UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Lisandra Kittel Ries

MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE TRANSFORMADORES LEVANDO EM CONTA SUA VIDA ÚTIL

Florianópolis

2013

Lisandra Kittel Ries

MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE TRANSFORMADORES LEVANDO EM CONTA SUA VIDA ÚTIL

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.

Coorientador: Prof. Frederic Wurtz, Dr.

Florianópolis

2013

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Ries, Lisandra Kittel Modelagem e otimização de transformadores levando em conta sua vida útil [dissertação] / Lisandra Kittel Ries ; orientador, Patrick Kuo-Peng ; co-orientador, Frederic Wurtz. - Florianópolis, SC, 2013. 173 p. ; 21cm Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa

Dissertação (mestrado) - Universidade rederal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

Engenharia Elétrica. 2. Otimização. 3.
 Transformadores. 4. Rede de Relutâncias. 5. Método dos
 Elementos Finitos. I. Kuo-Peng, Patrick. II. Wurtz,
 Frederic. III. Universidade Federal de Santa Catarina.
 Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

Lisandra Kittel Ries

MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE TRANSFORMADORES LEVANDO EM CONTA SUA VIDA ÚTIL

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de "Mestre em Engenharia Elétrica", e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 28 de Fevereiro 2013.

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr. Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr. Orientador

Prof. Orlando José Antunes, Dr.

Prof. Renato Carlson, Dr.

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Este trabalho é dedicado aos meus pais, Adriano e Lilian, e ao meu irmão, Victor Hugo, pelo apoio e auxílio em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar meu sinceros agradecimentos às pessoas que de alguma forma contribuíram para a realização desta dissertação de mestrado.

Primeiramente agradeço minha família, principalmente meus pais, Adriano e Lilian e meu irmão, Victor Hugo.

Ao Prof. Dr. Patrick Kuo-Peng, orientador, pela colaboração, incentivo e amizade.

Ao Prof. Dr. Frédéric Wurtz, co-orientador, pela valiosa contribuição na consecução deste trabalho, ensinamentos e disposição em conferências *on-line*.

A banca avaliadora, por sua disponibilidade e sugestões.

Aos professores do GRUCAD pelas contribuições das disciplinas cursadas.

Aos meus colegas de trabalho pelo companheirismo, idas ao restaurante universitário, companhia em congressos e ajuda nas disciplinas cursadas.

A todos os amigos e colegas da Engenharia Elétrica pelo carinho e apoio.

A CAPES e ao CNPq pelo provimento de bolsas em programas de graduação e pós-graduação.

Por último, mas não menos importante, aos amigos.

Todo saber é provisório.

Edgar Morin

RESUMO

O estudo dos transformadores é assunto de diversos trabalhos científicos. Utiliza-se muito o método dos elementos finitos para este fim, pois é uma ferramenta eficaz e precisa para a representação dos fenômenos eletromagnéticos. Porém em uma etapa de pré-dimensionamento este método pode ser considerado demorado em questões de tempo de cálculo. Assim, neste trabalho, utiliza-se um software chamado CADES, que a partir de um modelo analítico tem-se uma solução ótima após um determinado número de iterações. O principal atrativo na utilização deste software foi sua facilidade de implementação matemática e exploração de variáveis. O modelo analítico apresenta um grande número de variáveis permitindo ter uma grande variedade de opções para o dimensionamento de transformadores, dependendo dos parâmetros de construção impostos pelos fabricantes. Uma das contribuições desta pesquisa é que parâmetros de custo de fabricação e custo capitalizado são partes da otimização e assim aspectos econômicos serão estudados dentro de um cenário de corte de gastos. O custo capitalizado do transformador é a soma do custo de fabricação com o custo das perdas sobre sua vida útil. Inicialmente o estudo consistirá na proposta de um modelo analítico de um transformador trifásico. Este modelo é validado através do método dos elementos finitos utilizando o software EFCAD e através do método em rede de relutâncias utilizando o software Reluctool, para as variáveis de indutância de magnetização e dispersão. Após a inserção dos modelos por rede de relutâncias no modelo analítico a otimização é implementada no CADES para diversos parâmetros de entrada impostos pelos fabricantes, e diferentes parâmetros de estudo como: permeabilidade relativa do ferro linear e saturada, bobinagem feita com cobre ou alumínio, etc. Alguns resultados são mostrados utilizando a metodologia de Pareto.

Palavras-chave: Otimização. Transformadores. Rede de Relutâncias. Método dos Elementos Finitos. Pareto.

ABSTRACT

The study of transformers is the matter of many scientific studies. The finite element analysis is very used for this purpose because it is an efficient and accurate tool for electromagnetic phenomena representation. However in a stage of pre-dimensioning this method can be considered very time-consuming. Therefore, we will use a software called *CADES*. that from an analytical model, gives an optimal solution after a certain number of iterations. The main advantage of utilizing this software is the mathematical implementation and variables exploration ease. The analytical model shows a large number of variables and it allows a great variety of options for dimensioning transformers, depending on the construction parameters imposed by manufacturers. One of the contributions of this research is that parameters such as manufacturing cost and capitalized cost are parts of the optimization and thus economics aspects will be studied in a cost-cutting scenario. The capitalized cost of the transformer is the sum of the manufacturing cost and cost resulting from the losses on its service life. The study will initially consist of the suggestion of an analytical model of a three-phase transformer. This model is validated by the finite elements method using the software *EFCAD* and through the reluctance network method using the software Reluctool, for variables like magnetizing and dispersion inductance. After inserting the reluctance network models in the analytical model, the optimization is implemented on CADES for many input parameters imposed by manufacturers and different study parameters such as relative permeability of the iron, linear and non-linear, winding made of copper or aluminum, etc. Some results are shown using Pareto methodology.

Keywords: Optimization. Transformers. Reluctance Network Method. Finite Element Method. Pareto.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Visualização tridimensional do transformador	37
Figura 2 Circuito monofásico equivalente do transformador	37
Figura 3 Geometria do transformador ilustrando a simbologia uti-	
lizada	38
Figura 4 Corte transversal de uma coluna	39
Figura 5 Curva característica de perdas do material ferromag-	
nético	43
Figura 6 Curva $B_t(H)$ do material ferromagnético	44
Figura 7 Curva característica da permeabilidade relativa do ma-	
terial ferromagnético	45
Figura 8 Representação das relutâncias do núcleo	46
Figura 9 Parâmetros usados para o cálculo da indutância de dis-	
persão	48
Figura 10 Linhas de campo magnético do ensaio de circuito-aberto	
para o cálculo da indutância magnetizante	56
Figura 11 Indutância magnetizante em função da corrente de mag-	
netização com $\mu_r = 35000$	57
Figura 12 Indutância magnetizante em função da corrente de mag-	
netização utilizando material com curva de magnetização real	58
Figura 13 Linhas de campo magnético do ensaio de curto-circuito	-
para o cálculo da indutáncia de dispersao	59
Figura 14 Indutância de dispersão em função da corrente de curto-	<i>c</i> 0
	60
Figura 15 Indutancia de dispersao em função da corrente de curto-	61
Circuito utilizando material com curva de magnetização real	61
Figura 16 Tubo de fluxo tipico	64
Figura 17 Relutancias do <i>Reluctool</i> utilizadas	65
Figura 18 Modelo 1 da rede de relutâncias para a indutância mag-	05
Dia to Malla da la la la la construcción de	65
Figura 19 Modelo 2 da rede de relutancias para a indutancia mag-	cc
	00
Figura 20 Indutancia magnetizante em função da corrente de mag-	66
Elização.	00
r igura 21 Calculos de energia e co-energia para o modelo 1	07

Figura 22 Cálculos de energia e co-energia para o modelo 2	67
Figura 23 Resultado da interpolação para caracterização da re-	
lutância do Reluctool	69
Figura 24 Modelo 3 em rede de relutâncias para a indutância de	
magnetização	69
Figura 25 Indutância magnetizante e cálculos de energia e co-	
energia em função da corrente de magnetização para o modelo $3.\ .$	70
Figura 26 Modelo 4 em rede de relutâncias para a indutância de	
magnetização	70
Figura 27 Indutância magnetizante e medidas de energia e co-	
energia em função da corrente de magnetização para o modelo $4.$.	71
Figura 28 Modelo 5 em rede de relutâncias para a indutância de	
magnetização	71
Figura 29 Indutância magnetizante e medidas de energia e co-	
energia em função da corrente de magnetização para o modelo $5. \ .$	72
Figura 30 Comparação entre os modelo 4 e 5 para as curvas de	
energia	72
Figura 31 Modelo tridimensional em rede de relutâncias para o cál-	
culo da indutância de dispersão em transformadores trifásicos (TUR-	
OWSKI; TUROWSKI; KOPEC, 1990)	75
Figura 32 Modelo elementar bidimensional de uma rede relutâncias.	75
Figura 33 Divisão da geometria do modelo bidimensional de rede	
relutâncias.	76
Figura 34 Modelo 1 em rede de relutâncias para a indutância de	
dispersão	77
Figura 35 Modelo 2 em rede de relutâncias para a indutância de	
dispersão	77
Figura 36 Modelo 3 em rede de relutâncias para a indutância de	
dispersão	77
Figura 37 Modelo 4 em rede de relutâncias para a indutância de	
dispersão	78
Figura 38 Indutância de dispersão em função da corrente de curto-	
circuito	78
Figura 39 Modelo 5 em rede de relutâncias para a indutância de	
dispersão	80
Figura 40 Modelo 6 em rede de relutâncias para a indutância de	
dispersão	80

Figura 41 Modelo 7 em rede de relutâncias para a indutância de	
dispersão	80
Figura 42 Modelo 8 em rede de relutâncias para a indutância de	
dispersão	80
Figura 43 Indutância de dispersão em função da corrente de curto-	
circuito utilizando material com curva de magnetização real	81
Figura 44 Planos de simulação	83
Figura 45 Planos paralelo e perpendicular ao núcleo	85
Figura 46 Volume considerado no modelo por rede de relutâncias.	87
Figura 47 Modelo axi-simétrico com seis divisões nas bobinas	87
Figura 48 Modelos axi-simétrico com duas divisões nas bobinas	88
Figura 49 Modelos axi-simétrico com três divisões nas bobinas	88
Figura 50 Modelos axi-simétrico com quatro divisões nas bobinas.	88
Figura 51 Modelos axi-simétrico com cinco divisões nas bobinas	89
Figura 52 Modelos axi-simétrico com seis divisões nas bobinas	89
Figura 53 Indutância de dispersão em função da corrente de curto-	
circuito (plano paralelo)	89
Figura 54 Indutância de dispersão em função da corrente de curto-	
circuito (plano perpendicular)	90
Figura 55 Comparação entre os diferentes métodos para o cálculo	
da indutância de magnetização	91
Figura 56 Comparação entre os diferentes métodos para o cálculo	
da indutância de dispersão	93
Figura 57 Evolução de B_t (T) e h (m) a cada iteração	99
Figura 58 Evolução de $J(A/mm^2)$ e N_1 a cada iteração	100
Figura 59 Evolução de L_{ccpu} e C_{total} (R\$) a cada iteração	100
Figura 60 Vistas frontal e superior do transformador na primeira	
iteração1	100
Figura 61 Vistas frontal e superior do transformador otimizado I	101
Figura 62 Evolução de C_{total} e C_{fab} a cada iteração onde $f_{obj}=$	
C_{total}	101
Figura 63 Evolução de C_{total} e C_{fab} a cada iteração onde f_{obj} =	
C_{fab} 1	101
Figura 64 Vista frontal e superior do transformador otimizado com	
$f_{obj} = C_{total} \dots \dots$	102
Figura 65 Vista frontal e superior do transformador otimizado com	

$f_{obj} = C_{fab}102$
Figura 66 Frente de Pareto para o caso 1 e caso 2 106
Figura 67 Frente de Pareto para o caso 3 e caso 4 106
Figura 68 Frente de Pareto para os casos 1, 2, 3 e 4 107
Figura 69 Frente de Pareto para os casos 1, 2, 3 e 4 para a bobi-
nagem de alumínio
Figura 70 Vista frontal, transformadores de cobre e alumínio para
o caso 1
Figura 71 Vista frontal, transformadores de cobre e alumínio para
o caso 2
Figura 72 Vista frontal, transformadores de cobre e alumínio para
o caso 3 110
Figura 73 Vista frontal, transformadores de cobre e alumínio para
o caso 4
Figura 74 Frente de Pareto para as bobinagens de alumínio e cobre.111
Figura 75 Desenho do transformador da WEG115
Figura 76 Módulos do <i>CADES</i> 121
Figura 77 Ambiente do <i>software Reluctool</i> 127
Figura 78 Exemplo de modelo escrito no componente Generator 146
Figura 79 Variável de entrada no componente <i>Optimizer</i> 146
Figura 80 Variável de saída no componente Optimizer147
Figura 81 Resultados de otimização
Figura 82 Resultados no componente <i>Post-Processor</i> 148
Figura 83 Exemplo de um modelo do <i>Reluctool</i> para importação149
~ - • • • •

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Transformadores de Potência
Tabela 2	Parâmetros de entrada 37
Tabela 3	Resistividade (ρ_{enr}) e Coeficiente de Temperatura (α)
na referênc	cia de 20 ° C
Tabela 4	Especificações do transformador 54
Tabela 5	Resultados do componente Calculator 54
Tabela 6	Valor da energia no ferro e no ar
Tabela 7	Valor da energia no ferro e no ar
Tabela 8	Indutância de dispersão para os modelos 5, 6, 7 e 8 81
Tabela 9	Valor da energia de dispersão e cálculo da indutância 86
Tabela 10	Indutância de dispersão em função da discretização do
modelo po	r rede de relutâncias
Tabela 11	Comparação entre os resultados obtidos no CADES, EF-
$CAD \in Re$	<i>luctool</i>
Tabela 12	Comparação dos entre os métodos de cálculo da indutân-
cia de disp	ersão
Tabela 13	Preço dos materiais
Tabela 14	Resultados de otimização para as funções objetivo ${\cal C}_{total}$
e C_{fab}	
Tabela 15	Diferentes projetos de transformadores 103
Tabela 16	Parâmetros finais da otimização com $\mu_r = 35000104$
Tabela 17	Parâmetros finais da otimização com curva com perme-
abilidade r	nedida
Tabela 18	Parâmetros finais da otimização para a bobinagem de
alumínio	
Tabela 19	Casos de otimização 112
Tabela 20	Preço dos materiais do tipo seco
Tabela 21	Resultados da otimização com $F_{Obj} = C_{total}$ 114
Tabela 22	Resultados da otimização com $F_{Obj} = C_{fab}$ 114
Tabela 23	Especificações técnicas dos Transformadores Secos En-
capsulados	a Vácuo WEG
Tabela 24	Parâmetros finais da otimização para o modelo 1 para
indutância	de magnetização151

Tabela 25 Parâmetros finais da otimização para o modelo 2 para
indutância de magnetização152
Tabela 26 Parâmetros finais da otimização para o modelo 3 para
indutância de magnetização153
Tabela 27 Parâmetros finais da otimização para o modelo 4 para
indutância de magnetização154
Tabela 28 Parâmetros finais da otimização para o modelo 5 para
indutância de magnetização155
Tabela 29 Parâmetros finais da otimização para o modelo axi-
simétrico (plano paralelo)156
Tabela 30 Parâmetros finais da otimização para o modelo axi-
simétrico (plano perpendicular)157

LISTA DE SÍMBOLOS

a(-)	Coeficiente de ajuste do "joelho"
$A \ (mm)$	Espessura da bobina de baixa tensão
$B_t(T)$	Densidade de fluxo
$C_E (R\$)$	Custo da energia provida pela concessionária
C_{fab} (R\$)	Custo de fabricação do transformador
$C_i(-)$	Parâmetros de saída
$C_{kg/Bob} \ (R\$/kg)$	Custo do quilo do material utilizado na bobinagem
$C_{kg/F} \ (R\$/kg)$	Custo do quilo do material utilizado no núcleo
C_{PF} (R\$)	Custo gerado pelas perdas no ferro
C_{PJ} (R\$)	Custo gerado pelas perdas Joule
$C_O(R\$)$	Custo fixo do transformador
C_{total} (R\$)	Custo total do transformador sobre sua vida útil
C_{WF} (R\$)	Valor presente do custo de 1W de perdas Ferro
$C_{WJ} \ (R\$)$	Valor presente do custo de 1W de perdas Joule
$D_C \ (mm)$	Diâmetro de uma coluna
$D_E \ (kg/m^3)$	Densidade volumétrica dos enrolamentos
$D_L \ (kg/m^3)$	Densidade volumétrica da laminação
$D_M \ (mm)$	Diâmetro médio entre as bobinas
$D_{MBT} \ (mm)$	Diâmetro médio da bobina de baixa tensão
$D_{MHT} \ (mm)$	Diâmetro médio da bobina de alta tensão
$e_1 \ (mm)$	Espessura de isolação 1
$e_2 \ (mm)$	Espessura de isolação 2
$e_3 \ (mm)$	Espessura de isolação 3
$E_{rup} (kV)$	Campo elétrico de ruptura do ar
f(Hz)	Frequência de operação
F_{LT} (-)	Fator de ocupação da bobina de baixa tensão
F_{HT} (-)	Fator de ocupação da bobina de alta tensão
$F_L(-)$	Fator de empilhamento da laminação
FMM (Ae)	Força magnetomotriz
$f_s(-)$	Coeficiente de segurança
g~(mm)	Espessura da bobina de alta tensão

h~(mm)	Altura da bobinagem
$h_t \ (mm)$	Altura total do transformador
$h_1 \ (mm)$	Altura de isolação 1
$h_2 \ (mm)$	Altura de isolação 2
H(A/m)	Intensidade de campo magnético
$H_A (A/m)$	Intensidade de campo magnético para a bobina interna
$H_g \ (A/m)$	Intensidade de campo magnético para a bobina externa
$i \ (\%)$	Taxa de juros
$I_1(A)$	Corrente de fase do primário
$I_2(A)$	Corrente de fase do secundário
$I_{10}(A)$	Corrente à vazio
$I_2'(A)$	Corrente do secundário considerando I_{10}
$I_0(A)$	Corrente de magnetização
$I_{1cc}(A)$	Corrente de curto-circuito do primário
$I_{2cc}(A)$	Corrente de curto-circuito do secundário
$J \ (MA/m^2)$	Densidade de corrente das bobinas
$J_s(T)$	Polarização de saturação
$J_{1cc} \left(MA/m^2 \right)$	Densidade de corrente de curto-circuito do primário
$J_{2cc} \left(MA/m^2 \right)$	Densidade de corrente de curto-circuito do secundário
k(-)	Relação de transformação inversa
L_{cc} (H)	Indutância de dispersão refletida ao secundário
$L_{cc1}(H)$	Indutância de dispersão (energia)
L_{cc2} (H)	Indutância de dispersão (co-energia)
L_{mag} (H)	Indutância magnetizante
$L_{mag1}(H)$	Indutância magnetizante (energia)
$L_{mag2}(H)$	Indutância magnetizante (co-energia)
$L_{tt} \ (mm)$	Comprimento total do transformador
$l_T(m)$	Comprimento do tubo de fluxo
l_x (m)	Comprimento na direção x
$l_y(m)$	Comprimento na direção y
l_z (m)	Comprimento na direção z
$l_1 \ (m)$	Comprimento do fio do primário
$l_2 (m)$	Comprimento do fio do secundário
$M_{Bob} (kg)$	Massa de bobinagem

$M_F \ (kg)$	Massa do ferro
$M_T \ (kg)$	Massa total
$n \ (anos)$	Vida útil
n_x (-)	Número de divisões na direção x
n_y (-)	Número de divisões na direção y
N_1 (espiras)	Número de espiras do primário
N_2 (espiras)	Número de espiras do secundário
$P_j(-)$	Parâmetros de entrada
$P_F(J)$	Perda no ferro
$P_J(J)$	Perdas Joule
$P_T(J)$	Perdas totais
$P_{W/kgF} (J/kg)$	Perda por unidade de massa
$R \ (\Omega)$	Resistência que representa as perdas no ferro
$R_2 (\Omega)$	Resistência dos enrolamentos refletida ao secundário
r~(mm)	Raio
$r_A \ (mm)$	Raio a partir da borda interior da bobina
$r_g \ (mm)$	Raio a partir da borda exterior da bobina
$r_m \ (mm)$	Raio médio da origem até o centro da bobina
$r_1 (\Omega)$	Resistência do enrolamento primário
$r_2 (\Omega)$	Resistência do enrolamento secundário
S (MVA)	Potência aparente por fase
$S_{BT} \ (mm^2)$	Área da bobina do secundário vista de um corte frontal
$S_C \ (mm^2)$	Seção de uma coluna
$S_{HT} \ (mm^2)$	Área da bobina do primário vista de um corte frontal
$S_t (MVA)$	Potência aparente total
$S_T (m^2)$	Seção transversal do tubo de fluxo
$S_x \ (mm^2)$	Seção transversal da relutância \Re_x
$S_y \ (mm^2)$	Seção transversal da relutância \Re_y
$S_y \ (mm^2)$	Seção do fio do secundário
$S_1 \ (mm^2)$	Seção do fio do primário
$S_2 \ (mm^2)$	Seção do fio do secundário
$t_{simul} \ (ms)$	Tempo de simulação
T (° C)	Temperatura da bobinagem
$U_1 \ (kV)$	Tensão de linha do primário

$U_2(V)$	Tensão de linha do secundário
$V_{BobBT}~(m^3)$	Volume da bobina de baixa tensão
$V_{BobHT}~(m^3)$	Volume da bobina de alta tensão
$V_{Bob}~(m^3)$	Volume de bobinagem
$V_F (m^3)$	Volume do ferro
$V_1 \ (kV)$	Tensão de fase do primário
$V_2(V)$	Tensão de fase do secundário
$Z \ (\Omega)$	Módulo da impedância equivalente do primário
W(J)	Energia
W_{Ar} (J)	Energia no ar
$W_F(J)$	Energia no ferro
W'(J)	Co-energia
W'_{Ar} (J)	Co-energia no ar
$W'_F(J)$	Co-energia no ferro
$\alpha \ (^{\mathrm{o}}C^{-1})$	Coeficiente de Temperatura
$\mu_0 \left(H/m ight)$	Permeabilidade do vácuo
μ_r $(-)$	Permeabilidade relativa
$\Re_T (Ae/Wb)$	Relutância do tubo de fluxo
$\Re_{Clat} (Ae/Wb)$	Relutância da coluna lateral
$\Re_{Csup} (Ae/Wb)$	Relutância da armadura
$\Re_{eq} \ (Ae/Wb)$	Relutância equivalente do núcleo
$\Re_x (Ae/Wb)$	Relutância elementar da direção \boldsymbol{x}
$\Re_y (Ae/Wb)$	Relutância elementar da direção \boldsymbol{y}
$ ho_{enr}~(\Omega m)$	Resistividade do material

LISTA DE ABREVIATURAS

CADESComponent Architecture for Design of Engineering SystemsDOEUnited States Department of EnergyEFCADElectromagnetic Fields Computer Aided DesignFEMFinite Element MethodFMMForça MagnetomotrizRNMReluctance Network MethodSMLSystem Modelling Language

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	31
2 MODELO ANALÍTICO DO TRANSFORMADOR	35
2.1 INTRODUÇÃO	35
2.2 APRESENTAÇÃO E ESPECIFICAÇÃO DO TRANSFOR-	
MADOR	36
2.3 MODELO ANALÍTICO DO TRANSFORMADOR	38
2.3.1 Laminação do Núcleo e Tipo de Enrolamento	38
2.3.2 Conexão Dyn	39
2.3.3 Distâncias de Isolação	40
2.3.4 Dimensões	41
2.3.5 Perda no Ferro	42
2.3.6 Caracterização das Chapas de Fe-Si de Grão Ori-	
entado	43
2.3.7 Resistividade do enrolamento	45
2.3.8 Indutância Magnetizante	46
2.3.9 Perdas Joule	47
2.3.10Indutância de Dispersão	48
2.4 MODELO ECONÔMICO	50
2.5 CONCLUSÃO	52
3 VALIDAÇÃO DO MODELO ANALÍTICO DO	
	53
3.1 INTRODUÇAO	53
3.2 RESULTADOS DO MODELO ANALITICO	53
3.3 VALIDAÇAO DO MODELO ANALITICO UTILIZANDO	
O METODO DOS ELEMENTOS FINITOS (FEM)	55
3.3.1 Indutância Magnetizante	55
3.3.1.1 Simulações com Permeabilidade Relativa Constante	56
3.3.1.2 Simulações com Curva de Magnetização	57
3.3.2 Indutância de Dispersão	58
3.3.2.1 Simulações com Permeabilidade Relativa Constante	58
3.3.2.2 Simulações com Curva de Magnetização	60
3.4 CONCLUSAO	61
4 METODO POR REDE DE RELUTANCIAS (RNM) .	63
4.1 CONSTRUÇÃO DAS REDES DE RELUTÂNCIAS	63
4.2 DESCRIÇÃO ANALÍTICA DAS RELUTÂNCIAS	
^	64
4.3 INDUTÂNCIA MAGNETIZANTE	$\frac{64}{65}$

4.3.2 Simulações com Curva de Magnetização	68
4.4 INDUTÂNCIA DE DISPERSÃO	73
4.4.1 Simulações com Permeabilidade Relativa Constante	76
4.4.2 Simulações com Curva de Magnetização	79
4.5 MODELO AXI-SIMÉTRICO PARA O CÁLCULO DA IN-	
DUTÂNCIA DE DISPERSÃO	83
4.5.1 Considerações sobre os métodos de cálculo existentes	83
4.5.2 Simulações axi-simétricas usando o método dos ele-	
mentos finitos	84
4.5.3 Descrição geométrica para o modelo por rede de	
relutâncias	85
4.5.3.1 Discretização dos modelos e resultados de simulação \ldots	88
4.6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	91
4.6.1 Modelos simples	91
4.6.2 Modelo axi-simétrico	93
4.7 CONCLUSÃO	94
5 OTIMIZAÇAO DO TRANSFORMADOR APLI-	
CADO AO MERCADO BRASILEIRO	95
5.1 INTRODUÇÃO	95
5.2 METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO	96
5.3 AS VANTAGENS DA METODOLOGIA PROPOSTA	97
5.4 OTIMIZAÇÃO DO TRANSFORMADOR UTILIZANDO O	
MODELO ANALITICO	98
5.4.1 Evolução de parâmetros a cada iteração.	99
5.4.2 Otimização do custo total versus custo de fabricação.	100
5.4.3 Otimização mono-objetivo para diferentes projetos.	102
5.4.4 Otimização multi-objetivo.	105
5.4.5 Comparação das bobinagens de cobre e alumínio 1	107
5.4.6 Otimização de transformadores a seco usando es-	
pecificações dos fabricantes	110
5.4.6.1 Novos parametros para o modelo	112
5.4.6.1.1 Preços aos materiais	112
5.4.6.1.2 Curva de magnetização para o material ferromagnetico.	113
5.4.6.2 Resultados de otimização	113
5.4.0.5 Comparação com o fabricante	114
5.5 UUNULUSAU	115
	117
APENDICE A – Plataforma <i>CADES</i>	121
APENDICE B – Plataforma <i>Keluctool</i>	127
APENDICE C – Modelo analitico do transformador	131

APÊNDICE D – Exemplo de importação de um modelo	
por rede de relutâncias	137
APÊNDICE E – Exemplo de arquivo $.m$ do MATLAB	
para escolher os coeficientes à introduzir na relutância	
saturável do $Reluctool$ interpolando uma curva ${ m B}({ m H})$	
definida por pontos de medida	141
APÊNDICE F – Otimização usando modelos por rede de	
relutâncias	145
APÊNDICE G – Modelo analítico do transformador com	
importação do modelo 1 em rede de relutâncias para	
a indutância de magnetização	161
APÊNDICE H – Modelo analítico do transformador com	
importação do modelo 4 em rede de relutâncias para a	
indutância de magnetização e o modelo 5 axi-simétrico	
do plano paralelo para a indutância de dispersão	167
REFERÊNCIAS	171

1 INTRODUÇÃO

Quase toda energia elétrica produzida no Brasil passa pelos transformadores de distribuição antes de chegar aos consumidores. Visando melhorar aspectos de custo em sua fabricação, a otimização de transformadores é um assunto importante e tratado em diversos trabalhos científicos. A maior parte destes estudos faz a otimização em relação a sua matéria prima, porém é importante também tratar a otimização incluindo seu custo sobre sua vida útil. Em muitos trabalhos científicos o estudo de transformadores é feito a partir da análise pelo método dos elementos finitos por ser uma ferramenta matemática eficaz e precisa para a representação de fenômenos eletromagnéticos. A desvantagem dessa ferramenta é que ela pode ser considerada demorada em relação ao tempo de cálculo em uma etapa de pré-dimensionamento. Nesta dissertação, estuda-se um método de pré-dimensionamento de transformadores usando um modelo analítico e modelos por redes de relutâncias. A partir destes modelos a otimização do transformador é efetuada levando em conta o seu custo sobre sua vida útil.

A otimização é um problemática complexa, pois existem vários parâmetros de dimensionamento e restrições impostas a serem respeitados. A metodologia de otimização faz uso de cálculos de sensibilidade e de algoritmos deterministas do tipo gradiente, o que permite ter uma ferramenta de pré-dimensionamento com um tempo de resposta rápido com capacidade de gerar vários parâmetros e de impor restrições sobre estas variáveis. O método de otimização utilizado neste trabalho se fundamenta em um modelo analítico do circuito equivalente do transformador trifásico e um modelo econômico que permite calcular o custo do transformador sobre sua vida útil. Logo o pré-dimensionamento de transformadores trifásicos pode ser aplicado ao mercado brasileiro.

Para a modelagem e otimização utiliza-se um *software* chamado CADES (CADES..., 2012) que a partir de um modelo analítico fornece a solução ótima após a simulação em um determinado número de iterações. De maneira resumida o CADES é dividido em cinco componentes:

- Componente Generator Criação do modelo em linguagem SML;
- Componente *Calculator* Cálculo dos parâmetros de saída com a imposição de valores para os parâmetros de entrada do modelo gerado;
- Componente Optimizer Otimização do modelo gerado;

- Componente Post-Processor Análise dos resultados de otimização e visualização da geometria;
- Componente *Geo-Maker* Criação de arquivos parametrizados que permitem a visualização da geometria da máquina.

O modelo analítico do transformador apresenta um grande número de variáveis e consequentemente uma grande variedade de opções para o dimensionamento. O principal atrativo na utilização deste *software* foi sua facilidade de implementação matemática e exploração de variáveis se adequando assim aos diferentes parâmetros de construção impostos pelos fabricantes. Uma das contribuições desta pesquisa é que parâmetros de custo de fabricação e custo capitalizado são partes da otimização e aspectos econômico serão analisados dentro de um cenário de corte de gastos. O custo capitalizado do transformador é a soma do custo de fabricação com o custo das perdas sobre sua vida útil.

O primeiro capítulo apresenta um modelo analítico de um transformador trifásico e seu modelo econômico. Este modelo será escrito em linguagem *SML* no componente *Generator* e terá seus parâmetros de saída calculados no componente *Calculator*, para determinadas especificações de entrada. Os parâmetros de saída são, por exemplo, as variáveis de dimensionamento, como altura de bobinagem, número de espiras, espessura das bobinagens de alta e baixa tensão, distâncias de isolamento e algumas variáveis físicas, como a indutância de dispersão e indutância magnetizante.

No segundo capítulo faz-se a validação do modelo através do método de elementos finitos utilizando o *software EFCAD*. Através do método por rede de relutâncias, utilizando o *software Reluctool*, modelos mais elaborados do transformador são criados, no terceiro capítulo. Nos dois métodos uma malha é construída a partir do desenho do transformador com as dimensões resultantes do modelo analítico calculadas pelo componente *Calculator*, para determinadas especificações de entrada. Diferentes modelos por rede de relutâncias são apresentados, tanto para a indutância de dispersão quanto para a indutância magnetizante. Os resultados são comparados entre os diferentes modelos de relutâncias apresentados com o *Reluctool*, entre os resultados de cálculo usando o método do elementos finitos e os valores de indutâncias do modelo analítico.

Uma vez que o modelo analítico e os modelos por rede de relutâncias foram validados através do método dos elementos finitos, a etapa final consiste na otimização do transformador, no quarto capítulo. A otimização será implementada no Componente *Optimizer* para diversos parâmetros de entrada impostos pelos fabricantes, e diferentes parâmetros de estudo como: permeabilidade relativa do ferro linear e saturada, bobinagem feita com cobre e alumínio, etc. Alguns resultados serão mostrados utilizando a metodologia de Pareto. Após estes resultados serem estudados faz-se a inserção dos modelos por rede de relutâncias no modelo analítico e novas simulações são realizadas, mostrando assim a validade dos modelos apresentados e também o ganho que se tem ao utilizar esses modelos.
2 MODELO ANALÍTICO DO TRANSFORMADOR

2.1 INTRODUÇÃO

O transformador é um equipamento que faz a transferência de energia elétrica tendo como principal função ajustar um nível de tensão (e corrente) da saída de um sistema à entrada de outro. Eles também podem assumir funções como isolação elétrica ou ajuste de impedâncias.

Quando apresenta-se as finalidades dos transformadores, existem os transformadores de corrente, de potencial, de distribuição e de força.

Os transformadores de corrente e de potencial são usados em equipamentos de medição, controle e proteção. A função do transformador de corrente é fornecer níveis reduzidos e isolados em seu circuito secundário enquanto que o transformador de tensão reduz os níveis de tensão.

Os transformadores de distribuição e de força são transformadores trifásicos ou de potência e têm a função de rebaixar ou elevar a tensão e consequentemente elevar ou reduzir a corrente de um circuito, de modo que não se altere a potência do circuito. A diferença entre eles está relacionada quanto sua utilização, níveis de potência e tensão, conforme mostrados na Tab. (1).

Transformade	or Utilização	Potência	Tensão
de força	gerar, transmitir e distribuir energia em subestações e concessionárias	5 a 300 MVA	em alta tensão: até 550 kV
de distribuição	rebaixar a tensão para ser entregue aos clientes finais das empresas de distribuição de energia	30 a 300 kVA	em alta tensão : 15 ou 24,2 kV

Tabela 1 – Transformadores de Potência.

De maneira resumida, apresenta-se os tipos construtivos dos transformadores. O material do núcleo pode ser ferromagnético ou de ar. A forma do núcleo pode ser do tipo *Shell* ou *Core*. O número de fases também é um critério construtivo: podem ser monofásicos ou polifásicos. Já do ponto de vista de dissipação de calor, existem os transformadores imersos, quando a parte ativa é imersa em líquido isolante, e os transformadores a seco, quando a parte ativa é envolta pelo ar ambiente.

Os transformadores a seco podem ser fabricados até a potência de 40 MVA. São utilizados em plantas industriais, plantas químicas e petroquímicas, plataformas *off-shore*, prédios comerciais, hospitais, embarcações marítimas, shopping centers, unidades de tratamento de água, etc. Os transformadores a seco da Siemens tem a potência de 75 a 25.000 kVA (SIEMENS, 2007), os transformadores da WEG tem a potência de 300 à 15.000 kVA, com as classes de tensão de 15 ou 24,2 ou 36,2 kV, para alta tensão, e 4160/2402, 440/254, 380/220, 220/127 V, para baixa tensão. Já a CPFL energia possui um manual de especificação técnica (ENERGIA, 2008) que estabelece os requisitos mínimos exigíveis para o fornecimento de transformadores de distribuição trifásicos, secos, não enclausurados e com enrolamentos encapsulados, utilizados nos sistemas de distribuição, com tensão máxima até 24,2 kV, nas potências nominais de 150 a 1.000 kVA.

2.2 APRESENTAÇÃO E ESPECIFICAÇÃO DO TRANSFORMADOR

Neste trabalho, optou-se em otimizar o transformador a seco trifásico com três colunas considerando o custo do transformador sobre sua vida útil. Este transformador usa o acoplamento Dyn, onde a conexão da bobina interna é delta e a bobina externa é estrela, com as bobinas concêntricas entre si (RIES; WURTZ; KUO-PENG, 2012). O transformador trifásico apresenta duas partes principais em sua construção: O núcleo e os enrolamentos (Fig. (1)).

O esquema do transformador trifásico é caracterizado em um circuito monofásico equivalente (Fig. (2)) onde representa-se as perdas no ferro pela resistência R, as perdas Joule pela resistência R_2 refletida ao secundário, a indutância magnetizante por L_{mag} e a indutância de dispersão por L_{cc} refletida ao secundário.

Nos transformadores, a bobinagem pode ser feita em cobre ou alumínio, as propriedades físicas destes materiais influenciam na otimização. A correta seleção do material utilizado na bobinagem pode acarretar em economia no custo do transformador, dimensões finais, volume e peso. Os parâmetros fixos de entrada do transformador são



Figura 1 – Visualização tridimensional do transformador.



Figura 2 - Circuito monofásico equivalente do transformador.

mostrados na Tab. (2).

Tabela 2 – Parâmetros de entrada

	T 7	100 (111)
Tensão de linha do primário	U_1	13,8 (kV)
Tensão de linha do secundário	U_2	400 (V)
Potência aparente total	S_t	3 (MVA)
Frequência de operação	f	60 (Hz)
Vida útil	n	30 anos
Taxa de juros	i	$0,\!11$
Temperatura da bobinagem	T	$120~(^{\circ}C)$

Os parâmetros variáveis de entrada são: altura da bobinagem h, número de espiras do primário N_1 , densidade de fluxo B_t e densidade de corrente J. O material do núcleo é o Fe - Si de grão orientado, caracterizado por sua curva de magnetização.

2.3 MODELO ANALÍTICO DO TRANSFORMADOR

O modelo analítico tem por objetivo de caracterizar os parâmetros como indutância magnetizante, indutância de dispersão, perdas Joule e perdas no Ferro (Fig. (2)), baseados nas dimensões do transformador. A Fig. (3) ilustra a geometria do transformador onde mostra-se o corte de uma coluna do transformador e a bobinagem para uma coluna (POULOUJADOFF; FINDLAY, 1986).



Figura 3 – Geometria do transformador il
ustrando a simbologia utilizada.

2.3.1 Laminação do Núcleo e Tipo de Enrolamento

O núcleo do transformador é constituído de chapas de ferro-silício de grão orientado. A laminação minimiza as perdas por correntes de *Foucault* (BAKSHI; BAKSHI, 2008b). A secção transversal das colunas, mostrada na Fig. (4), apresenta degraus de empilhamento das lâminas de maneira a se obter uma forma circular quase perfeita. O fator de empilhamento da laminação é dado por F_L .

Existem duas bobinas para cada fase do transformador, uma



Figura 4 – Corte transversal de uma coluna.

primária e outra secundária, assim o transformador trifásico tem seis bobinas ao todo. As bobinas de cada fase são concêntricas entre si, onde a bobina de baixa tensão é localizada internamente à bobina de alta tensão, pois é mais fácil a isolação perto do núcleo (BAKSHI; BAKSHI, 2008b). O fatores de ocupação são dados por F_{BT} e F_{HT} , para as bobinas de baixa e alta tensão, respectivamente.

2.3.2 Conexão Dyn

A conexão Dyn significa que o primário é conectado em delta e o secundário em estrela com o neutro acessível. Logo as tensões e corrente por fase do transformador podem ser expressas pelas equações abaixo:

$$S = \frac{S_t}{3} \tag{2.1}$$

, onde S é a potência aparente por fase e S_t é a potência aparente total.

$$V_1 = U_1 \tag{2.2}$$

, onde V_1 é a tensão de fase do primário e U_1 é a tensão de linha do primário.

$$V_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3}}$$
(2.3)

, onde V_2 é a tensão de fase do secundário e U_2 é a tensão de linha do secundário.

$$I_1 = \frac{S}{V_1} \tag{2.4}$$

, onde I_1 é a corrente de linha do primário.

$$I_2 = \frac{S}{V_2} \tag{2.5}$$

, on de ${\cal I}_2$ é a corrente de linha do secundário.

$$k = \frac{V_2}{V_1} \tag{2.6}$$

, onde k é a relação de transformação inversa.

$$N_2 = N_1 k \tag{2.7}$$

, onde N_1 é o número de espiras do primário e N_2 é o número de espiras do secundário.

A conexão *Dyn* é bastante utilizada em transformadores de potência. O ponto neutro permite a conexão de cargas monofásicas e trifásicas (BAKSHI; BAKSHI, 2008b).

2.3.3 Distâncias de Isolação

As alturas e espessuras de isolação (Eq. (2.8), Eq. (2.9) e Eq. (2.10)) são calculadas considerando um coeficiente de segurança f_s e o campo elétrico de ruptura do ar E_{rup} .

$$e_1 = \frac{U_2 f_s}{E_{rup}} \tag{2.8}$$

$$e_2 = \frac{(U_1 + U_2)f_s}{E_{rup}}$$
(2.9)

$$e_3 = h_1 = h_2 = \frac{U_1 f_s}{E_{rup}} \tag{2.10}$$

, onde e_1 é a espessura de isolação 1, e_2 é a espessura de isolação 2, e_3 é a espessura de isolação 3, h_1 é a altura de isolação 1 e h_2 é a altura de isolação 2, conforme a Fig. (3).

2.3.4 Dimensões

As dimensões $A, g, D_{MBT}, D_M, D_{MHT} \in D_C$ são calculadas a partir de outros parâmetros do circuito magnético.

A força magnetomotriz pode ser descrita pelas equações (2.11), (2.12) ou (2.13).

$$FMM = N_1 I_1 \tag{2.11}$$

$$FMM = AhF_{BT}J \tag{2.12}$$

$$FMM = ghF_{HT}J \tag{2.13}$$

, onde A é a espessura da bobina de baixa tensão, g é a espessura da bobina de alta tensão e J é a densidade de corrente das bobinas.

Assim, resolvendo as equações (2.12) e (2.13) calcula-se as dimensões $A \in g$.

$$A = \frac{N_1 I_1}{h F_{BT} J} \tag{2.14}$$

$$g = \frac{N_1 I_1}{h F_{HT} J} \tag{2.15}$$

O diâmetro D_C (Eq. (2.17)) de uma coluna é calculado a partir da equação (2.16) que define a secção de uma coluna S_C .

$$S_C = \frac{\sqrt{2}V_1}{2\pi f B_t N_1} = F_L \frac{\pi}{4} D_C^2$$
(2.16)

$$D_C = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}V_1}{\pi^2 f B_t N_1 F_L}}$$
(2.17)

Assim, as dimensões faltantes são determinadas por:

$$L_{tt} = 3D_C + 4e_3 + 6(e_1 + A + e_2 + g)$$
(2.18)

, onde L_{tt} é o comprimento total do transformador.

$$h_t = 2D_C + h + h_1 + h_2 \tag{2.19}$$

, onde h_t é a altura total do transformador.

$$D_{MBT} = D_C + 2e_1 + A \tag{2.20}$$

, onde D_{MBT} é o diâmetro médio da bobina de baixa tensão.

$$D_M = D_{MBT} + A + e_2 \tag{2.21}$$

, onde D_M é o diâmetro médio entre as bobinas.

$$D_{MHT} = D_M + e_2 + g (2.22)$$

, onde D_{MHT} é o diâmetro médio da bobina de alta tensão.

Com as dimensões podem-se calcular o volume de ferro (Eq. (2.23)), massa do ferro (Eq. (2.24)), volume de bobinagem (Eq. (2.27)) e massa de bobinagem (Eq. (2.28)).

$$V_F = S_C(8(e_1 + A + e_2 + g + e_3) + 6D_C + 3h_t)$$
(2.23)

$$M_F = D_L V_F \tag{2.24}$$

$$V_{BobBT} = 3\pi h F_{BT} (((D_{MBT} + A)/2)^2 + ((D_{MBT} - A)/2)^2) \quad (2.25)$$

$$V_{BobHT} = 3\pi h F_{HT} (((D_{MHT} + A)/2)^2 + ((D_{MHT} - A)/2)^2) \quad (2.26)$$

$$V_{Bob} = V_{BobBT} + V_{BobHT} \tag{2.27}$$

$$M_{Bob} = D_E V_{Bob} \tag{2.28}$$

, onde D_L é a massa volumétrica do material escolhido para laminação e D_E é a massa volumétrica do material escolhido para os enrolamentos.

2.3.5 Perda no Ferro

A perda no ferro P_F na Eq. (2.29) é caracterizada pela resistência R (Eq. (2.30)), do circuito equivalente a uma fase. Dado a curva característica de perdas do material usado na laminação, pode-se calcular a perda por unidade de massa $P_{W/kgF}$ para uma indução B_t . A massa do ferro M_F é multiplicada por $P_{W/kgF}$ para obter P_F .

$$P_F = M_F P_{W/kgF}(B_t) \tag{2.29}$$

$$R = \frac{V_1^2}{\frac{P_F}{3}}$$
(2.30)

2.3.6 Caracterização das Chapas de Fe-Si de Grão Orientado

A curva característica de perdas no material $P_{W/kgF}(B_t)$ foi obtida experimentalmente para lâminas de ferro-silício de grão orientado, que é um material usado na construção de núcleos de transformadores (Fig. (5)). A sua representação matemática é dada pela Eq. (2.31).

$$P_{W/kgF}(B_t) = 0,58B_t^4 - 1,67B_t^3 + 2,02B_t^2 - 0,53B_t + 0,05 \quad (2.31)$$



Figura 5 – Curva característica de perdas do material ferromagnético.

A curva B-H deste material é mostrada na Fig. (6). Pode-se identificar três regiões nesta curva:

Região Linear: No segmento O-A a indução B_t aumenta rapidamente com o aumento de H, com caráter praticamente linear. A partir do ponto A a curva começa a se dobrar.

- Joelho da Curva: O ponto B é chamado de ponto de joelho da curva e representa o maior valor de B_t antes da saturação.
- Região de Saturação: A partir do ponto C, a taxa de aumento de B_t se reduz drasticamente, indicando que qualquer aumento de H não fará nenhuma mudança em B_t .



Figura 6 – Curva $B_t(H)$ do material ferromagnético.

A curva característica da permeabilidade relativa do material ferromagnético $\mu_r(B_t)$ (Eq. (2.32)) também é obtida (Fig. (7)) experimentalmente.

$$\mu_r(B_t) = -23581B_t^4 + 54164B_t^3 - 55927B_t^2 + 48233B_t + 14242 \quad (2.32)$$

A relação entre as curvas da Fig. (6) e Fig. (7) é dada pela Eq. (2.33).

$$\mu_r(B_t) = \frac{B_t(H)}{\mu_0 H}$$
(2.33)

Inicialmente, quando a inclinação da curva B-H é menor, o valor de μ_r também é menor. No ponto de joelho o valor de μ_r é máximo. Na região de saturação μ_r decaí tão rapidamente quanto menor é a inclinação da curva B-H (BAKSHI; BAKSHI, 2008a).



Figura 7 – Curva característica da permeabilidade relativa do material ferromagnético.

2.3.7 Resistividade do enrolamento

As características físicas do cobre e do alumínio para a temperatura de 20 °C são mostradas na Tab. (3).

Tabela 3 – Resistividade (ρ_{enr}) e Coeficiente de Temperatura (α) na referência de 20 °C

Material	$\rho_{enr}~(\Omega m)$	$\alpha \ (^{\mathrm{o}}C^{-1})$
Alumínio Cobre	$\begin{array}{c} 2,65 10^{-8} \\ 1,724 10^{-8} \end{array}$	$3,8 \ 10^{-3} \\ 4,29 \ 10^{-3}$

A resitividade elétrica dos materiais aumenta com a temperatura. Dado a temperatura dos enrolamentos T, resistividade padrão dos materiais ρ_{enr} e coeficiente de temperatura α , o acréscimo da resistividade é proporcional ao acréscimo da temperatura de acordo com a Eq. (2.34).

$$d\rho = \alpha dT \rho_{enr} \tag{2.34}$$

Logo, se o alumínio e o cobre possuem as características mostradas na Tab. (3), para uma temperatura padrão de 20 °C a resistividade final dos materiais para uma temperatura T é dada pela Eq. (2.35).

$$\rho_{enrf} = \rho_{enr} + \alpha (T - 20)\rho_{enr} \tag{2.35}$$

2.3.8 Indutância Magnetizante

A indutância magnetizante é calculada analiticamente a partir do cálculo da relutância equivalente do circuito magnético mostrado na Fig. (8). As colunas laterais são representadas por três relutâncias \Re_{Clat} (Eq. (2.36)) e as colunas inferiores e superiores por quatro relutâncias \Re_{Csup} (Eq. (2.37)).

A indutância magnetizante L_{mag} (Eq. (2.39)) é calculada a partir da relutância equivalente do núcleo \Re_{eq} (Eq. (2.38)), que é calculada em referência à coluna central.

$$\Re_{Clat} = \frac{h_1 + h + h_2 + D_C}{S_C \mu_0 \mu_r} \tag{2.36}$$

$$\Re_{Csup} = \frac{2(h_1 + A + h_2 + g + h_3) + D_C}{S_C \mu_0 \mu_r}$$
(2.37)

$$\Re_{eq} = \Re_{Clat} + \frac{2\Re_{Csup} + \Re_{Clat}}{2}$$
(2.38)

$$L_{mag} = \frac{N_1^2}{\Re_{eq}} \tag{2.39}$$



Figura 8 – Representação das relutâncias do núcleo.

2.3.9 Perdas Joule

A resistência do enrolamento primário r_1 (Eq. (2.42)) é calculada a partir da resistividade do material ρ_{enr} , do comprimento total do fio l_1 e secção do fio S_1 . A resistência do enrolamento secundário é calculada de forma similar na Eq. (2.45).

$$l_1 = \pi D_{MHT} N_1 \tag{2.40}$$

$$S_1 = \frac{ghF_2}{N_1} \tag{2.41}$$

$$r_1 = \rho_{enr} \frac{l_1}{S_1} \tag{2.42}$$

$$l_2 = \pi D_{MBT} N_2 \tag{2.43}$$

$$S_2 = \frac{AhF_1}{N_2} \tag{2.44}$$

$$r_2 = \rho_{enr} \frac{l_2}{S_2} \tag{2.45}$$

A resistência dos enrolamentos refletida ao secundário é representada por R_2 na Eq. (2.46).

$$R_2 = r_2 + r_1 k^2 \tag{2.46}$$

As perdas Joule (Eq. (2.49)) são representadas pela resistência R_2 no secundário e a corrente do secundário I'_2 (2.48)) considerando a corrente à vazio I_{10} (Eq. (2.47)) e o módulo da impedância equivalente do primário Z.

$$I_{10} = \frac{V_1}{Z}$$
(2.47)

$$I_2' = \frac{I_1 - I_{10}}{k} \tag{2.48}$$

$$P_J = 3R_2 I_2^{\prime 2} \tag{2.49}$$

2.3.10 Indutância de Dispersão

O cálculo analítico da indutância de dispersão assume que o número de ampere-espiras está distribuído uniformemente entre os enrolamentos. Considera-se que as linhas de campo magnético são paralelas ao eixo dos enrolamentos, para uma permeabilidade infinita do material do núcleo. Os parâmetros para o cálculo são mostrados na Fig. (9), onde a distribuição das linhas de campo magnético está em função do raio. A distribuição é mostrada na janela do transformador onde localizam-se as bobinas de baixa e alta tensão, pode-se tomar a Fig. (3) como referência para localização.



Figura 9 - Parâmetros usados para o cálculo da indutância de dispersão.

O campo magnético é função do raio r e proporcional a distribuição de corrente na espira, com a Lei de Ampere:

$$H(r) = \frac{N_r(r)I}{h_1 + h + h_2}$$
(2.50)

, onde N_r é o número de condutores conforme aumento do raio de integração.

O número de condutores para a bobina interna, tomando como referência o vetor corrente saindo do plano do papel, é:

$$N_{r_A} = \frac{N_1}{A} r_A \tag{2.51}$$

, onde r_A é o raio a partir da borda interior da bobina.

Aplicando a Lei de Ampere, tem-se:

$$H_A(r_A) = \frac{N_1 I_1}{A(h_1 + h + h_2)} r_A \tag{2.52}$$

Fazendo o mesmo para a segunda bobina, tomando como referência o vetor corrente entrando no plano do papel:

$$N_{r_g} = \frac{N_2}{g} r_g \tag{2.53}$$

, onde r_g é o raio a partir da borda exterior da bobina.

Aplicando a Lei de Ampere, tem-se:

$$H_g(r_g) = \frac{N_2 I_2}{g(h_1 + h + h_2)} r_g \tag{2.54}$$

Entre as duas bobinas, o campo é constante e de valor máximo igual à:

$$H_{e2} = \frac{N_1 I_1}{h_1 + h + h_2} = \frac{N_2 I_2}{h_1 + h + h_2}$$
(2.55)

O cálculo da indutância é feito a partir da integração do enlace de fluxo de dispersão, circulando num tubo cilíndrico :

$$dL(r) = \frac{N_r d\phi(r)}{I} \tag{2.56}$$

$$d\phi(r) = \mu_0 H(r) 2\pi r_m dr \tag{2.57}$$

, onde r_m é o raio médio da origem até o centro de uma bobina.

Para o cálculo da indutância de dispersão para o primeiro enrolamento, se considera nos limites de integração o fluxo de dispersão a partir da borda interior da bobina até metade do espaçamento entre as duas bobinas:

$$L_{1} = \mu_{0}\pi \frac{N_{1}}{A}^{2} \frac{D_{MBT}}{h_{1} + h + h_{2}} \int_{0}^{A} r_{A}^{2} dr + \mu_{0}\pi N_{1}^{2} \frac{D_{M}}{h_{1} + h + h_{2}} \int_{A}^{A + \frac{e_{2}}{2}} dr$$
$$= \mu_{0}\pi \frac{N_{1}^{2}}{h_{1} + h + h_{2}} \left[\frac{AD_{MBT}}{3} + \frac{e_{2}D_{M}}{2} \right]$$
(2.58)

Para o cálculo da indutância de dispersão para o segundo enrolamento, se considera nos limites de integração o fluxo de dispersão a partir da borda exterior da bobina até metade do espaçamento entre as duas bobinas:

$$L_{2} = \mu_{0} \pi \frac{N_{2}}{g}^{2} \frac{D_{MHT}}{h_{1} + h + h_{2}} \int_{0}^{g} r_{g}^{2} dr + \mu_{0} \pi N_{2}^{2} \frac{D_{M}}{h_{1} + h + h_{2}} \int_{g}^{g + \frac{e_{2}}{2}} dr$$
$$= \mu_{0} \pi \frac{N_{2}^{2}}{h_{1} + h + h_{2}} \left[\frac{g D_{MHT}}{3} + \frac{e_{2} D_{M}}{2} \right]$$
(2.59)

A indutância de dispersão refletida ao secundário é definida pela Eq. (2.60) (CHATELAIN, 1983).

$$L_{cc} = \frac{N_2^2}{N_1^2} L_1 + L_2 = \mu_0 \pi \frac{N_2^2}{h_1 + h + h_2} \left[e_2 D_M + \frac{A D_{MBT} + g D_{MHT}}{3} \right]$$
(2.60)

2.4 MODELO ECONÔMICO

Uma vez que o modelo analítico do transformador foi proposto, faz-se a inserção de um modelo econômico.

O custo do transformador para o consumidor inclui não somente o custo de fabricação, mas também o custo das perdas durante sua vida útil. O custo das perdas dependem da carga e do período de vida útil estimado assim como o custo da energia durante esse tempo (KERR, 1984).

Usualmente os transformadores são permanentemente energizados, mesmo quando usados numa fábrica em que a planta é fechada durante os finais de semana e feriados, os transformadores são raramente desligados. Considerando o preço da energia de 0, 10893 R/kWh, cada ano de operação custa R\$ 954, 2268 para cada kW de perdas em vazio.

Já as perdas de carga depende da demanda do transformador. Na maioria dos casos essa perda não é constante e varia com o quadrado da corrente, logo esse perfil de carga deve ser levado em conta. Tipicamente o custo anual das perdas estão entre cinco e vinte e cinco por cento das perdas em vazio.

Substituir transformadores que não apresentam esse estudo econômico ou que se aproximam do fim de sua vida econômica é uma tarefa influenciada por importante pontos:

• Montante salvo pelas perdas reduzidas;

- Redução do custo de manutenção;
- Custo da remoção e substituição de transformadores velhos;
- Valor de venda da reciclagem dos transformadores velhos;
- Risco de falhas reduzido de fornecimento aos consumidores;
- Eliminação das despesas de capital;
- Eliminação da sobrecarga de trabalho para manter níveis adequados de fornecimento de energia.

As equações de custo de fabricação e o custo das perdas permitem a otimização do transformador considerando o custo de exploração sobre sua vida útil. Se a vida útil do transformador é n anos, então a capitalização para o transformador pode ser estimada da receita do investimento (POULOUJADOFF; FINDLAY, 1986).

Considera-se a otimização de duas funções objetivo com as quais pode-se obter importantes informações relacionadas à fabricação do transformador. A primeira função objetivo (Eq. (2.61)) é o custo de fabricação do transformador C_{fab} que considera a massa do material utilizado na bobinagem e no núcleo. O custo fixo C_O do transformador é relativo a qualquer informação referente as atividades de produção, como o custo com a mão-de-obra ou até mesmo o custo com a depreciação dos equipamentos utilizados na fabricação do produto.

$$C_{fab} = C_O + C_{kg/Bob} M_{Bob} + C_{kg/F} M_F \tag{2.61}$$

A segunda função objetivo (Eq. (2.62)) é o custo total do transformador sobre sua vida útil que é dado pela soma do custo de fabricação e o custo gerado pelas perdas Joule e perdas no Ferro.

$$C_{total} = C_{fab} + C_{PJ} + C_{PF} \tag{2.62}$$

O custo das perdas Joule (Eq. (2.63)) e perdas no Ferro (Eq. (2.64)) dependem da magnitude das perdas e o valor presente do custo de 1W de perda para um ano de funcionamento.

$$C_{PJ} = P_J C_{WJ} \tag{2.63}$$

$$C_{PF} = P_F C_{WF} \tag{2.64}$$

Os valores presentes de custo das perdas no ferro e na bobinagem dependem do valor da energia provida pela concessionária para um determinado período de vida e taxa de juros. Considera-se que o transformador fica em regime nominal durante vinte por cento do tempo em um ano de operação. Logo, a taxa de perdas no ferro e perdas joules consumidas em um ano correspondem a Eq. (2.65) e Eq. (2.66).

$$C_{WF} = C_E 8760 \sum_{n=1}^{PV} \frac{1}{(1+i)^n}$$
(2.65)

$$C_{WJ} = C_E \frac{8760}{5} \sum_{n=1}^{PV} \frac{1}{(1+i)^n}$$
(2.66)

É importante ressaltar que o custo de fabricação e o custo total são difíceis de serem calculados pois o custo dos materiais está em constante modificação. Porém os resultados da otimização podem ser utilizados mesmo assim, pois o que é relevante analisar é a porcentagem do custo total em relação ao custo de fabricação.

2.5 CONCLUSÃO

O modelo analítico do transformador foi apresentado junto com seu modelo econômico. As equações do modelo são escritas em linguagem SML no componente *Generator* do *software CADES*, como mostrado no apêndice C.

3 VALIDAÇÃO DO MODELO ANALÍTICO DO TRANSFORMADOR

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo visa-se apresentar e validar os resultados do modelo analítico utilizado. Comparam-se os valores da indutância magnetizante e de dispersão obtidos com os calculados, utilizando o método dos elementos finitos (*software EFCAD*). Primeiramente calcula-se os parâmetros de saída do modelo analítico para determinada especificação. Após isso, com as dimensões resultantes, utiliza-se o método dos elementos finitos para análise do transformador.

3.2 RESULTADOS DO MODELO ANALÍTICO

O modelo analítico apresentado anteriormente é descrito no Generator sob linguagem SML (Apêndice C). Este modelo é compilado gerando um arquivo com a extensão *.icar* Os resultados do modelo analítico do transformador são calculados utilizando o componente *Calculator*.

Considerando que o material usado no núcleo é o ferro, têm-se duas hipóteses:

- Hipótese 1: O ferro apresenta permeabilidade relativa constante, $\mu_r = 35000;$
- Hipótese 2: O ferro é caracterizado pela curva de magnetização (lâminas de *Fe-Si* de grão orientado) apresentada na Eq. (2.32).

Os parâmetros de entrada, usados no componente *Calculator*, são mostrados na Tab. (4).

Para uma determinada especificação de entrada obtém-se as dimensões do transformador e valores finais de variáveis físicas na Tab. (5), usando um valor constante de permeabilidade relativa $\mu_r = 35000$. Tendo estas dimensões pode-se validar o modelo utilizando o método dos elementos finitos para o cálculo da indutância magnetizante e indutância de dispersão.

Tabela 4 – Especificações do transformador.

1,7
60
$1,\!0$
$0,\!11$
4,5
30
1000
3,0
120,0
$13,\!8$
400

Tabela 5 – Resultados do componente ${\it Calculator}$

$26,8384 \\ 0,6452 \\ 22,9032$
0,6452 22,9032
$22,\!9032$
22,2581
22,2581
22,2581
23,0044
220,1492
1000,0000
16,7348
$621,\!3557$
12,367
289581,7313
$8,2653 \times 10^{-04}$

3.3 VALIDAÇÃO DO MODELO ANALÍTICO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (*FEM*)

O método analítico é validado comparando a indutância de magnetização e a indutância de dispersão obtidas com as calculadas pelo método dos elementos finitos. Utiliza-se o *software EFCAD* para fazer a análise do transformador com o método dos elementos finitos 2D. As dimensões do transformador utilizadas para esta simulação são aquelas mostradas na Tab. (5).

3.3.1 Indutância Magnetizante

Pelo manual do *EFCAD* (GRUCAD, version 6.0 - 2002), tem-se a explicação do uso da formulação dos Campos Magnéticos do tipo Vetor Potencial. Usa-se esta formulação quando existe um circuito magnético, composto por bobinas de excitação e um material magnético, simulando toda a estrutura, incluindo as bobinas de excitação. Isso se diferencia da formulação do Potencial Magnético Escalar que não permite a inclusão de fontes de corrente no domínio de simulação.

Outra importante diferença entre as formulações são as condições de contorno: No caso presente, com a formulação Vetor Potencial Magnético, ao impor a condição de *Dirichlet*, implica-se que o campo seja paralelo ao contorno, enquanto que na formulação Potencial Magnético Escalar o campo é perpendicular ao contorno de *Dirichlet*. Em contornos de *Neumann*, na formulação Vetor Potencial, onde não existem condições especificadas, o campo é perpendicular ao contorno, enquanto que na formulação Potencial contorno, enquanto que na formulação Potencial, onde não existem condições especificadas, o campo é perpendicular ao contorno, enquanto que na formulação Potencial Escalar o campo é paralelo.

A geometria de um corte do transformador com as linhas de campo magnético é mostrada na Fig. (10). A condição de contorno aplicada ao problema é a condição de *Dirichlet* a todo o contorno.

Para o cálculo da indutância magnetizante, o ensaio de circuitoaberto é feito aplicando uma densidade de corrente somente na bobina de alta tensão, deixando a bobina de baixa tensão em aberto.

Ao usar o módulo EFCS impõe-se o valor de densidade de corrente para a bobina externa.

Extraí-se os valores de Energia e Co-energia em J/m, que normalmente são iguais nesta simulação. Esses valores são multiplicados pela profundidade $\pi D_c F_L/2$ metros para obter a Energia e Co-energia do sistema em Joule.

No caso linear, a energia e a co-energia são numericamente iguais.



Figura 10 – Linhas de campo magnético do ensaio de circuito-aberto para o cálculo da indutância magnetizante.

Já no caso não-linear os dois não são iguais e a diferença entre eles é importante. Tendo em mãos as medidas de energia e co-energia do transformador, os cálculos da indutância magnetizante são feitos à partir das equações (3.1) e (3.2).

$$L_{mag1} = 2\frac{W}{I_0^2}$$
(3.1)

$$L_{mag2} = 2\frac{W'}{I_0^2}$$
(3.2)

É importante ressaltar que a Eq. (3.1) é a única que possui propriedade inteiramente física, pois é calculada com os valor da energia. Na Eq. (3.2) a indutância é calculada utilizando o valor da co-energia, geralmente empregada quando se deseja expressar a força eletromagnética.

3.3.1.1 Simulações com Permeabilidade Relativa Constante

O ensaio à vazio é feito nessa simulação, considerando que o ferro apresenta permeabilidade relativa contante. Os valores de energia e coenergia são iguais no caso linear, logo $L_{mag1} = L_{mag2} = 641, 6402H$ (Fig. (11)).



Figura 11 – Indutância magnetizante em função da corrente de magnetização com $\mu_r = 35000.$

Para efeito de comparação o modelo analítico resultou em L_{mag} 621, 3557H.

3.3.1.2 Simulações com Curva de Magnetização

Repete-se o processo do ensaio à vazio nesta simulação, porém agora considerando a curva de magnetização. Os resultados são mostrados na Fig. (12). Os valores de magnetização calculados de diferentes maneiras: L_{maq1} pela Eq. (3.1) e L_{maq2} pela Eq. (3.2)



Figura 12 – Indutância magnetizante em função da corrente de magnetização utilizando material com curva de magnetização real.

3.3.2 Indutância de Dispersão

3.3.2.1 Simulações com Permeabilidade Relativa Constante

Metade da coluna e metade da janela do transformador é simulada conforme a Fig. (13). Para o cálculo da indutância de dispersão, o ensaio de curto-circuito é feito. Aplica-se a densidade de corrente de curto-circuito nas bobinas de alta e baixa tensão. A condição de contorno aplicada é a condição de *Dirichlet* a todo contorno do domínio, fazendo com que as linhas de fluxo de dispersão passem pela janela do transformador. Após a visualização das linhas de campo, medem-se os valores de energia e co-energia.

Os cálculos da densidade de corrente nas bobinas de alta tensão (primário) e baixa tensão (secundário), podem ser realizados pelas equações (3.3) e (3.4), a partir da corrente de curto-circuito no primário, I_{1cc} , e no secundário, I_{2cc} .

$$J_{1cc} = \frac{I_{1cc}N_1}{S_{HT}}$$
(3.3)

$$J_{2cc} = \frac{I_{2cc}N_2}{S_{BT}}$$
(3.4)



Figura 13 – Linhas de campo magnético do ensaio de curto-circuito para o cálculo da indutância de dispersão.

Ao usar o módulo EFCS, se impõe o valor de J_{1cc} para a bobina externa e J_{2cc} para a bobina interna. Extraí-se os valores de Energia e Co-energia em J/m, que normalmente são iguais nesta simulação. Esses valores são multiplicados pela profundidade πD_M metros e a Energia e Co-energia do sistema são calculadas em Joules.

Tendo os valores de energia e co-energia do transformador, os cálculos da indutância de dispersão são realizados à partir das equações (3.5) e (3.6).

$$L_{cc1} = 2\frac{W}{I_{2cc}^2}$$
(3.5)

$$L_{cc2} = 2\frac{W'}{I_{2cc}^2}$$
(3.6)

Obtém-se $L_{cc1} = L_{cc2} = 12,100 \mu H$ (Fig. (14)). Esse resultado é independente do valor de corrente de curto-circuito, desde que respeitada a relação de transformação entre o primário e secundário na simulação.



Figura 14 – Indutância de dispersão em função da corrente de curtocircuito.

Para efeito de comparação o modelo analítico resultou em $L_{cc} = 12,367 \mu H.$

3.3.2.2 Simulações com Curva de Magnetização

O processo de simulação é repetido para o caso em que o material ferromagnético com a curva de magnetização é inserido. Mesmo com a inserção do material ferromagnético saturável no software *EFCAD* a indutância de dispersão se manteve constante em função da corrente de curto-circuito (Fig. (15)). Obtém-se $L_{cc1} = L_{cc2} = 12,088\mu H$. Embora, na prática, num ensaio de curto-circuito, o procedimento usual seja colocar o secundário em curto-circuito e aplicar uma tensão da ordem de 10 a 15 % do valor nominal, fazendo com que o ramo de magnetização seja desprezível. Na simulação, a análise é feita de outra maneira, medindo a energia que passa pelo ar e pelo ferro. As linhas de dispersão passam em sua maioria pelo ar, onde a permeabilidade relativa é unitária.



Figura 15 – Indutância de dispersão em função da corrente de curtocircuito utilizando material com curva de magnetização real.

3.4 CONCLUSÃO

Os resultados do modelo analítico do transformador trifásico foram apresentados e validados pelo método dos elementos finitos. Uma vez validado, o modelo analítico poderá ser utilizado para otimização.

4 MÉTODO POR REDE DE RELUTÂNCIAS (RNM)

O objetivo deste capítulo é criar modelos mais elaborados do transformador em relação ao modelo puramente analítico. Utiliza-se o método por rede de relutâncias (*software Reluctool*) para o cálculo da indutância de magnetização e indutância de dispersão, assim como a discretização dos modelos utilizados. Por último, apresenta-se uma comparação entre o modelo analítico, o método dos elementos finitos e os modelos por rede de relutâncias.

4.1 CONSTRUÇÃO DAS REDES DE RELUTÂNCIAS

A dificuldade da construção das redes de relutâncias de um circuito magnético tende a aumentar quanto mais complexa for a geometria da máquina elétrica, dificultando o mapeamento das linhas de campo magnético.

Primeiramente, deve-se definir uma topologia para as redes de relutâncias, ou seja, quais relutâncias serão utilizadas para representar as linhas de fluxo no material magnético e no ar. Isso é feito a partir do mapeamento das linhas de campo sendo uma tarefa delicada e que exige cuidado na elaboração de suas hipóteses. O número de relutâncias da rede deve ser função da precisão desejada e do tempo de cálculo. Quanto maior o número de relutâncias, maior a precisão do sistema e maior o tempo de cálculo do mesmo. Também deve-se tomar cuidado quando o material magnético representado está pouco saturado. O fluxo magnético estará canalizado pelo ferro, facilitando a construção das redes de relutâncias. Mas se a saturação aumenta, significa que as linhas de fluxo de dispersão aumentam, fazendo com que o circuito só seja bem representado com a adição de relutâncias de dispersão. Existe um compromisso na criação das topologias, correspondentes a discretização, tempo de cálculo e representação correta do fluxo de dispersão (ALBERT, 2004).

A segunda etapa consiste na estimação das relutâncias. Após escolher o tipo de tubo de fluxo usado deve-se estimar os valores de seus parâmetros em função da geometria do transformador. A tarefa fica mais complexa com o aumento do número de relutâncias que modelam os tubos de fluxo no ferro e no ar.

Por exemplo, no caso do transformador trifásico, as relutâncias utilizadas consideram linhas de campo paralelas as seções do tubo de fluxo mostradas na Fig. (16).



Figura 16 – Tubo de fluxo típico.

Na teoria de tubos de fluxo a relação entre o potencial magnético nas extremidades do tubo de fluxo e o fluxo magnético que o cruza depende da geometria do tubo de fluxo e das características magnéticas de seu material. Assim a relutância do tubo magnético pode ser definida por (4.1) onde l_T é o comprimento do tubo de fluxo com seção transversal $S_T(x) \in \mu(B)$ é uma função da permeabilidade do material. Observando-se esta equação conclui-se que a relutância depende da geometria do caminho magnético, que pode ser função constante ou dependente do tempo, e da permeabilidade do material, que pode ser linear ou não linear (SANTO; CALADO; CABRITA, 2010).

$$\Re_T = \int_0^{l_T} \frac{dx}{\mu(B)S_T(x)}$$
(4.1)

4.2 DESCRIÇÃO ANALÍTICA DAS RELUTÂNCIAS

Nos modelos feitos no *Reluctool*, dois tipos de relutância são usadas: relutâncias no ferro, com permeabilidade linear ou não linear, e as relutâncias de dispersão (Fig. 17).

Os modelos das relutâncias usadas nas zonas ferromagnéticas levam em conta que com o aumento da saturação, maior se torna o valor da relutância. O valor da relutância aumenta com a saturação por que o valor da permeabilidade relativa diminui (Eq. (4.1)), assim, quanto mais a saturação é importante, maior a dificuldade de obter as relutâncias das zonas ferromagnéticas sobretudo se o trajeto do fluxo não é retilíneo.

No modelo representado na Fig. (8) representamos a indutância



Figura 17 – Relutâncias do *Reluctool* utilizadas.

magnetizante sem considerar as relutâncias do ar. O modelo é uma boa aproximação mas não considera importantes efeitos de linhas de dispersão. O cálculo das relutâncias de dispersão não deve ser negligenciado pois deseja-se assegurar a precisão do modelo em regime saturado e, além disso, a introdução das relutâncias de dispersão proporciona robustez ao modelo.

4.3 INDUTÂNCIA MAGNETIZANTE

4.3.1 Simulações com Permeabilidade Relativa Constante

Deseja-se mostrar as curvas das indutâncias magnetizante com a variação da corrente de magnetização. Para isso, os modelos de rede de relutâncias se mostram interessantes, pois pode-se modelar variáveis físicas como a indutância magnetizante em relutâncias que dependem da geometria do circuito e do material ferromagnético utilizado.

Os modelos por rede de relutâncias para a o cálculo da indutância magnetizante são expostos na Fig. (18) e na Fig. (19). As variáveis de entrada do modelo são: $A, e_1, e_2, e_3, h_1, h_2, D_C, h, \mu_r \in N_1$.



Figura 18 – Modelo 1 da rede de relutâncias para a indutância magnetizante.

O primeiro modelo usa as expressões analíticas (Eq. (2.36) e Eq. (2.37)) para cada coluna, obtêm-se os mesmos resultados que o modelo

analítico: $L_{mag1} = L_{mag2} = 621,3557H.$



Figura 19 – Modelo 2 da rede de relutâncias para a indutância magnetizante.

O segundo modelo também faz uso destas expressões, porém adicionam-se as relutâncias de dispersão para a janela do transformador, obtendo para a corrente de magnetização de 0, 15A os seguintes resultados: $L_{mag1} = L_{mag2} = 621, 3683H$. Não houve uma grande diferença entre os dois modelos, porém vale lembrar que ao adicionar relutâncias de dispersão, a diferença se torna mais visível com o aumento das linhas de dispersão na saturação.

Na Fig. (20) pode-se verificar que a indutância magnetizante mantém-se constante com a variação da corrente de magnetização, uma vez que a permeabilidade do material magnético é uma constante.



Figura 20 – Indutância magnetizante em função da corrente de magnetização.

A análise da energia também pode ser realizada nos modelos

calculando a energia e co-energia para as relutâncias no ferro e no ar, como mostrado na Fig. (21) e Fig. (22).



Figura 21 – Cálculos de energia e co-energia para o modelo 1.



Figura 22 – Cálculos de energia e co-energia para o modelo 2.

As figuras (21) e (22) indicam que os valores de energia e coenergia no ferro são iguais. Somente no segundo modelo existem cálculos de energia e co-energia no ar (Fig. (22)) sua curva também está sobreposta. Comparando os valores de energia no ar e no ferro, fica claro que a energia no ferro é maior. Como o material possui permeabilidade constante, não existe saturação, assim, com o aumento da corrente de magnetização, os valores da energia no ferro e no ar se tornam mais importantes.

4.3.2 Simulações com Curva de Magnetização

Para os materiais com curva de magnetização, a partir de um certo nível de indução, a relação entre os campos $B \in H$ se torna não lineares, fazendo com que o valor da relutância seja dependente da indução. Logo é necessário conhecer a relação entre $B \in H$ para calcular essa relutância. No *Reluctool*, a expressão da relutância é dada pela Lei de *Hopkinson* (Eq. (4.2)) e a relação entre $B \in H$ é dada pela expressão mostrada na Eq. (4.4) onde o utilizador insere os parâmetros como a (coeficiente de ajuste do "joelho"), J_s (polarização de saturação) e μ_r (ROMAIN, 2006).

$$\Re(\varphi) = H(B)L \tag{4.2}$$

$$\Re(\varphi) = \frac{L}{\varphi} H(\frac{\varphi}{S}) \tag{4.3}$$

$$H(B) = \frac{(\mu_r - 2a + 1)B - \mu_r J_s - J_s (2a - \mu_r) \sqrt{\left(\frac{(\mu_r - 1)B}{J_s (2a - \mu_r)}\right)^2 - \frac{4a(a - \mu_r)}{(2a - \mu_r)^2}}}{2\mu_0(\mu_r - a)}$$
(4.4)

A relutância utilizada neste modelo é caracterizada como aconselhado no apêndice E. A Fig. (23) exibe a curva de magnetização interpolada em termos de $a = 0, 15, J_s = 1, 8$ e $\mu_r = 35000$ com a curva de magnetização definida por pontos de medida mostrada na Fig. (6). As assíntotas da polarização de saturação e da permeabilidade relativa do ferro também são traçadas na curva.

Os outros modelos por rede de relutâncias para a indutância de magnetização são mostrados nas figuras (24), (26) e (28). O modelo 3 usa a relutância não-linear para o ferro, o modelo 4 a relutância de dispersão é adicionada e no modelo 5 é feita uma discretização do modelo 4.



Figura 23 – Resultado da interpolação para caracterização da relutância do *Reluctool*.

Para o modelo 3, a curva da indutância de magnetização e a curva de energia em função da corrente de magnetização I_0 são expostas na Fig. (25). Percebe-se o efeito da saturação, pois a indutância de magnetização diminui com o aumento da corrente e a energia no ferro cresce com o aumento da corrente, se comportando de acordo com a curva de magnetização modelada pela relutância. Existem três indutâncias de magnetização na curva, pois são calculados de acordo com as equações (3.1) e (3.2). Usa-se os valores de energia e co-energia nos cálculos, que são diferentes para o caso não-linear. Observa-se também, que existem valores que não são numericamente definidos nas curvas, esse problema será resolvido com o aumento da discretização do modelo por rede de relutâncias.



Figura 24 – Modelo 3 em rede de relutâncias para a indutância de magnetização.

Adiciona-se as relutâncias de dispersão para a janela do transformador no modelo 4 (Fig. (26)), e as curvas de indutância de magnetiza-



Figura 25 – Indutância magnetizante e cálculos de energia e co-energia em função da corrente de magnetização para o modelo 3.

ção e energia são traçadas, como mostrado na Fig. (27). Neste modelo adiciona-se a informação do fluxo de dispersão no ar da janela do transformador. Apesar da dispersão ser pequena, é importante observar seu efeito. É importante ressaltar que somente a dispersão localizada na área da janela do transformador é modelada e que a indutância de dispersão será modelada em outra seção.



Figura 26 – Modelo 4 em rede de relutâncias para a indutância de magnetização.

A primeira vista os modelos 3 e 4 apresentam o comportamento esperado, porém pelas figuras notam-se pontos em que as variáveis não são definidas, assumindo o valor nulo. Este é um problema relacionado a resolução do modelo por rede de relutâncias, baseado na equação (4.3). Nesta equação, quando o fluxo que atravessa a relutância tem valor nulo, a relutância não é calculada. Essa primeira discretização do modelo 3 não resolveu este problema, uma discretização maior é feita no modelo 5.

As curvas da indutância de magnetização e energia e co-energia em função da corrente de magnetização, são apresentadas na Fig. (29). As curvas indicam que com a discretização do modelo todos valores são definidos para as relutâncias e assim o cálculo da indutância de mag-


Figura 27 – Indutância magnetizante e medidas de energia e co-energia em função da corrente de magnetização para o modelo 4.



Figura 28 – Modelo 5 em rede de relutâncias para a indutância de magnetização.

netização e energia pode ser feita para todo o intervalo de simulação.

A comparação da energia do modelo 5 com modelo 4 é realizada na Fig. (30). Não houve uma diferença de valores de energia no ferro e os valores de energia no ar diminuíram no modelo 5.

Existe uma diferença muito pequena entre os modelos que são imperceptíveis pelas curvas que estão sobrepostas. Os valores de energia são mostrados na Tab. (6) para a corrente de magnetização de 0, 15A, a energia no ar é praticamente desprezível. A tabela apresenta numericamente a diferença entre os modelos.

Nos modelos 1 e 2 a relutância utilizada no ferro é linear com permeabilidade relativa constante e nos modelos 3, 4 e 5 a relutância



Figura 29 – Indutância magnetizante e medidas de energia e co-energia em função da corrente de magnetização para o modelo 5.



Figura 30 – Comparação entre os modelo 4 e 5 para as curvas de energia.

Modelos por rede de relutâncias									
Modelo	1	2	3	4	5				
W'(J)	6,9903	6,9904	4,9696	4,9696	4,9696				
W(J)	6,9903	$6,\!9904$	$2,\!4697$	2,4697	2,4697				
$W_{Ar}(J)$	0	$1,42 \times 10^{-04}$	0	$4,99 \times 10^{-05}$	$4,24 \times 10^{-05}$				
$W'_{Ar}(J)$	0	$1,42 \times 10^{-04}$	0	$4,99 \times 10^{-05}$	$4,24 \times 10^{-05}$				
$W_F'(J)$	$6,\!9903$	$6,\!9903$	4,9696	4,9696	4,9696				
$W_F(J)$	$6,\!9903$	6,9903	$2,\!4697$	2,4697	2,4697				

Tabela 6 – Valor da energia no ferro e no ar.

utilizada no ferro é não-linear, modelando a curva de magnetização. Nos modelos 2, 4 e 5 o fluxo que passa na janela do transformador é

medida, sendo que no modelo 5 tem-se uma discretização maior, pois no modelo 4 existem pontos em que a relutância não é definida numericamente.

Cinco modelos por rede de relutâncias para a indutância de magnetização foram apresentados, onde:

- Modelo 1 Caso linear sem considerar dispersão;
- Modelo 2 Caso linear considerando dispersão na janela do transformador;
- Modelo 3 Caso não-linear sem considerar dispersão;
- Modelo 4 Caso não-linear considerando dispersão na janela do transformador;
- Modelo 5 Caso não-linear considerando dispersão na janela do transformador e aumentando a discretização;

Pode-se verificar as diferenças dos resultados em cada modelo analisando as curvas apresentadas, a indutância de magnetização, energia e co-energia em função da corrente de magnetização.

4.4 INDUTÂNCIA DE DISPERSÃO

Para o cálculo da indutância de dispersão dos transformadores trifásicos, o método por rede de relutâncias apresenta uma abordagem diferente daquela tratada no cálculo da indutância de magnetização. Apesar de ser o mesmo método, o estudo bibliográfico mostrou que o cálculo da indutância de dispersão apresenta uma problemática mais complexa. Apresenta-se o método por rede de relutâncias voltado para a análise da indutância de dispersão.

O método de rede de relutâncias (*RNM* - *Reluctance Network Method*) é baseado na Lei de Ohm para circuitos magnéticos Eq. (4.5) e Lei de *Kirchhoff* para nós Eq. (4.6) e malhas Eq. (4.7). É um dos métodos mais antigos para modelagem e cálculo de circuitos magnéticos em máquinas elétricas e transformadores. Quanto maior a complexidade do circuito, por exemplo em motores de passo ou motores de relutância chaveado, maiores sistemas multi-nós são desenvolvidos. Ademais, em vista de modelar campos magnéticos alternados na presença de corpos metálicos, em particular no ferro com suas características não lineares e correntes induzidas, modelos mais complexos de rede de relutâncias são considerados. Os maiores benefícios de usar o método de rede de relutâncias são evidentes quando calculamos campos tridimensionais em geometrias complicadas onde significantes economias de tempo e esforço computacional podem ser atingidas ganhando eficiência na formulação (TUROWSKI, 1995).

$$V_{\mu i} = \Re_{\mu i} \Phi_i \tag{4.5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \Phi_i \tag{4.6}$$

$$\sum_{k=1}^{m} V_{\mu k} \tag{4.7}$$

O método de rede de relutâncias foi usado pela primeira vez por *Turowski* em 1960, para a modelagem de campos bidimensionais (2D) e cálculo de fluxos magnéticos em uma transformador de potência de três colunas . Em 1969 o autor introduziu um modelo de rede de relutâncias tridimensional multi-nós, chamado *RNM-3D*, para cálculos aproximativos rápidos de campos de dispersão em transformadores de potência trifásicos. O modelo *RNM-3D* foi apresentado e discutido em vários conferencias internacionais e continua a fornecer a base para muitos trabalhos técnicos e científicos (TUROWSKI, 1995). O modelo de rede de relutâncias tridimensional para o cálculo da indutância de dispersão (TUROWSKI; TUROWSKI; KOPEC, 1990) é apresentado na Fig. (31).

Na Fig. (32) mostra-se uma malha de rede de relutâncias, considerando que na direção z a profundidade é representada pela letra p, pode-se introduzir os valores das relutâncias R_x (Eq. (4.8)) e R_y (Eq. (4.9)).

$$\Re_x = \frac{l_x}{\mu l_y l_z} \tag{4.8}$$

$$\Re_y = \frac{l_y}{\mu l_x l_z} \tag{4.9}$$

A Fig. (33) ilustra a divisão de uma geometria. As relutâncias são dadas pela Eq. (4.10) e Eq. (4.11).

$$\Re_x = \frac{l_x}{\mu S_x} \tag{4.10}$$



Figura 31 – Modelo tridimensional em rede de relutâncias para o cálculo da indutância de dispersão em transformadores trifásicos (TUROWSKI; TUROWSKI; KOPEC, 1990).



Figura 32 – Modelo elementar bidimensional de uma rede relutâncias.

$$\Re_y = \frac{l_y}{\mu S_y} \tag{4.11}$$

A seção S_x é obtida pela divisão das seções na direção x, e a seção S_y pela divisão das seções na direção y (n_y) . Dependendo do nível de discretização requerida deve-se aumentar ou diminuir o número de nós do modelo.



Figura 33 – Divisão da geometria do modelo bidimensional de rede relutâncias.

$$S_x = \frac{l_y l_z}{n_x} \tag{4.12}$$

$$S_y = \frac{l_x l_z}{n_y} \tag{4.13}$$

4.4.1 Simulações com Permeabilidade Relativa Constante

Para análise da indutância de dispersão as linhas de fluxo são exibidas na Fig. (13) para um corte do transformador, incluindo a área da bobinagem de baixa e alta tensão.

O primeiro modelo por rede de relutâncias para a indutância de dispersão (Fig. (34)) será usado com um número reduzido de nós para ilustrar o efeito do aumento do número de nós em modelos posteriores. Este modelo apresenta três divisões na direção x. O segundo modelo é apresentado na Fig. (35) e indica onze divisões na direção x e duas divisões na direção y. A discretização na direção y não modifica o valor da indutância de dispersão, nem os valores de energia no ferro e no ar, ela é realizada com o intuito de representar bem esse valores durante todo o intervalo de simulação, sem valores inválidos. No terceiro modelo (Fig. (36)) a discretização na direção x é aumentada, passando a ter dezenove divisões. O quarto modelo (Fig. (37)) apresenta vinte e sete divisões na direção x e uma divisão na direção y.

A força magnetomotriz tem valor mostrado na Eq. (4.14), onde

a corrente inteira flui entre os terminais de baixa e alta tensão. No modelo considera-se a indutância de dispersão referida ao secundário.

$$FMM = I_1 N_1 = I_2 N_2 \tag{4.14}$$

Figura 34 – Modelo 1 em rede de relutâncias para a indutância de dispersão.

♥ |



Figura 35 – Modelo 2 em rede de relutâncias para a indutância de dispersão.



Figura 36 – Modelo 3 em rede de relutâncias para a indutância de dispersão.

Os resultados entre os diferentes modelos são mostrados na Fig. (38).



Figura 37 – Modelo 4 em rede de relutâncias para a indutância de dispersão.



Figura 38 – Indutância de dispersão em função da corrente de curtocircuito.

Observa-se que conforme o aumento do número de nós, o valor de indutância de dispersão converge para o valor atingido pelo modelo 4. Os valores das indutâncias são exibidos na Tab. (7). No segundo modelo, ao aumentar o número de divisões na direção x atinge-se o valor de $L_{cc} = 5,8992 \times 10^{-05} H$. Porém, o modelo apresenta intervalos de simulação que não são numericamente calculados, por isso aumentou-se a discretização na direção y, não havendo modificações quanto o valor atingido. O mesmo processo é repetido no terceiro modelo: aumenta-se a discretização na direção x porém sem aumentar a discretização em y pois sabe-se que não há diferença quanto ao valor da indutância de dispersão e sim quanto a representatividade do modelo.

Outro resultado esperado é que a indutância de curto-circuito não varie em função da corrente de curto-circuito. Na equação analítica (Eq. (2.60)) e na simulação com o método dos elementos finitos (Fig. (14)) não há interferência de nenhuma variável dependente da grandeza corrente. Na Tab. (7) apresenta-se os valores da energia no ar e no ferro calculadas para a corrente de curto-circuito de 50k A.

Modelos por rede de relutâncias								
Modelo	1	2	3	4				
$L_{cc1}(\mu H) \ L_{cc2}(\mu H)$	43,262	58,992	61,476	62,489				
$\overline{W_{Ar}(J)}$	54074,6095	73735,7299	Nan	Nan				
$W'_{Ar}(J)$	$54074,\!6095$	73735,7299	Nan	Nan				
$W_F(J)$	$2,\!4887$	6,7463	Nan	Nan				
$W'_F(J)$	$2,\!4887$	6,7463	Nan	Nan				

Tabela 7 – Valor da energia no ferro e no ar.

No terceiro e quarto modelo, para a corrente de 50k A, os valores das variáveis não puderam ser calculadas pois o modelo não teve uma discretização suficiente na direção y, mas pelos modelos 1 e 2 conclui-se que os valores da energia no ferro são desprezíveis quando comparados a energia das relutâncias no ar. Isso explica também o porque a indutância de dispersão se mantém contante com a variação da corrente: O fato de que o material usado no ferro não influencia tanto no resultado final da indutância de dispersão, não importando se ele é modelado com um material de permeabilidade constante ou com uma curva de magnetização.

4.4.2 Simulações com Curva de Magnetização

Considerando que a permeabilidade do material ferromagnético não é constante e é modelada pela relutância saturável, os modelos são apresentados nas figuras abaixo, os modelos 1 (Fig. (39)), 2 (Fig. (40)), 3 (Fig. (41)) e 4 (Fig. (42)), apresentam 3, 10, 18 e 26 divisões na direção x, respectivamente.

Os resultados entre os diferentes modelos são indicados na Fig. $\left(43\right) .$



Figura 39 – Modelo 5 em rede de relutâncias para a indutância de dispersão.



Figura 40 – Modelo 6 em rede de relutâncias para a indutância de dispersão.



Figura 41 – Modelo 7 em rede de relutâncias para a indutância de dispersão.



Figura 42 – Modelo 8 em rede de relutâncias para a indutância de dispersão.

Novamente o modelo converge para um valor de referência, conforme aumentamos o número de nós e o valor de indutância de disper-



Figura 43 – Indutância de dispersão em função da corrente de curtocircuito utilizando material com curva de magnetização real.

são não varia com o valor da corrente de curto-circuito, seus valores são exibidos na Tab. (8).

Tabela 8 – Indutância de dispersão para os modelos 5, 6, 7 e 8.

Modelos por rede de relutâncias								
Modelo	5	6	7	8				
$ \begin{array}{c} L_{cc1}(\mu H) \\ L_{cc2}(\mu H) \end{array} $	43,831	58,538	61,237	62,395				

Não houve diferença entre os resultados para o cálculo da indutância de dispersão, considerando que o núcleo possui material com permeabilidade relativa constante ou material com curva de magnetização.

O modelo por rede de relutâncias 2D obteve uma boa precisão com o aumento da discretização da geometria do transformador, porém o resultado não atingiu um grau de exatidão que demonstrasse ser comparável com o resultado da fórmula analítica e método dos elementos finitos. Isso acontece por que efeitos 3D são desprezados ao considerar que a profundidade do modelo é πD_M metros obtendo assim uma aproximação ruim para as seções das relutâncias do modelo. Assim,

para melhorar o resultado, o modelo axi-simétrico é apresentado na seção seguinte.

4.5 MODELO AXI-SIMÉTRICO PARA O CÁLCULO DA IN-DUTÂNCIA DE DISPERSÃO

Esta seção tem o objetivo principal de mostrar uma metodologia 2D para o cálculo da indutância de dispersão usando modelos por rede de relutâncias que considera aproximações 3D usando modelos axi-simétricos.

4.5.1 Considerações sobre os métodos de cálculo existentes

Os modelos 3D para o transformador utilizando o método dos elementos finitos tem um elevado nível de exatidão porém apresentam um grande consumo de tempo, elevado custo de memória, fazendo com que simulações iterativas sejam impraticáveis. Por isso os métodos numéricos 2D são usados na prática (HOKE; SULLIVAN, 2002). Na Fig. 44 apresenta-se dois planos de simulação do transformador para o métodos de elementos finitos: um plano paralelo ao núcleo e um plano perpendicular ao núcleo.



Figura 44 – Planos de simulação.

Em seções anteriores, para o cálculo da indutância magnetizante a simulação 2D usando o método dos elementos finitos se mostrou satisfatória. Neste caso o plano paralelo ao núcleo foi usado, onde calculouse a indutância magnetizante a partir da energia total do sistema. Para o cálculo da indutância de dispersão também usou-se o plano paralelo ao núcleo sobre uma janela sobre as bobinagens e o parte do núcleo de ferro, porém as simulações feitas utilizavam uma aproximação ao considerar o fator πD_M e o modelo por rede de relutâncias 2D não foi satisfatório para o cálculo da indutância de dispersão.

Apesar da popularidade dos modelos numéricos 2D eles falham ao considerar alguns efeitos 3D. Existem métodos encontrados na literatura, que corrigem essas aproximações. O artigo (HOKE; SULLIVAN, 2002) propõe um método de modelagem de transformadores com núcleos tipo E em duas dimensões, realizando uma média ponderada dos resultados de simulação com duas seções perpendiculares modificadas. Em (PRIETO et al., 1999) as correções são executadas em relação ao cálculo da indutância magnetizante ao considerar um modelo axi-simétrico em transformadores com núcleos tipo E, pois a geometria obtida na simulação é diferente do componente original. A metodologia aplicada foi modificar o núcleo e os condutores para criar condições similares para os campos magnéticos do modelo, como no caso real.

4.5.2 Simulações axi-simétricas usando o método dos elementos finitos

As próximas simulações para o cálculo da indutância de dispersão são realizadas considerando uma simetria axial para os planos paralelo e perpendicular ao núcleo com o objetivo de representar a geometria cilíndrica das bobinagens e do núcleo. Porém com o plano paralelo ao núcleo, a simulação cilíndrica aumenta a seção transversal da perna exterior do transformador, já com o plano perpendicular ao núcleo, a simulação cilíndrica diminui essa seção transversal.

Nos planos mostrados tem-se as bobinas de alta tensão e baixa tensão, o que nos dá duas possibilidade de simulação para a excitação: as corrente podem estar na mesma direção, representando a indutância de magnetização ou as corrente estão em oposição, representando a indutância de dispersão.

Para o cálculo da indutância de magnetização, considera-se a integral de volume para energia magnética total (Eq. (4.15)). Para estimar a indutância de dispersão calcula-se a energia dentro do volume



Figura 45 – Planos paralelo e perpendicular ao núcleo.

da janela de bobinagem (Eq. (4.16)).

$$W_{total} = \frac{1}{2} \int_{total} BHdV \tag{4.15}$$

$$W_{Bob} = \frac{1}{2} \int_{Bob} BHdV \tag{4.16}$$

Os resultados de simulação são mostrados na Tab.(9)após aplicação da Eq. (4.16).

4.5.3 Descrição geométrica para o modelo por rede de relutâncias

O cálculo matemático preciso das relutâncias dos caminhos do fluxo através do ar é praticamente impossível por que o fluxo não se confina a um caminho particular de simples leis matemáticas. Por essa razão esses cálculos são simplificados a partir de suposições feitas aos

Modelos axi-simétricos por rede de relutâncias								
	Plano paralelo Plano perpendicular							
$I_2(kA)$	48,1125	48,1125						
$W_{Bob}(kJ)$	$14,\!4800$	$14,\!1300$						
$L_{cc}(\mu H)$	12,508	$12,\!208$						

Tabela 9 – Valor da energia de dispersão e cálculo da indutância.

caminhos magnéticos ou por um método gráfico chamado de "mapeamento de campo" (ROTERS, 1970).

O modelo por rede de relutâncias é feito por mapeamento de campo usando a imagem de linhas de fluxo dos planos paralelo e perpendicular ao núcleo.

Representar um modelo por rede de relutâncias para a indutância de dispersão em três dimensões significa distribuir relutâncias no ar e nas bobinagens em torno no núcleo do transformador (TUROWSKI; TUROWSKI; KOPEC, 1990). Representa-se um modelo por rede de relutâncias com uma simetria axial, de forma a considerar efeitos 3D nos modelos por rede de relutâncias 2D sem o custo computacional dos modelos 3D.

Considera-se um fator de divisão n_{alpha} que divide o volume da região cilíndrica e modifica as seções das relutâncias da perna central, das pernas externas, do ar e das bobinagens de alta e baixa tensão. Na Fig. (46) pode-se visualizar a divisão deste volume e na Eq. (4.17) a modificação das equações de energia magnética do volume considerando o volume original.

$$W'_{Bob} = \frac{W_{Bob}}{n_{alpha}} \tag{4.17}$$

Ao usar o fator n_{alpha} significa dizer o volume cilíndrico não é modelado inteiramente, mas somente uma parte deste volume é simulada obtendo resultados aproximados. A simulação é chamada de axi-simétrica pois faz-se uma simetria rotacional em torno do centro do transformador considerando este fator, o que significa dizer que a indutância de dispersão para o volume inteiro é aproximada pela Eq. (4.18).

$$L_{cc} = 2 \frac{W'_{Bob}}{I_{cc}^2} n_{alpha} \tag{4.18}$$



Figura 46 – Volume considerado no modelo por rede de relutâncias.

Representa-se as relutâncias de ferro nas perna centrais e nas pernas externas, assim como as relutâncias no ar e as relutâncias das bobinagens. Foi relatado no capitulo anterior, que há uma variação do valor da força magnetomotriz em função do raio. Na espessura da bobina de baixa tensão há um aumento desta força, entre as duas bobinas esta força é constante e na espessura da bobina de baixa tensão. Na Fig. (47) explica-se como a discretização é feita no modelo por rede de relutâncias com uma divisão das bobinagens. Melhor será a precisão do modelo quanto melhor for essa discretização da FMM em função do raio.



Figura 47 – Modelo axi-simétrico com seis divisões nas bobinas.

4.5.3.1 Discretização dos modelos e resultados de simulação

Os modelos por rede de relutâncias são apresentados nas figuras (48), (49), (50), (51) e (52) para os planos paralelo e perpendicular. Mostra-se a discretização em etapas, até a obtenção do modelo mostrado na Fig. (47). Com o aumento da discretização a curva da força magnetomotriz fica mais próxima da distribuição mostrada na Fig. (9).



Figura 48 – Modelos axi-simétrico com duas divisões nas bobinas.



Figura 49 – Modelos axi-simétrico com três divisões nas bobinas.



Figura 50 – Modelos axi-simétrico com quatro divisões nas bobinas.



Figura 51 – Modelos axi-simétrico com cinco divisões nas bobinas.



Figura 52 – Modelos axi-simétrico com seis divisões nas bobinas.

As figuras (53) e (54) mostram a indutância de dispersão em função da corrente de curto-circuito para os planos paralelo e perpendicular.



Figura 53 – Indutância de dispersão em função da corrente de curto-circuito (plano paralelo).



Figura 54 – Indutância de dispersão em função da corrente de curtocircuito (plano perpendicular).

Os valores da indutância de dispersão dos modelos por rede de relutâncias são mostrados na Tab. (10). Mostra-se que quanto mais discretizado mais o valor da indutância de dispersão aproxima-se do valor alcançado com a Eq. (2.60) e com o método dos elementos finitos.

Tabela	10 -	- Indutância	de	dispersão	em	função	da	discretização	do
modelo	por	rede de relut	ânc	ias.					

Modelos axi-simétricos por rede de relutâncias							
Plano Paralelo Perpendicular							
n° de divisões	$L_{cc}(\mu H)$	$L_{cc}(\mu H)$					
2	11,081	9,6897					
3	11,526	$10,\!118$					
4	11,959	10,500					
5	12,003	$10,\!570$					
6	$12,\!110$	$10,\!671$					

4.6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

A comparação dos resultados entre o método analítico, o método dos elementos finitos e os modelos por rede de relutâncias para o cálculo da indutância de magnetização e indutância de dispersão é feita em dois tópicos:

- Modelos simples Abrangendo os modelos por rede de relutâncias usando exclusivamente a metodologia 2D, para as indutâncias de magnetização e de dispersão;
- Modelos axi-simétricos Abrangendo os modelos por rede de relutâncias axi-simétricos, usando uma metodologia 2D e considerando efeitos 3D, para a indutância de dispersão;

4.6.1 Modelos simples

Compara-se os resultados obtidos pelo CADES Calculator, pelo EFCAD e pelo Reluctool.



Figura 55 – Comparação entre os diferentes métodos para o cálculo da indutância de magnetização.

A Tab. (11) compara os resultados das indutâncias de magnetização e de dispersão para o ferro com permeabilidade relativa constante.

Método	Analítico	RNM	FEM
Ferramenta	CADES	Reluctool	EFCAD
$L_{mag1}(H) \ L_{mag2}(H)$	$621,\!3557$	621,3683	641,6402
erro (%)	$3,\!16$	$3,\!16$	referência
$L_{cc1}(\mu H) \ L_{cc2}(\mu H)$	$12,\!367$	$62,\!489$	12,100
erro (%)	2,21	416,42	referência

Tabela 11 – Comparação entre os resultados obtidos no $CADES,\ EF-CAD$ eReluctool

Na Fig. (20) compara-se os valores da indutância de magnetização para a simulação feita no software EFCAD e para a simulação feita no *Reluctool*. Os mesmos resultado são obtidos, conforme mostrado na Tab. (11). Porém ressaltamos que a indutância de magnetização não depende do valor de corrente de magnetização pois o material é de permeabilidade constante, diferentemente do que acontece na Fig. (55), em que o material do núcleo é caracterizado por uma curva de magnetização.

Na Fig. (56) compara-se os valores da indutância de dispersão para a simulação feita no software EFCAD e para a simulação feita no *Reluctool.* Os dois resultados são precisos, porém somente o resultado utilizado com o software EFCAD apresenta a exatidão atingida com a fórmula analítica no *CADES* (Tab. (11)). A indutância de dispersão não depende do valor de corrente de curto-circuito, seja o material do núcleo de permeabilidade constante ou caracterizado por uma curva de magnetização.

Para o cálculo da indutância de dispersão o modelo 2D é útil como forma de aproximação, porém não atinge uma grau de exatidão melhor que a formula analítica da equação (2.60) . Concluí-se que para atingir a exatidão comparável com o método de elementos finitos, deveríamos partir para uma abordagem de simulação de modelos tridimensionais para o cálculo da indutância de dispersão. Para o cálculo da indutância magnetizante, o modelo 2D é fácil de ser implementado. Com o mesmo pode-se traçar um valor preciso em função da corrente de magnetização, para o caso do ferro com características magnéticas não lineares.



Figura 56 – Comparação entre os diferentes métodos para o cálculo da indutância de dispersão.

4.6.2 Modelo axi-simétrico

Os valores da indutância de dispersão para o modelo final em rede de relutâncias utilizando o plano paralelo e o plano perpendicular ao núcleo são comparados à simulação utilizando o métodos dos elementos finitos, os resultados são expostos na Tab. (12). A curva que compara todos os resultados com os modelos finais em rede de relutâncias para a indutância de dispersão, com permeabilidade do ferro fixada no valor $\mu_r = 35000$ é mostrada nas figuras (53) e (54).

Mostra-se que um melhor grau de exatidão foi alcançado com o último modelo, mas que este resultado não foi melhor que o atingido com a fórmula analítica. O modelo por rede de relutâncias ainda pode ser melhorado, considerando, por exemplo, linhas de fluxo magnético não paralelas às seções das relutâncias, o que significa considerar tubos de fluxo diferentes ao mostrado na Fig. (16) e adicionar modelos de relutâncias que considerem esses efeitos.

Método	Analítico	RNM	FEM
Ferramenta	CADES	Reluctool	EFCAD
	Plano pa	aralelo	
$L_{cc}(\mu H)$	$12,\!367$	12,110	12,508
erro	$1,\!13\%$	$3{,}18\%$	Referência
	Plano perp	endicular	
$L_{cc}(\mu H)$	$12,\!367$	10,671	12,208
erro	$1,\!31\%$	$12{,}58\%$	Referência

Tabela 12 – Comparação dos entre os métodos de cálculo da indutância de dispersão.

4.7 CONCLUSÃO

Modelos por rede de relutâncias, para as variáveis de indutância de magnetização e indutância de dispersão, foram apresentados e comparados com os resultados obtidos pelo modelo analítico e as simulações com o método dos elementos finitos.

Para a indutância de magnetização cinco modelos foram caracterizados, considerando relutâncias de dispersão na janela do transformador e material do ferro com ou sem saturação. Os modelos por rede de relutâncias para a indutância de magnetização foram validados e serão utilizados na otimização, uma vez que representam corretamente a variável com um erro de aproximadamente 3% em relação ao método dos elementos finitos.

Para a indutância de dispersão, a modelagem por rede de relutâncias se mostrou ser uma problemática mais complexa. Os oito primeiros modelos não foram validados pois apresentavam um erro de mais de 400% em relação ao método dos elementos finitos. Para resolver esse problema criou-se o modelo axi-simétrico por rede de relutâncias para a variável de indutância de dispersão. Os resultados mostraram a validade dessa abordagem já que o erro caiu consideravelmente, em torno de 3% para o plano paralelo de simulação e 12% para o plano perpendicular. Os modelos axi-simétricos serão utilizados na otimização.

5 OTIMIZAÇÃO DO TRANSFORMADOR APLICADO AO MERCADO BRASILEIRO

5.1 INTRODUÇÃO

O modelo matemático do transformador é implementado no software CADES que apresenta diferentes entidades em sua plataforma de trabalho que permitem um dimensionamento rápido. As equações matemáticas implícitas e explícitas são inseridas no componente Generator com a linguagem SML permitindo que as equações do modelo sejam escritas de forma declarativa. Também pode-se inserir funções externas no modelo que possibilitam uma modelagem semi-analítica. Após a correta compilação deste modelo usa-se o componente Calculator que incluem as calculadoras dos parâmetros de saída do sistema e suas derivadas parciais e os diferentes algoritmos de otimização como Programação Quadrática Sequencial (SQP), otimização genética, otimização determinística global, abordagem de Pareto, etc. O software CADES também permite a parametrização gráfica da estrutura e assim a visualização do transformador em suas dimensões finais (DELIN-CHANT et al., 2007).

Apresenta-se aqui os resultados do método de otimização em várias abordagens diferentes. Na primeira abordagem apresenta-se a evolução de diversas variáveis para um caso de especificação em que a função objetivo é o custo total. Na segunda abordagem explicamos de forma gráfica as diferentes considerações que devem ser feitas ao considerar diferentes funções objetivas: primeiramente o custo total e depois o custo de fabricação. Após isso aplica-se a otimização chamada mono-objetivo para diferentes especificações. E finalmente explica-se a otimização multi-objetivo. Todas essas simulações são realizadas para um transformador com bobinagem de cobre, na ultima seção adicionase o caso em que o transformador é construído com bobinagem de alumínio, evidenciando o interesse em utilizar diferentes materiais na bobinagem de transformadores.

Atualmente, a otimização feita com o método dos elementos finitos com variação de parâmetros de dimensionamento, não é adequada quando tem-se o objetivo do pré-dimensionamento. Para este fim, usase o *software CADES* para desenvolver uma metodologia de otimização.

5.2 METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO

O modelo do sistema é composto por um modelo matemático que caracteriza a máquina elétrica e um modelo econômico onde os parâmetros de saída C_i , i = 1, n são ligados aos parâmetros de entrada P_j , j = 1, m por uma função (FANDINO; WURTZ; BIGEON, 1999):

$$C_i = f_i(P_1, P_2, ..., P_m) \qquad i = 1, n$$
 (5.1)

Cada variável, seja de entrada ou saída, pode estar restrita em um intervalo ou em um valor fixo. Seja n o número de entradas e m o número de saídas, $k \in v$ são os números de variáveis limitadas em um intervalo e $(m - k) \in (n - v)$ são os números de parâmetros fixos, para os parâmetros de entrada e a saída, respectivamente:

$$P_{minf} \le P_f \le P_{maxf} \qquad f = 1, k \tag{5.2}$$

$$P_e = P_{ctee} \qquad e = k+1, m \tag{5.3}$$

$$C_{ming} \le C_g \le C_{maxg} \qquad g = 1, v \tag{5.4}$$

$$C_h = C_{cteh} \qquad h = v + 1, n \tag{5.5}$$

Em um problema de otimização buscamos os valores extremos de uma função em um determinado intervalo. A função objetivo depende dos parâmetros de entrada:

$$f_{obj}(P_1, P_2, ..., P_m) \tag{5.6}$$

A metodologia para o dimensionamento do transformador na forma de um problema de otimização (WURTZ; BIGEON; POIRSON, 1996) é composta das seguintes etapas (FANDINO; WURTZ; BIGEON, 1999):

- Etapa 1: Partir das equações do modelo analítico do transformador e as colocar sob a forma das equações (5.1) a (5.6);
- Etapa 2: Calcular os parâmetros de saída C_i, i = 1, n do modelo em função das variáveis de entrada P_j, j = 1, m;
- Etapa 3: Calcular as derivadas parciais das funções objetivo (Eq. (5.6)) e das funções de restrição (Eq. (5.4) e Eq. (5.5)) em função aos parâmetros de entrada $P_{j}, j = 1, m$, que resultará nas expressões da sensibilidade do sistema;
- Etapa 4: Resolver o problema de otimização usando um algo-

ritmo de otimização. Neste trabalho, usa-se o algoritmo de Programação Quadrática Sequencial (SQP) (POWELL,).

5.3 AS VANTAGENS DA METODOLOGIA PROPOSTA

Tem-se grandes vantagens ao utilizar esta metodologia:

- Facilidade na exploração de variáveis;
- Velocidade de processamento no cálculo e poucas iterações na otimização;
- Diferentes algoritmos de otimização;
- Análise econômica aplicada com o modelo físico gerando um modelo analítico completo;
- Qualquer variável pode ser analisada;
- Pode-se traçar a evolução de variáveis e até mesmo demonstrar a evolução da geometria a cada iteração.
- Modelos físicos de qualquer máquina elétrica podem ser postos em linguagem SML.
- Os modelos já existentes na empresa podem ser facilmente transformados para essa linguagem fazendo com que os processos de fabricação já estabelecidos sejam considerados.

As aplicações utilizando este método são diversas:

- Toda a metodologia pode ser aplicada a otimização de transformadores trifásicos a seco, máquinas síncronas, máquinas de imãs permanentes, motores de indução, máquinas de relutância variável, etc.
- Pode-se mudar a função objetivo de acordo com o interesse do fabricante: otimiza-se o rendimento, o custo de fabricação, o volume, a massa, as dimensões.
- Quando, em uma determinada aplicação, acoplamos um gerador com um motor elétrico, o gerador otimizado ou motor otimizado não corresponde ao sistema otimizado. Ao invés de otimizar uma máquina elétrica pode-se otimizar um sistema de máquinas elétricas.

5.4 OTIMIZAÇÃO DO TRANSFORMADOR UTILIZANDO O MO-DELO ANALÍTICO

O modelo analítico apresentado no Capítulo 1 será utilizado na otimização. A curva de perdas é representada pela Eq. (2.31) e a curva de magnetização pela Eq. (2.32). O fator de ocupação da laminação e dos enrolamentos primários e secundários utilizados são, $F_L = 0, 8, F_{BT} = 0, 6$ e $F_{HT} = 0, 7$, respectivamente. Os preços do cobre, alumínio e do ferro são dados na Tab. (13) (METAL..., 2011). O custo da energia é 0,10893 R/kWh e a taxa de câmbio de 1,5733 R/ (maio de 2011).

Tabela 13 – Preço dos materiais.

$C_{kg/Bob} \; (\$/kg)$	$C_{kg/F} \; (\$/kg)$
Cobre 9,151 Alumínio 2,598	Ferro $0,500$

As seções que serão tratadas a seguir apresentam a seguinte ordem:

- Evolução de parâmetros a cada iteração A evolução de algumas variáveis de saída e de entrada é revelada a cada iteração com a função objetivo C_{total};
- Otimização do custo total versus custo de fabricação É uma discussão sobre qual função objetivo utilizar na otimização, sobre o porquê é interessante considerar a vida útil do transformador;
- Otimização mono-objetivo para diferentes projetos -Vários projetos de transformadores são apresentados, com um crescente restrição de parâmetros impostos;
- Otimização multi-objetivo Quando existe um compromisso entre duas variáveis de otimização, no caso o C_{total} e C_{fab}. Fixase o valor de C_{fab} e para cada um desses valores minimiza-se o parâmetro C_{total};
- Comparação das bobinagens de cobre e alumínio Existem casos em que a bobinagem de alumínio é mais interessante a ser utilizada;

 Otimização de transformadores a seco usando especificações dos fabricantes - Alguns parâmetros do modelo analítico são modificados, tendo em vista uma comparação dos parâmetros resultantes do modelo analítico com transformadores fabricados.

Além dessas otimizações, utilizando puramente o modelo analítico, fez-se a otimização inserindo os modelos por rede de relutâncias que foram validados no Capítulo 3. Esta otimização é apresentada no apêndice F.

5.4.1 Evolução de parâmetros a cada iteração.

Neste primeiro projeto de transformador as variáveis de entrada restritas dentro de um intervalo são B_t (indução), h (altura da bobinagem), J (densidade de corrente) e N_1 (número de espiras). A otimização para este transformador foi feita respeitando as seguintes restrições: B_t entre 0,5 e 1,7 T, h entre 0,5 e 1 m, J entre 0,5 e 4,5 A/mm^2 e N_1 entre 100 e 1000. A variável de saída L_{ccpu} (induância de dispersão) foi fixa em 6 %. A função objetivo é C_{total} (custo total) e a variável é limitada entre 10 e 500 mil reais. O algoritmo de otimização utilizado foi o de Programação Quadrática Sequencial.



Figura 57 – Evolução de B_t (T) e h (m) a cada iteração.

A otimização convergiu para a solução em 8 iterações. O valor de C_{total} otimizado é de R\$ 71937,30. Para as outras variáveis tem-se os seguintes resultados: $B_t = 1,21T$, h = 0,95 m, $J = 2,18 A/mm^2$, $N_1 = 376,60 e L_{2pu} = 6\%$.



Figura 58 – Evolução de $J (A/mm^2)$ e N_1 a cada iteração.



Figura 59 – Evolução de L_{ccpu} e C_{total} (R\$) a cada iteração.



Figura 60 – Vistas frontal e superior do transformador na primeira iteração.

5.4.2 Otimização do custo total versus custo de fabricação.

A evolução das variáveis $C_{total} \in C_{fab}$ são comparadas a cada iteração quando é minimizado primeiramente o C_{total} (Fig. (62)) e depois é minimizado o C_{fab} (Fig. (63)).

Ao minimizar o C_{total} obtém-se a otimização em 8 iterações, onde $C_{total} = 71937,30 R$ e $C_{fab} = 19299,45 R$. Ao minimizar C_{fab} obtém-se o resultado de otimização em 8 iterações, onde $C_{total} = 91312,11 R$



Figura 61 – Vistas frontal e superior do transformador otimizado.



Figura 62 – Evolução de C_{total} e C_{fab} a cada iteração onde $f_{obj} = C_{total}$.



Figura 63 – Evolução de C_{total} e C_{fab} a cada iteração onde $f_{obj} = C_{fab}$.

e $C_{fab} = 8263,78 R$ (Tab. (14)). Na Fig. 64 e Fig. 65 apresenta-se a vista frontal e vista superior do resultado de otimização para cada função objetiva, as figuras estão em mesma escala para comparações.

Pelas Fig. (64) e Fig. (65) percebe-se que as dimensões do transformador são menores quando a função objetivo é C_{fab} , porque a quantidade de ferro e cobre está ligada diretamente a esta variável. Ou seja, minimizando C_{fab} também minimiza-se as dimensões do transformador. Porém paga-se o preço ao se analisar a vida útil do transformador. Em 30 anos o custo das perdas se torna um fator muito importante onde a economia de R\$ 11035,67 no custo de fabricação

Tabela 14 – Resultados de otimização para as funções objetivo C_{total} e $C_{fab}.$

Função objetivo	$C_{total}(R\$)$	$C_{fab}(R\$)$	Iterações
C_{total}	71937,30	19299, 45	8
C_{fab}	$91312,\!11$	$8263,\!78$	8



Figura 64 – Vista frontal e superior do transformador otimizado com $f_{obj} = C_{total}$.



Figura 65 – Vista frontal e superior do transformador otimizado com $f_{obj} = C_{fab}$.

pode gerar uma despesa de R
\$ 19374,82 ao considerar a vida útil do transformador.

Fica claro que a análise e a implementação de um modelo econômico é um fator importante na fabricação de transformadores. Uma economia de R\$ 18024,90 pode ser feita para cada transformador trifásico a seco fabricado ao considerar a função objetivo custo total, que leva em conta o custo das perdas na vida útil do transformador.

5.4.3 Otimização mono-objetivo para diferentes projetos.

Mostramos anteriormente dois aspectos da otimização monoobjetivo para uma especificação de transformador com determinadas restrições das variáveis de entrada e saída: O primeiro aspecto foi a facilidade em visualizar a evolução de qualquer variável do modelo analítico. Já o segundo aspecto mostrou a importância do modelo econômico dentro do modelo analítico. Nesta seção deseja-se evidenciar a facilidade de manipulação sobre as restrições dos parâmetros do modelo e os resultados consequentes. Na Tab. 15, os diferentes casos de projetos apresentam as restrições nos parâmetros de entrada e saída, bem como a função objetivo.

	Ca	so 1	Ca	so 2	Ca	so 3	Ca	so 4
	mín	máx	mín	máx	mín	máx	mín	máx
h (m)	0,5	5	0,5	5	0,5	$0,\!7$	0,5	0,7
$J~(A/mm^2)$	0,5	4,5	0,5	4,5	0,5	4,5	0,5	4,5
N1	100	1000	100	1000	100	1000	100	1000
$B_t ({ m T})$	0,5	1,7	0,5	1,7	0,5	1,7	0,5	1,7
C_{total} (R\$)	função objetivo							
$L_{ccpu}~(\%)$	fixe	o: 6	4	8	4	8	4	8
L_{tt} (m)			liv	vre			0	1,7

Tabela 15 – Diferentes projetos de transformadores

No primeiro caso, limita-se a indutância de dispersão L_{ccpu} em um valor fixo. No segundo caso, tem-se os mesmo parâmetros que o caso anterior, porém varia-se a indutância de dispersão entre dois limites. No terceiro caso, além de todas as restrições anteriores reduz-se o valor máximo da altura das bobinagens h e no quarto caso, restringe-se o valor do comprimento total L_{tt} .

Nas tabelas (16) e (17) são apresentados alguns parâmetros de entrada e de saída otimizados. Essas tabelas apresentam os resultados das otimizações feitas com o cálculo analítico para a indutância magnetizante, a primeira tabela com o valor de permeabilidade constante para o material ferromagnético e a segunda tabela usando a curva característica medida de permeabilidade.

No primeiro caso, quando o valor da indutância de dispersão é imposto em um valor fixo, tanto o custo total do transformador quanto o custo de fabricação são mais altos, comparando com outros projetos em que esta variável é restrita em um intervalo no espaço de otimização.

Parâmetros como h, $L_{tt} \in M_F$ diminuíram no segundo caso, enquanto que $A \in M_{Bob}$ aumentaram. Como o cobre é um material mais caro que o ferro, o custo de fabricação aumentou, pois usa-se mais cobre nas bobinas.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$B_t(T)$	1,21	1,22	1,22	$1,\!36$
h(m)	$0,\!95$	0,79	0,70	0,70
J(A/mm2)	$2,\!18$	2,19	2,25	$2,\!69$
A(mm)	$21,\!99$	$26,\!62$	$27,\!13$	24,21
$e_1(mm)$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$
$e_2(mm)$	$22,\!90$	22,90	22,90	22,90
$e_3(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
$h_1(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
$h_2(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
g(mm)	$18,\!84$	$22,\!81$	23,26	20,75
$D_C(mm)$	$425,\!25$	420,93	$436,\!93$	399,96
N_1	$376,\!60$	$381,\!59$	$353,\!19$	$377,\!48$
N_2	$6,\!30$	$6,\!39$	$5,\!91$	6,32
$L_{tt}(m)$	1,75	1,79	$1,\!84$	1,70
$M_{Bob}(kg)$	$1036,\!55$	1051,75	$983,\!87$	$805,\!14$
$M_F(kg)$	$5562,\!81$	$5064,\!62$	$5303,\!18$	$4234,\!22$
$C_{fab}(R\$)$	$19299,\!45$	$19126,\!48$	18336,78	$14922,\!62$
$C_{total}(R\$)$	$71937,\!30$	70263, 49	$70429,\!43$	$71677,\!87$
$L_{cc}(\mu H)$	$2,\!83$	3,77	3,77	3,77
$L_{mag}(H)$	307,73	$344,\!06$	$334,\!99$	$331,\!85$
iterações	8,00	$14,\!00$	10,00	$7,\!00$
$t_{simul}(ms)$	109,00	$328,\!00$	$187,\!00$	$234,\!00$

Tabela 16 – Parâmetros finais da otimização com $\mu_r = 35000$.

Ao diminuir a máxima altura da bobinagem em 0,7 m, no caso três, em relação ao caso anterior em que resultado de otimização para h foi 0,79 m, o transformador é forçado a aumentar seu comprimento total de forma a manter as mesmas especificações de entrada. Por consequência a massa do ferro aumenta e a massa de cobre diminui, fazendo com que o custo total de fabricação diminua e custo total sobre sua vida útil aumente.

Tendo em vista que o comprimento total do transformador aumentou ao se restringir a altura h em 0.7 m, força-se no caso quatro a diminuição do comprimento total L_{tt} em 1,7 m. O resultado, como esperado, foi que o custo de fabricação diminuiu e o custo total aumentou pois dessa vez trabalha-se com uma densidade de corrente e indução maiores, em 2,69 A/mm^2 e 1,36 T, respectivamente.

Os parâmetros finas da otimização com curva com permeabili-

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$B_t(T)$	1,21	1,22	$1,\!22$	$1,\!37$
h(m)	0,96	0,79	0,70	0,70
$J(A/mm^2)$	$2,\!18$	2,19	2,26	$2,\!68$
A(mm)	$21,\!89$	$26,\!65$	26,98	24,31
$e_1(mm)$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$
$e_2(mm)$	22,90	22,90	22,90	$22,\!90$
$e_3(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
$h_1(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
$h_2(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
g(mm)	18,76	$22,\!84$	$23,\!12$	20,83
$D_C(mm)$	$424,\!99$	421,12	437,70	$399,\!61$
N_1	$378,\!04$	381,26	$353,\!41$	377, 21
N_2	6,33	$6,\!38$	$5,\!91$	6,31
$L_{tt}(m)$	1,75	1,79	$1,\!84$	1,70
$M_{Bob}(kg)$	$1036,\!68$	$1053,\!30$	$978,\!98$	$807,\!93$
$M_F(kg)$	$5567,\!61$	5069,75	$5323,\!89$	4226, 12
$C_{fab}(R\$)$	19305, 12	19152,71	$18282,\!67$	14956, 49
$C_{total}(R\$)$	$71943,\!82$	70266, 12	70430,20	$71673,\!23$
$L_{cc}(\mu H)$	$2,\!83$	3,77	3,77	3,77
$L_{mag}(H)$	$319,\!27$	$353,\!55$	346, 32	299,21
iterações	$10,\!00$	17,00	10,00	$10,\!00$
$t_{simul}(ms)$	$108,\!00$	$112,\!00$	$91,\!00$	$94,\!00$

Tabela 17 – Parâmetros finais da otimização com curva com permeabilidade medida.

dade medida ficaram bem próximos da otimização com $\mu_r = 35000$. Isso acontece, por que na otimização com curva com permeabilidade medida, o valor da permeabilidade fica próximo do valor máximo, e como mostrado na Fig. (7), é aproximadamente $\mu_r = 35000$.

A otimização mono-objetivo foi feita para diferentes projetos. Próxima etapa consiste na otimização multi-objetivo.

5.4.4 Otimização multi-objetivo.

Uma otimização multi-objetivo é feita quando existem objetivos conflitantes na otimização, no caso o conflito existe entre a função objetivo C_{total} e a variável de otimização C_{fab} . Então, nesta seção, tem-se

como meta achar o conjunto de transformadores analisando o compromisso do custo de fabricação e o custo total do transformador sobre sua vida útil. Usamos a abordagem de Pareto visando esta análise para os casos de projeto já utilizados anteriormente (Tab. 15).

O traçado desta curva é obtido em otimizações mono-objetivo nas quais fixa-se os valores de C_{fab} e para cada um desses valores minimiza-se o parâmetro C_{total} (Fig. 66 e Fig. 67). O algoritmo de otimização utilizado é o algoritmo de *Pareto*.



Figura 66 – Frente de Pareto para o caso 1 e caso 2.



Figura 67 – Frente de Pareto para o caso 3 e caso 4.

Na região correspondente a frente de Pareto, em que o custo total decai com o aumento do custo de fabricação, tem-se a zona em que vale a pena investir na fabricação do transformador, pois dentro da vida útil analisada as perdas no ferro e no cobre são consideráveis e influenciam no custo total. Nesta zona que deve-se poder ter uma maior mobilidade na escolha das dimensões do transformador, dependendo do objetivo do construtor em diminuir o custo do transformador na fabricação e por consequência aumentar o custo total sobre sua vida útil. Existe um ponto de mínimo porém não necessariamente este será o ponto real de construção do transformador, pois variáveis como o número de espiras do primário devem ser inteiras. Logo toma-se o valor mais próximo do
valor otimizado como valor real.

Na zona em que o custo total é crescente com o custo de fabricação as perdas acabam se tornando variável mais significativa e influenciável no custo total do transformador, isso acontece porque se investe numa quantidade maior tanto de cobre como de ferro para uma mesma especificação de fabricante (RIES; WURTZ; KUO-PENG, 2012). Pode-se traçar a frente de Pareto para todos os casos de projeto numa mesma curva (Fig. 68).



Figura 68 – Frente de Pareto para os casos 1, 2, 3 e 4.

A otimização multi-objetivo é uma ferramenta poderosa quando há conflitos entre duas variáveis de otimização. Com o traçado de Pareto pode-se comparar os diferentes casos de projeto sobre uma mesma curva.

5.4.5 Comparação das bobinagens de cobre e alumínio.

As mesmas considerações feitas anteriormente para uma bobinagem de cobre podem ser feitas para o caso de uma bobinagem de alumínio adicionando as equações de densidade do enrolamento de alumínio, a resitividade do alumínio em função da temperatura, e o custo do quilo da bobinagem no arquivo de linguagem SML (Apêndice C.2).

Os resultados de otimização mono-objetivo são exibidos na Tab. (18) enquanto os resultados de otimização multi-objetivo são mostrados na Fig. (69).



Figura 69 – Frente de Pareto para os casos 1, 2, 3 e 4 para a bobinagem de alumínio.

As otimizações mono-objetivo das bobinagem de cobre e de alumínio são comparadas se deparando com grandes diferenças de dimensões, massa e custos. Se torna interessante mencionar que dependendo do tipo de restrição imposta pelo construtor, adotar um tipo de bobinagem é mais interessante que outra. As vistas frontais dos transformadores podem ser comparadas nas figuras (70) à (73).



Figura 70 – Vista frontal, transformadores de cobre e alumínio para o caso 1.

No caso 4, em que restringimos o comprimento total do transformador L_{tt} e a altura de bobinagem h, os dois transformadores com bobinagem de cobre e alumínio convergem para mesma altura e mesmo

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$B_t(T)$	1,09	1,08	1,11	1,50
h(m)	$1,\!00$	$1,\!00$	0,70	0,70
J(A/mm2)	1,09	$1,\!00$	$1,\!22$	2,28
A(mm)	$35,\!48$	42,92	41,50	27,96
$e_1(mm)$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$
$e_2(mm)$	$22,\!90$	$22,\!90$	$22,\!90$	$22,\!90$
$e_3(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
$h_1(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
$h_2(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
g(mm)	30,41	36,79	$35,\!57$	$23,\!97$
$D_C(mm)$	485,70	463, 15	$503,\!53$	$386,\!04$
N_1	$321,\!20$	$355,\!85$	$293,\!55$	369,12
N_2	$5,\!38$	5,96	4,91	$6,\!18$
$L_{tt}(m)$	2,08	$2,\!10$	2,20	1,70
$M_{Bob}(kg)$	$626,\!53$	$747,\!22$	$539,\!17$	$277,\!40$
$M_F(kg)$	$8086,\!99$	7327, 26	$7810,\!48$	$3924,\!09$
$C_{fab}(R\$)$	$8922,\!52$	$8818,\!20$	$8347,\!95$	4220,74
$C_{total}(R\$)$	$61172,\!37$	$57394,\!83$	61800,01	$72109,\!82$
$L_{cc}(\mu H)$	$2,\!83$	3,77	3,77	3,77
$L_{mag}(H)$	$267,\!03$	298,76	285,09	296,70
iterações	$11,\!00$	$10,\!00$	8,00	$6,\!00$
$t_{simul}(ms)$	140,00	78,00	93,00	78,00

Tabela 18 – Parâmetros finais da otimização para a bobinagem de alumínio.



Figura 71 – Vista frontal, transformadores de cobre e alumínio para o caso 2.

comprimento, porém com custos completamente diferentes. O custo de



Figura 72 – Vista frontal, transformadores de cobre e alumínio para o caso 3.



Figura 73 – Vista frontal, transformadores de cobre e alumínio para o caso 4.

fabricação e custo total para este caso, são menores nos transformadores de bobinagem de alumínio.

Na Fig. (74) apresenta-se a frente de *Pareto*, sobre a mesma curva, para todos os diferentes casos de projeto para os dois tipo de bobinagem.



Figura 74 – Frente de Pareto para as bobinagens de alumínio e cobre.

5.4.6 Otimização de transformadores a seco usando especificações dos fabricantes

Novos parâmetros para o modelo analítico são considerados, realizando a otimização com características físicas e econômicas dos materiais, usadas na indústria:

- Preços atualizados de custo do quilo para as chapas de ferro silício de grão orientado e para os fios de cobre e alumínio;
- Uma nova curva de magnetização para o material ferromagnético entre o intervalo de 0,5 e 1,9 *Tesla*;
- Fator de empilhamento mais adequado ao caso real.

A otimização será feita para dois casos distintos, primeiramente considerando a função objetivo C_{total} e depois a função objetivo C_{fab} . A imposição das variáveis corrente de magnetização (I_{0pu}) e indutância de dispersão (X_{2pu}) são observadas na Tab. (19), para transformadores a seco com a potência entre 300 e 3000 kVA.

As variáveis de saída do modelo analítico analisadas são o comprimento total do transformador (L_{tt}) , largura da coluna (S_C) , altura total (h_t) , massa total (M_T) , perdas totais (P_T) e perdas à vazio (P_F) .

S_t (kVA)	I_{0pu} (%)	X_{2pu} (%)
300	1,2	5
500	1,2	6
750	1,2	6
1000	1,2	6
1500	1,2	6
2000	0,6	6,5
2500	$0,\!6$	6,5
3000	$0,\!6$	7

Tabela 19 – Casos de otimização.

5.4.6.1 Novos parâmetros para o modelo.

5.4.6.1.1 Preços dos materiais

Os preços dos materiais em lb são resumidos na Tab. (20) (ENERGY, 2006). Os materiais são usados em transformadores a seco e foi usado em análises para o ano de 2006. Esse documento foi desenvolvido pelo Departamento de Energia dos Estados Unidos (DOE) e serviu como base para estimar o custo do kg dos materiais utilizados no transformador. Os preços são convertidos para R\$/kg no modelo analítico. Para a conversão de unidades leva-se em conta que 1,0 lb é equivalente a 0,4536 kg e que 1,0 \$ é equivalente a 2,1054 R\$.

Tabela 20 – Preço dos materiais do tipo seco.

Material	2006~(\$/lb)	Média de 5 anos $(\$/lb)$
Ferro M3	$1,\!62$	1,07
Ferro M4	$1,\!59$	1,02
Ferro M5	$1,\!55$	0,97
Ferro M6	1,50	$0,\!95$
Fio de cobre	4,74	$2,\!99$
Fio de alumínio	2,01	1,70

5.4.6.1.2 Curva de magnetização para o material ferromagnético

Com os dados técnicos tem-se as características elétricas das lâminas de Fe-Si de grão orientado. A espessura das lâminas apresentadas no manual técnico são as seguintes (INCORPORATED, 2012):

- Ferro M3 0,23 mm;
- Ferro M4 0,27 mm;
- Ferro M5 0,30 mm;
- Ferro M6 0,35 mm.

Após a escolha da lâmina pode-se interpolar a curva de perdas por kg de material e a curva de permeabilidade relativa em função da indução. A indução possui o intervalo de 0,5 a 1,9 *Tesla*

Os fatores de empilhamento típicos para essas lâminas são os seguintes:

- Ferro M3 $F_L = 0,96;$
- Ferro M4 $F_L = 0,968;$
- Ferro M6 $F_L = 0,98;$

5.4.6.2 Resultados de otimização.

Com a características do Ferro M6, faz-se a otimização do modelo analítico em duas etapas. Na primeira etapa a função objetivo é o custo total (Tab. (21)), enquanto na segunda etapa a função objetivo é o custo de fabricação (Tab. (22)). O parâmetros fixos nestas simulações foram: potência aparente total (S_t) , corrente de magnetização (I_{0pu}) e reatância de dispersão em pu (X_{2pu}) , de acordo com os casos de simulação apresentados na Tab. (19).

Observa-se na Tab. (21) que ao otimizar o custo total, respeitando a imposição das variáveis fixas, obtêm-se perdas menores que na Tab. (22), ao otimizar o custo de fabricação. Isso porque quando otimiza-se o custo total, leva-se em conta a perdas ao longo da vida útil do transformador enquanto que ao otimizar o custo de fabricação só considera-se o custo do material utilizado em sua fabricação. A desvantagem ao otimizar o custo de otimização é que as dimensões finais e o peso do transformadores são maiores que ao otimizar o custo de fabricação.

Função Objetivo = Custo Total							
S_t (kVA)	L_{tt} (mm)	S_C (mm)	h_t (mm)	M_T (kg)	P_F (W)	$\begin{array}{c} P_T \\ (W) \end{array}$	
300	667	120	1789	699	883	4636	
500	731	135	1810	916	1166	6917	
750	830	161	1687	1206	1589	8479	
1000	1011	214	1214	1431	2107	9554	
1500	1437	282	1339	3358	4154	7249	
2000	1487	304	1384	3800	4517	9311	
2500	1125	247	1706	2643	3665	21481	
3000	1308	279	1672	3607	4658	17384	

Tabela 21 – Resultados da otimização com $F_{Obj} = C_{total}$.

Tabela 22 – Resultados da otimização com $F_{Obj} = C_{fab}$.

Função Objetivo = Custo de Fabricação						
S_t (kVA)	L_{tt} (mm)	S_C (mm)	h_t (mm)	M_T (kg)	P_F (W)	P_T (W)
300 500	$628 \\ 706$	$117 \\ 137$	$1775 \\ 1621$	$583 \\ 751$	$830 \\ 1082$	7205
750	785	159	1593	992	1464	12640
$\frac{1000}{1500}$	$\begin{array}{c} 1030 \\ 1015 \end{array}$	$229 \\ 226$	$\begin{array}{c} 1045 \\ 1364 \end{array}$	$\frac{1317}{1660}$	$2117 \\ 2610$	$12072 \\ 17752$
$2000 \\ 2500$	$1432 \\ 1137$	$\frac{309}{259}$	$1255 \\ 1499$	$3225 \\ 2406$	$4295 \\ 3588$	$11066 \\ 25942$
3000	1078	$233 \\ 222$	2488	3471	4187	20342

5.4.6.3 Comparação com o fabricante.

O objetivo é comparar os resultados de otimização atingidos com os dados fornecidos pelos fabricantes de transformadores. A empresa WEG possui um manual (DT11, 2011) que fornece informações técnicas de transformadores de distribuição e força. Na seção de transformadores à seco encontra-se a Tab. (23). A tabelas é utilizada para a comparação aos casos de simulação. Os transformadores são da classe 15kV, 60Hz, 380V, logo as tensões de entrada e saída usadas na otimização são $U_1 = 13, 8kV$ e $U_3 = 380V$. Outras características que são consideradas no modelo são a elevação do ponto mais quente do enrolamento acima do ambiente em $115^{\circ}C$ e a ligação Dyn.

Classe 15kV - 60Hz - Sem Cubículo - IP00								
S_t (kVA)	A (mm)	B (mm)	C (mm)	D (mm)	M_T (kg)	P_F (W)	$\begin{array}{c} P_T \\ (W) \end{array}$	
$300 \\ 500$	$1500 \\ 1550$	700 700	$1300 \\ 1450$	$520 \\ 520$	$1200 \\ 1550$	$1200 \\ 1400$	$4700 \\ 7200$	
750 1000	$1600 \\ 1650$	800 950	$1700 \\ 1750$	670 820	$1900 \\ 2400$	$1900 \\ 2400$	10200 11700	
1500 2000	1800 1900	$950 \\ 950 \\ 950$	1950 2200	820 820	$\frac{2100}{3250}$ 4150	3300 4000	16700 20500	
$2500 \\ 2500 \\ 3000$	$2050 \\ 2150$	$950 \\ 1200$	$2400 \\ 2500$	820 820	5100 6000	$4500 \\ 5000$	23500 23500 27000	

Tabela 23 – Especificações técnicas dos Transformadores Seco
s Encapsulados a Vácuo $\rm WEG$.

As dimensões $A, B, C \in D$, mostradas nestas tabelas referem-se ao comprimento, largura, altura e distância entre rodas dos transformadores da WEG de acordo com a Fig. (75). Essas dimensões são comparadas aos resultados do modelo analítico L_{tt} , $h_t \in S_C$, mesmo não havendo correspondência exata entre estes parâmetros.



Figura 75 – Desenho do transformador da WEG.

Ao comparar os resultados, concluí-se que as dimensões, peso total e perdas ficaram de acordo com a tabela do fabricante, o resultado era esperado, demonstrando que o modelo analítico está próximo ao caso real.

5.5 CONCLUSÃO

As otimizações do transformador foram executadas em várias etapas, apresenta-se a evolução das variáveis em cada iteração, o interesse de otimizar o custo considerando a vida útil do transformador, exemplos de otimização mono-objetivo e multi-objetivo e a comparação do material utilizado na bobinagem. Por fim, otimiza-se o modelo analítico com a modificação de alguns parâmetros, que são utilizados na indústria.

6 CONCLUSÃO

Nesta dissertação propõe-se uma metodologia de prédimensionamento para a otimização do custo total de um transformador de distribuição trifásico a seco.

No Capítulo 1, o modelo analítico é apresentado. A implementação do modelo é feita no *software CADES*.

A partir de uma especificação, os parâmetros de saída do modelo analítico são calculados, no Capítulo 2. Com estes resultados faz-se a validação do modelo por outros métodos de análise. Para a validação utilizou-se o método dos elementos finitos com o software *EFCAD*. Já a modelagem por rede de relutâncias para uma determinada dimensão resultante do modelo é apresentada no Capítulo 3.

O valor da indutância magnetizante e indutância de dispersão em função da corrente foi comparado entre esses diferentes métodos e mostraram que o modelo analítico estava correto. Os parâmetros usados para validação do modelo foram a indutância magnetizante e a indutância de dispersão, porem convém ressaltar que qualquer outra variável física poderia ter sido utilizada, já que um dos atrativos do *software* de otimização é a fácil exploração de variáveis.

Os modelos por rede de relutâncias para a indutância magnetizante representaram bem a variável. Já os modelos por rede de relutâncias para a indutância de dispersão foram mais difíceis de elaborar, sendo que os modelos axi-simétricos foram os únicos com bons resultados. Na literatura existem várias indicações que os modelos axisimétricos são utilizados principalmente na análise pelo método dos elementos finitos. Uma contribuição deste trabalho é a criação dos modelos por rede de relutâncias axi-simétricos para o cálculo da indutância de dispersão. Os modelos são criados em 2D considerando efeitos 3D.

Ao usar o método de rede de relutâncias no modelo de otimização, adiciona-se uma complexidade que só é justificada pela precisão das variáveis de saída e maior exploração dos parâmetros.

Para o cálculo da indutância de magnetização justifica-se o uso do modelo por rede de relutâncias, pois insere-se as características magnéticas não-lineares do ferro no modelo. Também pode-se traçar a indutância de magnetização em função da corrente de magnetização, variável que não podia ser explorada sem a adição do modelo por rede de relutâncias.

Para o cálculo da indutância de dispersão o modelo por rede de relutâncias simples não atinge o valor de referência. Já o modelo axi-

simétrico converge para o valor de referência, porém, os modelos apresentados não obtiveram ganho nenhum em relação a equação analítica. O uso da equação analítica para o cálculo da indutância de dispersão é confirmado pois ela obtém o valor de referência com um menor custo computacional.

Uma vez que a validação dos modelos foram avaliadas, a otimização do transformador é apresentada no Capítulo 4. A otimização é realizada para diversos parâmetros de entrada e dados do mercado de energia brasileiro em funções mono-objetivo e multi-objetivo. Outra contribuição desta dissertação é que a função objetivo utilizada nas otimizações é o C_{total} , essa consideração envolve a análise do custo sobre a vida útil do transformador. O método de otimização permitiu fazer rapidamente um pré-dimensionamento de transformadores com um grande número de variáveis e restrições impostas.

Como indicação a trabalho futuros pode-se:

- Adicionar novas perdas no modelo analítico do transformador, como perdas ligadas a carcaça e buchas de alta e baixa tensão;
- O tipo de acoplamento utilizado para o modelo analítico do transformador considera a conexão Dyn então outros tipos de acoplamento podem ser adicionados nos modelos;
- O modelo analítico 3D mostrado em (TUROWSKI; TUROWSKI; KOPEC, 1990) pode ser implementado para verificar se a indutância de dispersão de transformadores trifásicos tem valor muito diferente do calculado pela fórmula analítica e o modelo axisimétrico.

APÊNDICE A – Plataforma CADES

O modelo matemático do dispositivo é implementado no software CADES (Component Architecture for Design of Engineering Systems) que apresenta diferentes entidades em sua plataforma de trabalho que permitem um dimensionamento rápido (DELINCHANT et al., 2007). O CADES é dividido em cinco módulos ou componentes: Generator, Calculator, Optimizer, Post-Processor e Geomaker. Cada módulo representa uma etapa para a otimização (CADES..., 2012), de acordo com a Fig. (76).



Figura 76 – Módulos do CADES.

A.1 O COMPONENTE GENERATOR

Esse componente permite o usuário de descrever o modelo analítico sob a linguagem SML (System Modelling Language). Esse formato de linguagem é simples e intuitivo e não é necessário declarar o tipo de variável. Pode-se usar neste módulo: equações analíticas e até mesmo equações escritas em outras linguagens (Java, C, C++). Após o modelo ser totalmente descrito no *Generator*, ele é compilado, gerando um arquivo com a extensão '.icar' utilizável nos componentes *Calculator* e *Optimizer*. Este arquivo contém as derivadas das equações (cálculos dos gradientes).

A.2 O COMPONENTE CALCULATOR

Neste módulo é possível calcular os parâmetros de saída do modelo analítico para variáveis de entrada. Além disso:

• Pode-se fazer uma análise da sensitividade do sistema;

- Mostrar sua geometria se o modelo projetado representa um caso dimensional;
- Pode-se fazer o cálculo de gradientes já que possuímos as informações da matriz Jacobiana do sistema;
- Traçar as curvas do modelo;
- Exportar os resultados nos formatos: (.*xml*, .*txt*, .*csv*, ...).

A.3 O COMPONENTE OPTIMIZER

Além do cálculo paramétrico realizado pelo *Calculator* tem-se a opção de otimizar o transformador: sejam as dimensões, massa, volume, custo, rendimento. Para isso faz-se uso do *Optimizer* para a otimização de uma variável do modelo gerando um arquivo com a extensão *.xml.* Existem diferentes estratégias ou algoritmos de otimização que podem ser usados:

- Algoritmo determinístico com método de gradiente (SQP);
- Algoritmo determinístico com método de Gablonski (Direto);
- Algoritmo estocástico (genético);
- Estratégia determinística ou estocástica para traçar o compromisso de diversas variáveis (Pareto);
- Estratégia evolucionária estocástica (ES);
- Estratégia determinística para otimização usando variáveis discretas (Discrete).

É neste módulo que são definidas as restrições dos parâmetros de entrada e saída para otimização: os mesmo podem ser definidos como valor fixo ou dentro de um intervalo de valores. Somente os parâmetros de saída podem ser definidas como variável livre ou função objetivo. Não é possível ter mais uma variável de saída como função objetivo.

A.4 O COMPONENTE POST-PROCESSOR

Neste módulo, pode-se a cada iteração do processo de otimização:

- Visualizar uma tabela contendo o valor dos parâmetros de entrada e de saída a cada iteração;
- Traçar gráficos de variáveis versus iteração;
- Visualizar a geometria da máquina durante as iterações (utilizando o arquivo com a extensão '.geom' criado no módulo Geomaker)

A.5 O COMPONENTE GEOMAKER

Este módulo serve para associar uma visualização geométrica em seu modelo analítico. Essa visualização pode ser parametrizada em função dos nomes das variáveis do modelo criando um arquivo com a extensão *.geom*. Ao usar esta extensão no *Post-Processor* pode-se acompanhar a evolução da geometria a cada iteração da otimização. APÊNDICE B - Plataforma Reluctool

A plataforma Reluctool é baseada na modelagem por rede de relutâncias.

Podem ser feitas modelagens estáticas e dinâmicas usando diferentes relutâncias e fontes. Além disso, pode-se integrar o modelo por rede de relutâncias com os modelos analíticos para a otimização.

O ambiente do software Relucto
ol pode ser visualizado na Fig. (77).



Figura 77 – Ambiente do software Reluctool.

Existem modelos prontos fornecidos para as relutâncias e fontes no *Relutool*, porém outros modelos podem ser adicionados em sua biblioteca. Nas relutâncias podem ser colocados diversos parâmetros de dimensionamento. Já no editor de equações do *Reluctool*, pode-se adicionar novas variáveis. APÊNDICE C – Modelo analítico do transformador

```
import "./EconomieExternal.jar";
// Curva das perdas no ferro em função da indução para 60Hz
pfkg(bt) = 0.0538 - 0.5229*bt + 2.016*pow(bt,2)
-1.6735*pow(bt,3) + 0.5759*pow(bt,4);
// Constantes
Erup = 3.1e+006;
PI = 3.1415926535897932384626433832795;
secu = 5;
u0 = 4*PI*1e-007;
// Cálculos parciais
S = St/3.0;
V1 = U1;
V2 = U2/sqrt(3.0);
I1 = S/U1;
I2 = S/V2;
k = V2/V1;
N2 = N1*k;
// Cálculo das distâncias de isolação entre as bobinas
e1 = U2*secu/Erup;
e2 = (U2+U1)*secu/Erup;
e3 = U1*secu/Erup;
h1 = U1*secu/Erup;
h2 = U1*secu/Erup;
// Fatores de ocupação da laminação e dos enrolamentos
// primários e secundários
FC = 0.8;
FBT = 0.6;
FHT = 0.7;
// Características do cobre e do ferro
DE = 8920:
res_E = 1.724e - 8*(1 + 4.29e - 3*(Temp - 20));
PB = 9.151 * 1.5733;
DL = 7860;
PL = 0.500 * 1.5733;
```

```
// Dados gerais
preco_energia = 0.10893e-3;
taxa_atual1 = taux_actualisation(n,i);
pspc = preco_energia*taxa_atual1*8760/5;
pspf = 5*pspc;
// Cálculos geométricos do enrolamento
A = (N1*I1)/(h*FBT*J);
g = (N1*I1)/(h*FHT*J);
S_HT = g*h;
S_BT = A*h;
S_HTmm2 = S_HT*1000000;
S_BTmm2 = S_BT*1000000;
// Cálculos geométricos do ferro
Dc = sqrt((2.0*sqrt(2.0)*V1)/(pow(PI,2)*f*bt*N1*FC));
SC = FC*(PI/4.0)*pow(Dc,2);
SCmm2 = SC*1e6;
// Dimensões do transformador
Ltt = 4*e3 + 3*(Dc + 2*e1 + 2*g + 2*e2 + 2*A);
ht = 2*Dc + h + h1 + h2:
// Cálculo dos diâmetros médios
DmBT = Dc + 2*e1 + A;
DM = DmBT + A + e2;
DmHT = DM + e2 + g;
// Cálculo dos volumes e de massas volumétricas
Vol_ferro = SC*(3*(h+h1+h2) + 2*4*(e1+e2+e3+A+g) + 6*Dc);
massa_ferro = DL*Vol_ferro;
Vol_enr_BT = 3*PI*(pow((DmBT+A)/2,2)-pow((DmBT-A)/2,2))*(h*FBT);
Vol_enr_HT = 3*PI*(pow((DmHT+g)/2,2)-pow((DmHT-g)/2,2))*(h*FHT);
Vol_enrolamento = Vol_enr_BT + Vol_enr_HT;
massa_enrolamento = DE*Vol_enrolamento;
// Perdas ferro
perda_ferro = pfkg(bt)*massa_ferro;
Ru = pow(V1,2)/(perda_ferro/3);
// Cálculo da reatância magnetizante >>>> Lmag
```

```
u = u0*ur:
Rclat = (h1 + h + h2 + Dc)/(SC*u);
Rcsup = (Dc + 2*(e1 + A + e2 + g + e3))/(SC*u);
Req = Rclat + (Rcsup*2 + Rclat)/2;
Xu = 2*PI*f*pow(N1,2)/Req;
Lmag = Xu/(2*PI*f);
// Cálculo da corrente à vazio
Zeq = Ru*Xu/sqrt(pow(Ru,2) + pow(Xu,2));
I10 = V1/Zeq;
I10_pu = I10/I1;
I2prima = (I1 - I10)/k;
// Perdas joules >>>> R2
11 = PI*DmHT*N1:
12 = PI*DmBT*N2:
S1 = g*h*FBT/N1;
S2 = A*h*FHT/N2;
r1 = res_E*11/S1;
r2 = res_E * 12/S2;
R2 = r2 + r1*pow(k,2);
perda_joule = 3*R2*pow(I2prima,2);
// Cálculo da indutância de dispersão >>>>> Lcc
X2 = (2*PI*f)*u0*PI*pow(N2,2)/(h1 + h + h2)*((A*DmBT
 + g*DmHT)/3 + e2*DM);
Lcc = X2/(2*PI*f);
Xref = pow(U1,2)/St;
X2_prim_pu = X2/pow(k,2)*100/Xref;
// Cálculo da corrente de curto-circuito
Zeq2 = sqrt(pow(R2,2) + pow(X2,2));
I2cc = V2/Zeq2;
I1cc = k*I2cc;
J1cc = I1cc*N1/(S_HT*FHT);
J2cc = I2cc*N2/(S_BT*FBT);
J1ccmm2 = I1cc*N1/(S_HTmm2*FHT);
J2ccmm2 = I2cc*N2/(S_BTmm2*FBT);
// Cálculo do rendimento
ren = (S - perda_ferro - perda_joule)/S;
```

```
// Custo total de perdas presentes
PV_joule = perda_joule*pspc;
PV_ferro = perda_ferro*pspf;
PV_total = PV_joule + PV_ferro;
// Custos dos materiais
P_ferro = PL*massa_ferro;
P_enrolamento = PB*massa_enrolamento;
// Cálculo do preço da matéria-prima
Preco_compra = P_ferro + P_enrolamento;
// Custo total do transformador
```

```
Preco_total = Preco_compra + PV_total;
```

C.1 ARQUIVO ECONOMIEEXTERNAL.JAR

```
// função para cálculo da tava de atualização
adouble taux_actualisation(adouble n,adouble i){
adouble out;
adouble j;
out=0;
j=1;
while (j <= n){
out=out+1/pow(1+i,j);
            j=j+1;
}
return out;
}
```

C.2 CARACTERÍSTICAS DO ALUMÍNIO

```
// Características do alumínio
DE = 2700;
res_E = 2.65e-8*(1 + 3.8e-3*(Temp - 20));
PB = 2.598*1.5733;
```

APÊNDICE D – Exemplo de importação de um modelo por rede de relutâncias

```
// Importação do componente Reluctool
import ".\Exemplo_1.rlt";
// Chamada do modelo e definição dos parâmetros de entrada
RelSat = Exemplo_1(I,L,N,S);
// Chamada dos parâmetros de saída
B=RelSat.B;
Ltot1=RelSat.Ltot1;
Ltot2=RelSat.Ltot2;
Ltot3=RelSat.Ltot3;
Ltot4=RelSat.Ltot4;
Ltot5=RelSat.Ltot5;
// Função implícita
I_imp(U,Ltot1,I)=U-Ltot1*w*I;
// Constante que será anulada no algoritmo de otimização
CI_imp=I_imp(U,Ltot1,I);
// Função objetivo que forcará o algoritmo de otimização
// a achar uma solução que anule a equação implícita
Fobj=pow(CI_imp,2);
```

```
mu0 = 4*pi*10^{(-7)};
%% Curva H(B) à interpolar
val = 1:
switch val
    case 1
        BH = importdata('BH_60Hz.txt');
        B_{medido} = BH.data(:,1);
        H_medido = BH.data(:,2);
        Bvec = 0.01:0.01:2.5;
        a = 0.15;
        Js = 1.8;
        mur = 35000;
    case 2
        BH = importdata('exemplo_interpH_b_Reluctool.txt');
        B_medido = BH.data(:,1);
        H_medido = BH.data(:,2);
        Bvec = 0.01:0.02:2.1;
        a = 1.9;
        Js = 2.15;
        mur = 1590;
end
%% Ajuste manual dos coeficientes a e Js com mur = B/(mu0*H)
% H(B, a, Js,mur)
for i = 1:length(Bvec)
    B = Bvec(i);
    H(i)= (2*B*a-B-mur*B+mur*Js-sqrt(4*B*a*mur*Js+B^2-2*mur*B^2
    +2*B*mur*Js+mur^2*B^2-2*mur^2*B*Js+mur^2*Js^2
    -4*Js*B*a))/(2*(a-mur)*mu0);
    Hlin(i) = B/((mur-1)*mu0);
    Hsat(i) = B/mu0-Js/mu0;
end
figure(1)
plot(H,Bvec,'linewidth',2)
hold on
plot(Hlin,Bvec)
plot(Hsat,Bvec)
plot(H_medido,B_medido,'r','linewidth',2)
grid on
axis([0 500 0 2])
xlabel('B_t (T)')
ylabel('H (A/m)')
```
APÊNDICE F – Otimização usando modelos por rede de relutâncias

No problema de otimização do transformador trifásico os parâmetros de saída do modelo são expressados em função dos parâmetros de entrada. As expressões das funções e suas derivadas são calculadas de forma a resultar as expressões de sensibilidade do sistema. Após isso usa-se um algoritmo de optimização do tipo gradiente para fazer a otimização. Porém as vezes algumas equações implícitas do modelo que devem ser resolvidas numericamente não permitem expressar parâmetros de saída somente em função dos parâmetros de entrada. Dois métodos de resolução para modelos com equações implícitas são apresentados na literatura (COUTEL; WURTZ; BIGEON, 1999). O primeiro método será usado com a inserção de modelos por rede de relutâncias, para obtenção do valor da corrente de magnetização I_0 , que até então, não existia como parâmetro de otimização.

F.1 INSERÇÃO DE EQUAÇÕES IMPLÍCITAS NO MODELO ANALÍTICO

Quando há necessidade de resolver equações implícitas no estilo de j - f(j) = 0 exitem diferentes soluções no ambiente *CADES*. A seguinte solução é utilizada:

- 1° No ambiente *CADES Generator* a equação C = j f(j) é escrita;
- 2º O projetista passa a utilizar diretamente o ambiente CADES Optimizer para fazer um otimização na qual:
 - a) A variável C que será uma parâmetro de saída tem valor imposto igual à zero;
 - b) A variável j que será um parâmetro de entrada deve ser deixada variar entre um valor mínimo e um valor máximo.

A título de exemplo, para aplicar uma otimização e verificar se a função implícita foi bem resolvida, o seguintes cálculos de otimização são realizados:

- 1° Define-se uma função objetivo no ambiente *CADES Generator*, por exemplo a função $f_{obj} = pow(C, 2)$ (Fig. (78));
- 2° Aplica-se o valor zero para a variável fixa C e os valores j_{min} e j_{max} para a variável restrita em intervalos j (Fig. (79) e Fig. (80));

3° Após a otimização ser feita, se verifica se o ambiente *CADES Optimizer* é capaz de achar um valor de j tal que C = 0 e, com a função objetivo definida acima, $f_{obj} = 0$ (Fig. (81) e Fig. (82)).



Figura 78 – Exemplo de modelo escrito no componente Generator.



Figura 79 - Variável de entrada no componente Optimizer.

O Component	: Optimizer - V2.9 - Done (4 iterations, 44ms)	- • • ×
File Optimizatio	ion Tools Config Help	
Optimizer Inpu	ut Output Result	
	Gradent SQP H3. VF13 Type : Minimuze • Min : Parameter constraint type 1 Max : Parameter constraint type 1 Save setting	

Model: equationImp.icar |Optimizer: SQPVF13.jar |Specification: equationImp.xml |Output: output1314804881328.xm

Figura 80 - Variável de saída no componente Optimizer.



Figura 81 – Resultados de otimização.

F.2 INSERÇÃO DE MODELOS POR REDE DE RELUTÂNCIAS NO MODELO ANALÍTICO

A inserção dos modelos por rede de relutâncias no modelo analítico é feita no sentido de substituir as equações analíticas diretas que representam variáveis físicas, como a indutância magnetizante e a indutância de dispersão, por modelos semi-analíticos. Com a utilização desta técnica pode-se inserir informações no modelo analítico, como, por exemplo, o valor da corrente de magnetização do transformador.

Um exemplo em linguagem SML para inserção de um modelo criado no Reluctool em um modelo gerado no CADES Generator é indicado no apêndice D.



Figura 82 – Resultados no componente Post-Processor.

O modelo por rede de relutâncias do exemplo calcula a indutância magnetizante sem fluxo de dispersão, considerando que o caminho magnético médio tem comprimento total L e seção S. A força magnetomotriz é dada pela corrente I que atravessa a indutância e o número de espiras N.

Os parâmetros de saída do modelo são calculados por fórmulas analíticas que são escritas no *Reluctool* (Fig. (83)).

A corrente de magnetização pode ser avaliada com a utilização da técnica de inserção de equações implícitas:

- Com a equação implícita $I_{imp}(U, Ltot1, I) = U Ltot1 * w * I$ considera-se que a indutância está sobre uma tensão U e é atravessada pela corrente I.
- A restrição implícita CI_{imp} que será anulada pelo algoritmo de otimização é dada pela função $CI_{imp} = I_{imp}(U, Ltot1, I);$
- A função objetivo f_{obj} = pow(CI_{imp}, 2) é criada para forçar o algoritmo de otimização a achar uma solução que anule a equação implícita.



Figura 83 – Exemplo de um modelo do Reluctool para importação.

F.3 RESULTADOS DE OTIMIZAÇÃO USANDO MODELOS POR REDE DE RELUTÂNCIAS.

F.3.1 Otimização usando modelos da indutância de magnetização.

Nesta seção a otimização é realizada para os quatro casos exibidos na Tab. (15), usando os modelos por rede de relutâncias para a indutância de magnetização:

- Na Tab. (24), utilizando o modelo por rede de relutâncias apresentado na Fig. (18);
- Na Tab. (25), utilizando o modelo por rede de relutâncias apresentado na Fig. (19);
- Na Tab. (26), utilizando o modelo por rede de relutâncias apresentado na Fig. (24);
- Na Tab. (27), utilizando o modelo por rede de relutâncias apresentado na Fig. (26);
- Na Tab. (28), utilizando o modelo por rede de relutâncias apresentado na Fig. (28).

Pode-se comparar esses resultados com os resultados mencionados na Tab. (16) para o material magnético modelado com permeabilidade contante e na Tab. (17) para o material magnético modelado com permeabilidade variável. Como esperado obtêm-se os mesmos resultados que os citados anteriormente, porém com uma informação a mais: Percebe-se claramente a adição da variável de entrada I_0 , corrente de magnetização, no modelo analítico. Entre os modelos simulados, o valor optimizado do transformador apresenta as mesmas dimensões entre todas as tabelas apresentadas. A diferenca para os valores de indutância de magnetização entre as tabelas se dá porque para o modelo analítico com permeabilidade contante o valor da permeabilidade é fixada em 35000 e que para o modelo analítico com permeabilidade variável, o valor da permeabilidade máxima é um pouco acima, próxima de **36000**, como exibido na Fig. (7). O valor ótimo tende a se fixar no valor máximo de permeabilidade, com exceção nos casos em que ao aumentar as restrições impostas às variáveis, o espaço de otimização será mais limitado, fazendo com que o valor ótimo de permeabilidade seja diferente do máximo.

F.3.2 Otimização usando modelos da indutância de dispersão

O material do ferro sendo modelado por relutâncias com μ_r constante ou por uma curva de magnetização não alterou o resultado da indutância de dispersão para os modelos citados no Capítulo 2. Os modelos axi-simétricos apresentados na Fig. (52) são usados para a otimização usando modelos de indutância de dispersão. Os resultados de otimização são exibidos nas tabelas (29) e (30).

Os mesmos resultados foram obtidos no modelo analítico que não usa o modelo por rede de relutâncias para o cálculo da indutância de dispersão. Isso demonstra que a utilização da equação analítica se mostrou eficiente para as hipóteses feitas aos modelos por rede de relutâncias. As hipóteses feitas a estes modelos se baseiam em que as linhas de fluxo são paralelas ao tubo de fluxo.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4		
$B_t(T)$	1,21	1,22	1,22	$1,\!37$		
h(m)	0,92	0,79	0,70	0,70		
$I_0(A)$	$0,\!12$	$0,\!11$	$0,\!11$	$0,\!11$		
$J(A/mm^2)$	$2,\!20$	$2,\!19$	2,26	$2,\!68$		
A(mm)	21,96	$26,\!62$	26,97	$24,\!32$		
$e_1(mm)$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$		
$e_2(mm)$	$22,\!90$	$22,\!90$	$22,\!90$	$22,\!90$		
$e_3(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26		
$h_1(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26		
$h_2(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26		
g(mm)	$18,\!82$	$22,\!82$	$23,\!11$	20,85		
$D_C(mm)$	429,12	$420,\!65$	$437,\!52$	399,56		
N_1	$370,\!37$	$381,\!60$	$353,\!55$	$377,\!23$		
N_2	6,20	$6,\!39$	5,92	6,31		
$L_{tt}(m)$	1,76	1,79	$1,\!84$	1,70		
$M_{Bob}(kg)$	$1015{,}53$	$1051,\!19$	$978,\!29$	$808,\!33$		
$M_F(kg)$	$5615,\!85$	$5055,\!96$	$5318,\!53$	$4224,\!99$		
$C_{fab}(R\$)$	$19038,\!55$	$19111,\!55$	$18268,\!57$	$14961,\!29$		
$C_{total}(R\$)$	$71893,\!37$	$70230,\!59$	$70392,\!63$	71627, 49		
$L_{cc}(\mu H)$	$2,\!83$	3,77	3,77	3,77		
$L_{mag}(H)$	$307,\!42$	343,77	$336{,}53$	330,77		
iterações	18,00	17,00	$12,\!00$	10,00		
$t_{simul}(ms)$	$608,\!00$	$312,\!00$	265,00	$219,\!00$		
Modelo						

Tabela 24 – Parâmetros finais da otimização para o modelo 1 para indutância de magnetização.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	
$B_t(T)$	1,21	$1,\!22$	1,22	$1,\!37$	
h(m)	0,92	0,79	0,70	0,70	
$I_0(A)$	$0,\!12$	$0,\!11$	0,11	$0,\!11$	
$J(A/mm^2)$	2,20	2,19	2,26	$2,\!68$	
A(mm)	21,96	$26,\!62$	26,97	$24,\!32$	
$e_1(mm)$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	
$e_2(mm)$	$22,\!90$	$22,\!90$	22,90	$22,\!90$	
$e_3(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26	
$h_1(mm)$	$22,\!26$	22,26	22,26	$22,\!26$	
$h_2(mm)$	$22,\!26$	22,26	22,26	$22,\!26$	
g(mm)	$18,\!82$	$22,\!82$	$23,\!11$	20,85	
$D_C(mm)$	429,12	$420,\!65$	$437,\!52$	399,56	
N_1	$370,\!37$	$381,\!60$	$353,\!55$	$377,\!23$	
N_2	$6,\!20$	$6,\!39$	5,92	6,31	
$L_{tt}(m)$	1,76	1,79	$1,\!84$	1,70	
$M_{Bob}(kg)$	$1015{,}53$	1051, 19	$978,\!29$	$808,\!33$	
$M_F(kg)$	$5615,\!85$	$5055,\!96$	$5318,\!53$	$4224,\!99$	
$C_{fab}(R\$)$	$19038,\!55$	$19111,\!55$	$18268,\!57$	$14961,\!29$	
$C_{total}(R\$)$	$71893,\!37$	$70230,\!59$	$70392,\!63$	71627, 49	
$L_{cc}(\mu H)$	$2,\!83$	3,77	3,77	3,77	
$L_{mag}(H)$	$307,\!43$	343,78	$336,\!55$	$330,\!78$	
iterações	18,00	$17,\!00$	12,00	$10,\!00$	
$t_{simul}(ms)$	488,00	427,00	$578,\!00$	$342,\!00$	
Modelo					

Tabela 25 – Parâmetros finais da otimização para o modelo 2 para indutância de magnetização.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	
$B_t(T)$	1,21	1,22	1,22	$1,\!37$	
h(m)	0,92	0,79	0,70	0,70	
$I_0(A)$	$0,\!13$	$0,\!12$	$0,\!12$	$0,\!13$	
$J(A/mm^2)$	$2,\!20$	$2,\!19$	2,26	$2,\!68$	
A(mm)	21,96	$26,\!62$	26,96	$24,\!32$	
$e_1(mm)$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	
$e_2(mm)$	22,90	$22,\!90$	$22,\!90$	$22,\!90$	
$e_3(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26	
$h_1(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26	
$h_2(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26	
g(mm)	$18,\!82$	$22,\!82$	$23,\!11$	20,85	
$D_C(mm)$	429,04	$420,\!58$	$437,\!47$	399,55	
N_1	$370,\!43$	$381,\!66$	$353,\!57$	$377,\!23$	
N_2	6,20	6,39	5,92	6,31	
$L_{tt}(m)$	1,76	1,79	$1,\!84$	1,70	
$M_{Bob}(kg)$	$1015,\!35$	$1051,\!02$	978,09	$808,\!37$	
$M_F(kg)$	$5613,\!50$	$5054,\!02$	5316,72	$4224,\!87$	
$C_{fab}(R\$)$	19034, 16	$19107,\!59$	18264, 19	$14961,\!81$	
$C_{total}(R\$)$	71885, 21	70223, 22	$70385,\!50$	$71616,\!43$	
$L_{cc}(\mu H)$	$2,\!83$	3,77	3,77	3,77	
$L_{mag1}(H)$	$271,\!97$	$304,\!47$	299,21	$284,\!14$	
$L_{mag2}(H)$	$292,\!02$	326,70	$320,\!29$	$311,\!03$	
iterações	18,00	$15,\!00$	$14,\!00$	$10,\!00$	
$t_{simul}(ms)$	385,00	$221,\!00$	208,00	188,00	
Modelo					

Tabela 26 – Parâmetros finais da otimização para o modelo 3 para indutância de magnetização.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	
$B_t(T)$	1,21	$1,\!22$	1,22	$1,\!37$	
h(m)	0,93	0,79	0,70	0,70	
$I_0(A)$	$0,\!15$	$0,\!13$	0,13	$0,\!14$	
$J(A/mm^2)$	2,20	2,19	2,26	$2,\!68$	
A(mm)	21,96	$26,\!62$	26,96	$24,\!32$	
$e_1(mm)$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	
$e_2(mm)$	$22,\!90$	22,90	22,90	22,90	
$e_3(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26	
$h_1(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26	
$h_2(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26	
g(mm)	$18,\!82$	$22,\!81$	23,11	20,85	
$D_C(mm)$	$428,\!93$	$420,\!47$	$437,\!44$	399,56	
N_1	$370,\!59$	$381,\!81$	$353,\!59$	$377,\!23$	
N_2	6,20	$6,\!39$	5,92	6,31	
$L_{tt}(m)$	1,76	1,79	$1,\!84$	1,70	
$M_{Bob}(kg)$	$1015,\!52$	$1051,\!22$	$977,\!98$	$808,\!36$	
$M_F(kg)$	$5611,\!30$	$5052,\!08$	$5315,\!99$	$4224,\!90$	
$C_{fab}(R\$)$	19034,77	$19108,\!89$	18262,02	$14961,\!69$	
$C_{total}(R\$)$	71878,79	$70218,\!91$	$70382,\!66$	71612,03	
$L_{cc}(\mu H)$	$2,\!83$	3,77	3,77	3,77	
$L_{mag1}(H)$	249,97	$285,\!88$	$286,\!84$	269,53	
$L_{mag2}(H)$	$267,\!55$	$306,\!06$	$306,\!61$	$294,\!21$	
iterações	18,00	$15,\!00$	$14,\!00$	10,00	
$t_{simul}(ms)$	$715,\!00$	$473,\!00$	$415,\!00$	$301,\!00$	
Modelo					

Tabela 27 – Parâmetros finais da otimização para o modelo 4 para indutância de magnetização.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$B_t(T)$	1,21	1,22	1,22	1,37
h(m)	0,92	0,79	0,70	0,70
I0(A)	$0,\!15$	$0,\!13$	$0,\!13$	$0,\!14$
$J(A/mm^2)$	$2,\!20$	$2,\!19$	2,26	$2,\!68$
A(mm)	21,96	$26,\!62$	26,96	$24,\!32$
$e_1(mm)$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$
$e_2(mm)$	$22,\!90$	$22,\!90$	$22,\!90$	$22,\!90$
$e_3(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
$h_1(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
$h_2(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26
g(mm)	$18,\!82$	$22,\!81$	$23,\!11$	20,85
$D_C(mm)$	429,06	420,47	$437,\!44$	399,56
N_1	$370,\!38$	$381,\!81$	$353,\!59$	$377,\!23$
N_2	6,20	6,39	5,92	$6,\!31$
$L_{tt}(m)$	1,76	1,79	$1,\!84$	1,70
$M_{Bob}(kg)$	$1015,\!03$	$1051,\!22$	$977,\!98$	$808,\!35$
$M_F(kg)$	$5613,\!40$	$5052,\!08$	$5315,\!99$	$4224,\!92$
$C_{fab}(R\$)$	$19029,\!40$	$19108,\!89$	18262,02	$14961,\!61$
$C_{total}(R\$)$	$71877,\!40$	70218, 91	$70382,\!66$	71606, 18
$L_{cc}(\mu H)$	2,83	3,77	3,77	3,77
$L_{mag1}(H)$	245,72	$285,\!88$	$286,\!84$	$252,\!51$
$L_{mag2}(H)$	266, 36	$306,\!06$	$306,\!61$	$281,\!13$
iterações	$18,\!00$	$15,\!00$	$14,\!00$	$10,\!00$
$t_{simul}(ms)$	$3697,\!00$	$1342,\!00$	1279,00	2340,00

Tabela 28 – Parâmetros finais da otimização para o modelo 5 para indutância de magnetização.





	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	
$\overline{B_t(T)}$	1,21	1,22	1,22	$1,\!37$	
h(m)	0,91	0,78	0,70	0,70	
$I_0(A)$	$0,\!15$	$0,\!13$	$0,\!13$	$0,\!13$	
$J(A/mm^2)$	$2,\!20$	2,19	$2,\!25$	$2,\!66$	
A(mm)	22,28	27,02	$27,\!35$	24,70	
$e_1(mm)$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	
$e_2(mm)$	22,90	22,90	22,90	22,90	
$e_3(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26	
$h_1(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26	
$h_2(mm)$	22,26	22,26	22,26	22,26	
g(mm)	$19,\!10$	23,16	$23,\!44$	$21,\!17$	
$D_C(mm)$	428,42	$419,\!99$	435, 16	$398,\!14$	
N_1	$371,\!19$	$382,\!43$	$357,\!03$	380, 32	
N_2	6,21	$6,\!40$	$5,\!97$	6,36	
$L_{tt}(m)$	1,76	1,79	$1,\!84$	1,70	
$M_{Bob}(kg)$	$1018,\!99$	$1054,\!55$	989,00	$819,\!83$	
$M_F(kg)$	5570,75	$5017,\!37$	5253, 11	$4192,\!82$	
$C_{fab}(R\$)$	$19052,\!85$	$19129,\!60$	$18371,\!29$	$15101,\!61$	
$C_{total}(R\$)$	$71737,\!27$	$70123,\!46$	70254,00	$71438,\!99$	
$L_{cc}(\mu H)$	$2,\!83$	3,77	3,77	3,77	
$L_{mag1}(H)$	252,29	$288,\!67$	289,53	$272,\!18$	
$L_{mag2}(H)$	$270,\!05$	309,04	309,52	$297,\!05$	
iterações	18,00	16,00	$14,\!00$	10,00	
$t_{simul}(ms)$	$827,\!00$	$749,\!00$	$639,\!00$	$530,\!00$	
		Modelo			

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4		
$B_t(T)$	1,21	1,22	1,22	1,37		
h(m)	0,91	0,78	0,70	0,70		
$I_0(A)$	$0,\!15$	$0,\!13$	$0,\!13$	$0,\!13$		
$J(A/mm^2)$	2,20	$2,\!19$	$2,\!25$	$2,\!66$		
A(mm)	22,28	27,02	$27,\!35$	24,70		
$e_1(mm)$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$	$0,\!65$		
$e_2(mm)$	22,90	$22,\!90$	22,90	$22,\!90$		
$e_3(mm)$	22,26	22,26	$22,\!26$	22,26		
$h_1(mm)$	22,26	22,26	$22,\!26$	22,26		
$h_2(mm)$	22,26	22,26	$22,\!26$	22,26		
g(mm)	19,10	23,16	$23,\!44$	$21,\!17$		
$D_C(mm)$	$428,\!42$	$419,\!99$	435, 16	$398,\!14$		
N_1	$371,\!19$	$382,\!43$	$357,\!03$	380, 32		
N_2	6,21	$6,\!40$	$5,\!97$	6,36		
$L_{tt}(m)$	1,76	1,79	$1,\!84$	1,70		
$M_{Bob}(kg)$	$1018,\!99$	$1054,\!55$	989,00	$819,\!83$		
$M_F(kg)$	5570,75	$5017,\!37$	5253, 11	$4192,\!82$		
$C_{fab}(R\$)$	$19052,\!85$	$19129,\!60$	$18371,\!29$	$15101,\!61$		
$C_{total}(R\$)$	$71737,\!27$	$70123,\!46$	$70254,\!00$	$71438,\!99$		
$L_{cc}(\mu H)$	$2,\!83$	3,77	3,77	3,77		
$L_{mag1}(H)$	$252,\!29$	$288,\!67$	$289,\!53$	$272,\!18$		
$L_{mag2}(H)$	$270,\!05$	309,04	309,52	$297,\!05$		
iterações	18,00	16,00	$14,\!00$	$10,\!00$		
$t_{simul}(ms)$	843,00	780,00	$734,\!00$	$530,\!00$		
Modelo						

APÊNDICE G – Modelo analítico do transformador com importação do modelo 1 em rede de relutâncias para a indutância de magnetização.

```
import "./EconomieExternal.jar";
import ".\Lmag_linear_1.rlt";
// Curva das perdas no ferro em função da indução para 60Hz
pfkg(bt) = 0.053 - 0.522*bt + 2.016*pow(bt,2)
-1.673*pow(bt,3) + 0.575*pow(bt,4);
// Constantes
Erup = 3.1e+006;
PI = 3.1415926535897932384626433832795;
secu = 5;
u0 = 4*PI*1e-007;
// Cálculos parciais
S = St/3.0;
V1 = U1:
V2 = U2/sqrt(3.0);
I1 = S/U1;
I2 = S/V2;
k = V2/V1;
N2 = N1 * k:
// Cálculo das distâncias de isolação entre as bobinas
e1 = U2*secu/Erup;
e2 = (U2+U1)*secu/Erup;
e3 = U1*secu/Erup;
h1 = U1*secu/Erup;
h2 = U1*secu/Erup;
// Fatores de ocupação da laminação e dos enrolamentos
// primários e secundários
FC = 0.8;
FBT = 0.6;
FHT = 0.7;
// Características do cobre
DE = 8920:
res_E = 1.724e - 8*(1 + 4.29e - 3*(Temp - 20));
PB = 9.151 * 1.5733;
// Características do ferro
```

```
DL = 7860;
PL = 0.500 * 1.5733;
// Dados gerais
preco_energia = 0.10893e-3;
taxa_atual1=taux_actualisation(n,i);
pspc=preco_energia*taxa_atual1*8760/5;
pspf = 5*pspc;
// Calculos geométricos do enrolamento
A = (N1*I1)/(h*FBT*J);
g = (N1*I1)/(h*FHT*J);
S_HT = g*h;
S_BT = A*h;
S_HTmm2 = S_HT*1000000;
S_BTmm2 = S_BT*1000000;
// Cálculos geométricos do ferro
Dc = sqrt((2.0*sqrt(2.0)*V1)/(pow(PI,2)*f*bt*N1*FC));
SC = FC*(PI/4.0)*pow(Dc,2);
SCmm2 = SC*1e6;
// Dimensões do transformador
Ltt = 4 \times e^3 + 3 \times (Dc + 2 \times e^1 + 2 \times g + 2 \times e^2 + 2 \times A);
ht = 2*Dc + h + h1 + h2;
// Cálculo dos diâmetros médios
DmBT = Dc + 2*e1 + A;
DM = DmBT + A + e2;
DmHT = DM + e2 + g;
// Cálculo dos volumes e de massas volumétricas
Vol_ferro = SC*(3*(h+h1+h2) + 2*4*(e1+e2+e3+A+g) + 6*Dc);
massa_ferro = DL*Vol_ferro;
Vol_enr_BT = 3*PI*(pow((DmBT+A)/2,2) - pow((DmBT-A)/2,2))*(h*FBT);
Vol_enr_HT = 3*PI*(pow((DmHT+g)/2,2) - pow((DmHT-g)/2,2))*(h*FHT);
Vol_enrolamento = Vol_enr_BT + Vol_enr_HT;
massa_enrolamento = DE*Vol_enrolamento;
```

```
// Perdas ferro
perda_ferro = pfkg(bt)*massa_ferro;
```

```
Ru = pow(V1,2)/(perda_ferro/3);
// Cálculo da relutância
RelSat=Lmag_linear_1(A,e1,e2,e3,h1,h2,g,h,I0,Dc,N1,ur);
Lmag1=RelSat.Lmag1;
Lmag2=RelSat.Lmag2;
// Cálculo da reatância magnetizante >>>> L
Xu = 2*PI*f*Lmag1;
// Equação implícita
f_imp(U1,Xu,I0)=U1-Xu*I0;
CI_imp=f_imp(U1,Xu,I0);
// Cálculo da corrente à vazio
Zeq = Ru*Xu/sqrt(pow(Ru,2) + pow(Xu,2));
I10 = V1/Zeq;
I10_pu = I10/I1;
I2prima = (I1 - I10)/k;
// Perdas joules >>>> R2
11 = PI*DmHT*N1;
12 = PI*DmBT*N2;
S1 = g*h*FBT/N1;
S2 = A*h*FHT/N2;
r1 = res_E*11/S1;
r2 = res_E * 12/S2;
R2 = r2 + r1*pow(k,2);
perda_joule = 3*R2*pow(I2prima,2);
// Cálculo da indutância de dispersão >>>>> Lcc
X2 = (2*PI*f)*u0*PI*pow((N1*k),2)/(h1 + h + h2)*((A*DmBT))
+ g*DmHT)/3 + e2*DM);
Lcc = X2/(2*PI*f);
Xref = pow(U1,2)/St;
X2_prim_pu = X2/pow(k,2)*100/Xref;
// Cálculo da corrente de curto-circuito
Zeq2 = sqrt(pow(R2,2) + pow(X2,2));
I2cc = V2/Zeq2;
I1cc = k*I2cc;
```

```
J1cc = I1cc*N1/(S_HT*FHT);
```

```
J2cc = I2cc*N2/(S_BT*FBT);
J1ccmm2 = I1cc*N1/(S_HTmm2*FHT);
J2ccmm2 = I2cc*N2/(S_BTmm2*FBT);
// Cálculo do rendimento
ren = (S - perda_ferro - perda_joule)/S;
// Custo total de perdas presentes
PV_joule = perda_joule*pspc;
PV_ferro = perda_ferro*pspf;
PV_total = PV_joule + PV_ferro;
/* custos dos materiais */
P_ferro = PL*massa_ferro;
P_enrolamento = PB*massa_enrolamento;
/* Cálculo do preço da matéria-prima */
```

```
Preco_compra = P_ferro + P_enrolamento;
```

```
/* Custo total do transformador*/
Preco_total = Preco_compra + PV_total;
```

APÊNDICE H – Modelo analítico do transformador com importação do modelo 4 em rede de relutâncias para a indutância de magnetização e o modelo 5 axi-simétrico do plano paralelo para a indutância de dispersão.

```
import "./EconomieExternal.jar";
import ".\Lmag_nao_linear_2.rlt";
import ".\rnm_5.rlt";
// Curva das perdas no ferro em função da indução para 60Hz
pfkg(bt) = 0.053 - 0.522*bt + 2.016*pow(bt,2)
 -1.673*pow(bt,3) + 0.575*pow(bt,4);
// Constantes
Erup = 3.1e+006;
PI = 3.1415926535897932384626433832795;
secu = 5;
u0 = 4*PI*1e-007;
a = 0.15;
Js = 1.8;
ur = 35000;
// Cálculos parciais
S = St/3.0;
V1 = U1;
V2 = U2/sqrt(3.0);
I1 = S/U1;
I2 = S/V2;
k = V2/V1;
N2 = N1 * k;
// Cálculo das distâncias de isolação entre as bobinas
e1 = U2*secu/Erup;
e2 = (U2+U1)*secu/Erup;
e3 = U1*secu/Erup;
h1 = U1*secu/Erup;
h2 = U1 * secu/Erup;
// Fatores de ocupação da laminação e dos enrolamentos
// primários e secundários
FC = 0.8;
FBT = 0.6;
FHT = 0.7;
// Características do cobre
DE = 8920:
```

```
res_E = 1.724e - 8*(1 + 4.29e - 3*(Temp - 20));
PB = 9.151 \times 1.5733:
// Características do ferro
DL = 7860;
PL = 0.500 * 1.5733;
// Dados gerais
preco_energia = 0.10893e-3;
taxa_atual1 = taux_actualisation(n,i);
pspc = preco_energia*taxa_atual1*8760/5;
pspf = 5*pspc;
// Calculos geométricos do enrolamento
A = (N1*I1)/(h*FBT*J);
g = (N1*I1)/(h*FHT*J);
S_HT = g*h;
S_BT = A*h;
S_HTmm2 = S_HT*1000000;
S_BTmm2 = S_BT*1000000;
// Cálculos geométricos do ferro
Dc = sqrt((2.0*sqrt(2.0)*V1)/(pow(PI,2)*f*bt*N1*FC));
SC = FC*(PI/4.0)*pow(Dc,2);
SCmm2 = SC*1e6;
// Dimensões do transformador
Ltt = 4 \times e^3 + 3 \times (Dc + 2 \times e^1 + 2 \times g + 2 \times e^2 + 2 \times A);
ht = 2*Dc + h + h1 + h2;
// Cálculo dos diâmetros médios
DmBT = Dc + 2*e1 + A;
DM = DmBT + A + e2;
DmHT = DM + e2 + g;
// Cálculo dos volumes e de massas volumétricas
Vol_ferro = SC*(3*(h+h1+h2) + 2*4*(e1+e2+e3+A+g) + 6*Dc);
massa_ferro = DL*Vol_ferro;
Vol_enr_BT = 3*PI*(pow((DmBT+A)/2,2) - pow((DmBT-A)/2,2))*(h*FBT);
Vol_enr_HT = 3*PI*(pow((DmHT+g)/2,2) - pow((DmHT-g)/2,2))*(h*FHT);
Vol_enrolamento = Vol_enr_BT + Vol_enr_HT;
```

```
massa_enrolamento = DE*Vol_enrolamento;
// Perdas ferro
perda_ferro = pfkg(bt)*massa_ferro;
Ru = pow(V1,2)/(perda_ferro/3);
// Cálculo da relutância
RelSat = Lmag_nao_linear_2(A,a,e1,e2,e3,h1,h2,FC,
g,h,IO,Js,Dc,N1,ur);
Lmag1 = RelSat.Lmag1;
Lmag2 = RelSat.Lmag2;
// Cálculo da reatância magnetizante >>>> L
Xu = 2*PI*f*Lmag1;
// Equação implícita
f_{imp1}(U1, Xu, I0) = U1 - Xu * I0;
CI_{imp1} = f_{imp1}(U1, Xu, I0);
// Cálculo da corrente à vazio
Zeq = Ru*Xu/sqrt(pow(Ru,2) + pow(Xu,2));
I10 = V1/Zeq;
I10_{pu} = I10/I1;
I2prima = (I1 - I10)/k;
// Perdas joules >>>> R2
11 = PI*DmHT*N1;
12 = PI*DmBT*N2;
S1 = g*h*FBT/N1;
S2 = A*h*FHT/N2;
r1 = res_E*11/S1;
r2 = res_E * 12/S2;
R2 = r2 + r1*pow(k,2);
perda_joule = 3*R2*pow(I2prima,2);
// Cálculo da relutância
na = 6;
nalpha = 200;
ng = 6;
RelSat2 = rnm_5(A, e1, e2, e3, h1, h2,
g,h,1000,Dc,N2,na,nalpha,ng,ur);
```

```
Lcc = RelSat2.Lcc;
// Cálculo da indutância de dispesão >>>>> Lcc
X2 = Lcc*(2*PI*f);
Xref = pow(U1,2)/St;
X2_prim_pu = X2/pow(k,2)*100/Xref;
// Cálculo da corrente de curto-circuito
Zeq2 = sqrt(pow(R2,2) + pow(X2,2));
f_imp2(I2cc,V2,Zeq2) = I2cc - V2/Zeq2;
CI_{imp2} = f_{imp2}(I2cc, V2, Zeq2);
Fobj_cimp = pow(CI_imp1,2) + pow(CI_imp2,2);
I1cc = k*I2cc;
J1cc = I1cc*N1/(S_HT*FHT);
J2cc = I2cc*N2/(S_BT*FBT);
J1ccmm2 = I1cc*N1/(S_HTmm2*FHT);
J2ccmm2 = I2cc*N2/(S_BTmm2*FBT);
// Cálculo do rendimento
ren = (S - perda_ferro - perda_joule)/S;
// Custo total de perdas presentes
PV_joule = perda_joule*pspc;
PV_ferro = perda_ferro*pspf;
PV_total = PV_joule + PV_ferro;
/* custos dos materiais */
P_ferro = PL*massa_ferro;
P_enrolamento = PB*massa_enrolamento;
/* Cálculo do preço da matéria-prima */
Preco_compra = P_ferro + P_enrolamento;
/* Custo total do transformador*/
Preco_total = Preco_compra + PV_total;
```

REFERÊNCIAS

ALBERT, L. Modélisation et optimisation des alternateurs à griffes. Application au domaine automobile. Tese (Doutorado) — ENSIEG, INPG, Juillet 2004.

BAKSHI, U. A.; BAKSHI, M. V. *Magnetic Circuits and Transformers*. [S.l.]: Technical Publications Pune, 2008.

BAKSHI, U. A.; BAKSHI, M. V. Transformers and Induction Machines. [S.l.]: Technical Publications Pune, 2008.

CADES: Component Architecture for Design of Engineering Systems. agosto 2012. <www.cades-solutions.com>.

CHATELAIN, J. Machines électriques. 1. ed. [S.l.]: Dunod, 1983.

COUTEL, C.; WURTZ, F.; BIGEON, J. A comparative study of two methods for constrained optimisation with analytical models dealing with implicit parameters. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 35, n. 3, p. 1738 – 1741, 1999.

DELINCHANT, B. et al. An optimizer using the software component paradigm for the optimization of engineering systems. *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 26, n. 2, p. 368 – 379, 2007.

DT11, I. T. Características e Especificações de Transformadores de Distribuição e Força. [S.l.], 2011.

ENERGIA, C. Transformadores de distribuição a seco - Padronização. [S.1.], 2008.

ENERGY, U. D. of. Appendix 5C. Average 2006 Material Pricing Analysis. 2006. http://www1.eere.energy.gov.

FANDINO, J.; WURTZ, F.; BIGEON, J. Nouvelle méthodologie de conception de dispositifs électrotechniques. pascosma, un outil pour le dimensionnement avec des modèles analytiques. *Revue Internationale de Génie Electrique*, vol. 2, n. 1, p. 83 – 100, 1999.

GRUCAD. EFCAD (Electromagnetic Fields Computer Aided Design). Finite Element 2D System for Electromagnetic and Thermal Field Analysis. UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina, version 6.0 - 2002. <www.grucad.ufsc.br>. HOKE, A. F.; SULLIVAN, C. R. An improved two-dimensional numerical modeling method for e-core transformers. In: PUBLICATIONS, I. C. (Ed.). Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2002. APEC 2002. Seventeenth Annual IEEE. [S.l.: s.n.], 2002. vol. 1, p. 151 – 157.

INCORPORATED, A. T. Grain-Oriented Electrical Steel, Technical Data Sheet. [S.l.], 2012. Version 1.

KERR, H. W. Lower losses reduce capitalised prices. *Electrical Review*, vol. 214, n. 20, p. 15 – 22, June 1984.

METAL Prices. maio 2011. http://www.metalprices.com/>.

POULOUJADOFF, M.; FINDLAY, R. D. A procedure for illustrating the effect of variation of parameters on optimal transformer design. In: MEETING, I.-P. W. (Ed.). [S.l.: s.n.], 1986.

POWELL, M. J. D. On the quadratic programming algorithm of goldfarb and idnani. *Mathematical Programming Study*, vol. 25, p. 46 – 61.

PRIETO, R. et al. Axisymmetric modeling of 3d magnetic components. In: PUBLICATIONS, I. C. (Ed.). Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1999. APEC '99. Fourteenth Annual. [S.l.: s.n.], 1999. vol. 1, p. 213 – 219.

RIES, L. K.; WURTZ, F.; KUO-PENG, P. Otimização de um transformador aplicado ao mercado brasileiro. In: 15° SBMO: Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e 10° CBMag: Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo. João Pessoa/Paraíba: MOMAG 20120, 2012. vol. 1, p. 1 – 5.

ROMAIN, B. du Peloux de S. Modélisation des actionneurs électromagnétiques par réseaux de réluctances. Création d'un outil métier dédié au prédimensionnement par optimisation. Tese (Doutorado) — ENSIEG, INPG, Octobre 2006.

ROTERS, H. C. *Electromagnetic Devices*. 1. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc, 1970.

SANTO, A. E.; CALADO, M. R.; CABRITA, C. Static simulation of a linear switched reluctance actuator with the flux tube method. *AECE : Advances in Electrical and Computer Engineering*, vol. 10, n. 2, p. 35 – 42, 2010.

SIEMENS. *GEAFOL* - Transformadores a seco de 75 a 25.000 kVA. Transformadores encapsulados em resina. [S.1.], 2007.

TUROWSKI, J. Computational magnetics. [S.l.]: Chapman & Hall, London, 1995. Reluctance Network, Chapter 4. Extended translation from Polish: J. Turowski (ed.) et al. "Analiza i synteza pol elektromagnetycznych"Polish Academy of Science, "Ossolineaum", Wroclaw, 1990.

TUROWSKI, J.; TUROWSKI, M.; KOPEC, M. Method of three-dimensional network solution of leakage field of three-phase transformers. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 26, n. 5, p. 2911 – 2919, September 1990.

WURTZ, F.; BIGEON, J.; POIRSON, C. A methodology and a tool for the computer aided design with constraints of electrical devices. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 32, n. 3, p. 1429–1432, maio 1996.