220,1	220,1
290	226,3	226,3	479	225,5	225,5	599	223,4	223,4	739	219,6	219,6
298	228,7	228,7	485	217,8	217,8	600	222,5	222,5	742	218,4	218,4
303	231,9	231,9	488	220,5	220,5	606	222,4	222,4			
308	216,8	216,8	492	219,9	219,9	607	222,6	222,6			

Em relação a potência ativa gerada, a tabela (5.17) mostra os limites que apresentaram relaxação. As colunas 1, 5, e 9 mostram os índices das barras, enquanto que as colunas 2, 6, e 10 mostram os valores finais de potência ativa gerada nestas barras. As colunas 3, 7, e 11 apresentam os valores dos limites de potência ativa gerada relaxados e as colunas 4, 8 e 12, os valores dos coeficientes lineares de custo considerados. Pode-se observar que apenas 17 limites de potência ativa gerada foram relaxados, num conjunto de 87 geradores. Esta relaxação corresponde a geradores que se encontram na região das barras críticas, e a relaxação destes limites visa reduzir o consumo de potência reativa mediante o redespacho. Isto pode ser inferido a partir dos custos associados aos geradores, reproduzidos na tabela (5.17). Nesta tabela, a barra 348 apresenta uma das maiores relaxações, ainda que tenha um custo de geração maior que o das barras vizinhas. O mesmo acontece entre a barra 303 e 298, correspondendo à primeira uma relaxação maior, ainda quando apresenta um custo superior.

Tabela 5.17: Sistema de 750 barras - Limites de potência ativa gerada relaxados

No.	P_g	P_g^{max}	CC	No.	P_g	P_g^{max}	CC	No.	P_g	P_g^{max}	CC
60	503,1	503,1	0,42	298	503,9	503,9	0,40	348	506,2	506,2	0,50
93	501,1	501,1	0,46	303	506,9	506,9	0,41	349	502,6	502,6	0,49
95	487,3	501,1	0,47	342	501,9	501,9	0,46	367	502,1	502,1	0,48
97	501,1	501,3	0,48	344	501,8	501,8	0,47	406	502,4	502,4	0,47
141	502,0	502,0	0,46	346	502,5	502,5	0,48	479	502,1	502,1	0,43
170	506,8	506,8	0,44	347	505,6	505,6	0,49				

Se relaxados estes limites e executando-se o programa FLUPOT para minimizar o custo de geração, a convergência é alcançada sem problemas. Entretanto, para o máximo carregamento no programa FLUPOT, mantendo-se o fator de potência, os resultados mostram que existe uma diferença (de 0,98%) entre as soluções obtidas; isto é, com os limites relaxados e relativa ao máximo carregamento com estes novos limites.

5.3.3 Análise das Soluções

5.3.3.1 Corte de Carga

A seguir são mostrados os resultados para os sistemas IEEE 118, SSB 352 e 750 barras, utilizando-se as componentes do vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais normalizado ao invés das componentes do autovetor. Nestes resultados, procura-se analisar a qualidade da solução em relação aos seguintes quesitos:

- Quantidade de iterações e cortes para se atingir a convergência.
- O erro em relação ao algoritmo de máximo carregamento.

Para isto, foram analisados 50 casos diferentes para os 3 sistemas mencionados. Em cada caso, a carga do sistema foi incrementada em 2% do carregamento nominal do sistema, quantidade explicitada na tabela (5.1), mantendo-se o fator de potência constante, a partir do máximo carregamento admissível do sistema.

Em relação ao primeiro quesito, os gráficos (5.1) e (5.2) mostram a totalidade das iterações e ajustes necessárias para se atingir a convergência para cada um dos 50 casos mencionados.

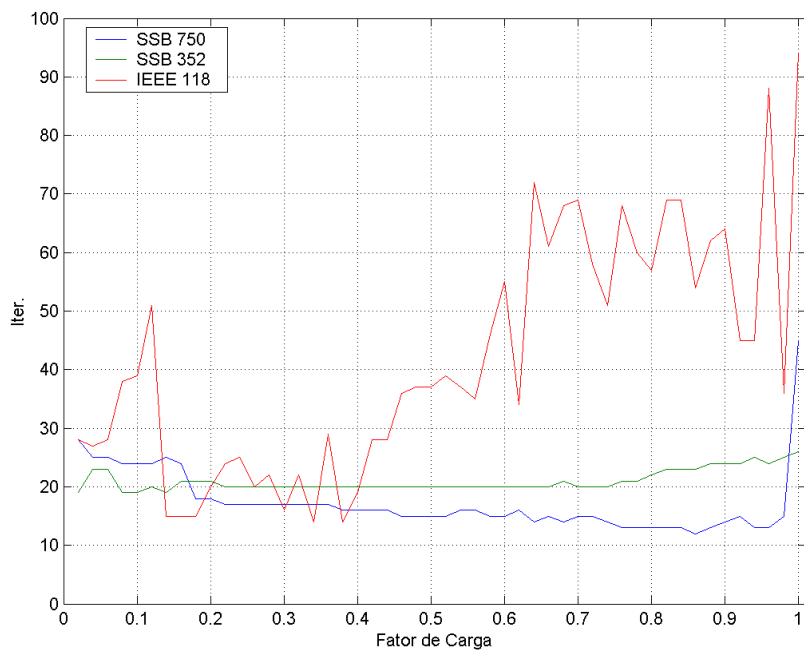


Figura 5.1: Iterações totais em função do parâmetro de carga - Ajuste da carga

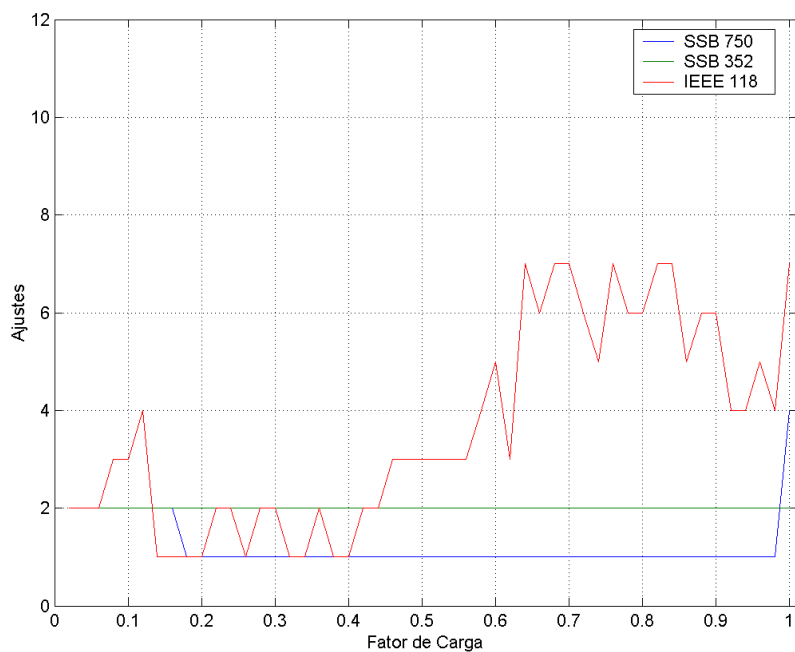


Figura 5.2: Ajustes em função do parâmetro de carga - Ajuste da carga

Na figura (5.1) pode ser observado que existe uma tendência nos três sistemas a uma elevação da quantidade de iterações necessárias, com o aumento da distância entre a demanda a ser suprida e a fronteira da região das soluções viáveis. O mesmo pode-se dizer sobre a quantidade de ajustes de carga necessários para se obter um ponto de carregamento viável (5.2).

Para o sistema IEEE 118, nota-se que o mínimo de iterações necessário acontece nas proximidades da fronteira da região das soluções viáveis, até o 144% do carregamento aproximadamente. Em relação aos altos valores das quantidades de ajustes e iterações para carregamentos altos, é de ser notado que as equações da rede deste sistema não têm solução a partir de 262% do carregamento, sendo que neste caso o último ponto destas curvas representa o 250% do carregamento.

Para o sistema SSB 352 os resultados mostram que a quantidade de iterações sofre um incremento menor que no sistema anterior, sendo que oscila entre 20 e 25 iterações para o intervalo considerado. Dois ajustes na carga são necessários ao longo do intervalo.

Em relação ao sistema SSB 750 barras, mostra-se que a quantidade de iterações e ajustes na carga diminui ao longo do intervalo considerado, sofrendo um crescimento abrupto no final. Inicialmente são necessários 28 iterações e 2 ajustes na carga para se obter uma solução viável, sendo que o mínimo de iterações e ajustes acontece para 86% do carregamento, com 15 iterações e 1 ajuste. Este comportamento pode ser explicado ao se considerar que a não factibilidade é detectada nas primeiras iterações e o ajuste na demanda é suficientemente eficaz para achar um ponto viável dentro da região das soluções factíveis. A partir do 86% do carregamento, o número de cortes e iterações cresce, chegando a requerer 50 iterações e 4 cortes no final do intervalo considerado.

Na figura (5.3) é mostrado o erro percentual em relação ao algoritmo formulado em [8]. Neste caso, as demandas de potências ativa e reativa base e a direção de corte foram especificadas como o vetor das potências ativas e reativas demandadas resultante da aplicação do algoritmo proposto; isto é, o valor do parâmetro de carga esperado é de 0 (zero), para o caso em que os resultados dos dois algoritmos coincidam.

Para o sistema IEEE 118 barras, os valores do erro se mantêm limitados em 1,5%; isto é, utilizando a direção especificada no corte do algoritmo proposto, só poderíamos incrementar o carregamento em 1,5% sobre a carga existente.

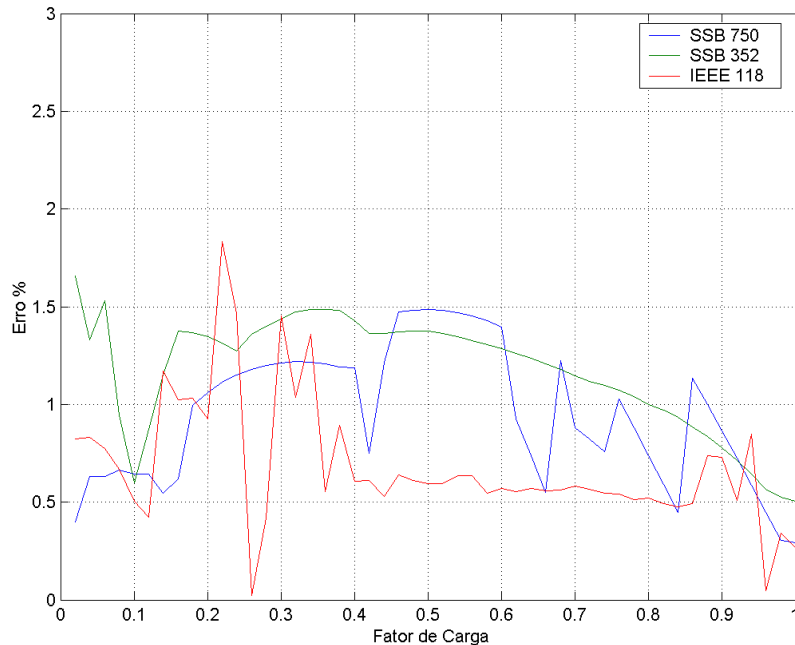


Figura 5.3: Erro em relação ao algoritmo de máximo carregamento - Ajuste da carga

No caso do sistema SSB 352, os valores de erro mantêm-se dentro do 1,5%, com exceção dos casos que se encontram próximos da fronteira da região das soluções factíveis. O sistema SSB 750 apresenta um comportamento melhor que os anteriores, mantendo-se uma grande parte dos casos em valores inferiores ao 0,5%.

Estes afastamentos dos valores esperados mostram que o algoritmo atinge um ponto de carregamento viável, mas que o mesmo dificilmente se encontra na fronteira da região das soluções viáveis. Este comportamento pode ser atribuído à impossibilidade de convergência do FPO na fronteira da região factível, devido à singularidade da matriz Jacobiana das condições de otimalidade.

5.3.3.2 Relaxamento dos Limites

Nesta subsecção, são mostrados os resultados para o caso em que os limites operativos são relaxados.

Nas figuras (5.4) e (5.5) apresenta-se o número total de iterações e ajustes até se atingir a convergência com os limites modificados. Os limites operativos modificados nestes casos

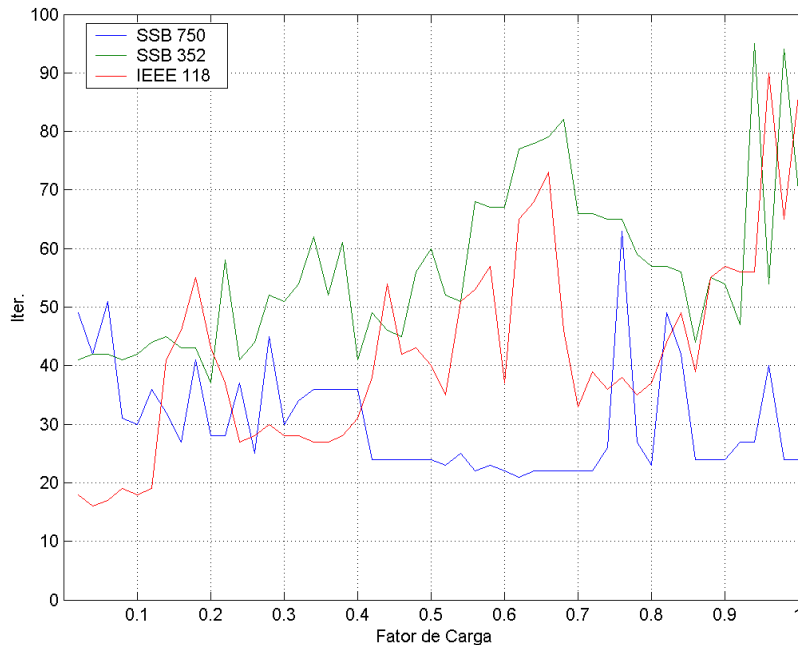


Figura 5.4: Iterações totais em função do parâmetro de carga - Ajuste dos limites

foram os de tensão mínima em barras de carga e os das potências ativas e reativas geradas máximas.

Nestas figuras, para o sistema de 118 barras, o número de iterações totais varia entre 20, para os casos em que as soluções estão perto da fronteira da região de factibilidade, até 90 nos casos com mais de 90% de sobrecarga. Em relação aos ajustes, a quantidade requerida oscila entre 1 e 8.

Em relação ao sistema de 352 barras, o número de iterações se manteve entre 40 e 60, com alguns casos isolados, onde o número de iterações chega a atingir 90. A causa deste comportamento é que a correção dos limites é realizada sobre pontos da fronteira. Neste caso, a correção feita é pequena em módulo de forma que o relaxamento dos limites não consegue que a demanda a ser suprida corresponda a uma solução no interior da região de factibilidade, apresentando um mal condicionamento da matriz Jacobiana. A quantidade de ajustes oscila entre 3 e 12 para este sistema.

De forma similar aos casos anteriores, para o sistema de 750 barras, as figuras mencionadas mostram que a maior quantidade de iterações acontece para pontos perto da

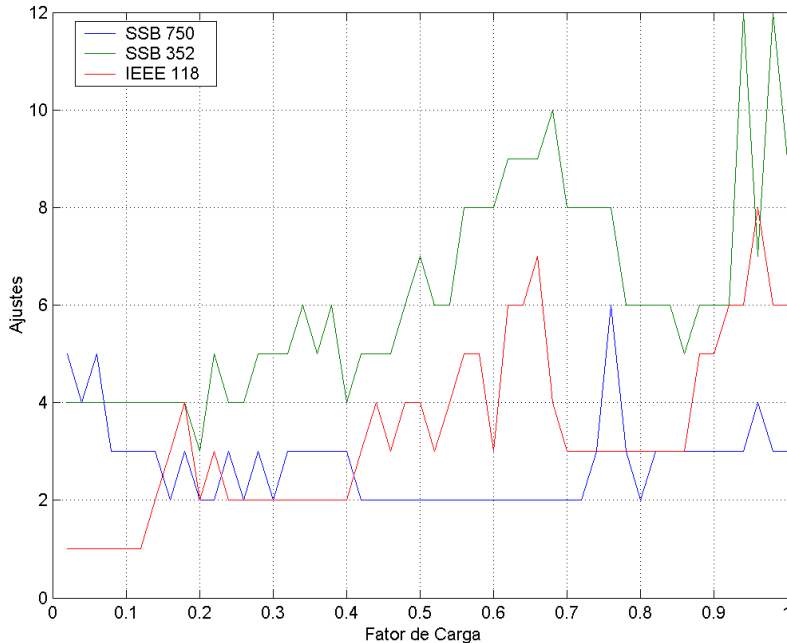


Figura 5.5: Ajustes para Relaxamento dos limites operativos

fronteira da região de factibilidade. Neste caso também acontece um retardo na convergência para 76 e 82% de incremento no carregamento, de forma similar ao sistema de 352 barras. A quantidade de ajustes oscila entre 2 e 6 para este sistema, sendo que a quantidade de iterações requerida oscila entre 22 e 35, com alguns casos isolados onde demanda 60 iterações até a convergência.

Na figura (5.6) é mostrado o erro em (%) em relação ao algoritmo de máximo carregamento, incrementando a demanda em todas as barras mantendo o fator de potência constante. Nesta figura é mostrado que, à exceção de dois casos do sistema de 750 barras, a grande maioria dos resultados se mantém dentro de 2% de erro; isto é, com o relaxamento dos limites efetuado seria possível transmitir 2% a mais de potência além da demandada.

As figuras (5.7) a (5.9) mostram a quantidade de limites de potência ativa e reativa máxima e tensão mínima que o algoritmo relaxa em função do crescimento da carga. No caso do sistema de 118 barras, é possível de se observar que para valores de carregamento de até 162% não existem limites de potência ativa e reativa máximos relaxados. Neste intervalo, as tensões nas barras 76 e 118 são a causa da não convergência. A partir

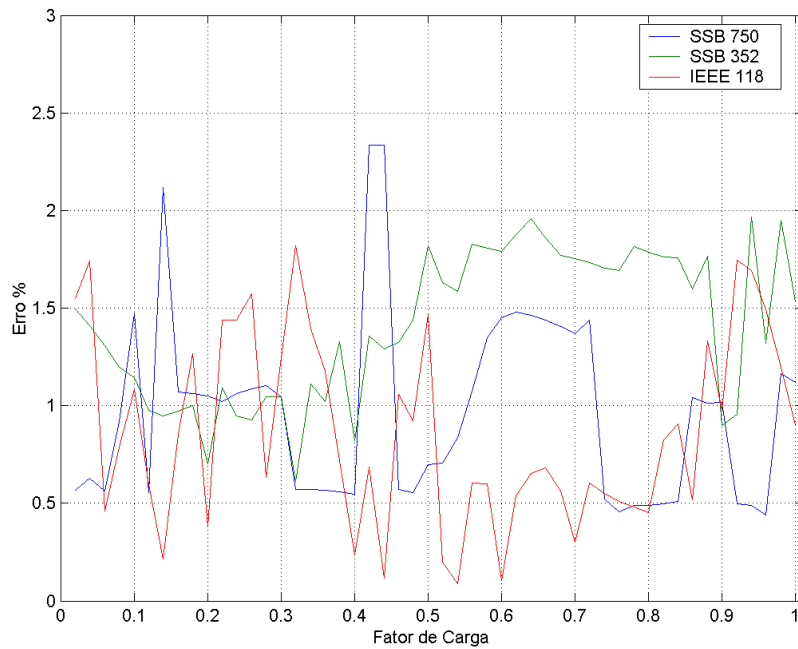


Figura 5.6: Erro em relação ao algoritmo de máximo carregamento - Ajuste dos limites

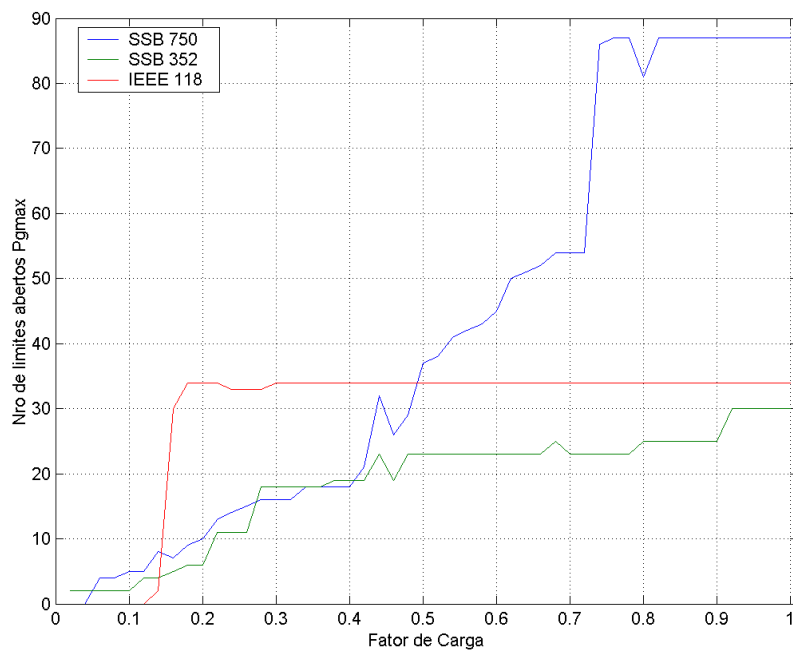


Figura 5.7: Limites de potência ativa gerada máxima modificados

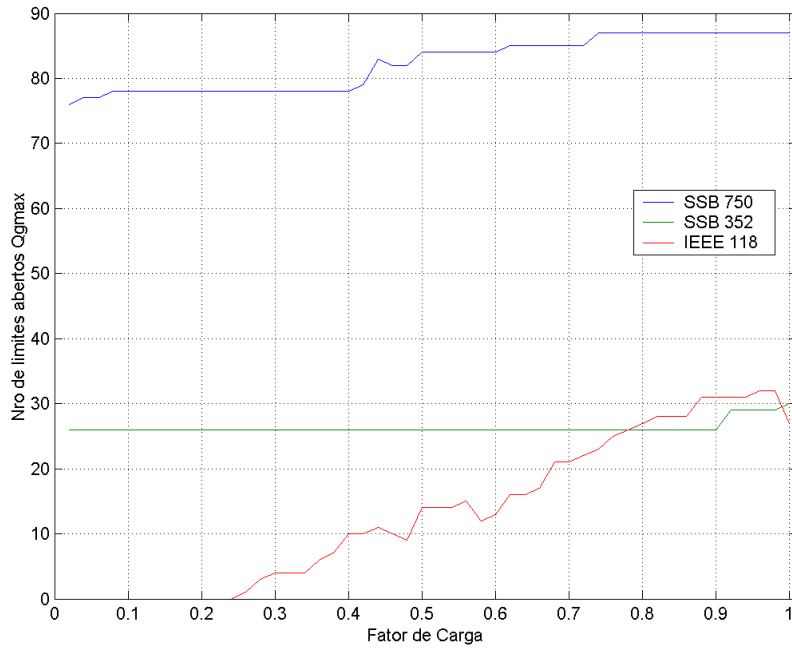


Figura 5.8: Limites de potência reativa gerada máxima modificados

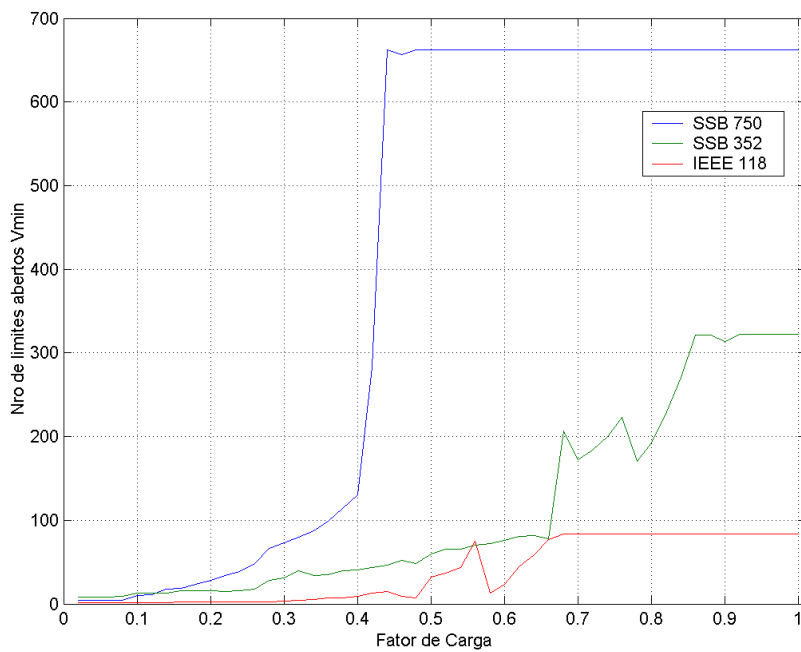


Figura 5.9: Limites de tensão mínima modificados

deste ponto, praticamente todos os limites de potência ativa gerada são relaxados. O número de limites de tensão mínima relaxados permanece baixo até se atingir o 200% do carregamento original, a partir do qual a quantidade de limites de tensão mínima relaxados incrementa-se significativamente.

Em relação ao sistema de 352 barras, pode ser observado que a quantidade de limites de potência ativa máxima gerada e limites de tensão mínima são relaxados gradativamente, enquanto que a maioria dos limites de potência reativa gerada máxima são modificados a partir do início do incremento do parâmetro de carga. Isto mostra que neste sistema há uma deficiência de reativo gerado.

O sistema de 750 barras mostra um comportamento similar ao de 352 barras, sendo relaxados os limites de tensão mínima e potência ativa máxima gradativamente com o crescimento do parâmetro de carga. A maioria dos limites de potência reativa gerada é modificada em todo o intervalo deste estudo. No caso dos limites de tensão mínima, é notório o comportamento a partir do ponto de 350% de carregamento, onde passa de relaxar alguns destes limites a relaxar a maioria.

5.4 Uso de Parametrização

Nesta seção são mostrados os resultados correspondentes à parametrização da carga e dos limites operativos como ferramenta para se evitar a divergência do processo iterativo.

No caso do sistema de 118 barras, quando utilizado o corte de carga, os resultados mostram o comportamento do algoritmo em relação a diferentes funções objetivo. Se os limites são relaxados, é mostrada a influência de diferentes valores da constante ω sobre a relaxação dos limites operativos.

A seguir são comparados os resultados obtidos para o sistema SSB 750 com resultados do programa FLUPOT. Neste último são consideradas as funções objetivo de mínimo custo de geração, custo de corte de carga e máximo carregamento com direção pré-especificada. Quando a demanda é parametrizada, o procedimento para a validação dos resultados numéricos pode ser resumido nos seguintes passos:

1. Especificação de um carregamento para o qual o FPO convencional não apresenta solução.

2. Aplicação do algoritmo proposto para a determinação de uma solução que pertença à fronteira da região factível.
3. Uso da direção estabelecida anteriormente para resolver o problema de FPO através do programa FLUPOT, considerando como função objetivo a soma do custo de corte de carga (afetada pelo mesmo valor de ω) e o mínimo custo de geração.
4. Comparar as soluções obtidas mediante o algoritmo proposto e o programa FLUPOT.

Se a parametrização é aplicada aos limites operativos, então o procedimento pode ser resumido como:

1. Especificação de um carregamento para o qual o FPO convencional não apresenta solução.
2. Aplicação do algoritmo proposto para a determinação de uma solução do FPO mediante a mínima relaxação dos limites operativos numa direção pré-especificada de forma a estabelecer uma nova superfície limite de viabilidade. Esta solução pertence à nova fronteira da superfície limite de viabilidade.
3. Uso dos limites relaxados para formular o problema de máximo carregamento e obter a sua solução usando o programa FLUPOT.
4. Comparação das soluções obtidas mediante o algoritmo proposto e o programa FLUPOT.
5. Executar o programa FLUPOT com a função objetivo de mínimo custo de geração com limites operativos relaxados obtidos mediante o algoritmo proposto e a) demanda especificada, e b) demanda obtida mediante a opção de máximo carregamento.

Finalmente, são comparados o desempenho, medido em número de iterações, e a proximidade à fronteira da região das soluções factíveis, em relação ao algoritmo de máximo carregamento, para diferentes valores do carregamento dos sistemas IEEE 118 e SSB 352 e 750 barras.

5.4.1 Sistema de 118 Barras

A seguir são apresentados resultados numéricos obtidos para o sistema IEEE de 118 barras. Conforme mencionado na tabela (5.1), o valor do carregamento máximo admissível deste sistema corresponde a um acréscimo de 51% na demanda base. Para testar os algoritmos propostos, adotou-se um aumento de 80% na demanda, mantendo-se o fator de potência, similarmente ao caso da aplicação do fator de ajuste, o que resulta na divergência do processo iterativo quando se aplica o método convencional de solução do FPO.

5.4.1.1 Parametrização da Demanda

Resultados da aplicação da parametrização da demanda são apresentados a seguir, para três funções objetivo diferentes: a) mínimo custo de geração; b) mínimo desvio quadrático da tensão; e c) a opção do programa FLUPOT de custo de corte de carga numa direção pré-especificada. Duas direções de corte são testadas, sendo que no primeiro caso o corte de carga é efetuado sobre as barras de carga exclusivamente, enquanto que no segundo caso a direção de corte inclui todas as barras com os seus valores originais, mantendo-se o fator de potência constante em ambos casos.

Os valores especificados para o fator de ponderação ω nestes casos são de 10000 para a função objetivo de mínimo custo de geração, valor que garante a condição $\|\nabla_x f_o\| \ll \omega$. O valor da norma do vetor gradiente da função objetivo no ponto considerado é de 81,65. No caso em que a função objetivo é o mínimo desvio quadrático de tensão, o valor do fator de ponderação ω foi fixado em 1000, enquanto que o valor da norma do vetor gradiente da função objetivo assume o valor 0,613 no ponto ótimo.

No caso em que o corte é efetuado sobre as barras de carga, o montante da demanda que o sistema pode atender é similar nas duas funções objetivo testadas e o calculado mediante a opção de custo de corte de carga do programa FLUPOT. Quando a função testada é o mínimo desvio de tensão, o parâmetro de carga apresenta um valor de $\rho = 0,16091$, o que representa um decréscimo na demanda de 742,64MW e 290,05MVar sobre um total de 7425,00MW e 2590,92MVar. Quando a função testada é o mínimo custo de geração de potência ativa, o parâmetro de carga assume um valor de 0,1638, o que representa um corte de carga de 756,03MW e 295,27MVar. No caso em que a função objetivo custo de corte de carga numa direção pré-especificada é considerada, o valor do corte é de 16,3820% da demanda a ser originalmente suprida, o que implica em um corte

de carga de potência ativa e reativa de 756,04MW e 295,28MVar, respectivamente.

Tabela 5.18: Sistema de 118 barras - Despacho de potência ativa para três f_o diferentes

No.	P_g				No.	P_g			
	mcg	$mdqv$	ccc	P_g^{max}		mcg	$mdqv$	ccc	P_g^{max}
4	100,0	100,0	99,99	100,0	66	475,0	475,0	474,99	475,0
8	100,0	100,0	99,99	100,0	69	490,0	490,0	489,99	490,0
10	540,0	540,0	539,99	540,0	72	100,0	100,0	99,99	100,0
12	105,0	105,0	104,99	105,0	73	100,0	100,0	99,99	100,0
24	100,0	100,0	99,99	100,0	80	580,0	580,0	579,99	580,0
25	270,0	270,0	269,99	270,0	87	34,8	33,1	33,81	100,0
26	380,0	380,0	379,99	380,0	89	590,6	605,9	589,82	730,0
27	100,0	100,0	99,99	100,0	90	97,6	99,8	99,83	100,0
31	100,0	100,0	99,99	100,0	91	100,0	99,9	99,92	100,0
40	100,0	100,0	99,99	100,0	99	100,0	100,0	99,99	100,0
42	100,0	100,0	99,99	100,0	100	310,0	309,9	309,99	310,0
46	100,0	100,0	99,99	100,0	103	100,0	99,9	99,99	100,0
49	250,0	250,0	249,99	250,0	107	100,0	99,9	99,99	100,0
54	100,0	100,0	99,99	100,0	111	100,0	99,9	99,99	100,0
59	190,0	190,0	189,99	190,0	112	100,0	99,9	99,99	100,0
61	195,0	195,0	194,99	195,0	113	100,0	100,0	99,99	100,0
65	470,0	470,0	469,99	470,0	116	100,0	100,0	99,99	100,0

As tabelas (5.18) e (5.19) apresentam os despachos de potência ativa e reativa dos geradores, calculados otimizando-se as três funções objetivos mencionadas. Na tabela (5.18), as colunas 1 e 6 mostram os índices das barras de geração, enquanto que as colunas 2, 3 e 4 apresentam os despachos de potência ativa dos geradores para as funções objetivo de mínimo custo de geração (mcg), mínimo desvio quadrático do módulo da tensão ($mdqv$) e custo de corte de carga (ccc). As colunas 7, 8 e 9 têm a mesma descrição que as colunas 2, 3 e 4. As colunas 5 e 10 apresentam os limites de potência ativa gerada máxima. Em relação à tabela (5.19), as colunas 1 e 7 mostram os números das barras de geração, enquanto que as colunas 2, 3 e 4 (e as 8, 9 e 10) apresentam os despachos de potência reativa dos geradores para as funções objetivo de mínimo custo de geração (mcg), mínimo desvio quadrático do módulo da tensão ($mdqv$) e custo de corte de carga (ccc). As colunas 8, 9 e 10 têm a mesma descrição que as colunas 2, 3 e 4. As colunas 6, 7, 11 e 12, apresentam os limites de potência reativa gerada máxima e mínima.

Na tabela (5.18) pode ser observado que os valores de despacho de potência ativa diferem muito pouco entre as diferentes funções objetivo testadas. Deve ser lembrado que, como visto no caso do fator de ajuste, este sistema está limitado pela tensão nas barras 76 e 118, e pela potência ativa gerada máxima. Em relação ao custo de geração, quando a função de custo de corte de carga é considerada, o custo de geração foi de 36262,0\$. Se o mínimo desvio quadrático de tensão é otimizado junto ao parâmetro de carga, o valor do custo de geração é de 36364,0\$. Se a função objetivo é o mínimo custo de geração de potência ativa junto ao parâmetro de carga, o valor diminui para 36248,0\$.

Note-se que, nestes casos, a tensão mínima é fixada pela barra 76, a qual é crítica.

Os despachos de potência reativa diferem ligeiramente, sendo isto atribuído a que índices diferentes são otimizados.

Tabela 5.19: Sistema de 118 barras - Despacho de potência reativa para três f_o diferentes

No.	Q_g					No.	Q_g				
	mcg	$mdqv$	ccc	Q_g^{max}	Q_g^{min}		mcg	$mdqv$	ccc	Q_g^{max}	Q_g^{min}
4	46,1	45,9	39,8	50,0	-30,0	66	-200,0	-40,7	-194,3	475,0	-200,0
8	103,1	94,3	111,2	250,0	-100,0	69	169,9	156,3	189,5	-	-
10	-45,0	-44,9	-44,9	50,0	-45,0	72	-6,3	-6,4	-6,3	150,0	-80,0
12	193,4	191,8	193,1	300,0	-100,0	73	41,7	41,3	41,7	380,0	-120,0
24	17,7	20,8	18,1	200,0	-50,0	80	229,4	232,8	229,8	950,0	-800,0
25	-45,0	-26,9	-37,6	90,0	-45,0	87	15,3	15,6	15,4	40,0	-25,0
26	44,7	29,8	38,5	90,0	-50,0	89	20,4	46,4	24,1	130,0	-90,0
27	80,0	73,4	79,0	80,0	-55,0	90	123,9	76,4	116,9	140,0	-95,0
31	87,4	78,1	86,9	120,0	-80,0	91	-10,0	10,7	-7,2	15,0	-10,0
40	111,9	111,9	112,0	250,0	-100,0	99	-8,5	-8,7	-8,8	30,0	-30,0
42	41,0	39,1	40,9	195,0	-85,0	100	116,2	146,8	120,0	330,0	-95,0
46	20,2	19,5	19,7	185,0	-55,0	103	61,2	47,0	58,7	170,0	-80,0
49	163,5	176,8	164,8	880,0	-250,0	107	32,7	27,6	32,0	70,0	-30,0
54	205,9	199,6	205,7	220,0	-95,0	111	10,9	10,4	11,5	30,0	-10,0
59	300,0	299,8	299,9	300,0	-85,0	112	37,0	33,3	36,6	100,0	-85,0
61	50,0	49,8	49,8	50,0	-25,0	113	74,0	87,1	75,1	200,0	-90,0
65	61,2	-94,1	36,6	600,0	-300,0	116	-95,0	-94,8	-94,8	465,0	-95,0

No caso em que o corte de carga é aplicado a todas as barras, somente os limites de tensão são críticos, resultando em diferentes despachos de potências ativa e reativa, os

quais são mostrados nas tabelas (5.20) e (5.21). Nestas tabelas, as colunas têm o mesmo significado que nas tabelas (5.18) e (5.19).

Quando o índice a ser otimizado é o custo de corte de carga, o máximo montante de demanda que o sistema pode atender é um acréscimo de 50,98% sobre a demanda base. Isto implica em que um corte de carga de 1196,6MW e 417,53MVar sobre a demanda fixada em 180% da nominal é necessário, sendo que para o despacho fornecido por este índice, o custo de geração de potência ativa é de 32624,0\$.

Tabela 5.20: Sistema de 118 barras - Despacho de potência ativa para corte em todas as barras

No.	P_g				No.	P_g			
	mcg	$mdqv$	ccc	P_g^{max}		mcg	$mdqv$	ccc	P_g^{max}
4	100,0	97,3	93,4	100,0	66	475,0	475,0	471,7	475,0
8	100,0	97,0	93,3	100,0	69	490,0	490,0	486,9	490,0
10	540,0	538,4	532,9	540,0	72	81,6	100,0	86,2	100,0
12	0,0	103,1	98,8	105,0	73	100,0	100,0	99,9	100,0
24	100,0	86,4	65,5	100,0	80	532,1	580,0	552,8	580,0
25	269,9	224,2	258,4	270,0	87	41,6	33,1	41,3	100,0
26	345,5	361,0	370,0	380,0	89	514,7	605,9	577,7	730,0
27	100,0	90,0	90,5	100,0	90	53,0	99,8	5,1	100,0
31	100,0	92,8	91,6	100,0	91	54,7	99,9	37,7	100,0
40	100,0	98,3	95,6	100,0	99	100,0	100,0	33,2	100,0
42	100,0	98,0	95,9	100,0	100	234,0	309,9	305,4	310,0
46	100,0	97,2	96,3	100,0	103	100,0	99,9	95,3	100,0
49	250,0	246,8	246,1	250,0	107	100,0	99,9	96,0	100,0
54	100,0	98,6	96,7	100,0	111	99,9	99,9	92,9	100,0
59	183,8	187,6	186,2	190,0	112	99,9	99,9	94,2	100,0
61	176,6	192,2	190,9	195,0	113	100,0	100,0	95,3	100,0
65	469,9	466,8	465,6	470,0	116	100,0	100,0	96,2	100,0

No caso em que o custo de geração de potência ativa é otimizado junto ao parâmetro de carga, o custo de geração de potência ativa é de 31484,0\$, sendo necessário um corte de 16,12% sobre a demanda fixada em 180% da nominal. Isto representa uma redução de 1196,6MW e 417,56MVar nas demandas de potências ativa e reativa, respetivamente.

Se o desvio quadrático da tensão é otimizado junto ao o parâmetro de carga ρ , o custo de geração de potência ativa é de 32977,0\$, sendo necessário um decréscimo de

15,78% sobre o carregamento fixado em 180% do carregamento nominal do sistema, o que representa um corte de carga de potências ativa e reativa de 1171,80MW e 408,90MVar respectivamente.

Nos despachos de potência ativa dos geradores, a maior diferença é a correspondente ao gerador da barra 12, devido ao elevado custo de geração desta barra. Quando o desvio quadrático de tensão é minimizado, esta unidade geradora é despachada com praticamente o seu valor máximo de potência, enquanto que no caso da minimização do custo de geração, este gerador não é despachado, devido ao alto custo associado.

Tabela 5.21: Sistema de 118 barras - Despacho de potência reativa com corte em todas as barras

No.	Q_g					No.	Q_g				
	mcg	$mdqv$	ccc	Q_g^{max}	Q_g^{min}		mcg	$mdqv$	ccc	Q_g^{max}	Q_g^{min}
4	44,9	43,5	13,5	50,0	-30,0	66	177,8	-61,3	-5,8	475,0	-200,0
8	103,9	-20,0	76,5	250,0	-100,0	69	106,8	122,9	46,4	-	-
10	-44,9	-44,1	-18,4	50,0	-45,0	72	-3,8	-4,8	-4,6	150,0	-80,0
12	205,2	297,5	225,0	300,0	-100,0	73	40,9	40,7	40,9	380,0	-120,0
24	14,4	46,0	70,7	200,0	-50,0	80	200,9	254,0	263,8	950,0	-800,0
25	-44,9	-27,5	4,1	90,0	-45,0	87	14,3	14,3	14,3	40,0	-25,0
26	22,6	-10,6	3,9	90,0	-50,0	89	38,7	22,6	16,9	130,0	-90,0
27	79,9	42,3	26,3	80,0	-55,0	90	77,6	109,7	115,6	140,0	-95,0
31	84,3	70,8	60,6	120,0	-80,0	91	14,9	14,3	12,5	15,0	-10,0
40	95,7	186,4	128,7	250,0	-100,0	99	-11,8	-28,7	-19,7	30,0	-30,0
42	19,7	-27,6	18,3	195,0	-85,0	100	112,9	198,9	201,0	330,0	-95,0
46	17,6	19,2	20,5	185,0	-55,0	103	55,0	-7,2	16,9	170,0	-80,0
49	141,9	176,8	131,1	880,0	-250,0	107	28,8	27,6	14,9	70,0	-30,0
54	152,2	218,1	177,1	220,0	-95,0	111	6,5	-2,6	8,8	30,0	-10,0
59	278,0	250,5	213,8	300,0	-85,0	112	33,1	41,8	16,1	100,0	-85,0
61	25,2	-0,0	13,1	50,0	-25,0	113	80,7	131,6	120,4	200,0	-90,0
65	-299,8	-173,9	-107,6	600,0	-300,0	116	-94,9	-90,8	-9,9	465,0	-95,0

Em relação ao despacho de potência reativa, observa-se que o mesmo difere na maioria dos geradores para as diferentes funções objetivos.

Esse comportamento mostra que, no ponto de máximo carregamento, a existência de diferentes soluções para um determinado ajuste na demanda é possível, desde que somente os limites de tensão sejam a causa da divergência.

Os multiplicadores de Lagrange de maior magnitude relativos aos casos apresentados nas tabelas (5.20) e (5.21) são similares. A tabela (5.22) apresenta os valores destes multiplicadores correspondentes às três funções objetivo consideradas nos casos anteriores, escalonados pelos valores do fator de ponderação ω ; isto é, λ_i/ω_i , e a função objetivo de máximo carregamento do programa FLUPOT. Nesta tabela, as colunas 1 e 8 mostram os números das barras, enquanto que as colunas 2 e 3 mostram os valores dos multiplicadores normalizados correspondentes às potências ativa e reativa, respectivamente, para a função objetivo de mínimo custo de geração de potência ativa (*mcg*). Similarmente, as colunas 4 e 5, e 6 e 7 apresentam os valores dos multiplicadores de Lagrange correspondentes à potência ativa e reativa escalonados pelo coeficiente ω para as funções objetivo de mínimo desvio quadrático de tensão (*mdqv*), e custo de corte de carga (*ccc*). As colunas 9, 10, 11, 12, 13 e 14 têm o mesmo significado que as anteriores.

Observa-se que os valores dos multiplicadores ajustados são semelhantes aqueles do problema de custo de corte de carga, fato que deve ser atribuído a adoção de uma mesma direção de crescimento (ou corte de carga) nos casos estudados. Desde que os índices de desempenho são diferentes, as variáveis restantes também diferem.

Tabela 5.22: Sistema de 118 barras - Corte de carga - Multiplicadores de Lagrange

No.	<i>mcg</i>		<i>mdqv</i>		<i>ccc</i>		No.	<i>mcg</i>		<i>mdqv</i>		<i>ccc</i>	
	λ_p	λ_q	λ_p	λ_q	λ_p	λ_q		λ_p	λ_q	λ_p	λ_q	λ_p	λ_q
70	0,17	0,46	0,17	0,44	0,17	0,47	79	0,12	0,32	0,12	0,30	0,12	0,32
71	0,08	0,23	0,08	0,22	0,08	0,23	82	0,08	0,21	0,08	0,21	0,08	0,22
74	0,57	1,15	0,55	1,10	0,58	1,16	83	0,07	0,18	0,07	0,17	0,07	0,18
75	0,59	1,31	0,57	1,26	0,59	1,33	84	0,04	0,11	0,04	0,11	0,04	0,11
76	1,67	3,90	1,61	3,73	1,69	3,95	85	0,02	0,08	0,02	0,08	0,02	0,08
77	0,17	0,47	0,17	0,45	0,17	0,48	86	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05
78	0,16	0,42	0,16	0,40	0,16	0,43	118	1,13	2,54	1,10	2,43	1,15	2,57

5.4.1.2 Parametrização dos Limites

Dois parâmetros são considerados para o sistema de 118 barras: ρ_V , que modifica o limite de tensão mínima nas barras de carga e ρ_{PQ} , o qual é aplicado sobre os limites de potências ativa e reativa geradas. No intuito de mostrar o comportamento do algoritmo em relação ao valor de ω , três valores diferentes para este fator (1, 100 e 1000) são considerados na minimização do custo de geração. O carregamento foi especificado em

80% de acréscimo na demanda base, da mesma forma que para o caso anterior.

Para o caso de $\omega = 1$, o parâmetro de variação do limite das tensões assume o valor 0,8017 e o das potências ativas e reativas geradas atinge 10,02. Neste caso, a tensão mínima fixada pela relaxação deste limite é igual a 0,8198 pu para a barra 76, a qual é crítica, coincidindo com os resultados do corte de carga. O valor do custo da potência ativa gerada foi de 45985,0\$. O valor da norma do vetor $\nabla_x f_o$ é igual a 88,37.

Considerando o mesmo nível de carregamento e $\omega = 100$, o parâmetro de variação do limite das tensões atinge o valor de 0,4676, o que implica em que a tensão mínima fixada pela relaxação destes limites é de 0,85 pu, sendo esta a tensão da barra 76, a qual novamente é crítica. O valor do parâmetro das potências ativas e reativas geradas assume o valor de 2,33. Para estas relaxações dos limites, o valor do custo de geração é de 51723,0\$. O valor da norma do vetor $\nabla_x f_o$ neste caso, é igual a 94,08.

No caso em que $\omega = 1000$ e o nível de carregamento é mantido, o parâmetro das tensões atingiu o valor 0,4579 e o das potências ativas e reativas geradas o valor 1,8948. A tensão mínima fixada pela abertura do limite correspondente foi de 0,8542 pu, sendo esta a tensão da barra 76, a qual novamente é crítica. O valor do índice minimizado foi de 58648,0\$. O valor da norma do vetor $\nabla_x f_o$ é igual a 106,49. Testes realizados com valores de $\omega = 10000$ fornecem resultado idênticos aos realizados com $\omega = 1000$

A tabela (5.23) mostra a comparação entre os limites relaxados para diferentes valores de ω . A segunda coluna desta tabela mostra o valor dos limites originais. Na terceira, quarta e quinta colunas são mostrados os limites relaxados para os valores de ω mencionados anteriormente. Na sexta, sétima e oitava colunas são mostrados os valores de potência ativa gerada. Nesta tabela é notório o comportamento da barra 12, a qual apresenta o maior custo de geração, com coeficientes de custo 10 vezes superiores aos restantes. Esse custo associado implica em que esta unidade só será despachada no caso em que as outras, dentro da mesma área de influência da mencionada, apresentem os seus limites máximos de potência ativa gerada atingidos. O mesmo acontece para os outros grupos de geradores dentro deste sistema.

No primeiro caso, em que $\omega = 1$ e o valor do custo de geração é 45985,0\$, a maximização do parâmetro que rege o relaxamento dos limites é utilizado pelo algoritmo para minimizar a função multiobjetivo ao invés de despachar as unidades mais caras. No segundo caso, o comportamento é similar, porém o valor de ω é comparável ao valor do módulo do gradiente da função objetivo e, portanto, máquinas mais caras (das barras 72,

73 e 90) são despachadas no seu limite máximo. No terceiro caso, ω é maior que o valor da norma do vetor gradiente da função objetivo, o que implica em que todos os geradores são despachados no seu limite máximo.

Tabela 5.23: Sistema de 118 barras com limites parametrizados - Variação de ω para limites de Potência ativa gerada

No.	P_g^{max} para $\omega =$			P_g para $\omega =$			No.	P_g^{max} para $\omega =$			P_g para $\omega =$		
	1	100	1000	1	100	1000		1	100	1000	1	100	1000
4	200	123	119	200,0	123,3	118,9	66	575	498	494	575,0	498,3	493,9
8	200	123	119	200,0	123,3	118,9	69	590	513	509	590,0	513,3	508,9
10	640	563	559	640,0	563,3	558,9	72	200	123	119	65,1	123,3	118,9
12	205	128	124	0,0	0,0	123,9	73	200	123	119	75,9	123,3	118,9
24	200	123	119	167,4	123,3	118,9	80	680	603	599	385,6	603,3	598,9
25	370	293	289	271,7	293,3	288,9	87	200	123	119	195,0	123,3	118,9
26	480	403	399	300,5	403,3	398,9	89	830	753	749	822,9	753,3	748,9
27	200	123	119	200,0	123,3	118,9	90	200	123	119	94,0	123,3	118,9
31	200	123	119	124,6	123,3	118,9	91	200	123	119	115,2	123,3	118,9
40	200	123	119	127,8	123,3	118,9	99	200	123	119	177,5	123,3	118,9
42	200	123	119	127,3	123,3	118,9	100	410	333	329	249,8	333,3	328,9
46	200	123	119	173,6	123,3	118,9	103	200	123	119	133,4	123,3	118,9
49	350	273	269	246,6	273,3	268,9	107	200	123	119	172,8	123,3	118,9
54	200	123	119	200,0	123,3	118,9	111	200	123	119	121,5	123,3	118,9
59	290	213	209	129,2	213,3	208,9	112	200	123	119	98,7	123,3	118,9
61	295	218	214	123,4	218,3	213,9	113	200	123	119	200,0	123,3	118,9
65	570	493	489	336,2	493,3	488,9	116	200	123	119	155,2	123,3	118,9

A relaxação dos limites de reativo gerado não é mostrado nestes casos porque o mesmo não é crítico; isto é, nenhum gerador atinge os seus limites de potência reativa. Em relação aos limites de tensão, os maiores afastamentos acontecem para a barra 76 em todos os casos estudados.

Da comparação entre os três casos, pode se concluir que o valor do fator de ponderação ω modifica essencialmente a solução. Para assegurar uma mínima abertura dos limites deve ser escolhido um valor deste fator superior ao valor do gradiente da função objetivo selecionada. No caso em que o problema tenha solução com os limites originais, se ω for menor que o gradiente da função objetivo é de se esperar que o algoritmo relaxe limites dos geradores com menor custo, modificando o problema original. Essa característica pode

ser utilizada em estudos de planejamento, onde a escolha de baixos fatores de ponderação permitiria determinar os geradores mais econômicos dentro de um conjunto definido previamente, levando em consideração a penetração destes geradores. Da mesma forma, uma solução que apresente uma relaxação mínima dos limites de geração mostraria os diferentes custos associados a cada gerador operando no máximo carregamento.

5.4.2 Sistema de 750 Barras

Nesta seção, são apresentados os resultados correspondentes ao sistema SSB de 750 barras. O nível de carregamento a ser suprido originalmente é o mesmo que no caso da utilização do fator de ajuste, mantendo-se as características que levam à divergência do FPO, assim como os valores originais dos limites operativos e coeficientes de custos associados às barras.

5.4.2.1 Parametrização da Demanda

A seguir, são apresentados resultados para o caso em que a parametrização da demanda é utilizada para se restabelecer a solubilidade das condições de otimalidade de primeira ordem, mantendo-se os valores dos limites operativos.

No presente caso, uma demanda de 28389,2MW e 15669,7MVar é especificada, representando um acréscimo de 230% sobre a carga base e provocando a divergência do FPO convencional. Nestas condições, o problema de FPO é formulado com a parametrização da demanda, considerando-se um fator de ponderação ω de valor igual a 5000. O valor da norma do vetor gradiente da função objetivo é 4,29, utilizando-se curvas de custo de geração de potência ativa lineares. O algoritmo proposto atinge a convergência mediante um corte de carga em todas as barras mantendo o fator de potência constante, assumindo o parâmetro da demanda um valor de 0,0806. Isto implica em um corte total de 2287,2MW e 1262,4MVar sobre a demanda anteriormente mencionada. Um total de 14 iterações são necessárias para se atingir a convergência, sendo que no caso do carregamento base são necessárias 13 iterações.

Os valores de despacho de potências ativa e reativa são apresentados na tabela (5.24). Nesta tabela, a segunda e terceira colunas mostram o despacho de potência ativa e reativa dos geradores. A quinta coluna mostra o coeficiente de custo linear associado à geração

de potência ativa. As colunas 5, 6, 7 e 8; e as colunas 9, 10, 11 e 12 têm mesmo significado que as primeiras quatro.

Tabela 5.24: Sistema de 750 barras - Corte de carga - Despacho dos geradores

No.	P_g	Q_g	CC	No.	P_g	Q_g	CC	No.	P_g	Q_g	CC
17	392,5	200,0	0,40	347	500,0	200,0	0,49	586	0,0	200,0	0,42
22	349,0	200,0	0,41	348	500,0	200,0	0,50	592	292,3	200,0	0,41
60	500,0	200,0	0,42	349	500,0	200,0	0,49	593	19,4	15,7	0,40
65	374,9	200,0	0,43	367	500,0	200,0	0,48	594	499,1	200,0	0,41
84	316,4	200,0	0,44	406	500,0	200,0	0,47	595	500,0	200,0	0,42
87	322,9	200,0	0,45	446	26,0	65,7	0,46	597	377,2	200,0	0,43
93	449,5	200,0	0,46	448	35,1	100,5	0,45	599	438,0	200,0	0,44
95	456,5	200,0	0,47	460	43,8	104,9	0,44	600	318,0	200,0	0,45
97	500,0	200,0	0,48	462	88,7	200,0	0,43	604	188,9	68,7	0,46
102	299,1	200,0	0,49	463	214,4	99,5	0,42	606	474,4	200,0	0,47
105	263,4	200,0	0,50	470	162,5	200,0	0,41	607	500,0	200,0	0,48
108	334,6	200,0	0,49	472	179,3	200,0	0,40	608	500,0	200,0	0,49
114	167,8	200,0	0,48	474	399,4	200,0	0,41	614	59,2	200,0	0,50
126	0,0	158,5	0,47	475	500,0	200,0	0,42	616	193,4	200,0	0,51
141	500,0	200,0	0,46	479	500,0	200,0	0,43	617	477,1	200,0	0,52
152	185,3	200,0	0,45	485	215,7	200,0	0,44	618	301,4	200,0	0,53
170	500,0	200,0	0,44	488	235,1	200,0	0,45	619	362,1	200,0	0,54
277	165,2	141,0	0,43	492	41,4	200,0	0,46	621	225,3	200,0	0,55
285	0,0	91,3	0,42	494	25,6	200,0	0,47	622	344,2	200,0	0,56
290	318,3	200,0	0,41	496	19,9	200,0	0,48	629	91,9	200,0	0,57
298	500,0	200,0	0,40	502	500,0	200,0	0,49	631	500,0	200,0	0,58
303	500,0	200,0	0,41	507	100,2	200,0	0,50	707	355,5	200,0	0,59
308	279,3	200,0	0,42	511	499,9	200,0	0,49	709	57,3	200,0	0,40
316	387,4	200,0	0,43	519	142,8	200,0	0,48	711	168,1	200,0	0,41
322	249,8	200,0	0,44	553	500,0	200,0	0,47	728	141,1	200,0	0,42
341	243,4	200,0	0,45	554	155,0	200,0	0,46	729	155,4	200,0	0,43
342	491,0	200,0	0,46	570	269,5	200,0	0,45	734	498,5	200,0	0,44
344	499,9	200,0	0,47	572	182,5	200,0	0,44	739	164,1	200,0	0,45
346	500,0	200,0	0,48	573	386,0	200,0	0,43	742	246,4	200,0	0,46

Na tabela mencionada, observa-se que os valores de potência reativa gerada atingem o limite máximo em 78 geradores de um total de 87. Isto indica que a causa da divergência

do processo iterativo é a falta de disponibilidade de potência reativa gerada. Deve ser notado que os valores de despacho de potência ativa também são modificados em função da falta de potência reativa dos geradores. Este é o caso das barras 475 e 479, despachadas no seu limite máximo de potência ativa gerada, ao invés de se utilizar o gerador da barra 472, de menor custo.

Para validar os resultados anteriores, foram utilizadas opções disponíveis no programa FLUPOT. Como explicitado anteriormente, neste caso é otimizada a soma entre a função custo de corte de carga, escalonada pelo mesmo valor de ω que no algoritmo proposto, e a função mínimo custo de geração.

Considerando-se como função objetivo à soma do custo de geração e do custo de corte de carga, ponderada esta última por 5000 como no caso do algoritmo proposto, o corte sobre a demanda exigida é de 7,96%, representando um corte de potências ativa e reativa de 2258,1MW e 1246,0MVar. Neste caso, a geração total é de 26427,4MW e 16445,9MVar de potências ativa e reativa, respectivamente. Os despachos dos geradores obtidos através deste procedimento são similares aos mostrados na tabela (5.24). A quantidade de iterações necessária para a convergência é de 56.

Se utilizada a opção de custo de corte de carga isoladamente, o corte de carga na mesma direção pré-especificada é de 8,10% sobre o carregamento a ser originalmente suprido. Isto representa um corte nas demandas de potências ativa e reativa de 2298,1MW e 1268,1MVar, respectivamente. Neste caso, a geração é de 26384,8MW e 16404,2MVar de potências ativa e reativa, respectivamente. Os despachos dos geradores diferem daqueles mostrados na tabela (5.24). Foram necessárias 18 iterações para se atingir a convergência.

O custo de geração de potência ativa, correspondente à solução obtida via algoritmo proposto é de 12185,0\$, enquanto que se considerada a combinação dos índices relativos ao máximo carregamento e ao custo de geração do programa FLUPOT, o custo de geração atinge o valor de 12186,6\$. Se considerado o despacho de máximo carregamento do programa FLUPOT, o valor deste é de 12111,0\$. Para compreender a causa do valor mais baixo de custo de geração quando se considera isoladamente o custo de corte de carga, deve ser observado que neste caso o corte foi 0,14% superior àquele obtido no caso da soma das funções mencionada. Deve ser notado que o montante cortado mediante a minimização do custo de corte de carga varia com o fator que multiplica o parâmetro da carga.

Se considerados os valores do despacho de potência ativa dos geradores para os casos

resolvidos mediante o programa FLUPOT, a tabela (5.25) mostra os valores daquelas unidades que apresentam diferenças maiores do que 1,0MW (soluções obtidas com o algoritmo proposto e com o programa FLUPOT). Nesta tabela, a segunda coluna mostra o despacho de potência ativa obtido mediante o algoritmo proposto (*Prop*), a terceira e quarta os despachos obtidos mediante o programa FLUPOT, para se obter o máximo carregamento e o mínimo custo de geração (*Comp*), e máximo carregamento (*Mxcar*), respectivamente. As colunas restantes têm o mesmo significado que as anteriormente descritas. As maiores diferenças encontradas correspondem às barras 617 e 614 com 12,6 e 6,9MW, respectivamente. Como pode ser observado, os despachos de geração não apresentam diferenças apreciáveis, sendo isto explicado pelo fato de estarem a maioria dos limites de potência reativa gerada máxima atingidos, o que implica em que não existem possibilidades de grandes variações.

Tabela 5.25: Sistema de 750 barras - Maiores diferenças entre o FLUPOT e o algoritmo parametrizado

No.	P_g			CC	No.	P_g			CC
	<i>Prop</i>	<i>Comp</i>	<i>Mxcar</i>			<i>Prop</i>	<i>Comp</i>	<i>Mxcar</i>	
470	162,5	168,4	231,1	0,41	604	188,94	185,8	153,3	0,46
472	179,3	180,5	217,2	0,40	606	474,46	476,1	401,3	0,47
474	399,4	403,6	327,2	0,41	614	59,20	66,1	333,4	0,50
492	41,4	40,4	129,5	0,46	617	477,15	464,5	350,2	0,52
507	100,2	103,0	126,5	0,50	621	225,38	223,4	228,9	0,55
554	155,0	151,4	222,0	0,46	629	91,90	90,7	146,9	0,57
570	269,5	267,4	246,1	0,45	707	355,55	348,8	361,1	0,59
572	182,5	185,1	253,4	0,44	709	57,34	58,4	112,5	0,40
593	19,4	23,5	76,5	0,40	711	168,17	170,2	213,1	0,41
597	377,2	379,8	330,8	0,43					

Considerando-se as diferenças da potência reativa gerada, os valores máximos em magnitude acontecem para as barras 604 e 460, com 0,25 e 0,24MVar de diferença em relação aos resultados obtidos com o algoritmo proposto. Isto é esperado devido a que os valores de despacho de reativo atingem o limite superior na maioria das barras.

Em relação aos limites de tensão mínima atingidos, a barra 370 atinge o seu limite mínimo, coincidindo nos três casos testados.

5.4.2.2 Parametrização dos Limites

Neste caso, da mesma forma que nos sistemas anteriores, são parametrizados os limites de tensão mínima (ρ_V) e potência ativa e reativa gerada máxima (ρ_{PQ}). A demanda original é mantida, correspondendo a um acréscimo de 230% sobre o carregamento nominal, como no caso anterior, representando um valor total de 28389,27MW e 15669,75MVar. Os incrementos nos limites foram fixados em 10MW e 10MVar para as potências ativa e reativa, respectivamente, enquanto que os decrementos no limite de tensão mínimo são fixados em 0,1 pu. Para estes incrementos, o algoritmo converge em 14 iterações, sendo que o valor do parâmetro do limite de tensão ρ_V assume o valor de $4,87 \times 10^{-10}$, enquanto que o parâmetro que modifica os limites máximos das potências ativa e reativa geradas, ρ_{PQ} , assume o valor de 1,8684. São mantidos desta forma os valores dos limites de tensão mínima, fixando-se os limites de potência ativa máxima gerada e os de potência reativa máxima gerada em 518,7MW e 218,7MVar para todas as barras.

Os valores de despacho de potências ativa e reativa são apresentados na tabela (5.26). Nesta tabela, as colunas têm o mesmo significado que as da tabela (5.24). Observa-se que a geração de potência reativa atinge o limite máximo em 77 geradores de um total de 87, indicando que a causa da divergência do processo iterativo é a falta de disponibilidade de potência reativa gerada. Deve ser notado que os valores de despacho de potência ativa também são modificados em função do seu custo unitário, sendo que, em alguns, casos geradores com maior custo são despachados em função da falta de disponibilidade de potência reativa na rede. Este é o caso das barras 475 e 479, despachadas no seu limite máximo de potência ativa gerada, em lugar de se utilizar o gerador da barra 472, de menor custo, de forma similar ao que acontece na utilização do fator de passo. Ao se implementar a relaxação dos limites de potência ativa e reativa gerada dependendo de um único parâmetro, os limites de potência ativa são relaxados mais do que necessário.

Estes valores dos limites relaxados foram implementados no programa FLUPOT, considerando o problema de máximo carregamento e mínimo custo de geração. Quando a função objetivo considerada é a de máximo carregamento isoladamente, os resultados mostram que existe uma diferença (de 0,5%) entre as soluções obtidas; isto é, com os limites relaxados e relativo ao máximo carregamento com estes novos limites.

Se considerada como função objetivo no FLUPOT a opção de mínimo custo de geração, a convergência é obtida para a demanda especificada, e diverge para a demanda resultante do problema de máximo carregamento.

Tabela 5.26: Sistema de 750 barras - Relaxamento dos limites operativos

No	P_g	Q_g	CC	No	P_g	Q_g	CC	No	P_g	Q_g	CC
17	428,9	218,7	0,40	347	518,7	218,7	0,49	586	42,9	211,5	0,42
22	380,5	218,7	0,41	348	518,7	218,7	0,50	592	320,3	218,7	0,41
60	518,6	218,7	0,42	349	518,6	218,7	0,49	593	55,7	9,6	0,40
65	416,2	218,7	0,43	367	518,6	218,7	0,48	594	517,1	218,7	0,41
84	348,9	218,7	0,44	406	518,6	218,7	0,47	595	517,4	218,7	0,42
87	353,1	218,7	0,45	446	33,8	59,5	0,46	597	403,1	218,7	0,43
93	485,4	218,7	0,46	448	46,8	90,4	0,45	599	476,4	218,7	0,44
95	493,1	218,7	0,47	460	66,2	81,6	0,44	600	346,4	218,7	0,45
97	518,6	218,7	0,48	462	109,8	218,7	0,43	604	113,5	59,9	0,46
102	325,7	218,7	0,49	463	264,5	78,9	0,42	606	514,1	218,7	0,47
105	285,5	218,7	0,50	470	189,1	218,7	0,41	607	518,6	218,7	0,48
108	368,6	218,7	0,49	472	200,9	218,7	0,40	608	518,6	218,7	0,49
114	135,9	218,7	0,48	474	449,1	218,7	0,41	614	133,3	218,7	0,50
126	0,0	156,7	0,47	475	518,4	218,7	0,42	616	208,9	218,7	0,51
141	518,6	218,7	0,46	479	518,6	218,7	0,43	617	513,3	218,7	0,52
152	223,0	218,7	0,45	485	247,4	218,7	0,44	618	326,4	218,7	0,53
170	518,7	218,7	0,44	488	273,2	218,7	0,45	619	394,0	218,7	0,54
277	178,3	139,7	0,43	492	49,4	218,7	0,46	621	243,5	218,7	0,55
285	0,0	78,1	0,42	494	30,1	218,7	0,47	622	371,9	218,7	0,56
290	346,3	218,7	0,41	496	23,1	218,7	0,48	629	102,1	218,7	0,57
298	518,6	218,7	0,40	502	518,6	218,7	0,49	631	518,6	218,7	0,58
303	518,7	218,7	0,41	507	0,1	198,3	0,50	707	412,8	218,7	0,59
308	313,3	218,7	0,42	511	518,3	218,7	0,49	709	65,5	218,7	0,40
316	422,2	218,7	0,43	519	156,9	218,7	0,48	711	192,4	218,7	0,41
322	271,4	218,7	0,44	553	517,7	218,7	0,47	728	153,6	218,7	0,42
341	269,4	218,7	0,45	554	187,3	218,7	0,46	729	169,2	218,7	0,43
342	518,6	218,7	0,46	570	307,4	218,7	0,45	734	518,3	218,7	0,44
344	518,6	218,7	0,47	572	218,2	218,7	0,44	739	179,1	218,7	0,45
346	518,6	218,7	0,48	573	422,1	218,7	0,43	742	268,5	218,7	0,46

5.4.3 Análise das Soluções

5.4.3.1 Parametrização da Demanda

A seguir são mostrados os resultados para os sistemas IEEE 118, SSB 352 e 750 barras, utilizando-se a parametrização da carga. Nestes resultados, procura-se analisar a qualidade da solução em relação aos seguintes quesitos:

- Quantidade de iterações para se atingir a convergência.
- O erro em relação ao algoritmo de máximo carregamento.

Para isto, da mesma forma que na abordagem anterior, foram analisados 50 casos diferentes para os 3 sistemas mencionados. Em cada caso, a carga do sistema foi incrementada em 2% do carregamento nominal, quantidade explicitada na tabela (5.1), mantendo-se o fator de potência constante, a partir do máximo carregamento admissível do sistema.

Em relação ao primeiro quesito, o gráfico (5.10) mostra a totalidade das iterações necessárias para se atingir a convergência para cada um dos 50 casos mencionados. Observa-se que não existe um grande acréscimo da quantidade de iterações necessárias para se atingir a convergência. Em relação ao sistema IEEE 118, a quantidade de iterações varia entre 15 e 20, contra 12 iterações necessárias para a convergência no caso base. Para o sistema SSB 352, o número de iterações totais se situa entre 12 e 13, quando são necessárias 10 iterações para a convergência do caso base. Finalmente, a quantidade de iterações necessária para a convergência, quando o sistema SSB 750 é considerado, varia entre 14 e 15, contra 11 iterações necessárias para o caso base.

A figura (5.11) apresenta o erro do algoritmo proposto em relação ao montante de carga calculado via algoritmo de máximo carregamento. Observa-se que o máximo erro cometido acontece para o sistema IEEE 118, atingindo um máximo de 0,5%, o que implica em que se pode considerar que os resultados do algoritmo proposto e do máximo carregamento praticamente coincidem.

5.4.3.2 Parametrização dos Limites

A seguir é analisado o comportamento da parametrização dos limites.

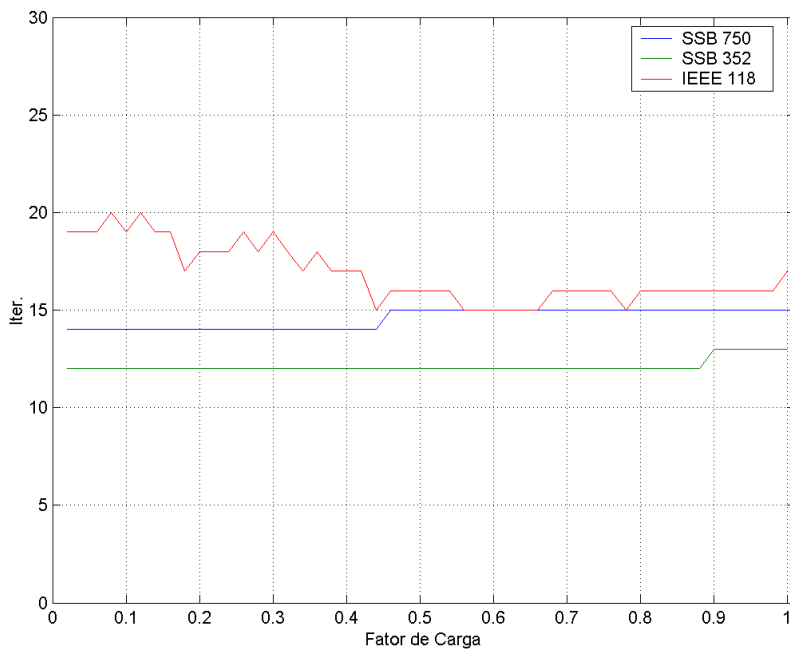


Figura 5.10: Iterações totais - Parametrização da carga

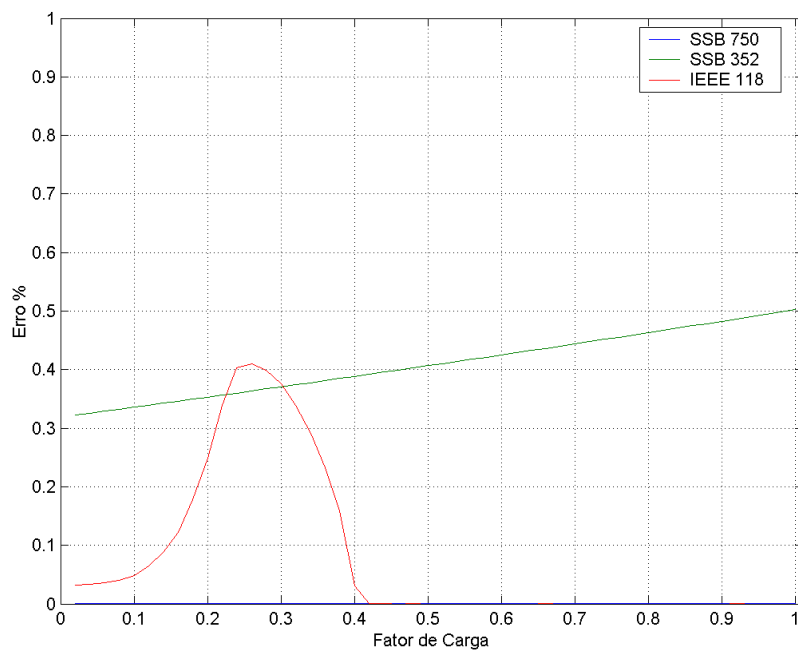


Figura 5.11: Erro em relação ao algoritmo de máximo carregamento - Parametrização da carga

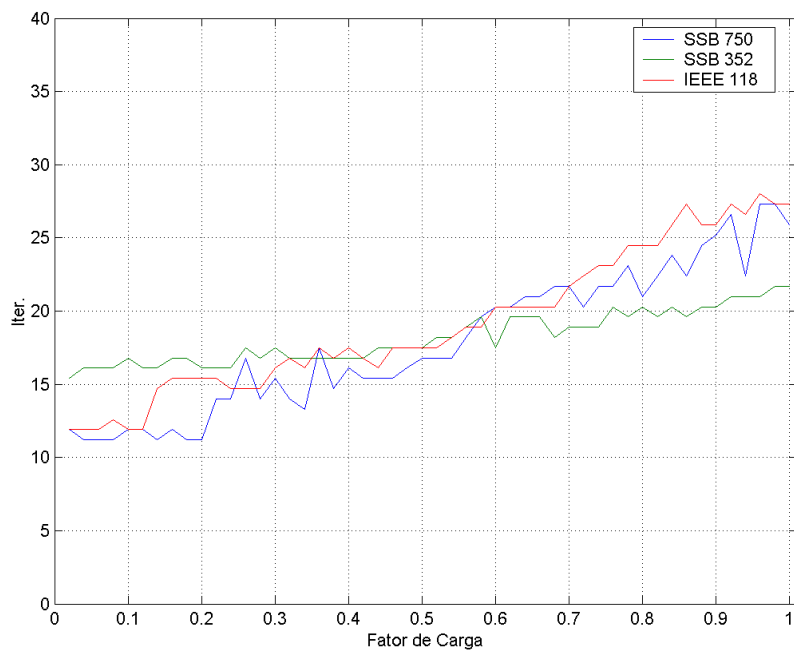


Figura 5.12: Iterações totais - Parametrização dos limites

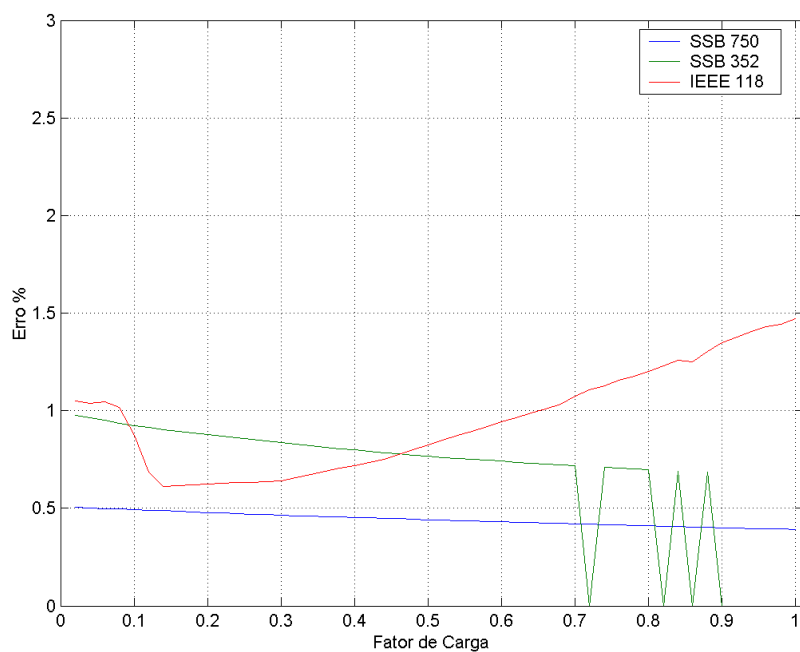


Figura 5.13: Erro em relação ao máximo carregamento - Parametrização dos limites

Na figura (5.12) apresenta-se o número total de iterações até se atingir a convergência com limites parametrizados. Observa-se que não existe um acréscimo considerável na quantidade de iterações necessárias para se atingir a convergência. Em relação ao sistema IEEE 118, a quantidade de iterações oscila entre 15 e 20, contra 12 iterações para a convergência do caso base. Quando o sistema SSB 352 é considerado, o número de iterações totais se situa entre 12 e 13, com 10 iterações para a convergência no caso base. Finalmente, a quantidade de iterações necessária para se atingir a convergência para o caso SSB 750 barras varia entre 14 e 15, contra 11 iterações se considerado o caso base.

A figura (5.13) apresenta o erro percentual em relação ao algoritmo de máximo carregamento. Observa-se que o máximo erro cometido acontece para o sistema IEEE 118, atingindo um máximo de 1,5%.

5.5 Conclusões

Testes realizados com sistemas de médio porte confirmam que a aplicação do fator de ajuste ao FPO permite evitar a divergência do processo iterativo. A correção na demanda e nos limites pode ser feita mediante a utilização do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem, ou utilizando os multiplicadores de Lagrange e duais normalizados, no caso em que a causa da divergência do processo iterativo é a não factibilidade da solução.

Os resultados numéricos obtidos com os sistemas de 118, 352 e 750 barras indicam que a aplicação de parametrizações permite aumentar a robustez do FPO, permitindo a obtenção de soluções para funções objetivos diferentes na fronteira da região de factibilidade.

Portanto, os resultados numéricos obtidos para sistemas de médio porte enfatizam a viabilidade da aplicação das abordagens propostas.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões Para Futuros Trabalhos

6.1 Conclusões do Trabalho

A falta de confiabilidade na convergência é uma das principais causas da relutância na utilização de aplicativos do FPO. Neste trabalho, foram formulados algoritmos que permitem evitar a não-convergência e fornecem uma solução alternativa, no caso da não viabilidade da solução. Estes algoritmos estão baseados na existência de uma superfície limite de solubilidade das equações da rede e limites operativos, permitindo aplicar as propriedades do vetor normal, estabelecidas para o caso da bifurcação estática das equações do fluxo de potência convencional. Estas propriedades se traduzem em meios para restabelecer a solubilidade das equações que representam as condições de otimalidade de primeira ordem. Resultados para sistemas de médio porte mostram a viabilidade da aplicação prática destas ferramentas.

Em relação aos objetivos apresentados na introdução, as seguintes conclusões podem ser enunciadas.

1. No referente ao estudo das equações não lineares que representam as condições de otimalidade de primeira ordem sob o ponto de vista da Teoria da Bifurcação:
 - A comparação analítica entre as condições de factibilidade do FPO e as

condições que levam a não convergência das equações do fluxo de potência convencional permite estabelecer uma superfície limite de factibilidade das soluções das equações não lineares.

- A utilização de ferramentas da Teoria da Bifurcação possibilita definir a superfície limite de factibilidade através do vetor normal a esta. No caso do FPO isto corresponde ao vetor de multiplicadores de Lagrange e duais normalizado quando calculados na fronteira da região viável.
- A aplicação da Teoria da Bifurcação às equações que representam as condições de otimalidade de primeira ordem mostra que é possível utilizar as componentes do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das condições mencionadas para se estabelecer a causa da divergência e restabelecer a solubilidade do FPO.
- O estudo das condições de otimalidade e de transversalidade mostra que é possível utilizar o vetor de multiplicadores de Lagrange e duais ao invés do vetor à esquerda. Este procedimento é vantajoso porque o vetor dos multiplicadores de Lagrange e duais é um subproduto do processo de otimização.

2. Em relação à utilização do fator de passo e o posterior ajuste da demanda ou limites operativos:

- A formulação do FPO em coordenadas retangulares permite considerar as condições de otimalidade de primeira ordem como uma forma quadrática, de forma similar ao caso das equações do FP.
- O fator de ajuste, se calculado unicamente quando a norma da iteração presente é maior que a da iteração anterior, não aumenta significativamente o número de iterações até a convergência para o caso de soluções viáveis.
- Se a solução for inviável, então a divergência é evitada em poucas iterações, permitindo ajustar as variáveis e parâmetros adequados. Deve ser notado que, na maioria dos casos a quantidade de iterações demandada para se atingir uma solução viável, é similar a executar três ou quatro FPO's. Isto permite afirmar que em um pacote comercial como o programa FLUPOT, onde o número de iterações necessárias para a convergência de uma solução viável está na ordem de 20, e o número de iterações *default* é fixado em 70, o algoritmo proposto é viável de ser implementado.

- O fator de ajuste permite obter uma solução intermediária, onde as causas da divergência, em especial o excesso da demanda, podem ser avaliadas. Adicionalmente, este processo fornece uma estimativa dos multiplicadores de Lagrange e duais que aproximam as componentes do autovetor à esquerda quando a causa da divergência é a perda de factibilidade.
- A correção da demanda e/ou limites operativos utilizando as componentes do autovetor à esquerda permite obter uma solução próxima da fronteira da região de soluções viáveis.
- O custo computacional do cálculo do autovetor à esquerda associado ao autovetor nulo da matriz Jacobiana das condições de otimalidade de primeira ordem é equivalente a uma substituição direta-inversa da matriz completa do método de pontos interiores, o que implica em que o método é viável de ser implementado em termos práticos.

3. Em relação ao uso de parametrização:

- O uso de parametrização permite ao usuário escolher as direções de ajuste da demanda ou dos limites operativos.
- Este método é de fácil implementação em pacotes que considerem o corte de carga em uma determinada direção. No caso do programa FLUPOT, a opção existente é o custo de corte de carga com direção pré-estabelecida, o que implica em que a implementação não demandaria um alto custo, devido às similaridades entre as condições de otimalidade de primeira ordem.
- O fator de ponderação ω tem um papel central na qualidade das soluções obtidas. Exemplos numéricos com sistemas de médio porte ilustram esta afirmação.
- A quantidade de iterações, no caso da perda de factibilidade, é similar à do fluxo de potência ótimo convencional. Adicionalmente, para casos viáveis, a utilização de parametrizações fornece a mesma solução que o problema original, e não acrescenta significativamente o número de iterações.
- A aplicação de parametrização permite aumentar a robustez do FPO, permitindo a obtenção de soluções diferentes para distintas funções objetivos na fronteira da região de factibilidade.

6.2 Sugestões para Futuros Trabalhos

As seguintes sugestões são dadas:

- Nas aplicações do fator de ajuste e da parametrização, o presente trabalho considera como causa da não-convergência a perda de factibilidade. A perda de otimalidade, ainda quando mostrada e sinalizada através do autovetor à esquerda, ainda necessita ser aprofundada, assim como devem ser definidos novas ferramentas para fornecer ao usuário soluções alternativas neste caso.
- A formulação do fator de ajuste foi realizada utilizando coordenadas cartesianas. Similarmente ao caso do FP, uma definição do fator de passo em coordenadas polares pode ser estudada.
- O presente trabalho referencia-se ao autovetor à esquerda da matriz completa do método de pontos interiores. Estudos incluindo a matriz reduzida, tal como formulada em [34] devem ser continuados.
- O número de iterações até a convergência final deve ser reduzido, tanto no caso do ajuste da demanda ou de limites operativos através das componentes do autovetor, bem como do vetor de multiplicadores de Lagrange e duais normalizado.
- Posteriores estudos sobre o fator de ponderação ω devem ser realizados para estabelecer significados físicos para as diferentes funções multiobjetivo.

Apêndice A

Equações do FP e do FPO Como Formas Quadráticas

A.1 Fluxo de Potência para um Sistema de 3 Barras

Conforme mencionado anteriormente, as equações do fluxo de potência em coordenadas cartesianas podem ser expressas na forma compacta

$$\mathbf{y}_s - \frac{1}{2} \mathbf{x}_v^t \mathbf{Q}_0 \mathbf{x}_v = 0 \quad (\text{A.1.1})$$

onde, \mathbf{y}_s corresponde às injeções de potência nas barras, \mathbf{Q}_0 é um arranjo de dimensão $(m \times m \times m)$ e \mathbf{x}_v é um vetor $(m \times 1)$, cujas componentes são as partes real e imaginária da tensão complexa nas barras.

Para o sistema de três barras mostrado na figura (A.1) o sistema de equações da rede pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} P_2^{esp} - \mathbf{x}_v^t \mathbf{Q}_{0A} \mathbf{x}_v &= 0 \\ P_3^{esp} - \mathbf{x}_v^t \mathbf{Q}_{0B} \mathbf{x}_v &= 0 \\ Q_3^{esp} - \mathbf{x}_v^t \mathbf{Q}_{0C} \mathbf{x}_v &= 0 \\ V_2^2 - \mathbf{x}_v^t \mathbf{Q}_{0D} \mathbf{x}_v &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.1.2})$$

onde \mathbf{y}_s é um vetor de dimensão (4×1) , formada por $[(P_2^{esp})^t (P_3^{esp})^t (Q_3^{esp})^t (V_2^2)^t]^t$; \mathbf{v} é o vetor de formado por $[e^t f^t]^t$. A barra de folga 1 implica em que $f_1 = 0$. As equações que

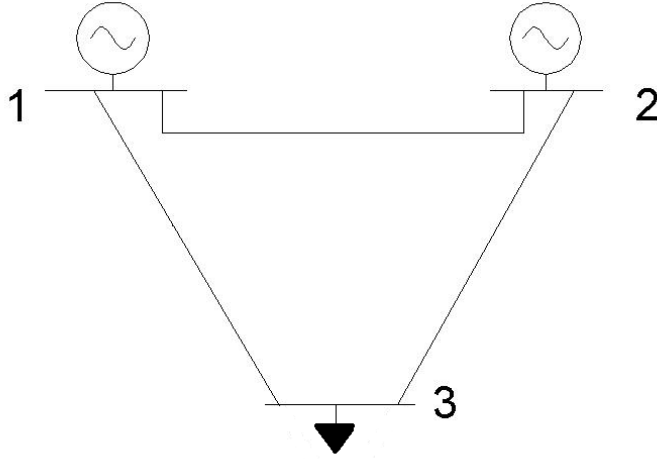


Figura A.1: Circuito 3 barras

representam as injeções de potências ativa e reativa são expressas como:

$$P_i(\mathbf{e}, \mathbf{f}) = G_{ii}(e_i^2 + f_i^2) + e_i \sum_{j \in \Omega_i} (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + f_i \sum_{j \in \Omega_i} (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) \quad (\text{A.1.3})$$

$$Q_i(\mathbf{e}, \mathbf{f}) = -B_{ii}(e_i^2 + f_i^2) + f_i \sum_{j \in \Omega_i} (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - e_i \sum_{j \in \Omega_i} (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) \quad (\text{A.1.4})$$

onde Ω_i define o conjunto de barras conectadas à barra i . Para o circuito da figura A.1, essas equações assumem a forma:

$$P_2^{esp} - G_{22}(e_2^2 + f_2^2) - e_2((G_{21}e_1 - B_{21}f_1) + (G_{23}e_3 - B_{23}f_3)) - f_2(G_{21}f_1 + B_{21}e_1 + G_{23}f_3 + B_{23}e_3) = 0 \quad (\text{A.1.5})$$

$$P_3^{esp} - G_{33}(e_3^2 + f_3^2) - e_3((G_{31}e_1 - B_{31}f_1) + (G_{32}e_2 - B_{32}f_2)) - f_3(G_{31}f_1 + B_{31}e_1 + G_{32}f_2 + B_{32}e_2) = 0 \quad (\text{A.1.6})$$

$$Q_3^{esp} - f_3(G_{31}e_1 + G_{32}e_2 - B_{31}f_1 - B_{32}f_2 - B_{33}f_3) + e_3(B_{31}e_1 + B_{32}e_2 + B_{33}e_3 + G_{31}f_1 + G_{32}f_2) = 0 \quad (\text{A.1.7})$$

o que pode ser expresso em forma matricial

$$P_2^{esp} - \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & -B_{21} & 0 & -B_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{21} & 0 & B_{23} & G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.1.8})$$

$$P_3^{esp} - \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & -B_{31} & -B_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{31} & B_{32} & 0 & G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.1.9})$$

$$Q_3^{esp} - \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & G_{31} & G_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G_{31} & -G_{32} & 0 & B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.1.10})$$

A tensão da barra 2 é expressa como:

$$(V_2^{esp})^2 - \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.1.11})$$

As equações do fluxo de potência em coordenadas retangulares podem ser expressas

através da equação

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ (V_2^{esp})^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{e} & \mathbf{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{fp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.1.12})$$

onde \mathbf{Q}_{fp} é um arranjo tridimensional.

A.2 Fluxo de Potência Ótimo para um Sistema de 3 Barras

Considere o problema de FPO formulado na equação (3.4.1). Para o sistema de 3 barras anteriormente apresentado, as matrizes definidas no conjunto de equações (3.4.2) são mostradas a seguir. A função objetivo considerada é a de mínimo custo de geração.

As matrizes que formam o arranjo tridimensional que representa as equações da rede coincidem com as matrizes do FP anteriormente descritas. No caso do FPO mais uma equação similar à (A.1.11), deve ser considerada para a barra de referência, definida neste exemplo como a barra 1.

A.2.1 Função Objetivo

Assumindo curvas de custo quadráticas, a função objetivo pode ser expressa como

$$f_o = \begin{bmatrix} Pg_1 & Pg_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Pg_1 \\ Pg_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.1})$$

onde A_1 e A_2 são os termos quadráticos da função de custo de geração.

A.2.2 Restrições de Desigualdade

- Restrições de Tensão:

Tensão Mínima

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} V_1^{min^2} \\ V_2^{min^2} \\ V_3^{min^2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \\
& - \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1^{min} \\ s_2^{min} \\ s_3^{min} \end{bmatrix} = \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{A.2.2}$$

Tensão Máxima

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \\
& - \begin{bmatrix} V_1^{max^2} \\ V_2^{max^2} \\ V_3^{max^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1^{max} \\ s_2^{max} \\ s_3^{max} \end{bmatrix} = \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{A.2.3}$$

- **Restrições de Potência Ativa Gerada**

Potência Ativa Gerada Mínima

$$\begin{bmatrix} P_{g1}^{min} \\ P_{g2}^{min} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{Pg1}^{min} \\ s_{Pg2}^{min} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{A.2.4}$$

Potência Ativa Gerada Máxima

$$\begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{g1}^{max} \\ P_{g2}^{max} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{Pg1}^{max} \\ s_{Pg2}^{max} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{A.2.5}$$

- **Restrições de Potência Reativa Gerada**

Potência Reativa Gerada Mínima

$$Q_1^{min} - \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} B_{11} & -B_{12} & -B_{13} & 0 & -G_{12} & -G_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{12} & G_{13} & B_{11} & -B_{12} & -B_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} + s_1^{min} = 0 \tag{A.2.6}$$

$$Q_2^{min} - \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -B_{21} & B_{22} & -B_{23} & -G_{21} & 0 & -G_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{21} & 0 & G_{23} & -B_{21} & B_{22} & -B_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} + s_2^{min} = 0 \quad (\text{A.2.7})$$

Potência Reativa Gerada Máxima

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} B_{11} & -B_{12} & -B_{13} & 0 & -G_{12} & -G_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{12} & G_{13} & B_{11} & -B_{12} & -B_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} - Q_1^{max} + s_1^{max} = 0 \quad (\text{A.2.8})$$

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -B_{21} & B_{22} & -B_{23} & -G_{21} & 0 & -G_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{21} & 0 & G_{23} & -B_{21} & B_{22} & -B_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} - Q_2^{max} + s_2^{max} = 0 \quad (\text{A.2.9})$$

• Condição de Complementaridade Restrita

Definindo:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^t &= \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{f}^t &= \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \end{bmatrix} \\ \lambda^t &= \begin{bmatrix} \lambda_1^P & \lambda_2^P & \lambda_3^P & \lambda_3^Q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.2.10})$$

$$\begin{aligned} \pi^t &= \begin{bmatrix} \pi_V^t & \pi_{P_g}^t & \pi_{Q_g}^t \end{bmatrix}^t \\ &= \begin{bmatrix} \pi_{V_1}^{max} & \pi_{V_2}^{max} & \pi_{V_3}^{max} & \pi_{V_1}^{min} & \pi_{V_2}^{min} & \pi_{V_3}^{min} & \pi_{P_{g1}}^{max} & \pi_{P_{g2}}^{max} \\ \pi_{P_{g1}}^{min} & \pi_{P_{g2}}^{min} & \pi_{Q_{g1}}^{max} & \pi_{Q_{g2}}^{max} & \pi_{Q_{g1}}^{min} & \pi_{Q_{g2}}^{min} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.2.11})$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{s}^t &= \left[\mathbf{s}_V^t \quad \mathbf{s}_{P_g}^t \quad \mathbf{s}_{Q_g}^t \right]^t \\
&= \left[\begin{array}{ccccccccc}
s_{V1}^{max} & s_{V2}^{max} & s_{V3}^{max} & s_{V1}^{min} & s_{V2}^{min} & s_{V3}^{min} & s_{P_g1}^{max} & s_{P_g2}^{max} & s_{P_g1}^{min} \\
s_{P_g2}^{min} & s_{Q_g1}^{max} & s_{Q_g2}^{max} & s_{Q_g1}^{min} & s_{Q_g2}^{min} & & & &
\end{array} \right] \quad (\text{A.2.12})
\end{aligned}$$

$$\mathbf{\Pi S} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.13})$$

$$= \begin{bmatrix} \pi_V \\ \pi_{P_g} \\ \pi_{Q_g} \\ \mathbf{s}_V \\ \mathbf{s}_{P_g} \\ \mathbf{s}_{Q_g} \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_V \\ \pi_{P_g} \\ \pi_{Q_g} \\ \mathbf{s}_V \\ \mathbf{s}_{P_g} \\ \mathbf{s}_{Q_g} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.14})$$

As equações anteriormente explicitadas mostram que a formulação das condições de otimalidade de primeira ordem do FPO, representada através do conjunto de equações (3.4.2), pode ser expressa mediante formas quadráticas, podendo ser reescritas na forma mostrada anteriormente,

$$\mathbf{y}_1 - \frac{1}{2} \mathbf{z}_2^t \mathbf{Q}_1 \mathbf{z}_2 = \mathbf{0}$$

onde os termos desta equação foram anteriormente definidos.

Referências Bibliográficas

- [1] I. Dobson, Observations on the geometry of saddle node bifurcation and voltage collapse in electrical power systems, *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I Fundamental Theory and Applications* 39 (3) (1992) 559–565.
- [2] K. C. Almeida, F. D. Galiana, Critical cases in the optimal power flow., *IEEE Transactions on Power Systems* 11 (3) (1995) 1509–1518.
- [3] K. C. Almeida, A general parametric optimal power flow, doctor of Philosophy Thesis, McGill University (Novembro 1994).
- [4] Y.-Y. Hong, Clarification of the applicability of infeasibility treatment for the newton optimal power flow method, *Electric Power System Research* 21 (1991) 1–7.
- [5] A. Monticelli, L. E. W. H., Adaptive movement penalty method for the newton optimal power flow., *IEEE Transactions on Power Systems* 7 (1) (1992) 334–342.
- [6] K. C. Almeida, Um estudo sobre casos críticos de solução do fluxo de potência Ótimo, in: *Congresso Brasileiro de Automação*, Vol. 2, 2004, pp. 685–688.
- [7] S. Greene, Margin and sensitivity methods for security analysis of electrical power systems, doctor of Philosophy Thesis, University of Wisconsin-Madison (Novembro 1998).
- [8] G. D. Irisarri, X. Wang, J. Tong, S. Mokhtari, Maximum loadability of power systems using non linear interior point method, *IEEE Transactions on Power Systems* 12 (1) (1997) 162–172.

-
- [9] S. Iwamoto, Y. Tamura, A load flow calculation method for ill-conditioned power systems., *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 100 (4) (1981) 1736–1743.
- [10] T. J. Overbye, A power flow measure for unsolvable cases., *IEEE Transactions on Power Systems* 9 (3) (1994) 1359–1365.
- [11] L. V. Barboza, R. Salgado, Restoring solutions for unsolvable cases via minimum load shedding for a specified direction., in: *Proceedings of the IEEE PICA Conference Proceedings*, 2001.
- [12] W. Gómez, J. Guddat, H. T. Jongen, J. J. Rückmann, C. Solano, *Curvas críticas y saltos en optimización no lineal*, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Germany, 2000.
- [13] K. C. Almeida, R. Salgado, Optimal power flow solutions under variable load conditions, *IEEE Transactions on Power Systems* 15 (4) (2000) 1204–1211.
- [14] R. Seydel, *Practical Bifurcation and Stability Analysis - From Equilibrium to Chaos*, Springer - Verlag New York Inc., 1994.
- [15] W. Rosehart, *Optimization of power systems with voltage security constrains*, PhD Thesis- University of Waterloo - Canada (Outubro 2000).
- [16] I. Dobson, L. Lu, Computing an optimum direction in control space to avoid saddle node bifurcation and voltage collapse in electric power systems 37 (10) (1992) 1616–1620.
- [17] H. Chiang, I. Dobson, R. Thomas, J. Thorp, L. Fekih-Ahmed, On voltage collapse in electric power systems, *IEEE Transactions on Power Systems* 5 (2) (1990) 559–565.
- [18] IEEE/PES, *Voltage Stability Assessment, Procedures and Guides*, IEEE/PES Power System Stability Subcommittee Special Publication disponível em <http://www.power.uwaterloo.ca>, 2001.

- [19] I. Dobson, Irrelevance of load dynamics for the loading margin to voltage collapse and its sensitivities, in: Bulk Power System Voltage Phenomena- III Voltage Stability, Security and Control, Vol. I, Davos, Switzerland, 1994, pp. 174–178.
- [20] C. A. Cañizares, Applications of optimization to voltage collapse analysis, in: IEEE 1995 Winter Power Meeting Panel Session on Challenges to OPF, Vol. Panel Session, 1998, pp. 1–8.
- [21] C. A. Cañizares, F. L. Alvarado, Point of collapse and continuation method for large ac/dc systems, IEEE Transactions on Power Systems 8 (1) (1993) 1–8.
- [22] C. Cañizares, F. Alvarado, C. DeMarco, I. Dobon, W. Long, Point of collapse methods applied to ac/dc power systems, IEEE Transactions on Power Systems 7 (2) (1992) 673–683.
- [23] T. Van Cutsem, A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse., IEEE Transactions on Power Systems 6 (2) (1991) 559–565.
- [24] A. C. G. Melo, S. Granville, J. C. O. Melo, A. M. Oliveira, C. R. Dornellas, R. Soto, Avaliação probabilística de margens de carregamento de sistemas, in: Anais do Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Foz do Iguaçu - Pr / Brasil, 1999.
- [25] S. Greene, I. Dobson, F. L. Alvarado, Sensitivity of transfer capability margins with a fast formula, IEEE Transactions on Power Systems 17 (1) (2002) 34–40.
- [26] F. D. Galiana, K. Lee, On the stability of power systems., in: Proceedings of the IEEE PICA Conference Proceedings, 1977, pp. 201–210.
- [27] K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa, T. Watanabe, A method for finding a pair of multiple load flow solutions in bulk power systems ., IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems 5 (2) (1981) 582–591.
- [28] G. L. Torres, V. Quintana, An interior point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates., IEEE Transactions on Power Systems 13 (4) (1999) 1211–1218.

- [29] Universidade de Washington - sistemas teste, disponível em <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/ieee14cdf.txt> (acesso em Janeiro de 2005).
- [30] S. Granville, J. C. O. Mello, A. C. G. Melo, Application of interior point methods to power flow unsolvability., *IEEE Transactions on Power Systems* 11 (2) (1996) 1096–1103.
- [31] J. Kubokawa, R. Inoue, H. Sasaki, A solution of optimal power flow with voltage stability constrains, *IEEE Transactions on Power Systems* (2000) 625–630.
- [32] L. V. Barboza, Análise do máximo carregamento em sistemas de potência via método de pontos interiores, dissertacao de Mestrado - Engenharia Elétrica (Maio 1997).
- [33] E. D. Castronuovo, Fluxo de potência Ótimo via método de pontos interiores não linear com processamento de alto desempenho, tese de Doutorado - Engenharia Elétrica (Maio 1997).
- [34] E. D. Castronuovo, J. M. Campagnolo, S. R., On the application of high performance computation techniques to nonlinear interior point methods, *IEEE Transactions on Power Systems* 16 (3) (2001) 334–342.