

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MODELAGEM DOS CONVERSORES CC-CC PWM E RESSONANTES PARA A ANÁLISE  
DINÂMICA SOB PERTURBAÇÕES DE PEQUENAS E GRANDES AMPLITUDES

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ORIENTANDO : LUIZ CARLOS DE FREITAS

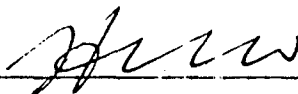
ORIENTADOR : IVO BARBI

FLORIANÓPOLIS - AGOSTO 1992

MODELAGEM DOS CONVERSORES CC-CC PWM E RESSONANTES PARA A ANÁLISE  
DINÂMICA SOB PERTURBAÇÕES DE PEQUENAS E GRANDES AMPLITUDES

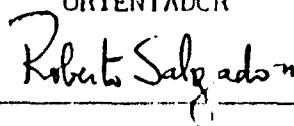
LUIZ CARLOS DE FREITAS

ESTA TESE FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR EM ENGENHARIA,  
ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA, E APROVADA, NA SUA FORMA FINAL, PELO  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA.



Prof. Ivo Barbi, Dr. Ing.

ORIENTADOR

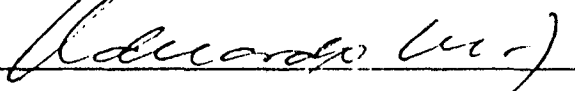


Prof. Roberto de Souza Salgado, PhD.  
COORDENADOR DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

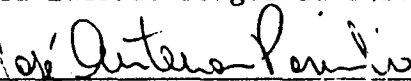
BANCA EXAMINADORA:



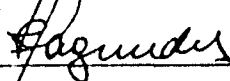
Prof. Ivo Barbi, Dr. Ing.



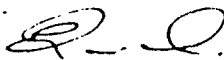
Luiz Eduardo Borges da Silva, PhD.



José Antenor Pomílio, PhD.



João Carlos dos Santos Fagundes, Dr.



Enlo Valmor Kassick, Dr.

À minha esposa Americilda  
Aos meus Filhos: Luiz  
Carlos, Carolina, Geraldo  
Rubens, Zulmária e Pedro  
Augusto.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Ivo Barbi pela orientação e ensinamentos que muito contribuíram no desenvolvimento deste trabalho e para a minha evolução técnica na área da Eletrônica de Potência.

À minha esposa e aos meus filhos pelo incentivo e carinho dispensados ao longo do período de realização deste trabalho.

Aos professores e funcionários do LAMEP - ,UFSC.

Aos colegas, professores e funcionários do departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, pelo apoio e solidariedade.

Aos demais professores membros da banca examinadora.

Ao meu pai, Geraldo Abadio de Freitas, que, embora ausente, foi o meu maior inspirador e incentivador para a conclusão deste trabalho.

À minha mãe, Maria Rosa de Freitas e aos meus irmãos Marlene Fátima Freitas Borges, Wilma Parreira de Freitas, Sonia Maria de Freitas e Élcio Parreira de Freitas, todos ansiosos pelo meu sucesso.

## RESUMO

Neste trabalho foram desenvolvidos os modelos cc e ca dos conversores cc-cc submetidos a pequenas perturbações, adequados ao projeto dos compensadores em malha fechada. Demonstra-se que os modelos desenvolvidos são gerais e podem ser adotados para a análise dinâmica dos conversores cc-cc PWM e Quase-Ressonantes.

Os modelos são validados através da comparação entre as respostas no tempo obtidas para um protótipo montado em laboratório e aquelas obtidas pela simulação do circuito do conversor. As respostas ao degrau e em frequência dos conversores Quase-Ressonantes básicos e dos seus modelos, são apresentadas para consolidar a validade dos modelos apresentados.

Apresenta-se uma nova metodologia de modelagem cc e ca dos conversores cc-cc submetidos a pequenas e grandes perturbações. Através da aplicação desta metodologia, são obtidos os modelos de circuito dos conversores cc-cc básicos. A metodologia é validada através da comparação entre a resposta no tempo a uma perturbação senoidal de grande amplitude sobre a variável de controle dos conversores cc-cc e de seus respectivos modelos.

## ABSTRACT

This work is concerned with dc and ac small signal models of dc-dc converters suitable for analysis and design of compensating circuits in closed-loop operation. It is demonstrated that the models obtained theoretically are generic because they can represent the conventional hard switching PWM converters and Quasi-Resonant ones.

The models are validated by comparing the step time response of a lab prototype with the results of the simulation of the converter circuit and, the comparison of the step time and frequency response from the simulation of the basic Quasi-Resonant converter circuits with the results of the computer simulation of their models.

A novel dc and ac small and large signal modeling approach is presented. The large and small circuit models to dc-dc converters is obtained. This approach is validated by comparing the large signal time response simulation of the models and the converter circuits.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	01
1.1 - Evolução dos conversores estáticos cc-cc.....	01
1.2 - Principais metodologias de modelagem.....	03
1.3 - Objetivos e organização do trabalho.....	05
CAPÍTULO 1 - MÉTODOS DIRETOS DE MODELAGEM DOS CONVERSORES CC-CC	
1.1 - Introdução.....	08
1.2 - Modelagem pela evolução no espaço de estado.....	09
1.3 - Modelagem pela evolução média no espaço de estado.....	22
1.4 - Modelagem por circuito médio equivalente.....	31
1.5 - Modelagem por circuito canônico equivalente.....	36
1.6 - Conclusões.....	46
CAPÍTULO 2 - MODELAGEM DOS CONVERSORES PWM BÁSICOS UTILIZANDO-SE O MODELO DA CHAVE PWM	
2.1 - Introdução.....	47
2.2 - Propriedades invariantes das chaves PWM.....	48
2.3 - Modelo cc da chave PWM.....	53
2.4 - Modelo ca da chave PWM.....	56
2.5 - Efeito das perdas em condução e tempo de estocagem sobre o modelo da chave PWM.....	57

2.6 - Análise dos conversores PWM utilizando os modelos desenvolvidos.....	61
2.6.1 - Conversor Buck.....	62
2.7 - Conclusões.....	70

**CAPÍTULO 3 - MODELAGEM DOS CONVERSORES QUASE-RESSONANTES E QUASE-RESSONANTES-PWM**

3.1 - Introdução.....	71
3.2 - Células de comutação QR e QR-PWM e suas famílias de conversores.....	73
3.3 - Propriedades invariantes das células de comutação.....	77
3.4 - Generalização dos modelos cc e ca das células de comutação.	82
3.5 - Análise cc.....	83
3.6 - Análise ca.....	87
3.7 - Determinação da taxa de conversão e funções de transferência dos QRCs-PWM básicos.....	94
3.7.1 - Conversor Buck.....	95
3.8 - Validação dos modelos desenvolvidos.....	100
3.8.1 - Resposta ao Degrau - SIMULAÇÃO .....	101
3.8.2 - Resposta ao Degrau - EXPERIMENTAL .....	107
3.8.3 - Resposta em Frequência - SIMULAÇÃO .....	109
3.9 - Conclusões.....	112



CAPÍTULO 4 - SÍNTESE DE MODELAGEM DOS CONVERSORES CC-CC  
UTILIZANDO-SE AS PROPRIEDADES INVARIANTES DAS  
CÉLULAS DE COMUTAÇÃO

4.1 - Introdução.....	113
4.2 - Células de comutação PWM, QR e QR-PWM e os conversores básicos associados e seus modelos cc e ca.....	114
4.3 - Parâmetros "h" dos modelos ca dos conversores cc-cc.....	117
4.4 - Diagramas de blocos e funções de transferência em malha aberta dos conversores cc-cc.....	1117
4.5 - Conclusões.....	126

CAPÍTULO 5 - UM NOVO MODELO DE CIRCUITO PARA ANÁLISE CC E CA DOS  
CONVERSORES CC-CC SUBMETIDOS A PEQUENAS E GRANDES  
PERTURBAÇÕES

5.1 - Introdução.....	127
5.2 - Princípio de modelagem proposto.....	128
5.3 - Modelagem dos conversores PWM.....	130
5.3.1 - Conversor Buck.....	130
5.4 - Validação dos modelos dos conversores PWM.....	132
5.5 - Modelos de circuito cc e ca dos QRCs-PWM para pequenas e grandes perturbações.....	143
5.6 - Conclusões.....	166

CONCLUSÕES.....	147
BIBLIOGRAFIA.....	151
ANEXO 1.....	159
ANEXO 2.....	186
ANEXO 3.....	210

## SIMBOLOGIA

$$\left\{ \begin{array}{l} v_o \\ v_{oj} \end{array} \right\}$$

- Tensão média de saída;  $j = 1, 2, \dots$

$$v_g$$

- Tensão de entrada

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{ij} \\ \bar{v}_{ij} \end{array} \right\}$$

- Valor médio de tensão;  $i = a, b, \dots, 1, 2, \dots$   
 $j = a, b, \dots, 1, 2, \dots$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_j \\ \bar{I}_j \end{array} \right\}$$

- Valor médio de corrente;  $j = a, b, \dots, 1, 2, \dots$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{ij}(t) \\ v_{ij} \end{array} \right\}$$

- Valor instantâneo de tensão;  $i = a, b, \dots, 1, 2, \dots$   
 $j = a, b, \dots, 1, 2, \dots$

$$\left\{ \begin{array}{l} i_j(t) \\ i_j \end{array} \right\}$$

- Valor instantâneo de corrente;  $j = a, b, \dots, 1, 2, \dots$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{v}_{ij}(t) \\ \hat{v}_{ij} \end{array} \right\}$$

- Valor instantâneo do desvio;  $i = a, b, \dots, 1, 2, \dots$   
de tensão.  $j = a, b, \dots, 1, 2, \dots$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{i}_j(t) \\ \hat{i}_j \end{array} \right\}$$

- Valor instantâneo do desvio ;  $j = a, b, \dots, 1, 2, \dots$   
de corrente.

- $L_R$  - Indutor de ressonância
- $C_R$  - Capacitor de ressonância
- $\left\{ \begin{array}{l} L \\ L_j \end{array} \right\}$  - Indutor de filtro -  $j = 1, 2, \dots$
- $\left\{ \begin{array}{l} C \\ C_j \end{array} \right\}$  - Capacitor de filtro -  $j = 1, 2, \dots$
- $\left\{ \begin{array}{l} R_s \\ R_{sj} \end{array} \right\}$  - Resistência série do capacitor de filtro.  $j = 1, 2, \dots$
- $R_e$  - Resistência série do capacitor de filtro, incluído o efeito do "ripple" de chaveamento.
- $\left\{ \begin{array}{l} R_L \\ R_{Lj} \end{array} \right\}$  - Resistência série do indutor de filtro.  $j = 1, 2, \dots$
- $R$  - Resistência de carga
- $r_t$  - Resistência de condução do interruptor
- $r_d$  - Resistência de condução do diodo

$\left\{ \begin{array}{l} S_j \\ S \end{array} \right\}$  - Interruptores ,  $j = 1, 2, \dots$

$\left\{ \begin{array}{l} D \\ d \end{array} \right\}$  - Razão cíclica

$\hat{j}$  Valor instantâneo do desvio da variável  $j$ ;  $j = d, f_s, t_1, t_0$

$\left\{ \begin{array}{l} F_s \\ f_s \end{array} \right\}$  - Frequência de chaveamento

$\left\{ \begin{array}{l} F_0 \\ f_0 \end{array} \right\}$  - Frequência de ressonância

$t_1$  - Tempo de interrupção do ciclo de ressonância

$M = \frac{V_0}{V_g}$  - Taxa de conversão (ganho estático)

$f^{-1}(M)$  - Função inversa de  $M$

$\rho$  - Valor da fonte de corrente parametrizada com a tensão  $V_{ap}$

$G(\rho)$  - Função de ressonância

## INTRODUÇÃO

Esta introdução é dedicada ao relato de uma breve história dos conversores cc-cc, à descrição dos princípios de modelagem desenvolvidos neste e em outros trabalhos e à apresentação resumida do conteúdo dos demais capítulos.

### 1.1 - EVOLUÇÃO DOS CONVERSORES ESTÁTICOS CC-CC

A crescente aplicação dos conversores estáticos, sejam eles cc-cc, cc-ca, ca-cc, ca-ca, tem gerado grande corrida tecnológica no sentido de desenvolver conversores que apresentem menor peso, menor volume, maior rendimento e melhor desempenho. Neste sentido, vários países, tais como USA, FRANÇA, e outros, têm investido na pesquisa dos conversores estáticos, recursos da mesma ordem de grandeza que aqueles aplicados na área da informática. Nesta corrida tecnológica, os conversores cc-cc ocupam uma significativa parcela da atenção dos cientistas.

Logo que surgiram, os conversores cc-cc eram comandados somente por tiristores. Estes componentes não possuem capacidade própria de interrupção de corrente sendo que por esta razão os circuitos dos conversores cc-cc, utilizando tiristores como interruptores, devem estar associados aos chamados circuitos de comutação forçada[32]. Como a comutação dos tiristores geralmente ocorre de forma muito lenta, estes conversores só podem operar em baixas frequências de chaveamento, impondo

que os capacitores e indutores de filtro de saída apresentem grande volume e peso, mesmo para estruturas de pequena potência.

Posteriormente, surgiram os transistores bipolares de potência, que em muitos casos podem ser utilizados para substituir os tiristores nos conversores cc-cc. Estes novos componentes, devido as suas características próprias, permitiram elevar a frequência de chaveamento, reduzindo, conseqüentemente, peso e volume dos filtros de saída dos conversores cc-cc.

Com o advento dos MOS-FET's, os tempos de comutação tornaram-se ainda mais reduzidos, permitindo elevar-se ainda mais as frequências de chaveamento na operação dos conversores cc-cc, permitindo a conseqüente e proporcional redução de peso e volume dos filtros de saída.

Apesar desta rápida evolução tecnológica na construção dos interruptores, os conversores cc-cc, até 1985, sómente eram tratados pela técnica da modulação por largura de pulso (PWM). Nesta técnica as comutações ocorrem de forma dissipativa, tanto mais dissipativa quanto maior for a frequência de chaveamento. Por esta razão, torna-se proibitiva a utilização dos conversores PWM com frequências de chaveamento superiores a 100KHz , mesmo quando se utilizam MOS-FET's.

Para resolver o problema da comutação dissipativa presente na operação dos conversores PWM, recentemente (1985), F.C. Lee [ 8 ] introduziu o conceito de quase-ressonância, a partir do qual têm sido desenvolvidos os conversores quase-ressonantes (QRCs). Nestes conversores a comutação ocorre sob corrente nula (ZCS) ou sob tensão nula (ZVS), tornando-a não dissipativa e possibilitando a sua operação em frequências de chaveamento mais elevadas, o que permite reduzir os indutores e capacitores presentes no circuito, reduzindo, conseqüentemente, peso e

volume do conversor.

Devido à comutação não dissipativa, geralmente o rendimento dos conversores quase ressonantes (QRCs) é superior ao dos conversores PWM. Entretanto, os QRCs apresentam a desvantagem de utilizar a frequência de chaveamento como variável de controle. Esta característica operacional impõe que os filtros de saída sejam projetados para operar na menor frequência de chaveamento (condição de carga mínima), o que impossibilita a adequada e desejada redução destes componentes. Além disso, a regulação da variável de saída pela variação da frequência de chaveamento exige circuitos complexos e de difícil realização.

Buscando operar em frequência fixa e garantir a comutação não dissipativa, Barbi [ 9 ] introduziu uma estrutura possuidora das propriedades dos PWM e dos QRCs, a qual recebeu o nome de "Quase-ressonante PWM" (QRC-PWM). Esta nova família de conversores possui as vantagens dos conversores PWM e dos QRCs e, ao contrário dos QRCs, pode operar a frequência fixa e o controle pode ser realizado por variação da largura de pulso, a exemplo do que ocorre nos conversores PWM. Desta forma, as desvantagens operacionais encontradas nos QRCs são contornadas, porém mantendo a característica de comutação não dissipativa. Todos estes aspectos operacionais obtidos pelos conversores QRC-PWM são tratados com detalhes em [31], onde resultados de simulação e experimentais comprovam as vantagens citadas.

## 1.2 - PRINCIPAIS METODOLOGIAS DE MODELAGEM

Independentemente das vantagens ou desvantagens de um dado conversor sobre outro, sempre que se optar pela utilização de um deles, é



necessário se adotar uma estratégia de controle e projetar o compensador adequado ao desempenho desejado. Para se projetar o compensador adequado, as funções de transferência em malha aberta do conversor devem ser conhecidas. Os conversores cc-cc possuem característica não linear estática de operação, o que dificulta a obtenção destas funções de transferência. Muitas formas para contornar este problema têm sido desenvolvidas e relatadas através da literatura especializada, sendo bem conhecidas as seguintes metodologias:

1. Modelagem por circuito médio equivalente;
2. Modelagem pela evolução do espaço de estado;
3. Modelagem pela evolução média de espaço de estado;
4. Modelagem por circuito canônico equivalente;
5. Modelagem discreta;
6. Modelagem por amostragem;
7. Modelagem da chave PWM;
8. Modelagem da chave QRC;
9. Modelagem da chave QRC-PWM;
10. Modelagem por circuito não linear equivalente.

As metodologias acima citadas estão expostas na ordem de suas ocorrências, sendo que as metodologias dos itens 9 e 10 foram desenvolvidas pelo presente trabalho. O modelo da chave QRC-PWM é geral e pode ser adotado para se obter os modelos de circuitos equivalentes para pequenas perturbações e as funções de transferência em malha aberta dos conversores PWM, QRC e QRC-PWM.

Os princípios de modelagem 9 e 10 podem ser associados para se obter os modelos de circuito não linear equivalente, os quais podem ser adotados para análise CC e CA para pequenas e grandes perturbações dos conversores PWM, QRC e QRC-PWM. Desta forma, estes dois princípios associados constituem-se em uma poderosa ferramenta no estudo estático e dinâmico dos conversores cc-cc.

### 1.3 - OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho é dedicado à modelagem unificada de conversores cc-cc, operando no modo contínuo e não isolados, e ao desenvolvimento de uma metodologia unificada de projeto do compensador de controle em malha fechada.

No sentido de apresentar o trabalho de uma forma didática e clara, optou-se por subdividi-lo em seis capítulos e três anexos, conforme descritos a seguir:

No capítulo 1 são apresentadas, de forma resumida, as metodologias 1, 2, 3 e 4 aplicadas à análise CC e CA dos conversores PWM básicos.

Devido à grande importância do princípio de modelagem da célula de comutação nas análises CC e CA dos conversores cc-cc, o capítulo 2 é dedicado ao estudo dos conversores PWM utilizando-se este princípio de modelagem. São obtidas as suas funções de transferência em malha aberta, impedâncias de entrada e impedâncias de saída para ilustrar o princípio. Os capítulos 1 e 2 situarão o leitor quanto ao estado da arte na área de modelos contínuos dos conversores cc-cc.

No capítulo 3, são analisados os conversores QRC-PWM utilizando-se o princípio de modelagem da célula de comutação e suas propriedades invariantes. As funções de transferência em malha aberta dos conversores básicos são obtidas. Demonstra-se que o modelo obtido para a célula de comutação é geral e pode ser adotado na análise cc e ca para pequenas perturbações dos conversores PWM, QRC e QRC-PWM. São apresentados resultados experimentais e de simulação que validam o modelo.

No capítulo 4, uma síntese dos capítulos anteriores é apresentada com o objetivo de fornecer tabelas de circuitos dos conversores cc-cc tratados neste trabalho. Apresenta-se os modelos CC e CA para pequenas perturbações e correspondentes funções de transferência em malha aberta.

No sentido de se obter modelos mais gerais dos conversores cc-cc, o capítulo 5 dedica-se ao desenvolvimento de um novo princípio de modelagem, obtido através da utilização das propriedades invariantes das células de comutação associado ao princípio da conservação da energia entre o modelo de circuito e o conversor propriamente dito.

Através deste princípio são obtidos os modelos de circuitos equivalentes não lineares propícios à análise dinâmica dos conversores cc-cc submetidos a grandes e pequenas perturbações. Estes modelos de circuitos não lineares, obtidos pela associação das propriedades invariantes da chave QRC-PWM com o princípio da conservação de energia, são gerais e podem ser adotados na análise dinâmica dos conversores PWM, QRC e QRC-PWM.

Exemplos numéricos dos conversores PWM e QRC-PWM, e seus modelos de circuito não linear equivalente, submetidos a grandes perturbações, são analisados por simulação. Os resultados obtidos comprovam a validade

dos modelos desenvolvidos.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões do presente trabalho.

No anexo1 são analisados os conversores Boost, Buck-Boost e Cuk utilizando a chave PWM, para complementar o estudo realizado no capítulo 2.

Os conversores Boost, Buck-Boost e Cuk QRC-PWM, são estudados no Anexo2, complementando o capítulo 3.

Repetindo o mesmo procedimento, no anexo 3 são analisados os conversores PWM Boost, Buck-Boost, Cuk, Zeta e Sepic, no sentido de complementar o estudo desenvolvido no capítulo 5, o qual apresenta uma nova metodologia para análise dinâmica sob perturbações de grande amplitude.

## CAPÍTULO 1

### MÉTODOS DIRETOS DE MODELAGEM DOS CONVERSORES CC-CC

#### 1.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentadas as análises cc e ca dos conversores cc-cc PWM, operando no modo contínuo, utilizando-se os métodos: Modelagem pela Evolução no Espaço de Estado; Modelagem por Circuito Médio Equivalente; Modelagem pela Evolução Média no Espaço de Estado; Modelagem por Circuito Canônico Equivalente.

De maneira geral, todos os métodos de modelagem de conversores cc-cc desenvolvidos, estão baseados no tratamento analítico de cada etapa de operação do conversor estudado. Esta análise resulta na obtenção de equações de estado para cada etapa, ou na obtenção de valores médios de correntes e tensões envolvidas na operação do conversor, a partir das quais o estudo do comportamento estático e dinâmico pode ser realizado.

Sob as hipóteses de que as perturbações, quando ocorrerem, sejam de pequena amplitude e em frequência muito inferior à frequência de chaveamento, várias estratégias ou medidas simplificadoras podem ser adotadas para se obter o modelo matemático do conversor. A segunda hipótese, baixa frequência de modulação da perturbação, permite tratar as expressões obtidas para os valores médios das grandezas (corrente e tensão) envolvidas, como valores instantâneos dependentes do tempo [ 1 ], estabelecendo relações não lineares entre as grandezas de saída e de

controle. A primeira hipótese, pequena amplitude, permite a expansão em série de Taylor das expressões envolvidas e desprezar os termos de ordem maior que 1(um), que vai permitir o desenvolvimento do modelo linear representativo da operação do conversor estudado.

## 1.2 - MODELAGEM PELA EVOLUÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADO

Para se realizar o estudo do comportamento estático e dinâmico dos conversores estáticos, é necessário definir suas etapas de operação e seus correspondentes circuitos equivalentes, a partir dos quais se procede a análise e se obtém os seus modelos cc e ca .

Neste sentido, a técnica de modelagem pela Evolução no Espaço de Estado consiste na determinação das equações de estado de cada etapa de operação a partir das quais se obtém a evolução, no tempo, da saída e das variáveis de estado.

Para ilustrar a aplicação desta técnica de modelagem, são analisados os conversores básicos PWM apresentados na Tabela 1. Estes conversores possuem apenas duas etapas de operação, representadas pelos seus circuitos equivalentes, para os quais as expressões (1.1) a (1.4) a seguir, definem a evolução das variáveis de saída e de estado.

Etapa no. 1:

$$\dot{x}_1 = A_1 x + b_1 v_g \quad (1.1)$$

$$V_{01} = C_1^T x \quad (1.2)$$

Etapa no. 2:

$$\dot{x}_2 = A_2 x + b_2 v_g \quad (1.3)$$

$$V_{02} = C_2^T x \quad (1.4)$$

TABELA 1 - Conversores PWM básicos - Etapas de Operação

CONV.	CIRCUITO	ETAPA n° 1	ETAPA n° 2	SAIDA
BUCK				
BOOST				
BUCK - BOOST				
CUK				

As expressões (1.1), (1.2), (1.3) e (1.4) são aplicáveis a todos os PWM, cuja solução resulta em:

$$x_1(t) = e^{A_1 t} x_1(0) + \int_0^t e^{A_1(t-\tau)} b_1 v_g d\tau \quad (1.5)$$

$$x_2(t) = e^{A_2(t-t_1)} x_2(t_1) + \int_{t_1}^t e^{A_2(t-\tau)} b_2 v_g d\tau \quad (1.6)$$

Onde  $t_1$  é o instante no qual a chave S é aberta, terminando a primeira etapa e iniciando a 2a. etapa de operação.

A solução de (1.5) e (1.6) resulta na evolução de estado do conversor, em regime permanente.

### 1.2.1 - ANÁLISE CC

Em regime permanente a tensão de entrada ( $v_g$ ) e a razão cíclica ( $d$ ) são adotadas como constantes ( $v_g = V_g$ ;  $d = D$ ), de modo que a solução de (1.1), (1.2), (1.3) e (1.4) resulta em:

$$x_1(t) = e^{A_1 t} x_1(0) + V_g B_1(t) b_1 \quad (1.7)$$

$$x_2(t) = e^{A_2(t-t_1)} x_2(t_1) + V_g B_2(t-t_1) b_2 \quad (1.8)$$

Onde:

$$B_1(t) = \int_0^t e^{A_1(t-\tau)} d\tau = A_1^{-1} [e^{A_1 t} - I] \quad (1.9)$$



$$B_2(t-t_1) = \int_{t_1}^t e^{A_2(t-\tau)} d\tau = A_2^{-1} \left[ e^{A_2(t-t_1)} - I \right] \quad (1.10)$$

A solução de (1.7) e (1.8) envolve duas constantes indeterminadas que são  $x_1(0)$  e  $x_2(t_1)$ . Entretanto, existem duas condições de fronteira que resolvem este problema, que são:

1. O vetor das variáveis de estado é contínuo em  $t_1$ , pois a corrente no indutor e a tensão no capacitor não variam instantaneamente, de modo que se pode escrever:

$$x_1(t_1) = x_2(t_1) \quad (1.11)$$

Onde  $t_1$  é o instante no qual a primeira etapa termina e inicia a 2a. etapa de operação.

2. A condição de regime permanente requer que as variáveis de estado retornem ao seu valor inicial após o período  $T_s$ , de modo que se pode escrever:

$$x_1(0) = x_2(T_s) \quad (1.12)$$

Assim, através de (1.7) e (1.8), e as condições 1 e 2 de contorno que resultam em (1.11) e (1.12), obtém-se:

$$x_1(0) = x_2(T_s) = x_1(0) \left[ I - e^{D'A_2 T_s} e^{DA_1 T_s} \right]^{-1} \left[ e^{A_2 D' T_s} B_1(DT_s) b_1 + B_2(D' T_s) b_2 \right] V_g \quad (1.13)$$

$$x_2(t_1) = x_1(t_1) = e^{A_1 DT_s} x_1(0) + V_g B_1(DT_s) b_1 \quad (1.14)$$

Na expressão (1.14), D é a razão cíclica, definida por:

$$DT_s = T_1 \quad \text{e} \quad D'T_s = T_2$$

$$D' = 1 - D$$

Através das expressões (1.7), (1.8), (1.9), (1.10), (1.13) e (1.14), pode-se traçar a evolução de  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  em regime permanente. Trata-se, sem dúvida de uma forma muito trabalhosa de se estudar o conversor, e principalmente, não permite obter as funções de transferência em malha aberta para possibilitar o projeto do compensador a ser utilizado. Além disso, envolve a obtenção de exponenciais de matrizes que exige a utilização de métodos computacionais. Por exemplo, para se obter  $e^{At}$  sabe-se que:

$$e^{AT_s} = I + AT_s + \frac{A^2}{2!} T_s^2 + \frac{A^3}{3!} T_s^3 + \dots \quad (1.15)$$

Ou:

$$e^{AT_s} = L^{-1} \left\{ [sI - A]^{-1} \right\} \quad (1.16)$$

As expressões (1.15) e (1.16) determinam valores exatos de  $e^{AT_s}$  sendo que sua aplicação leva à obtenção exata de  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$ . Entretanto, a natureza dos conversores cc-cc, em geral permite que os termos de grau maior que um, da expressão (1.15), sejam desprezados.

Para mostrar esta propriedade e a aplicabilidade da metodologia, o conversor Boost PWM será tomado como exemplo. Da análise das etapas de operação do conversor Boost PWM, ilustrado na Tabela 1, obtém-se:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R+R_s)C} \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_L + (R_s // R)}{L} & -\frac{R}{L(R+R_s)} \\ \frac{R}{(R+R_s)C} & -\frac{1}{(R+R_s)C} \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

$$C_1^T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{R}{(R+R_s)} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

$$C_2^T = \begin{bmatrix} R // R_s & \frac{R}{(R+R_s)} \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

$$b_1 = b_2 = \begin{bmatrix} 1/L & 0 \end{bmatrix}^t \quad (1.21)$$

$$x = \begin{bmatrix} i_c & v_c \end{bmatrix}^t \quad (1.22)$$

#### 1.2.1.1 - ANÁLISE CC DO CONVERSOR BOOST PWM

Através da utilização das expressões (1.7), (1.8), (1.9), (1.10), (1.13), (1.14) e (1.15) ou (1.16), obtém-se o comportamento cc do conversor Boost, para as matrizes definidas pelas expressões (1.17) a (1.22). Entretanto, os termos de ordem superior a um da expressão (1.15) podem ser desprezados sob as condições determinadas a seguir:

Admitindo-se  $R_L = R_s = 0$  e componentes idealizados, através da

utilização da expressão (1.16), obtém-se:

$$e^{A_1 DT_s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-2\omega_\alpha DT_s} \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

$$e^{A_2 D'T_s} = e^{-\omega_\alpha D'T_s} \begin{bmatrix} \cos\omega_0 D'T_s + \frac{\omega_2}{\omega_0} \text{sen}\omega_0 D'T_s & -\frac{\text{sen}\omega_0 D'T_s}{\omega_0 L} \\ \frac{\text{sen}\omega_0 D'T_s}{\omega_0 C} & \cos\omega_0 D'T_s + \frac{\omega_2}{\omega_0} \text{sen}\omega_0 D'T_s \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Onde:

$$\omega_\alpha = \frac{1}{2RC} \quad (1.25)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \omega_\alpha^2} \quad (1.26)$$

Se:

$$a) \omega_0 D'T_s \ll 1 \quad (1.26.1)$$

$$b) \omega_2 D'T_s \ll 1 \quad (1.26.2)$$

Então:

$$e^{-2\omega_\alpha DT_s} \approx 1 - 2\omega_\alpha DT_s \quad (1.27)$$

$$\cos \omega_0 D'T_s \approx 1 \quad (1.28)$$

$$\text{sen } \omega_0 D' T_s \approx \omega_0 D' T_s \quad (1.29)$$

Dadas as características operacionais dos conversores cc-cc, as condições (a) e (b) acima geralmente se verificam, e os termos de grau maior que um podem ser desprezados, de modo que ,para o conversor Boost em questão, pode-se escrever:

$$e^{A_1 D T_s} = I + A_1 D T_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{D T_s}{RC} \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

$$e^{A_2 D' T_s} = I + A_2 D' T_s = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{D' T_s}{L} \\ \frac{D' T_s}{C} & 1 - \frac{D' T_s}{RC} \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

O valor médio do estado, representativo do comportamento cc, é dado por:

$$\bar{x} = \frac{1}{T_s} \left[ \int_0^{t_1} x_1(\tau) d\tau + \int_{t_1}^{T_s} x_2(\tau) d\tau \right] \quad (1.32)$$

De (1.32), (1.7) e (1.8), (1.13) e (1.14) obtém-se:

$$\bar{x} = \frac{1}{T_s} \left[ B_1 (D T_s) x_1(0) + B_2 (D' T_s) x_2(t_1) + V_g \left[ \int_0^{D T_s} B_1(\tau) d\tau b_1 + \int_0^{D' T_s} B_2(\tau) d\tau b_2 \right] \right] \quad (1.33)$$

Onde:

$$\int_0^{DT_s} B_1(\tau) d\tau = A_1^{-2} (e^{A_1 DT_s} - I) - DT_s A_1^{-1} \quad (1.34)$$

e

$$\int_0^{D'T_s} B_2(\tau) d\tau = A_2^{-2} (e^{A_2 D'T_s} - I) - D'T_s A_2 \quad (1.35)$$

Finalmente, as expressões (1.13), (1.14), (1.33), (1.34) e (1.35) permitem obter completamente o vetor de estado em regime permanente (comportamento cc). Trata-se, sem dúvida, de uma forma muito complexa e geralmente  $\bar{x}$  obtido através deste procedimento não depende somente de D e dos elementos passivos do circuito do conversor, mas também da frequência de chaveamento  $f_s$ . A variação de  $f_s$  implica na variação de  $T_s$ , que por sua vez altera o valor cc do vetor de estado. A saída média pode ser obtida como segue:

$$V_0 = D V_{01} + D' V_{02} \quad (1.36)$$

$$V_0 = [ DC_1^T + D' C_2^T ] \bar{x} \quad (1.37)$$

O cálculo de saída pela utilização da expressão (1.37) (utilizando métodos computacionais) [ 10 ] e do vetor de estado médio  $\bar{x}$  pela utilização da expressão (1.33), revela que, para valores de frequência de chaveamento acima dos quais as condições (a) e (b), dadas pelas expressões (1.26.1) e (1.26.2), são satisfeitas, a saída torna-se independente da frequência de chaveamento  $f_s$ . Esta condição de operação

geralmente é preservada pois representa a característica de operação desejada destes conversores, constituindo na sua principal vantagem. Sob esta condição operacional, o "ripple" da tensão de saída será desprezível (já que o ripple na evolução de estado é desprezível) e a aproximação linear, desprezando-se os termos de ordem superior a um na expressão (1.15), pode ser adotada. Neste caso, a solução da expressão (1.33) resultará nas seguintes relações:

$$\bar{x} = -A^{-1}b V_g \quad (1.38)$$

Onde:

$$A = D A_1 + D' A_2 \quad (1.39)$$

$$b = D b_1 + D' b_2 \quad (1.40)$$

As expressões (1.38) a (1.40) demonstram que  $\bar{x}$  independe de  $f_s$  quando as condições acima forem observadas. A saída  $V_o$  é obtida por:

$$V_o = C^t \bar{x} \quad (1.41)$$

Onde:

$$C^t = (D C_1^t + D' C_2^t) \quad (1.42)$$

### 1.2.2 - ANÁLISE CA

A análise ca exata envolve as equações de estado e o cálculo da evolução de estado, via métodos computacionais, quando  $v_g$  ou  $d$  são perturbados, de modo que:

$$v_g = V_g + \hat{v}_g \quad (1.43)$$

$$d = D + \hat{d} \quad , \quad d' = D' - \hat{d} \quad (1.44)$$

Onde:

$$\hat{v}_g \ll V_g \text{ e } \hat{d} \ll D \quad (\text{pequena perturbação})$$

Esta metodologia se baseia na análise linear por partes do conversor em estudo, de modo que uma perturbação em  $v_g$  como em (1.43), faz com que o estado sofra uma perturbação dada por:

$$x = \bar{x} + \hat{x} \quad (1.45)$$

Onde  $\bar{x}$  é o estado em regime permanente.

De (1.45) obtém-se:

$$\dot{x} = \hat{\dot{x}} + \bar{\dot{x}} \quad (1.46)$$

De (1.46) e (1.1), (1.2), (1.3) e (1.4), obtém-se:

$$\bar{\dot{x}} + \hat{\dot{x}} = A_1 \bar{x} + b_1 V_g + A_1 \hat{x} + b_1 \hat{v}_g \quad (1.47)$$

$$\bar{\dot{x}} + \hat{\dot{x}} = A_2 \bar{x} + b_2 V_g + A_2 \hat{x} + b_2 \hat{v}_g \quad (1.48)$$

$$V_{01} + \hat{v}_{01} = C_1^T \hat{x} \quad (1.49)$$

$$V_{02} + \hat{v}_{02} = C_2^T \hat{x} \quad (1.50)$$



Conhecida a função  $\hat{v}_g$ , sendo  $d$  constante, utilizando-se as expressões (1.5) e (1.6) e as condições de fronteira dadas por (1.11) e (1.12), pode-se traçar a evolução de estado a partir do estado inicial ( $x$ ) e o comportamento das saídas  $v_{01}(t)$  e  $V_{02}(t)$ .

O mesmo procedimento pode ser adotado para o caso em que  $v_g$  é constante e  $d$  é perturbada como na expressão (1.44), sendo que neste caso, fazendo  $\hat{v}_g = 0$  na expressão (1.47), as equações de estado podem ser reescritas como:

$$\dot{\hat{x}} = A_1 x + b_1 V_g + A_1 \hat{x} \quad (1.51)$$

$$\dot{\hat{x}} = A_2 x + b_2 V_g + A_2 \hat{x} \quad (1.52)$$

A solução de (1.51) e (1.52) conduz a:

$$\hat{x}_1(t) = e^{A_1 \hat{t}} \hat{x}_1(t_0) + \int_0^{\hat{t}} e^{A_1(\hat{t}-\tau)} d\tau b_1 V_g \quad (1.53)$$

$$D T_s < \hat{t} < (D + \hat{d}) T_s ; t_0 = D T_s$$

$$\hat{x}_2(t) = e^{A_2 \hat{t}} \hat{x}_2(t_{01}) + \int_{t_{01}}^{\hat{t}} e^{A_2(\hat{t}-\tau)} d\tau b_2 V_g \quad (1.54)$$

$$(D - \hat{d}) T_s < \hat{t} < T_s ; t_{01} = (D + \hat{d}) T_s$$

A análise cc e ca pela "Evolução de Espaço de Estados" apresentada, mostra que é indispensável a utilização de

métodos computacionais, sem possibilitar a obtenção formal das funções de transferência desejadas para representar o modelo do conversor. Este método, então, não oferece a possibilidade de desenvolver um projeto formal do compensador de controle em malha fechada, possibilitando apenas traçar o comportamento das variáveis de estado e da saída, no tempo.

Este método, aplicado a outros conversores, difere apenas quanto ao número de equações de estado, que serão tantas quanto for o número de etapas de operação envolvidas. Da mesma maneira, existirá o mesmo número de condições de fronteira. Por exemplo, para os QRCs, ilustrados na tabela 3.1, página 75, temos quatro etapas de operação e as equações de estado serão dadas por:

$$\dot{x} = A_1 x + b_1 v_g \quad V_{01} = C_1^T x \quad (1.55)$$

$$\dot{x} = A_2 x + b_2 v_g \quad V_{02} = C_2^T x \quad (1.56)$$

$$\dot{x} = A_3 x + b_3 v_g \quad V_{03} = C_3^T x \quad (1.57)$$

$$\dot{x} = A_4 x + b_4 v_g \quad V_{04} = C_4^T x \quad (1.58)$$

Condições de fronteira:

$$x_1(0) = x_4(T_s) \quad (1.59)$$

$$x_2(t_1) = x_1(t_1) \quad (1.60)$$

$$x_3(t_2) = x_2(t_2) \quad (1.61)$$

$$x_4(t_3) = x_3(t_3) \quad (1.62)$$

### 1.3. - MODELAGEM PELA EVOLUÇÃO MÉDIA NO ESPAÇO DE ESTADO

Esta metodologia constitui uma extensão do método apresentado na seção precedente, concebida para tratar os conversores para os quais as hipóteses simplificadoras mencionadas se apliquem [ 10 ].

Em um conversor PWM, no qual ocorrem duas etapas de operação, a evolução do estado pode ocorrer conforme ilustra a Figura 1 a seguir:

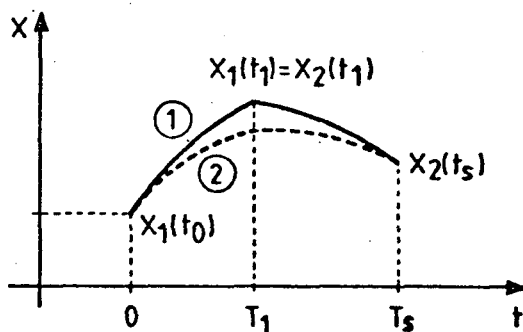


Fig. 1.1 - Evolução genérica de uma variável de estado  
de um dado conversor PWM  
Curva 1 - Evolução real  
Curva 2 - Evolução média

A Figura 1.1 representa a evolução de uma variável de estado de um conversor PWM genérico, no intervalo  $T_s$  (período de chaveamento), durante um intervalo de tempo em que o estado ainda não atingiu seu regime permanente, quando as condições de fronteira se repetem a cada período.

Admitindo-se as hipóteses simplificadoras citadas, o vetor de estado no instante  $T_s$  será dado por:

$$x_2(T_s) = [I + dA_1 T_s + d'A_2 T_s] x_1(0) + V_g [db_1 T_s + d'b_2 T_s] \quad (1.63)$$

Se se definir:

$$x_1(0) = x(nT_s) \Rightarrow x_2(T_s) = x[(n+1)T_s] \quad (1.64)$$

De (1.63) obtém-se:

$$\frac{x_2(T_s) - x_1(0)}{T_s} = (dA_1 + d'A_2) + V_g (db_1 + d'b_2) \quad (1.65)$$

De (1.63) e (1.64), obtém-se:

$$\frac{x[(n+1)T_s] - x(nT_s)}{T_s} = \dot{x}(nT_s) = Ax + bV_g \quad (1.66)$$

Onde:

$$A = dA_1 + d'A_2 \quad (1.67)$$

$$b = db_1 + d'b_2 \quad (1.68)$$

É importante notar que a validade da expressão (1.66) está vinculada à questão da aproximação linear na qual os termos de grau maior que um da expressão (1.15), e a sua solução, resulta numa evolução de estado médio, conforme ilustrado pela evolução de estado, em linhas tracejadas, na Figura 1. 1. Geralmente, as exigências de projeto dos conversores cc-cc conduzem a circuitos que possuem "ripple" significativamente reduzidos das variáveis de estado envolvidas, de modo que, à luz do exposto, as evoluções de estado médio e real diferem muito pouco, em geral apresentando erros da ordem de 0,01% [10]. A expressão (1.66) utiliza a hipótese de "ripple" nulo, justificado pelo exposto, validando este procedimento.

A retenção de termos de segunda ordem da expressão (1.15), aumenta significativamente a complexidade da análise sem contudo trazer nenhum benefício que justifique este esforço adicional. A consequência imediata de tal procedimento é invalidar a utilização da simplificação obtida pela expressão (1.66), e cancelar os benefícios que esta técnica pode propiciar, tais como a obtenção de modelos representados por circuitos equivalentes (Circuito Médio Equivalente, Circuito Canônico Equivalente).

A técnica exposta possui ainda, a propriedade de que o intervalo no qual se inicia a análise não altera o resultado obtido, de maneira que a expressão (1.66) independe do instante no qual se inicia a evolução de estado. Esta propriedade não se aplicaria a sistemas nos quais os termos de ordem superior a um da expressão (1.15) fossem retidos.

### 1.3.1 - ANÁLISE CC

O comportamento cc do conversor é obtido pela forma clássica, utilizando-se a expressão (1.66) e calculando-se o valor médio da saída dado por:

$$V_o = \left[ DT_s V_{o1} + D' T_s V_{o2} \right] \frac{1}{T_s} \quad (1.69)$$

$$V_o = \left[ DV_{o1} + D' V_{o2} \right] \quad (1.70)$$

De (1.2), (1.4) e (1.70) obtém-se:

$$V_0 = C^t x \quad (1.71)$$

Onde:

$$C^T = [D C_1^t + D' C_2^t] \quad (1.72)$$

O estado cc é obtido fazendo-se  $\dot{x} = 0$  na expressão (1.66), obtendo-se:

$$x = -A^{-1} b V_g \quad (1.73)$$

De (1.71) e (1.73) obtém-se:

$$V_0 = -C^t A^{-1} b V_g \quad (1.74)$$

Assim, de (1.74) obtém-se:

$$M = \frac{V_0}{V_g} = -C^t A^{-1} b \quad (1.75)$$

Em cc, indutores são representados por suas resistências e capacitores são representados por circuito aberto. A matriz "A" na expressão (1.74) possui termos relacionados com estes elementos, na qual a consideração acima deve ser adotada.

### 1.3.2 - ANÁLISE CA

O principal objetivo da análise ca é encontrar uma expressão de função de transferência que traduza o comportamento do conversor quando submetido a perturbações em torno do seu ponto de operação em regime cc.

Neste sentido, deve-se obter as funções de transferência entre a tensão de saída e as variáveis de controle, que nos conversores cc-cc são a tensão de entrada  $v_g$ , a frequência de chaveamento ( $f_g$ ) e a razão cíclica ( $d$ ). Assim, para os conversores PWM, admitindo-se razão cíclica constante, e que a tensão de entrada seja perturbada de modo que  $v_g = V_g + \hat{v}_g$ , sendo  $\hat{v}_g \ll V_g$ , pode-se determinar a função de transferência entre a tensão de saída e a tensão de entrada, através da incorporação destes efeitos nas equações lineares de estado (1.66), (1.67) e (1.68). A perturbação em  $v_g$  implica em uma perturbação da mesma forma ao estado ( $x$ ), de modo que  $x = X + \hat{x}$ , sendo  $\hat{x} \ll X$ . Assim, obtém-se:

$$\dot{\hat{x}} + \hat{x} = Ax + bV_g + A\hat{x} + b\hat{v}_g \quad (1.76)$$

Na expressão (1.76),  $Ax + bV_g$  representam a componente cc, de maneira que o comportamento ca do conversor é dado por:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + b\hat{v}_g \quad (1.77)$$

Procedendo de modo similar porém admitindo-se  $v_g$  constante e  $d = D + \hat{d}$ , sendo  $\hat{d} \ll D$ , através das expressões (1.66), (1.67) e (1.68), desprezando-se os termos de 2a. ordem, obtém-se:

$$\dot{\hat{x}} + \hat{x} = (DA_1 + D'A_2)x + (Db_1 + D'b_2)V_g + (DA_1 + D'A_2)\hat{x} + \left[ (A_1 - A_2)x + (b_1 - b_2)V_g \right] \hat{d} \quad (1.78)$$

De (1.77) e (1.78), pode-se escrever a seguinte equação geral de estado representativa do comportamento ca em torno de um dado ponto de operação:

$$\dot{x} + \hat{x} = Ax + bV_g + A\hat{x} + b\hat{v}_g + B_1\hat{d} \quad (1.79)$$

Retirando-se o termo cc da expressão (1.79) obtém-se:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + b\hat{v}_g + B_1\hat{d} \quad (1.80)$$

Onde:

$$B_1 = (A_1 - A_2)X + (b_1 - b_2)V_g$$

Repetindo-se o procedimento descrito para a saída, obtém-se:

$$V_0 + \hat{v}_0 = C^t x + C^t \hat{x} + (C_1^t - C_2^t) x \hat{d} \quad (1.81)$$

Retirando o termo cc da expressão (1.81), obtém-se:

$$\hat{v}_0 = C^t \hat{x} + (C_1^t - C_2^t) x \hat{d} \quad (1.82)$$

Das expressões (1.80) e (1.82), pode-se obter as funções de transferência procuradas. Para  $f_s$  e  $d$  constantes, tem-se que  $\hat{d}$  é nulo, de modo que se pode obter:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = C^t (sI - A)^{-1} b \quad (1.83)$$

Da mesma forma, para  $v_g$  constante tem-se  $\hat{v}_g$  nulo, obtendo-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{d}(s)} = C^t (sI - A)^{-1} B_1 + (C_1^t - C_2^t) x \quad (1.84)$$



É importante notar que as funções de transferência obtidas dependem diretamente do estado cc do conversor. Este fato vem reforçar que as relações obtidas são válidas para pequenas perturbações moduladas em torno do ponto de operação em regime permanente.

Para ilustrar o método, toma-se o conversor Boost dado pela Tabela 1, cujas matrizes  $A_1$ ,  $A_2$  e os vetores  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $C_1$  e  $C_2$  obtidos são dados pelas expressões (1.17) a (1.21), sendo o vetor de estado  $x$  composto pela corrente no indutor  $L$  e pela tensão no capacitor  $C$ .

Resolvendo (1.75), para este conversor, obtém-se a taxa de conversão  $M (V_o / V_g)$  a seguir:

$$M = \frac{V_o}{V_g} = \frac{1}{D'} \frac{D'^2 R}{D'^2 R + R_L + DD' (R_s // R)} \quad (1.85)$$

Admitindo-se  $R_s = 0$ , da expressão (1.85) obtém-se a razão cíclica que permite a máxima taxa de conversão, dada por:

$$D_{\max} = 1 - \sqrt{\frac{R_L}{R}} \quad (1.86)$$

$$M_{\max} = 0,5 \sqrt{\frac{R}{R_L}} \quad (1.87)$$

As expressões (1.86) e (1.87) permitem plotar a taxa de conversão  $M$ , versus razão cíclica  $D$ , genérica, dado pela Figura 1.2.

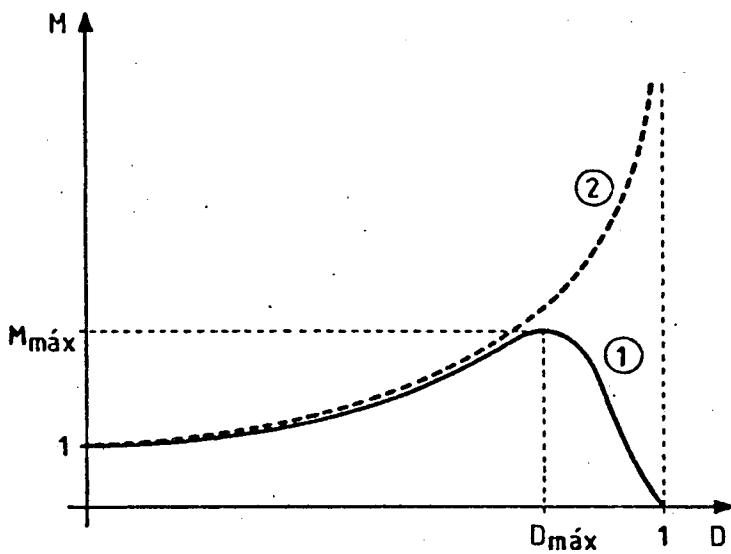


Fig. 1. 2 - Taxa de conversão  $M$   $\left[ (1 - R_L \neq 0; 2 - R_L = 0) \right]$ .

A eficiência do conversor cc-cc, considerando-se componentes idealizados, é obtida pela relação entre a corrente de entrada e a corrente de saída  $\left( \frac{I_{in}}{I_{out}} \right)$  dada por:

$$n = \frac{I_{in}}{I_{out}} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{D'} \quad (1.88)$$

Se se considerar  $R_s = 0$  e  $R_L \neq 0$ , pode-se traçar a seguinte curva de rendimento versus razão cíclica  $D$ :

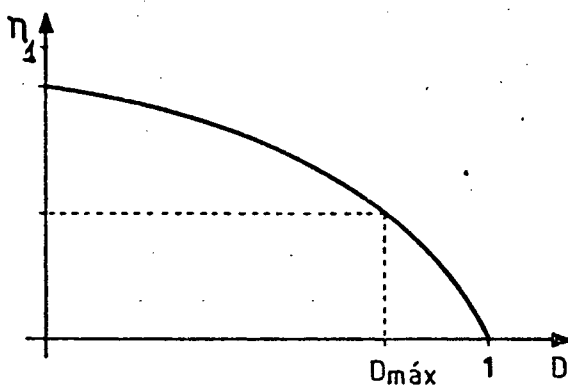


Fig. 1. 3 - Rendimento do conversor Boóst -  $R_L \neq 0$

A curva da Figura 1. 3 ilustra como a resistência do indutor de filtro de saída, ainda que pequena, pode reduzir drasticamente o rendimento do conversor, bem como alterar significativamente a taxa de conversão, se se comparar com aquele que se obtém quando os componentes são idealizados.

Através da aplicação da expressão (1.83) obtém-se a seguinte função de transferência em malha aberta, para a tensão de entrada do conversor Boost.

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{K_1}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (1.89)$$

Procedendo do mesmo modo, através da expressão (1.84) obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_o}{\hat{d}} = \frac{K_2 \left(1 - \frac{s}{\omega_a}\right)}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (1.90)$$

Onde:

$$K_1 = \frac{1}{D'} \frac{1}{1 + \frac{R_L}{RD'^2}} \quad (1.91)$$

$$K_2 = \frac{V_g D'^2 R - R_L}{D'^2 (D'^2 R + R_L)^2} D'^2 R \quad (1.92)$$

$$\omega_0 = \frac{D'}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 + \frac{R_L}{RD'^2}} \quad (1.93)$$

$$\omega_a = \frac{(D'^2 - R_L)}{L} \quad (1.94)$$

$$Q = \frac{D'^2 R + R_L}{\omega_o (CRR_L + L)} \quad (1.95)$$

Se se adotar o procedimento proposto por esta técnica, os quatro conversores básicos apresentados nas tabelas I podem ser analisados e suas características estáticas e funções de transferência são obtidas, conforme ilustram as tabelas 2 , 3 e 4 nas páginas 41, 42 e 43 respectivamente.

#### 1.4 - MODELAGEM POR CIRCUITO MÉDIO EQUIVALENTE

Esta técnica de modelagem consiste no equacionamento e obtenção de expressões que relacionam as tensões e correntes médias envolvidas, e, a partir do sistema de equações obtido, desenvolver o circuito que as represente. A análise cc e ca é então desenvolvida da análise do circuito assim obtido, considerando-se, no caso da análise ca, as perturbações sobre os parâmetros dos circuito, nos quais se encontram a razão cíclica e a tensão de alimentação como variáveis de entrada.

Trata-se de um procedimento que, em termos cronológicos, foi adotado antes de qualquer outro. Sua apresentação neste momento do texto está vinculada à facilidade com que se pode chegar a tais circuitos com o auxílio da técnica "Evolução Média do Espaço de Estado", descrita na seção precedente.

A melhor forma de se chegar aos modelos obtidos por este procedimento, é adotar um dado conversor e através da sua análise desenvolver o seu circuito equivalente. Novamente, tomando-se o conversor

Boost PWM, para ilustrar, o método é apresentado.

A equação média de estado, representada pelas expressões (1.66), (1.67) e (1.68), para este conversor, utilizando-se das expressões (1.17) a (1.22), pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_c}{dt} \\ \frac{dv_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L + d'(R/R_s)}{L} & -\frac{d'R}{L(R + R_s)} \\ \frac{d'R}{C(R + R_s)} & -\frac{1}{C(R + R_s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_c \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_g \quad (1.96)$$

$$v_o = \begin{bmatrix} d'(R/R_s) & \frac{R}{R + R_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_c \\ v_c \end{bmatrix} \quad (1.97)$$

De (1.96) e (1.97), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} L \frac{di_c}{dt} \\ C \frac{dv_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_L + dd'(R_s//R)) & -d' \\ d' & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_c \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} V_g \quad (1.98)$$

De (1.98), obtém-se o circuito equivalente dado pela Figura 1.4 a seguir:

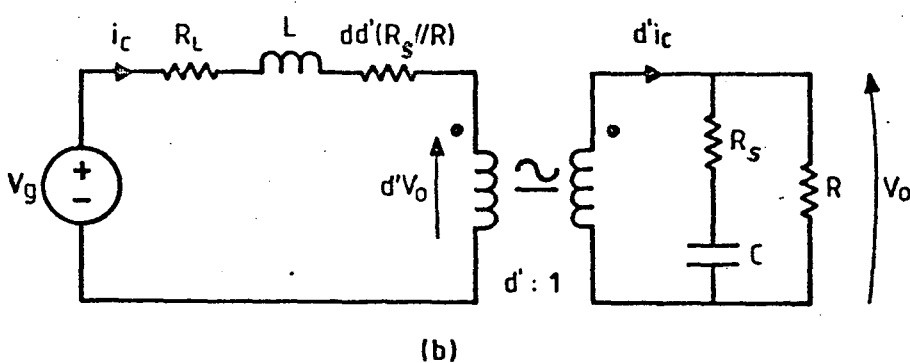
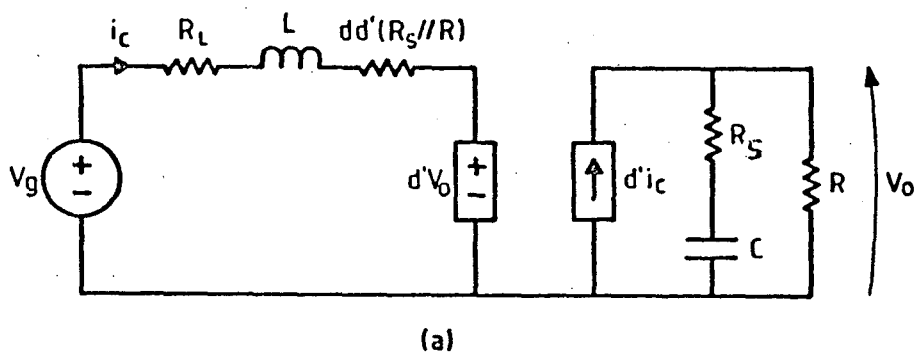


Fig. 1. 4 - Circuito equivalente do Boost PWM.

(a) Obtido pela Evolução Média no Espaço de Estado;

(b) Circuito Médio Equivalente obtido de (a).

Uma vez obtido o circuito representativo do conversor, a sua análise cc e ca é desenvolvida sobre o referido circuito, como segue.

#### 1.4.1 - ANÁLISE CC

O circuito da Figura 1.4 possui um transformador que responde tanto a sinais ca quanto a sinais cc. Trata-se de um dispositivo não realizável, entretanto, sua utilização no modelo de circuito facilita sobremaneira a análise da operação cc e ca do conversor, sendo que por esta razão, esta representação é muito utilizada em métodos de modelagem.

A análise da Figura 1.4, curto-circuitando o indutor L e abrindo o ramo do circuito em que se encontra o capacitor, obtém-se, com facilidade, a taxa de conversão M, dada por:

$$M = \frac{1}{D'} \frac{D'^2 R}{D'^2 R + R_L + DD' (R_S // R)} \quad (1.99)$$

Observe que as expressões (1.99) e (1.85) são idênticas, como não podia deixar de ser, já que o conversor analisado foi o mesmo, apenas utilizando-se de outra metodologia.

#### 1.4.2 - ANÁLISE CA

Admitindo-se que ambas as entradas, d e  $v_g$ , sejam perturbadas de modo que  $d = D + \hat{d}$  e  $v_g = V_g + \hat{v}_g$ , e incluindo este efeito nos elementos do circuito da Figura 1.4, tem-se que:

$$i_c = I_c + \hat{i}_c, \quad v_c = V_c + \hat{v}_c, \quad v_o = V_o + \hat{v}_o, \quad d' = D' - \hat{d} \quad (1.100)$$

A inclusão destes efeitos resulta no circuito da Figura 1.5 a seguir:

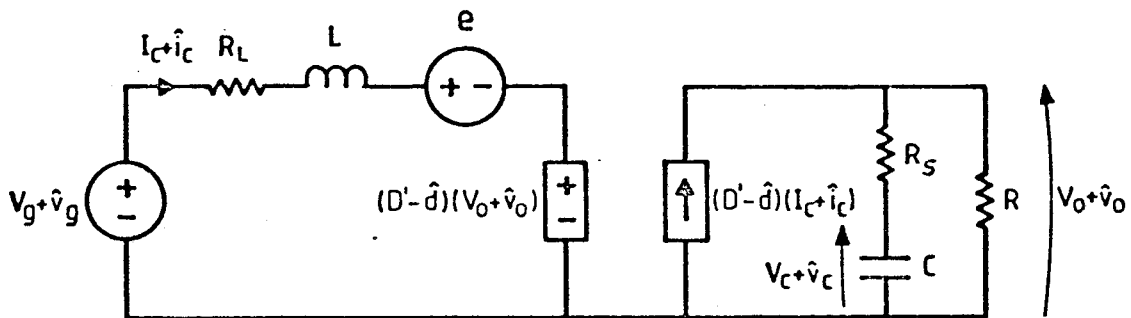


Fig. 1.5 - Circuito equivalente do conversor Boost PWM submetido a pequenas perturbações em  $v_g$  e  $d$

Na Figura 1. 5, tem-se que:

$$e = (D + \hat{d})(D' - \hat{d})(R_S // R)(I_c + \hat{i}_c) \quad (1.101)$$

Admitindo-se as hipóteses simplificadoras citadas anteriormente, que permitem a aproximação linearizada através da irrelevância dos termos de grau dois que surgem nos parâmetros do circuito da Figura 1.4 , obtém-se o circuito da Figura 1.6 .

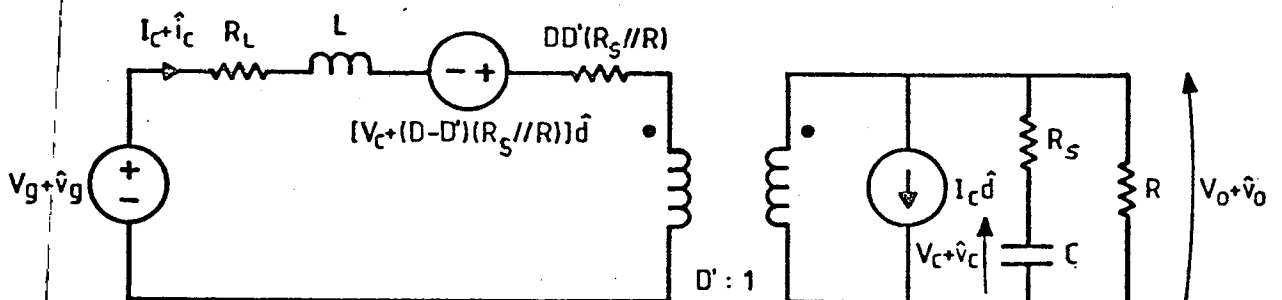


Fig. 1. 6 - Circuito equivalente do conversor Boost PWM, submetido a pequenas perturbações em  $v_g$  e  $d$ .

Finalmente, da análise do circuito da Figura 1. 6, obtém-se as funções de transferências em malha aberta, cujas expressões são idênticas às expressões (1.89) a (1.95).

Se o procedimento descrito nesta seção for adotado na análise dos conversores PWM Buck e Buck-Boost, serão obtidos os circuitos



equivalentes dados na Figura 1.7 a seguir.

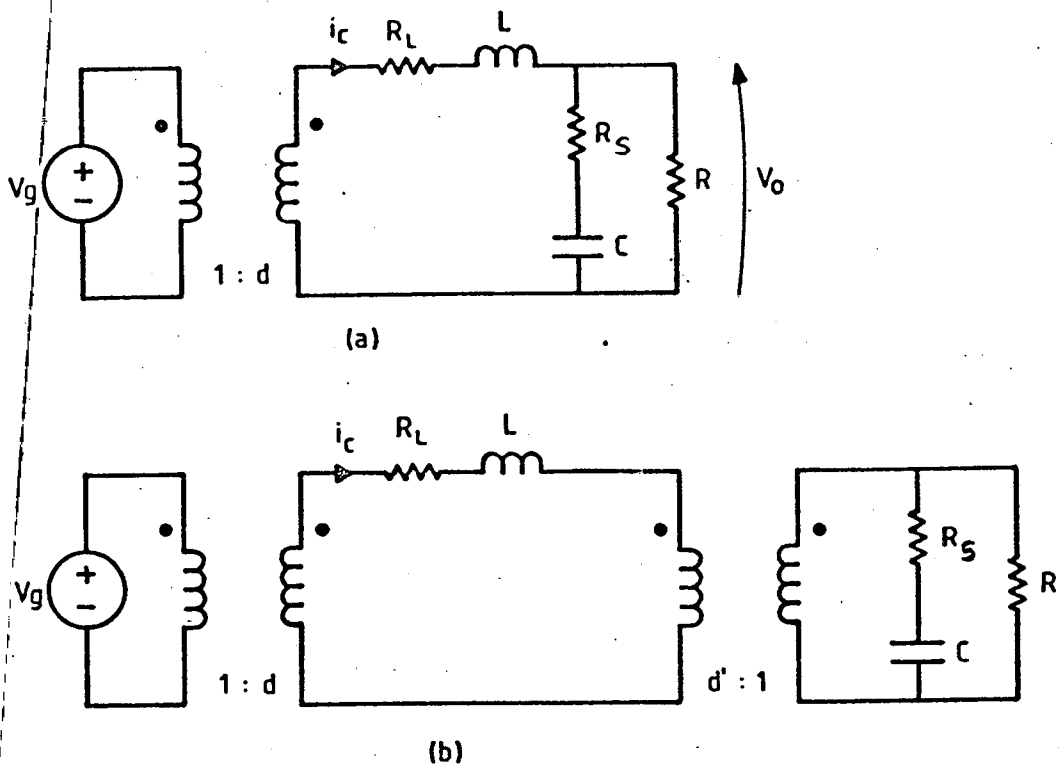


Fig. 1. 7 - Circuito equivalente

a) Buck      b) Buck-Boost

### 1.5. - MODELAGEM POR CIRCUITO CANÔNICO EQUIVALENTE

Esta técnica de modelagem consiste na proposição de um circuito equivalente, empírico, que preserve os aspectos operacionais do conversor [11]. No caso do conversor cc-cc, três aspectos são predominantes. São eles:

a) Em geral, o conversor cc-cc possui uma característica de operação

dos filtros passa-baixa.

- b) A conversão cc-cc, representada pela taxa de conversão  $M$ , caracteriza a operação de um transformador.
- c) A taxa de conversão  $M$  depende da razão cíclica  $d$  ( $M = M(d)$ ) que torna o transformador do item (b) um elemento não linear.

Entretanto, adotando-se as hipóteses simplificadoras permitidas para a análise ca para pequenas perturbações, este transformador pode ser representado por uma relação com a taxa de conversão ( $M$ ), no ponto de operação ( $d = D$ ), e a ação da variação de  $d$  ( $\hat{d}$ ) pode ser separada em dois geradores proporcionais a  $\hat{d}$  nos quais os fatores de proporcionalidade são função do ponto de operação em regime permanente [11].

O circuito que representa os três aspectos descritos pelos itens "a" a "c" está ilustrado pela Figura 1.8, e é chamado de "Circuito Canônico Equivalente".

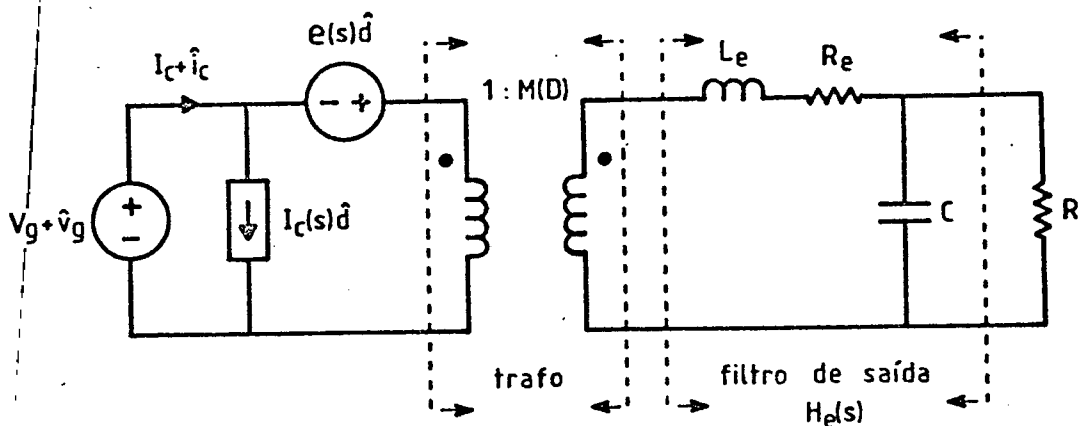


Fig. 1. 8 - Circuito Canônico Equivalente Geral dos conversores PWM

Uma vez estabelecida a forma do modelo, dado pela Figura 1.8, a questão é determinar os parâmetros envolvidos ( $L_e$ ,  $R_e$ ,  $e$ ,  $I_c$ ,  $M$ ), onde  $M$  é taxa de conversão ideal, obtida para o conversor desprezando-se todos os elementos parasitas, que serão diferentes para cada conversor analisado.

A resistência  $R_e$  incluída no modelo da Figura 1. 8 representa o amortecimento presente nos filtros passa-baixa. Esta resistência inclui várias resistências presentes no circuito do conversor, como por exemplo a resistência  $R_L$  do indutor, resistência representativa do tempo de estocagem do transistor, e a associação do resistor do capacitor  $R_s$  com a carga  $R$ .

Novamente, utilizando-se da técnica de modelagem "Evolução Média do Espaço de Estado", estes parâmetros podem ser obtidos, como segue[10 ]:

Aplicando-se Laplace às expressões gerais (1.78) e (1.82), obtém-se:

$$\hat{x}(s) = (sI - A)^{-1} b \hat{v}_g(s) + (sI - A)^{-1} [(A_1 - A_2)x + (b_1 - b_2)V_g] \hat{d}(s) \quad (1.102)$$

$$\hat{v}_o(s) = C^T \hat{x}(s) + (C_1^T - C_2^T)x \hat{d}(s) \quad (1.103)$$

A solução de (1.102) e (1.103) resulta num conjunto genérico de equações dado por:

$$\hat{v}_o(s) = G_{vg} \hat{v}_g(s) + G_{vd} \hat{d}(s) \quad (1.104)$$

$$\hat{i}_c(s) = G_{ig} \hat{v}_g(s) + G_{id} \hat{d}(s) \quad (1.105)$$

Os termos  $G$  são obtidos dos elementos das matrizes e vetores, derivados da análise das etapas de operação do conversor.

Da análise do circuito da Figura 1.8 pode-se escrever:

$$\hat{v}_0(s) = M H_e(s) \hat{v}_g(s) + e(s) M H_e(s) \hat{d}(s) \quad (1.106)$$

$$\hat{i}_c(s) = \frac{M^2}{Z_{e1}(s)} \hat{v}_g(s) + \left[ I_c(s) + \frac{e(s) M^2}{Z_{e1}(s)} \right] \hat{d}(s) \quad (1.107)$$

Comparando-se (1.104) com (1.105) e (1.106) com (1.107), os elementos do circuito da Figura 1.8 são obtidos:

$$e(s) = \frac{G_{vd}(s)}{G_{vg}(s)} \quad (1.108)$$

$$H_e(s) = \frac{1}{M} G_{vg}(s) \quad (1.109)$$

$$I_c(s) = G_{id}(s) - e(s) G_{ig}(s) \quad (1.110)$$

Através da Evolução Média do Espaço de Estado obtém-se os parâmetros  $G_{vd}$ ,  $G_{vg}$ ,  $M$ ,  $G_{id}$ ,  $G_{ig}$ , e o circuito canônico equivalente, dado pela Figura 1.8, é determinado. Através do método geral de síntese [10] para realizar função de transferência com circuito LC e uma carga  $R$ , pode-se obter o filtro passa-baixa que realiza  $H_e(s)$  obtido pelo método descrito.

Para ilustrar o método, o conversor PWM Buck-Boost da Tabela 1 é tomado como exemplo e seu "Circuito Canônico" é obtido a seguir.

Admitindo-se  $R_L = 0$  e  $R_s = 0$ , o "Espaço de Estado Médio" é obtido por:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_c}{dt} \\ \frac{d\hat{v}_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{D'}{L} \\ -\frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_c \\ \hat{v}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \hat{v}_g + \begin{bmatrix} \frac{V_g - V_L}{L} \\ -\frac{V_L}{D'RC} \end{bmatrix} \hat{d} \quad (1.111)$$

Como  $R_c = 0$ , então a tensão de saída  $\hat{v}_o = \hat{v}_c$ . De (1.111) obtém-se:

$$e(s) = -\frac{V_o}{D^2} \left( 1 - s \frac{DL}{D'^2 R} \right) \quad (1.112)$$

$$H_e(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{RC} + s^2 L_e C} \quad (1.113)$$

$$I(s) = -\frac{V_o}{D'^2 R} \quad (1.114)$$

$$M = \frac{D}{D'} \quad (1.115)$$

Onde  $H_e(s)$  é um filtro passa-baixa de segunda ordem, onde  $L_e = \frac{L}{D'^2}$ ,  $C$  é o capacitor de saída e  $R$  é a carga. Calculando-se os parâmetros obtém-se o "Circuito Canônico" da Figura 1.9 a seguir:

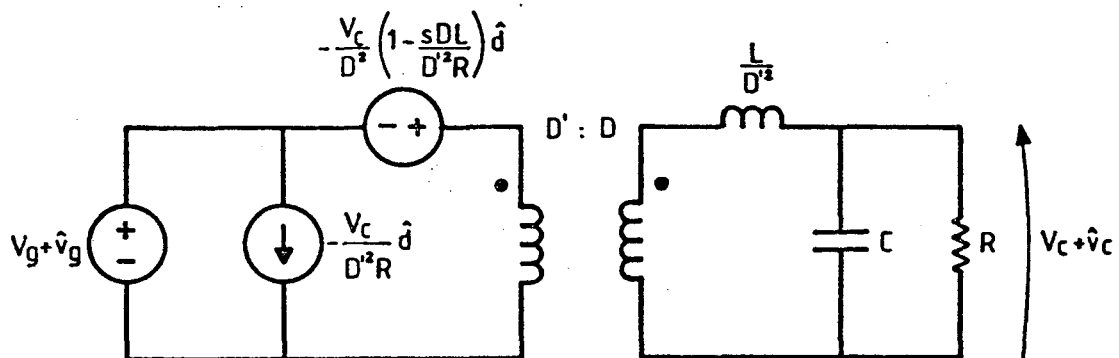


Fig. 1.9 - Circuito Canônico Equivalente - Conversor Buck-Boost PWM

$$R_L = 0 \text{ e } R_s = 0$$

Através do procedimento descrito, obtém-se os parâmetros do Circuito Canônico Equivalente para os conversores Buck e Boost PWM, relacionados na Tabela 2, juntamente com os parâmetros do conversor Buck-Boost analisado anteriormente.

TABELA 2

Conversor	M(D)	e	I <sub>c</sub>	L <sub>e</sub>
Buck	D	$\frac{V_o}{D^2}$	$\frac{V_o}{R}$	L
Boost	$\frac{1}{1-D}$	$V_o \left( 1 - s \frac{L_e}{R} \right)$	$\frac{V_o}{D'^2 R}$	$\frac{L}{D'^2}$
Buck-Boost	$\frac{D}{1-D}$	$-\frac{V_o}{D^2} \left( 1 - sD \frac{L_e}{R} \right)$	$\frac{V_o}{D'^2 R}$	$\frac{L}{D'^2}$

Na Tabela 2, o efeito dos elementos parasitas, tais como a resistência  $R_L$  do indutor e a resistência  $R_s$  do capacitor, não foram incluídas, sendo que por esta razão,  $R_e$  não foi relacionada.

Se se considerar a presença destes elementos parasitas, a aplicação da técnica descrita conduz à obtenção da taxa de conversão e do rendimento dos conversores PWM Buck, Boost e Buck-Boost, sumarizados na Tabela 3 a seguir.

TABELA 3

Conversor	M	n
Buck	$D \frac{R}{R + R_L}$	$\frac{R}{R + R_L}$
Boost	$\frac{1}{D'} \frac{D'^2 R}{D'^2 R + R_L + DD' R / R_s}$	$\frac{D'^2 R}{D'^2 R + R_L + DD' (R / R_s)}$
Buck-Boost	$\frac{D}{D'} \frac{D'^2 R}{D'^2 R + R_L + DD' (R_s // R)}$	$\frac{D'^2 R}{D'^2 R + R_L + DD' (R_s // R)}$

Similarmente, o comportamento dinâmico destes conversores pode ser obtido conforme sumarizado na Tabela 4 a seguir.

TABELA 4

Conversor	$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}$	$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{d}(s)}$
Buck	$D \frac{P_1(s)}{EC_1(s)}$	$V_g \frac{P_1(s)}{EC_1(s)}$
Boost	$D' \frac{P_1(s)}{EC_2(s)}$	$\frac{P_2(s)}{EC_2(s)}$
Buck-Boost	$DD' \frac{P_1(s)}{EC_2(s)}$	$\frac{P_2(s)}{EC_1(s)}$

$$P_1(s) = \frac{R}{RCL + R_s CL} (sR_s C + 1);$$

$$P_2(s) = \frac{(R_L R I_c - D' R V_g)(sR_s C + 1)}{RCL + R_s CL} D' V_g$$

$$EC_1(s) = s^2 + s \left[ \frac{RR_L C + RR_s C + R C R_L + L}{RCL + R_s CL} \right] + \frac{R_L + R}{RCL + R_s CL}$$

$$EC_2(s) = s^2 + s \left[ \frac{RR_L C + R R_s C + R C R D'^2 + L}{RCL + R_s CL} \right] + \frac{R_L + R D'^2}{RCL + R_s CL}$$

A partir das informações obtidas nesta seção, sumarizadas pelas Tabelas 2, 3 e 4, pode-se elaborar os comentários que se seguem, referentes à aplicação desta metodologia.



O "Circuito Canônico Equivalente" da Figura 1.8 incorpora as três propriedades do conversor cc-cc: A função de conversão cc-cc representada pelo transformador ideal de relação  $1:M(D)$ ; parâmetros do circuito relacionados com a variável de controle  $\hat{d}$ ; e o filtro passa-baixa representado por  $H_e(s)$ .

O modelo obtido representa a seção chaveada do conversor. Assim, se a uma dada seção de chaveamento for incorporada uma seção de elementos passivos, estes elementos podem ser incorporados ao modelo, sem perda de generalidade, conforme ilustra a Figura 1.10 a seguir:

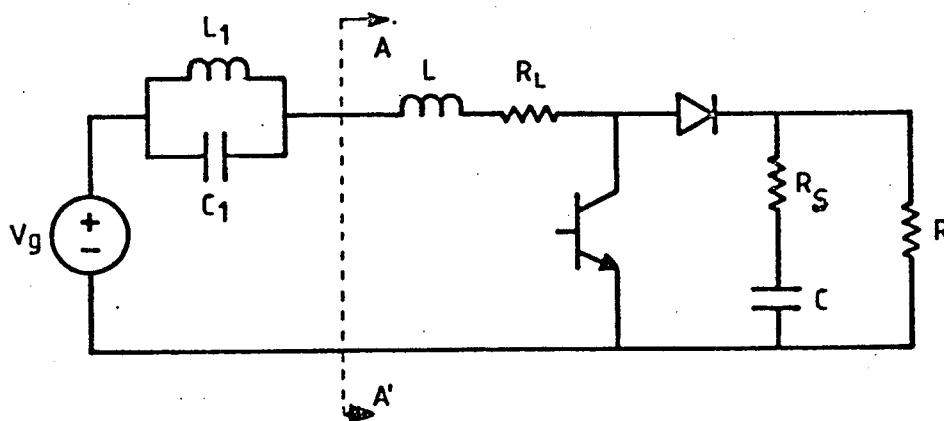


Fig. 1. 10 - Conversor Boost alimentado por fonte  $V_g$  com impedância de entrada.

Procedendo-se conforme o exposto anteriormente, obtém-se o o modelo de "Circuito Canônico" do conversor Boost, dado pela Figura 1.11 a seguir:

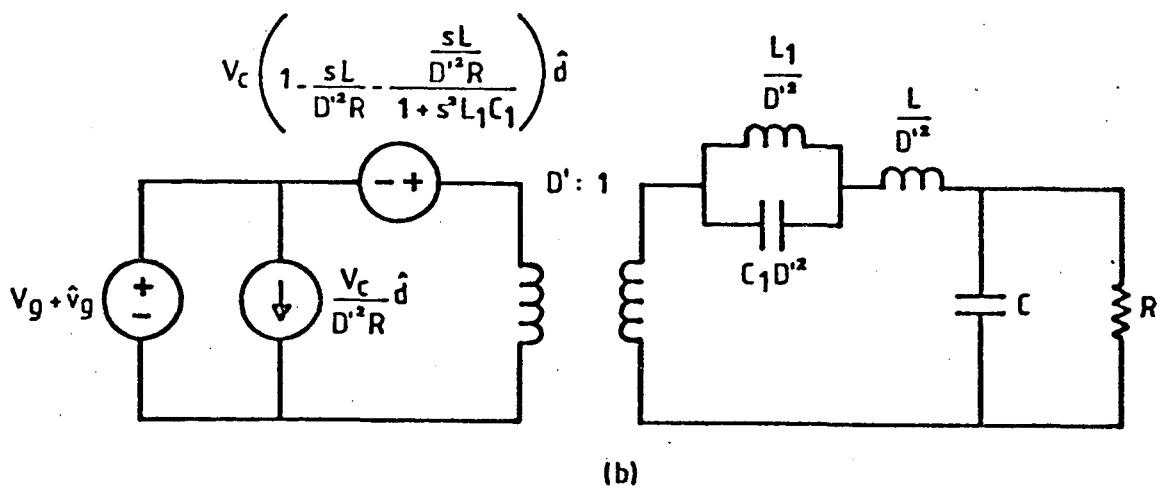
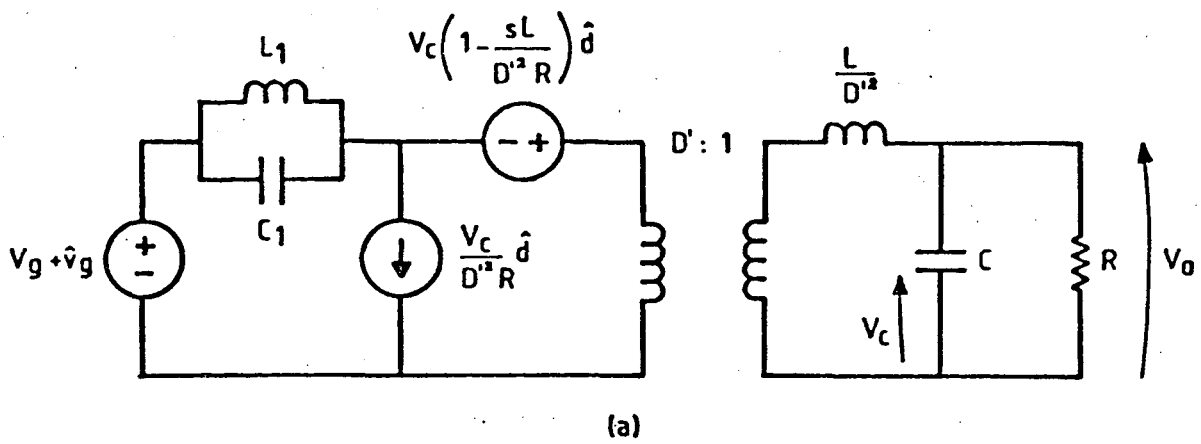


Fig. 1. 11 - Conversor Boost PWM da fig.1.10.

a) - Circuito Canônico equivalente;

b) - Circuito Canônico equivalente obtido de (a).

Esta metodologia torna fácil a análise de um ou mais

conversores conectados em cascata, e por este caminho foi desenvolvido o conversor de Cuk [ 10 ].

## 1.6 - CONCLUSÕES

Neste capítulo foram analisadas as metodologias básicas de modelagem, a partir das quais foram desenvolvidos os métodos mais recentemente utilizados na análise cc e ca dos conversores CC - CC.

Estas metodologias são eficazes, porém possuem elevado grau de complexidade, além de que , cada caso ou conversor a ser analisado deve ser abordado individualmente para se obter o seu modelo e suas funções de transferência.

A análise da operação dos conversores CC - CC pela utilização da " Evolução do Espaço de Estado" conduz a resultados exatos que podem ser utilizados como padrão de referência para aferir os resultados obtidos pela aplicação de outros métodos, constituindo-se na principal base de desenvolvimento destes métodos.

As metodologias "Circuito Médio Equivalente", "Evolução Média no Espaço de Estados" e "Circuito Canônico Equivalente" se baseiam na utilização de hipóteses simplificadoras, tais como "Pequena Amplitude das Perturbações" e "Baixa Freqüência de Modulação da Perturbação", constituindo , desta maneira, em metodologias aproximadas de análise. Sob estas hipóteses, métodos gerais e mais simples de análise foram desenvolvidos, conforme são apresentados nos capítulos subsequentes.

## CAPÍTULO 2

### MODELAGEM DOS CONVERSORES PWM BÁSICOS UTILIZANDO-SE

#### O MODELO DA CHAVE PWM

##### 2.1 - INTRODUÇÃO

Os conversores cc-cc PWM são obtidos a partir da associação de uma chave controlada e outra não controlada a um circuito de elementos passivos lineares invariantes no tempo (LIT). O conjunto destas duas chaves recebe o nome de "Chave PWM" [2], [7].

A operação dos conversores PWM cc-cc é controlada pela variação da razão cíclica ( $d$ ), e, para se projetar o compensador adequado ao controle, torna-se necessário o conhecimento do modelo matemático representativo do comportamento do conversor frente a pequenas perturbações.

O objetivo deste capítulo é apresentar a técnica de modelagem da chave PWM, que aplicada ao circuito LIT do conversor, permite obter o seu modelo de circuito equivalente.

Os modelos dos conversores cc-cc PWM, obtidos neste capítulo, são desenvolvidos sob as hipóteses de que as variáveis de controle são submetidas a perturbações de pequena amplitude, moduladas a frequências bem abaixo da frequência de chaveamento e que o conversor opera no modo contínuo.

## 2.2 - PROPRIEDADES INVARIANTES DAS CHAVES PWM

Para ilustrar e identificar a chave PWM presente em um conversor PWM, utiliza-se os quatro conversores básicos dados pela Figura 2.1, na qual os terminais a, p e c são denominados ativo, passivo e comum, respectivamente [ 2 ].

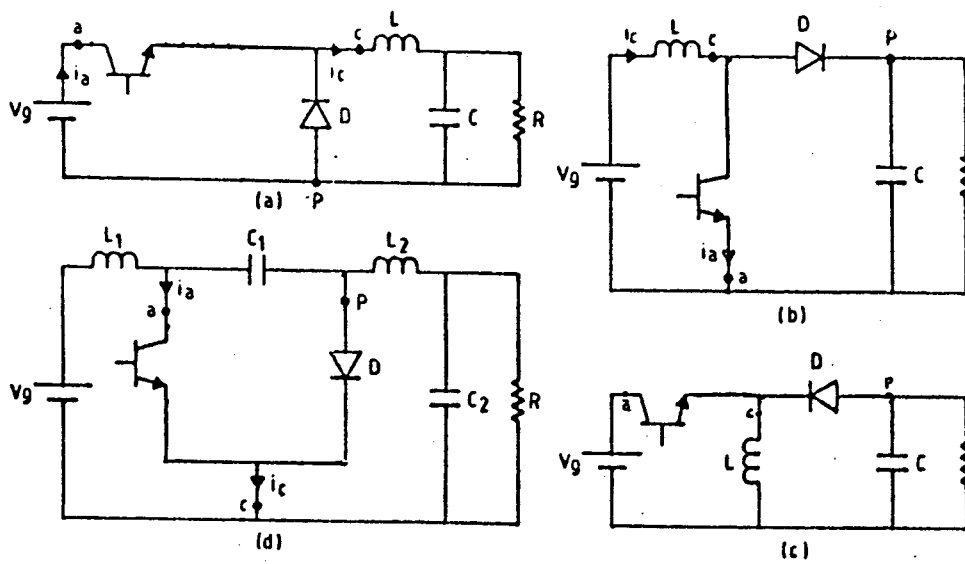


Fig. 2. 1 - Conversores PWM básicos:

- a) Buck;
- b) Boost;
- c) Buck - Boost;
- d) Cuk.

Da Figura 2.1, pode-se extrair a chave PWM dada pela Figura 2.2 a seguir:

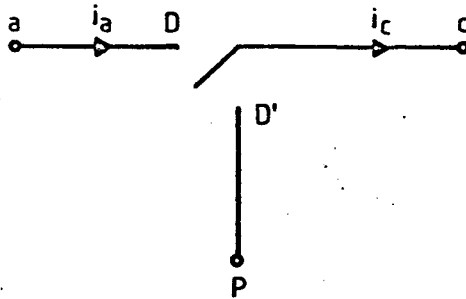


Fig. 2. 2 - Chave PWM geral

Onde:

$D$  = Razão cíclica

$D' = 1 - D$

Para o modo contínuo de operação, tem-se que  $i_c$  é diferente de zero para todo  $t$  ( $i_c \neq 0 \forall t$ ). Assim, a análise da operação dos conversores PWM da Figura 2.1 permite escrever, para o modo contínuo de operação:

- a) No período  $DT_s$  (chave controlada fechada), independentemente da estrutura a qual a chave PWM estiver sendo utilizada, tem-se que:

$$i_a(t) = i_c(t)$$

$$v_{ap}(t) = v_{cp}(t)$$

- b) Do mesmo modo que no item (a), no período  $D'T_s$  tem-se que:

$$i_a(t) = 0$$

$$v_{cp}(t) = 0$$

Resumindo:

$$i_a(t) = \begin{cases} i_c(t); & 0 \leq t < DT_s \\ 0; & DT_s \leq t \leq T_s \end{cases} \quad (2.I)$$

$$v_{cp}(t) = \begin{cases} v_{ap}(t); & 0 \leq t < DT_s \\ 0; & DT_s \leq t \leq T_s \end{cases} \quad (2.II)$$

Nos conversores cc-cc as grandezas de maior interesse são os valores médios de tensões e correntes. Deste modo, para se analisar o comportamento cc e ca para pequenas perturbações destes conversores, as relações entre os valores médios das correntes e tensões devem ser obtidas. No estudo do comportamento ca do conversor sujeito a pequenas perturbações, a consideração de que as grandezas envolvidas variam com frequência, bastante inferior à frequência de chaveamento (tenham suficiente banda limitada), simplifica e facilita a análise. Em um conversor PWM em modo contínuo de operação, pode-se demonstrar que as correntes médias  $\bar{i}_a$  e  $\bar{i}_c$  tem a seguinte relação:

$$\bar{i}_a = D \bar{i}_c \quad (2.1)$$

A relação dada pela expressão (2.1) pode ser obtida da inspeção da Figura 2.3 relativa às correntes instantâneas  $i_a(t)$  e  $i_c(t)$ .

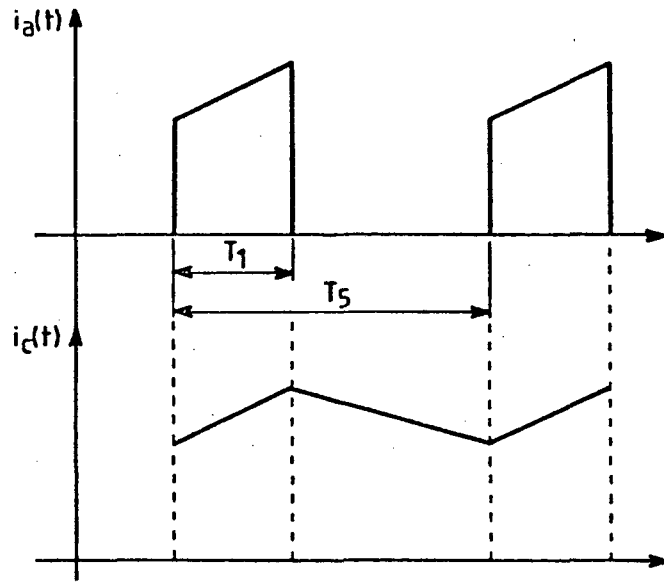


Fig. 2. 3 - Conversor PWM genérico: Correntes instantâneas  $i_a(t)$  e  $i_c(t)$ .

Se se considerar a resistência série equivalente do capacitor do filtro de saída, as formas de onda das tensões  $v_{cp}(t)$  e  $v_{ap}(t)$  são dadas pela Figura 2.4 abaixo:

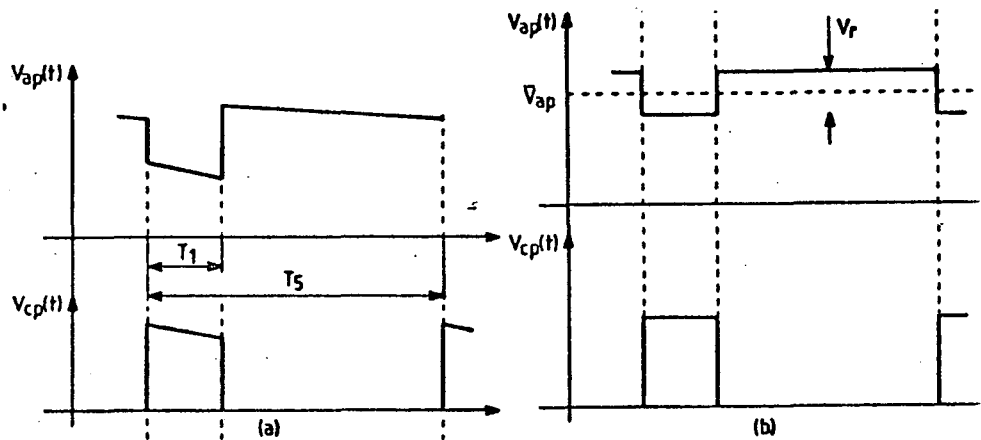


Fig. 2. 4 - Tensões  $v_{ap}(t)$  e  $v_{cp}(t)$ :

a) Considerando o ripple;

b) Desprezando o ripple de tensão de saída.



A forma retangular de onda da tensão  $v_{ap}(t)$ , exceto para o conversor Buck no qual  $v_{ap} = V_g$ , se deve à resistência série equivalente ( $R_s$ ) do capacitor que absorve a corrente pulsante cuja amplitude pico-a-pico é igual ao máximo valor da corrente no terminal c.

Se se desprezar o ripple de corrente no terminal c e considerando-se sómente a corrente média  $\bar{i}_c$  (absorvida pelo capacitor), obtém-se o ripple de tensão em  $v_{ap}$  ( $V_r$  na Figura 2.4(b)) dado por:

$$V_r = \bar{i}_c R_e \quad (2.2)$$

Onde  $R_e$  é função da resistência série equivalente do capacitor e da carga R. Por exemplo; nos conversores Boost e Buck-Boost o pulso de corrente  $\bar{i}_c$  é absorvido pelo capacitor do filtro de saída que está em paralelo com a carga R, de modo que:

$$R_e = R_s \ // \ R \quad (2.3)$$

Se se analisar o conversor Cuk, verifica-se que o pulso de corrente pico-a-pico ( $i_c = i_{in} + i_o$ ) é absorvido somente pelo capacitor acumulador de energia, de modo que:

$$R_e = R_s \quad (2.4)$$

Deste modo, conhecida a estrutura do conversor a ser tratado, por inspeção pode-se obter  $R_e$ .

A inspeção da Figura 2.4(b) permite escrever:

$$\bar{v}_{cp} = d (\bar{v}_{ap} - \bar{i}_c R_e d') \quad (2.5)$$

Se  $R_s$  for nula, a tensão  $v_{ap}$  será contínua, contendo apenas o ripple capacitivo (geralmente desprezível). Assim, de (2.5) obtém-se:

$$\bar{v}_{cp} = d \bar{v}_{ap} \quad (2.6)$$

Sumariando (2.1) a (2.6), tem-se:

$$\bar{i}_a = d \bar{i}_c$$

$$\bar{v}_{cp}(t) = \begin{cases} d(\bar{v}_{ap} - \bar{i}_c R_e d'); & R_s \neq 0 \\ d\bar{v}_{ap} & ; R_s = 0 \end{cases} \quad (2.III)$$

### 2.3 - MODELO CC DA CHAVE PWM

Nas seções que se seguem uma pequena perturbação no valor médio de uma determinada grandeza será representada pelo seu símbolo correspondente acompanhado pelo sinal (^), por exemplo:  $\hat{i}_a = \hat{i}_a$ ; enquanto que seu valor médio será representado pela correspondente letra maiúscula, por exemplo:  $\bar{i}_a = I_a$ .

Admitindo-se razão cíclica constante ( $d = D$ ) e que as quantidades médias de corrente e tensão são perturbadas por alguma variação da tensão de entrada ou da carga do conversor, nos conversores PWM, são verdadeiras as seguintes relações:

$$(I_a + \hat{i}_a) = D (I_c + \hat{i}_c) \quad (2.7)$$

Onde (^) significa "pequena perturbação".

Assim, de (2.1) e (2.7) obtém-se:

$$\hat{i}_a = D \hat{i}_c \quad (2.8)$$

De modo similar, obtém-se para as tensões:

$$\hat{v}_{cp} = D \hat{v}_{ap} - D D' R_e \hat{i}_c \quad (2.9)$$

De (2.8) e (2.9), obtém-se o circuito equivalente dado pela Figura 2.5 abaixo:

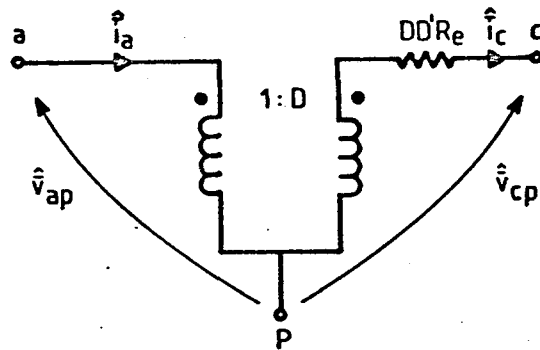


Fig. 2. 5 - Modelo cc da chave PWM

Uma forma alternativa de representar o conversor PWM é dada pelo circuito da Figura 2.6 abaixo:

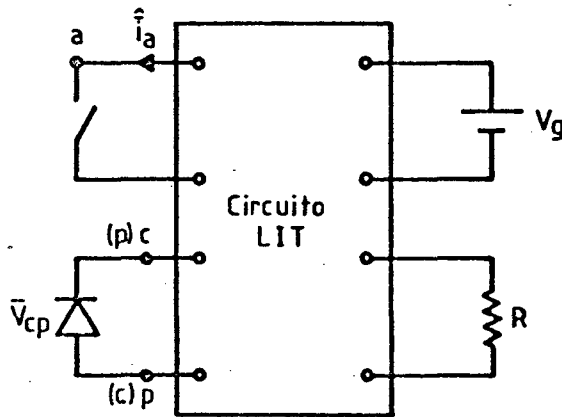


Fig. 2. 6 - Conversor PWM geral

Utilizando-se as expressões (2.1) e (2.5) para definir as variáveis presentes no circuito da Figura 2.6, obtém-se o modelo da chave PWM, ilustrado pela Figura 2.7 abaixo:

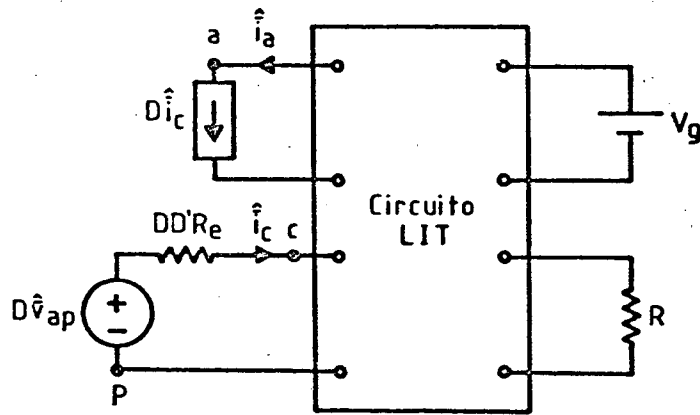


Fig. 2. 7 - Modelo cc de um conversor PWM genérico

Para análise cc de um conversor PWM pode-se utilizar qualquer dos modelos obtidos, como segue:

- 1 - Modelo da Figura 2.5. Toma-se o conversor a ser tratado e substitui-se a chave PWM pelo circuito da Figura 2.5 e procede-se à análise do circuito resultante.
- 2 - Modelo da Figura 2.7. Procede-se como no item 1, entretanto, é necessário estabelecer-se uma relação da tensão  $\hat{v}_{ap}$  e corrente  $\hat{i}_c$  com grandezas conhecidas do circuito. Isto pode ser feito pela simples inspeção do circuito original do conversor a ser estudado. Por exemplo, para o conversor Buck,

$$\hat{v}_{ap} = \hat{v}_g \quad ; \quad V_{ap} = V_g$$

A utilização dos modelos definidôs pelos circuitos das Figuras 2.5 ou 2.7 permite obter a taxa de conversão  $M$  ( $M = \frac{V_0}{V_g}$ ), e a

função de transferência em malha aberta entre a tensão de saída e a tensão

de entrada  $\left(\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}\right)$ .

2.4 - MODELO CA DA CHAVE PWM

Admitindo-se que a razão cíclica seja submetida a pequenas perturbações, a corrente  $i_c$  e as tensões  $v_{ap}$  e  $v_{cp}$  também serão perturbadas de maneira que pode-se escrever:

$$\hat{i}_a = D \hat{i}_c + I_c \hat{d} \tag{2.10}$$

$$\hat{v}_{cp} = D (\hat{v}_{ap} + I_c R_e \hat{d} - \hat{i}_c R_e D') + \hat{d} (V_{ap} - I_c R_e D') \tag{2.11}$$

$$\hat{v}_{ap} = \frac{\hat{v}_{cp}}{D} + \hat{i}_c R_e D' - [V_{ap} + I_c (D - D') R_e] \frac{\hat{d}}{D} \tag{2.12}$$

Da inspeção das expressões (2.10), (2.11) e (2.12) obtém-se o modelo ca da chave PWM, representado pela Figura 2.8 abaixo:

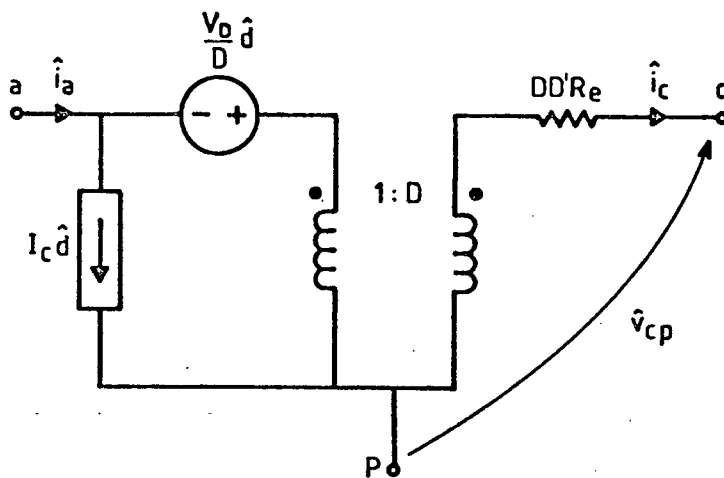


Fig. 2. 8 - Modelo ca da chave PWM

Utilizando-se o modelo da Figura 2.6, as expressões (2.10), (2.11) e (2.12), podem ser representadas pela Figura 2.9.

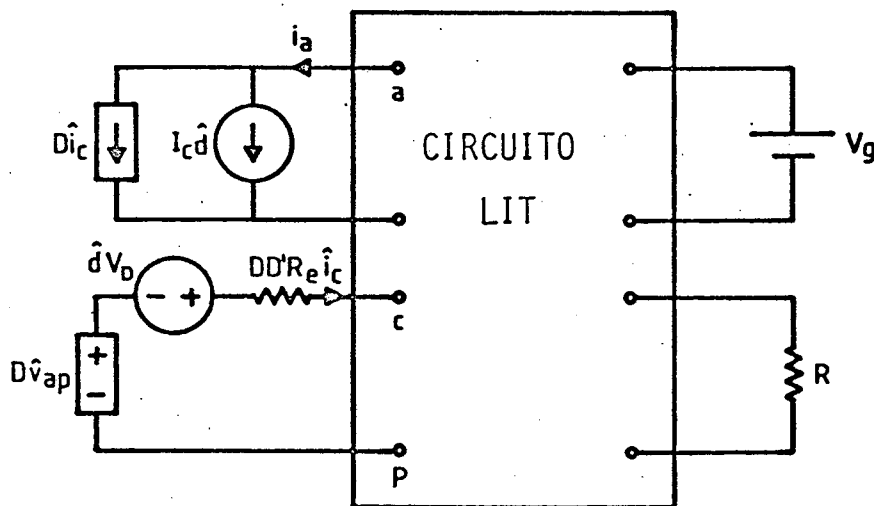


Fig. 2. 9 - Modelo ca do conversor PWM genérico

$$V_D = V_{ap} + I_c R_e (D - D') \quad (2.13)$$

Os modelos das Figuras 2.8 e 2.9 são gerais e podem ser adotados para análise cc, bastando para isto fazer  $\hat{d} = 0$ ,  $\hat{v}_g = V_g$  e  $\hat{i}_c = I_c$ , resultando no modelo da Figura 2.7.

Se se desprezar o valor da resistência série equivalente do capacitor de saída ( $R_s = 0$ ) nos modelos das Figuras 2.8 e 2.9, o resistor  $R_e$ , dado pela expressão (2.3), se anula, e  $V_D$  fica igual a  $V_{ap}$  ( $V_D = V_{ap}$ ).

## 2.5 - EFEITO DAS PERDAS EM CONDUÇÃO E TEMPO DE ESTOCAGEM SOBRE O MODELO

### DA CHAVE PWM

Os modelos dados pelas Figuras 2. 5, 2.7, 2.8 e 2.9 não incluem o efeito das perdas em condução e do tempo de estocagem (os MOSFETs apresentam tempo de estocagem desprezível)[ 2 ].

### 2.5.1 - TEMPO DE ESTOCAGEM

Os modelos desenvolvidos anteriormente são bem flexíveis e permitem a incorporação dos efeitos parasitas, tal como o tempo de estocagem, sem maiores problemas.

O efeito do tempo de estocagem em um BJT (Transistor Bipolar de Junção) pode ser representado por uma simples perturbação na razão cíclica, como segue [ 13 ]:

$$\hat{d} \Rightarrow \hat{d} - \frac{\hat{i}_c}{I_{me}} \quad (2.14)$$

Onde  $I_{me}$  é um parâmetro modulado que depende do tipo de comando de base (proporcional, direto, etc) .

Substituindo (2.14) em (2.10) tem-se:

$$\hat{i}_a = \left( D - \frac{I_c}{I_{me}} \right) \hat{i}_c + I_c \hat{d} \quad (2.15)$$

$$\hat{v}_{ap} = \frac{\hat{v}_{cp}}{D} + \hat{i}_c \left( R_e D' + \frac{r_m}{D} \right) - \frac{V_D}{D} \hat{d} \quad (2.16)$$

Onde:

$$r_m = \frac{V_D}{I_{me}} \equiv \text{Resistência modulada} \quad (2.17)$$

Entretanto, sabe-se que, geralmente  $D \gg \frac{I_c}{I_{me}}$  [ 12 ] , [ 13 ] .

Assim, a expressão (2.15) pode ser reescrita como segue:

$$\hat{i}_a = D \hat{i}_c + I_c \hat{d} \quad (2.18)$$

Admitindo-se a presença dos elementos parasitas (resistências de condução do transistor ( $r_t$ ) e do diodo de roda livre ( $r_d$ ) e a resistência série do capacitor de filtro de saída ( $R_s$ )), a chave PWM pode ser representada pelo circuito ilustrado na Figura 2.10 a seguir.

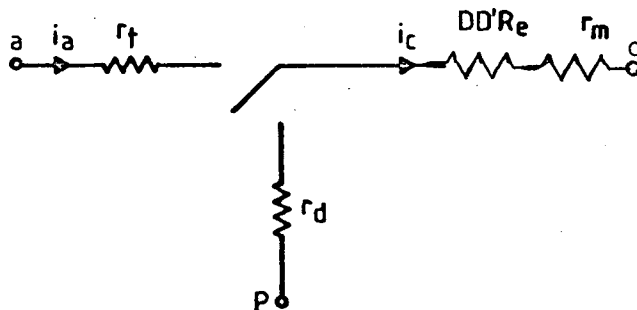


Fig. 2.10 - Chave PWM incluídos os elementos parasitas.

A análise da operação do conversor PWM com a chave apresentada na Figura 1.10 resulta:

$$V_{cp} = D (V_{ap} - I_c D' R_e - I_c r_t) - D' I_c r_d \quad (2.19)$$

Admitindo-se uma perturbação na razão cíclica  $d$  ( $d = D + \hat{d}$ ), da expressão (2.19) obtém-se:

$$\hat{v}_{ap} = (\hat{v}_{cp} / D) + \hat{i}_c r_c - \hat{d} (V_D / D) \quad (2.20)$$

Onde:

$$r_c = r_m + D r_t + D' r_d + DD' R_e \quad (2.21)$$

$$V_D = V_{ap} + (D - D') I_c R_e + I_c (r_d - r_t) \quad (2.21.a)$$



De (2.18), (2.20), (2.21) e (2.21.a), obtém-se o modelo geral dos conversores PWM ilustrado pela Figura 2.11 a seguir:

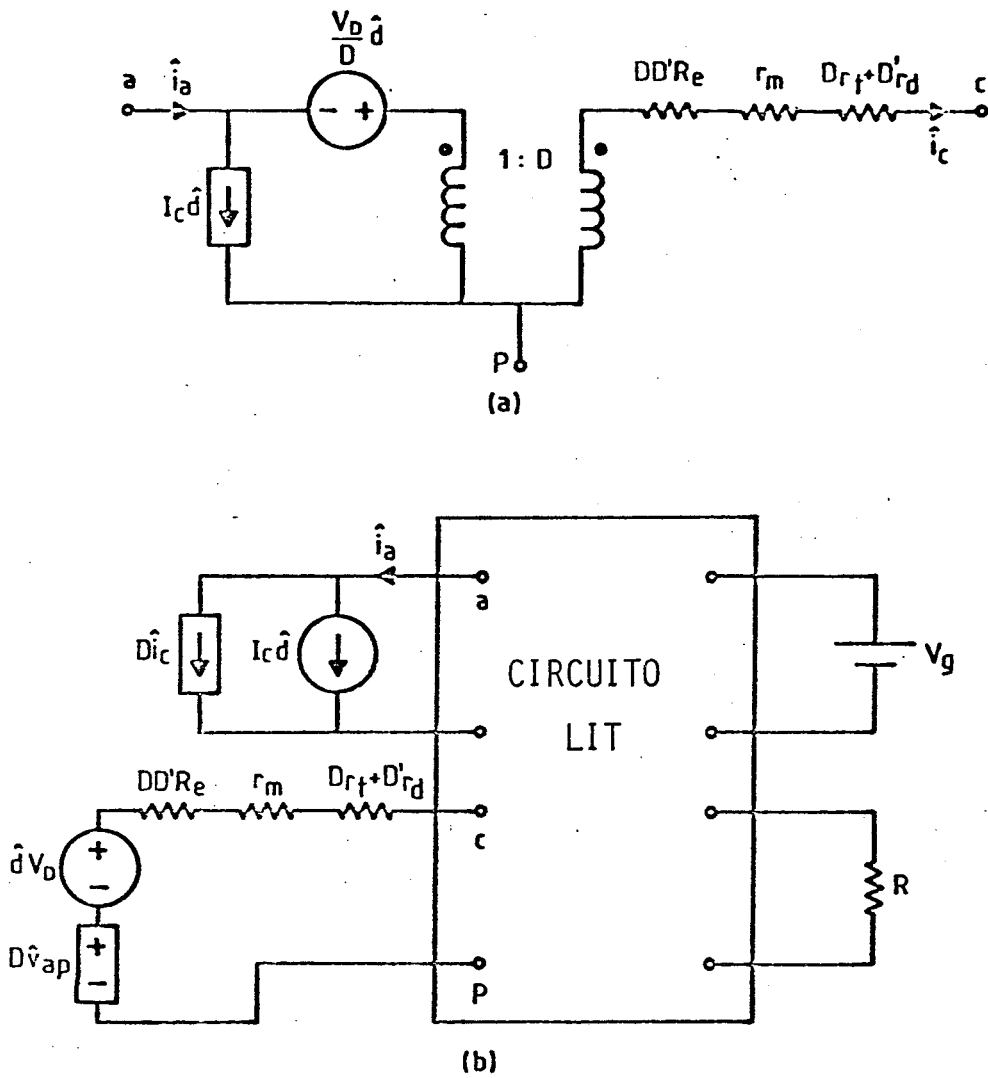


Fig. 2.11 - Modelo geral dos conversores cc-cc incluindo efeitos parasitas: a) Chave PWM; b) Conversor PWM genérico.

No modelo da Figura 2.11 estão incluídos os efeitos dos componentes parasitas presentes no conversor.

Os modelos desenvolvidos para a chave PWM adotam como procedimento básico a retirada do conjunto transistor-diodo, responsáveis pelo controle da razão cíclica no conversor PWM. Isto por si só já é uma aproximação, e os resultados obtidos da aplicação de tais modelos, exigem a comprovação experimental e/ou de simulação.

Entretanto, estes modelos mostram-se eficazes quando aplicados aos conversores básicos. Para validar a metodologia, os conversores Buck, Boost, Buck-Boost e Cuk serão analisados e suas funções de transferência, taxas de conversão, impedâncias de entrada e de saída serão obtidas nas seções que se seguem.

## 2.6 - ANÁLISE DOS CONVERSORES PWM UTILIZANDO OS MODELOS DESENVOLVIDOS

Para consolidar e validar os modelos desenvolvidos, os conversores cc-cc Buck, Boost, Buck-Boost e Cuk, são analisados e as seguintes relações são obtidas:

$$a) \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)}$$

$$b) M = \frac{V_o}{V_g}$$

$$c) Z_{in}$$

$$d) Z_{out}$$

$$e) \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)}$$

### 2.6.1 - CONVERSOR BUCK

Tomando-se o conversor Buck PWM da Figura 2.12(a) e substituindo-se a chave PWM pelo seu modelo geral dado pela Figura 2.10(a), obtém-se o circuito equivalente da Figura 2.12(b).

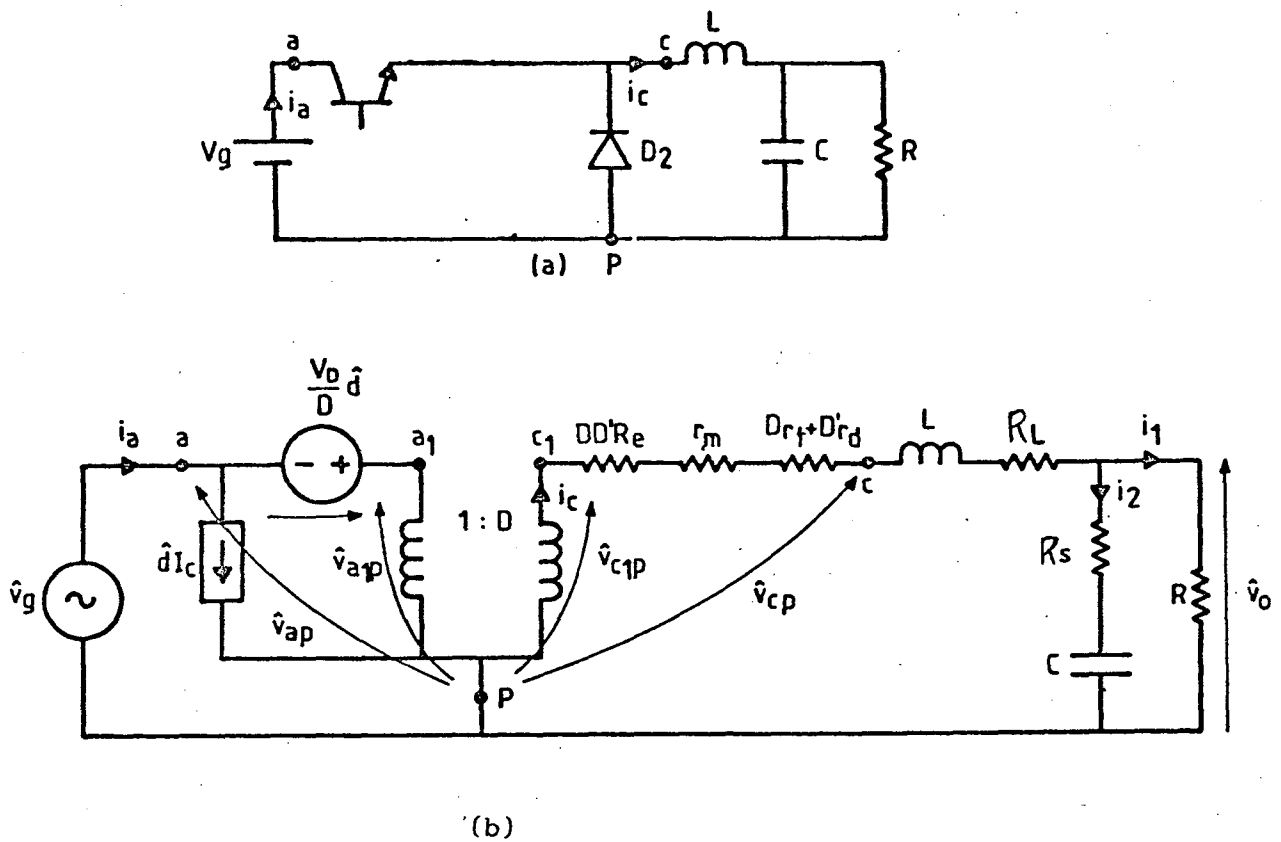


Fig. 2. 12 - Conversor Buck PWM:

(a) - Circuito Real;

(b) - Circuito Equivalente.

A análise do modelo da Figura 2.12(b) permite obter todas as relações de interesse mencionadas como segue:

### 2.6.1.1 - ANÁLISE CC

O comportamento cc do conversor Buck é obtido pela análise do circuito da Figura 2.12(b), adotando-se o seguinte procedimento:

- a) A razão cíclica é admitida constante, de modo que  $\hat{d} = 0$ ;
- b) Os Indutores são representados apenas por suas resistências próprias;
- c) Os ramos que contém capacitores ficam abertos;
- d) A tensão  $\hat{v}_g$  é substituída pelo seu valor cc ( $V_g$ );
- e)  $R_e = 0$ .

Sob as condições acima, obtém-se que:

$$V_{ap} = V_g \quad (2.22)$$

$$V_{c1p} = D V_{ap} \quad (2.23)$$

$$V_{c1p} - V_o = (R_L + r_m + D r_t + D' r_d) i_c \quad (2.24)$$

$$i = \frac{V_o}{R} \quad (25)$$

De (2.23), (2.24) e (2.25) obtém-se:

$$M = \frac{V_o}{V_g} = D \left( \frac{R}{R + R_L + r_m + D r_t + D' r_d} \right) \quad (2.26)$$

Se se desprezar  $r_m$ ,  $R_L$ ,  $r_t$  e  $r_d$ , então:

$$M = \frac{V_0}{V_g} = D \quad (2.27)$$

A metodologia descrita para a determinação de M, é geral e pode ser estendida para a análise de outros conversores, conforme pode-se comprovar nas seções subseqüentes.

#### 2.6.1.2 - ANÁLISE CA

A análise ca do circuito da Figura 2.12(b), permite obter:

a)  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}$ ,

b)  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{d}(s)}$ ,

c)  $Z_{in}$ ,

d)  $Z_{out}$ .

##### 2.6.1.2.1 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}$

Admitindo-se a razão cíclica constante ( $d = 0$ ), e que  $v_g$  seja submetido a pequenas perturbações ( $v_g = V_g + \hat{v}_g$ ), a análise da Figura 2.12(b) permite escrever:

$$D\hat{v}_g - v_0 = \underbrace{[r_m + Dr_t + D'r_d + R_L]}_{R_1} \hat{i}_c + L \frac{d\hat{i}_c}{dt} \quad (2.28)$$

$$\hat{v}_0 = R \hat{i}_1 \quad (2.29)$$

$$\hat{v}_o = R_s \hat{i}_2 + \frac{1}{C} \int \hat{i}_2 dt \quad (2.30)$$

$$\hat{i}_c = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 \quad (2.31)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (2.28) a (2.31) e resolvendo-se, obtém-se o seguinte diagrama de blocos:

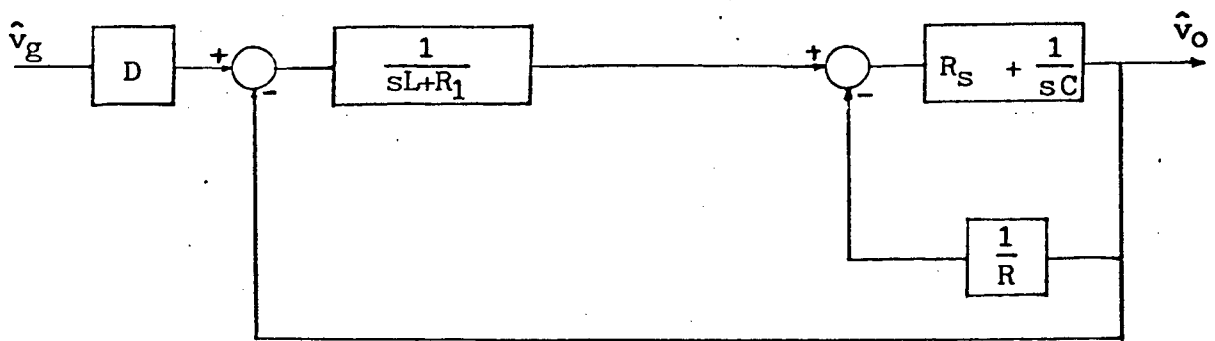


Fig. 2. 13 - Diagrama de blocos representativo do modelo do conversor Buck PWM ( $\hat{d} = 0$ ). ca

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura 2.13, obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{D \frac{R}{RCL + R_s CL} (sCR_s + 1)}{s^2 + s \left[ \frac{RR_1 C + RR_s C + R_s R_1 C + L}{RCL + R_s CL} \right] + \frac{R + R_1}{RCL + R_s CL}} \quad (2.32)$$

Se se desprezar o efeito do tempo de estocagem, das perdas por condução do transistor e do diodo e a resistência série equivalente do capacitor, de (2.32) obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)} = D \frac{\frac{1}{CL}}{s^2 + s \frac{1}{RC} + \frac{1}{CL}} \quad (2.33)$$

Se se considerar apenas a influência de  $R_s$  na expressão (2.32), obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)} = D \frac{\frac{R}{RCL + R_s CL} (sCR_s + 1)}{s^2 + s \left[ \frac{RR_s C + L}{RCL + R_s CL} \right] + \frac{R}{RCL + R_s CL}} \quad (2.34)$$

A análise da expressão (2.34), revela que o comportamento dinâmico do conversor Buck PWM depende do ponto de operação quando a tensão de entrada é adotada como variável de controle.

#### 2.6.1.2.2 - CÁLCULO DE $\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)}$

Admitindo-se  $v_g$  constante ( $\hat{v}_g = 0$ ) e que a razão cíclica  $d$  seja submetida a pequenas perturbações ( $d = D + \hat{d}$ ), a análise da Figura 2.12(b) permite escrever:

$$\hat{v}_{ap} = \hat{v}_{aip} - \frac{V_D}{D} \hat{d} = 0 \quad (2.35)$$

$$\hat{v}_{cip} = D \hat{v}_{aip} \quad (2.36)$$

Das expressões (2.35) e (2.36) obtém-se:

$$\hat{v}_{cip} = V_D \hat{d} \quad (2.37)$$

Onde  $V_D$  é dado pela expressão (2.21), sendo:

$$V_{ap} = V_g \quad (2.38)$$

No conversor Buck  $R_e = 0$ . De (2.38) e (2.21) pode-se escrever:

$$V_D = V_g + I_c (r_d - r_t) \quad (2.39)$$

Definindo-se:

$$R_1 = (r_d - r_t) \quad (2.40)$$

Das expressões (2.35) a (2.40), para o conversor da Figura 2.12(b), obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$V_D \hat{d} - \hat{v}_0 = R_1 \hat{i}_c + L \frac{d\hat{i}_c}{dt} \quad (2.41)$$

$$\hat{v}_0 = R \hat{i}_1 \quad (2.42)$$

$$\hat{v}_0 = R_s \hat{i}_2 + \frac{1}{C} \int \hat{i}_2 dt \quad (2.43)$$

$$\hat{i}_c = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 \quad (2.44)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (2.41) a (2.44), obtém-se o diagrama de blocos da Figura 2.13, diferindo porém, quanto ao bloco de entrada que neste caso será  $V_D$  ao invés de  $D$ .

Resolvendo este diagrama de blocos, obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{d}(s)} = V_D F(s) \quad (2.45)$$

Onde  $F(s)$  é dado pelo segundo membro das expressões (2.32), (2.33) e (2.34) divididos por  $D$ .

A análise das expressões (2.13) e (2.45) revela que o comportamento dinâmico do conversor Buck PWM independe do ponto de operação quando a razão cíclica for adotada como variável de controle, desde que a resistência série equivalente, do capacitor de filtro de



saída, seja desprezada.

### 2.6.1.2.3 - CÁLCULO DE $Z_{in}$ (impedância dinâmica de entrada)

Por definição,  $Z_{in}$  é dado por:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}(s)}{I_{in}(s)} \quad (2.46)$$

Pela inspeção da Figura 2.12(b), tem-se que  $V_{in}(s) = \hat{v}_g(s)$  e  $I_{in}(s) = \hat{i}_a(s)$ . Admitindo-se constante a razão cíclica  $d$  ( $\hat{d} = 0$ ), tem-se que:

$$\hat{i}_a = D \hat{i}_c \quad (2.47)$$

Do diagrama de blocos da Figura 2.13, obtém-se:

$$\frac{\hat{i}_c(s)}{D \hat{v}_g(s)} = \frac{\frac{sRC}{RCL + R_s CL} \cdot \left[ \left( R_s + \frac{1}{sC} \right) \frac{1}{R} + 1 \right]}{s^2 + s \left[ \frac{RR_1 C + RR_s C + R_s CR_1 + L}{RCL + R_s CL} \right] + \frac{R_1 + R}{RCL + R_s CL}} \quad (2.48)$$

$$EC = s^2 + s \left[ \frac{RR_1 C + RR_s C + R_s CR_1 + L}{RCL + R_s CL} \right] + \frac{R_1 + R}{RCL + R_s CL} \quad (2.49)$$

De (2.47), (2.48) e (2.49), obtém-se:

$$Z_{in} = \frac{\hat{v}_g(s)}{\hat{i}_a(s)} = \frac{1}{D^2} \frac{EC \cdot (RCL + R_s CL)}{sR_s C + 1 + sCR} \quad (2.50)$$

### 2.6.1.2.3 - CÁLCULO DE $Z_{out}$ (impedância dinâmica de saída)

Por definição, curto-circuitando as fontes de tensão, e abrindo-se as fontes de corrente,  $Z_{out}$  é dado por:

$$Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{carga}}$$

Para o conversor Buck tem-se que:

$$Z_{out} = \left[ \frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{i}_c(s)} \right] // R // \left[ R_s + \frac{1}{sC} \right] \quad (2.51)$$

Do diagrama de blocos da Figura 2.13, obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{i}_c(s)} = (sL + R_1) \quad (2.52)$$

Da manipulação algébrica das expressões (2.51) e (2.52) obtém-se a impedância de saída ( $z_{out}$ ), dada por:

$$Z_{out} = \frac{\frac{RR_1}{RCL + R_s CL} \left[ s \frac{L}{R_1} + 1 \right] \left[ s R_s C + 1 \right]}{EC} \quad (2.53)$$

Onde EC é a equação característica obtida para a expressão (2.49).

No anexo 1 deste trabalho, são obtidos os modelos cc e ca dos conversores PWM Boost, Buck-Boost e Cuk, através da utilização da metodologia de modelagem da chave PWM descrita neste capítulo.

## 2.7 - CONCLUSÕES

Neste capítulo foram estudados os comportamentos cc e ca dos conversores PWM, através da metodologia "Modelização da Chave PWM". O método é geral, e pode ser utilizado na análise de qualquer conversor PWM, nos quais sejam válidas as hipóteses simplificadoras previamente relatadas.

A utilização desta metodologia simplifica e facilita a análise do conversor PWM, sendo que os resultados obtidos são idênticos àqueles encontrados através da aplicação das metodologias descritas anteriormente.

Os estudos atuais do comportamento cc e ca dos conversores cc - cc, revelam uma nítida tendência da utilização dos modelos das chaves, sejam elas PWM, QRC ou QRC-PWM, por se tratar de metodologias unificadas que permitem a sistemática aplicação ao estudo de qualquer conversor cc - cc.

## CAPÍTULO 3

### MODELAGEM DOS CONVERSORES CC-CC QUASE-RESSONANTES E QUASE RESSONANTES-PWM

#### 3.1 - INTRODUÇÃO

Para se obter um conversor mais compacto, é necessário elevar a frequência de chaveamento. Nos conversores cc-cc, em particular nos PWM, a frequência de chaveamento é limitada pelas perdas em comutação, e tornam-se proibitivas quando o conversor opera em frequências muito elevadas (normalmente  $f_s > 100\text{KHz}$  para os MOSFET's). Para contornar este problema, foram desenvolvidos os Conversores Quase-Ressonantes (QRCs), nos quais a comutação ocorre sob corrente nula (ZCS) ou tensão nula (ZVS), permitindo que sua operação se realize em frequências de chaveamento mais elevadas, reduzindo peso, volume e custo, bem como melhorando seu rendimento [3] [4] [5]. As correntes e tensões presentes possuem formas de ondas quase senoidais, o que reduz os níveis de interferência. As indutâncias e capacitâncias parasitas, que nos conversores PWM representam um grande problema, nos conversores QRCs podem ser usadas com vantagem.

Entretanto, nos QRCs, a regulação da variável de saída é obtida pela variação da frequência de chaveamento, que é uma estratégia de controle de difícil realização. Além disso, os indutores e capacitores do filtro de saída devem ser projetados para a menor frequência de

chaveamento, o que limita a máxima redução destes elementos.

No sentido de resolver os problemas observados nos QRCs e nos PWM, foram desenvolvidos os Conversores Quase-Ressonantes PWM (QRCs-PWM)[9], nos quais a regulação pode ser realizada pela Modulação por Largura de Pulso, porém mantendo as características de comutação não dissipativa dos Quase-Ressonantes. Por estas razões, os QRCs-PWM possuem as características operacionais tanto dos PWM quanto dos QRCs, de modo que os resultados obtidos na sua análise podem ser extendidos para todos eles.

Neste capítulo são obtidos os modelos de circuitos cc e ca dos QRCs-PWM básicos, utilizando-se a metodologia de modelagem da célula de comutação.

A metodologia consiste em extrair as propriedades invariantes da célula de comutação e, sob a consideração de que as perturbações que lhe serão impostas se apresentam sob frequência bem inferior à frequência de chaveamento, tratar os valores médios das grandezas envolvidas (corrente e tensão) como valores instantâneos em função do tempo. Assim consideradas, estas grandezas podem ser expandidas em série de Taylor e, admitindo-se pequenas as perturbações, os termos de ordem superior a um podem ser desprezados e o modelo linearizado é obtido. Esta metodologia permite obter um quadripolo contendo fontes de corrente e de tensão representativas da operação da chave ressonante, que quando conectado aos terminais equivalentes de um dado conversor formam um circuito equivalente linear invariante, sob o qual podem ser obtidas a taxa de conversão ( $M = \frac{V_0}{V_g}$ ) e as funções de transferência que caracterizam a dinâmica do conversor em malha aberta. Estas funções de transferência, por sua vez, possibilitam o projeto do compensador para o controle em malha fechada[8].

Demonstra-se que os modelos obtidos são gerais e podem ser adotados para a análise dos PWM, QRC e QRC-PWM [16] [43].

Resultados experimentais e de simulação são apresentados para validar os modelos obtidos.

### 3.2 - CÉLULAS DE COMUTAÇÃO QR E QR-PWM E AS SUAS FAMÍLIAS DE CONVERSORES

A célula de comutação Quase-Ressonante ZCS (QR-ZCS) é obtida pela inclusão de um indutor e um capacitor ressonantes, respectivamente em série com a chave comandada e em paralelo com o diodo de roda livre, presentes nas células PWM convencionais.

Associando-se o capacitor ressonante em série a uma chave bidirecional em corrente, constituída por um diodo em anti-paralelo com uma chave comandada, capaz de interromper o ciclo ressonante por um tempo especificado, obtém-se a célula de comutação Quase-Ressonante PWM (QR-PWM). O controle deste tempo de interrupção equivale a controlar a razão cíclica porque produz o mesmo efeito sobre a operação dos QRCs-PWM que a razão cíclica nos PWM.

A Célula Quase-Ressonante ZVS (QR-ZVS) é obtida através do procedimento dual ao descrito acima.

Para ilustrar, as células de comutação QR e QR-PWM são apresentadas na Figura 3.1, na qual os terminais a, p e c, significam ativo, passivo e comum, respectivamente [2].

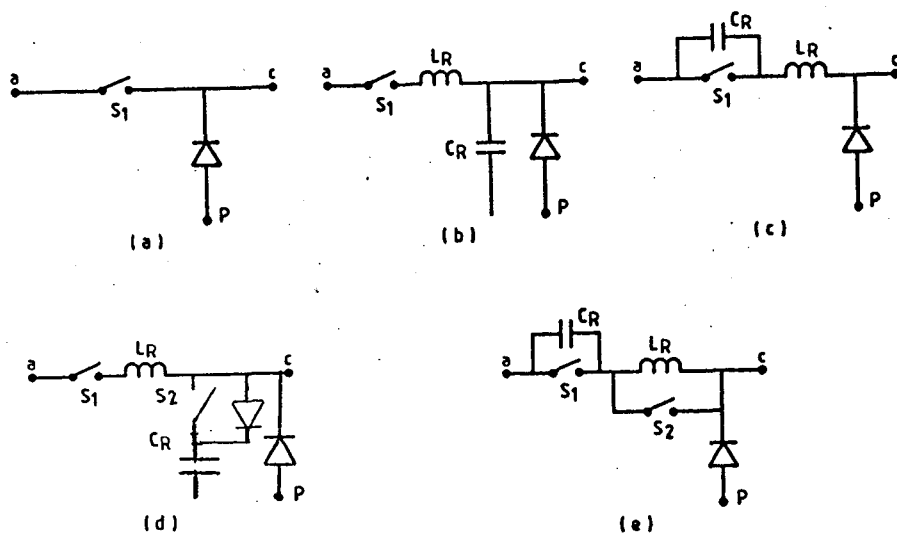


Fig. 3. 1 - Células de Comutação:

- a) PWM;
- b) QR-ZCS;
- c) QR-ZVS;
- d) QR-PWM-ZCS;
- e) QR-PWM-ZVS.

As famílias de conversores cc-cc QRCs e QRCs-PWM são encontradas conectando-se a fonte CC de alimentação e os capacitores e indutores de filtro de saída aos terminais a, p e c das células de comutação.

Para ilustrar o exposto, são apresentados na tabelas 3.1 e 3.2 os conversores QRC e QRC-PWM obtidos pelo método supra citado.

TABELA 3.1 - Conversores QRC

CONV.	Tipo	
	ZCS	ZVS
Buck		
Boost		
Buck - Boost		
Cuk		



TABELA 3.2 - Conversores QRC-PWM

CONV.	Tipo	
	ZCS	ZVS
Buck		
Boost		
Buck - Boost		
Cuk		

Os conversores ilustrados acima serão unidirecionais em corrente se o diodo  $D_1$  não estiver conectado, e bidirecionais em caso contrário, conforme ilustrado pelos circuitos dos conversores Buck, nas Tabelas 3.1 e 3.2.

### 3.3 - PROPRIEDADES INVARIANTES DAS CÉLULAS DE COMUTAÇÃO

---

Admitindo-se que os semicondutores são ideais, a análise da operação dos conversores Buck ilustrados pelas tabelas 3.1 e 3.2 resulta nas formas de onda ilustradas pelas tabelas 3.3 e 3.4.

Admitindo-se que todos os componentes ativos e passivos são ideais, e que o filtro LC de saída se constitui em uma fonte de corrente ideal com valor médio constante ( $I_c$ ), a análise dos conversores Buck, ilustrados pelas tabelas 3.1 e 3.2, resulta nas seguintes relações invariantes para as correntes e tensões médias nos terminais a, p e c das células de comutação [1] [2] [16]:

#### 3.3.1 - CÉLULA QR-ZCS

$$I_a = I_c \frac{F_s}{F_o} G(\rho) \quad (3.1)$$

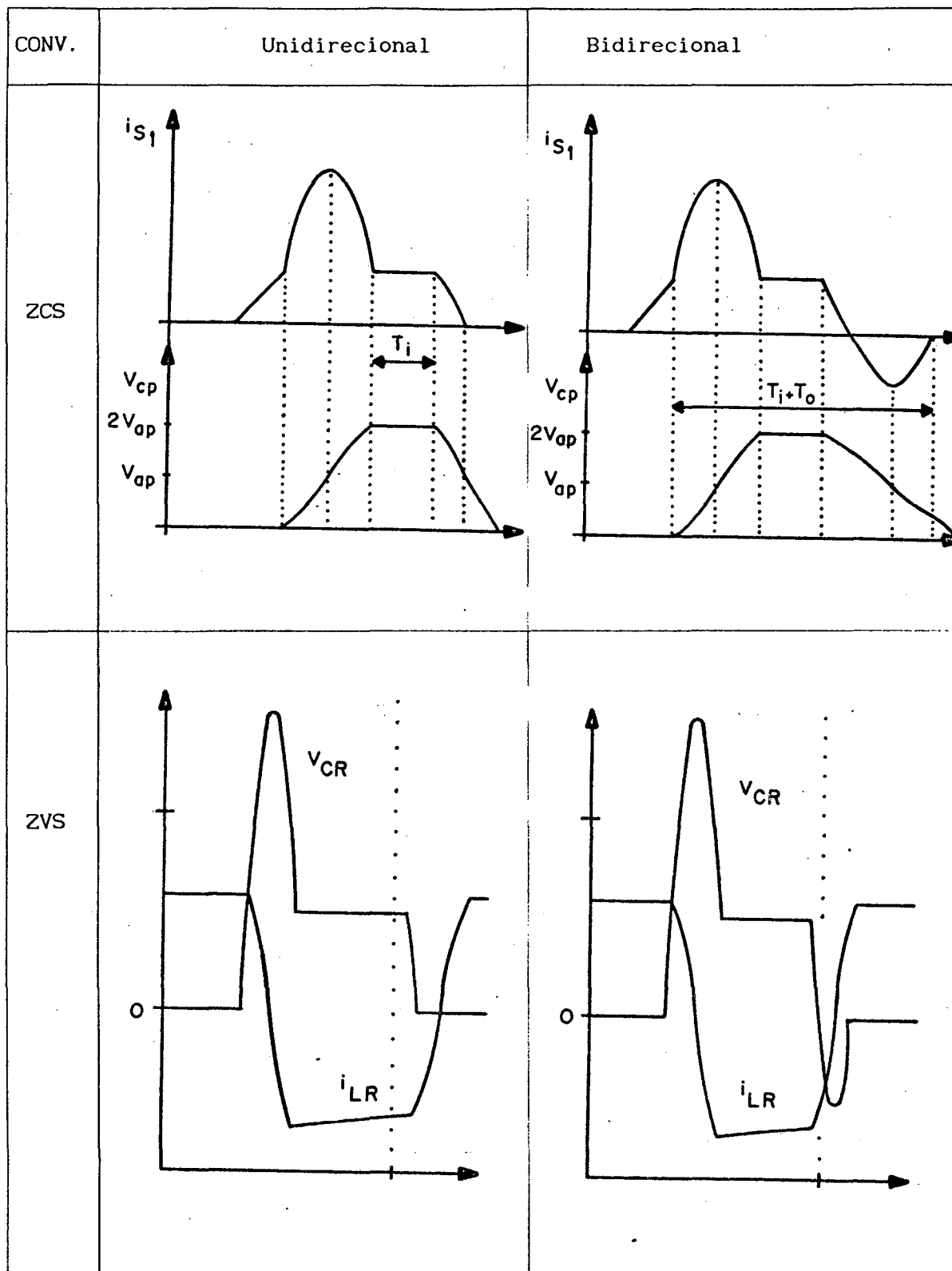
$$V_{cp} = V_{ap} \frac{F_s}{F_o} G(\rho) \quad (3.2)$$

Sendo  $\rho$  e  $G(\rho)$  definidos pelas expressões (3.9) e (3.10) na página 81.

TABELA 3.3 - Formas de onda nos Buck QRC

CONV.	Unidirecional	Bidirecional
ZCS	<p>Waveforms for Unidirectional ZCS Buck QRC. The top graph shows inductor current <math>i_{Lr}</math> as a positive half-cycle. The bottom graph shows capacitor voltage <math>V_{Cr}</math> with levels <math>V_g</math> and <math>2V_g</math>. A current level <math>i_c</math> is also indicated.</p>	<p>Waveforms for Bidirectional ZCS Buck QRC. The top graph shows inductor current <math>i_{Lr}</math> as a full cycle. The bottom graph shows capacitor voltage <math>V_{Cr}</math> with levels <math>V_g</math> and <math>2V_g</math>.</p>
ZVS	<p>Waveforms for Unidirectional ZVS Buck QRC. Shows <math>V_{CR}</math> and <math>i_{LR}</math> waveforms with a zero-current interval.</p>	<p>Waveforms for Bidirectional ZVS Buck QRC. Shows <math>V_{CR}</math> and <math>i_{LR}</math> waveforms with a zero-current interval.</p>

TABELA 3.4 - Formas de onda nos Buck QRC-PWM



### 3.3.2 - CÉLULA QR-PWM-ZCS

$$I_a = I_c \left[ \frac{F_s}{F_0} G(\rho) + F_s t_1 \right] \quad (3.3)$$

$$V_{cp} = V_{ap} \left[ \frac{F_s}{F_0} G(\rho) + F_s t_1 \right] \quad (3.4)$$

### 3.3.3 - CÉLULA QR-ZVS

$$I_a = I_c \left[ 1 - \frac{F_s}{F_0} G(1/\rho) \right] \quad (3.5)$$

$$V_{cp} = V_{ap} \left[ 1 - \frac{F_s}{F_0} G(1/\rho) \right] \quad (3.6)$$

### 3.3.4 - CÉLULA QR-PWM-ZVS

$$I_a = I_c \left[ 1 - \left( \frac{F_s}{F_0} G(1/\rho) + F_s t_1 \right) \right] \quad (3.7)$$

$$V_{cp} = V_{ap} \left[ 1 - \left( \frac{F_s}{F_0} G(1/\rho) + F_s t_1 \right) \right] \quad (3.8)$$

Para as expressões de (3.1) a (3.8), tem-se que:

$$\rho = \frac{I_c}{V_{ap}} \sqrt{\frac{L_R}{C_R}} \quad (3.9)$$

$$F_0 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L_R C_R}} \quad (3.9.1)$$

$$G_{ud}(\rho) = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\rho}{2} + \pi + \text{sen}^{-1} \rho + \frac{1}{\rho} \left( 1 + \sqrt{1 - \rho^2} \right) \right] \quad (3.10)$$

A expressão (3.10), para o cálculo de  $G(\rho)$ , se aplica aos QRCs unidirecionais. Para os QRCs bidirecionais tem-se que:

$$G_{bd}(\rho) = 1 \quad (3.11)$$

Onde:

- $t_i$  - Tempo de interrupção do ciclo ressonante;
- $L_R, C_R$  - Indutância e capacitância ressonantes;
- $I_a$  - Corrente média no terminal a;
- $I_c$  - Corrente média no terminal c;
- $F_s, F_0$  - Freqüências de chaveamento e de ressonância;
- $V_{cp}$  - Tensão média através dos terminais c-p;
- $V_{ap}$  - Tensão média através dos terminais a-p;
- ud, bd - Coeficientes indicadores de "Unidirecional" e "Bidirecional".
- $\rho$  - Valor da fonte de corrente parametrizada em função da tensão nos terminais ap ( $V_{ap}$ )

### 3.4 - GENERALIZAÇÃO DOS MODELOS CC E CA DAS CÉLULAS DE COMUTAÇÃO

A análise das expressões (3.1) a (3.11) de correntes e tensões médias nos terminais das células de comutação QR-PWM, revelam que:

1 - Se  $t_1 = 0$ , elas se tornam exatamente iguais à expressões utilizadas para as células QR;

2 - Se  $t_1 \neq 0$  e  $L_R C_R \rightarrow 0$ , então temos que:

$$F_0 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L_R C_R}} \rightarrow \text{infinito};$$

$$T_0 \rightarrow \text{zero};$$

Assim:

$$\rho = \frac{I_c}{V_{ap}} \sqrt{\frac{L_R^2}{C_R L_R}} \rightarrow \text{infinito} \quad (3.12)$$

Mas a operação dos QRCs-PWM impõe que  $0 < \rho < 1$ , então, no limite,  $\rho = 1$ , e  $G(1) = 1$  [ 1 ]. Assim, a aplicação dos resultados expostos acima nas expressões (3.3), (3.4), (3.7) e (3.8) resulta em expressões idênticas àquelas obtidas para a célula PWM, desprezadas as resistências parasitas, apresentadas no capítulo 2.

Pelo exposto nos itens 1 e 2 acima, concluímos que as células QR-PWM são gerais e podem ser adotadas também nos estudos dos conversores PWM e QRC. Nas seções que se seguem, são obtidos os modelos de circuitos cc e ca dos QRCs-PWM utilizando-se as propriedades invariantes das células

de comutação supra apresentadas. Os modelos obtidos são gerais e podem ser estendidos aos QRCs e PWM.

### 3.5 - ANÁLISE CC

Nos QRCs-PWM, operando em regime cc, não há tensão média através do indutor  $L_R$  de ressonância e não há corrente média no capacitor  $C_R$  de ressonância. Desta forma, os circuitos do conversor QRC-PWM e do conversor PWM associado são idênticos, em regime permanente. Sendo assim, para uma dada condição de carga, ambos os conversores possuem os mesmos valores médios de corrente e de tensão de ( $I_a$ ,  $V_{cp}$ , etc...), e, conseqüentemente, possuem também, a mesma taxa de conversão  $M$ .

Através da análise dos conversores PWM, desprezando-se as resistências parasitas, obtém-se as seguintes expressões para correntes e tensões médias e para a taxa de conversão ( $M$ ):

$$I_a = I_c D \quad (3.13)$$

$$V_{cp} = V_{ap} D \quad (3.14)$$

$$\frac{V_o}{V_g} = M = f(D) \Rightarrow D = f^{-1}(M) \quad (3.15)$$

Onde:

$f^{-1}(M)$  = Função inversa de  $M$

$M$  - Taxa de conversão do PWM associado



Pelo exposto, se se comparar as expressões de correntes e tensões médias obtidas para os terminais da célula de comutação PWM, dadas por (3.13) e (3.14), encontra-se as seguintes relações de equivalência para a razão cíclica dos QRCs-PWM:

### 3.5.1 - CÉLULA QR-PWM-ZCS

$$D = f^{-1}(M) = \frac{F_s}{F_o} G(\rho) + F_s T_1 \quad (3.16)$$

### 3.5.2 - CÉLULA QR-PWM-ZVS

$$D = f^{-1}(M) = 1 - \left[ \frac{F_s}{F_o} G(1/\rho) + F_s T_1 \right] \quad (3.17)$$

Substituindo o ramo da chave  $S_1$  (representada por  $T_1$  e  $D_1$ ), pelas fontes de corrente representadas pelas expressões (3.3) e (3.7) e conectando-se entre os pontos c-p as fontes de tensão representadas pelas expressões (3.4) e (3.8), obtém-se o modelo geral cc das célula de comutação QR-PWM-ZCS e QR-PWM-ZVS. O modelo obtido através deste procedimento é ilustrado pela Figura 3.2 a seguir:

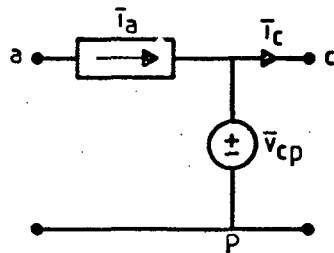


Fig. 3. 2 - Modelo cc geral para as células de comutação QR-PWM:

Onde  $D$  é dado pelas expressões (3.16) e (3.17).

Conectando-se os modelos cc das células de comutação a um conversor QRC-PWM genérico, obtém-se os seus modelos cc ilustrados pela Figura 3.3 a seguir:

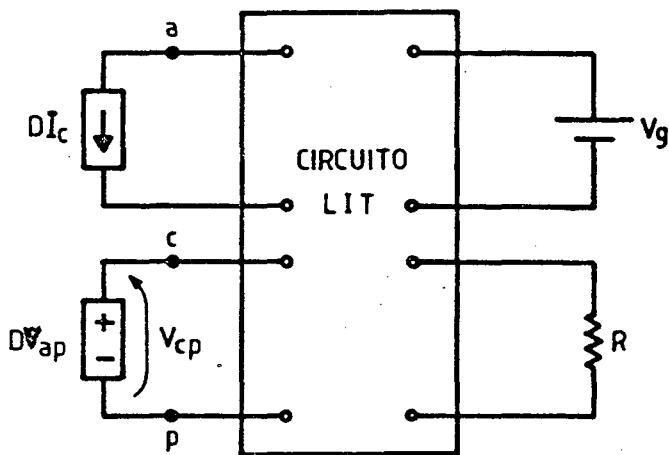


Fig. 3. 3 - Modelo cc geral para os QRCs-PWM:

As expressões (3.16) e (3.17) estabelecem a relação existente entre a razão cíclica presente nos PWM e as grandezas envolvidas na análise cc dos QRCs-PWM.

Uma forma de se obter a taxa de conversão (M) sem a utilização do modelo da Figura 3.3, é utilizar as expressões (3.16) e (3.17) diretamente. No caso dos QRCs-PWM unidirecionais, estas expressões não podem ser aplicadas diretamente pois  $\rho$  e M dependem ambos da carga. Assim, uma relação entre  $\rho$  e M, tomando a carga como parâmetro, resolve este problema. Sabe-se que, nos conversores cc-cc, a seguinte relação é sempre verdadeira [7].

$$\frac{I_c}{V_{ap}} = \frac{M}{R} \quad (3.18)$$

De (3.9) e (3.18), obtém-se:

$$\rho = \frac{M}{R} \sqrt{\frac{L_R}{C_R}} \quad (3.19)$$

Finalmente, as expressões (3.16), (3.17) e (3.18), para uma dada condição de carga, permitem obter a taxa da conversão M, bastando para isto que seja conhecida a expressão que relaciona a razão cíclica D e a taxa de conversão M no conversor PWM associado. Por exemplo, para o conversor Boost PWM sabe-se que:

$$M = \frac{1}{1 - D}; \quad \text{ou} \quad D = \frac{M - 1}{M} \quad (3.20)$$

Substituindo (3.20) em (3.16), obtém-se a taxa de conversão  $M$  para o Boost QRC-PWM-ZCS. O mesmo procedimento pode ser adotado para determinar  $M$  para qualquer QRC-PWM.

### 3.6 - ANÁLISE CA

Os conversores QRCs-PWM podem ser controlados como segue:

- a) Pela variação da frequência de chaveamento ( $F_s$ ) mantendo  $t_i$  fixo, que é idêntico ao controle dos conversores QRC.
- b) Pela variação de  $t_i$  mantendo  $F_s$  constante. Esta possibilidade de controle permite a modulação por largura de pulso a exemplo do que ocorre nos conversores PWM.
- c) Pela variação de ambos  $t_i$  e  $F_s$ , buscando a vantagem de cada controle.

As perturbações sobre uma ou mais entradas de um conversor QRC-PWM resultam em perturbações dos valores médios de correntes e tensões nos terminais da célula de comutação.

Admitindo-se que estas perturbações sejam moduladas a uma frequência bem abaixo da frequência de chaveamento, os referidos valores médios podem ser tratados como valores instantâneos função contínua no tempo [1], [2], tomadas como  $\bar{i}_c(t)$ ,  $\bar{i}_a(t)$ ,  $\bar{v}_{cp}(t)$  e  $\bar{v}_{ap}(t)$  nas expressões de (3.1) a (3.8).

Desde que as perturbações mencionadas provoquem modulação destas grandezas numa frequência muito abaixo da frequência de chaveamento, então o estado do conversor varia lentamente. Assim, como somente a saída de baixa frequência é de interesse (o capacitor de saída  $C$  presente nos QRC<sub>s</sub>-PWM é um filtro passa-baixa), então apenas os componentes de baixa

frequência das entradas, representados pelas expressões de  $\bar{i}_a(t)$  e  $\bar{v}_{cp}(t)$ , são necessárias.

Pelo exposto, pode-se reescrever as expressões (3.3), (3.4), (3.7) e (3.8) como segue:

### 3.6.1 - CÉLULA QR-PWM-ZCS

$$\bar{i}_a(t) = \bar{i}_c(t) f_s(t) t_o(t) G \left[ \frac{i_c(t)}{v_{ap}(t)} \frac{1}{2\pi C_R} t_o(t) \right] + \bar{i}_c(t) f_s(t) t_i(t) \quad (3.21)$$

$$\bar{v}_{cp}(t) = \bar{v}_{ap}(t) f_s(t) t_o(t) G \left[ \frac{\bar{i}_c(t)}{\bar{v}_{ap}(t)} \frac{1}{2\pi C_R} t_o(t) \right] + \bar{v}_{ap}(t) f_s(t) t_i(t) \quad (3.22)$$

### 3.6.2 - CÉLULA QR-PWM-ZVS

$$\bar{i}_a(t) = 1 - \left\{ \bar{i}_c(t) f_s(t) t_o(t) G \left[ \frac{\bar{v}_{ap}(t)}{\bar{i}_c(t)} \frac{1}{2\pi L_R} t_o(t) \right] + \bar{i}_c(t) f_s(t) t_i(t) \right\} \quad (3.23)$$

$$\bar{v}_{cp}(t) = 1 - \left\{ \bar{v}_{ap}(t) f_s(t) t_o(t) G \left[ \frac{\bar{v}_{ap}(t)}{\bar{i}_c(t)} \frac{1}{2\pi L_R} t_o(t) \right] + \bar{v}_{ap}(t) f_s(t) t_i(t) \right\} \quad (3.24)$$

Nas expressões (3.21) a (3.24),  $\frac{1}{f_0}$  foi substituído por  $t_0$  e considerado como uma grandeza variante (uma entrada independente) porque deseja-se obter um modelo geral que permita calcular o compensador de controle em malha fechada quando se adota a frequência de ressonância como variável de controle.

Expandindo em série de Taylor as expressões (3.21) a (3.24) e abandonando-se os termos de grau maior que um, obtém-se expressões linearizadas em torno de um ponto de operação que relacionam os valores médios das grandezas envolvidas com suas variações, como segue:

$$\hat{i}_a = h_{ii} \hat{i}_c + h_{if} \hat{f}_s + h_{iv} \hat{v}_{ap} + h_{iti} \hat{t}_i + h_{it0} \hat{t}_0 \quad (3.25)$$

$$\hat{v}_{cp} = h_{vv} \hat{v}_{ap} + h_{vf} \hat{f}_s + h_{vi} \hat{i}_c + h_{vti} \hat{t}_i + h_{vt0} \hat{t}_0 \quad (3.26)$$

Onde:

$$h_{ii} = \frac{\partial \bar{i}_a(t)}{\partial \bar{i}_c}; h_{iv} = \frac{\partial \bar{i}_a(t)}{\partial \bar{v}_{ap}}; h_{if} = \frac{\partial \bar{i}_a(t)}{\partial f_s}; h_{it0} = \frac{\partial \bar{i}_a(t)}{\partial t_0}; h_{iti} = \frac{\partial \bar{i}_a(t)}{\partial t_i}$$

$$h_{vi} = \frac{\partial \bar{v}_{cp}(t)}{\partial \bar{i}_c}; h_{vv} = \frac{\partial \bar{v}_{cp}(t)}{\partial \bar{v}_{ap}}; h_{vf} = \frac{\partial \bar{v}_{cp}(t)}{\partial f_s}; h_{vt0} = \frac{\partial \bar{v}_{cp}(t)}{\partial t_0}; h_{vti} = \frac{\partial \bar{v}_{cp}(t)}{\partial t_i}$$

Os parâmetros acima, definidos pelas derivadas parciais de  $\bar{i}_a(t)$  e de  $\bar{v}_{cp}(t)$ , são relacionados a seguir:

### 3.6.3 - CÉLULA QR-PWM-ZCS

$$h_{ii} = \frac{F_s}{F_0} \left[ G(\rho) + \rho G'(\rho) + F_0 T_1 \right] \quad (3.27)$$

$$h_{iv} = - \frac{F_s}{F_0} \frac{\rho G'(\rho) I_c}{V_{ap}} \quad (3.28)$$

$$h_{if} = \frac{I_c G(\rho)}{F_0} + I_c T_1 \quad (3.29)$$

$$h_{it_1} = I_c F_s \quad (3.30)$$

$$h_{it_0} = F_s I_c G(\rho) + \frac{F_s}{F_0} \frac{I_c^2}{V_{ap}} \frac{1}{2\pi C_R} G'(\rho) \quad (3.31)$$

$$h_{vv} = \frac{F_s}{F_0} \left[ G(\rho) - \rho G'(\rho) + F_0 T_1 \right] \quad (3.32)$$

$$h_{vi} = \frac{F_s}{F_0} \frac{\rho G'(\rho) V_{ap}}{I_c} \quad (3.33)$$

$$h_{vf} = \frac{V_{ap} G(\rho)}{F_0} + V_{ap} T_1 \quad (3.34)$$

$$h_{vt_1} = V_{ap} F_s \quad (3.35)$$

$$h_{vt_0} = F_s V_{ap} G(\rho) + I_c \frac{F_s}{F_0} \frac{1}{2\pi C_R} G'(\rho) \quad (3.36)$$

3.6.4 - CÉLULA QR-PWM-ZVS

$$h_{11} = 1 - \left[ \frac{F_s}{F_0} G(1/\rho) - (1/\rho) G'(1/\rho) \right] - F_s T_1 \quad (3.37)$$

$$h_{1v} = - \frac{F_s}{F_0} \frac{(1/\rho) G'(1/\rho) I_c}{V_{ap}} \quad (3.38)$$

$$h_{1f} = - \frac{I_c G(1/\rho)}{F_0} I_c T_1 \quad (3.39)$$

$$h_{1t_1} = - I_c F_s \quad (3.40)$$

$$h_{1t_0} = - F_s I_c G(1/\rho) - \frac{F_s}{F_0} \frac{1}{2\pi L_R} G'(1/\rho) V_{ap} \quad (3.41)$$

$$h_{vv} = 1 - \frac{F_s}{F_0} \left[ G(1/\rho) + (1/\rho) G'(1/\rho) \right] - F_s T_1 \quad (3.42)$$

$$h_{vi} = \frac{F_s}{F_0} \frac{(1/\rho) G'(1/\rho) V_{ap}}{I_c} \quad (3.43)$$

$$h_{vf} = - \frac{V_{ap} G(1/\rho)}{F_0} - V_{ap} T_1 \quad (3.44)$$

$$h_{vt} = - V_{ap} F_s \quad (3.45)$$

$$h_{vt_0} = - F_s V_{ap} G(1/\rho) - I_c \frac{F_s}{F_0} \frac{1}{2\pi C_R} \frac{V_{ap}^2}{I_c} G'(1/\rho) \quad (3.46)$$



Substituindo o ramo da chave  $S_1$  (constituída por  $T_1$  e  $D_1$ ) pelas fontes de corrente obtidas da linearização das expressões (3.3) e (3.7) e conectando-se entre os pontos c-p as fontes de tensão obtidas da linearização das expressões (3.4) e (3.8) obtém-se o modelo geral ca para pequenas perturbações da célula de comutação QR-PWM, ilustrado pela Figura 3.4 a seguir:

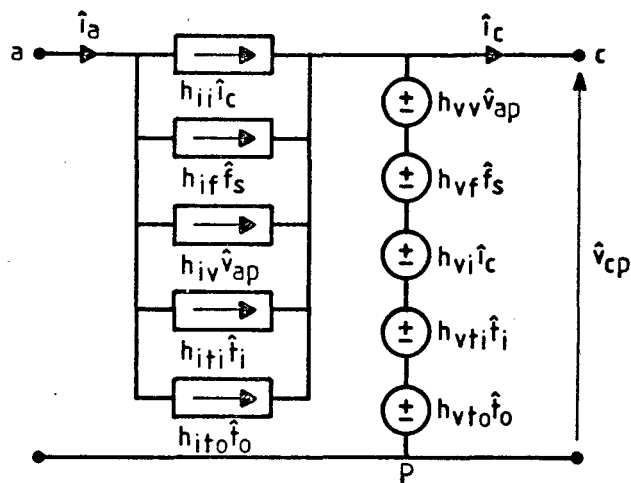


Fig. 3. 4 - Modelo ca geral para as células de comutação QR-PWM:

Os modelos ca das células de comutação QR-PWM-ZCS e QR-PWM-ZVS, podem ser representados por um único circuito equivalente, diferindo apenas quanto ao cálculo dos parâmetros  $h$  dados pelas expressões de (3.27) à (3.46), conforme ilustrado pela Figura 3.4 .

Conectando-se os modelos ca das células de comutação a um conversor QRC-PWM genérico, obtém-se os seus modelos ca ilustrados pela Figura 3.5 a seguir:

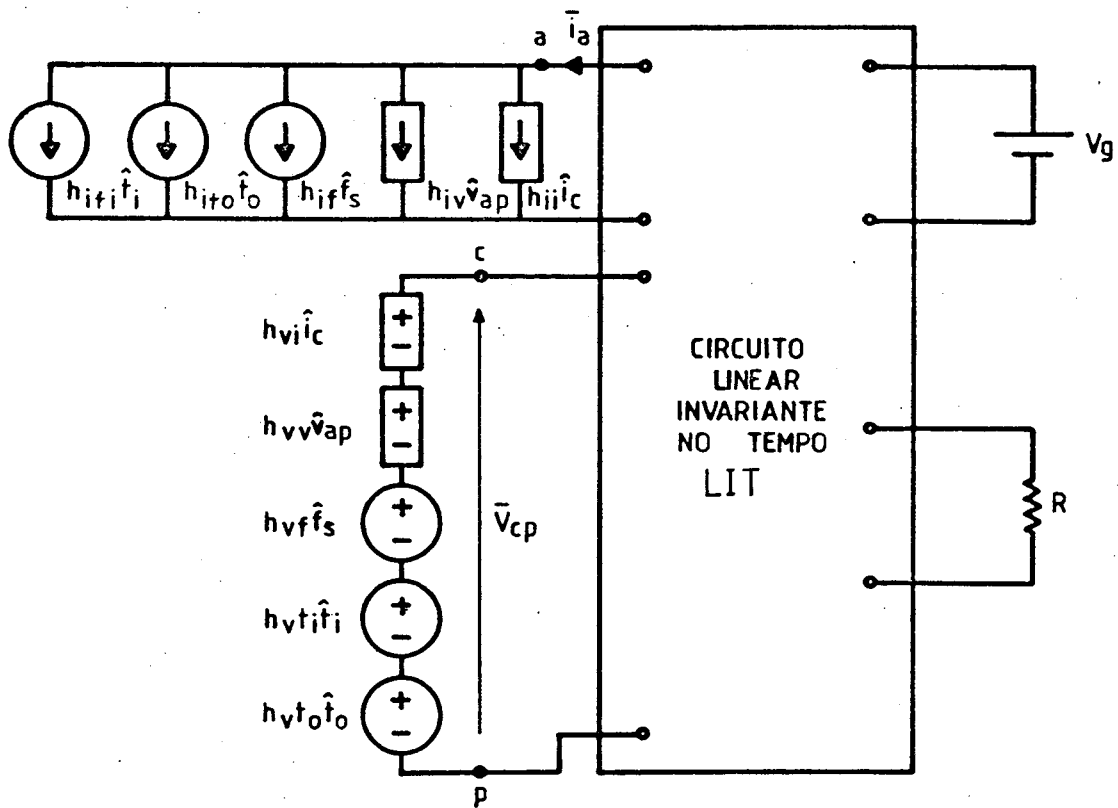


Fig. 3. 5 - Modelo ca geral para os QRCs-PWM:

Para completar a análise , de (3.5) e (3.6), obtém-se:

$$G'_{ud}(\rho) = - \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1 + \sqrt{1 - \rho^2}}{\rho} \right]^2 \quad (3.47)$$

$$G'_{bd}(\rho) = 0 \quad (3.48)$$

Os modelos obtidos são uma aproximação cuja validade está

sujeita às seguintes restrições:

- 1 - A simples remoção dos dispositivos não lineares da parte linear do sistema, já é uma aproximação.
- 2 - Os dispositivos não lineares são tratados de forma idealizada.
- 3 - A frequência de modulação das perturbações deve ser muito inferior à frequência de chaveamento, de modo que  $\bar{v}_{cp}(t)$  e  $\bar{i}_a(t)$  possuam banda suficientemente limitada. Desta maneira, os valores instantâneos  $v_{cp}(t)$  e  $i_a(t)$  contêm as mesmas informações de baixa frequência que os valores médios  $\bar{v}_{cp}(t)$  e  $\bar{i}_a(t)$ .

Pela relação de aproximações apresentada, o modelo desenvolvido a cada caso aplicado está sujeito à comprovação por simulação e/ou experimentação, em cada aplicação.

Com o propósito de obter os modelos cc e ca dos quatro conversores básicos da Tabela 3.2, utilizando-se os modelos gerais desenvolvidos, cada um deles será tratado individualmente nas seções seguintes.

### 3.7 - DETERMINAÇÃO DA TAXA DE CONVERSÃO E FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DOS

#### QRCs-PWM BÁSICOS

A adoção dos modelos dados pelas Figuras 3.3 e 3.5 associados a um determinado QRC-PWM estabelecem os seus circuitos cc e ca equivalentes, possibilitando obter-se analiticamente a taxa de conversão (M) e as funções de transferência em malha aberta do referido conversor. Este

deve ser o procedimento adotado para a análise dos QRCs-PWM básicos. Para ilustrar, o conversor Buck QR-PWM é analisado a seguir.

### 3.7.1 - CONVERSOR BUCK

Tomando-se o conversor Buck QRC-PWM ilustrado na Tabela 3.2 e substituindo a célula de comutação por seus modelos cc e ca, obtém-se o circuito equivalente da Figura 3.6 a seguir:

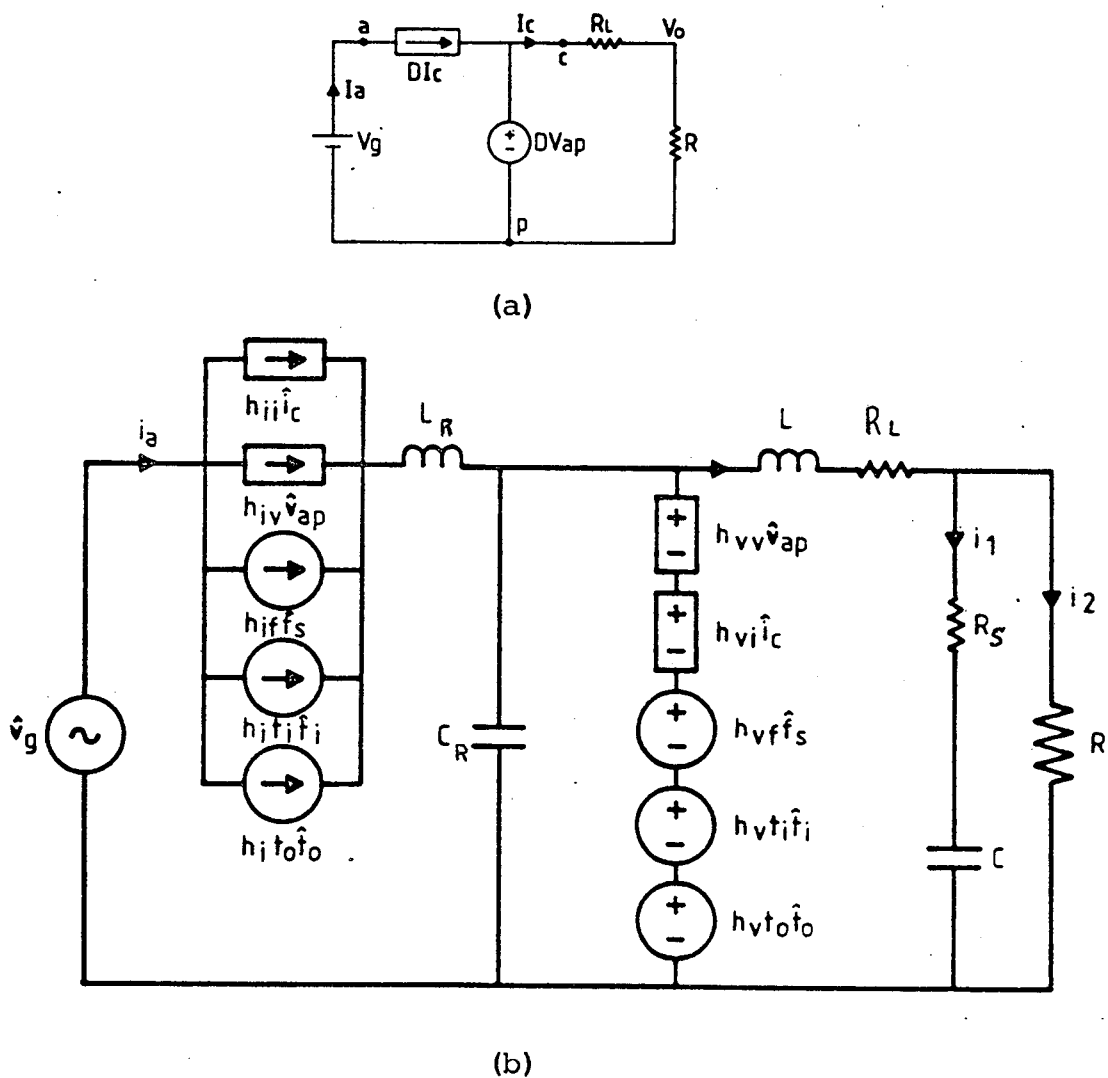


Fig. 3. 6 - Conversor Buck QRC-PWM:

a) Modelo cc;

b) Modelo ca.

O indutor  $L_R$  e o capacitor  $C_R$  aparecem, respectivamente, em série com uma fonte de corrente ideal e em paralelo com uma fonte de tensão ideal, de modo que podem ser desprezados para a análise ca, pois não contribuem com variáveis de estado para o sistema.

### 3.7.1.1 - ANÁLISE CC

A análise do circuito da Figura 3.6 (a) permite a direta obtenção da taxa de conversão (M).

Outra forma, é a utilização direta das expressões (3.16) e (3.17), desde que seja conhecida a expressão de  $M=f(D)$  do conversor PWM associado, da qual se obtém  $f^{-1}(M)$ .

No capítulo 2, as expressões  $M = f(D)$  foram obtidas para os quatro conversores básicos, e podem ser aplicadas na presente análise.

No caso do Buck PWM, se se desprezar os efeitos parasitas e se considerar nulas as resistências próprias dos indutores e capacitores presentes, tem-se que:

$$M \cong D \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(M) = M$$

De (3.16), (3.17) e (3.48), obtém-se:

$$\text{Buck QRC-PWM-ZCS} \quad \frac{V_0}{V_g} = M = \frac{F_s}{F_0} G(\rho) + F_s T_1 \quad (3.49)$$

$$\text{Buck QRC-PWM-ZVS} \quad \frac{V_0}{V_g} = M = 1 - \left[ \frac{F_s}{F_0} G(1/\rho) + F_s T_1 \right] \quad (3.50)$$

Para o Buck bidirecional, basta fazer  $G(\rho) = 1$  nas expressões (3.49) e (3.50).

### 3.7.1.2 - ANÁLISE CA

A análise do circuito da Figura 3.6(b) permite obter:  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}$ ,  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{f}_s(s)}$ ,  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_1(s)}$ ,  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_0(s)}$ , como segue:

#### 3.7.1.2.1 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}$

Admitindo-se  $F_s$ ,  $t_1$ ,  $t_0$  constantes, a análise da Figura 3.4(b) permite escrever:

$$h_{vv} \hat{v}_g - \hat{v}_0 = h_{vi} \hat{i}_c + R_L \hat{i}_c + L \frac{d\hat{i}_c}{dt} \quad (3.51)$$

$$\hat{i}_c = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 \quad (3.52)$$

$$\hat{i}_2 = \frac{\hat{v}_o}{R} \quad (3.53)$$

$$\hat{v}_o = R_s \hat{i}_1 + \frac{1}{C} \int \hat{i}_1 dt \quad (3.54)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (3.51) a (3.54) e resolvendo, obtém-se o diagrama de blocos da Figura 3.7.

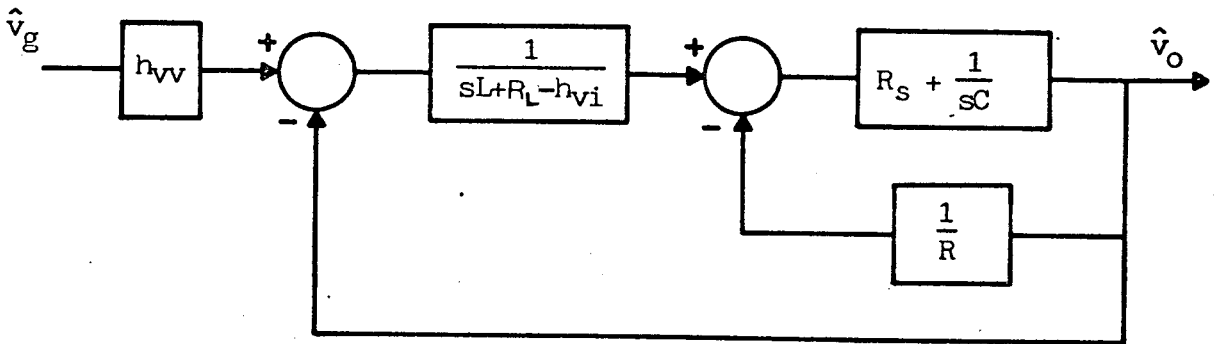


Fig. 3. 7 - Diagrama de blocos do Buck QRC-PWM

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura 3. 7, obtém-se para o conversor unidirecional:

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)} = h_{vv} F(s) = \frac{h_{vv} \frac{R}{(RLC + R_s LC)} (sR_s C + 1)}{s^2 + s \left[ \frac{(R_L - h_{vi})C(R + R_s) + RCR_s + L}{(RLC + R_s LC)} \right] + \frac{R - h_{vi} + R_L}{(RLC + R_s LC)}} \quad (3.55)$$

Para o conversor bidirecional, basta substituir, na expressão

(3.55),  $h_{1v} = h_{v1} = 0$ , porque  $G(\rho) = 1$  e  $G'(\rho) = 0$ .

### 3.7.1.2.2 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{f}_s(s)}$

Procedendo-se como no item anterior, admitindo-se  $V_g, T_1, T_0$  constantes ( $\hat{v}_g, \hat{t}_1, \hat{t}_0 = 0$ ), chega-se a um diagrama de blocos idêntico àquele da Figura 3.7, diferindo apenas quanto à entrada  $\hat{v}_g h_{gv}$  que deve ser substituída por  $\hat{f}_s h_{vf}$ . Assim, obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{f}_s(s)} = h_{vf} F(s) \quad (3.56)$$

### 3.7.1.2.3 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_1(s)}$

Procedendo como no item anterior, admitindo-se  $V_g, T_0, F_s$  constantes ( $\hat{v}_g, \hat{t}_0, \hat{f}_s = 0$ ) chega-se a um diagrama de blocos idêntico ao da Figura 3.7, diferindo apenas quanto à entrada  $\hat{v}_g h_{gv}$  que deve ser substituído por  $\hat{t}_1 h_{vt_1}$ . Assim, obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_1(s)} = h_{vt_1} F(s) \quad (3.57)$$

### 3.7.1.2.4 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_0(s)}$

Repetindo-se os procedimentos anteriores para  $V_g, F_s, T_1$



constantes ( $\hat{v}_g, \hat{f}_s, \hat{t}_i = 0$ ) obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_0(s)} = h_{vt_0} F(s) \quad (3.58)$$

No Anexo 2 são analisados os conversores Boost, Buck-Boost e Cuk, complementando o estudo dos conversores QR-PWM básicos.

### 3.8 - VALIDAÇÃO DOS MODELOS DESENVOLVIDOS

Para se comprovar a validade dos modelos desenvolvidos e apresentados nos parágrafos anteriores, os conversores básicos QRC-PWM (Buck, Boost, Buck-Boost e Cuk), com parâmetros conhecidos, foram submetidos a análises experimental e computacional. A análise computacional foi realizada através da utilização dos modelos, representados pelas funções de transferência em malha aberta, e do circuito do conversor propriamente dito.

O procedimento de análise adotado, foi dividido em três etapas, sendo as duas primeiras concluídas através da simulação do modelo e do circuito real do conversor: Resposta ao degrau, Resposta em Frequência e Resposta ao degrau obtida experimentalmente.

Os resultados das análises, desenvolvidas através do procedimento proposto, são comparados, demonstrando a compatibilidade esperada, e validando os modelos desenvolvidos.

### 3.8.1 - RESPOSTA AO DEGRAU - SIMULAÇÃO

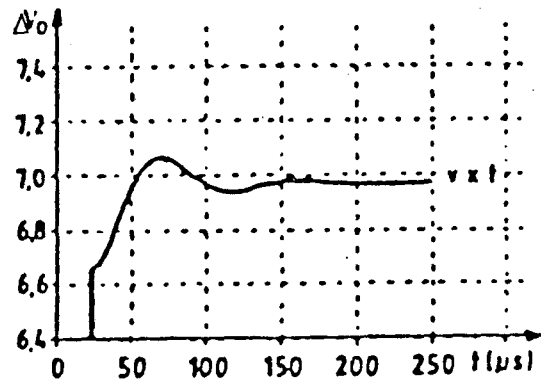
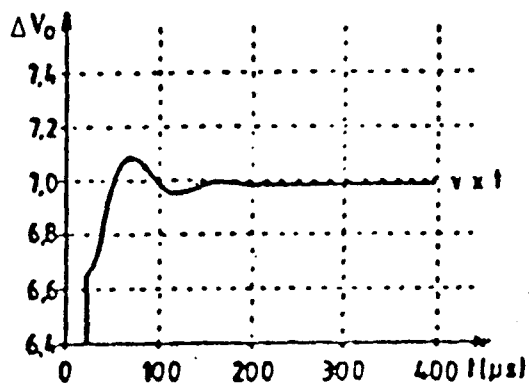
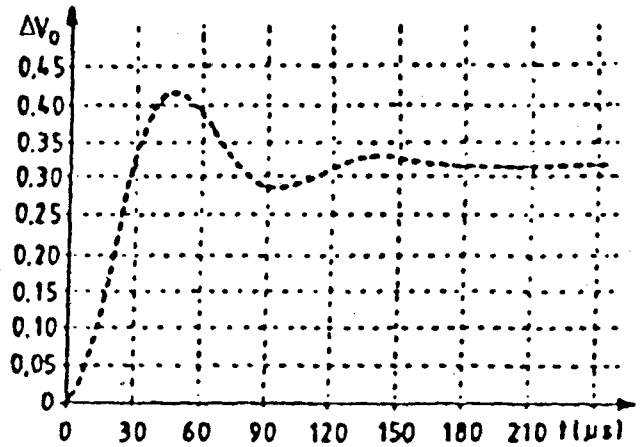
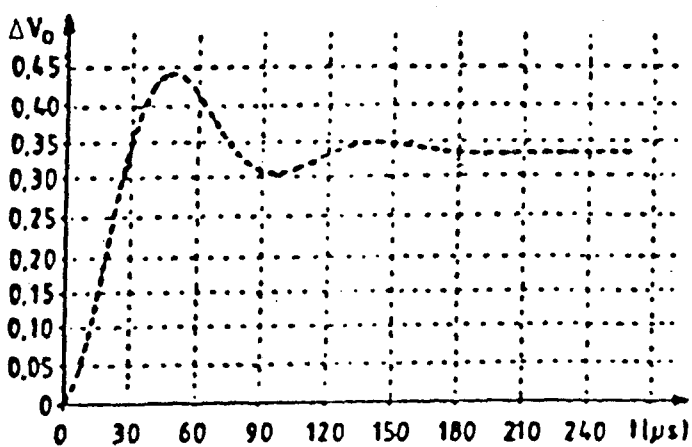
Os conversores Buck e Boost e seus modelos, representados por suas Funções de Transferência em malha aberta, com parâmetros conhecidos e discriminados abaixo, foram submetidos à análise ac computacional, através da utilização do programa "SACEC" [46]. O comportamento dinâmico da tensão de saída, frente a um degrau de pequena amplitude, está ilustrado nas Figuras 3.8, 3.9, 3.10 , 3.11 e 3.12.

Parâmetros.

$$3.8.1.1 \text{ Conversor Buck PWM-QRC-ZCS} \left\{ \begin{array}{l} L = 100 \mu\text{H}; \quad C = 2 \mu\text{F}; \quad V_g = 21 \text{ Volts} \\ L_R = 0.43 \mu\text{H}; \quad C_R = 24 \text{ nF}; \quad R = 10 \Omega \\ R_L = R_s = 0; \quad F_s = 500 \text{ Khz}; \quad T_1 = 0 \text{ seg.} \end{array} \right.$$

$$3.8.1.2 \text{ Conversor Buck PWM-QRC-ZCS} \left\{ \begin{array}{l} L = 450 \mu\text{H}; \quad C = 4.5 \mu\text{F}; \quad V_g = 30 \text{ Volts} \\ L_R = 0.414 \mu\text{H}; \quad C_R = 22 \text{ nF}; \quad R = \begin{bmatrix} 5.87 \Omega \\ 20.0 \Omega \end{bmatrix} \\ R_L = R_s = 0; \quad F_s = 400 \text{ Khz}; \quad T_1 = 0.62 \mu\text{s} \end{array} \right.$$

$$3.8.1.3 \text{ Conversor Boost PWM-QRC-ZCS} \left\{ \begin{array}{l} L = 400 \mu\text{H}; \quad C = 20 \mu\text{F}; \quad V_g = 6 \text{ Volts} \\ L_R = 0.43 \mu\text{H}; \quad C_R = 24 \text{ nF}; \quad R = 10 \Omega \\ R_L = R_s = 0; \quad F_s = 769 \text{ Khz}; \quad T_1 = 0 \text{ seg.} \end{array} \right.$$



(a)

(b)

Fig. 3.8 - Conversor Buck QRC-PWM-ZCS do item 3.8.1.1:

Resposta ao degrau ( $\hat{v}_g = 1.05$  Volts e  $\hat{f}_s = 25$  KHz)

Linha cheia - Conversor Real; Linha Tracejada - Modelo ca.

a) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrâu em  $F_s$ .

b) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrâu em  $V_g$ .

Nas Figuras 3.8, 3.9 e 3.12, a resposta do modelo é dada pela variação da tensão de saída, enquanto que a resposta do conversor real é dada pela variação da tensão de saída a partir da sua condição inicial de operação, representada pela descontinuidade indicada.

As respostas ao degrau, por simulação dos modelos, foram obtidas desprezando-se as resistências de condução dos semi-condutores

(transistores e diodos). Por outro lado, a resposta do conversor real foi obtida através da utilização do programa SACEC [46], no qual estas resistências foram adotadas iguais a  $0,1 \Omega$ . Por estas razão, a inspeção das Figuras 3.8, a 3.12 revelam erros entre as respostas obtidas pela simulação dos modelos e dos conversores reais.

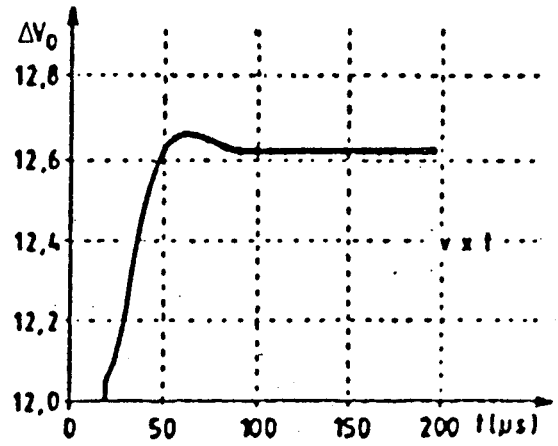
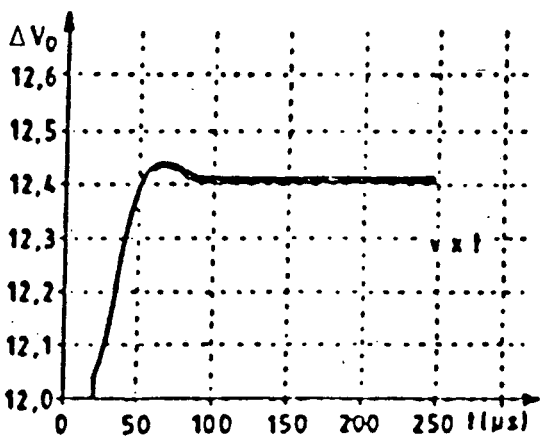
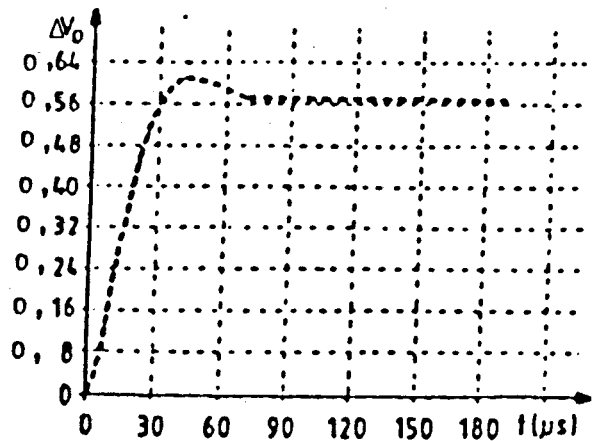
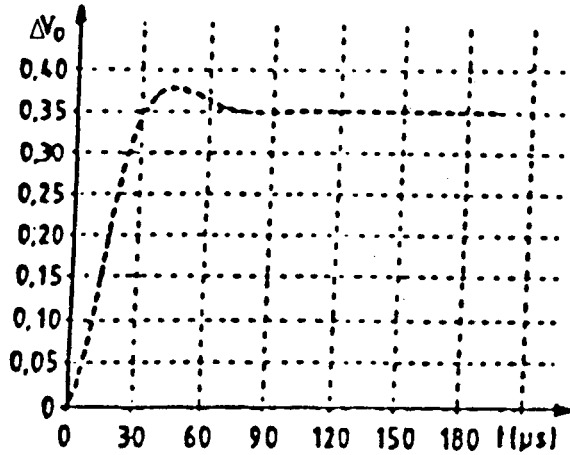


Fig. 3.9 - Conversor Buck QRC-PWM-ZUS do item 3.8.1.1:

Resposta ao degrau ( $\hat{v}_g = 1.05$  Volts e  $\hat{f}_s = 25$  KHz)

Linha cheia - Conversor Real; Linha Tracejada - Modelo ca.

a) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrão em  $F_s$ .

b) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrão em  $V_g$ .

A presença dos parâmetros  $h_{iv}$  e  $h_{vi}$ , nos conversores do tipo

unidirecional, introduzem amortecimento adicional que não aparece nos do tipo bidirecional, nos quais  $h_{iv} = h_{vi} = 0$ . Estes parâmetros, dependentes da corrente de carga ( $I_c$ ), conforme expressões (3.28), (3.33), (3.38) e (3.43), são responsáveis pelo erro mais acentuado observados nos resultados de simulação dos conversores do tipo unidirecional. Entretanto, não foram observados erros maiores que 5% em nenhum caso simulado.

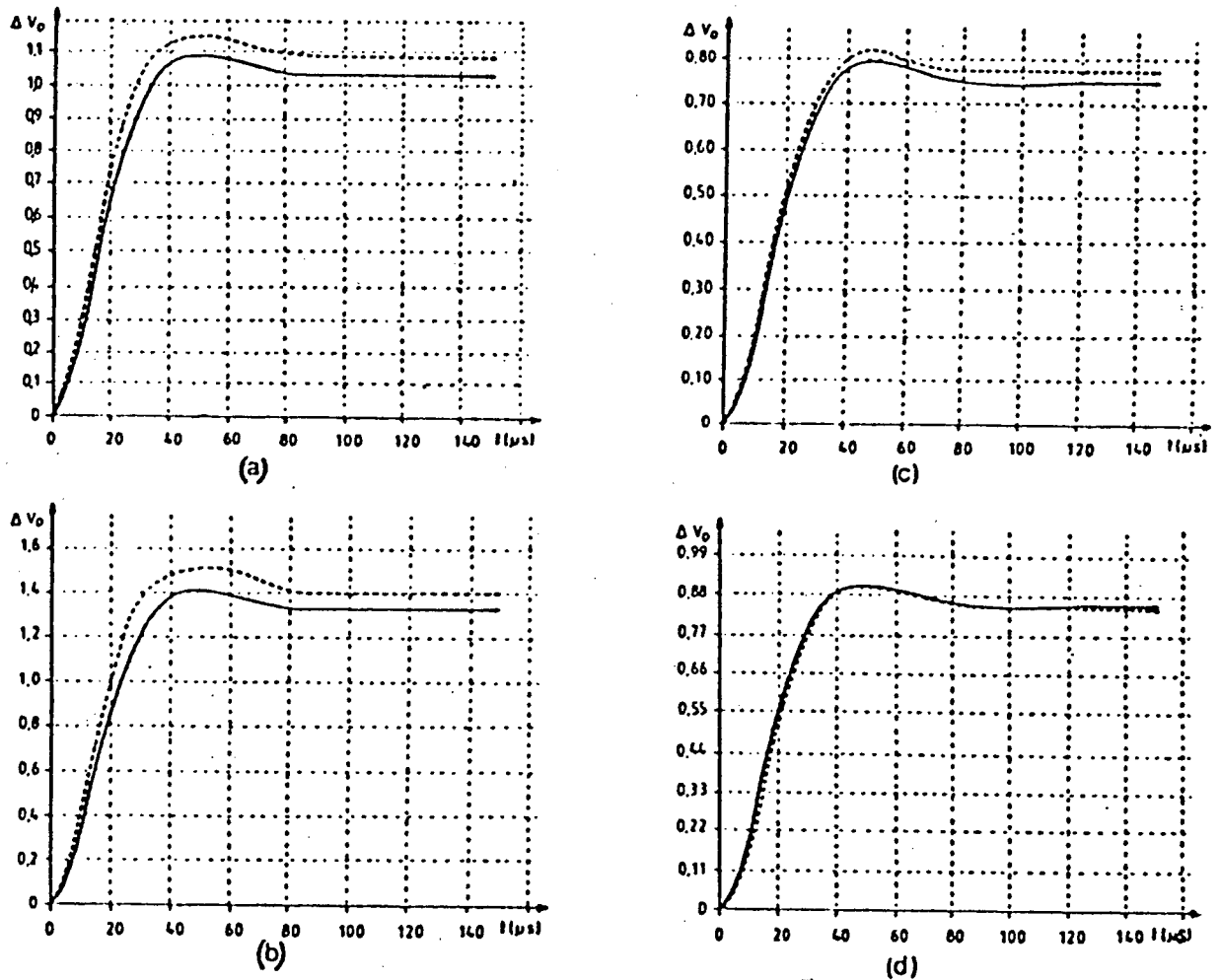


Fig. 3.10 - Conversor Buck QRC-PWM-ZCS do item 3.8.1.2;  $R = 5.87 \Omega$ :

Resposta ao degrau ( $\hat{t}_i = 0.24 \mu s$  e  $\hat{f}_s = 34.8 \text{ KHz}$ )

Linha cheia - Conversor Real; Linha Tracejada - Modelo ca.

- a) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrâu em  $T_i$ .
- b) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrâu em  $F_s$ .
- c) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrâu em  $T_i$ .
- d) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrâu em  $F_s$ .

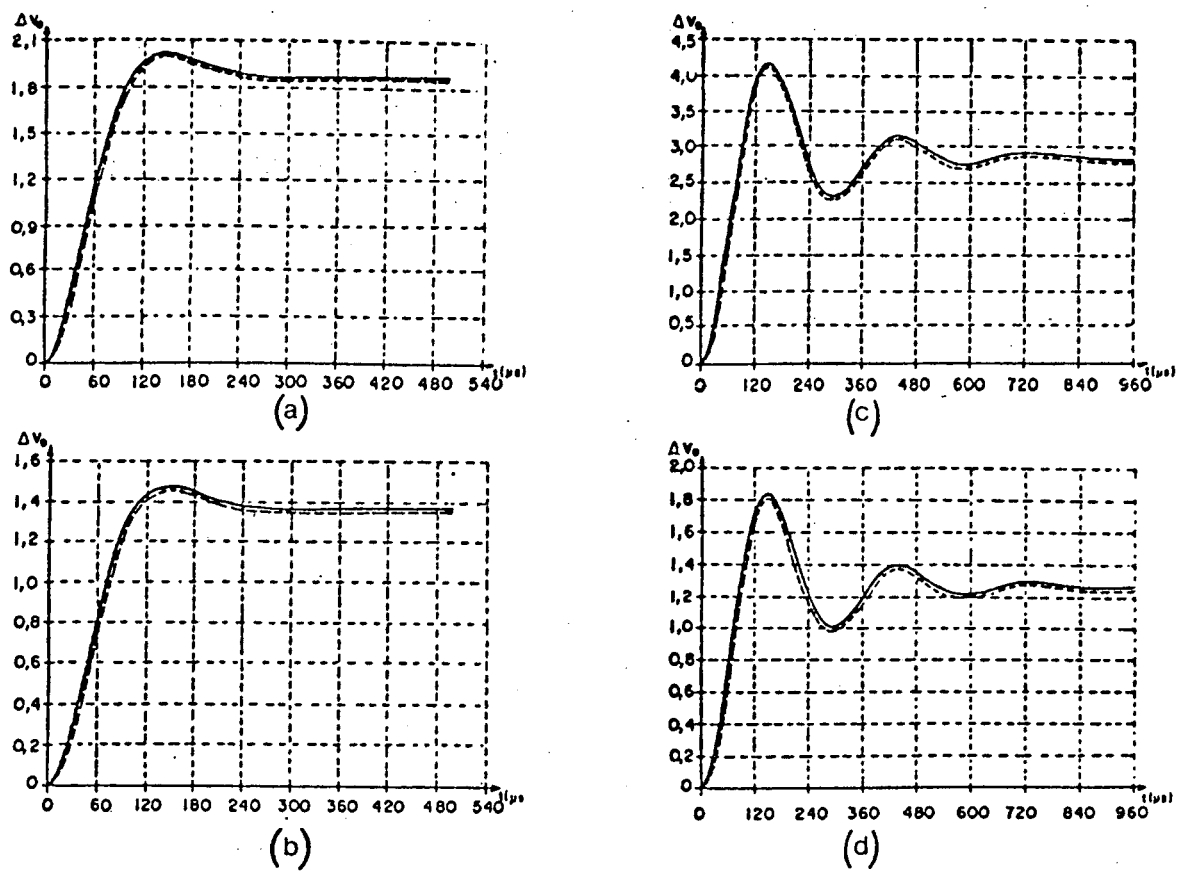


Fig. 3.11 - Conversor Buck QRC-PWM-ZCS do item 3.8.1.2;  $R = 20.0 \Omega$ :

Resposta ao degrau ( $\hat{t}_i = 0.24 \mu s$  e  $\hat{f}_s = 34.8 \text{ KHz}$ )

Linha cheia - Conversor Real; Linha Tracejada - Modelo ca.

a) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrâu em  $T_i$ .

b) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrâu em  $F_s$ .

c) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrâu em  $T_i$ .

d) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrâu em  $F_s$ .

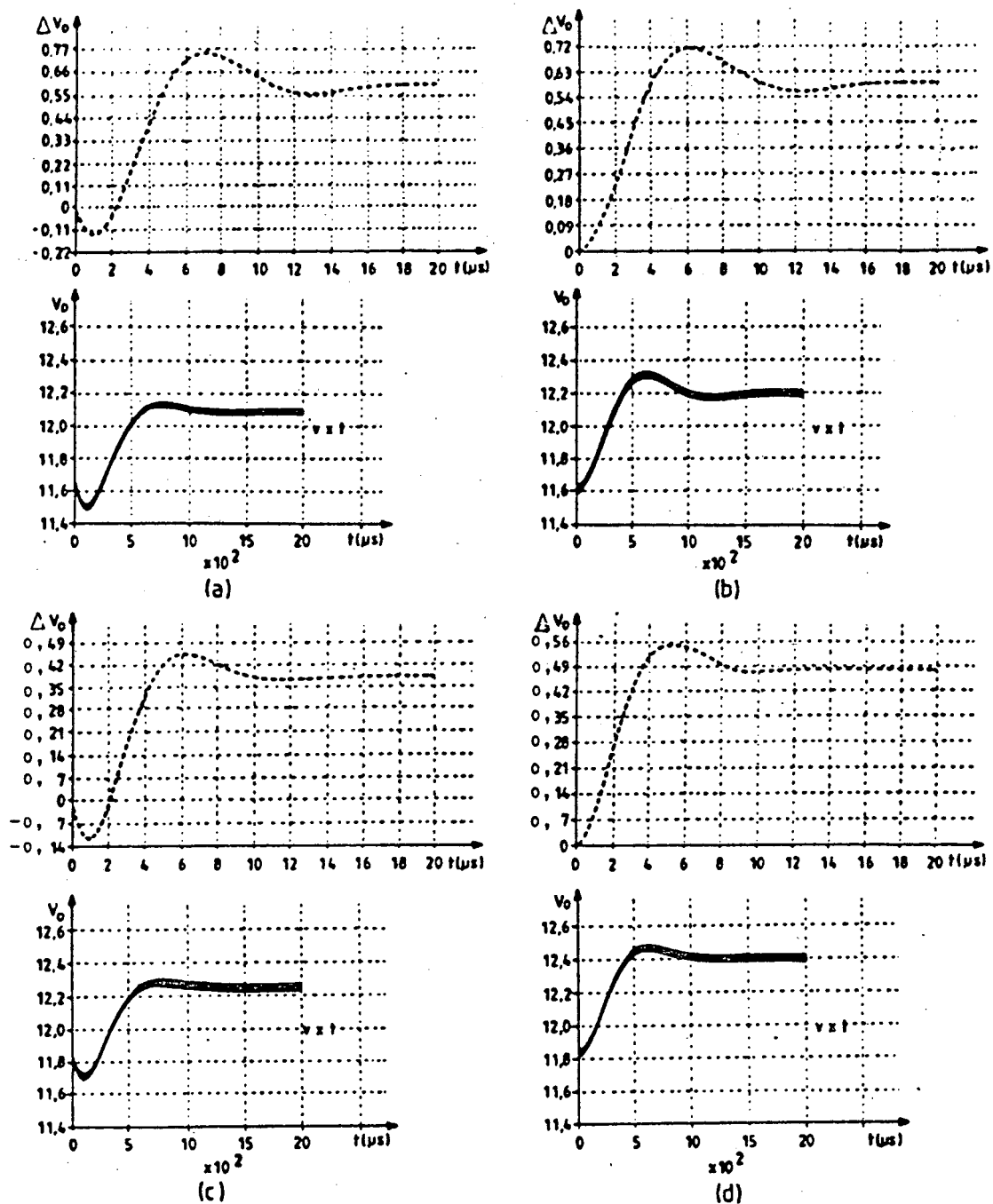


Fig. 3.12 - Conversor Boost QRC-PWM-ZCS do item 3.8.1.3:

Resposta ao degrau ( $\hat{v}_g = 0.3$  Volts e  $\hat{f}_s = 38.5$  KHz)

Linha cheia - Conversor Real; Linha Tracejada - Modelo ca.

- a) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrâu em  $F_s$ .
- b) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrâu em  $V_g$ .
- c) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrâu em  $F_s$ .
- d) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrâu em  $V_g$ .

### 3.8.2 - RESPOSTA AO DEGRAU - EXPERIMENTAL

No sentido de comprovar os resultados obtidos nos parágrafos anteriores e validar os modelos desenvolvidos, o conversor Buck, discriminado no parágrafo 3.8.1.2, foi montado em laboratório e seu comportamento dinâmico analisado frente aos mesmos degraus de perturbação para os quais foram realizadas as análises computacionais, relatadas no item precedente [16]. Os resultados obtidos experimentalmente estão ilustrados nas Figuras 3.13 e 3.14 a seguir:

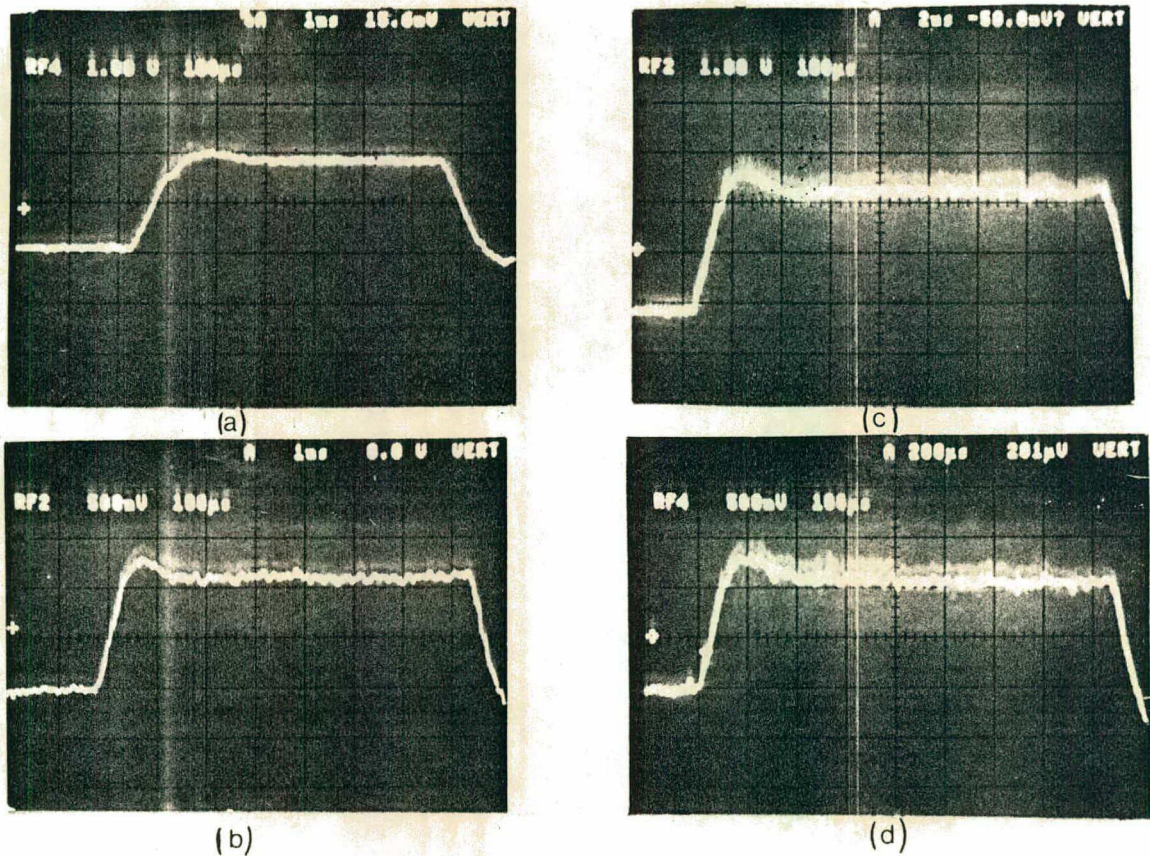
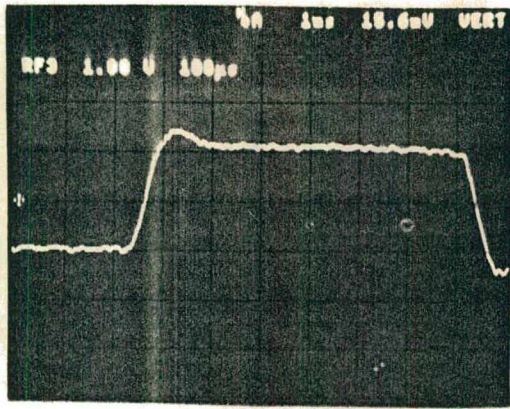


Fig. 3.13 - Conversor Buck QRC-PWM-ZCS do item 3.8.1.2;  $R = 5.87 \Omega$ :

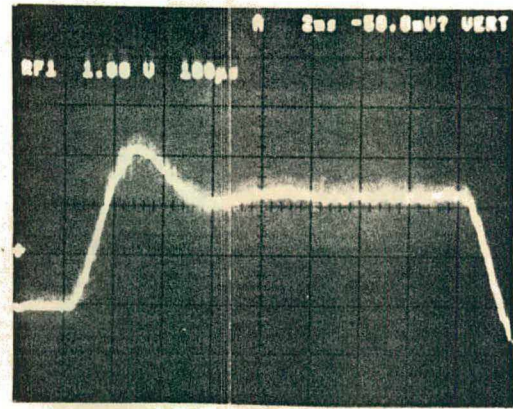
Resposta ao degrau ( $\hat{t}_i = 0.24 \mu s$  e  $\hat{f}_s = 34.8 \text{ KHz}$ )

- a) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrau em  $T_i$ .
- b) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrau em  $F_s$ .
- c) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrau em  $T_i$ .
- d) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrau em  $F_s$ .

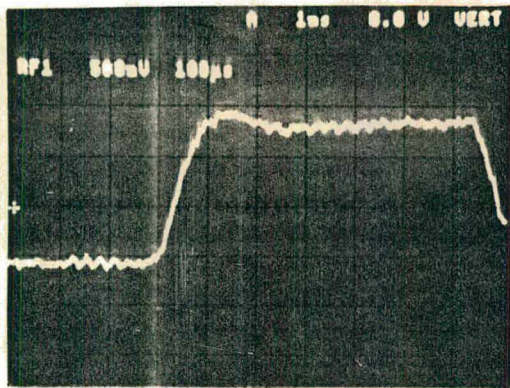




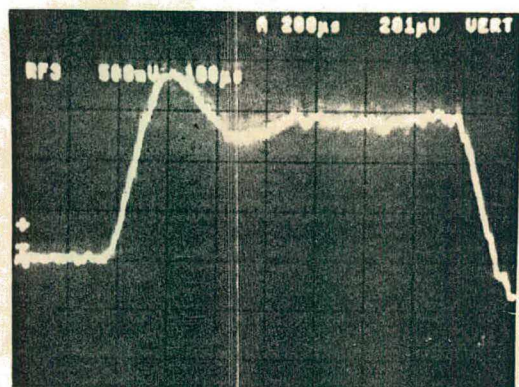
(a)



(c)



(b)



(d)

Fig. 3.14 - Conversor Buck QRC-PWM-ZCS do item 3.8.1.2;  $R = 20.0 \Omega$ :

Resposta ao degrau ( $\hat{t}_i = 0.24 \mu s$  e  $\hat{f}_s = 34.8 \text{ KHz}$ )

- a) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrâu em  $T_i$ .
- b) Conversor com Célula Unidirecional em corrente- Degrâu em  $F_s$ .
- c) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrâu em  $T_i$ .
- d) Conversor com Célula Bidirecional em corrente- Degrâu em  $F_s$ .

As respostas dinâmicas, ilustradas pelas Figuras 3.13 e 3.14, revelaram que os tempos de estabilização foram bastante aproximados daqueles verificados por simulação. O "overshoot", amortecimento e o valor do desvio da tensão de saída, apresentaram erros maiores, porém pouco

significativos, se comparados àqueles observados na simulação (Fig. 3.10 e 3.11). Naturalmente, os erros verificados durante a fase experimental foram superiores pois os elementos parasitas, tais como indutâncias e capacitâncias dos semi-condutores e trilhas, não foram considerados na simulação.

### 3.8.3 - RESPOSTA EM FREQUÊNCIA - SIMULAÇÃO

Repetindo-se o procedimento do item 3.8.1, por simulação foram obtidas as respostas em frequência para os conversores cujos parâmetros estão discriminados na Tabela 3.4 seguir:

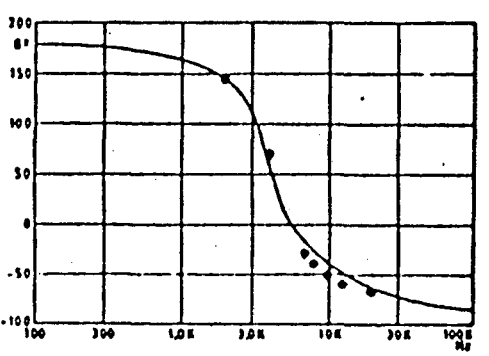
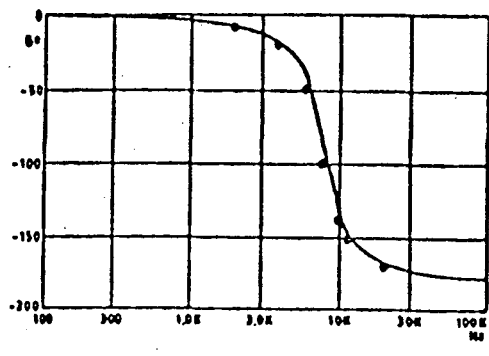
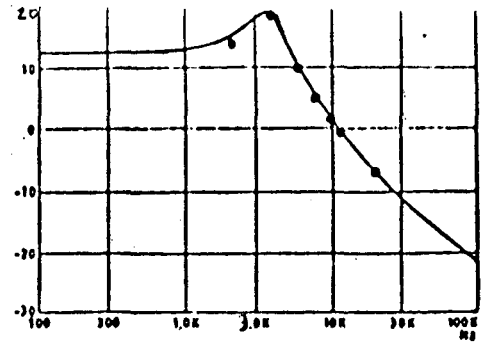
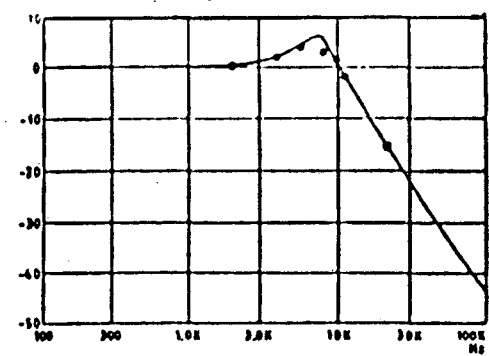
TABELA 3.4 - PARÂMETROS ADOTADOS PARA OS CONVERSORES BÁSICOS SIMULADOS

Tipo	Conversor	Elementos do circuito unidades.: $\mu\text{H}$ , $\mu\text{F}$ , $\Omega$						
		Lf1	Lf2	Cf1	Cf2	R	Lf	Cf
ZCS	Buck	---	---	---	---	20	200	2
	Boost	---	---	---	---	40	200	2
	Buck - Boost	---	---	---	---	20	200	2
	Cuk	200	210	10	2	20	---	---
ZVS	Buck	---	---	---	---	1	200	2
	Boost	---	---	---	---	2	200	2
	Buck - Boost	---	---	---	---	1	200	2
	Cuk	200	210	5	2	4	---	---

O indutor e o capacitor ressonantes, a tensão de entrada ( $V_g$ ), a frequência de chaveamento ( $F_g$ ), e o tempo de interrupção do ciclo ressonante ( $T_1$ ), foram mantidos os mesmos para todos os conversores simulados. Os valores adotados para estes parâmetros foram:

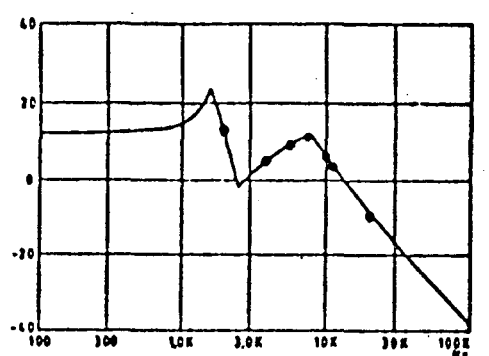
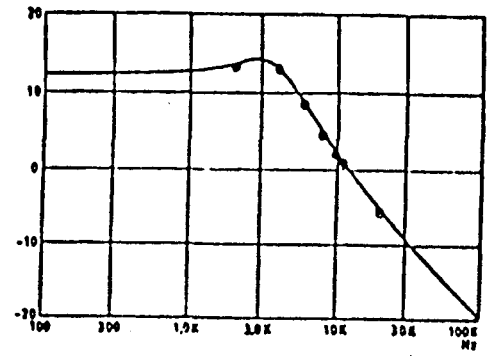
$$L_R = 0.415 \mu\text{H} ; C_R = 22 \text{ nF} ; T_1 = 0.675 \mu\text{s} ; V_g = 50 \text{ Volts} ; F_s = 400 \text{ KHz.}$$

Para o Conversor Cuk, foi adotado  $T_1 = 0.39 \mu\text{s}$ .



(a)

(b)



(c)

(d)

Fig. 3.15 - Resposta em Frequência dos Conversores básicos QRC-PWM-ZCS

à uma entrada dada por:  $t_1(t) = T_1 + 0.05 \text{ sen}(\omega t)$ :

- a) Buck;
- b) Boost;
- c) Buck-Boost;
- d) Cuk.

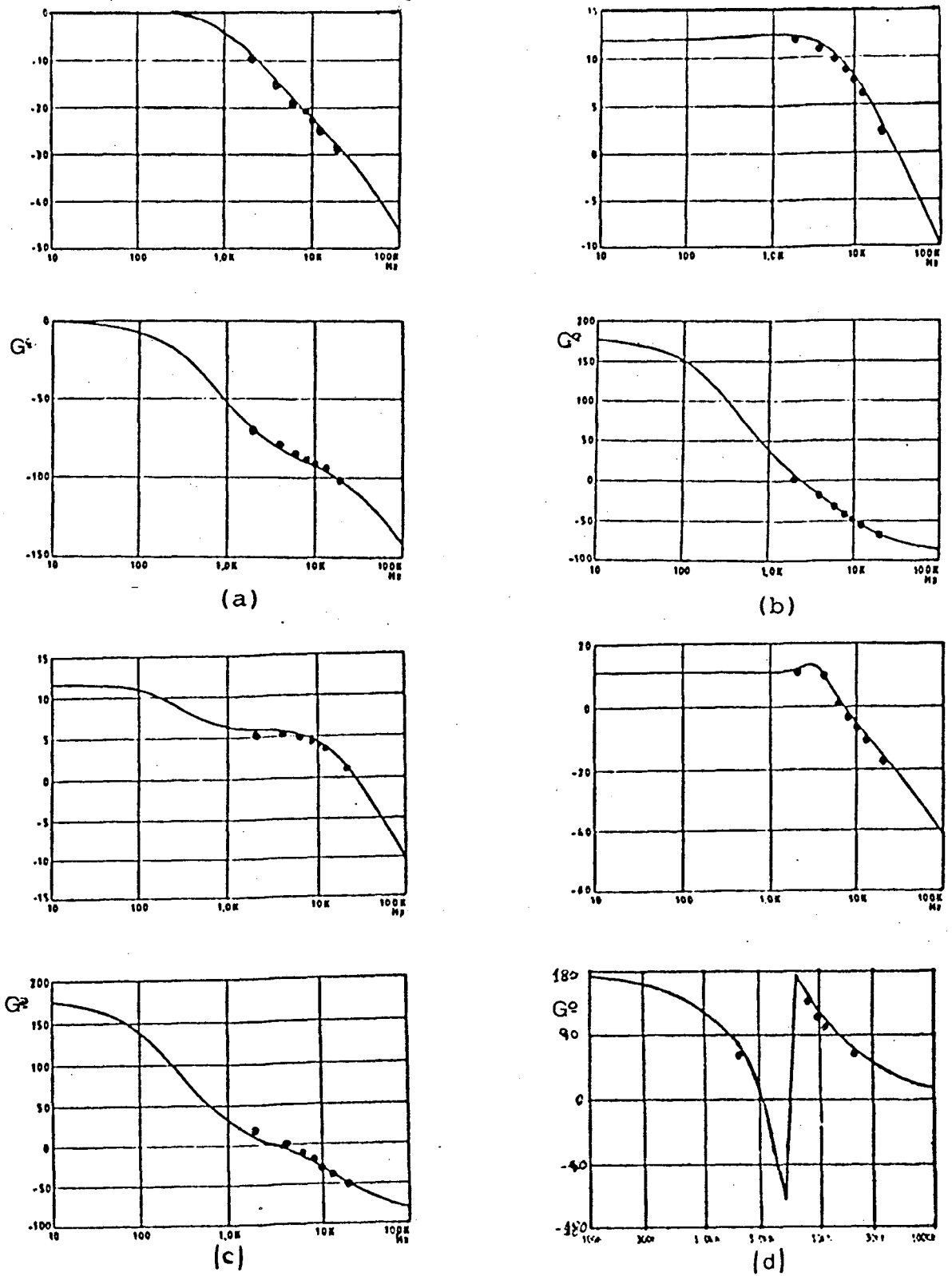


Fig. 3.16 - Resposta em Frequência dos Conversores básicos QRC-PWM-ZVS

à uma entrada dada por:  $t_i(t) = T_i + 0.05 \text{ sen}(\omega t)$ :

- a) Buck;
- b) Boost;
- c) Buck-Boost;
- d) Cuk.

As respostas em frequência [43], obtidas pela simulação do circuito do conversor (pontos) e do modelo (linhas contínuas) representado por suas Funções de Transferência em malha aberta, estão ilustradas nas Figuras 3.15 e 3.16. Nesta análise, foram adotadas resistências de condução dos semi-condutores iguais a  $0,1 \Omega$  na simulação do modelo e do conversor real. Sob esta condição, as respostas obtidas se mostraram bastante aproximadas, comprovando a validade do modelo adotado.

### 3.9 - CONCLUSÕES

Neste capítulo, a exemplo do trabalho desenvolvido nos capítulos 1 e 2, os conversores QRC - PWM foram analisados e as funções de transferência em malha aberta do conversor Buck QR-PWM foi obtida.

Os resultados teóricos obtidos foram compatíveis com aqueles encontrados através da utilização de qualquer outra metodologia, como, por exemplo, a evolução do espaço de estado.

O comportamento dinâmico, prático e teórico, obtidos para um grande número de conversores analisados, revelaram que os modelos obtidos são confiáveis e podem ser adotados nas análises cc e ca dos conversores PWM, QRC e QRC-PWM.

## CAPÍTULO 4

### SÍNTESE DE MODELAGEM DOS CONVERSORES CC-CC UTILIZANDO-SE AS PROPRIEDADES INVARIANTES DAS CÉLULAS DE COMUTAÇÃO

#### 4.1 - INTRODUÇÃO

Nos capítulos 1 e 2 foram apresentadas as técnicas de modelagem dos conversores cc-cc desenvolvidas até a presente data, constituindo o estado da arte nesta área.

No capítulo 3, associando as propriedades invariantes da célula de comutação Quase Ressonante PWM (QR-PWM) aos princípios de modelagem da chave PWM, foram desenvolvidos os modelos de circuito cc e ca para pequenas perturbações, dos conversores cc-cc Quase Ressonantes PWM (QRCs-PWM). Através destes modelos de circuito, foram obtidas a taxa de conversão (M) e as Funções de Transferência em malha aberta, que representam, respectivamente, a Característica Estática e o Comportamento Dinâmico dos conversores cc-cc.

Demonstrou-se que os modelos obtidos para a Célula de Comutação QR-PWM é geral e sua utilização na análise dos QRCs-PWM resulta na obtenção de modelos cc e ca gerais, aplicáveis à análise também dos QRCs e dos conversores PWM.

Este capítulo se dedica à síntese dos capítulos anteriores, no sentido de sumarizar os resultados obtidos em forma de tabelas de circuitos dos conversores reais e seus modelos de circuito associados e de expressões representativas da Taxa de Conversão (M) e das Funções de Transferência em malha aberta [42].

4.2 - CONVERSORES BÁSICOS PWM, QR E QR-PWM E SEUS MODELOS CC E CA

Na Tabela 4.1, 4.2 e 4.3, estão ilustrados os Conversores PWM, QRC e QRC-PWM básicos, seus modelos cc e ca e as células de comutação indicada pelos terminais "a", "p" e "c" (ativo, passivo e comum).

Tabela 4.1 - Conversores PWM Básicos e seus modelos cc e ca

	Conversor	Modelo cc	Modelo ca
Buck			
Boost			
Buck-Boost			
Cuk			
Sepic			
Zeta			

Tabela 4.2 - Conversores QRC e QRC-PWM, ZCS e ZVS, Básicos

CONVERSOR	FM-ZCS	FM-ZVS	PWM-ZCS	PWM-ZVS
Buck				
Boost				
Buck-Boost				
CUK				
SEPIC				
ZETA				



Tabela 4.3 - Modelos cc e ca dos conversores QRC-PWM e QRC

Buck		
Boost		
Buck - Boost		
Cuk		
Sepic		
Zeta		

#### 4.3 - PARÂMETROS "h" DOS MODELOS CA DOS CONVERSORES CC-CC

Foi demonstrado no capítulo anterior a generalidade dos modelos cc e ca da célula de comutação QR-PWM e dos conversores cc-cc associados, que permite adotá-los na análise também dos PWM e QRCs.

A Tabela 4.4 foi elaborada no sentido de facilitar a visualização e generalização dos modelos, através da relação de parâmetros "h" comuns aos conversores cc-cc, e as expressões que os representam.

#### 4.4 - DIAGRAMAS DE BLOCOS E FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM MALHA ABERTA DOS CONVERSORES CC-CC

Procedendo-se a análise dos modelos de circuito ca ilustrados nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3, obtém-se os diagramas de blocos apresentados na Tabela 4.5.

Resolvendo os diagramas de blocos da tabela 4.5 obtém-se as Funções de Transferência em malha aberta dos conversores cc-cc básicos, apresentados na Tabela 4.6.

Os elementos que compõem os blocos de ramo direto e de retroação apresentados na Tabela 4.5 e as expressões apresentadas na Tabela 4.6 foram obtidos no capítulo anterior, e sumariados a seguir.

$$G_1 = \frac{1}{(sL_1 + R_{L1}) + (R_{s1} + \frac{1}{sC_1}) [(1-h_{vv}) + h_{iv} (sL_1 + R_{L1})]} \quad (4.1)$$

$$G_2 = h_{vv} (R_{s1} + \frac{1}{sC_1}) + (sL_2 + R_{L2}) [1 + h_{iv} (R_{s1} + \frac{1}{sC_1})] \quad (4.2)$$

Tabela 4.4 - Parâmetros "h" dos conversores CC-CC

Parâmetro	Célula de Comutação				
	PMH	QR - ZCS	QR - ZVS	PMH - QR - ZCS	PMH - QR - ZVS
$h_{11} = \frac{\delta I_a}{\delta I_c}$	$\frac{T_1}{T_s} = D$	$\frac{F_s}{F_o} [G(\rho) + \rho C'(\rho)]$	$1 - \frac{F_s}{F_o} [G(\beta) - \beta C'(\beta)]$	$\frac{F_s}{F_o} [G(\rho) + \rho C'(\rho)] + F_s T_1$	$1 - \frac{F_s}{F_o} [G(\beta) - \beta C'(\beta)] - F_s T_1$
$h_{1v} = \frac{\delta I_a}{\delta V_{ap}}$	0	$-\frac{F_s}{F_o} \rho C'(\rho) \frac{I_c}{V_{ap}}$	$-\frac{F_s}{F_o} \beta C'(\beta) \frac{I_c}{V_{ap}}$	$-\frac{F_s}{F_o} \rho C'(\rho) \frac{I_c}{V_{ap}}$	$-\frac{F_s}{F_o} \beta C'(\beta) \frac{I_c}{V_{ap}}$
$h_{1r} = \frac{\delta I_a}{\delta I_s}$	0	$\frac{I_c}{F_o} G(\rho)$	$-\frac{I_c}{F_o} G(\beta)$	$\frac{I_c}{F_o} G(\rho) + I_c T_1$	$-\frac{I_c}{F_o} G(\beta) - I_c T_1$
$h_{111} = \frac{\delta I_a}{\delta t_1}$	$\frac{I_c}{T_s}$	0	0	$I_c F_s$	$-I_c F_s$
$h_{110} = \frac{\delta I_a}{\delta t_o}$	0	$F_s I_c G(\rho) + \frac{F_s I_c^2}{F_o V_{ap} 2\pi C_R} G'(\rho)$	$-\frac{F_s V_{ap}}{F_o 2\pi L_R} G'(\beta)$	$F_s I_c G(\rho) + \frac{F_s I_c^2}{F_o V_{ap} 2\pi C_R} G'(\rho)$	$-\frac{F_s V_{ap}}{F_o 2\pi L_R} G'(\beta)$
$h_{vv} = \frac{\delta V_{cp}}{\delta V_{ap}}$	$\frac{T_1}{T_s} = D$	$\frac{F_s}{F_o} [G(\rho) - \rho C'(\rho)]$	$1 - \frac{F_s}{F_o} [G(\beta) + \beta C'(\beta)]$	$\frac{F_s}{F_o} [G(\rho) - \rho C'(\rho)] + F_s T_1$	$1 - \frac{F_s}{F_o} [G(\beta) + \beta C'(\beta)] - F_s T_1$
$h_{v1} = \frac{\delta V_{cp}}{\delta I_s}$	0	$\frac{F_s}{F_o} \rho C'(\rho) \frac{V_{ap}}{I_c}$	$\frac{F_s}{F_o} \beta C'(\beta) \frac{V_{ap}}{I_c}$	$\frac{F_s}{F_o} \rho C'(\rho) \frac{V_{ap}}{I_c}$	$\frac{F_s}{F_o} \beta C'(\beta) \frac{V_{ap}}{I_c}$
$h_{vf} = \frac{\delta V_{cp}}{\delta I_s}$	0	$\frac{V_{ap}}{F_o} C(\rho)$	$-\frac{V_{ap}}{F_o} C(\beta)$	$\frac{V_{ap}}{F_o} C(\rho) + V_{ap} T_1$	$-\frac{V_{ap}}{F_o} C(\beta) - V_{ap} T_1$
$h_{v11} = \frac{\delta V_{cp}}{\delta t_1}$	$\frac{V_{ap}}{T_s}$	0	0	$V_{ap} F_s$	$-V_{ap} F_s$
$h_{v10} = \frac{\delta V_{cp}}{\delta t_o}$	0	$F_s V_{ap} G(\rho) + \frac{F_s I_c}{2\pi C_R} G'(\rho)$	$-\frac{F_s V_{ap}}{F_o 2\pi L_R} G'(\beta)$	$F_s V_{ap} G(\rho) + \frac{F_s I_c}{2\pi C_R} G'(\rho)$	$-\frac{F_s V_{ap}}{F_o 2\pi L_R} G'(\beta)$

Tabela 4.5 - Diagramas de Blocos representativos dos modelos ca dos conversores cc-cc

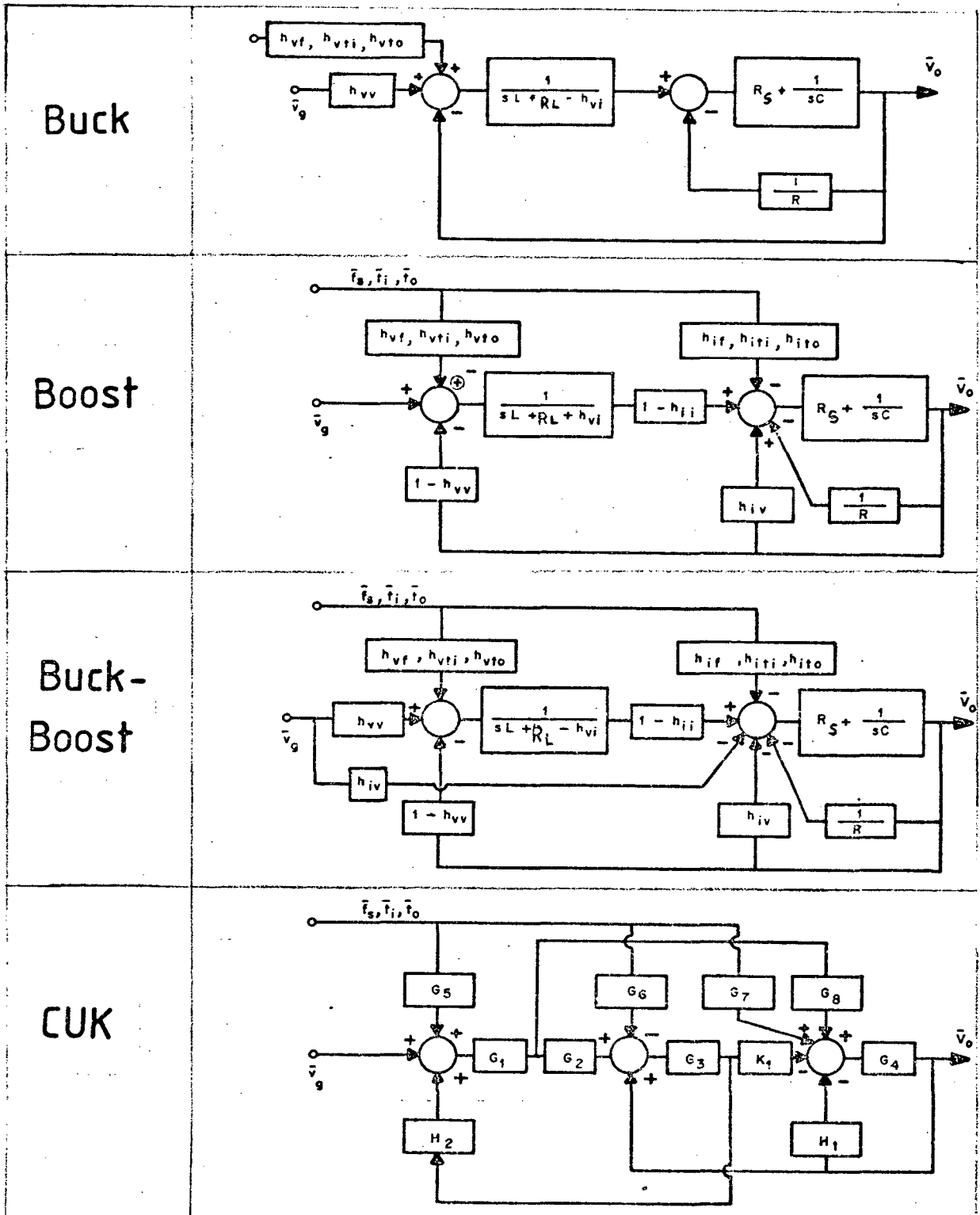


Tabela 4.6- Funções de Transferência em malha aberta dos conversores cc-cc

Conversor		Taxa de Conversão	$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)}$	$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{f}_s(s)}$
Buck	ZCS	$M = \left[ \frac{F_s}{F_o} G(\rho) + F_s T_i \right]$	$h_{vv} \frac{K_1(s+z_1)}{EC_1(s)}$	$h_{vf} \frac{K_1(s+z_1)}{EC_1(s)}$
	ZVS	$M = 1 - \left[ \frac{F_s}{F_o} G(1/\rho) + F_s T_i \right]$		
Boost	ZCS	$M = \frac{1}{1 - \left[ \frac{F_s}{F_o} G(\rho) + F_s T_i \right]}$	$K_2 \frac{(s+z_2)}{EC_2(s)}$	$K_3 \frac{(s+z_2)(s+z_3)}{EC_2(s)}$
	ZVS	$M = \frac{1}{\frac{F_s}{F_o} G(1/\rho) + F_s T_i}$		
Buck-Boost	ZCS	$M = \frac{\frac{F_s}{F_o} G(\rho) + F_s T_i}{1 - \left[ \frac{F_s}{F_o} G(\rho) + F_s T_i \right]}$	$K_4 \frac{(s+z_2)(s+z_4)}{EC_2(s)}$	$K_3 \frac{(s+z_2)(s-z_3)}{EC_2(s)}$
	ZVS	$M = \frac{1 - \left\{ \frac{F_s}{F_o} G(1/\rho) + F_s T_i \right\}}{\frac{F_s}{F_o} G(1/\rho) + F_s T_i}$		
Cuk		Idem Buck-Boost	$K_5 \frac{(s+z_5)(s+z_6)}{EC_3(s)}$	$K_6 \frac{(s+z_5)P_1(s)}{EC_3(s)}$

$$G_3 = \frac{1}{(sL_2 + R_{L2})(1 - h_{11}) - h_{v1}} \quad (4.3)$$

$$G_4 = R_{s2} + \frac{1}{sC_2} \quad (4.4)$$

$$G_5 = h_{vf} - (sL_1 + R_{L1}) h_{if} \quad (4.5)$$

$$G_6 = h_{vf} + (sL_2 + R_{L2}) h_{if} \quad (4.6)$$

$$G_7 = 1 + (R_{s1} + \frac{1}{sC_1}) h_{iv} \quad (4.7)$$

$$H_1 = \frac{1}{R} \quad (4.8)$$

$$H_2 = h_{vi} - (sL_1 + R_{L1}) h_{if} \quad (4.9)$$

$$EC1(s) = s^2 + s \left[ \frac{(R_L - h_{vi})C(R + R_s) + RCR_s + L}{(RLC + R_s LC)} \right] + \frac{R - h_{vi} + R_L}{(RLC + R_s LC)} \quad (4.10)$$

$$K1 = \frac{C R_s R}{(RLC + R_s LC)} \quad (4.11)$$

$$z1 = z2 = \frac{1}{R_s C} \quad (4.12)$$

$$EC2(s) = s^2 + \frac{[(1-h_{11})(1-h_{vv})R + R_L - h_{vi} + R h_{iv}(R_L - h_{vi})]}{[RCL + R_s CL + R h_{iv} R CL]} + \frac{(R_L - h_{vi})(RC + R_s C + h_{iv} R C) + (1-h_{11})(1-h_{vv})R_s CR + L + R h_{iv} L}{s [RCL + R_s CL + R h_{iv} R CL]} \quad (4.13)$$

$$K_2 = \frac{(1 - h_{11}) R R_s C}{[RCL + R_s CL + Rh_{1v} R_s CL]} \quad (4.14)$$

$$K_3 = - \frac{R R_s C L h_{1f}}{[RCL + R_s CL + Rh_{1v} R_s CL]} \quad (4.15)$$

$$z_3 = \frac{(R_L - h_{v1})h_{1f} + h_{vf}(1 - h_{11})}{L h_{1f}} \quad (4.16)$$

$$K_4 = - \frac{R R_s C L h_{1v}}{[RCL + R_s CL + Rh_{1v} R_s CL]} \quad (4.17)$$

$$z_4 = - \frac{(R_L - h_{v1})h_{1v} + h_{vv}(1 - h_{11})}{L h_{1v}} \quad (4.18)$$

$$G_8 = h_{1f} \quad (4.19)$$

$$G_9 = (1 - h_{11}) \quad (4.20)$$

$$K_5 = R R_{s2} C_2 C'_2 \quad (4.21)$$

$$K_6 = R R_{s2} C_2 \quad (4.22)$$

$$C'_2 = R_{s1} C_1 [h_{1v} h_{v1} + h_{vv}(1 - h_{11})] + C_1 h_{v1} \quad (4.23)$$

$$z_5 = \frac{1}{R_{s2} C_2} \quad (4.24)$$

$$z_6 = \left[ \frac{h_{1v} h_{v1} + (1 - h_{11}) h_{vv}}{C'_2} \right] \quad (4.25)$$

$$EC_3(s) = b'_1 s^4 + b'_2 s^3 + b'_3 s^2 + b'_4 s + b'_5$$

$$b'_1 = a_2 L_1 L_2 R_{s1} C_1 + a_3 L_1 L_2 + h_{iv} L_1 L_2 R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 + L_1 L_2 C_1 C_2 R_{s2} \quad (4.26)$$

$$b'_2 = a_2 \left[ L_1 L_2 + R_{s1} C_1 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) \right] + a_3 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) - h_{vi} C_1 C_2 L_2 R$$

$$- a_6 L_1 + a_5 R_{s1} L_1 C_1 + a_7 R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 L_2 + a_1 R_{s1} C_1 L_2 + a_{10} R_{s2} C_2 L_1$$

$$+ h_{iv} L_1 L_2 \left[ R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2 + R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) \right] - h_{vi} C_1 C_2 R_{s2} L_2$$

$$+ C_1 \left[ L_1 L_2 + R_{s2} C_2 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) \right] + a_9 R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 L_1 \quad (4.27)$$

$$b'_3 = a_1 (R_{s1} C_1 R_{L1} + L_2) + a_2 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1 + R_{s1} R_{L1} R_{L2} C_1) + a_3 R_{L1} R_{L2} - a_4 R_{s1} C_1$$

$$- a_6 R_{L1} + a_5 (R_{s1} C_1 R_{L1} + L_1) + a_7 \left[ R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 R_{L2} + L_2 (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) \right]$$

$$+ h_{iv} \left[ L_1 L_2 + (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) + R_{s1} R_{s2} R_{L1} R_{L2} C_1 C_2 \right]$$

$$+ a_8 R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 + a_9 \left[ R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 R_{L1} + L_1 (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) \right] - h_{vi} R_{s2} C_2 R_{L2}$$

$$+ a_{10} (R_{s2} C_2 R_{L1} + L_1) - h_{vi} C_1 C_2 R_{L2} - h_{vi} C_1 (R_{s2} C_2 R_{L2} + L_2) \quad (4.28)$$

$$b'_4 = a_1 R_{L2} + a_2 R_{L1} R_{L2} - a_4 + a_5 R_{L1} + a_7 \left[ R_{L2} (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) + L_2 \right] + C_1 R_{L1} R_{L2}$$

$$+ h_{iv} \left[ R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1 + R_{L1} R_{L2} (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) \right] + a_{10} R_{L1} - h_{vi} C_1 R$$

$$+ a_8 (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) + a_9 \left[ R_{L1} (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) + L_1 \right] - h_{vi} C_1 R_{L2} \quad (4.29)$$

$$b'_5 = a_7 R_{s2} + h_{iv} R_{L1} R_{L2} + a_8 + a_9 R_{L1} \quad (4.30)$$



$$a_1 = C_2 R (1 - h_{11}) (1 - h_{vv}) - h_{1v} h_{v1} C_2 R \quad (4.31)$$

$$a_2 = h_{1v} C_2 R \quad (4.32)$$

$$a_3 = C_1 C_2 R \quad (4.33)$$

$$a_4 = h_{v1} C_2 R \quad (4.34)$$

$$a_5 = h_{11} h_{vv} C_2 R - h_{1v} h_{v1} C_2 R \quad (4.35)$$

$$a_6 = h_{v1} C_1 C_2 R \quad (4.36)$$

$$a_7 = (1 - h_{11}) (1 - h_{vv}) - h_{v1} h_{1v} \quad (4.37)$$

$$a_8 = (1 - h_{11}) (1 - h_{vv}) R - h_{vv} h_{v1} - h_{1v} h_{v1} R - h_{v1} (1 - h_{vv}) \quad (4.38)$$

$$a_9 = h_{vv} h_{11} + h_{1v} h_{11} R + h_{1v} (1 - h_{11}) R - h_{1v} h_{v1} \quad (4.39)$$

$$a_{10} = C_1 R - h_{v1} C_1 \quad (4.40)$$

$$P_1(s) = a'_1 s^2 + a'_2 s + a'_3$$

$$a'_1 = h_{1f} h_{11} C_1 (R_{L1 L2} + R_{L2 L1}) + m_2 R_{s1} C_{L1} - h_{vf} L_1 C_1 (1 - h_{11}) - h_{vf} h_{11} L_1 C_1 - h_{vf} h_{11} h_{1v} R_{s1} C_{L1} - h_{1f} h_{11} C_1 (R_{L1 L2} + R_{L2 L1}) \quad (4.41)$$

$$a'_2 = m_1 R_{s1} C_1 + m_2 (R_{s1} C_{R_{L1}} + L_1) - h_{vf} C_{R_{L1}} (1 - h_{11}) + R_{s1} C_{R_{L1}} R_{L2} - h_{vf} h_{11} C_1 R_{L1} + h_{vf} h_{1v} h_{v1} R_{s1} C_1 - h_{vf} h_{11} h_{1v} (R_{s1} C_{R_{L1}} + L_1) - h_{1f} h_{11} h_{1v} [R_{s1} C_{R_{L1}} R_{L2} + R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1] \quad (4.42)$$

$$a'_3 = h_{vf} h_{iv} h_{vi} - h_{vf} h_{if} h_{iv} R_{L1} + m_1 + m_2 R_{L1} \quad (4.43)$$

$$m_1 = - \left[ h_{vf} h_{iv} h_{vi} + h_{if} h_{vi} (1 - h_{ii}) + h_{vf} (1 - h_{ii}) (1 - h_{vv}) + h_{vv} h_{if} h_{vi} + h_{vv} (1 - h_{ii}) \right] \quad (4.44)$$

$$m_2 = h_{vv} h_{if} (1 - h_{ii}) - h_{vf} h_{iv} (1 - h_{ii}) + h_{vv} h_{if} h_{vi} \quad (4.45)$$

Para os conversores com célula de comutação bidirecional valem as mesmas expressões acima relacionadas, porém,  $h_{iv} = h_{vi} = 0$ ,  $G(\rho) = 1$  e  $G'(\rho) = 0$ .

Na expressão de ganho para o conversor Buck-Boost (K4), quando a célula de comutação for bidirecional, então o produto  $L h_{iv}$  deve ser feito igual a um (1), e não zero como era de se esperar. Isto ocorre porque na expressão de ganho está incluída o valor do zero que envolve este produto, que se anulará nesta configuração.

As Funções de Transferência em malha aberta para as variáveis  $t_1$  e  $t_0$ , são obtidas como segue:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_1(s)} = \frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{f}_s(s)} \left[ \begin{array}{l} h_{if} = h_{it1} \\ h_{vf} = h_{vt1} \end{array} \right]$$

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_0(s)} = \frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{f}_s(s)} \left[ \begin{array}{l} h_{if} = h_{it0} \\ h_{vf} = h_{vt0} \end{array} \right]$$

#### 4.5 - CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentadas:

- 1)- As células de comutação e os conversores cc-cc associados;
- 2)- Os modelos de circuito cc e ca para pequenas perturbações;
- 3)- Os diagramas de blocos e Funções de Transferência em malha aberta com os parâmetros "h" definidos.

Este conjunto de informações, sumariadas pelas Tabelas 4.1 a 4.6 e pelas expressões (4.1) a (4.45), resume os resultados obtidos nas análises dos capítulos anteriores, comprova a importância da obtenção dos modelos generalizados e facilita o estudo e projeto de compensadores de controle em malha fechada pelos métodos convencionais de sistemas lineares invariantes.

## CAPÍTULO 5

### UM NOVO MODELO DE CIRCUITO PARA ANÁLISE CC E CA DOS CONVERSORES CC-CC SUBMETIDOS A PEQUENAS E GRANDES PERTURBAÇÕES

#### 5.1 - INTRODUÇÃO

As análises cc e ca dos conversores cc-cc submetidos à pequenas perturbações foi desenvolvida nos capítulos anteriores, com sucesso, através da utilização do modelo geral das células de comutação aplicado ao circuito do conversor sob estudo [1] [2] [16]. Adotando-se este método de análise, obtém-se modelos de circuitos não lineares cujos princípios de linearização por expansão em série de Taylor podem, sob a consideração de algumas hipóteses simplificadoras, ser implementados, permitindo o estudo do comportamento estático e dinâmico do conversor.

Entretanto, o comportamento dinâmico dos conversores cc-cc submetidos a grandes perturbações também é uma questão de grande relevância, e que não tem sido abordada nos modelos de circuitos desenvolvidos até o presente.

Uma forma de tratar esta questão está proposta em [45]. Embora a utilização do método proposto resulte na obtenção de modelos de circuitos harmônicos lineares e simples, o princípio utilizado é complexo e de difícil compreensão. Além disso, a utilização dos modelos de circuitos lineares obtidos, para a análise dos conversores cc-cc, tais como Boost, Buck-Boost e Cuk, não permite a visualização dos "zeros" no semi-plano

direito (SPD) de "s", sempre presentes nestes conversores.

Em vista da atual (1991) precariedade de informações e trabalhos que proponham métodos mais simples e eficazes de análise dinâmica dos conversores cc-cc submetidos a grandes perturbações, este capítulo é dedicado à proposição de um método alternativo de análise, capaz de contornar os problemas acima assinalados. O princípio desenvolvido pode ser adotado para análise tanto cc quanto ca para pequenas e grandes perturbações [44]. Além disso, a análise ca através dos modelos de circuitos não lineares obtidos pela aplicação deste novo princípio, revela, de forma clara e precisa, a presença dos "zeros" no SPD de "s", quando são analisados os conversores do tipo Boost, Buck-Boost ou Cuk.

Pelo exposto, os modelos obtidos, através desta nova proposta de análise, são gerais e podem ser adotados para substituir e/ou complementar os modelos desenvolvidos nos capítulos anteriores e a visualização e interpretação do comportamento dinâmico dos conversores cc-cc fica facilitada.

## 5.2 - PRINCÍPIO DE MODELAGEM PROPOSTO

A operação dos conversores cc-cc, em regime permanente, é caracterizada por uma dada tensão média nos terminais dos capacitores e por uma dada corrente média através dos indutores, ambos elementos (indutores e capacitores) de filtro de saída. Através desta característica operacional obtém-se a tensão de saída dada por uma relação entre a tensão de entrada e a razão cíclica (D) para os conversores PWM; a frequência de chaveamento ( $F_s$ ) para os QRCs; a frequência de chaveamento e/ou o tempo de

interrupção do ciclo de ressonância para os QRCs-PWM.

Quando o conversor é modulado a uma frequência bem abaixo da frequência de chaveamento, os valores médios de corrente e de tensão, através dos terminais da célula de comutação, podem ser tratados como variantes no tempo, conforme descrito nos capítulos anteriores. As expressões gerais que representam estas relações foram definidas no capítulo 3 deste trabalho.

O princípio de modelagem proposto neste capítulo está apoiado nas afirmações acima e no princípio da conservação de energia. Na verdade, o que se deseja é obter um circuito elétrico não chaveado que preserve a energia instantânea presente nos elementos do circuito chaveado, mesmo sob condições de variação do valor da variável de controle, seja ela a razão cíclica e/ou a frequência de chaveamento.

Vale ressaltar que a única hipótese simplificadora neste estudo é a modulação da variável de controle a uma frequência bem abaixo da frequência de chaveamento. Ela é necessária para que os valores médios de corrente e tensão através dos terminais da célula de comutação, representativos de suas propriedades invariantes, possam ser adotados como variantes no tempo. Por outro lado, dada a natureza de filtro passa-baixa dos conversores cc-cc, esta hipótese simplificadora sempre poderá ser adotada, sem nenhuma perda de generalidade.

Para ilustrar o princípio, os conversores cc-cc PWM básicos serão analisados e seus modelos de circuito não linear equivalentes serão obtidos. O princípio pode ser estendido para a análise dos QRCs e QRCs-PWM, e , como no capítulo 3, obter-se os modelos gerais aplicáveis a todos os conversores cc-cc.

### 5.3 - MODELAGEM DOS CONVERSORES PWM

No sentido de validar o novo princípio de modelagem supra descrito, os conversores PWM são tomados como exemplo e seus modelos obtidos através da sua aplicação, como segue.

#### 5.3.1 - CONVERSOR BUCK PWM

Tomando-se o conversor Buck PWM ilustrado na Figura 5.1 e procedendo-se à análise, pode-se escrever as seguintes relações entre os valores médios das correntes e tensões, representativas das propriedades invariantes da célula de comutação PWM:

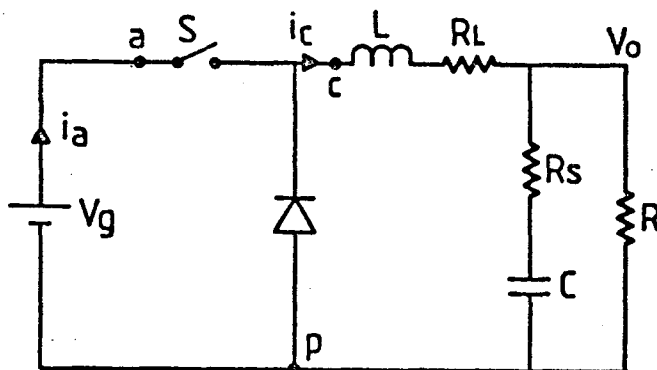


Figura 5.1 - Conversor Buck PWM

$$i_a(t) = d(t) i_c(t) \quad (5.1)$$

$$v_{cp}(t) = d(t) v_{ap}(t) = d(t) v_g(t) \quad (5.2)$$

$$v_{cp}(t) = L \frac{d[i_c(t)]}{dt} + v_o(t) \quad (5.3)$$

Substituindo (5.2) em (5.3) obtém-se:

$$d(t) v_g(t) = L \frac{d[i_c(t)]}{dt} + v_o(t) \quad (5.4)$$

A expressão (5.4) permite traçar o modelo de circuito dado pela Figura 5.2 a seguir:

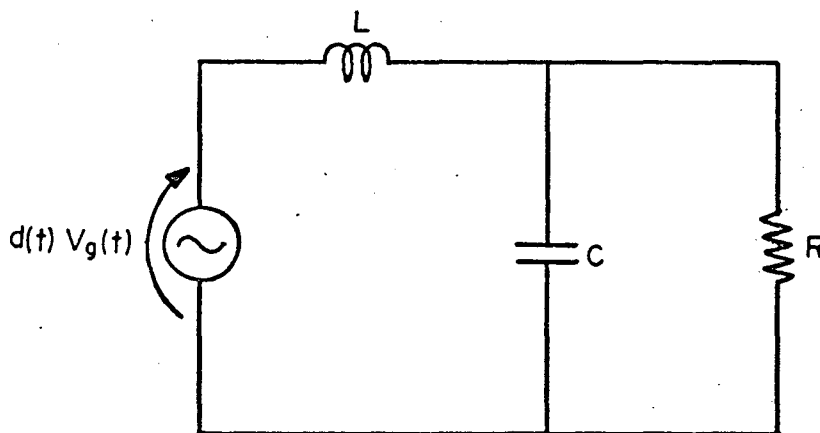


Figura 5.2 - Conversor Buck PWM: Modelo de circuito cc e ca para pequenas e grandes perturbações.

Para proceder à análise cc do conversor Buck PWM, basta tomar o modelo de circuito ilustrado na Figura 5.2 e fazer  $v_g(t) = V_g = \text{constante}$ , e  $d(t) = D = \text{constante}$  obtendo-se a taxa de conversão ( $M = \frac{V_o}{V_g}$ ).

A análise ca pode ser feita diretamente a partir do circuito da Figura 5.2. Para obter-se a Função de Transferência em malha aberta do conversor Buck PWM submetido a pequenas perturbações, basta proceder como segue:



$$d(t) = D + \hat{d}, e \cdot v_g(t) = V_g = \text{constante} \quad (5.5)$$

De (5.4) e (5.5) obtém-se  $\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)}$ , para componentes idealizados, idêntica àquela obtida no capítulo 2, linearizada em torno de um dado ponto de operação.

Se se desejar conhecer o efeito das resistências série do capacitor e do indutor de filtro, basta incluí-las no circuito da Figura 5.2 e proceder à análise. As resistências em condução da chave e do diodo de roda livre, também podem ser incluídos através de uma resistência que é função da razão cíclica  $d(t)$ , tal como tratada no capítulo 2.

No anexo 3 deste trabalho, os conversores PWM Boost, Buck-boost, Cuk Sepic e Zeta são analisados e seus modelos ca, para análise dinâmica sob grandes perturbações, são obtidos.

#### 5.4 - VALIDAÇÃO DOS MODELOS CC E CA DOS CONVERSORES PWM

Para validar os modelos de circuito cc e ca para pequenas e grandes perturbações, desenvolvidos nos parágrafos anteriores, foi adotado o seguinte procedimento:

- a) - Toma-se o conversor real, operando sob uma dada condição inicial;
- b) - Introduz-se uma perturbação senoidal, de grande amplitude modulada a uma frequência bem abaixo da frequência de chaveamento [  $d(t) = D + \hat{d} \sin \omega t$  ]. Obtém-se a resposta dinâmica da tensão de saída [  $v_o(t)$  ] a esta perturbação. Este passo é executado utilizando-se o programa SACEC [46] de simulação de conversores estáticos;

- c) - Toma-se o modelo de circuito do conversor analisado no item (b) e, sob a mesma condição de perturbação, utilizando-se um programa de simulação de circuitos, obtém-se a resposta dinâmica de  $v_o(t)$ ;
- d) - Os resultados obtidos para a simulação do conversor real e do modelo de circuito apresentado nos parágrafos anteriores, são comparados e superpostos, para validar o modelo.

Através do procedimento descrito nos itens (a) a (d), os conversores cc-cc PWM básicos foram submetidos a análise por simulação, com os parâmetros descritos a seguir:

#### 5.4.1 CONVERTOR BUCK PWM

$$V_g = 30 \text{ Volts}; d(t) = 0.5 + 0.2 \text{ sen } 2\pi f_p t; L = 400 \mu\text{H};$$

$$C = 5 \mu\text{F}; R = 5 \Omega; F_s = 100 \text{ Khz}; f_p = 500 \text{ Hz}.$$

#### 5.4.2 - CONVERTOR BOOST PWM

$$V_g = 12 \text{ Volts}; d(t) = 0.49 + 0.2 \text{ sen } 2\pi f_p t; L = 400 \mu\text{H}$$

$$C = 20 \mu\text{F}; R = 10 \Omega; F_s = 100 \text{ Khz}; f_p = \begin{cases} 250 \text{ Hz} \\ 500 \text{ Hz} \\ 1000 \text{ Hz} \end{cases}$$

São apresentados três casos para o conversor Boost, apenas para evidenciar a validade do modelo desenvolvido. Para frequências de perturbação ( $f_p$ ) maiores que 1/20 vezes a frequência de chaveamento, o

modelo falha. Isto confirma a necessidade de se impor a restrição de frequência de perturbação bem abaixo da frequência de chaveamento, não sendo, portanto, causa para invalidar os modelos desenvolvidos.

Pode-se verificar, pelos resultados obtidos, que o "zero" do semi-plano direito de "s", presente na resposta dinâmica dos conversores Boost e Buck-Boost, ficam evidentes pela forma da resposta obtida. Nela, a tensão de saída é caracterizada por uma queda antes de iniciar a subida imposta pela variação positiva da razão cíclica  $[d(t)]$ .

#### 5.4.3 - CONVERSOR BUCK-BOOST PWM

$$V_g = 30 \text{ Volts}; d(t) = 0.5 + 0.2 \text{ sen } 2\pi f_p t; L = 400 \mu\text{H};$$

$$C = 5 \mu\text{F}; R = 10 \Omega; F_s = 100 \text{ KHz}; f_p = 500 \text{ Hz}.$$

#### 5.4.4 - CONVERSOR CUK PWM

$$V_g = 30 \text{ Volts}; d(t) = 0.5 + 0.2 \text{ sen } 2\pi f_p t; L_1 = 200 \mu\text{H}; L_2 = 210 \mu\text{H};$$

$$C_1 = 20 \mu\text{F}; C_2 = 5 \mu\text{F}; R = 2 \Omega; F_s = 100 \text{ KHz}; f_p = 500 \text{ Hz}.$$

#### 5.4.5 - CONVERSOR ZETA PWM

$$V_g = 30 \text{ Volts}; d(t) = 0.5 + 0.2 \text{ sen } 2\pi f_p t; L_1 = 200 \mu\text{H}; L_2 = 210 \mu\text{H};$$

$$C_1 = 20 \mu\text{F}; C_2 = 5 \mu\text{F}; R = 2 \Omega; F_s = 100 \text{ KHz}; f_p = 500 \text{ Hz}.$$

#### 5.4.6 - CONVERSOR SEPIC PWM

$$V_g = 30 \text{ Volts}; d(t) = 0.5 + 0.2 \text{ sen } 2\pi f_p t; L_1 = 200 \mu\text{H}; L_2 = 210 \mu\text{H};$$

$$C_1 = 20 \mu\text{F}; C_2 = 5 \mu\text{F}; R = 10 \Omega; F_s = 100 \text{ KHz}; f_p = 500 \text{ Hz}.$$

Os resultados, obtidos através da simulação dos circuitos dos conversores e dos seus modelos, com os parâmetros acima relacionados, estão ilustrados nas Figuras 5.3 a 5.10.

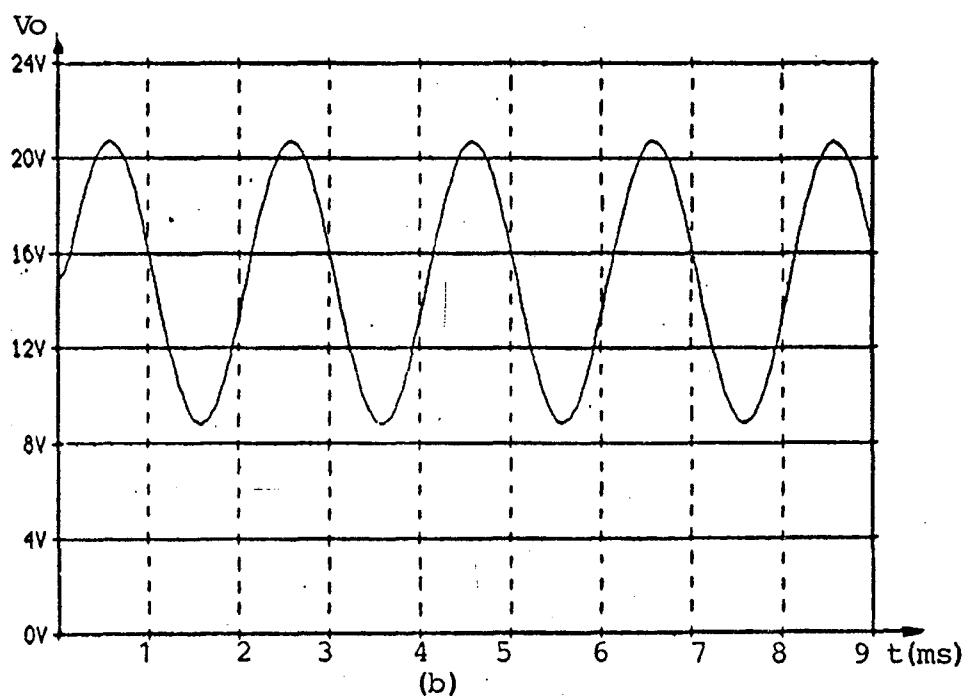
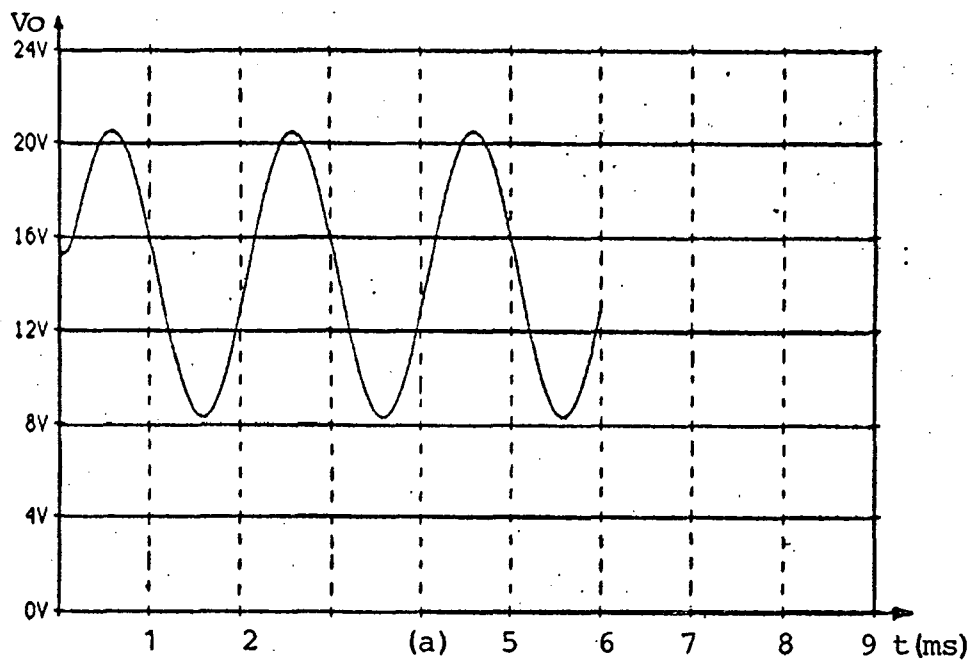


Figura 5.3 - Conversor Buck PWM: Respostas a grandes perturbações:

a) - Conversor Real;      b) - Modelo ca.

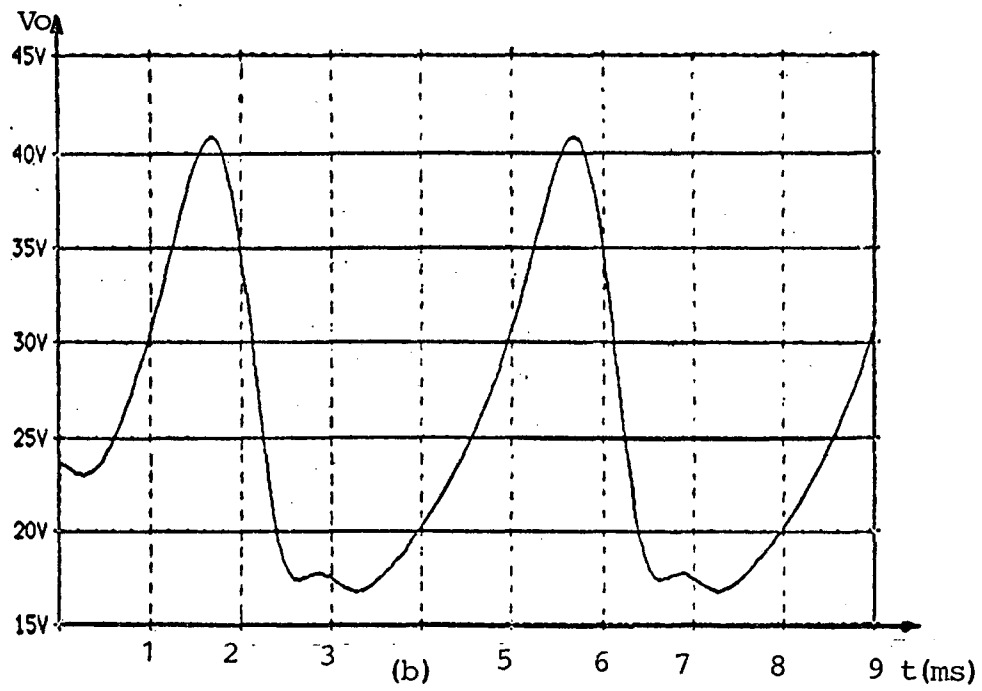
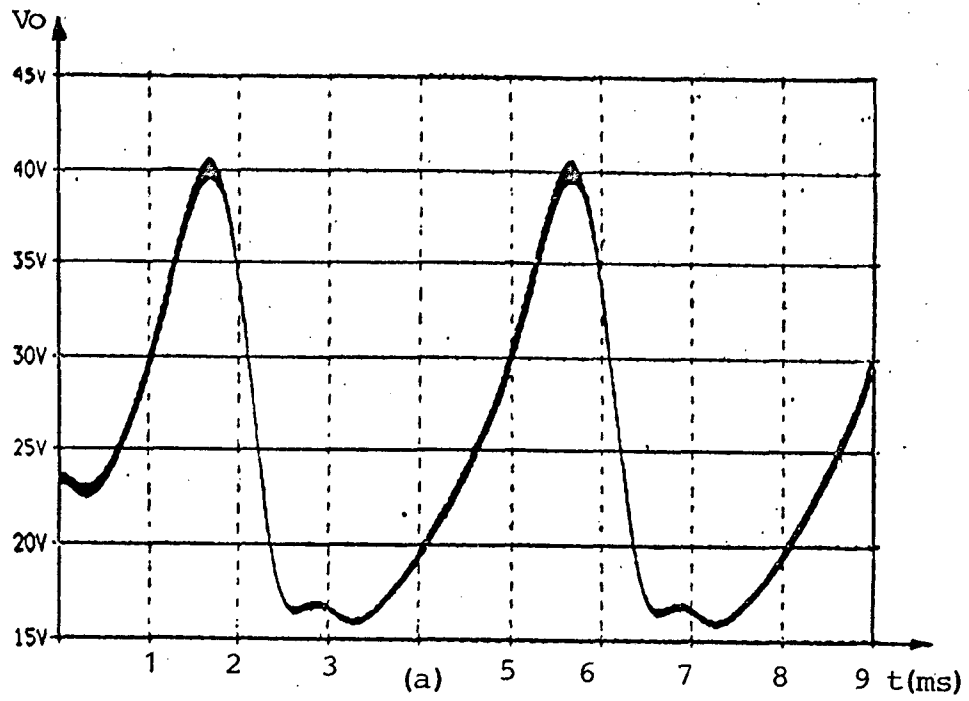


Figura 5.4 - Conversor Boost PWM: Respostas a grandes perturbações:

Caso 1 - a) - Conversor Real; b) - Modelo ca.

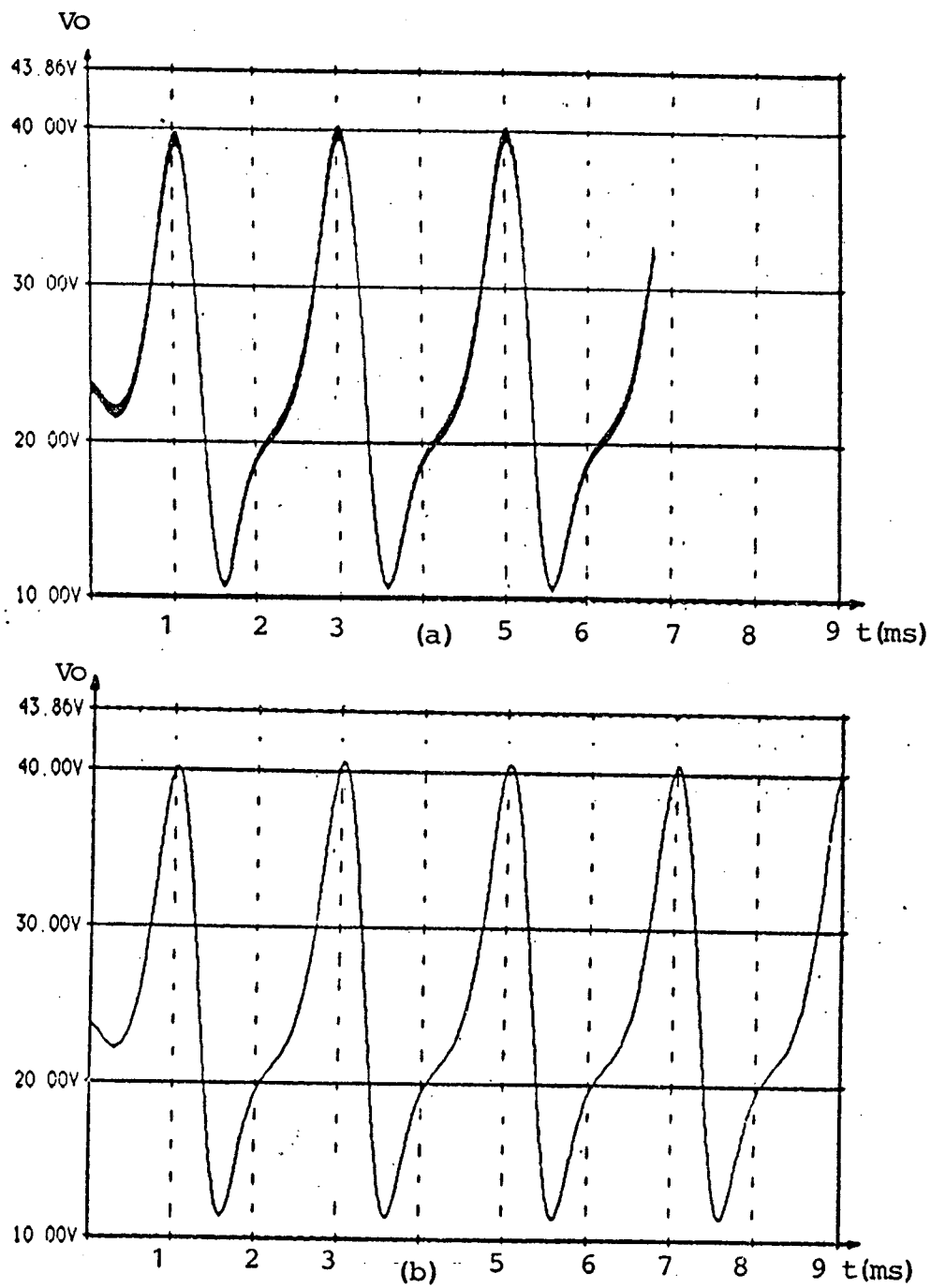


Figura 5.5 - Conversor Boost PWM: Respostas a grandes perturbações:

Caso 2 - a) - Conversor Real; b) - Modelo ca.

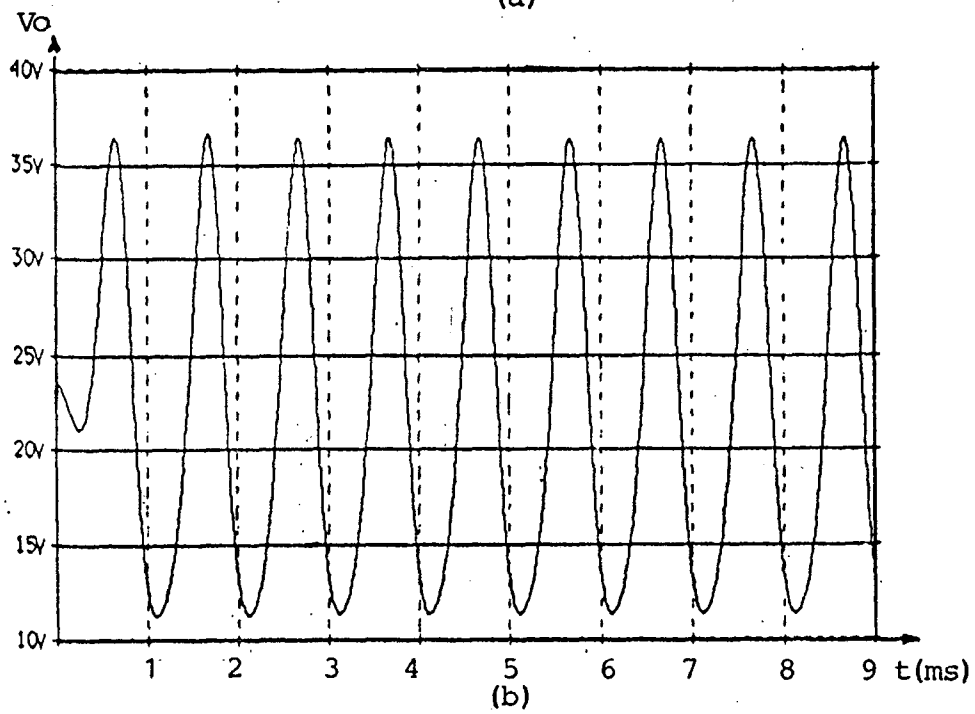
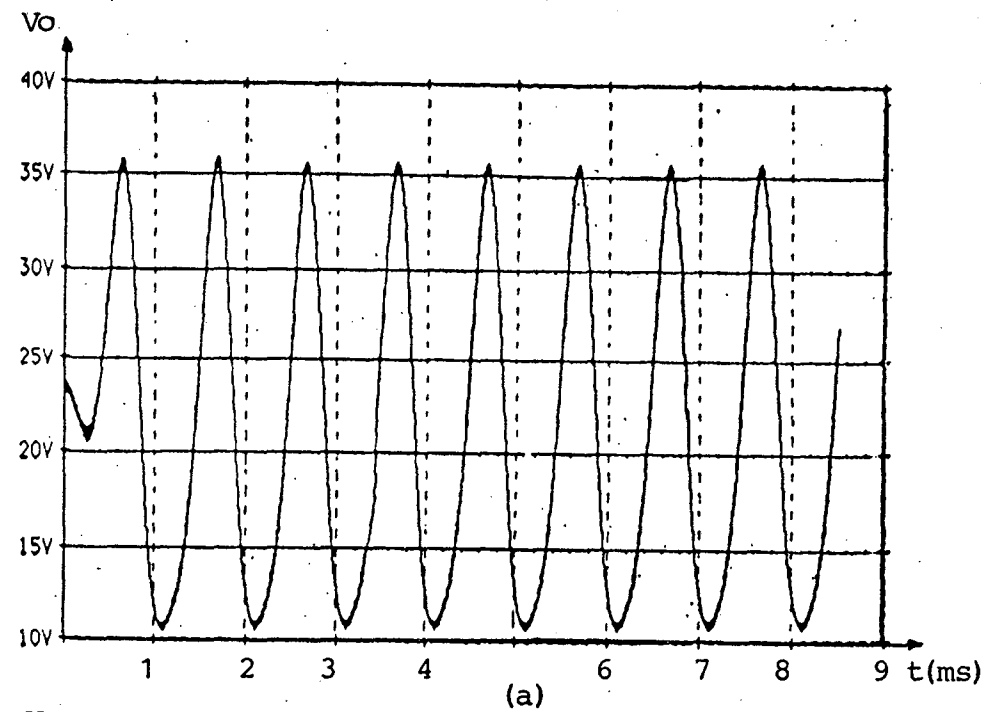


Figura 5.6 - Conversor Boost PWM: Respostas a grandes perturbações:

Caso 3 - a) - Conversor Real; b) - Modelo ca.

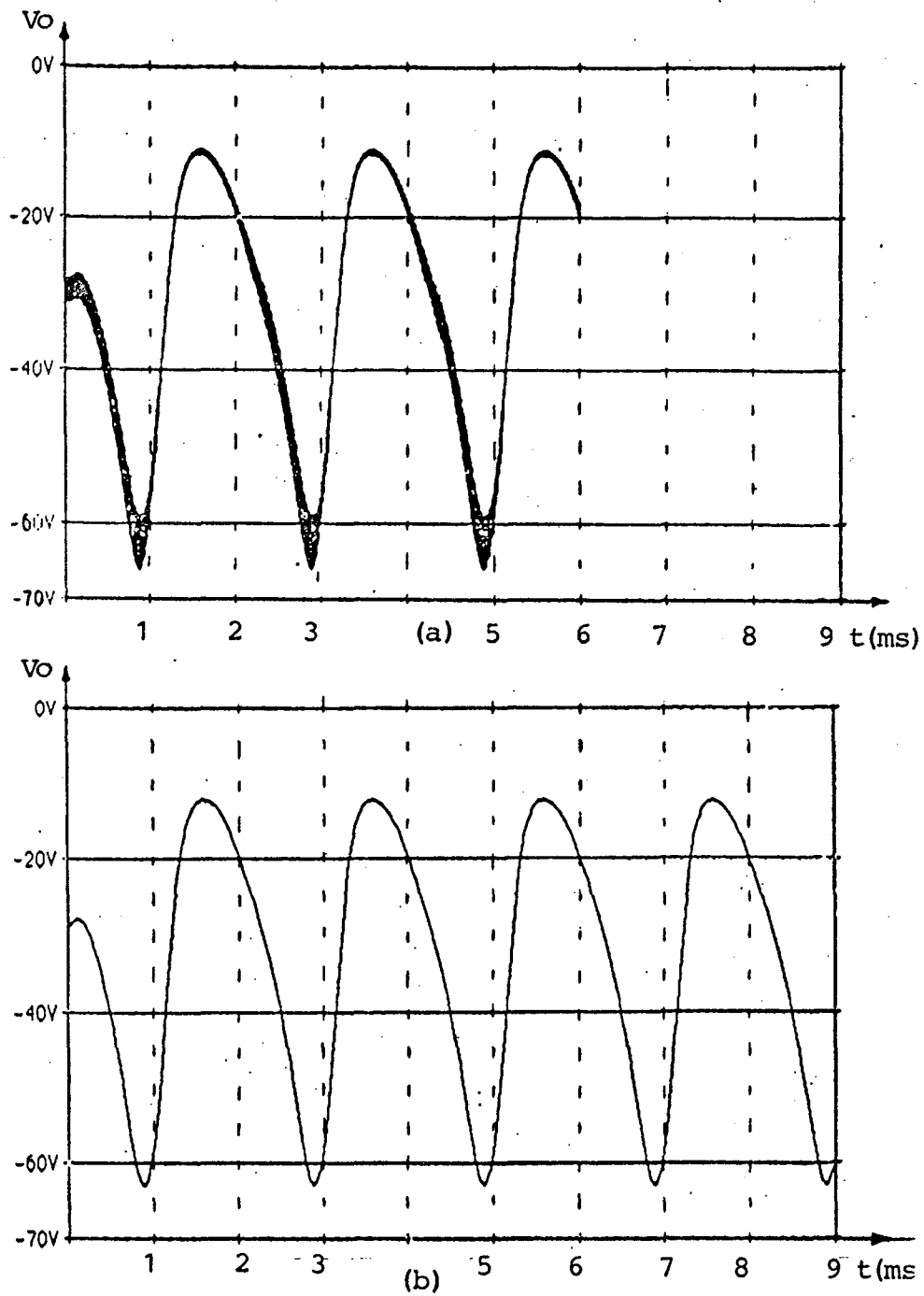


Figura 5.7 - Conversor Buck-Boost PWM: Respostas a grandes perturbações:

a) - Conversor Real;

b) - Modelo ca.



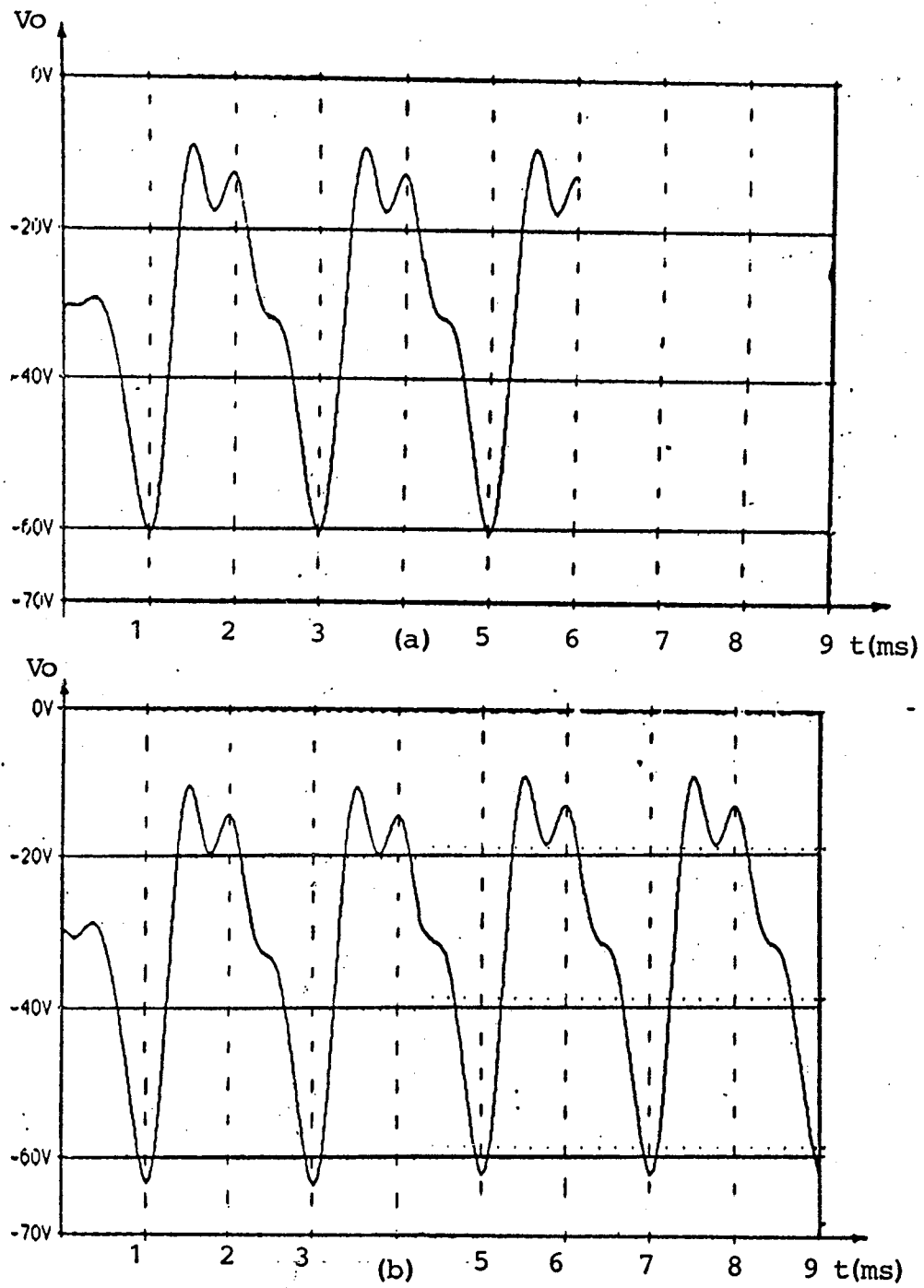


Figura 5.8 - Conversor Cuk PWM: Respostas a grandes perturbações:

a) - Conversor Real;      b) - Modelo ca.

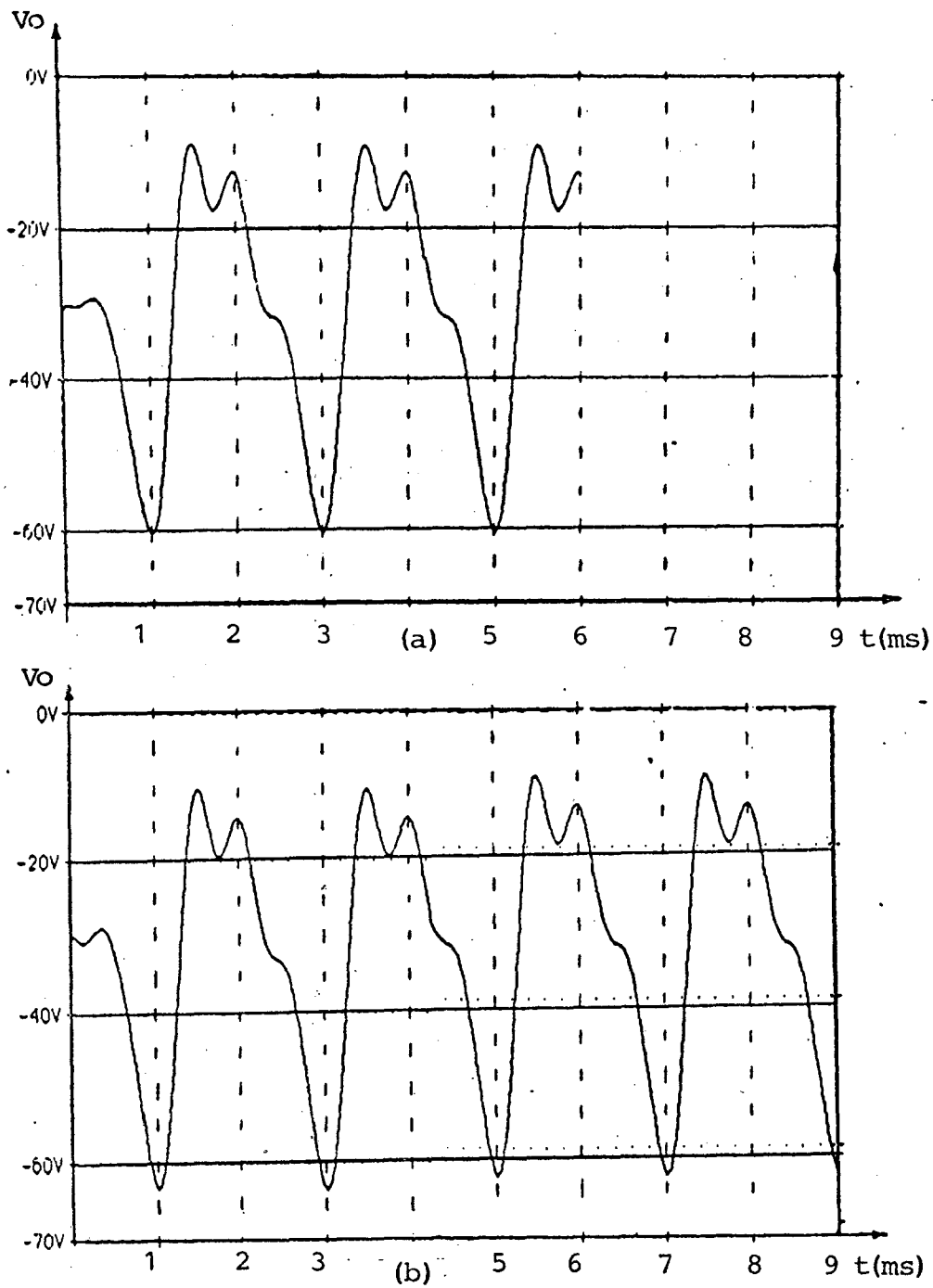


Figura 5.9 - Conversor Zeta PWM: Respostas a grandes perturbações:

a) - Conversor Real;      b) - Modelo ca.

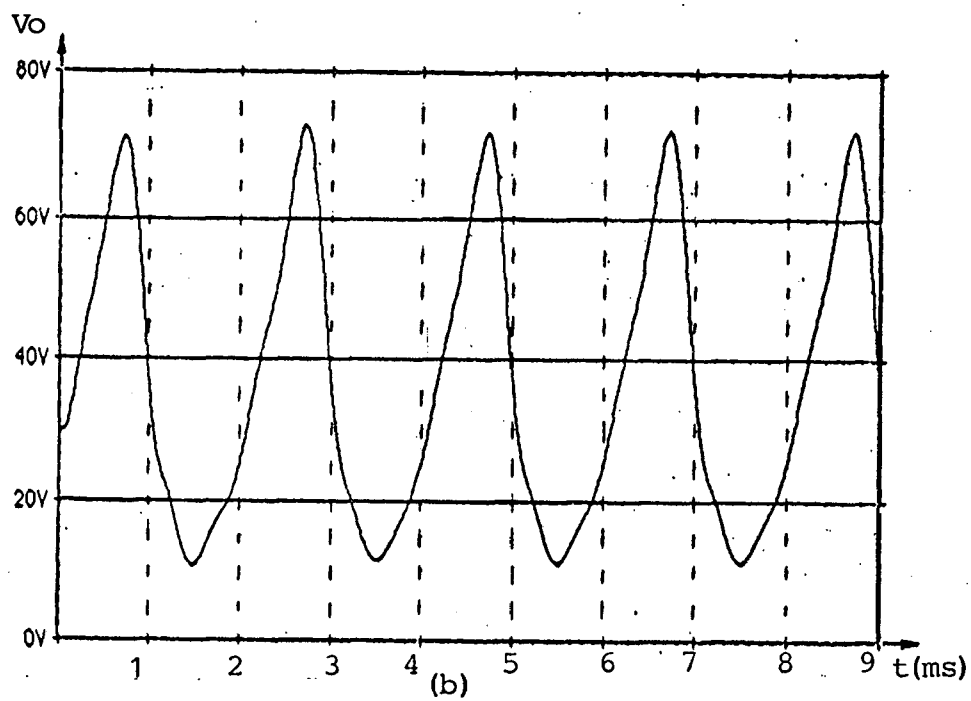
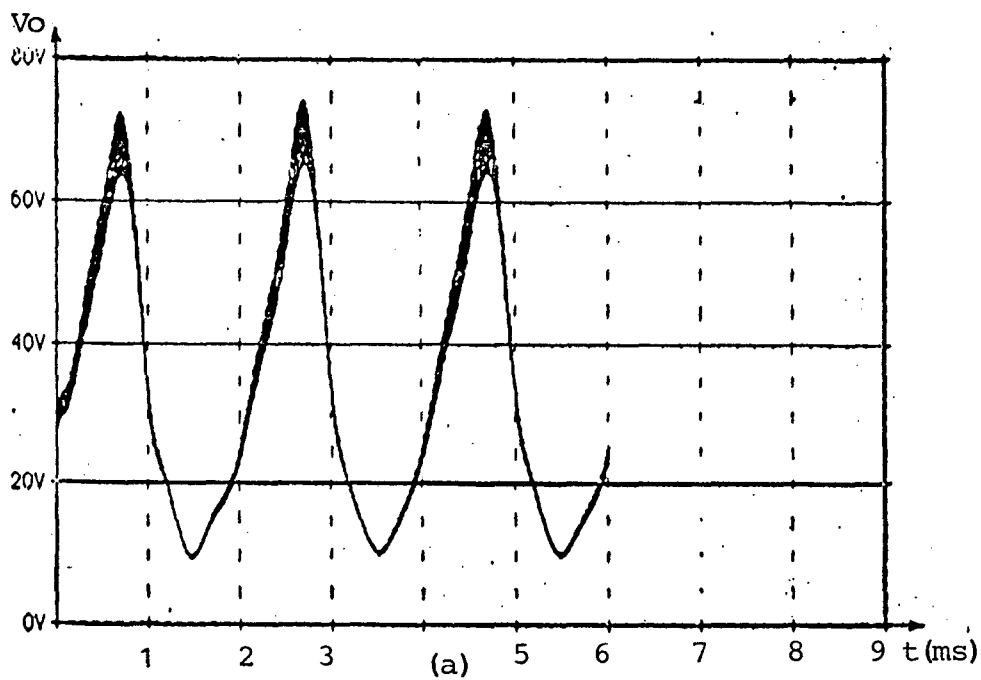


Figura 5.10 - Conversor Sepic PWM: Respostas a grandes perturbações:

a) - Conversor Real;

b) - Modelo ca.

A inspeção das Figuras 5.3 a 5.10, comparando os resultados obtidos na simulação dos conversores e na simulação dos modelos, revela respostas dinâmicas bastante coincidentes.

A diferença básica entre a resposta do modelo e do conversor real é apenas devido ao "ripple" de chaveamento, que pode ser observado na resposta transitória dos conversores Boost, Buck-Boost e Sepic. Os demais conversores não apresentam "ripple" acentuado e por isso, para as condições idealizadas de operação (ausência de elementos parasitas), os resultados obtidos são praticamente idênticos.

Estes resultados permitem afirmar que a metodologia de modelagem, proposta neste capítulo, é confiável e pode ser adotada na análise dinâmica dos conversores cc-cc sob grandes perturbações.

#### 5.5 - MODELO DE CIRCUITO CC E CA DOS QRCs-PWM PARA PEQUENAS E GRANDES PERTURBAÇÕES

No capítulo 3 e anexo 2, foram obtidas as taxas de conversão dos QRCs-PWM que estabelecem uma relação de equivalência com a razão cíclica nos conversores PWM, dada por:

$$\text{Conversor QRC-PWM-ZCS} - D = \frac{F_s}{F_o} G(\rho) + F_s T_1 \quad (5.6)$$

$$\text{Conversor QRC-PWM-ZVS} - D = 1 - \frac{F_s}{F_o} G(1/\rho) - F_s T_1 \quad (5.7)$$

Admitindo-se verdadeira a hipótese de perturbação modulada a uma frequência bem abaixo da frequência de chaveamento, sendo  $F_o$  constante, as expressões (5.6) e (5.7) podem ser reescritas como segue:

$$\text{Conversor QRC-PWM-ZCS} - d(t) = \frac{f_s(t)}{F_o} G[\rho(t)] + f_s(t) t_1(t) \quad (5.8)$$

$$\text{Conversor QRC-PWM-ZVS} - d(t) = \frac{f_s(t)}{F_o} G[\rho(t)] + f_s(t) t_1(t) \quad (5.9)$$

A análise cc e ca para pequenas e grandes perturbações dos QRCs-PWM pode ser feita através dos modelos obtidos para os conversores PWM, apenas substituindo  $d(t)$  por sua expressão de equivalência dada por (5.8) ou (5.9), e proceder como descrito nos parágrafos anteriores.

Para ilustrar, foi analisado o conversor Boost QRC-PWM com os seguintes parâmetros:

$$V_g = 12 \text{ Volts}; t_1(t) = 0.38 + 0.112 \text{ sen } 2\pi f_p t; L = 400 \mu\text{H};$$

$$C = 20 \mu\text{F}; R = 10 \Omega; F_s = 100 \text{ Khz}; f_p = 500 \text{ Hz}; T_o = 2.54 \mu\text{s}.$$

A resposta à perturbação senoidal de grande amplitude sobre o tempo de interrupção ( $t_1$ ) do ciclo ressonante, acima apresentada, está ilustrada na Figura 5.11 a seguir:

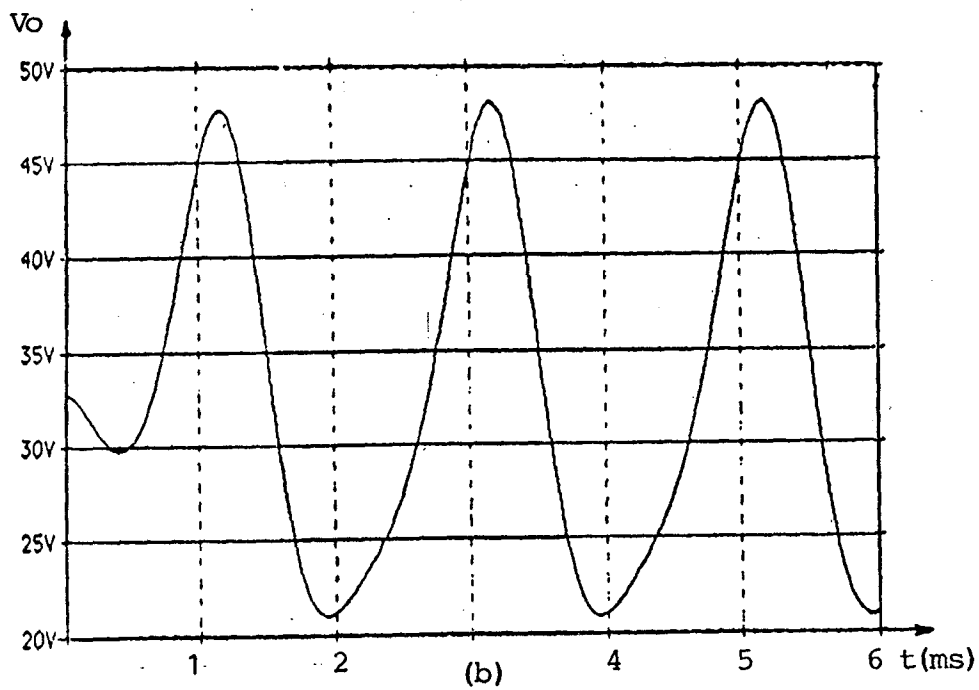
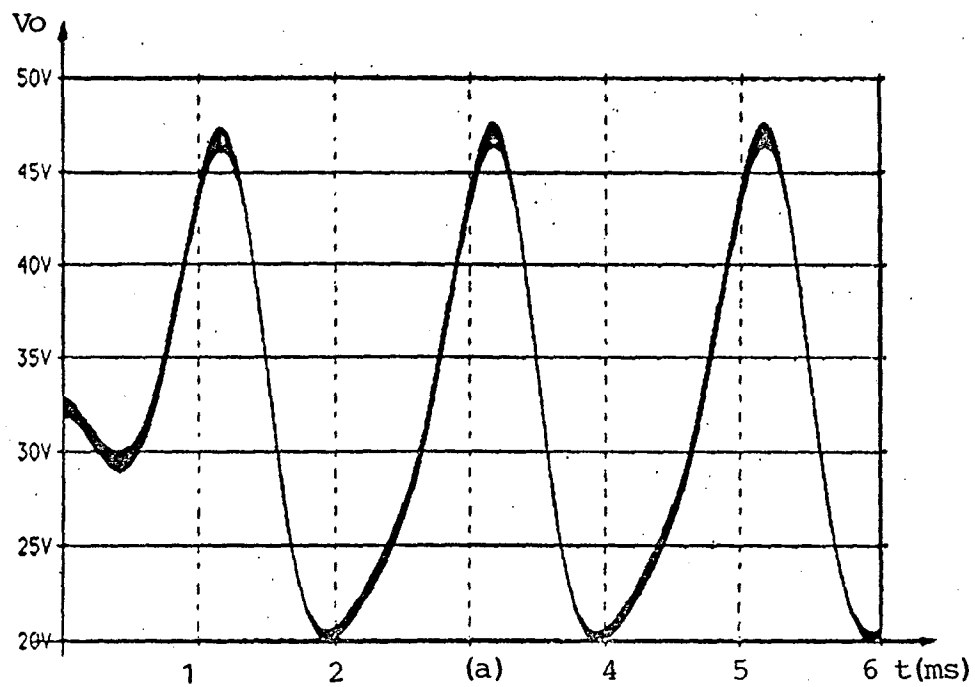


Figura 5.11 - Conversor Boost QRC-PWM: Respostas a grandes perturbações:

a) - Conversor Real;

b) - Modelo ca.

Como na análise dos conversores PWM, os resultados apresentados na Figura 5.11 revelam que ambos, modelo e conversor QRC-PWM, apresentam a mesma resposta a uma perturbação senoidal de grande amplitude e baixa frequência, validando o modelo proposto.

## 5.6 - CONCLUSÕES

Neste capítulo foi apresentada uma nova técnica de modelagem dos conversores cc-cc, aplicável à análise cc e ca dos conversores PWM, QRC e QRC-PWM.

Os modelos de circuito, obtidos através da utilização desta nova técnica, são simples. Consequentemente, a análise transitória fica facilitada, e pode ser feita usando-se qualquer programa de simulação de circuitos elétricos (SACEC, SPICE, etc.).

Foram apresentados os procedimentos de análise para a obtenção dos modelos. Exemplos numéricos foram simulados para validar os modelos.

A influência dos zeros do semi-plano direito de "s", presentes nos conversores Boost, Buck-Boost, Cuk, Zeta e Sepic, ficam evidentes nos resultados obtidos pela simulação dos exemplos numéricos.

O novo princípio apresentado está baseado em dois conceitos: Correntes e tensões médias nos componentes ativos do circuito do conversor e no princípio da conservação da energia.

Os modelos de circuitos equivalentes desenvolvidos, revelam que os conversores cc-cc são lineares para a entrada  $v_g$ . Assim, para uma dada razão cíclica constante, estes conversores podem ser utilizados na conversão ac-ac sem nenhuma dificuldade adicional.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES

Os pesquisadores que atuam na área da eletrônica de potência têm desenvolvido um grande número de novas topologias na conversão cc-cc. A velocidade com que se sucedem estas variações topológicas impõem a necessidade de se encontrar uma forma simples e eficaz de se desenvolver os modelos de circuitos equivalentes que facilitem a obtenção formal das funções de transferência em malha aberta do conversor e, conseqüentemente, permitam o projeto dos compensadores adequados para sua operação em malha fechada.

Para resolver a questão supra mencionada, este trabalho desenvolveu, através da aplicação das propriedades invariantes da célula de comutação do conversor, uma metodologia unificada de modelagem dos conversores cc-cc para a análise estática e dinâmica sob perturbações de pequena amplitude.

Um outro problema de grande relevância na análise do comportamento dinâmico dos conversores cc-cc é a sua resposta transitória a perturbações de grande amplitude. Devido à grande dificuldade de se obter um modelo de circuito que pudesse representar de forma segura esta condição de operação, a questão das perturbações de grande amplitude não vinha sendo objeto de muitos estudos até a presente data. Assim, no sentido de preencher esta "lacuna" técnica, neste trabalho foi desenvolvido também, uma metodologia unificada de análise que permite a obtenção dos modelos de circuitos equivalentes, representativos da operação do conversor, e que possibilite verificar a sua resposta



transitória à perturbações de grande amplitude.

À luz do exposto, as conclusões deste trabalho podem ser subdivididas em três etapas a seguir:

#### **Modelagem ca dos conversores cc-cc sujeitos a pequenas perturbações**

Através da utilização da metodologia de modelagem da célula de comutação, desenvolveu-se um princípio unificado de modelagem dos conversores cc-cc, e os modelos de circuitos equivalentes cc e ca dos conversores PWM, QR e QR-PWM foram obtidos.

Demonstrou-se que o modelo obtido para os QR-PWM é geral e pode ser adotado na análise transitória dos conversores PWM, QR e QR-PWM.

Através da resposta ao degrau e da resposta em frequência, ambas obtidas por simulação utilizando-se programas de eficiência comprovada (SPICE, SAPIC), e da resposta ao degrau obtida experimentalmente em protótipo de um conversor cc-cc Buck QR-PWM, foram validados os modelos de circuito e funções de transferência em malha aberta obtidas neste trabalho.

Estes resultados revelaram que os modelos obtidos para os QR-PWM podem ser adotados também na análise ca e projeto dos compensadores em malha fechada dos conversores PWM e QR.

#### **Modelagem ca dos conversores cc-cc sujeitos a grandes perturbações**

Utilizando-se a metodologia de modelagem da célula de comutação associada ao princípio da conservação da energia, foram obtidos os modelos

ca dos conversores PWM e QR-PWM sujeitos a grandes perturbações.

Foram apresentados procedimentos de análise para a obtenção dos modelos e exemplos numéricos analisados por simulação do circuito do conversor e do circuito do modelo comprovaram a validade do método proposto.

Os circuitos dos modelos obtidos revelaram que os conversores ck-cc são lineares para a tensão de entrada tomada como variável de controle e razão cíclica constante. Esta característica operacional confere aos conversores cc-cc a propriedade de que podem ser adotados também na conversão ca-ca, bastando, para isso, utilizar chaves comandadas em todos os estágios do seu circuito e tensão de entrada senoidal.

#### Conclusões Gerais

O princípio de modelagem dos conversores cc-cc a partir das propriedades invariantes das células de comutação se revelou simples, eficaz e seguro, podendo ser estendido para a análise cc e ca de qualquer tipo de conversor cc-cc.

Os circuitos do modelo ca para pequenas perturbações se revelaram simples, facilitando significativamente a obtenção das funções de transferência em malha aberta do conversor cc-cc.

Foi desenvolvida e validada uma nova técnica de modelagem dos conversores cc-cc, aplicável à análise cc e ca para grandes e pequenas perturbações.

O uso desta nova técnica resultou na obtenção de circuitos equivalentes simples, que possibilitam realizar a análise transitória dos

conversores cc-cc através da utilização de programas convencionais de simulação de circuitos elétricos e/ou através de programas de solução de equações diferenciais lineares e não lineares amplamente divulgados pela literatura técnica especializada, tais como: TUTSIM, SIMNOM etc.

### Trabalhos Futuros

Temos a convicção de que um trabalho de pesquisa, qualquer que seja a área do conhecimento, não termina jamais. Por isso, acreditamos que uma possibilidade natural de trabalhos futuros, nesta linha de pesquisa explorada por este trabalho, será o desenvolvimento de novas metodologias de análise que permitam, cada vez mais, simplificar os modelos cc e ca dos conversores cc-cc, facilitem a análise transitória e projeto dos seus compensadores em malha fechada.

Por outro lado, a aplicação do princípio de modelagem dos conversores cc-cc submetidos à pequenas perturbações, permite desenvolver os modelos de circuito para qualquer conversor cc-cc cujas propriedades invariantes da célula de comutação possam ser extraídas.

Além disso, a modelagem dos conversores cc-cc submetidos a grandes perturbações pode ser adotada no estudo e cálculo de compensadores não lineares utilizando-se metodologias modernas de projeto, como por exemplo, o uso de redes neurais para fechamento da malha de controle do conversor.

## BIBLIOGRAFIA

- [01] - Freeland, S. and Middlebrook, R. D. - "A Unified Analysis of Converters with Resonant Switches" - IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1987 Record, p.p. 20-31 (IEEE Publication 87CH2459-6).
- [02] - Vorperian, V. - "Equivalent Circuit Models for Resonant and PWM Switches" ISCAS - 1987 - Philadelphia, PA. may/1987 - (IEEE Publication 87CH2394-5) Vol. 3 - p.p. 1080-1087
- [03] - Liu, K. H. and Lee, F. C. - "Resonant Switches - A Unified Approaches Improve Performances of Switching Converters" - IEEE International Telecommunications Energy Conference, 1984 - Proceedings, p.p. 344-351 (IEEE Publication 84-CH2073-5).
- [04] - Liu, K. H.; Oruganti, R. and Lee, F.C.- "Resonant Switches- Topologies and Characteristics" - IEEE Power Electronics Specialists Conferente, 1985 Record, p.p. 106-116 (IEEE Publication 85CH2117-0).
- [05] - Liu, K. H. and Lee, F.C.- "Zero Voltage Switching Technique in DC/DC Converters" - IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1986 Record, p.p. 58-70 (IEEE Publication 86CH2310-1).

- [06] - Cuk, S. and Middlebrook, R. D.- "A general Unified Approach to Modelling Switching DC-to-DC Converters in Discontinuous Conduction Mode" - IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1977 Record, p.p. 36-57 (IEEE Publication 77CH1213-8ACS).
- [07] - Timerski, P. P. E.-"Generation, Classification and Analysis of Switched-Mode DC-to-DC Converters by use of Converters Cells" - IEEE International Telecommunications Energy Conference, 1986 Proceeding, p.p. 181- 195 (IEEE Publication 86CH2328-3).
- [08] - Lee, F.C. - "High-Frequency Quasi-Resonant Converter Technologies" - Proceedings of the IEEE, Vol. 76 n° 4, April 1988.
- [09] - Barbi, I.; Bolacell, J. C.; Martins, D. C. and Libano, F. B. - "Buck Quasi Resonant Converter Operating at Constant Frequency: Analysis, Design and Experimentation" - IEEE Power Electronics Specialists Conferentece - 1989 Record, p.p. 873-881.
- [10] - Cuk, S. - "Modelling, Analysis and Design of Switching Converters" - Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, November 1976.
- [11] - Middlebrook, R. D. - "Small-Signal Modelling of Pulse-Width

Modulated Switched-Mode Power Converters" - Proceedings of the IEEE, Vol. 76, n° 4, April 1988.

- [12] - Middlebrook, R.D. - "A Continuous Model of the Tapped Boost Converter" - IEEE Power Electronics Specialists Conference - 1975.
  
- [13] - Polivka, W; Vhetty, P. and Middlebrook, R. D.- "State Space Average Modelling of Converters With Parasits and Storage Time Modulation" - IEEE Power Electrocnis Specialists Conference - 1980.
  
- [14] - Verghese, G. and Mukherji, U. - "Extended Averaging and Control Proçedures" - IEEE Publication 81CH1652-7, 1981 Record, p.p. 329-336.
  
- [15] - Arthur, R. B. and Middlebrook, R. D. - "Sampled-Data Modelling of Switching Regulators" - IEEE Publication 81CH1652-7, 1981 Record, p.p. 349-369.
  
- [16]- Freitas, L. C. e Barbi, I. - "Modeling of dc-to-dc Pulse Width Modulated Quasi-Resonant Converters", International Power Electronics Conference - IPEC - Mar/1990 - pp. 183-189. - Tokyo-Japão.
  
- [17] - Vorperian, V. and Cuk, S. - "Small Signal Analysis of Resonant Converters" - IEEE Power Electronics Specialists Conference - 1983 Record, p.p. 269-282.

- [18] - Jovanovic, M.; Liu, K.H.; Orugranti, R. and Lee, F. C. Y. - "state Plane Analysis of Quasi-Resonant Converters" - IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-2, N° 1, p.p. 36-44, January/1987.
- [19] - Vorperian, V.- "Quasi-Square Wave Converters Topologies and Analysis", Trans on Power Electronics, Vol. 3, n° 2, p.p. 183-191, april/1988.
- [20] - Ngo, K. D. T. - "Generalization of Resonant Switches and Quasi-Resonant DC-DC Converters", IEEE Power Electronics Specialists Conference, p.p. 395-403, 1987.
- [21] - Barbi, I.; Schramm, D. S. e Kassisck, E. V.- "Estudo de uma Fonte Chaveada e Ressonância", 6° CBA, p.p. 348-353, Belo Horizonte, 1986.
- [22] - Bedford, B. D. and Hoft, R. G. - "Principle of Inverter Circuits", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1964.
- [23] - Barbi, I. - "Notas de Aulas de Eletrônica de Potência II" - Publicações Internas UFSC, 1982.
- [24] - Barbi, I. - "Notas de Aulas de Tópicos Avançados em Eletrônica de Potência - Conversores Quase-Ressonantes", Publicações Internas UFSC, 1987.

- [25] - Barbi, I. - "Notas de Aulas de Eletrônica de Potência III", Publicações Internas UFSC, 1987.
- [26] - Barbi, I. - "Notas de Aulas de Eletrônica de Potência IV", Publicações Internas UFSC, 1987.
- [27] - VIEIRA JR., J. B. - "Conversores Quase-Ressonantes: Novas Topologias, Projetos e Análise", Tese de Doutorado, UFSC, Brasil, agosto/1991.-
- [28] - BARBI, I.; VIEIRA JÚNIOR, J. B. e BOLACELL, J. C. - "A Forward Pulse-Width-Modulated Quasi-Resonant Converter: Analysis, Design and Experimental Results", IEEE IECON'89 Record, pp. 21-26.-
- [29] - Barbi, I.; Junior, J. B. V. and Hey, H. L. - "A Pulse Width-Modulated Zero-Voltage-Zero-Current Switched Half-Bridge Quasi-Resonant Converter", IEEE IECON'89 Record.
- [30] - BARBI, I.; OLIVEIRA, M. A. e VIEIRA JÚNIOR, J. B. - "A Half-Bridge Pulse-Width Modulated Zero-Current-Switched Quasi-Resonant Converter", IEEE IECON'89 Record, pp.54-59.-
- [31] - FREELAND, S. - "An Introduction to the Principles and Features of Resonant Power Conversion", Recent Development



in Power Conversion, Intertec Communications Press,  
pp.20-43, 1988.-

- [32] - BARBI, I.; MARTINS, D. C. - "Resonant-Mode Power Converters Developments: Recent Progress And Future Trends", 3<sup>o</sup> Seminário de Eletrônica de Potência, Chile 1990.
- [33] - LEE, F. C. - "High-Frequency Quasi-Resonant and Multi-Resonant Converter Technologies", IEEE IECON'88, pp. 509-521, 1988.-
- [34] - TABIZ, W. A.; LEE, F. C. - "Zero voltage switching Multi-Ressonant Technique - A Novel Approach to Improve Performance of High-Frequency Quasi-Resonant Converters", PESC'88, pp. 9-17.-
- [35] - MEYNARD, T. A.; CHERON, Y. e FOCH, H. - "Generalization of the Resonant Switch Concept Structures and Performances", Sec. European Conference on Power Electronics and Applications - EPE, pp. 239-244, 1987.-
- [36] - VIEIRA JÚNIOR, J. B. - "Conversores Quase-Ressonantes: Novas Topologias, Projeto e Análise", Memorial de Exame de Qualificação, UFSC, Publicações Internas, junho 1988.-
- [37] - JOVANOVIĆ, M. M.; FARRINGTON, R. e LEE, F. C. - "Comparison of Half-Bridge, ZCS-QRC and ZVS-MRC for Off-Line Applications", IEEE APEC'89, pp. 445-453, 1989.-

- [38] - JOVANOVIĆ, M. M.; TABISZ, W. A. e LEE, F. C. - "Zero-Voltage-Switching Technique in High-Frequency Off-Line Converters", IEEE APEC'88, pp. 23-32, 1988.-
- [39] - DIVAN, D. M. - "The Resonant DC Link Converter - A New Concept in Static Power Conversion", IEEE IAS'86, pp.648-656, 1986.-
- [40] - JOVANOVIĆ, M. M.; TABIZ, W. A.; LEE, F. C. - "Zero Voltage Switching Technique in High-Frequency Off-Line Converters", PESC'88, pp. 23-32.
- [41] - Freitas, L. C. e Barbi, I. - "Methodology to obtain the Quasi-Resonant Converters Transfer Function to small signals", 1º Seminário de Eletrônica de Potência - dez/1988 - Florianópolis - SC - BRASIL.
- [42] - Freitas, L. C. e Barbi, I. - "Síntese de Metodologias de Modelização cc e ca dos conversores cc-cc", 2º Seminário de Eletrônica de Potência - dez/1989 - Florianópolis - SC - BRASIL.
- [43] - Freitas, L. C. e Barbi, I. - "Modelo Geral das Células de Comutação dos Conversores cc-cc", 3º Seminário de Eletrônica de Potência - dez/1990 - Florianópolis - SC - BRASIL.

- [44] - Freitas, L. C. e Barbi, I. - "A Novel Approach to Modeling small and large signals of dc-dc Converters", 1º Congresso de Eletronica de Potência - dez/1991 - Florianópolis - SC - BRASIL.
- [45] - Tymerski, R.;Vorpérian, V.; Lee, F. C. and Baumann, W. - "Nonlinear Modelling of PWM Switch". IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1988 Record, pp. 968 - 976 (IEEE Publication 88-ch-2523-9).
- [46] - Manual de utilização do Programa de Simulação Automática de Conversores Estáticos - SACEC - UFSC - Publicações internas.
- [47] - Sistema de Análise e Projeto Integrados por Computador - SAPIC - UFSC - Publicações internas.

## A N E X O 1

Neste anexo são analisados os conversores PWM Boost, Buck-Boost e Cuk, no sentido de se obter os seus modelos cc e ca e suas impedâncias dinâmicas de entrada e de saída, complementando o estudo realizado no capítulo 2.

### CONVERSOR BOOST

Tomando-se o conversor Boost PWM da Figura A1.1(a) e substituindo-se a chave PWM pelo seu modelo geral dado pela Figura 2.11(a) do capítulo 2, obtém-se o circuito equivalente da Figura A1.1(b).

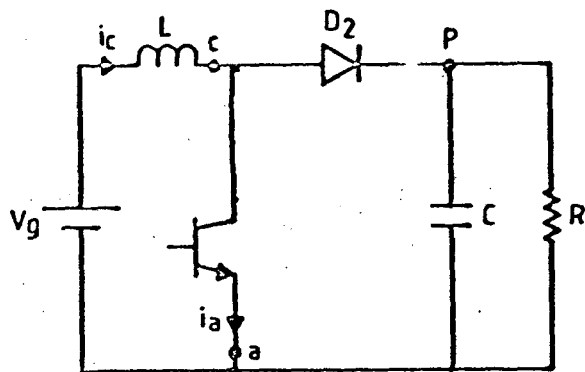
A análise do modelo da Figura A1.1(b) permite obter todas as relações de interesse mencionadas como segue:

#### 1 - ANÁLISE CC

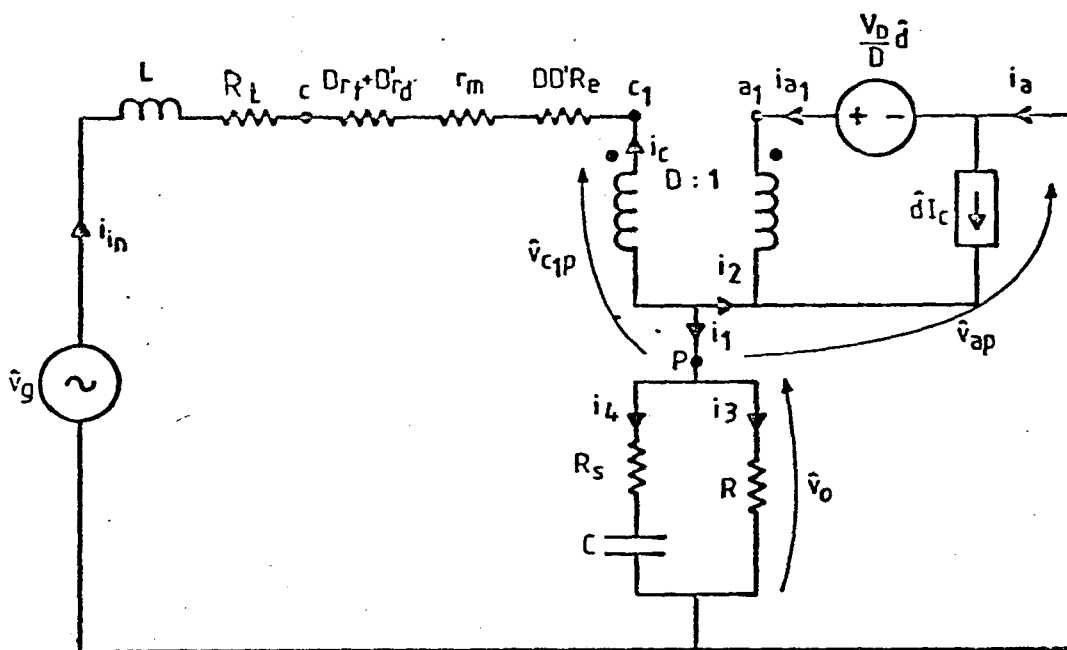
A inspeção da Figura A1.1(b) permite escrever:

$$V_g - V_o = R_1 I_{in} + V_{c1p} \quad (A1.1)$$

$$V_{c1p} = D V_{ap} \quad (A1.2)$$



(a)



(b)

Fig. A1.1 - Conversor Bóost PWM:

a) - Circuito Real;

b) - Circuito Equivalente.

$$V_{ap} = -V_0 \quad (A1.3)$$

$$I_{in} = I_1 + I_2 \quad (A1.4)$$

$$I_1 = \frac{V_0}{R} \quad (A1.5)$$

$$I_2 = D I_{in} \quad (A1.6)$$

De (A1.4), (A1.5) e (A1.9), obtém-se:

$$I_{in} = \frac{V_0}{RD'} \quad (A1.7)$$

De (A1.1), (A1.2), (A1.3) e (A1.7), obtém-se:

$$V_g - V_0 = R_1 \frac{V_0}{RD'} - V_0 D \quad (A1.8)$$

$R_1$  - Resistência equivalente definida na expressão (2.28) do capítulo 2.

Resolvendo (A1.8), obtém-se:

$$\frac{V_0}{V_g} = \frac{1}{D' + \frac{R_1}{R D'}} \quad (A1.9)$$

ou

$$\frac{V_0}{V_g} = M = \frac{1}{D'} \frac{1}{1 + \frac{R_1}{RD'^2}} \quad (A1.10)$$

Desprezando-se  $R_s$  do capacitor e os efeitos parasitas ( $R_1 = 0$ ), a taxa de conversão  $M$  é dada por:

$$\frac{V_0}{V_g} = M = \frac{1}{D'} \quad (A1.11)$$

## 2 - ANÁLISE CA

A análise ca do circuito da Figura A1.1(b) permite obter:

a)  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}$ ,

b)  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{d}(s)}$ ,

c)  $Z_{in}$ ,

d)  $Z_{out}$

### 2.1 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}$

Admitindo-se a razão cíclica constante ( $\hat{d} = 0$ ), e que  $v_g$  seja submetido a pequenas perturbações ( $v_g = V_g + \hat{v}_g$ ), a análise da Figura A1.1(b) permite escrever:

$$\hat{v}_g - \hat{v}_0 = R_1 \hat{i}_{in} + L \frac{d\hat{i}_{in}}{dt} + D \hat{v}_{ap} \quad (A1.12)$$

$$\hat{v}_{ap} = -\hat{v}_0 \quad (A1.13)$$

$$\hat{i}_{in} = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 \quad (A1.14)$$

$$\hat{i}_1 = \hat{i}_3 + \hat{i}_4 \quad (A1.15)$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_0}{R} \quad (A1.16)$$

$$\hat{v}_o = R \hat{i}_3 = \frac{1}{C} \int \hat{i}_4 dt + R_s \hat{i}_4 \quad (A1.17)$$

$$\hat{i}_2 = D \hat{i}_{in} \quad (A1.18)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões de (A1.12) a (A1.18), obtém-se o seguinte diagrama de blocos:

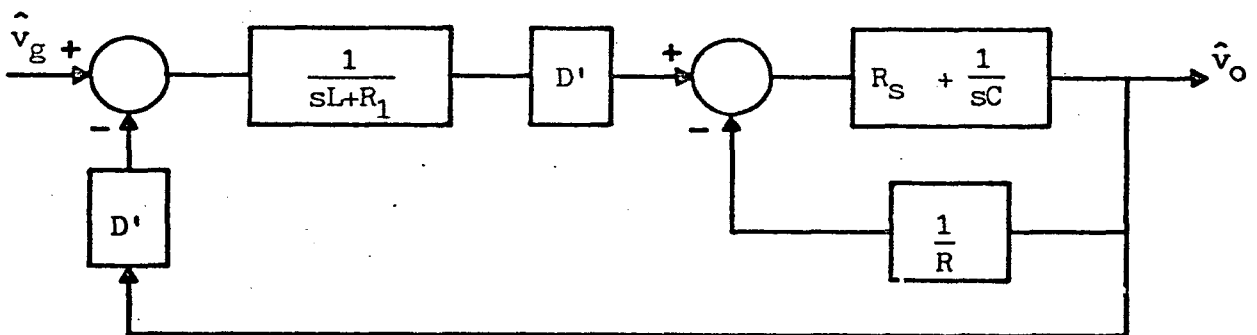


Fig. A1.2 - Diagrama de blocos representativo do modelo ca do conversor Boost PWM ( $\hat{d} = 0$ )

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura A1.2, obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)} = D' \frac{\frac{R}{RCL + R_s CL} (sCR_s + 1)}{s^2 + s \left[ \frac{RR_1 C + R_1 R_s C + RR_s CD'^2 + L}{RCL + R_s CL} \right] + \frac{R_1 + RD'^2}{RCL + R_s CL}} \quad (A1.19)$$

Se se desprezar o efeito do tempo de estocagem, das perdas por



condução e a resistência série equivalente do capacitor, da expressão (A1.19) obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = D' \frac{\frac{1}{CL}}{s^2 + s \frac{1}{RC} + \frac{D'^2}{CL}} \quad (\text{A1.20})$$

Se se considerar apenas a influência de  $R_s$ , de (A1.19) obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = D' \frac{\frac{R}{RCL + R_s CL} (sCR_s + 1)}{s^2 + s \left[ \frac{RR_s CD'^2 + L}{RCL + R_s CL} \right] + \frac{RD'^2}{RCL + R_s CL}} \quad (\text{A1.21})$$

## 2.2 - CÁLCULO DE $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{d}(s)}$

Admitindo-se  $v_g$  constante ( $\hat{v}_g = 0$ ) e que a razão cíclica  $d$  seja submetida a pequenas perturbações ( $d = D + \hat{d}$ ), a análise da Figura A1.1(b) permite escrever:

$$\hat{v}_{ap} = - \hat{v}_0 \quad (\text{A1.22})$$

$$\hat{v}_0 + \hat{v}_{cip} = - (R_1 + sL) \hat{i}_{in} \quad (\text{A1.23})$$

$$\hat{v}_{c1p} = D \hat{v}_{a1p} \quad (A1.24)$$

$$\hat{i}_a + \hat{i}_1 = \hat{i}_{in} \quad (A1.25)$$

$$\hat{i}_{a1} = D \hat{i}_{in} \quad (A1.26)$$

$$\hat{i}_a = I_{in} \hat{d} + \hat{i}_{a1} \quad (A1.27)$$

$$\hat{i}_1 = \hat{i}_3 + \hat{i}_4 \quad (A1.28)$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_o}{R} \quad (A1.29)$$

$$\hat{v}_o = R_s \hat{i}_4 + \frac{1}{C} \int \hat{i}_4 dt \quad (A1.30)$$

$$\hat{v}_{a1p} = \hat{v}_{ap} + \frac{V_D}{D} \hat{d} \quad (A1.31)$$

Admitindo-se  $R_e = r_d = r_t = 0$ , de (2.21.b) tem-se que  $V_D = V_{ap}$ . Da Figura A1.1(a),  $V_{ap} = -V_o$ . Sob estas considerações e aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (A1.22) a (A1.31), obtém-se o

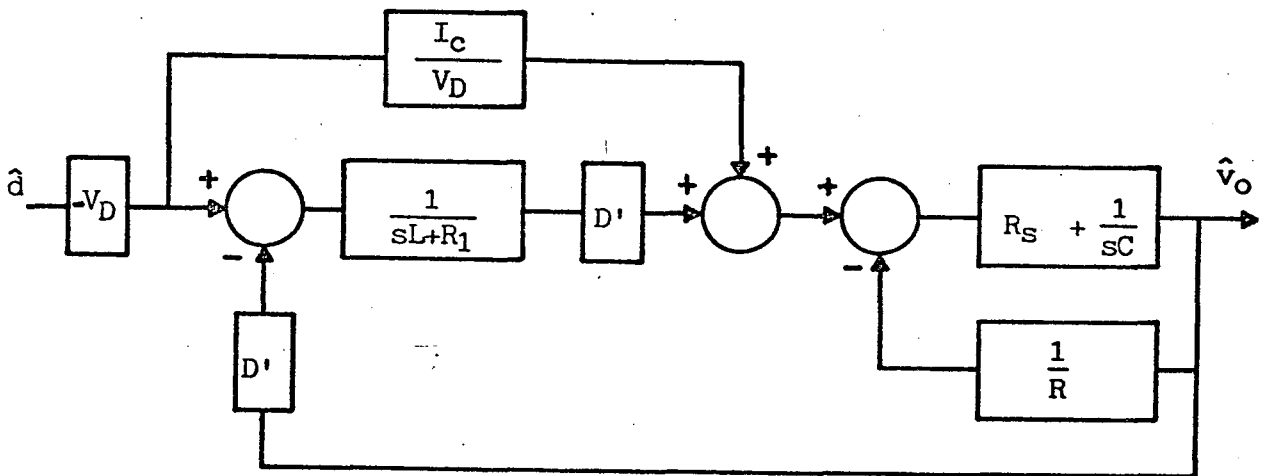


Fig. A1.3 - Diagrama de blocos representativo do modelo ca do conversor Boost PWM ( $\hat{v}_g = 0$ )

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura A1.3, obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{\frac{R_1 R I_{in} - D' R V_D}{RLC + R_s LC} (sR_s C + 1) \left( -s \frac{L I_{in}}{R_1 I_{in} - D' V_D} + 1 \right)}{EC} \quad (A1.32)$$

Onde a equação característica (EC) da expressão (A1.32) é idêntica à encontrada na expressão (A1.19). Isto ocorre porque os laços encontrados nos diagramas de blocos das Figuras A1.2 e A1.3 são idênticos.

$V_D$  é obtido expressão (2.21) no capítulo 2. Para o conversor Boost, desprezando-se os elementos parasitas, tem-se que:

$$V_{ap} = -V_o = V_D \quad (A1.33)$$

$$I_c = -I_{in} = -\frac{I_o}{D'} = -\frac{V_{ap}}{RD'} = \frac{V_o}{RD'} \quad (A1.34)$$

Das expressões (A1.32), (A1.33) e (A1.34), observa-se que o conversor Boost PWM possui um zero no semi-plano direito de "s". Por esta razão, cuidados especiais devem ser tomados no projeto do compensador de controle em malha fechada, para evitar instabilidade na sua operação.

### 2.3 - CÁLCULO DE $Z_{in}$

Por definição,  $Z_{in}$  é dado por:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}(s)}{I_{in}(s)}$$

Pela inspeção da Figura A1.1(b), tem-se que  $V_{in}(s) = \hat{v}_g(s)$  e

$I_{in}(s) = \hat{i}_c(s)$ . Admitindo-se constante a razão cíclica  $d$  ( $\hat{d} = 0$ ), do diagrama de blocos da Figura A1.2 obtém-se:

$$\frac{1}{Z_{in}} = \frac{\hat{i}_{in}(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{\frac{1}{R_1 + sL} \left[ 1 + \left( R_s + \frac{1}{sC} \right) \frac{1}{R} \right]}{\frac{EC}{sCR (R_1 + sL)}} \quad (A1.35)$$

Resolvendo (A1.35) obtém-se:

$$Z_{in} = \frac{EC}{1 + sC (R_s + R)} \quad (A1.36)$$

Onde EC é a equação característica obtida para a expressão (A1.19).

#### 2.4 - CÁLCULO DE $Z_{out}$

Por definição, curto-circuitando as fontes de tensão, e abrindo-se as fontes de corrente,  $Z_{out}$  é dado por:

$$Z_{out} = \frac{V_{out}(s)}{I_{carga}(s)} \quad (A1.37)$$

Para o conversor Boost, tem-se que:

$$Z_{out} = \left[ \frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{i}_1(s)} \right] // R // \left( R_s + \frac{1}{sC} \right) \quad (A1.38)$$

Do diagrama de blocos da Figura A1.2, obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{i}_1(s)} = \frac{(sL + R_1)}{D'^2} \quad (A1.39)$$

De (A1.38) e (A1.39), obtém-se:

$$Z_{out} = \frac{\left( s \frac{L}{R_1} + 1 \right) \left( s R_s C + 1 \right) \frac{R R_1}{R_s C L + R C L}}{EC} \quad (A1.40)$$

Onde EC é a equação característica obtida da expressão (A1.19).

### CONVERSOR BUCK-BOOST

Tomando-se o conversor Buck-Boost PWM da Figura A1.4(a) e substituindo-se a chave PWM pelo seu modelo geral dado pela Figura 2.10(a) no capítulo 2, obtém-se o circuito equivalente da Figura A1.4(b).

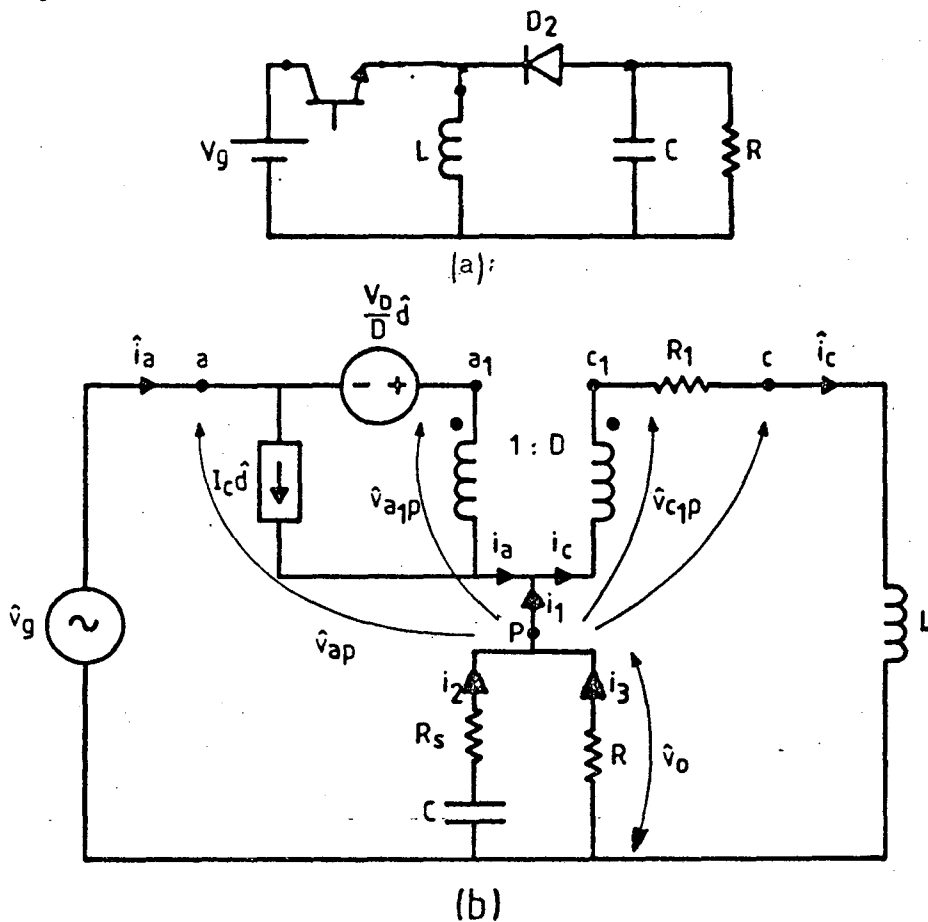


Fig. A1.4 - Conversor Buck-Boost PWM:

(a) - Circuito Real; (b) - Circuito Equivalente.

A análise do modelo da Figura A1.4(b) permite obter todas as relações de interesse mencionadas como segue.

### 1 - ANÁLISE CC

A inspeção da Figura A1.4(b), para  $\hat{d} = 0$ , permite escrever:

$$\hat{v}_g + \hat{v}_0 = \hat{v}_{a1p} \quad (A1.41)$$

$$\hat{v}_{a1p} = \frac{\hat{v}_{c1p}}{D} \quad (A1.42)$$

$$-\hat{v}_0 + \hat{v}_{c1p} = (R_1 + sL) \hat{i}_c \quad (A1.43)$$

$$\hat{i}_a = \hat{i}_c - \hat{i}_1 \quad (A1.44)$$

$$\hat{i}_a = D \hat{i}_c \quad (A1.45)$$

$$\hat{i}_1 = \hat{i}_2 + \hat{i}_3 \quad (A1.46)$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_0}{R} \quad (A1.47)$$

$$\hat{v}_0 = R_s \hat{i}_2 + \frac{1}{C} \int \hat{i}_2 dt \quad (A1.48)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (A1.41) a (A1.48), obtém-se o diagrama de blocos Figura A1.5.

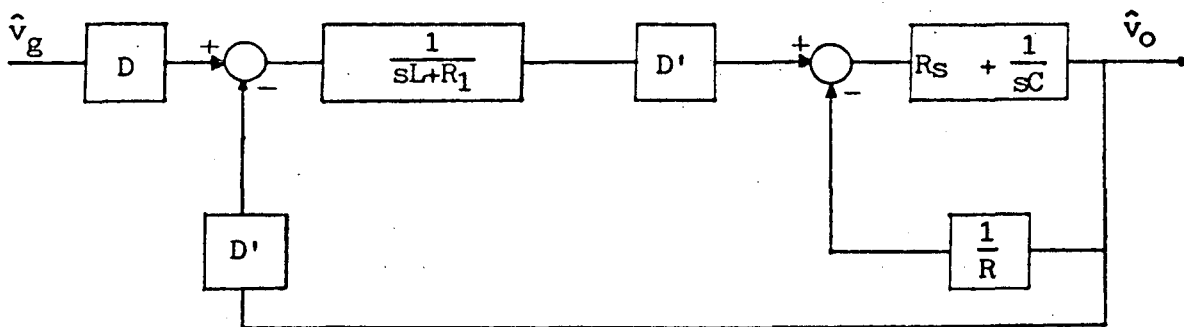


Fig. A1.5 - Diagrama de blocos representativo do modelo ca do conversor Buck-Boost PWM ( $\hat{d} = 0$ )

Resolvendo as expressões (A1.41) a (A1.48), obtém-se:

$$\frac{V_o}{V_g} = \frac{D}{D'} \frac{1}{\frac{R_1}{RD'^2} + 1} \quad (\text{A1.49})$$

Desprezando-se os efeitos parasitas e a resistência série equivalente do capacitor, de (A1.49) obtém-se:

$$\frac{V_o}{V_g} = \frac{D}{D'} \quad (\text{A1.50})$$

## 2 - ANÁLISE CA

A análise ca do circuito da Figura 2.4(b) permite obter:

a)  $\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)}$ ,

$$b) \frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{d}(s)},$$

$$c) Z_{in},$$

$$d) Z_{out}, \text{ como segue.}$$

$$2.1 - \text{DETERMINAÇÃO DE } \frac{\hat{v}_0}{\hat{v}_g(s)}$$

Admitindo-se  $d$  constante ( $\hat{d} = 0$ ), da análise do circuito da Figura A1.4(b) obtém-se o diagrama de blocos da Figura A1.5, do qual se obtém:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{DD' \frac{R}{RCL + R_s CL} (sR_s C + 1)}{EC} \quad (A1.51)$$

Onde  $EC$  é a equação característica idêntica a da expressão (A1.18).

Se se desprezar o efeito do tempo de estocagem, das perdas por condução e a resistência série equivalente do capacitor, a expressão (A1.51) fica:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{DD' \frac{1}{CL}}{s^2 + s \frac{1}{RC} + \frac{D'^2}{CL}} \quad (A1.52)$$

Considerando-se apenas o efeito de  $R_s$ , tem-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{DD' \frac{R}{RCL + R_s CL} (sR_s C + 1)}{s^2 + s \left[ \frac{RR_s CD'^2 + L}{RCL + R_s CL} \right] + \frac{RD'^2}{RCL + R_s CL}} \quad (A1.53)$$



2.2 - DETERMINAÇÃO DE  $\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)}$

Neste caso, admitindo-se  $V_g = \text{cte}$  ( $\hat{v}_g = 0$ ), do circuito da Figura A1.4(b) pode-se escrever:

$$-\hat{v}_o + \hat{v}_{a1p} = \frac{V_D}{D} \hat{d} \quad (\text{A1.54})$$

$$\hat{v}_{c1p} = D \hat{v}_{a1p} \quad (\text{A1.55})$$

$$-\hat{v}_o + \hat{v}_{c1p} = (R_1 + sL) \hat{i}_c \quad (\text{A1.56})$$

$$\hat{i}_a = I_c \hat{d} + D \hat{i}_c \quad (\text{A1.57})$$

$$\hat{i}_c = \hat{i}_1 + \hat{i}_a \quad (\text{A1.58})$$

$$\hat{i}_1 = \hat{i}_2 + \hat{i}_3 \quad (\text{A1.59})$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_o}{R} \quad (\text{A1.60})$$

$$\hat{v}_o = R_s \hat{i}_2 + \frac{1}{C} \int \hat{i}_2 dt \quad (\text{A1.61})$$

Admitindo-se  $R_e = r_d = r_t = 0$ , de (2.21.b) no capítulo 2, tem-se que  $V_D = V_{ap}$ . Da Figura A1.4(a),  $V_{ap} = V_o + V_g$ . Sob estas considerações e aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (A1.54) a (A1.61), obtém-se o diagrama de blocos da Figura A1.6.

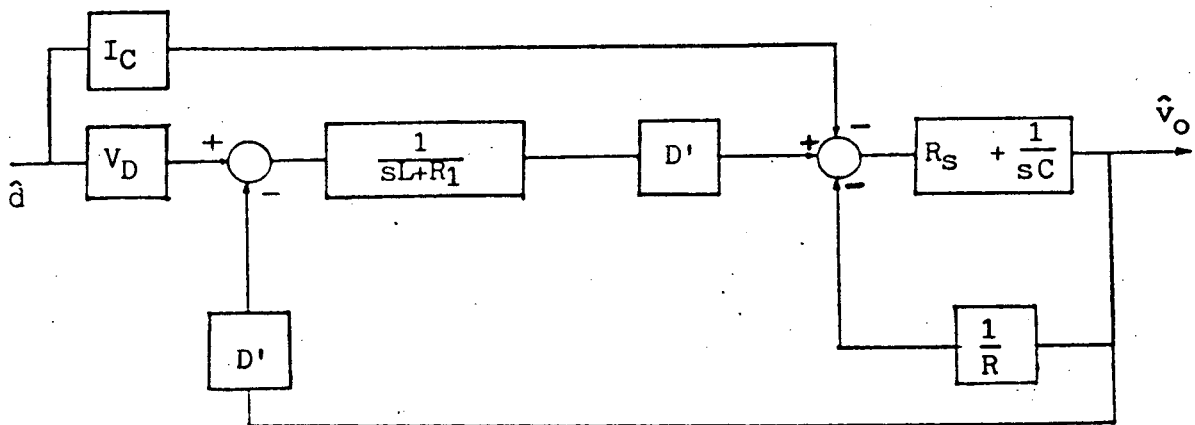


Fig. A1.6 - Diagrama de blocos representativo do modelo ca do conversor Buck-Boost PWM ( $\hat{v}_g = 0$ )

Por inspeção nota-se que os diagramas de blocos das Figuras A1.6 e A1.3 são idênticos. Deste modo, os conversores Boost e Buck-Boost possuem a mesma função de transferência  $\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)}$ , dada pela expressão (A1.32), exceto quanto ao bloco  $V_D$  ao invés de  $-V_D$  e quanto ao bloco  $I_C$  ao invés de  $I_{in}$ .

### 2.3 - DETERMINAÇÃO DE $Z_{in}$

Por definição,  $Z_{in}$  é dado por:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}(s)}{I_{in}(s)} \quad (A1.62)$$

Pela inspeção da Figura A1.4(b), tem-se que  $V_{in}(s) = \hat{v}_g(s)$  e  $I_{in}(s) = \hat{i}_a(s)$ . Assim, para o conversor Buck-Boost tem-se que:

$$Z_{in} = \frac{\hat{v}_g(s)}{\hat{i}_{in}(s)} \quad (A1.63)$$

Do diagrama de blocos da Figura A1.4, obtém-se:

$$\frac{D \hat{v}_g(s)}{\hat{i}_{in}(s)} = \frac{EC}{1 + sC(R_s + R)} \quad (A1.64)$$

Das expressões (A1.45) e (A1.64), obtém-se:

$$Z_{in} = \frac{\hat{v}_g(s)}{\hat{i}_{in}(s)} = \frac{1}{D^2} \frac{EC}{1 + sC(R_s + R)} \quad (A1.65)$$

Onde EC é a equação característica dada pela expressão (A1.19).

#### 2.4 - CÁLCULO DE $Z_{out}$

Por definição, curto-circuitando as fontes de tensão, e abrindo-se as fontes de corrente,  $Z_{out}$  é dado por:

$$Z_{out} = \frac{V_{out}(s)}{I_{carga}(s)} \quad (A1.66)$$

Para o conversor Buck-Boost, tem-se que:

$$Z_{out} = \frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{i}_1(s)} // R // R_s + \frac{1}{sC} \quad (A1.67)$$

Do diagrama de blocos da Figura A1.5, obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{i}_1(s)} = \frac{(sL + R_1)}{D'^2} \quad (A1.68)$$

De (A1.67) e (A1.68), obtém-se:

$$Z_{out} = \frac{\left( s \frac{L}{R_1} + 1 \right) \left( s R_s C + 1 \right) \frac{R R_1}{R_s C L + R C L}}{EC} \quad (A1.69)$$

Onde EC é a equação característica obtida para a expressão (A1.19).

### CONVERSOR CUK

Tomando-se o conversor Cuk PWM da Figura A1.7(a) e substituindo-se a chave PWM pelo seu modelo geral dado pela Figura 2.10(a) no capítulo 2, obtém-se o circuito equivalente da Figura A1.7(b).

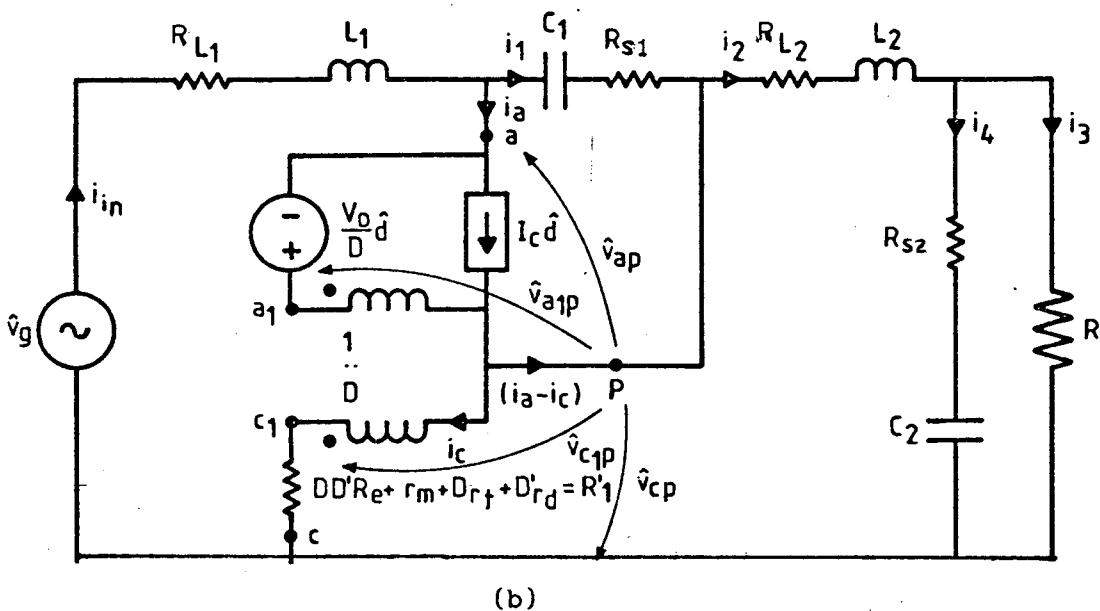
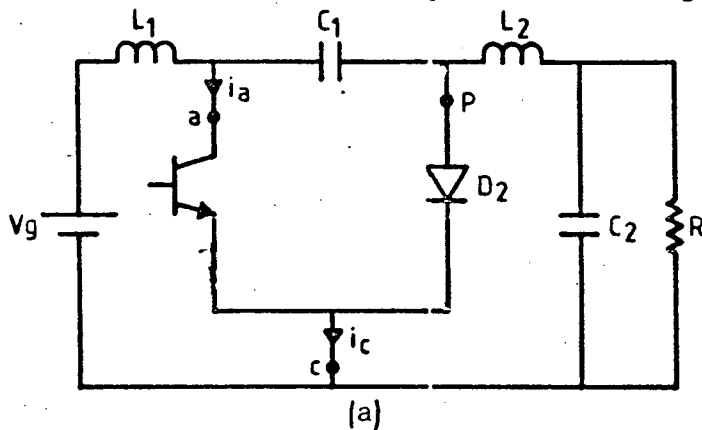


Fig. A1.7 - Conversor Cuk:

(2.a) - Circuito Real;

(b) -Circuito Equivalente.

A análise do modelo da Figura A1.7(b) permite obter todas as relações de interesse mencionadas como segue.

## 1 - ANÁLISE CC

A análise do circuito da Figura A1.7(b) permite escrever:

$$V_{cp} = D V_{ap} - R'_1 I_c \quad (A1.70)$$

$$V_g + V_{cp} = V_{ap} + R_{L1} I_a \quad (A1.71)$$

$$V_o = R (I_a - I_c) \quad (A1.72)$$

$$V_{cp} + V_o = -R_{L2} (I_a - I_c) \quad (A1.73)$$

$$I_a = D I_c \quad (A1.74)$$

Resolvendo-se (A1.70) a (A1.74) obtém-se:

$$\frac{V_o}{V_g} = - \frac{D}{D'} \frac{RD'}{RD' + R_{L2} D' + R'_1 + R'_1 \frac{D}{D'} + R_{L1} \frac{D^2}{D'}} \quad (A1.75)$$

## 2 - ANÁLISE CA

A análise do circuito da Figura A1.7(b) permite obter:

$$a) \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)},$$

$$b) \frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{d}(s)},$$

$$c) Z_{in},$$

$$d) Z_{out}, \text{ como segue.}$$

## 2.1 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}$

Admitindo-se  $d$  constante ( $\hat{d} = 0$ ), da análise do circuito da Figura A1.7(b) pode-se escrever:

$$\hat{i}_{in} = \hat{i}_1 + \hat{i}_a = \hat{i}_2 + \hat{i}_c \quad (A1.76)$$

$$\hat{i}_a = D \hat{i}_c \quad (A1.77)$$

$$\hat{v}_{ap} = Z_{c1} \hat{i}_1 \quad (A1.78)$$

$$D \hat{v}_{ap} - R'_1 \hat{i}_c + \hat{v}_0 = -Z_{L2} \hat{i}_2 \quad (A1.79)$$

De (A1.76) e (A1.77) obtém-se:

$$\hat{i}_1 = \hat{i}_2 + \hat{i}_c D' \quad (A1.80)$$

De (A1.78) e (A1.79) obtém-se:

$$D Z_{c1} \hat{i}_1 - R'_1 \hat{i}_c + \hat{v}_0 = -Z_{L2} \hat{i}_2 \quad (A1.81)$$

De (A1.80) e (A1.81) obtém-se:

$$\hat{i}_1 (D Z_{c1} + Z_{L2}) + \hat{v}_0 = \hat{i}_c (Z_{L2} D' + R'_1) \quad (A1.82)$$

Do circuito da Figura A1.7(b), tem-se que:

$$\hat{v}_g + D \hat{v}_{ap} + R'_1 \hat{i}_c = Z_{c1} \hat{i}_1 + Z_{L1} \hat{i}_{1n} \quad (A1.83)$$

De (A1.76) e (A1.77) obtém-se:

$$\hat{i}_{1n} = \hat{i}_1 + D \hat{i}_c \quad (A1.84)$$

De (A1.78), (A1.83) e (A1.84) obtém-se:

$$\hat{v}_g - \hat{i}_c (D Z_{L1} + R'_1) = \hat{i}_1 [D' Z_{c1} + Z_{L1}] \quad (A1.85)$$

$$\hat{i}_2 = \hat{i}_3 + \hat{i}_4 \quad (A1.86)$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_0}{R} \quad (A1.87)$$

$$\hat{v}_0 = Z_{c2} \hat{i}_4 \quad (A1.88)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (A1.76) a (A1.88), obtém-se o diagrama de blocos da Figura A1.8 abaixo:

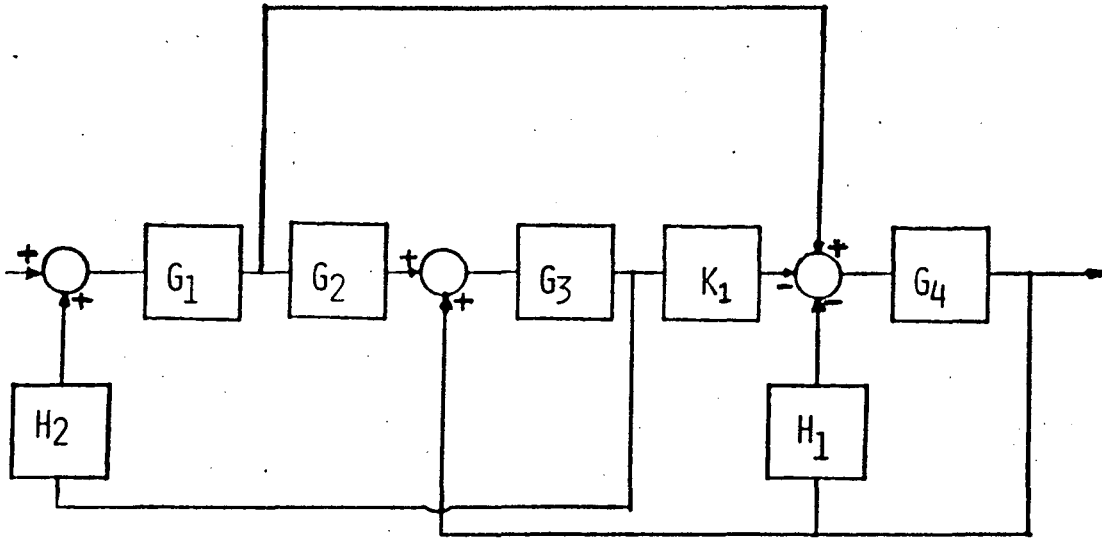


Fig. A1.8 - Diagrama de blocos representativo do comportamento ca do conversor Cuk PWM ( $\hat{d} = 0$ )

$$G_1 = \frac{1}{(sL_1 + R_{L1}) + \left( R_{s1} + \frac{1}{sC_1} \right) D'} \quad (A1.89)$$

$$G_2 = D \left( R_{s1} + \frac{1}{sC_1} \right) + (sL_2 + R_{L2}) \quad (A1.90)$$

$$G_3 = \frac{1}{D' (sL_2 + R_{L2}) + R'_1} \quad (A1.91)$$

$$H_2 = -D (sL_1 + R_{L1} + R'_1) \quad (A1.92)$$

$$G_4 = R_{s2} + \frac{1}{sC_2} \quad (A1.93)$$

$$H_1 = \frac{1}{R} \quad (A1.94)$$



$$K_1 = D' \quad (A1.95)$$

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura A1.8, obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{K (s + z_4)(s + z_5)}{b'_1 s^4 + b'_2 s^3 + b'_3 s^2 + b'_4 s + b'_5} \quad (A1.96)$$

$$K = C_1 C_2 R R_{s2} (R'_1 - DD' R_{s1}) \quad (A1.97)$$

$$z_4 = \frac{1}{R_{s2} C_2} \quad (A1.98)$$

$$z_5 = \frac{DD'}{[DD' C_1 R_{s1} - R'_1 C_1]} \quad (A1.99)$$

$$b'_1 = R C_1 C_2 L_1 L_2 + L_1 L_2 C_1 C_2 R_{s2} \quad (A1.100)$$

$$b'_2 = R \left\{ [L_1 C_1 C_2 (D' R_{L2} + R'_1)] + [(R_{L1} C_1 + R_{s1} C_1 D') C_2 D' L_2] \right\} \\ + \left\{ L_2 C_1 L_1 D + [(C_2 R + C_2 R_{s1}) [L_2 C_1 (R'_1 + R_{L1}) + L_1 D (C_1 R_{L2} + C_1 R_{s1} D)]] \right\} + \\ C_2 R_{s2} D' L_2 (R_{L1} C_1 + R_{s1} C_1 D') + L_1 C_1 [(D' R_{L2} + RD' + R'_1) C_2 R_{s2} + D' L_2] \quad (A1.101)$$

$$b'_3 = R \left\{ C_2 (R_{L1} C_1 + R_{s1} C_1 D') (D' R_{L2} + R'_1) + D'^2 C_2 L_2 \right\} \\ + \left\{ L_2 C_1 D (R'_1 + R_{L1}) + L_1 D (C_1 R_{L2} + C_1 R_{s1} D) + (C_2 R + C_2 R_{s1}) \right. \\ \left. + (C_1 R_{L2} + C_1 R_{s1} D) (R'_1 + R_{L1}) D + D'^2 L_1 \right\} + C_2 R_{s2} L_2 D'^2 + L_1 C_1 (D' R_{L2} + RD' + R'_1) \\ + \left\{ (R_{L1} C_1 + R_{s1} C_1 D') + [C_2 R_{s2} (D' R_{L2} + RD' + R'_1) + D' L_2] \right\} \quad (A1.102)$$

$$\begin{aligned}
 b'_4 = & R D' C_2 (D' R_{L2} + R'_1) + (C_1 R_{L2} + C_1 R_{s1} D)(R'_1 + R_{L1}) D + D^2 L_1 \\
 & + D^2 (R'_1 + R_{L1})(C_2 R + C_2 R_{s1}) + D' C_2 R_{s2} (D' R_{L2} + R D' + R'_1) + D'^2 L_2 \\
 & + (R_{L1} C_1 + R_{s1} C_1 D') (D' R_{L2} + R D' + R'_1) \quad (A1.103)
 \end{aligned}$$

$$b'_5 = D^2 (R'_1 + R_{L1}) + (D' R_{L2} + R D' + R'_1) D' \quad (A1.104)$$

Se se desprezar o efeito dos elementos parasitas, de (A1.96) obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{K}{b'_1 s^4 + b'_2 s^3 + b'_3 s^2 + b'_4 s + b'_5} \quad (A1.105)$$

$$b'_1 = L_2 L_1 C_1 C_2 R \quad (A1.106)$$

$$b'_2 = L_2 L_1 C_1 D + L_2 L_1 C_2 D' \quad (A1.107)$$

$$b'_3 = R D'^2 C_2 L_2 + C_2 R + D'^2 L_1 \quad (A1.108)$$

$$b'_4 = D^2 L_1 + D'^2 L_2 \quad (A1.109)$$

$$b'_5 = R D'^2 \quad (A1.110)$$

$$K = R D D' \quad (A1.111)$$

2.2 - DETERMINAÇÃO DE  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{d}(s)}$

Admitindo-se  $v_g$  constante ( $\hat{v}_g = 0$ ), da análise do circuito da

Figura A1.7(b) permite escrever:

$$\hat{i}_{1n} = \hat{i}_1 + \hat{i}_a = \hat{i}_2 + \hat{i}_c \quad (\text{A1.112})$$

$$\hat{i}_a = D \hat{i}_c + I_c \hat{d} \quad (\text{A1.113})$$

$$\hat{v}_{ap} = Z_{c1} \hat{i}_1 \quad (\text{A1.114})$$

$$V_D \hat{d} + D \hat{v}_{ap} - R'_1 \hat{i}_c + \hat{v}_0 = -Z_{L2} \hat{i}_2 \quad (\text{A1.115})$$

De (A1.112) e (A1.113) obtém-se:

$$V_D \hat{d} + D \hat{v}_{ap} - R'_1 \hat{i}_c + \hat{v}_0 = -Z_{L2} \hat{i}_2 \quad (\text{A1.116})$$

De (A1.114) e (A1.115) obtém-se:

$$(Z_{L2} I_c + V_D) \hat{d} + \hat{v}_0 + \hat{i}_1 [DZ_{c1} + Z_{L2}] = \hat{i}_c [Z_{L2} D' + R'_1] \quad (\text{A1.117})$$

Do circuito da Figura A1.7(b) tem-se que:

$$\hat{d} V_D + D \hat{v}_{ap} - R'_1 \hat{i}_c = Z_{c1} \hat{i}_1 + Z_{L1} \hat{i}_{1n} \quad (\text{A1.118})$$

De (A1.112) e (A1.113) tem-se que:

$$\hat{i}_{1n} = \hat{i}_1 + D \hat{i}_c + I_c \hat{d} \quad (\text{A1.119})$$

De (A1.114), (A1.118) e (A1.119) obtém-se:

$$\hat{d} (V_D - Z_{L1} I_c) - \hat{i}_c [DZ_{L1} + R'_1] = \hat{i}_1 [Z_{c1} (1-D) + Z_{L1}] \quad (\text{A1.120})$$

Do circuito da Figura A1.7(b), tem-se que:

$$\hat{i}_2 = \hat{i}_3 + \hat{i}_4 \quad (\text{A1.121})$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_0}{R} \quad (\text{A1.122})$$

$$\hat{v}_0 = Z_{c2} \hat{i}_4 \quad (\text{A1.123})$$

$$\hat{i}_2 = \hat{i}_1 - D' \hat{i}_c + \hat{d} I_c \quad (\text{A1.124})$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (A1.112) a (A1.124), obtém-se o diagrama de blocos dado pela Figura A1.9 abaixo:

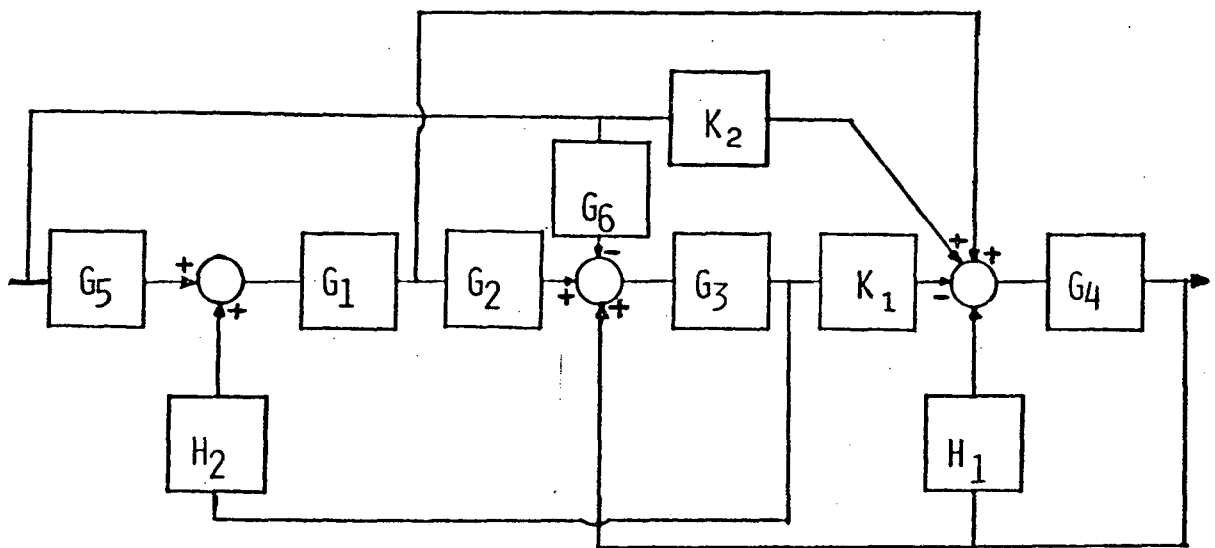


Fig. A1.9 - Diagrama de blocos representativo do comportamento ca do conversor Cuk PWM ( $\hat{v}_g = 0$ )

Onde os blocos  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$ ,  $G_4$ ,  $H_1$ ,  $H_2$  e  $K_1$  são os mesmos obtidos no diagrama de blocos da Figura A1.8, sendo:

$$G_5 = V_D - Z_{L1} I_c \quad (A1.125)$$

$$G_6 = V_D + Z_{L2} I_c \quad (A1.126)$$

$$k_2 = I_c \quad (A1.127)$$

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura A1.9 obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{K'_2(s + z_1)[a'_1 s^2 + a'_2 s + a'_3]}{EC} \quad (A1.128)$$

Onde a equação característica (EC) é aquela obtida para a expressão (A1.96), e:

$$K'_2 = R R_{s2} C_2 \quad (A1.129)$$

$$z_1 = \frac{1}{R_{s2} C_2} \quad (A1.130)$$

$$a'_1 = a_1 a_4 + a_2 a_3 + a_5 a_8 + a_6 a_7 + \frac{a_6 a_9}{I_c} + \frac{a_5 a_{10}}{I_c} - a_{11} a_{14} - a_{12} a_{13} \quad (A1.131)$$

$$a'_2 = a_1 D'^2 + a_2 a_4 + a_5 D' + a_6 a_8 + \frac{a_{10} a_6}{I_c} - a_{12} a_{14} - a_{13} D \quad (A1.132)$$

$$a'_3 = D'^2 a_2 + a_6 D' - D a_{14} \quad (A1.133)$$

Sendo:

$$a_1 = L_2 I_c \quad (A1.134)$$

$$a_2 = I_c R_{L2} + V_D \quad (A1.135)$$

$$a_3 = L_1 C_1 D' \quad (A1.136)$$

$$a_4 = R_{L1} C_1 D' + D'^2 R_{s1} C_1 \quad (A1.137)$$

$$a_5 = D' L_2 I_c \quad (A1.138)$$

$$a_6 = (D' R_{L2} + R'_1) I_c \quad (A1.139)$$

$$a_7 = L_1 C_1 \quad (A1.140)$$

$$a_8 = R_{L1} C_1 + D' R_{s1} C_1 \quad (A1.141)$$

$$a_9 = -L_1 I_c C_1 \quad (A1.142)$$

$$a_{10} = (V_D - R_{L1}) C_1 \quad (A1.143)$$

$$a_{11} = L_2 C_1 \quad (A1.144)$$

$$a_{12} = R_{L2} C_1 + D R_{s1} C_1 \quad (A1.145)$$

$$a_{13} = -L_1 I_c D' \quad (A1.146)$$

$$a_{14} = (V_D - R_{L1}) D' \quad (A1.147)$$

As impedâncias de entrada ( $Z_{in}$ ) e de saída ( $Z_{out}$ ) podem ser obtidas através dos procedimentos descritos para os demais conversores.

## A N E X O 2

No sentido de complementar a análise realizada no capítulo 3, referente ao conversor Buck, serão tratados a seguir os conversores QR-PWM Boost, Buck-Boost e Cuk.

### CONVERSOR BOOST QRC-PWM

Tomando-se o conversor Boost QRC-PWM dado pela Tabela 3.2 do capítulo 3 e substituindo-se a Célula de comutação QR-PWM por seus modelos cc e ca, obtém-se o circuito da Figura A2.1 a seguir:

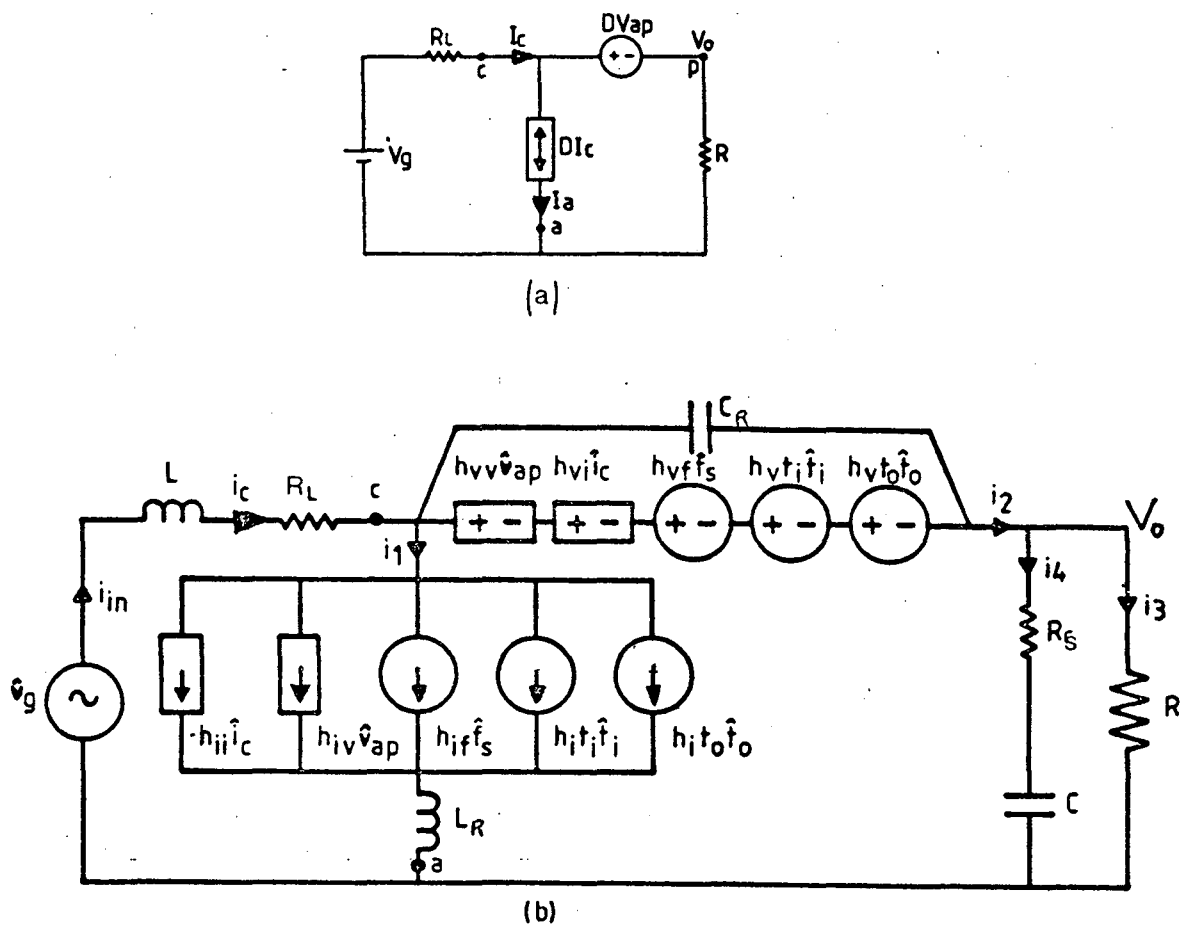


Fig. A2. 1 - Conversor Boost QRC-PWM-ZCS:

(a) - Modelo cc; b) Modelo ca.

## 1 - ANÁLISE CC

A taxa de conversão do conversor Boost QRC-PWM pode ser obtida diretamente da aplicação das expressões (3.16) e (3.17) apresentadas no capítulo 3, e a expressão de M do conversor Boost PWM obtida no anexo 1.

Outra forma de se obter M é utilizar o circuito da Figura A2.1(a).

Qualquer dos dois procedimentos resulta na taxa de conversão dada por:

$$\text{Conversor Boost QRC-PWM-ZCS: } \frac{V_o}{V_g} = M = \frac{1}{1 - \left[ \frac{F_s}{F_o} G(\rho) + F_s T_1 \right]} \quad (\text{A2.1})$$

$$\text{Conversor Boost QRC-PWM-ZVS: } \frac{V_o}{V_g} = M = \frac{1}{\frac{F_s}{F_o} G(1/\rho) + F_s T_1} \quad (\text{A2.2})$$

## 2 - ANÁLISE CA

Admitindo-se  $F_s$ ,  $T_1$ ,  $t_o$  constantes ( $\hat{t}_o$ ,  $\hat{t}_1$ ,  $\hat{f}_s = 0$ ), a análise do circuito da Figura A2.1(b), desprezando-se a ação do indutor  $L_R$  que aparece em série com a fonte de corrente ideal e o capacitor  $C_R$  que aparece em paralelo com a fonte de tensão ideal, pode-se escrever:

$$\hat{v}_g - \hat{v}_o = \frac{L d\hat{i}_c}{dt} + R_L \hat{i}_c + h_{vv} \hat{v}_{ap} + h_{vi} \hat{i}_c \quad (\text{A2.3})$$

$$\hat{i}_c = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 \quad (\text{A2.4})$$

$$\hat{i}_2 = \hat{i}_3 + \hat{i}_4 \quad (\text{A2.5})$$



$$\hat{i}_1 = h_{1i} \hat{i}_c + h_{1v} \hat{v}_{ap} \quad (A2.6)$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_o}{R} \quad (A2.7)$$

$$\hat{v}_o = \frac{1}{C} \int \hat{i}_4 dt + R_s \hat{i}_4 \quad (A2.8)$$

$$\hat{v}_{ap} = -\hat{v}_o \quad (A2.9)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (A2.3) a (A2.9) e resolvendo-se, obtém-se o diagrama de blocos da Figura A2.2.

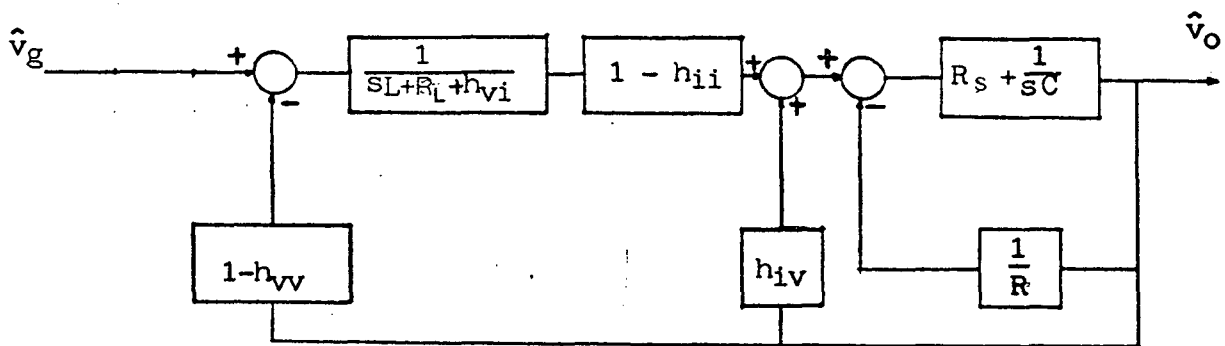


Fig. A2.2 - Diagrama de blocos do Boost QRC-PWM  $F_s$ ,  $T_1$ ,  $T_0$  constantes

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura A2.2, obtém-se para o Boost PWM-QRC unidirecional:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{(1 - h_{11}) R (sR_s C + 1)}{s^2 [RCL + R_s CL - Rh_{1v} R_s CL] + [(1-h_{11})(1-h_{vv})R + R_L + h_{v1} - Rh_{1v}(R_L + h_{v1})] + s[(R_L + h_{v1})(RC + R_s C - h_{1v} R_s C) + (1-h_{11})(1-h_{vv})R_s CR + L - Rh_{1v} L]} \quad (A2.10)$$

Para o Boost bidirecional, basta substituir em (A2.10),  $h_{1v} = h_{v1} = 0$ .

## 2.1 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{f}_s(s)}$

Admitindo-se  $V_g, T_1, T_0$  constantes ( $\hat{v}_g, \hat{t}_1, \hat{t}_0 = 0$ ), a análise do circuito da Figura A2.1 (b), permite escrever:

$$-\hat{v}_0 = \frac{L d\hat{i}_c}{dt} + R_L \hat{i}_c + h_{vv} \hat{v}_{ap} + h_{v1} \hat{i}_c + h_{vf} \hat{f}_s \quad (A2.11)$$

$$\hat{i}_c = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 \quad (A2.12)$$

$$\hat{i}_1 = h_{11} \hat{i}_c + h_{1v} \hat{v}_{ap} + h_{1f} \hat{f}_s \quad (A2.13)$$

$$\hat{i}_2 = \hat{i}_3 + \hat{i}_4 \quad (A2.14)$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_0}{R} \quad (\text{A2.15})$$

$$\hat{v}_0 = \frac{1}{C} \int \hat{i}_4 dt + R_s \hat{i}_4 \quad (\text{A2.16})$$

$$\hat{v}_{ap} = -\hat{v}_0 \quad (\text{A2.17})$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (A2.11) a (A2.17) obtém-se o diagrama de blocos da Figura A2.3 a seguir:

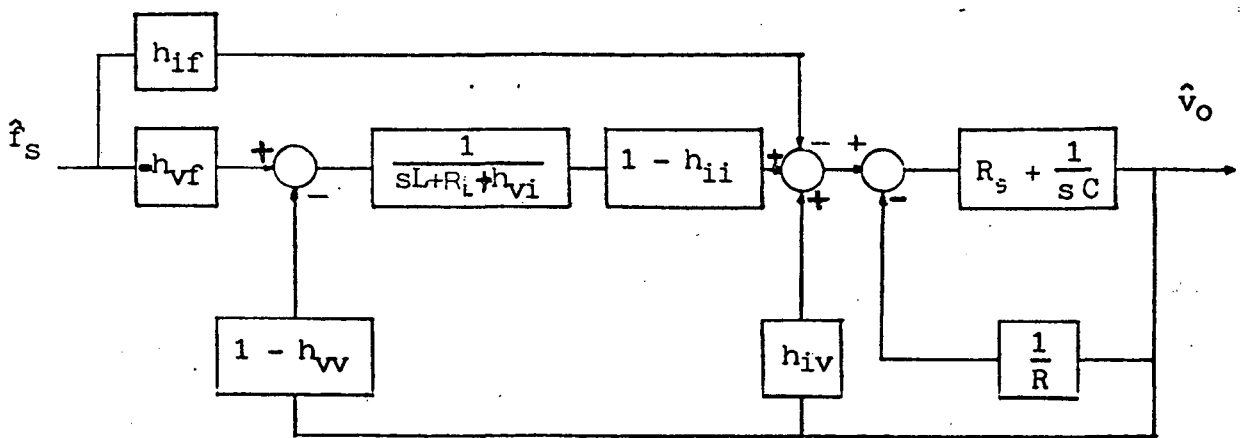


Fig. A2.3 - Diagrama de blocos do QRC-PWM Boost-  $V_g$ ,  $T_1$ ,  $T_0$  constantes

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura A2.3 obtém-se para o Boost PWM-QRC unidirecional:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{f}_s(s)} = - \frac{R (sR_s C + 1) \left[ (sL + R_L + h_{vi})h_{if} + h_{vf} (1 - h_{ii}) \right]}{EC} \quad (A2.18)$$

Onde EC é a equação característica obtida para a expressão (A2.10).

Para o conversor Bidirecional em corrente, basta substituir, na expressão (A2.18):  $h_{iv} = h_{vi} = 0$ .

De (A2.18) conclui-se que o conversor Boost QRC-PWM possui um zero no semi-plano direito de "s" para a variável de controle  $\hat{f}_s$ . Como o ganho é negativo na expressão, então não há impedimento algum em se utilizar compensadores "PID" no controle destes conversores.

## 2.2 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_1(s)}$ e $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_0(s)}$

Seguindo o procedimento do item anterior, chega-se a diagramas de blocos idênticos àquele da Figura A2.3 para as variáveis de controle  $\hat{t}_1$  e  $\hat{t}_0(s)$  diferindo apenas quanto aos parâmetros  $h_{if}$  e  $h_{vf}$  que serão:  $h_{if} \equiv h_{it}$ ;  $h_{vf} \equiv h_{vt_1}$  para a variável de controle  $\hat{t}_1$  e  $h_{if} \equiv h_{it}$ ;  $h_{vf} \equiv h_{vt}$  para  $\hat{t}_0$ .

### CONVERSOR BUCK-BOOST QRC-PWM

Tomando-se o conversor Buck-Boost QRC-PWM dado pela Tabela 3.2 e substituindo-se a Célula de Comutação por seus modelos cc e ca, obtém-se

o circuito da Figura A2.4 como segue:

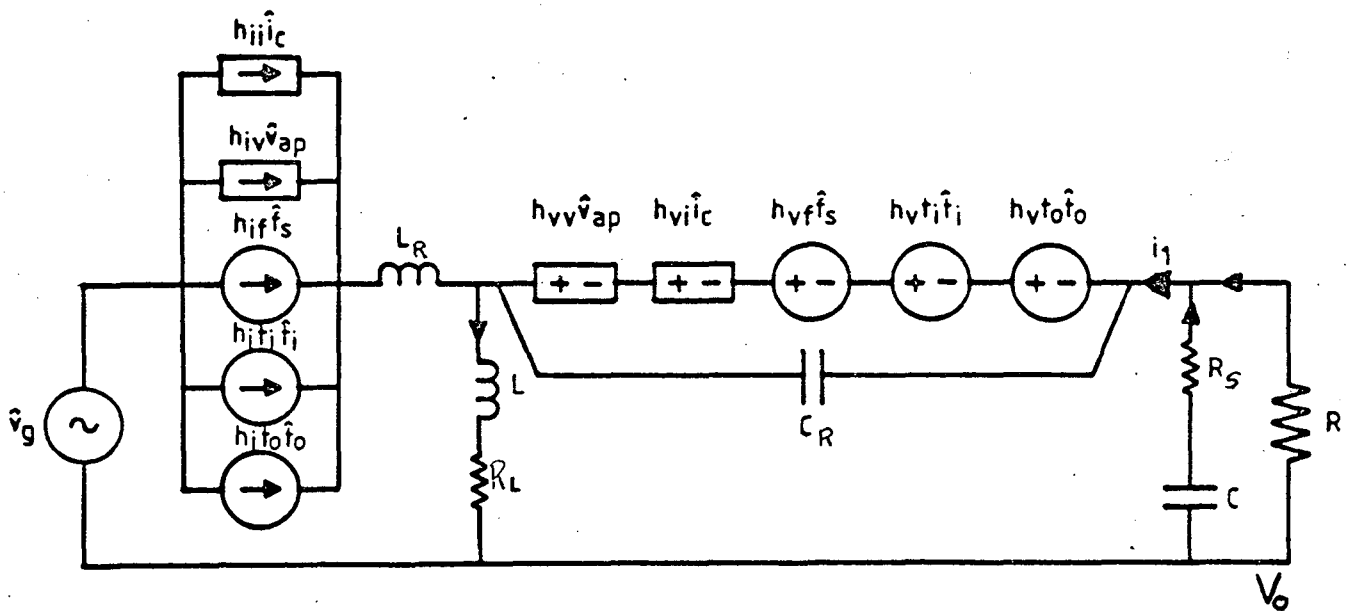
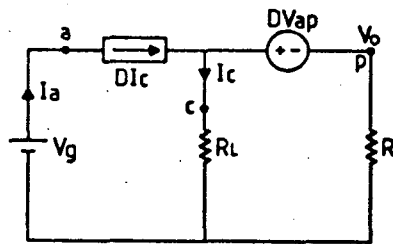


Fig. A2.4 - Conversor Buck-Boost QRC-PWM:

a) - Modelo cc ; b) Modelo ca.

1 - ANÁLISE CC

A taxa de conversão M pode ser obtida através do mesmo

procedimento adotado na análise cc do conversor Boost, resultando em:

Conversor Buck-Boost QRC-PWM-ZCS

$$\frac{V_o}{V_g} = M = \frac{\frac{F_s}{F_o} G(\rho) + F_s T_{s1}}{1 - \left[ \frac{F_s}{F_o} G(\rho) + F_s T_{s1} \right]} \quad (A2.19)$$

Conversor Buck-Boost QRC-PWM-ZVS

$$\frac{V_o}{V_g} = M = \frac{1 - \left[ \frac{F_s}{F_o} G(1/\rho) + F_s T_{s1} \right]}{\frac{F_s}{F_o} G(1/\rho) + F_s T_{s1}} \quad (A2.20)$$

## 2 - ANÁLISE CA

A análise do circuito da Figura A2.4(b) permite obter  $\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)}$ ,

$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{f}_s(s)}$ ,  $\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{t}_i(s)}$ ,  $\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{t}_o(s)}$ , como segue:

### 2.1 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)}$

O indutor ressonante  $L_R$  aparece em série com uma fonte de corrente ideal e o capacitor ressonante  $C_R$  aparece em paralelo com uma fonte de tensão ideal e por isso não exercem nenhuma ação sobre o circuito da Figura A2.4 e podem ser desprezados.

Admitindo-se  $F_s$ ,  $T_{s1}$ ,  $T_o$  constantes ( $\hat{f}_s$ ,  $\hat{t}_i$ ,  $\hat{t}_o = 0$ ), do circuito

da Figura A2.4(b) obtém-se:

$$-\hat{v}_0 + h_{vv} \hat{v}_{ap} + h_{vi} \hat{i}_c = L \frac{d\hat{i}_c}{dt} + R_L \hat{i}_c \quad (\text{A2.21})$$

$$h_{ii} \hat{i}_c + h_{iv} \hat{v}_{ap} = -\hat{i}_1 + \hat{i}_c \quad (\text{A2.22})$$

$$\hat{i}_1 = \hat{i}_2 + \hat{i}_3 \quad (\text{A2.23})$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_0}{R} \quad (\text{A2.24})$$

$$\hat{v}_0 = \frac{1}{C} \int \hat{i}_2 dt + R_S \hat{i}_2 \quad (\text{A2.25})$$

$$\hat{v}_{ap} = \hat{v}_g + \hat{v}_0 \quad (\text{A2.26})$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (A2.21) a (A2.26) e resolvendo-se, obtém-se o diagrama de blocos da Figura A2.5.

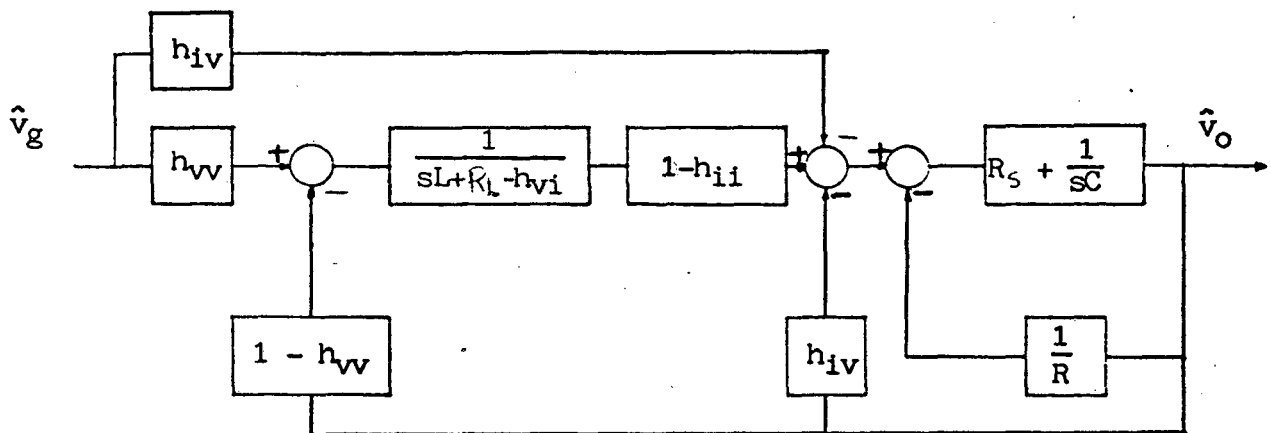


Fig. A2.5 - Diagrama de blocos do Buck-Boost QRC-PWM  $F_s$ ,  $T_1$ ,  $T_0$  - ctes.

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura A2.5, obtém-se para o Buck Boost PWM QRC unidirecional:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{R(sR_s C + 1) [ - (sL_L + R_L - h_{vi})h_{iv} + h_{vv}(1 - h_{ii}) ]}{EC} \quad (A2.27)$$

Onde EC é a equação característica, obtida substituindo-se  $-h_{iv}$  por  $h_{iv}$  e  $-h_{vi}$  por  $h_{vi}$  na expressão (A2.10).

Para o Buck Boost bidirecional, basta substituir, na expressão (A2.27),  $h_{iv} = h_{vi} = 0$ .

### 2.3 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}_0}{\hat{f}_s}$

Admitindo-se  $V_g, T_1, T_0$  constantes ( $\hat{v}_g, \hat{t}_1, \hat{t}_0 = 0$ ), a análise da Figura A2.4(b) permite escrever:

$$-\hat{v}_0 + h_{vv}\hat{v}_{ap} + h_{vi}\hat{i}_c + h_{vf}\hat{f}_s = L \frac{di_c}{dt} + R_L \hat{i}_c \quad (A2.28)$$

$$h_{ii}\hat{i}_c + h_{iv}\hat{v}_{ap} + h_{if}\hat{f}_s = -\hat{i}_1 + \hat{i}_c \quad (A2.29)$$

$$\hat{i}_1 = \hat{i}_2 + \hat{i}_3 \quad (A2.30)$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_0}{R} \quad (A2.31)$$

$$\hat{v}_0 = \frac{1}{C} \int \hat{i}_2 dt + R_s \hat{i}_2 \quad (A2.32)$$

$$\hat{v}_{ap} = \hat{v}_0 \quad (A2.33)$$



Aplicando a transformada de Laplace às expressões (A2.28)a (A2.33) e resolvendo, obtém-se o diagrama de blocos da Figura A2.6 a seguir:

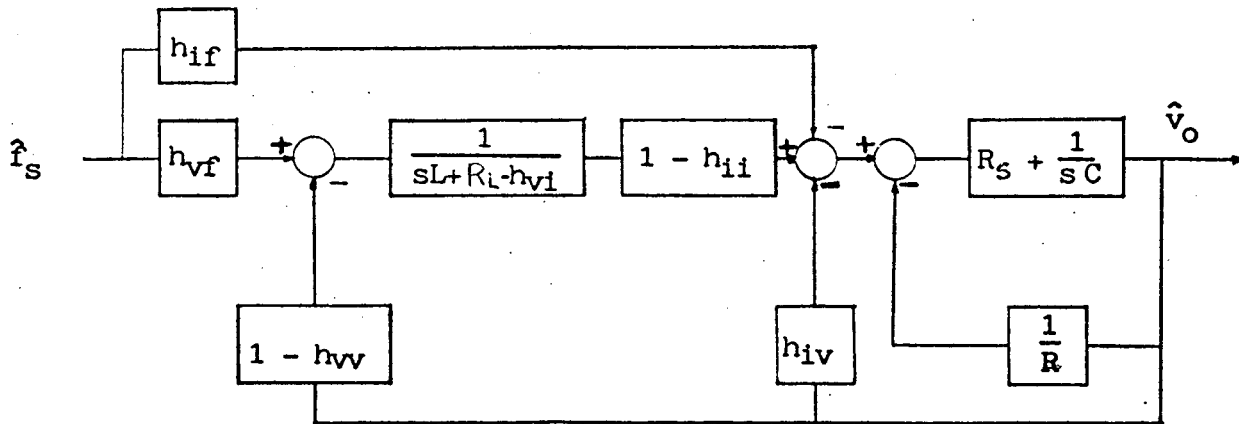


Fig. A2.6-Diagrama de blocos do Buck-Boost QRC-PWM-ZCS  $V_g, T_1, T_0$  constantes

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura A2.6 obtém-se:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{f}_s(s)} = \frac{R(sR + 1) [ - (sL_L + R_L - h_{vi})h_{if} + h_{vf}(1 - h_{ii}) ]}{EC} \quad (A2.34)$$

Onde EC é a equação característica, obtida para a equação (A2.27).

Para o conversor com chave Bidirecional, basta substituir, na expressão (A2.34),  $h_{iv} = h_{vi} = 0$ .

2.4 - DETERMINAÇÃO DE  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_1(s)}$  e  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_1(s)}$

Admitindo-se:  $V_g, F_s, T_0$ ; e  $V_g, F_s, T_1$  constantes, tem-se que  $(\hat{v}_g, \hat{f}_s, \hat{t}_0 = 0)$  e  $(\hat{v}_g, \hat{f}_s, \hat{t}_1 = 0)$ . Assim, da análise da Figura A2.4(b),

para cada caso, obtém-se diagramas de blocos semelhantes ao da Figura A2.6, diferindo apenas quanto aos blocos  $h_{if}$  e  $h_{vf}$  que serão substituídos por  $h_{it1}$  e  $h_{vt1}$  para a entrada  $\hat{t}_1$  e  $h_{it0}$  e  $h_{vt0}$  para a entrada  $\hat{t}_0$ .

### CONVERSOR CUK QRC-PWM

Tomando-se o conversor Cuk QRC-PWM ilustrado pela Tabela 3.2 do capítulo 3 e substituindo-se a Célula de Comutação por seus modelos cc e ca, obtém-se o circuito da Figura A2.7 a seguir:

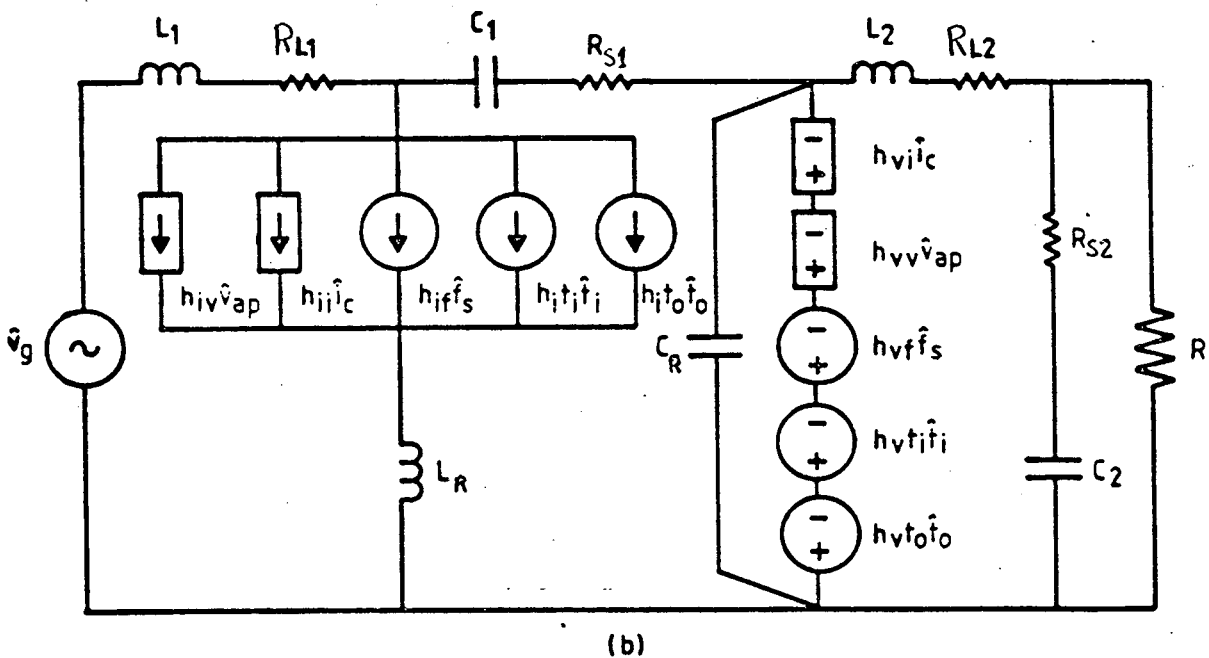
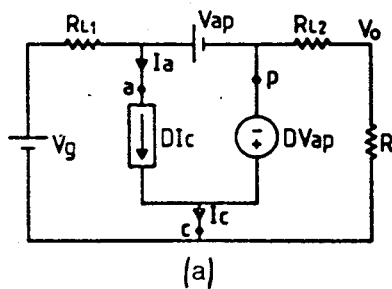


Fig. A2.7 - Conversor Cuk QRC-PWM:  
a) Modelo cc; b) Modelo ca.

## 1 - ANÁLISE CC

Utilizando-se as expressões (3.16) e (3.17) obtidas no capítulo 3 e a expressão de M do conversor Cuk PWM associado, admitindo-se componentes ativos e passivos ideais, e procedendo como na análise cc desenvolvidas nos itens anteriores, obtém-se:

$$\text{Conversor Cuk QRC-PWM-ZCS} \quad \frac{V_0}{V_g} = M = \frac{\frac{F_s}{F_0} G(\rho) + F_s T_1}{1 - \left[ \frac{F_s}{F_0} G(\rho) + F_s T_1 \right]} \quad (\text{A2.35})$$

$$\text{Conversor Cuk QRC-PWM-ZVS} \quad \frac{V_0}{V_g} = M = \frac{1 - \left[ \frac{F_s}{F_0} G(1/\rho) + F_s T_1 \right]}{\frac{F_s}{F_0} G(1/\rho) + F_s T_1} \quad (\text{A2.36})$$

## 2 - ANÁLISE CA

A análise do circuito da Figura A2.7(b) permite obter  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}$ ,  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{f}_s(s)}$ ,  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_1(s)}$ ,  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_0(s)}$ , como segue:

2.1 - DETERMINAÇÃO DE  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)}$

Admitindo-se  $F_s, T_1, T_0$  constantes ( $\hat{f}_s, \hat{t}_1, \hat{t}_0 = 0$ ) da análise do circuito da Figura A2.7(b) obtém-se:

$$\hat{i}_{in} = \hat{i}_1 + \hat{i}_a = \hat{i}_2 + \hat{i}_c \quad (A2.37)$$

$$\hat{i}_a = h_{iv} \hat{v}_{ap} + h_{ic} \hat{i}_c \quad (A2.38)$$

$$\hat{v}_{ap} = Z_{c1} \hat{i}_1 \quad (A2.39)$$

$$h_{vi} \hat{i}_c + h_{vv} \hat{v}_{ap} + \hat{v}_0 = -Z_{L2} \hat{i}_2 \quad (A2.40)$$

De (A2.37) e (A2.38) obtém-se:

$$\hat{i}_1 + h_{iv} \hat{v}_{ap} = \hat{i}_2 + \hat{i}_c (1 - h_{ic}) \quad (A2.41)$$

De (A2.37), (A2.38) e (A2.39) obtém-se:

$$\hat{i}_2 = \hat{i}_1 (1 + h_{iv} Z_{c1}) - \hat{i}_c (1 - h_{ic}) \quad (A2.42)$$

De (A2.39) e (A2.40) obtém-se:

$$h_{vi} \hat{i}_c + h_{vv} Z_{c1} \hat{i}_1 + \hat{v}_0 = -Z_{L2} \hat{i}_2 \quad (A2.43)$$

De (A2.42) e (A2.43) obtém-se:

$$\hat{i}_1 [h_{vv} Z_{c1} + Z_{L2} (1 + h_{iv} Z_{c1})] + \hat{v}_0 = \hat{i}_c [Z_{L2} (1 - h_{ii}) - h_{vi}] \quad (A2.44)$$

Do circuito da Figura A2.7(b), tem-se que:

$$h_{vi} \hat{i}_c + h_{vv} \hat{v}_{ap} + \hat{v}_g = Z_{c1} \hat{i}_1 + Z_{L1} \hat{i}_{in} \quad (A2.45)$$

De (A2.37) e (A2.38) obtém-se:

$$\hat{i}_{in} = \hat{i}_1 [1 + h_{iv} Z_{c1}] + h_{ii} \hat{i}_c \quad (A2.46)$$

De (A2.45) e (A2.46) obtém-se:

$$\hat{i}_c (h_{vi} - Z_{L1} h_{ii}) + \hat{v}_g = \hat{i}_1 [Z_{L1} + Z_{c1} (1 - h_{vv}) + Z_{L1} h_{iv}] \quad (A2.47)$$

Do circuito da Figura A2.7(b), tem-se que:

$$\hat{i}_2 = \hat{i}_3 + \hat{i}_4 \quad (A2.48)$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_0}{R} \quad (A2.49)$$

$$\hat{v}_0 = Z_{c2} \hat{i}_4 \quad (A2.50)$$

A ação do indutor  $L_R$  e do capacitor  $C_R$  foi desprezada já que estes elementos aparecem, respectivamente, em série com fontes de corrente e em paralelo com fontes de tensão ideais.

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (A2.37) a (A2.50) obtém-se o diagrama de blocos da Figura A2.8 a seguir:

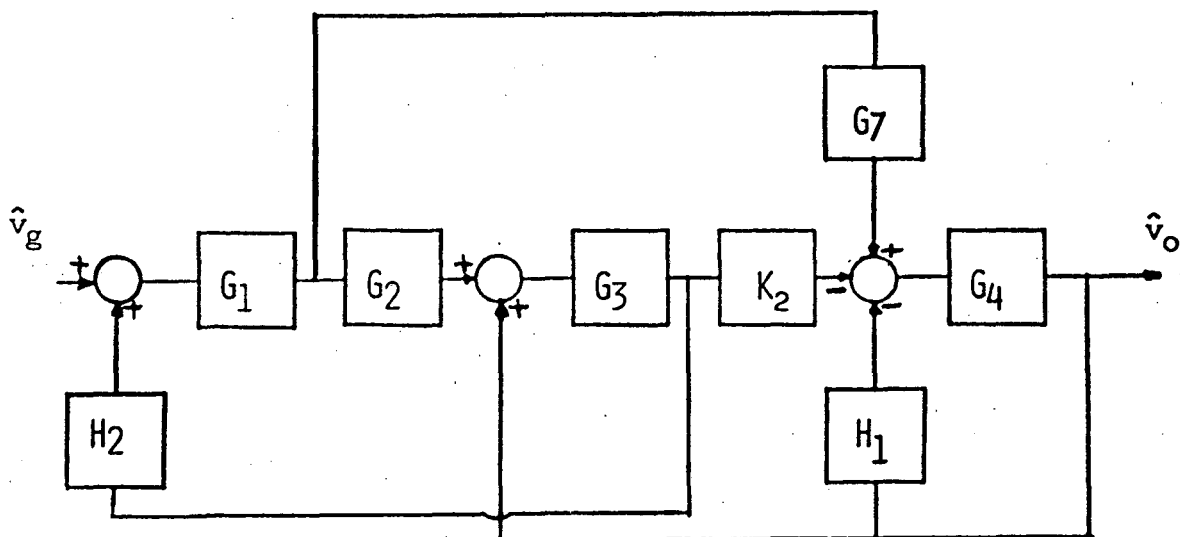


Fig. A2.8 - Diagrama de blocos representativo do comportamento ca do conversor Cuk QRC-PWM -  $f_s$  constante

Onde:

$$G_1 = \frac{1}{(sL_1 + R_{L1}) + (R_{s1} + \frac{1}{sC_1}) [(1 - h_{vv}) + h_{iv}(sL_1 + R_{L1})]} \quad (A2.51)$$

$$G_2 = h_{vv} (R_{s1} + \frac{1}{sC_1}) + (sL_2 + R_{L2}) [1 + h_{iv} (R_{s1} + \frac{1}{sC_1})] \quad (A2.52)$$

$$G_3 = \frac{1}{(sL_2 + R_{L2})(1 - h_{11}) - h_{v1}} \quad (A2.53)$$

$$G_4 = R_{s2} + \frac{1}{sC_2} \quad (A2.54)$$

$$G_5 = h_{vf} - (sL_1 + R_{L1})h_{if} \quad (A2.55)$$

$$G_6 = h_{vf} + (sL_2 + R_{L2})h_{if} \quad (A2.56)$$

$$G_7 = 1 + (R_{s1} + \frac{1}{sC_1}) h_{iv} \quad (A2.57)$$

$$H_1 = \frac{1}{R} \quad (A2.58)$$

$$H_2 = h_{vi} - (sL_1 + R_{L1})h_{ii} \quad (A2.59)$$

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura A2.8, obtém-se para o conversor Cuk PWM QRC:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{K_g (s + z_1)(s + z_2)}{b'_1 s^4 + b'_2 s^3 + b'_3 s^2 + b'_4 s + b'_5} \quad (A2.60)$$

Onde:

$$G_8 = h_{if}$$

$$G_9 = (1 - h_{ii})$$

$$K_g = R R_{s2} C_2 C'_2 \quad (A2.61)$$

$$C'_2 = R_{s1} C_1 [h_{iv} h_{vi} + h_{vv} (1 - h_{ii})] + C_1 h_{vi} \quad (A2.62)$$

$$z_1 = \frac{1}{R_{s2} C_2} \quad (A2.63)$$

$$z_2 = \left[ \frac{h_{iv} h_{vi} + (1 - h_{ii}) h_{vv}}{C'_2} \right] \quad (A2.64)$$

$$b'_1 = a_2 L_1 L_2 R_{s1} C_1 + a_3 L_1 L_2 + h_{iv} L_1 L_2 R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 + L_1 L_2 C_1 C_2 R_{s2} \quad (A2.65)$$

$$\begin{aligned} b'_2 = & a_2 \left[ L_1 L_2 + R_{s1} C_1 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) \right] + a_3 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) - h_{vi} C_1 C_2 L_2 R \\ & - a_6 L_1 + a_5 R_{s1} L_1 C_1 + a_7 R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 L_2 + a_1 R_{s1} C_1 L_2 + a_{10} R_{s2} C_2 L_1 \\ & + h_{iv} L_1 L_2 \left[ R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2 + R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) \right] - h_{vi} C_1 C_2 R_{s2} L_2 \\ & + C_1 \left[ L_1 L_2 + R_{s2} C_2 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) \right] + a_9 R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 L_1 \end{aligned} \quad (A2.66)$$

$$\begin{aligned} b'_3 = & a_1 (R_{s1} C_1 R_{L2} + L_2) + a_2 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1 + R_{s1} R_{s2} C_1 C_2) + a_3 R_{L1} R_{L2} - a_4 R_{s1} C_1 \\ & - a_6 R_{L1} + a_5 (R_{s1} C_1 R_{L1} + L_1) + a_7 \left[ R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 R_{L2} + L_2 (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) \right] \\ & + h_{iv} \left[ L_1 L_2 + (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) + R_{s1} R_{s2} R_{L1} R_{L2} C_1 C_2 \right] \\ & + a_8 R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 + a_9 \left[ R_{s1} R_{s2} C_1 C_2 R_{L1} + L_1 (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) \right] - h_{vi} R_{s2} C_2 R_{L2} \\ & + a_{10} (R_{s2} C_2 R_{L1} + L_1) - h_{vi} C_1 C_2 R_{L2} - h_{vi} C_1 (R_{s2} C_2 R_{L2} + L_2) \end{aligned} \quad (A2.67)$$

$$\begin{aligned} b'_4 = & a_1 R_{L2} + a_2 R_{L2} R_{L1} - a_4 + a_5 R_{L1} + a_7 \left[ R_{L2} (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) + L_2 \right] + C_1 R_{L1} R_{L2} \\ & + h_{iv} \left[ R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1 + R_{L1} R_{L2} (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) \right] + a_{10} R_{L1} - h_{vi} C_1 R \\ & + a_8 (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) + a_9 \left[ R_{L1} (R_{s1} C_1 + R_{s2} C_2) + L_1 \right] - h_{vi} C_1 R_{L2} \end{aligned} \quad (A2.68)$$

$$b'_5 = a_7 R_{L2} + h_{iv} R_{L1} R_{L2} + a_8 + a_9 R_{L1} \quad (A2.69)$$



$$a_1 = C_2 R (1 - h_{11}) (1 - h_{vv}) - h_{1v} h_{v1} C_2 R \quad (A2.70)$$

$$a_2 = h_{1v} C_2 R \quad (A2.71)$$

$$a_3 = C_1 C_2 R \quad (A2.72)$$

$$a_4 = h_{v1} C_2 R \quad (A2.73)$$

$$a_5 = h_{11} h_{vv} C_2 R - h_{1v} h_{v1} C_2 R \quad (A2.74)$$

$$a_6 = h_{v1} C_1 C_2 R \quad (A2.75)$$

$$a_7 = (1 - h_{11}) (1 - h_{vv}) - h_{v1} h_{1v} \quad (A2.76)$$

$$a_8 = (1 - h_{11}) (1 - h_{vv}) R - h_{vv} h_{v1} - h_{1v} h_{v1} R - h_{v1} (1 - h_{vv}) \quad (A2.77)$$

$$a_9 = h_{vv} h_{11} + h_{1v} h_{11} R + h_{1v} (1 - h_{11}) R - h_{1v} h_{v1} \quad (A2.78)$$

$$a_{10} = C_1 R - h_{v1} C_1 \quad (A2.79)$$

Para o Cuk QRC-PWM com chave bidirecional, basta substituir, nas expressões (A2.61) a (A2.79),  $h_{1v} = h_{v1} = 0$ .

## 2.2 - DETERMINAÇÃO DE $\frac{\hat{v}(s)}{\hat{f}_s(s)}$

Admitindo-se  $V_g, T_1, T_0$  constantes ( $\hat{v}_g, \hat{t}_1, \hat{t}_0 = 0$ ) da análise do

circuito da Figura A2.7(b) obtém-se:

$$\hat{i}_{in} = \hat{i}_1 + \hat{i}_a = \hat{i}_2 + \hat{i}_c \quad (A2.80)$$

$$\hat{i}_a = h_{iv} \hat{v}_{ap} + h_{ic} \hat{i}_c + h_{if} \hat{f}_s \quad (A2.81)$$

$$\hat{v}_{ap} = Z_{c1} \hat{i}_1 \quad (A2.82)$$

$$h_{vi} \hat{i}_c + h_{vv} \hat{v}_{ap} + h_{vf} \hat{f}_s + \hat{v}_0 = -Z_{L2} \hat{i}_2 \quad (A2.83)$$

De (A2.80) e (A2.81) obtém-se:

$$\hat{i}_1 + h_{iv} \hat{v}_{ap} = \hat{i}_2 + \hat{i}_c (1 - h_{ic}) - h_{if} \hat{f}_s \quad (A2.84)$$

De (A2.80), (A2.81) e (A2.82) obtém-se:

$$\hat{i}_2 = \hat{i}_1 (1 + h_{iv} Z_{c1}) - \hat{i}_c (1 - h_{ic}) + h_{if} \hat{f}_s \quad (A2.85)$$

De (A2.84) e (A2.85) obtém-se:

$$h_{vi} \hat{i}_c + h_{vv} Z_{c1} \hat{i}_1 + h_{if} \hat{f}_s + \hat{v}_0 = -Z_{L2} \hat{i}_2 \quad (A2.86)$$

De (A2.85) e (A2.86) obtém-se:

$$\hat{i}_1 [h_{vv} Z_{c1} + Z_{L2} (1 + h_{iv} Z_{c1})] + \hat{v}_0 = \hat{i}_c [Z_{L2} (1 - h_{ic}) - h_{vi}] + \hat{f}_s [h_{vf} + Z_{L2} h_{if}] \quad (A2.87)$$

Do circuito da Figura A2.7(b) obtém-se que:

$$h_{vi} \hat{i}_c + h_{vv} \hat{v}_{ap} + h_{vf} \hat{f}_s = Z_{c1} \hat{i}_1 + Z_{L1} \hat{i}_{in} \quad (A2.88)$$

De (A2.80) e (A2.81) obtém-se:

$$\hat{i}_{in} = \hat{i}_1 [1 + h_{1v} Z_{c1}] + h_{1i} \hat{i}_c + h_{1f} \hat{f}_s \quad (A2.89)$$

De (A2.88) e (A2.89) obtém-se:

$$\hat{i}_c (h_{vi} - Z_{L1} h_{1i}) + \hat{f}_s (h_{vf} - Z_{L1} h_{1f}) = \hat{i}_1 [Z_{L1} + Z_{c1} (1 - h_{vv}) + Z_{L1} h_{1v}] \quad (A2.90)$$

Do circuito da Figura A2.7(b), tem-se que:

$$\hat{i}_2 = \hat{i}_3 + \hat{i}_4 \quad (A2.91)$$

$$\hat{i}_3 = \frac{\hat{v}_0}{R} \quad (A2.92)$$

$$\hat{v}_0 = Z_{c2} \hat{i}_4 \quad (A2.93)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às expressões (A2.80) a

(A2.93), obtém-se o seguinte diagrama de blocos.

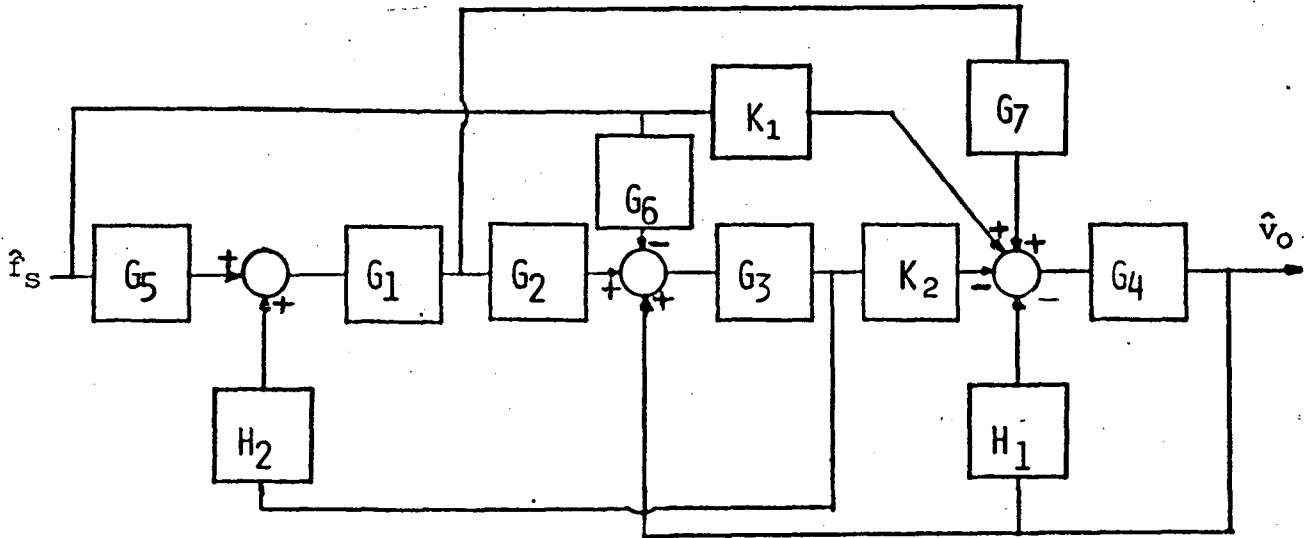


Fig. A2.9- Diagrama de blocos representativo do comportamento  
ca do conversor Cuk QRC-PWM -  $V_g$  constante

Resolvendo-se o diagrama de blocos da Figura A2.9, obtém-se para  
o conversor Cuk PWM QRC ZCS unidirecional:

$$\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{f}_s(s)} = \frac{k_f(s + z_1)(a'_1 s^2 + a'_2 s + a'_3)}{EC} \quad (A2.94)$$

Onde:

EC = Equação característica obtida para a expressão (A2.60).

$$z_1 = \frac{1}{R_{s2} C_2} \quad (\text{A2.95})$$

$$K_f = R_{s2} C_2 \quad (\text{A2.96})$$

$$a'_1 = h_{if} h_{ii} C_1 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) + m_2 R_{s1} C_1 L_1 - h_{vf} L_1 C_1 (1 - h_{ii})$$

$$- h_{vf} h_{ii} L_1 C_1 - h_{vf} h_{iv} h_{vi} R_{s1} C_1 L_1 - h_{if} h_{ii} C_1 (R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1) \quad (\text{A2.97})$$

$$a'_2 = m_1 R_{s1} C_1 + m_2 (R_{s1} C_1 R_{L1} + L_1) - h_{vf} C_1 R_{L1} (1 - h_{ii}) + R_{s1} C_1 R_{L1} \dot{R}_2$$

$$- h_{vf} h_{ii} C_1 R_{L1} + h_{vf} h_{iv} h_{vi} R_{s1} C_1 - h_{vf} h_{iv} h_{vi} (R_{s1} C_1 R_{L1} + L_1)$$

$$- h_{if} h_{ii} h_{iv} \left[ R_{s1} C_1 R_{L1} R_{L2} + R_{L1} L_2 + R_{L2} L_1 \right] \quad (\text{A2.98})$$

$$a'_3 = h_{vf} h_{iv} h_{vi} - h_{vf} h_{ii} h_{iv} r_{L1} + m_1 + m_2 r_{L1} \quad (\text{A2.99})$$

$$m_1 = - \left[ h_{vf} h_{iv} h_{vi} + h_{if} h_{vi} (1 - h_{ii}) + h_{vf} (1 - h_{ii}) (1 - h_{vv}) \right.$$

$$\left. + h_{vv} h_{if} h_{vi} + h_{vv} (1 - h_{ii}) \right] \quad (\text{A2.100})$$

$$m_2 = h_{vv} h_{if} (1 - h_{ii}) - h_{vf} h_{iv} (1 - h_{ii}) + h_{vv} h_{ii} h_{if} \quad (\text{A2.101})$$

Novamente, para o Cuk PWM-QRC com chave bidirecional, basta fazer  $h_{iv} = h_{vi} = 0$  nas expressões (A2.95) a (A2.101).

2.3 - DETERMINAÇÃO DE  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_i(s)}$ ,  $\frac{\hat{v}_0(s)}{\hat{t}_0(s)}$

Admitindo-se  $V_g$ ,  $F_s$ ,  $T_0$  constantes ( $\hat{V}_g$ ,  $\hat{f}_s$ ,  $\hat{t}_0 = 0$ ) e admitindo-se  $V_g$ ,  $F_s$ ,  $T_i$  constantes, da análise da Figura A2.7(b) obtém-se os diagramas de blocos semelhantes àquele da Figura A2.9, diferindo apenas quanto aos parâmetros  $h_{if}$  e  $h_{vf}$  que devem ser substituídos por  $h_{it_i}$  e  $h_{vt_i}$  para a entrada  $\hat{t}_i$  e por  $h_{if_0}$  e  $h_{vt_0}$  para a entrada  $\hat{t}_0$ .

### A N E X O 3

Neste anexo serão analisados os conversores Boost, Buck-Boost, Cuk, Sepic e Zeta, no sentido de se obter seus modelos para análise ca sob perturbações de grande amplitude, complementando o trabalho desenvolvido no capítulo 5.

#### CONVERSOR BOOST PWM

Através da análise do conversor Boost PWM ilustrado na Figura A3.1, admitindo-se componentes passivos e ativos ideais, obtém-se as seguintes relações:

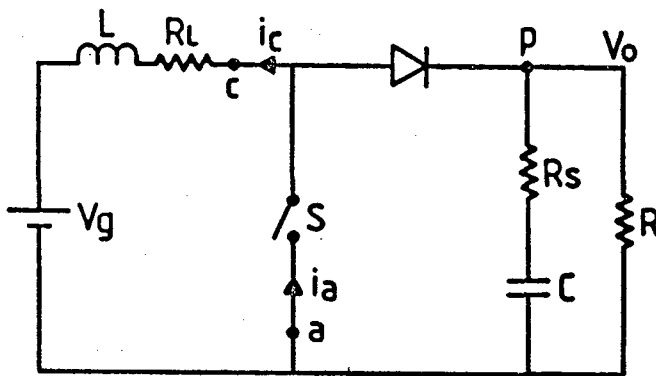


Figura A3.3 - Conversor Boost PWM

$$v_g(t) = L \frac{d[i_L(t)]}{dt} + v_{ca}(t) \quad (A3.1)$$

Procedendo-se à análise do circuito do conversor e utilizando-se as propriedades invariantes da célula de comutação, pode-se escrever as relações a seguir:

$$v_{ca}(t) = [1 - d(t)] v_o(t) \quad (A3.2)$$

Substituindo (A3.2) em (A3.1), obtém-se:

$$\frac{v_g(t)}{[1 - d(t)]} = \frac{L}{[1 - d(t)]} \frac{d[i_L(t)]}{dt} + v_o(t) \quad (A3.3)$$

Um circuito representativo da expressão (A3.3) não pode ser obtido diretamente pois relaciona o novo indutor equivalente ( $L_{eq}$ ) com a corrente no indutor do circuito do conversor. Para resolver esta questão, através do princípio da conservação da energia nos elementos do circuito do conversor, pode-se estabelecer as relações a seguir:

$$L_{eq}(t) i_{Leq}^2(t) = L i_L^2(t) \quad (A3.4)$$

Definindo:

$$i_{Leq}(t) = [1 - d(t)] i_L(t) \quad (A3.5)$$



Substituindo (A3.5) em (A3.4), obtém-se:

$$L_{eq}(t) = \frac{L}{[1 - d(t)]^2} \quad (A3.6)$$

Finalmente, derivando (A3.5) obtém-se:

$$\frac{d[i_L(t)]}{dt} = \frac{1}{[1 - d(t)]} \left[ \frac{d[i_{Leq}(t)]}{dt} + i_L(t) \frac{d[d(t)]}{dt} \right] \quad (A3.7)$$

Substituindo (A3.7) em (A3.1), obtém-se :

$$\frac{v_g(t)}{[1 - d(t)]} = \frac{L}{[1 - d(t)]^2} \frac{d[i_{Leq}(t)]}{dt} + \frac{L}{[1 - d(t)]^2} i_L(t) \frac{d[d(t)]}{dt} + v_o(t) \quad (A3.8)$$

A expressão (A3.8) pode ser reescrita como segue:

$$v_{g1}(t) = L_{eq}(t) \frac{d[i_{Leq}(t)]}{dt} + v_1(t) + v_o(t) \quad (A3.9)$$

Onde:

$$v_{g1}(t) = \frac{v_g}{[1 - d(t)]} \quad (A3.10)$$

$$; L_{eq}(t) = \frac{L}{[1 - d(t)]^2} \quad (A3.11)$$

$$v_1(t) = L_{eq}(t) \frac{i_{L_{eq}}(t)}{[1 - d(t)]} \frac{d[d(t)]}{dt} \quad (A3.12)$$

Pela inspeção da expressão (A3.8) o modelo cc e ca de circuito equivalente ilustrado pela Figura A3.2 é obtido.

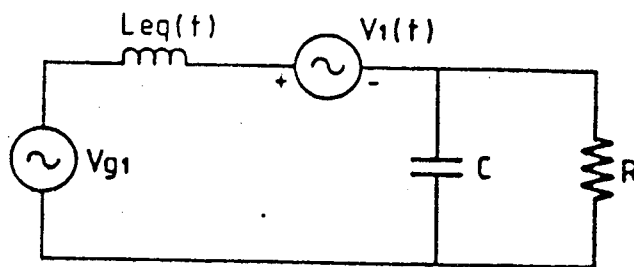


Figura A3.2 - Conversor Boost PWM: Modelo de circuito cc e ca para pequenas e grandes perturbações moduladas em frequência muito abaixo da frequência de chaveamento.

A análise desenvolvida e que resultou nas expressões de (A3.1) a (A3.12) foi apoiada na hipótese de que os componentes ativos e passivos são ideais. Se se desejar incluir os efeitos dos elementos parasitas presentes nestes componentes, basta incluí-los no circuito equivalente obtido, da mesma forma descrita na análise do conversor Buck PWM, no

capítulo 5.

Para proceder à análise ca para pequenas perturbações utilizando-se o modelo do circuito do conversor Boost PWM ilustrado na Figura A3.2, basta fazer  $d(t) = D + \hat{d}$  ( $v_g = V_g = \text{constante}$ ) e desenvolver as equações do circuito desprezando-se os termos de ordem superior a um(1). Desta forma obtém-se a Função de Transferência em malha aberta entre a tensão de saída ( $v_o$ ) e a variação da razão cíclica ( $\hat{d}$ ), linearizado na condição de operação dada por  $d(t) = D$ . Repetindo-se este procedimento para  $d(t) = D = \text{constante}$ , obtém-se a Função de Transferência em malha aberta para a variável  $\hat{v}_g$ .

Procedendo-se da forma descrita acima, obtém-se as Funções de Transferência em malha aberta idênticas àquelas obtidas no capítulo 2.

#### CONVERSOR BUCK-BOOST PWM

Através da análise do conversor Buck-Boost PWM ilustrado na Figura A3.3, admitindo-se componentes passivos e ativos ideais, obtém-se as seguintes relações:

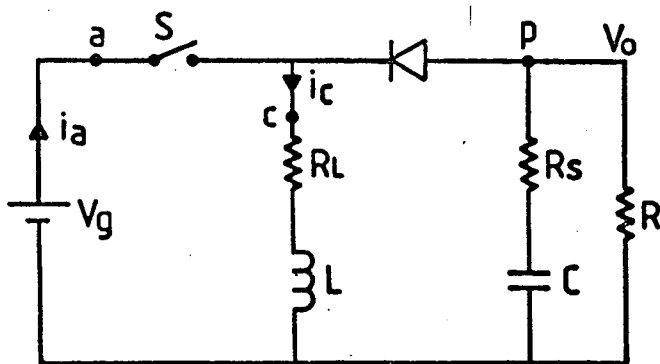


Figura A3.5 - Conversor Buck-Boost PWM

$$v_g(t) = L \frac{d[i_L(t)]}{dt} + v_{ac}(t) \quad (A3.13)$$

Procedendo-se a análise do circuito do conversor e utilizando-se as propriedades invariantes da célula de comutação, pode-se escrever as relações a seguir:

$$v_{ac}(t) = [1 - d(t)] [v_o(t) + v_g(t)] \quad (A3.14)$$

Substituindo (A3.14) em (A3.13), obtém-se:

$$\frac{v_g(t) d(t)}{[1 - d(t)]} = \frac{L}{[1 - d(t)]} \frac{d[i_L(t)]}{dt} + v_o(t) \quad (A3.15)$$

Um circuito representativo da expressão (A3.15) não pode ser obtido diretamente pois relaciona um novo indutor equivalente ( $L_{eq}$ ) com a corrente no indutor do circuito do conversor. Para resolver esta questão, através do princípio da conservação da energia nos elementos do circuito do conversor, pode-se estabelecer as relações a seguir:

$$L_{eq}(t) i_{Leq}^2(t) = L i_L^2(t) \quad (A3.16)$$

Definindo:

$$i_{Leq}(t) = [1 - d(t)] i_L(t) \quad (A3.17)$$

Substituindo (A3.17) em (A3.16), obtém-se:

$$L_{eq}(t) = \frac{L}{[1 - d(t)]^2} \quad (A3.18)$$

Finalmente, derivando (A3.17) obtém-se:

$$\frac{d[i_L(t)]}{dt} = \frac{1}{[1 - d(t)]} \left[ \frac{d[i_{Leq}(t)]}{dt} + i_L(t) \frac{d[d(t)]}{dt} \right] \quad (A3.19)$$

Substituindo (A3.19) em (A3.13), obtém-se :

$$\frac{v_g(t) d(t)}{[1 - d(t)]} = \frac{L}{[1 - d(t)]^2} \frac{d[i_{Leq}(t)]}{dt} + \frac{L}{[1 - d(t)]^2} i_L(t) \frac{d[d(t)]}{dt} + v_o(t) \quad (A3.20)$$

A expressão (A3.25) pode ser reescrita como segue:

$$v_{g1}(t) = L_{eq}(t) \frac{d[i_{Leq}(t)]}{dt} + v_1(t) + v_o(t) \quad (A3.21)$$

Onde:

$$v_{g1}(t) = \frac{V_g d(t)}{[1 - d(t)]} \quad (A3.22)$$

$$; L_{eq}(t) = \frac{L}{[1 - d(t)]^2} \quad (A3.23)$$

$$v_1(t) = L_{eq}(t) \frac{i_{L_{eq}}(t)}{[1 - d(t)]} \frac{d[d(t)]}{dt} \quad (A3.24)$$

Pela inspeção da expressão (A3.20) o modelo cc e ca de circuito equivalente ilustrado pela Figura A3.4 é obtido.

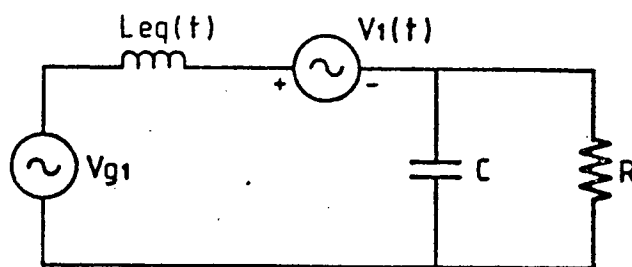


Figura A3.4 - Conversor Buck-Boost PWM: Modelo de circuito cc e ca para pequenas e grandes perturbações moduladas em frequência muito abaixo da frequência de chaveamento.

Se se desejar desenvolver a análise ca para pequenas perturbações, basta repetir o procedimento descrito nos parágrafos anteriores.

## CONVERSOR CUK

Através da análise do conversor Cuk PWM ilustrado na Figura A3.5, admitindo-se componentes passivos e ativos ideais, obtém-se as seguintes relações:

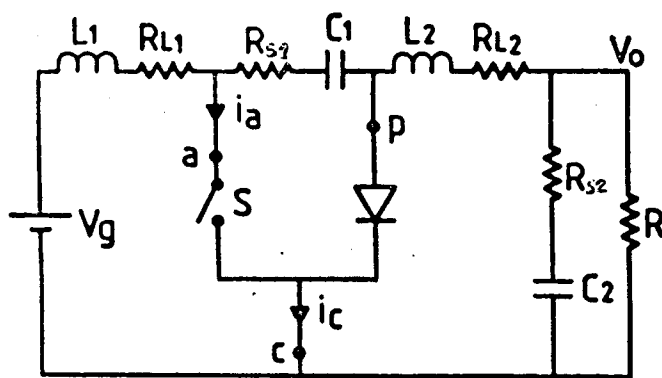


Figura A3.7 - Conversor Cuk PWM

$$v_g(t) = L_1 \frac{d[i_1(t)]}{dt} + v_{ac}(t) \quad (A3.25)$$

Procedendo-se à análise do circuito do conversor e utilizando-se as propriedades invariantes da célula de comutação, pode-se escrever as relações a seguir:

$$v_{ac}(t) = [1 - d(t)] v_{ap}(t) = [1 - d(t)] v_{c1}(t) \quad (A3.26)$$

Substituindo (A3.26) em (A3.25), resulta:

$$\frac{v_g(t)}{[1 - d(t)]} = \frac{L_1}{[1 - d(t)]} \frac{d[i_1(t)]}{dt} + v_{c1}(t) \quad (A3.27)$$

Se se comparar a expressão (A3.27) com a expressão (A3.3) obtida através da análise do conversor Boost PWM, pode-se dizer que a expressão (A3.27) representa o estágio Boost do conversor Cuk. Este estágio, tem como saída, a tensão  $v_{c1}(t)$  nos terminais do capacitor de filtro  $C_1$ , responsável pelo acoplamento entre os estágios de entrada e de saída do conversor Cuk.

Um circuito equivalente para este estágio, representado pela expressão (A3.27), não pode ser obtido diretamente pois relaciona um novo indutor equivalente ( $L_{1eq}$ ) com a corrente no indutor do circuito do conversor. Para resolver esta questão, através do princípio da conservação da energia nos elementos do circuito do conversor, pode-se estabelecer as relações a seguir:

$$L_{1eq}(t) i_{1eq}^2(t) = L_1 i_1^2(t) \quad (A3.28)$$

Definindo:

$$i_{1eq}(t) = [1 - d(t)] i_1(t) \quad (A3.29)$$

Substituindo (A3.29) em (A3.28), obtém-se:



$$L_{1eq}(t) = \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} \quad (A3.30)$$

Finalmente, derivando (A3.29) obtém-se:

$$\frac{d[i_1(t)]}{dt} = \frac{1}{[1 - d(t)]} \left[ \frac{d[i_{1eq}(t)]}{dt} + i_1(t) \frac{d[d(t)]}{dt} \right] \quad (A3.31)$$

Substituindo (A3.31) em (A3.27), obtém-se :

$$\frac{v_g(t)}{[1 - d(t)]} = \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} \frac{d[i_{1eq}(t)]}{dt} + \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} i_1(t) \frac{d[d(t)]}{dt} + v_{c1}(t) \quad (A3.32)$$

A expressão (A3.32) pode ser reescrita como segue:

$$v_{g1}(t) = L_{1eq}(t) \frac{d[i_{1eq}(t)]}{dt} + v_1(t) + v_{c1}(t) \quad (A3.33)$$

Onde:

$$v_{g1}(t) = \frac{V_g}{[1 - d(t)]} \quad (A3.34)$$

$$L_{1eq}(t) = \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} \quad (A3.35)$$

$$v_1(t) = L_{1eq}(t) \frac{i_{1eq}(t)}{[1 - d(t)]} \frac{d[d(t)]}{dt} \quad (A3.36)$$

Pela inspeção da expressão (A3.32) o modelo cc e ca de circuito equivalente ilustrado pela Figura A3.6 é obtido.

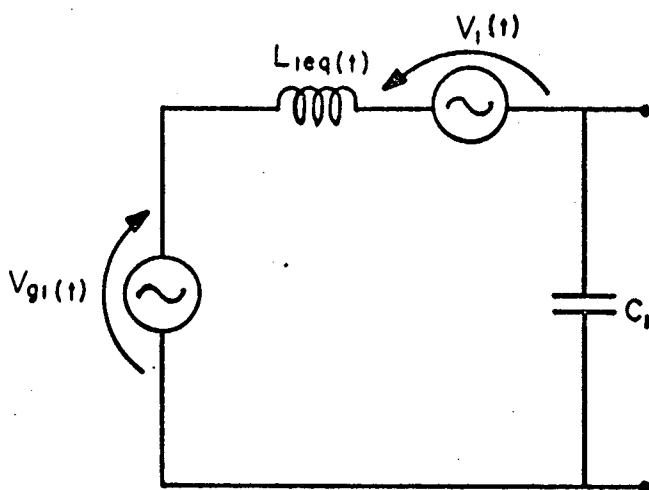


Figura A3.6 - Estágio de entrada do conversor Cuk PWM: Modelo de circuito cc e ca para pequenas e grandes perturbações moduladas em frequência muito abaixo da frequência de chaveamento.

Para se obter o modelo de circuito equivalente para o estágio de saída, é necessário estabelecer uma relação entre a tensão nos terminais do capacitor de filtro  $C_1$  [ $v_{C_1}(t)$ ] e a tensão de saída [ $v_o(t)$ ]. Esta relação pode ser obtida através da análise do circuito do conversor, da

qual extraem-se as seguintes expressões:

$$v_{c1}(t) = \frac{1}{d(t)} \left[ L_2 \frac{d[i_2(t)]}{dt} + v_o(t) \right] \quad (A3.37)$$

Definindo  $i_2(t)$  e utilizando-se o princípio da conservação de energia, tal como nos parágrafos anteriores, pode-se escrever:

$$i_{2eq}(t) = d(t) i_2(t) \quad (A3.38) \quad L_{2eq} = \frac{L_2}{[d(t)]^2} \quad (A3.39)$$

Derivando (A3.38) obtém-se:

$$\frac{d[i_2(t)]}{dt} = \frac{1}{d(t)} \left[ \frac{d[i_{2eq}(t)]}{dt} - i_2(t) \frac{d[d(t)]}{dt} \right] \quad (A3.40)$$

Substituindo (A3.40) em (A3.37), obtém-se :

$$v_{c1}(t) = \frac{L_2}{[d(t)]^2} \frac{d[i_{2eq}(t)]}{dt} - \frac{L_2}{[d(t)]^2} i_2(t) \frac{d[d(t)]}{dt} + \frac{v_o(t)}{d(t)} \quad (A3.41)$$

A expressão (A3.41) pode ser re-escrita como segue:

$$V_{c1}(t) = L_{2eq}(t) \frac{d[i_{2eq}(t)]}{dt} + v_2(t) + \frac{v_o(t)}{d(t)} \quad (A3.42)$$

Onde:

$$L_{2eq}(t) = \frac{L_2}{[d(t)]^2} \quad (A3.43)$$

$$V_2(t) = -L_{2eq}(t) \frac{i_{2eq}(t)}{d(t)} \frac{d[d(t)]}{dt} \quad (A3.44)$$

O modelo de circuito do conversor Cuk PWM, obtido pela inspeção das expressões (A3.32) e (A3.42), está ilustrado pela Figura A3.7. Entretanto, para que o modelo seja capaz de preservar a energia no capacitor  $C_2$  e na resistência  $R$  de saída do conversor, deve-se proceder a análise a seguir, na qual obtém-se o capacitor e resistência equivalentes de saída.

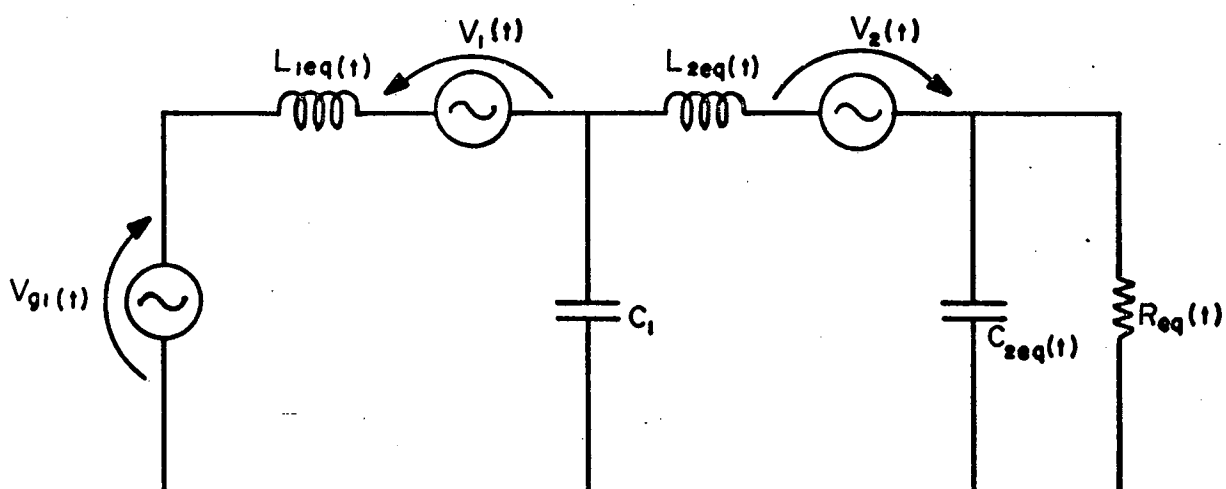


Figura A3.7 - Conversor Cuk: Modelo de circuito cc e ca para pequenas e grandes perturbações moduladas em frequência muito abaixo da frequência de chaveamento.

Do circuito do conversor Cuk PWM dado pela Figura A3.5, obtém-se:

$$i_{C_1}(t) = [1 - d(t)] i_1(t) - d(t) i_2(t) \quad (A3.45)$$

Do modelo ilustrado pela Figura A3.7 obtém-se:

$$i_{C_1}(t) = i_{1eq}(t) - i_{2eq}(t) \quad (A3.46)$$

De (A3.29), (A3.38), e (A3.46) obtém-se:

$$i_{C_1}(t) = [1 - d(t)] i_1(t) - d(t) i_2(t) \quad (A3.47)$$

Como as expressões (A3.45) e (A3.47) são idênticas, então o capacitor  $C_1$ , que aparece no circuito do modelo desenvolvido, fica preservado no seu valor original utilizado no circuito do conversor. Entretanto, no conversor, a tensão de saída aplicada à carga é  $v_o(t)$ , enquanto que no modelo de circuito obtido é  $v_o(t) / d(t)$ . No sentido de preservar a lei de conservação da energia, o capacitor de saída  $C_{2eq}$  e a carga  $R_{eq}$ , presentes no modelo de circuito ilustrado na Figura A3.7, são recalculados a seguir:

Para que o capacitor  $C_{2eq}$  preserve a energia do capacitor  $C_2$  de filtro do conversor, a seguinte relação deve ser respeitada:

$$C_2 [v_o(t)]^2 = C_{2eq} \frac{[v_o(t)]^2}{[d(t)]^2} \quad (A3.48)$$

Resolvendo (A3.48), obtém-se:

$$C_{2eq} = C_2 [d(t)]^2 \quad (A3.49)$$

Da mesma forma, para a carga R pode-se escrever a seguinte relação:

$$R_{eq} = \frac{R}{[d(t)]^2} \quad (A3.50)$$

Se se desejar desenvolver a análise ca para pequenas perturbações, utilizando-se o modelo apresentado na Figura A3.7, basta repetir o procedimento descrito nos parágrafos anteriores.

#### CONVERSOR ZETA PWM

Através da análise do conversor Zeta PWM ilustrado na Figura A3.8, admitindo-se componentes passivos e ativos ideais, obtém-se as seguintes relações:

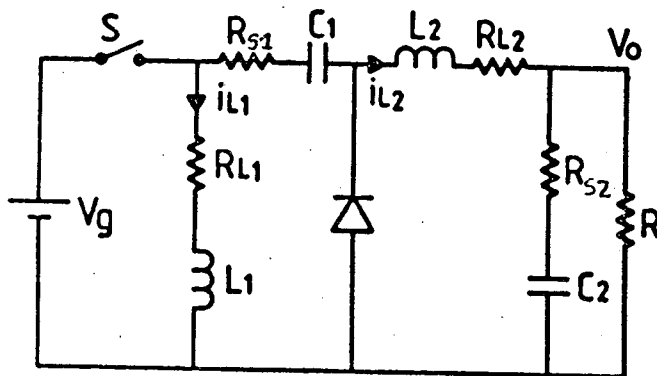


Figura A3.8 - Conversor Zeta PWM

$$v_g(t) = L_1 \frac{d[i_1(t)]}{dt} + v_{ac}(t) \quad (A3.51)$$

Procedendo-se à análise do circuito do conversor e utilizando-se as propriedades invariantes da célula de comutação, pode-se escrever as relações a seguir:

$$v_{ca}(t) = [1 - d(t)] v_{ap}(t) = [1 - d(t)] [v_{c1}(t) + v_g(t)] \quad (A3.52)$$

Substituindo (A3.52) em (A3.51), resulta:

$$\frac{v_g(t) d(t)}{[1 - d(t)]} = \frac{L_1}{[1 - d(t)]} \frac{d[i_1(t)]}{dt} + v_{c1}(t) \quad (A3.53)$$

Se se comparar a expressão (A3.53) com a expressão (A3.20) obtida através da análise do conversor Buck-Boost PWM, pode-se dizer que a expressão (A3.53) representa o estágio Buck-Boost do conversor Zeta. Este estágio, tem como saída, a tensão  $v_{c1}(t)$  nos terminais do capacitor de filtro  $C_1$ , responsável pelo acoplamento entre os estágios de entrada e de saída do conversor Zeta.

Um circuito equivalente para este estágio, representado pela expressão (A3.53), não pode ser obtido diretamente pois relaciona um novo indutor equivalente ( $L_{1eq}$ ) com a corrente no indutor do circuito do conversor. Para resolver esta questão, através do princípio da conservação da energia nos elementos do circuito do conversor, pode-se estabelecer as relações a seguir:

$$L_{1eq}(t) i_{1eq}^2(t) = L_1 i_1^2(t) \quad (A3.54)$$

Definindo:

$$i_{1eq}(t) = [1 - d(t)] i_1(t) \quad (A3.55)$$

Substituindo (A3.55) em (A3.54), obtém-se:

$$L_{1eq}(t) = \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} \quad (A3.56)$$

Finalmente, derivando (A3.55) obtém-se:

$$\frac{d[i_1(t)]}{dt} = \frac{1}{[1 - d(t)]} \left[ \frac{d[i_{1eq}(t)]}{dt} + i_1(t) \frac{d[d(t)]}{dt} \right] \quad (A3.57)$$

Substituindo (A3.57) em (A3.53), obtém-se :

$$\frac{v_g(t) d(t)}{[1 - d(t)]} = \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} \frac{d[i_{1eq}(t)]}{dt} + \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} i_1(t) \frac{d[d(t)]}{dt} + v_{c1}(t) \quad (A3.58)$$

A expressão (A3.58) pode ser reescrita como segue:

$$V_{g1}(t) = L_{1eq}(t) \frac{d[i_{1eq}(t)]}{dt} + v_1(t) + v_{c1}(t) \quad (A3.59)$$



Onde:

$$V_{g1}(t) = \frac{V_g d(t)}{[1 - d(t)]} \quad (\text{A3.60})$$

$$L_{1eq}(t) = \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} \quad (\text{A3.61})$$

$$V_1(t) = L_{1eq}(t) \frac{i_{1eq}(t)}{[1 - d(t)]} \frac{d[d(t)]}{dt} \quad (\text{A3.62})$$

Pela inspeção da expressão (A3.58) o modelo cc e ca de circuito equivalente ilustrado pela Figura A3.9 é obtido.

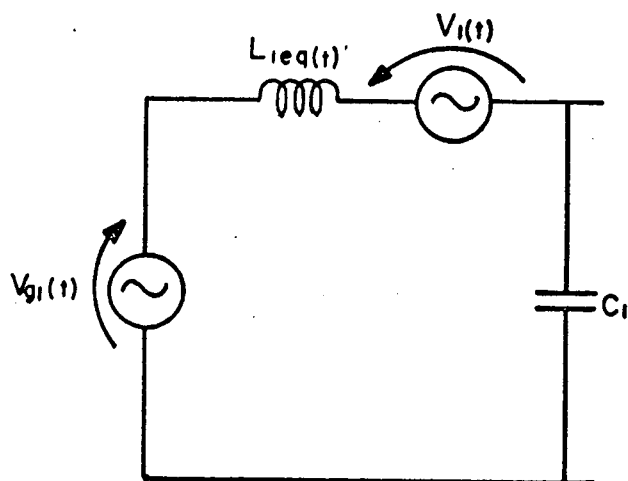


Figura A3.9 - Estágio de entrada do conversor Zeta PWM: Modelo de circuito cc e ca para pequenas e grandes perturbações moduladas em frequência muito abaixo da frequência de chaveamento.

Para se obter o modelo de circuito equivalente para o estágio de saída, é necessário estabelecer uma relação entre a tensão nos terminais do capacitor de filtro  $C_1$  ( $v_{c_1}$ ) e a tensão de saída ( $v_o$ ). Esta relação pode ser obtida através da análise do circuito do conversor, da qual extraem-se as seguintes expressões:

$$v_{c_1}(t) + v_g(t) = \frac{1}{d(t)} \left[ L_2 \frac{d[i_2(t)]}{dt} + v_o(t) \right] \quad (\text{A3.63})$$

Definindo  $i_2(t)$  e utilizando-se o princípio da conservação de energia, tal como nos parágrafos anteriores, pode-se escrever:

$$i_{2eq}(t) = d(t) i_2(t) \quad (\text{A3.64}) \quad L_{2eq} = \frac{L_2}{[d(t)]^2} \quad (\text{A3.65})$$

Derivando (A3.64) obtém-se:

$$\frac{d[i_2(t)]}{dt} = \frac{1}{d(t)} \left[ \frac{d[i_{2eq}(t)]}{dt} - i_2(t) \frac{d[d(t)]}{dt} \right] \quad (\text{A3.66})$$

Substituindo (A3.66) em (A3.63), obtém-se :

$$v_{c_1}(t) + v_g(t) = \frac{L_2}{[d(t)]^2} \frac{d[i_{2eq}(t)]}{dt} - \frac{L_2}{[d(t)]^2} i_2(t) \frac{d[d(t)]}{dt} + \frac{v_o(t)}{d(t)} \quad (\text{A3.67})$$

A expressão (A3.67) pode ser reescrita como segue:

$$V_{C1}(t) + v_g(t) = L_{2eq}(t) \frac{d[i_{2eq}(t)]}{dt} + v_2(t) + \frac{v_o(t)}{d(t)} \quad (A3.68)$$

Onde:

$$L_{2eq}(t) = \frac{L_2}{[d(t)]^2} \quad (A3.69)$$

$$V_2(t) = -L_{2eq}(t) \frac{i_{2eq}(t)}{d(t)} \frac{d[d(t)]}{dt} \quad (A3.70)$$

O modelo de circuito do conversor Zeta PWM, obtido pela inspeção das expressões (A3.59) e (A3.58), está ilustrado pela Figura A3.10. Entretanto, para que o modelo seja capaz de preservar a energia no capacitor  $C_2$  e na resistência  $R$  de saída, deve-se proceder à análise a seguir, na qual obtém-se o capacitor e a resistência equivalentes de saída.

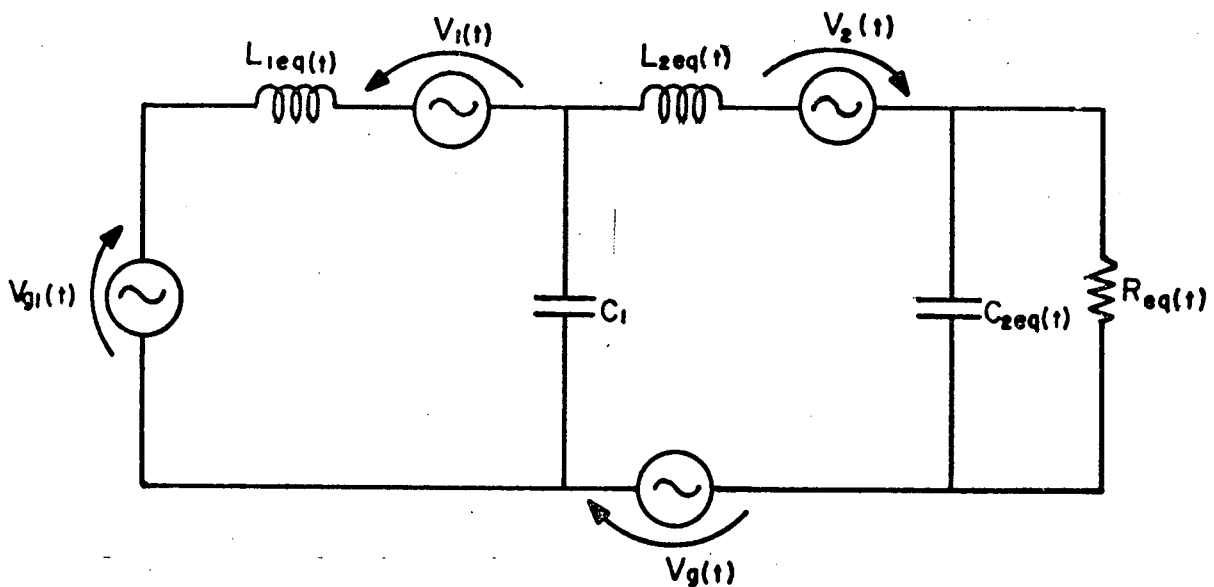


Figura A3.10- Conversor Zeta: Modelo de circuito cc e ca para pequenas e grandes perturbações moduladas em frequência muito abaixo da frequência de chaveamento.

Do circuito do conversor Zeta PWM dado pela Figura A3.8, obtém-se:

$$i_{C_1}(t) = [1 - d(t)] i_1(t) - d(t) i_2(t) \quad (A3.71)$$

Do modelo ilustrado pela Figura A3.10 obtém-se:

$$i_{C_1}(t) = i_{1eq}(t) - i_{2eq}(t) \quad (A3.72)$$

De (A3.55), (A3.64), e (A3.72) obtém-se:

$$i_{C_1}(t) = [1 - d(t)] i_1(t) - d(t) i_2(t) \quad (A3.73)$$

Como as expressões (A3.71) e (A3.73) são idênticas, então o capacitor  $C_1$ , que aparece no circuito do modelo desenvolvido, fica preservado no seu valor original utilizado no circuito do conversor. Entretanto, no conversor, a tensão de saída aplicada à carga é  $v_o(t)$ , enquanto que no modelo de circuito obtido é  $v_o(t) / d(t)$ . No sentido de preservar a lei de conservação da energia, o capacitor de saída  $C_{2eq}$  e a carga  $R_{eq}$ , presentes no modelo de circuito ilustrado na Figura A3.10, são recalculados a seguir:

Para que o capacitor  $C_{2eq}$  preserve a energia do capacitor  $C_2$  de filtro do conversor, a seguinte relação deve ser respeitada:

$$C_2 [v_o(t)]^2 = C_{2eq} \frac{[v_o(t)]^2}{[d(t)]^2} \quad (A3.74)$$

Resolvendo (A3.74), obtém-se:

$$C_{2eq} = C_2 [d(t)]^2 \quad (A3.75)$$

Da mesma forma, para a carga R pode-se escrever a seguinte relação:

$$R_{eq} = \frac{R}{[d(t)]^2} \quad (A3.76)$$

Se se desejar desenvolver a análise ca para pequenas perturbações, utilizando-se o modelo apresentado na Figura A3.10, basta repetir o procedimento descrito nos parágrafos anteriores.

#### CONVERSOR SEPIC PWM

Através da análise do conversor Sepic PWM ilustrado na Figura A3.11, admitindo-se componentes passivos e ativos ideais, obtém-se as seguintes relações:

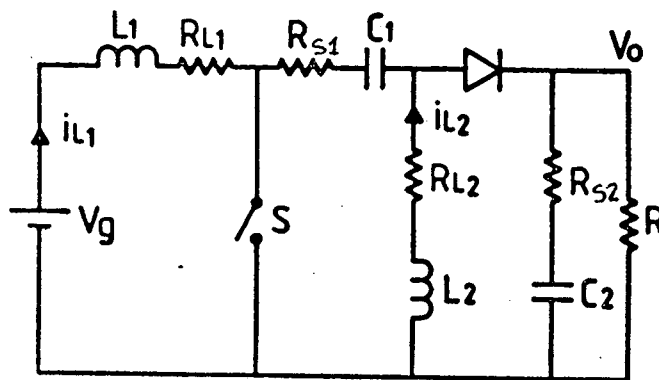


Figura A3.11 - Conversor Sepic PWM

$$v_g(t) = L_1 \frac{d[i_1(t)]}{dt} + v_{ac}(t) \quad (A3.77)$$

Procedendo-se à análise do circuito do conversor e utilizando-se as propriedades invariantes da célula de comutação, pode-se escrever as relações a seguir:

$$v_{ac}(t) = [1 - d(t)] v_{ap}(t) = [1 - d(t)] [v_{c1}(t) + v_o(t)] \quad (A3.78)$$

Substituindo (A3.78) em (A3.77), resulta:

$$\frac{v_g(t)}{[1 - d(t)]} = \frac{L_1}{[1 - d(t)]} \frac{d[i_1(t)]}{dt} + v_{c1}(t) + v_o(t) \quad (A3.79)$$

A expressão (A3.84) representa o estágio de entrada do conversor Sepic. Este estágio, tem como saída, a tensão  $v_{c1}(t)$  nos terminais do capacitor de filtro  $C_1$ , associada à tensão  $v_o(t)$  do filtro de saída ( $R//C_2$ ), responsáveis pelo acoplamento entre os estágios de entrada e de saída do conversor Sepic.

Um circuito equivalente para este estágio, representado pela expressão (A3.79), não pode ser obtido diretamente pois relaciona um novo indutor equivalente ( $L_{1eq}$ ) com a corrente no indutor do circuito do conversor. Para resolver esta questão, através do princípio da conservação da energia nos elementos do circuito do conversor, pode-se estabelecer as relações a seguir:

$$L_{1eq}(t) i_{1eq}^2(t) = L_1 i_1^2(t) \quad (A3.80)$$

Definindo:

$$i_{1eq}(t) = [1 - d(t)] i_1(t) \quad (A3.81)$$

Substituindo (A3.81) em (A3.84), obtém-se:

$$L_{1eq}(t) = \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} \quad (A3.82)$$

Finalmente, derivando (A3.81) obtém-se:

$$\frac{d[i_1(t)]}{dt} = \frac{1}{[1 - d(t)]} \left[ \frac{d[i_{1eq}(t)]}{dt} + i_1(t) \frac{d[d(t)]}{dt} \right] \quad (A3.83)$$

Substituindo (A3.83) em (A3.79), obtém-se :

$$\frac{V_g(t)}{[1 - d(t)]} = \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} \frac{d[i_{1eq}(t)]}{dt} + \frac{L_1}{[1 - d(t)]^2} i_1(t) \frac{d[d(t)]}{dt} + v_{c1}(t) + v_o(t) \quad (A3.84)$$

A expressão (A3.84) pode ser reescrita como segue:

$$V_{g1}(t) = L_{1eq}(t) \frac{d[i_{1eq}(t)]}{dt} + v_1(t) + v_{c1}(t) + v_o(t) \quad (A3.85)$$

Onde:

$$V_{g1}(t) = \frac{V_g(t)}{[1-d(t)]} \quad (A3.86)$$

$$L_{1eq}(t) = \frac{L_1}{[1-d(t)]^2} \quad (A3.87)$$

$$V_1(t) = L_{1eq}(t) \frac{i_{1eq}(t)}{[1-d(t)]} \frac{d[d(t)]}{dt} \quad (A3.88)$$

Pela inspeção da expressão (A3.85) o modelo cc e ca de circuito equivalente ilustrado pela Figura A3.12 é obtido.

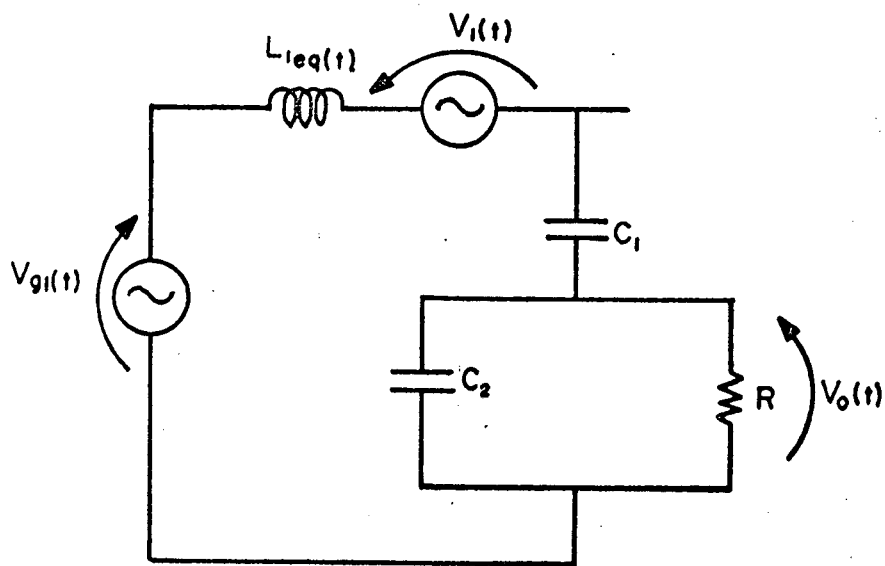


Figura A3.12 - Estágio de entrada do conversor Sepic PWM: Modelo de circuito cc e ca para pequenas e grandes perturbações moduladas em frequência muito abaixo da frequência de chaveamento.



Para se obter o modelo de circuito equivalente para o estágio de saída, é necessário estabelecer uma relação entre a tensão nos terminais do capacitor de filtro  $C_1$  ( $v_{c1}$ ) e a tensão de saída ( $v_o$ ). Esta relação pode ser obtida através da análise do circuito do conversor, da qual extraem-se as seguintes expressões:

$$v_{c1}(t) = \frac{1}{d(t)} L_2 \frac{d[i_2(t)]}{dt} + v_o(t) \left[ \frac{1-d(t)}{d(t)} \right] \quad (A3.89)$$

Definindo  $i_{2eq}(t)$  e utilizando-se o princípio da conservação de energia, tal como nos parágrafos anteriores, pode-se escrever:

$$i_{2eq}(t) = d(t) i_2(t) \quad (A3.90) \quad L_{2eq} = \frac{L_2}{[d(t)]^2} \quad (A3.91)$$

Derivando (A3.90) obtém-se:

$$\frac{d[i_2(t)]}{dt} = \frac{1}{d(t)} \left[ \frac{d[i_{2eq}(t)]}{dt} - i_2(t) \frac{d[d(t)]}{dt} \right] \quad (A3.92)$$

Substituindo (A3.92) em (A3.89), obtém-se :

$$v_{c1}(t) = \frac{L_2}{[d(t)]^2} \frac{d[i_{2eq}(t)]}{dt} - \frac{L_2}{[d(t)]^2} i_2(t) \frac{d[d(t)]}{dt} + v_o(t) \left[ \frac{1-d(t)}{d(t)} \right] \quad (A3.93)$$

A expressão (A3.93) pode ser reescrita como segue:

$$V_{c1}(t) = L_{2eq}(t) \frac{d[i_{2eq}(t)]}{dt} + v_2(t) + v_3(t) \quad (A3.94)$$

Onde:

$$L_{2eq}(t) = \frac{L_2}{[d(t)]^2} \quad (A3.95)$$

$$V_2(t) = -L_{2eq}(t) \frac{i_{2eq}(t)}{d(t)} \frac{d[d(t)]}{dt}; \quad v_3(t) = v_o(t) \left[ \frac{1-d(t)}{d(t)} \right] \quad (A3.96)$$

Pela inspeção das expressões (A3.84) e (A3.94), obtém-se o modelo de circuito do conversor Sepic, ilustrado pela Figura A3.13 a seguir.

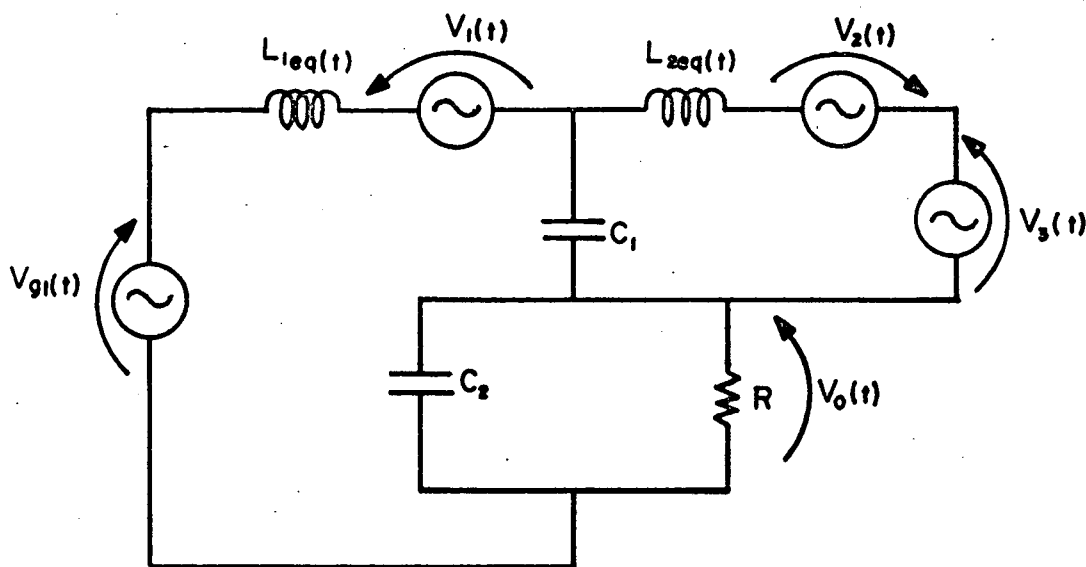


Figura A3.13- Conversor Sepic: Modelo de circuito cc e ca para pequenas e grandes perturbações moduladas em frequência muito abaixo da frequência de chaveamento.

Repetindo o mesmo procedimento adotado para a análise do conversor Zeta, conclui-se que o capacitor  $C_1$ , no circuito do modelo desenvolvido para o conversor Sepic, fica preservado no seu valor original utilizado no circuito do conversor.

Entretanto, no circuito do conversor Sepic, a tensão de saída aplicada à carga é  $v_o(t)$ , enquanto que no modelo de circuito obtido é  $[v_o(t)[1-d(t)]]/d(t)$ . No sentido de preservar a lei de conservação da energia, o capacitor de saída  $C_{2eq}$  e a carga  $R_{eq}$ , presentes no modelo de circuito ilustrado na Figura A3.13, a exemplo do procedimento descrito na análise do conversor Zeta, são recalculados e definidos pelas seguintes relações:

$$C_{2eq} = C_2 \frac{d(t)^2}{[1-d(t)]^2} \quad (A3.97) \quad R_{eq} = R \frac{[1-d(t)]^2}{d(t)^2} \quad (A3.98)$$

Se se desejar desenvolver a análise ca para pequenas perturbações, utilizando-se o modelo apresentado na Figura A3.13, basta repetir o procedimento descrito nos parágrafos anteriores.

A validação dos modelos, obtidos através da aplicação desta nova metodologia, foi efetivada por simulação, conforme pode ser visto no parágrafo de "VALIDAÇÃO DOS MODELOS CC E CA DOS CONVERSORES PWM", no capítulo 5.