

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS**

Luis Marcio Medina do Carmo

**CONTROLE DE INCLINAÇÃO DE UM VEÍCULO DE
TRÊS RODAS ATRAVÉS DA ABORDAGEM DO
CONTROLE VETORIAL UNITÁRIO**

Florianópolis

2012

Luis Marcio Medina do Carmo

**CONTROLE DE INCLINAÇÃO DE UM VEÍCULO DE
TRÊS RODAS ATRAVÉS DA ABORDAGEM DO
CONTROLE VETORIAL UNITÁRIO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.
Orientador: Prof. Dr. Eng. Nestor Roqueiro

Florianópolis

2012

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

do Carmo, Luis Marcio Medina

Controle de inclinação de um veículo de três rodas
através da abordagem do controle vetorial unitário
[dissertação] / Luis Marcio Medina do Carmo ; orientador,
Nestor Roqueiro - Florianópolis, SC, 2012.

152 p. ; 21cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Automação e Sistemas.

Inclui referências

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Triciclos
inclináveis. 3. Controle não-linear. 4. Modos deslizantes.
5. Controle vetorial unitário. I. Roqueiro, Nestor. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-
Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. III. Título.

Luis Marcio Medina do Carmo

**CONTROLE DE INCLINAÇÃO DE UM VEÍCULO DE
TRÊS RODAS ATRAVÉS DA ABORDAGEM DO
CONTROLE VETORIAL UNITÁRIO**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina .

Florianópolis, 25 de junho 2012.

Prof. Chefe, Dr. Eng. Jomi Fred Hübner
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Eng. Nestor Roqueiro
Orientador

Prof. Dr. Eng. Antonio Augusto Rodrigues Coelho

Prof. Dr. Eng. Hector Bessa Silveira

Prof. Dr. Eng. Martín Jorge Pomar García

Dedico este trabalho a minha família; vocês alimentam minha vontade de seguir em frente.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por me conceder a força, saúde e empenho nessa longa e satisfatória trajetória.

Gostaria de agradecer especialmente a meu orientador, Professor Nestor Roqueiro, pela sua presença e ajuda constante em todo momento que precisei.

Agradeço ao Professor Enric Fossas Colet, da Universitat Politècnica de Catalunya, que contribuiu com seus conhecimentos e acompanhou as etapas mais importantes deste trabalho.

A Sheila e meu filho Leonardo pelo amor, carinho, paciência e compreensão nesses anos longe de vocês.

Aos meus pais, Wilfrido e Dalva que sempre acreditaram no valor do estudo, e não mediram esforços para que pudesse obtê-lo.

Aos meus irmãos, Andres e Guillermo pela força, amizade e companheirismo que são imprescindíveis na minha vida.

Aos colegas do LI-UFSC, agradeço pelas ricas trocas de conhecimentos e pela companhia.

Aos colegas do mestrado, Job, Luciano, Aline, Marina e Paulo, pela ajuda nas dificuldades acadêmicas e bons momentos.

A meus colegas e amigos do Departamento de Automação e Sistemas e do “*Sindicato*”: Douglas, Ebrahim, Bernardo, Helton, Victor, Sigmar, Tahim, Elmer, Tito, Guilherme, Rattus com os quais pude compartilhar conhecimentos, idéias, boas risadas e amizades verdadeiras, sempre levarei as melhores lembranças de vocês.

Agradeço a Fundação Parque Tecnológico Itaipú-Paraguay (PTI-PY) pelo apoio econômico.

Enfim, a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

*“Atreve-te sempre, é grande este culto,
que poucos professam”*

Manuel Ortiz Guerrero

RESUMO

Em referência ao controle de inclinação de um triciclo estreito tratados em Faria (2010) e Roqueiro e Fossas (2010), um controlador por modo de deslizamento robusto baseado no ângulo de direção e a velocidade foi projetado seguindo metodologias atuais disponíveis no âmbito do controle por modo de deslizamento - a diagonalização e o controle vetorial unitário. Embora a dinâmica do triciclo tenha nove graus de liberdade, as leis de controle foram baseadas em um modelo simplificado de uma bicicleta de dois graus de liberdade. Numa primeira parte, uma lei de controle é projetada para o modelo da bicicleta, seguindo a abordagem da diagonalização. Em uma segunda parte, o modelo da bicicleta é aumentado com a inclusão da dinâmica dos atuadores, e uma nova lei de controle é projetada através da diagonalização e a metodologia do controle vetorial unitário. Em uma seção final, as leis de controle são validadas em simulação no modelo completo do triciclo com presença e ausência de perturbações de rugosidade na pista e vento lateral.

Palavras-chave: Controle Veicular, Controlador por Modo de Deslizamento, Controle Vetorial Unitário, Diagonalização.

ABSTRACT

Along the lines of the tilt controlled narrow tricycle treated in Faria (2010) and Roqueiro e Fossas (2010), a robust sliding mode controller based on the steer angle and the speed has been designed by following two current methodologies available in the framework of sliding mode control - the decoupling approach and the unit vector control. The actual tricycle model has nine degrees of freedom, however, the control laws were based on a more simplified but representative two degrees of freedom model of a bicycle. In a first stage, a control law is designed for this bicycle model, by following the decoupling approach. In a second stage, the two degrees of freedom model is augmented to take the actuators dynamics into account and the sliding controls are defined via the decoupling and the unit vector methodologies. In a final section, control laws are validated in simulation on the complete model of the tricycle with the presence and absence of disturbances of ground and crosswind.

Keywords: Vehicle controller, Sliding Mode Controller, Unit Vector Control, Decoupling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Trânsito na cidade de São Paulo, Brasil.	34
Figura 2	Vista de cima de um veículo estreito de três rodas (Carver Europa).	35
Figura 3	A esquerda: Messerschmitt KR-175. A direita: Mercedes Benz Life-Jet F300.	36
Figura 4	Pirâmide de estabilidade do triciclo.	37
Figura 5	Vista frontal do triciclo inclinado.	38
Figura 6	À esquerda: Esquema de um mecanismo de inclinação geralmente presente nos atuais triciclos estreitos. À direita: Vista traseira de um veículo Carver inclinada.	39
Figura 7	Definição do sistema inercial de coordenadas.	44
Figura 8	Definição das massas do veículo.	46
Figura 9	Definição das velocidades lineares e angulares da roda traseira.	47
Figura 10	Sistema de estrutura variável composto de dois subsistemas instáveis.	54
Figura 11	Plano de fase de um sistema de estrutura variável.	55
Figura 12	Interpretação geométrica.	60
Figura 13	Modo de deslizamento ocorrendo em $\sigma_1 \cap \sigma_2$	65
Figura 14	Velocidade de referência utilizada nas simulações.	79
Figura 15	Esterço de referência utilizado nas simulações.	79
Figura 16	Sinal de perturbação simulando rugosidade na pista.	80
Figura 17	Rajada de vento lateral com média de 8m/seg aplicado ao veículo.	80
Figura 18	Inclinação do triciclo sem ação de perturbações.	82
Figura 19	Velocidade longitudinal do triciclo sem perturbação. ...	82
Figura 20	Ação de controle do sistema sem perturbações.	83
Figura 21	Erro de inclinação do triciclo sem perturbações.	83
Figura 22	Inclinação do triciclo com perturbações.	84
Figura 23	Velocidade longitudinal do veículo com ação de perturbação.	85
Figura 24	Esterço do veículo (ação de controle) com perturbações. 85	
Figura 25	Erro de inclinação do veículo com ação de perturbações. 86	

Figura 26 Inclinação do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com 300kg de massa do veículo.....	87
Figura 27 Detalhamento das oscilações na estabilidade da inclinação do veículo entre 600 e 1100 segundos.....	88
Figura 28 Inclinação do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com 500kg de massa.	88
Figura 29 Detalhamento entre 900 e 1000 segundos da inclinação do veículo com controle vetorial unitário com 500kg de peso.	89
Figura 30 Velocidade longitudinal do veículo com o controle vetorial unitário sem perturbações com 0,6m de altura de centro de gravidade.....	89
Figura 31 Velocidade longitudinal do veículo com o controle vetorial unitário sem perturbações com 1m de altura de centro de gravidade.....	90
Figura 32 Resposta ao esterço sem perturbação com 400kg com peso do veículo.	90
Figura 33 Detalhamento entre 900 e 1000 segundos resposta ao esterço sem perturbação com peso de 300kg.....	91
Figura 34 Detalhe na ação de controle sem perturbação com 1m de altura do centro de gravidade.....	91
Figura 35 Erro de inclinação sem perturbação com peso de 300kg e variação de altura de centro de gravidade.	92
Figura 36 Inclinação do veículo com controle vetorial unitário com perturbações com 300kg de peso do veículo.	94
Figura 37 Resposta da inclinação do veículo com controle vetorial unitário com perturbações com 300kg de peso entre 600 a 800 segundos.	94
Figura 38 Inclinação do veículo com perturbação com controle vetorial unitário com 0,6 m de altura de centro de gravidade. Detalhamento 200 a 400 segundos.....	95
Figura 39 Resposta ao esterço com perturbação com 1m de altura do centro de gravidade.....	95
Figura 40 Velocidade longitudinal do veículo com o controle vetorial unitário com perturbações com 1m de altura de centro de gravidade.....	96
Figura 41 Detalhamento de 700 a 900 segundos da resposta do erro de inclinação com perturbação com 300kg de peso.	96

Figura 42 Inclinação do veículo com perturbação de solo e valores nominais.	113
Figura 43 Velocidade longitudinal com perturbação de solo e valores nominais.	114
Figura 44 Erro de inclinação do veículo com perturbação de solo e valores nominais.	114
Figura 45 Resposta ao esterço do veículo com perturbação de solo e valores nominais.	115
Figura 46 Inclinação do veículo com perturbação de vento e valores nominais.	115
Figura 47 Velocidade longitudinal com perturbação de vento e valores nominais.	116
Figura 48 Erro de inclinação do veículo com perturbação de vento e valores nominais.	116
Figura 49 Resposta ao esterço do veículo com perturbação de vento e valores nominais.	117
Figura 50 Inclinação do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.	118
Figura 51 Velocidade do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.	118
Figura 52 Resposta ao esterço do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.	119
Figura 53 Erro de inclinação do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.	119
Figura 54 Inclinação do veículo com controle vetorial unitário com perturbações e valores nominais.	120
Figura 55 Velocidade do veículo com controle vetorial unitário com perturbações e valores nominais.	120
Figura 56 Resposta ao esterço do veículo com controle vetorial unitário com perturbações e valores nominais.	121
Figura 57 Erro de Inclinação do veículo com controle vetorial unitário com perturbações e valores nominais.	121
Figura 58 Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com valores nominais.	122
Figura 59 Velocidade do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com valores nominais.	122
Figura 60 Resposta ao esterço do veículo por Sliding Mode sem	

perturbações com valores nominais.....	123
Figura 61 Erro de inclinação do veículo por Sliding Mode sem perturbações com valores nominais.....	123
Figura 62 Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com valores nominais.....	124
Figura 63 Velocidade do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com valores nominais.....	124
Figura 64 Resposta ao esterço do veículo por Sliding Mode com perturbações com valores nominais.....	125
Figura 65 Erro de inclinação do veículo por Sliding Mode com perturbações com valores nominais.....	125
Figura 66 Comparação de ganhos. Inclinação do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.....	126
Figura 67 Comparação de ganhos. Velocidade longitudinal do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.....	127
Figura 68 Comparação de ganhos. Erro de inclinação com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.....	127
Figura 69 Comparação de ganhos. Resposta ao esterço do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.....	128
Figura 70 Comparação de ganhos. Inclinação do veículo com controle vetorial unitário com perturbações com valores nominais.....	128
Figura 71 Comparação de ganhos. Velocidade longitudinal do veículo com controle vetorial unitário com perturbações com valores nominais.....	129
Figura 72 Comparação de ganhos. Erro de inclinação com controle vetorial unitário com perturbações com valores nominais.....	129
Figura 73 Comparação de ganhos. Resposta ao esterço do veículo com controle vetorial unitário com perturbações com valores nominais.....	130
Figura 74 Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	131
Figura 75 Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	131
Figura 76 Velocidade longitudinal do veículo com controle por Sli-	

ding Mode sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	132
Figura 77 Velocidade longitudinal do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	132
Figura 78 Erro de inclinação com controle por Sliding Mode sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	133
Figura 79 Erro de inclinação com controle por Sliding Mode sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	133
Figura 80 Resposta ao esterço com controle por Sliding Mode sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	134
Figura 81 Resposta ao esterço com controle por Sliding Mode sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	134
Figura 82 Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	135
Figura 83 Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	135
Figura 84 Velocidade longitudinal do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	136
Figura 85 Velocidade longitudinal do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	136
Figura 86 Erro de inclinação com controle por Sliding Mode sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	137
Figura 87 Erro de inclinação com controle por Sliding Mode com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	137
Figura 88 Resposta ao esterço com controle por Sliding Mode com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	138
Figura 89 Resposta ao esterço com controle por Sliding Mode com	

perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	138
Figura 90 Inclinação do veículo com controle PID sem perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	139
Figura 91 Inclinação do veículo com controle PID sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	139
Figura 92 Inclinação do veículo com controle PID sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	140
Figura 93 Velocidade longitudinal do veículo com controle PID sem perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	140
Figura 94 Velocidade longitudinal do veículo com controle PID sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	141
Figura 95 Velocidade longitudinal do veículo com controle PID sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	141
Figura 96 Erro de inclinação com controle PID sem perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	142
Figura 97 Erro de inclinação com controle PID sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	142
Figura 98 Erro de inclinação com controle PID sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	143
Figura 99 Resposta ao esterço com controle PID sem perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	143
Figura 100 Resposta ao esterço com controle PID sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	144
Figura 101 Resposta ao esterço com controle PID sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	144
Figura 102 Inclinação do veículo com controle PID com perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	145
Figura 103 Inclinação do veículo com controle PID com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	145
Figura 104 Inclinação do veículo com controle PID com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	146
Figura 105 Velocidade longitudinal do veículo com controle PID com perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	146

Figura 106 Velocidade longitudinal do veículo com controle PID com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	147
Figura 107 Velocidade longitudinal do veículo com controle PID com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.....	147
Figura 108 Erro de inclinação com controle PID com perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	148
Figura 109 Erro de inclinação com controle PID com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	148
Figura 110 Erro de inclinação com controle PID com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	149
Figura 111 Resposta ao esterço com controle PID com perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	149
Figura 112 Resposta ao esterço com controle PID com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	150
Figura 113 Resposta ao esterço com controle PID com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade....	150

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Limites mínimos e máximos para os estados do sistema e perturbações.....	78
Tabela 2	Erros de inclinação sem perturbação.....	84
Tabela 3	Erros de inclinação com perturbação	86
Tabela 4	Valores nominais, máximos e mínimos considerados para as simulações de robustez.....	87
Tabela 5	Erros nas simulações de robustez do controle vetorial unitário sem perturbações.....	93
Tabela 6	Erros nas simulações de robustez do controle vetorial unitário com perturbações.....	97
Tabela 7	Valores de Ganhos do Controle Vetorial Unitário	126

LISTA DE SÍMBOLOS

δ	Ângulo de esterço das rodas dianteiras do veículo	40
T_m	Torque do motor	40
ϕ	Ângulo de inclinação do veículo	40
u	Velocidade longitudinal do veículo	40
x	Posição do veículo ao longo do eixo X	45
y	Posição do veículo ao longo do eixo Y	45
z_i	Deslocamento do i-ésimo corpo ao longo do eixo Z	45
ψ	Rotação do veículo em torno do eixo Z	45
ϕ	Rotação do veículo em torno do eixo X	45
θ	Rotação do corpo 2 em torno de um eixo paralelo ao eixo Y	45
v	Velocidade lateral do veículo	46
ω	Velocidade vertical do veículo	46
T	Energia cinética do sistema	48
U	Energia potencial do sistema	48
D	Função dissipativa de Rayleigh	48
q	Vetor de estados do sistema	48
M	Matriz de inercia do modelo triciclo	48
C	Matriz de amortecimento do modelo triciclo	48
K	Matriz de rigidez do modelo triciclo	48
$E(t)$	Vetor de forças externas do sistema	48
g	Aceleração de gravidade	51
n	Redução da transmissão	51
η_T	Eficiência da transmissão	51
ρ	Densidade do ar	51
C_x	Coeficiente aerodinâmico	51
\mathbb{R}^2	Representação do conjunto de números reais de dimensão 2	54
$f_i(X, t)$	Funções não lineares do vetor de estados X	54
C_o	Representação de uma variável numérica	54
\dot{X}	Sistema arbitrário sem perturbações	56
$f(X, t)$	Função de estado contínuo	56
$g(X, t)$	Vetor n-dimensional em função do tempo	56
u	Representação do sinal de controle	56

$\sigma(X, t)$	Representação da superfície de deslizamento	56
$V(t, X)$	Candidata a função de Lyapunov	56
u_{eq}	Lei de controle equivalente	57
$\nabla\sigma(X)$	Gradiente da superfície de deslizamento σ	57
\mathbb{R}_+	Representação do conjunto de números reais não negativos.	58
$h(t, X)$	Função representando perturbações no sistema	59
\mathbb{R}^n	Representação do conjunto de números reais de dimensão n	60
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Espaço das matrizes reais de dimensão $n \times m$	62
τ_i	Ganho de controle	63
$\ \cdot\ _2$	Norma Euclidiana	67

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	31
2 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVAS DO PROJETO .	33
2.1 CENÁRIO ATUAL DO TRANSPORTE URBANO	33
2.1.1 Segurança veicular	34
2.2 CONCEITO DE UM VEÍCULO MAIS EFICIENTE	35
2.3 OBJETIVOS DO TRABALHO	39
2.4 RECURSOS DISPONÍVEIS	40
2.4.1 Grupo de Pesquisa	40
2.4.2 Trabalhos anteriores	41
3 MODELAGEM DO SISTEMA	43
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	43
3.1.1 Definição do sistema de coordenada	45
3.1.2 Velocidades	46
3.1.3 Energias do sistema	48
3.1.4 Equação Lagrangeana	48
3.2 MODELO SIMPLIFICADO DE UMA BICICLETA	51
3.3 COMPARAÇÃO DA BICICLETA COM TRICICLO	52
4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	53
4.1 CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES	53
4.2 SISTEMAS DE ESTRUTURA VARIÁVEL	53
4.3 DINÂMICA IDEAL DE DESLIZAMENTO	55
4.4 ROBUSTEZ	58
4.5 REDUÇÃO DINÂMICA DE ORDEM	60
4.6 PROJETO DE CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES	61
4.6.1 A abordagem da Diagonalização	61
4.6.1.1 A ação descontínua pura	63
4.6.1.2 A ação descontínua Feedback/Feedforward	63
4.6.2 Controle Vetorial Unitário	64
5 PROJETO DE CONTROLE E SUPERFÍCIES	69
5.1 PROJETO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO	69
5.2 GERAÇÃO DE TRAJETÓRIA	71
5.3 PROJETO DO CONTROLE VETORIAL UNITÁRIO	72
6 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES	77
6.1 DEFINIÇÃO DOS VALORES CRÍTICOS DAS VARIÁVEIS E PERTURBAÇÕES	77
6.2 ENTRADAS E PERTURBAÇÕES	78
6.3 COMPARAÇÃO DOS CONTROLADORES	81

6.3.1 Caso nominal, sem perturbação	81
6.3.2 Caso nominal, com perturbação	84
6.4 ANÁLISE DE ROBUSTEZ	86
6.4.1 Caso não nominal, sem perturbação	87
6.4.2 Caso não nominal, com perturbação	93
6.4.3 Conclusões	97
7 CONCLUSÃO DO TRABALHO	99
7.1 PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS	100
REFERÊNCIAS	101
APÊNDICE A – Calculo dos Ganhos do Controlador ...	107
ANEXO A – Outros resultados	113

1 INTRODUÇÃO

Muitos conceitos apresentados em estudos de engenharia de tráfego e engenharia automotiva apontam tendências para o desenvolvimento de um veículo inovador, com alta eficiência energética e inteligente, que se complementa a uma malha viária exclusiva, integrada e automatizada.

A concepção de um veículo estreito de três rodas, proposta como uma alternativa para o transporte de dois passageiros em (VIEIRA; NICOLAZZI; ROQUEIRO, 2009), é neste trabalho objeto de investigação, especificamente no controle da estabilidade, que para estes veículos apresentam maiores problemas ao se inclinar nas curvas. Este trabalho faz parte do grupo de pesquisa do Laboratório de Inovação da Universidade Federal de Santa Catarina (Brasil) que apresenta algumas alternativas para a sociedade do futuro.

Este documento está estruturado em sete capítulos conforme descritos a continuação. No capítulo 2 é descrita a motivação deste trabalho. É apresentado o cenário atual do transporte urbano e também as limitações de alternativas existentes referentes a segurança dos veículos. O conceito de um veículo do tipo triciclo pode ser visto como uma alternativa viável para solução da problemática relacionada ao tráfego nas grandes cidades. Os objetivos do trabalho são definidos além de um breve resumo sobre os principais trabalhos publicados sobre o triciclo e o grupo de pesquisa do Laboratório de Inovação da UFSC.

A descrição da modelagem do sistema é feita no capítulo 3, no qual é apresentado um resumo prático para o entendimento da dinâmica do veículo. Algumas considerações iniciais utilizadas como base para o desenvolvimento da pesquisa são feitas. É especificado o sistema de coordenadas mostrando cada variável dos graus de liberdade do modelo do triciclo. As equações de movimento de cada um dos corpos, assim como as energias do sistema e as matrizes de dinâmica do sistema são brevemente descritas. O modelo de uma bicicleta simplificada como parte da análise do controlador é descrito com uma breve comparação com o triciclo.

O capítulo 4 é reservado para a fundamentação teórica do Controle por Modos Deslizantes utilizado como base para este trabalho, mais especificamente sobre as características deste tipo de controle, robustez, as dinâmicas de deslizamento e algumas abordagens como o Controle Vetorial Unitário proposto para o

problema de estabilidade na inclinação do triciclo.

O projeto de controle e superfícies de deslizamento são detalhadas no capítulo 5 seguindo as linhas de trabalhos prévios com o modelo do triciclo. O caso particular do controle vetorial unitário utilizado neste trabalho é descrito com base na literatura atual. A definição dos valores críticos das variáveis e perturbações são apresentados com breves comentários adicionais.

Os resultados das simulações experimentais da proposta de controle são apresentados no capítulo 6. As simulações são divididas mostrando num primeiro caso com valores de parâmetros nominais do veículo comparando-o com outras estratégias de trabalhos anteriores, nos outros casos é analisada a robustez do Controle Vetorial Unitário mediante mudanças de parâmetros, com e sem presença de perturbações. A simulação dos resultados foi feita no Simulink® do Matlab©. Este capítulo pretende verificar que o funcionamento do controlador proposto é capaz de agir de forma satisfatória em diferentes condições de operação.

Por fim as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 7, propondo extensões e modificações que podem ser feitas na continuidade do estudo.

2 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVAS DO PROJETO

Este capítulo apresenta os motivos que levaram ao desenvolvimento do projeto, uma resenha do que se encontra na literatura para estes tipos de veículos na atualidade, os objetivos do trabalho e um resumo dos trabalhos anteriores sobre o triciclo.

2.1 CENÁRIO ATUAL DO TRANSPORTE URBANO

A frota de veículos automotores está crescendo continuamente nos grandes centros urbanos de qualquer país do mundo (OICA, 2012), trazendo problemas relevantes ao meio ambiente e tráfego urbano, e, em última análise, na produtividade e qualidade de vida dos cidadãos.

Pesquisas feitas em Silva (2004), Larica (2003) e Carver (2012) tratam sobre o espaço de ocupação dos veículos convencionais nas rodovias e a taxa de ocupação de pessoas por veículo, que se reduz a 1,4 ocupante para veículos projetados com capacidade de até cinco pessoas.

A Figura 1 mostra uma situação cotidiana no trânsito na cidade de São Paulo. Segundo estudos feitos pelo **Ipea** (Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada) sobre o programa de controle e mitigação de emissões de poluentes, critica-se especificamente o uso do carro para transporte individual, um hábito comum entre os brasileiros. (IPEA, 2011)

Ainda com relação às pesquisas do **Ipea**, nos últimos 15 anos, o sistema de mobilidade urbana no Brasil se caracterizou pelo crescimento do transporte individual motorizado e consequente redução do uso do transporte coletivo. *“Do ponto de vista da eficiência energética e ambiental, é uma tendência bastante preocupante”*, aponta o documento na página 6.

Os efeitos mais visíveis e imediatos sobre o cenário atual do transporte urbano, conforme Lopensino (2002), é o aumento dos congestionamentos no trânsito, a falta de espaço para estacionar e o decorrente aumento do tempo de deslocamento casa-trabalho-escola. Outro resultado é a elevada poluição ambiental, especialmente nos grandes centros urbanos, o que está associada a doenças na população. (CONTROLAR, 2012).



Figura 1 – Trânsito na cidade de São Paulo, Brasil.

Fonte: (GLOBO, 2011).

2.1.1 Segurança veicular

Por mais que um automóvel atual tenha dispositivos de segurança eficientes, a imprudência na direção acarreta acidentes muito mais graves do que um automóvel é projetado para suportar, os quais muitas vezes ocorrem com o veículo em velocidade extremamente alta. O número elevado de feridos e óbitos em consequência de acidentes envolvendo automóveis comprova essa grave questão de segurança (IRTAD, 2011).

Como opção alternativa aos automóveis, se destacam as motocicletas, pela eficiência no que diz respeito à agilidade e economia de combustível devido a seu peso e dimensões reduzidas, mas carecem de proteção contra intempérie, e, principalmente, batidas e quedas.

O baixo custo inicial, de manutenção e do combustível desses veículos, comparado ao dos automóveis, contribui para seu crescente uso pela população. Diante disso, temos como consequência o aumento do número de vítimas de trânsito nas grandes cidades, onde essas motocicletas disputam espaço nas vias públicas com os carros.

Como outra opção ecologicamente correta tem-se a bicicleta, que não produz queima de combustíveis, possui dimensões reduzidas e não ocasiona poluição sonora. Mas como desvantagem poderíamos citar, além da insegurança como no caso das motocicletas, o reduzido raio de alcance e dificuldades em áreas com relevo acidentado e condições climáticas.

2.2 CONCEITO DE UM VEÍCULO MAIS EFICIENTE

A necessidade de contar com alternativas viáveis de veículos de transporte menores, que facilitem o deslocamento de passageiros, com uma melhor relação peso/carga tem criado grande número de pesquisas sobre as máquinas de três rodas. Ver, por exemplo (ASHMORE., 2006), (JOHANNSEN H; LASEK; SOHR; KRAMS, 2003), (GEHRE; VETTER; HAPPEEK., 2001), (BRINK; KROONEN, 2004), e (GOHL J; RAJAMANI; STARR; ALEXANDER, 2006).

Na Figura 2 é mostrado um veículo típico de três rodas da Brinks Dynamics Carver, com uma roda dianteira de direção e duas traseiras de tração.



Figura 2 – Vista de cima de um veículo estreito de três rodas (Carver Europa).

Fonte: www.disenho-art.com/

Para Hawken, Lovins e Lovins (1999), um projeto inteiramente novo de um automóvel que reconfigure três elementos básicos de design economizará, pelo menos, setenta a oitenta por cento do

combustível consumido, ao mesmo tempo em que o tornará mais seguro e confortável. Para isso, sugerem três mudanças:

1. Tornar o veículo ultraleve, com peso até três vezes menor que o dos carros de aço;
2. Diminuir a resistência aerodinâmica ao deslocamento;
3. Quando os passos um e dois tiverem reduzido à metade ou em dois terços a energia necessária para mover o veículo, tornar sua propulsão “elétrico-híbrida”.



Figura 3 – A esquerda: Messerschmitt KR-175. A direita: Mercedes Benz Life-Jet F300.

Fonte: www.microcarmuseum.com

Este projeto propõe, portanto, a utilização de um veículo dentro dos requisitos básicos citados anteriormente, considerando dimensões menores, e torná-lo mais eficiente em termos de ocupação da malha viária. Dessa forma, espera-se que o veículo tenha como principais características: agilidade, praticidade, economia próxima a de uma motocicleta e conforto e segurança de um carro automotivo, e desta forma, satisfazendo as necessidades humanas de transporte com o máximo de redução dos impactos ao ambiente. Neste trabalho, propõem-se como objeto de estudo um veículo estreito do tipo triciclo (duas rodas dianteiras para direção e uma terceira localizada na parte traseira para tração) inclinável e com capacidade para dois passageiros. Segundo (FARIA, 2010), a configuração com duas rodas frontais ou traseiras tem influência direta no comportamento dinâmico do veículo, assim como a distribuição do peso e as dimensões do veículo, características estas que estão relacionadas aos conceitos sobre pirâmide de estabilidade.

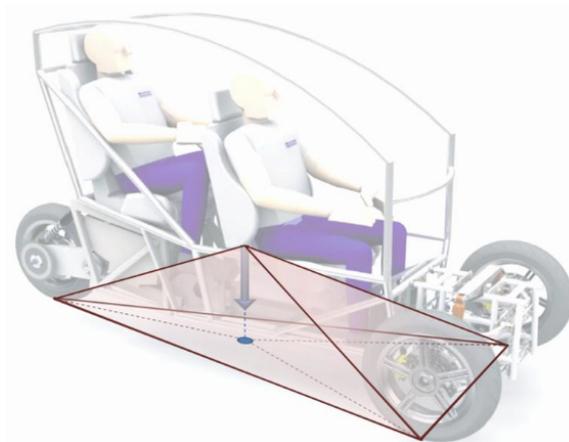


Figura 4 – Pirâmide de estabilidade do triciclo.
Fonte: Laboratório de Inovação.

A base da Pirâmide de Estabilidade pode ser definida a partir dos pontos de contato do corpo do veículo com o solo, e na qual o vértice superior da pirâmide é o ponto que coincide com o centro de gravidade do corpo do veículo.

Na Figura 4 o triciclo encontra-se em uma situação estática apoiado em uma superfície plana, assim, a força atuante é apenas o peso do veículo somado ao dos passageiros. Uma situação indesejada pode ocorrer por efeito da força centrípeta, quando o veículo está em movimento de trajetória curvilínea, neste caso a projeção da força resultante pode interceptar uma região exterior à base da pirâmide de estabilidade, o que pode provocar um torque no sentido de tombar o veículo.

Na Figura 4, é usado um vetor em azul para exemplificar a atuação da força peso (força resultante), que é aplicada no centro de gravidade do veículo estacionado em uma superfície plana. Nota-se que a projeção desse vetor incide sobre a região da base da pirâmide, o que indica que o veículo não irá tombar.

Ao utilizar duas rodas traseiras, a parte da frente do veículo se torna crítica pois a medida que a força resultante no veículo se aproxima da roda dianteira, o espaço de estabilidade diminui. Neste caso, o centro de gravidade do veículo deve ser localizado em sua parte posterior.

Na configuração do triciclo com duas rodas dianteiras, constata-

se que a parte traseira do veículo pode se tornar um ponto crítico de estabilidade, neste caso, o centro de gravidade deve-se localizar na parte dianteira do veículo com intuito de gerar uma maior estabilidade na condução do veículo.

Cada estratégia possui vantagens e desvantagens quanto ao desempenho. Um dos fatores levados em conta no projeto deste veículo foi o fato de, ao considerarmos as forças atuantes, a força motriz é menor do que as força de frenagem, o que faz com que veículos com duas rodas traseiras possuam um espaço maior para garantir que durante uma frenagem brusca a força resultante continue dentro da pirâmide de estabilidade.

Uma característica destacável deste veículo é capacidade de inclinação, mediante a cambagem variável das rodas, este aspecto possibilita melhorar a estabilidade do triciclo em curvas, culminando em um veículo mais seguro. O controle da inclinação, ao contrário do que acontece nas motocicletas, não será manipulado diretamente pela ação do motorista, dado que esta é uma tarefa complicada, sendo assim, na Figura 5, é mostrada uma visão frontal da inclinação do triciclo proposto.

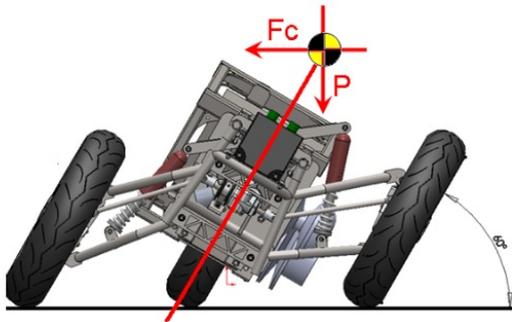


Figura 5 – Vista frontal do triciclo inclinado.

Fonte: (NICOLAZZI; RAFAGNIN; TRAUTWEIN, 2010)

Este tipo de estratégia tem sido usada em vários conceitos de veículos. Um exemplo pode ser visto na Figura 3, o “Mercedes Benz F-300 Life Jet”. Outros exemplos como a “General Motors - Lean Machine”, “BMW Clever and Simple” e um veículo de produção da “Carver by Vander Brink”, são apresentados na Figura 6.

Devido ao dimensionamento do veículo, principalmente a estreita largura do mesmo, surge o problema de instabilidade a ser evitado, com

intuito de permitir ao veículo uma inclinação estável para as curvas. Algumas publicações recentes apresentadas em (KIDANE; ALEXANDER L; RAJAMANI; STARR, 2008) abordam temas diferentes relacionados ao controle de tais veículos.

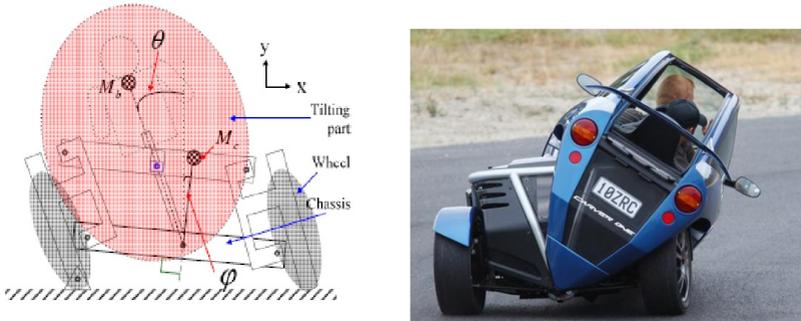


Figura 6 – À esquerda: Esquema de um mecanismo de inclinação geralmente presente nos atuais triciclos estreitos. À direita: Vista traseira de um veículo Carver inclinado.

Fonte: www.disenho-art.com

Com base em trabalhos recentes, tendo como foco a análise de modelos matemáticos, este trabalho busca alternativas de soluções para o sistema de controle da estabilidade na inclinação deste tipo de veículo, e ser uma fonte de referência útil para tomar decisões, tanto para quem opera o veículo, quanto para sua fabricação.

2.3 OBJETIVOS DO TRABALHO

A pesquisa aqui proposta tem por finalidade a concepção de uma abordagem do controle por modos de deslizamento no caso particular do *controle vetorial unitário* para resolver a instabilidade de um veículo de três rodas. Baseando-se nas informações deste capítulo, o objetivo principal pode pertencer a um amplo quadro, e com este trabalho pretende-se dar um pequeno aporte para este cenário.

Através do ângulo de esterço e velocidade desejados pelo motorista, o controlador projetado tem por objetivo garantir a estabilidade lateral do veículo, seguindo uma trajetória de referência desejada em toda faixa de velocidade, atendendo os limites de inclinação máxima em condições diferentes de operação, e

proporcionar uma viagem confortável aos passageiros.

O problema do controle de inclinação proposto é de caráter multivariável, com duas variáveis de entrada (o ângulo de esterço δ das rodas dianteiras e Torque do motor T_m) e duas variáveis de saída (o ângulo de rolamento ϕ do veículo e a velocidade longitudinal do veículo u).

Para tal implementação, este trabalho compreende os seguintes objetivos específicos:

- Projetar o controlador de inclinação no modelo matemático completo do triciclo;
- Melhorar modelos de perturbação para simulações mais realistas;
- Avaliar mediante simulações numéricas o desempenho da técnica de controle na inclinação do veículo;
- Comparar os resultados obtidos com trabalhos anteriores para analisar o desempenho do controle.

2.4 RECURSOS DISPONÍVEIS

2.4.1 Grupo de Pesquisa

A pesquisa foi realizada nas dependências do Laboratório de Inovação (LI) do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina. O grupo é formado por professores e estudantes de graduação, mestrado e doutorado das áreas de Mecânica, Automação, Eletrônica, e Matemática desta Instituição e de outros países. Atualmente conta com parcerias em Universidades de Argentina, Espanha e Alemanha.

Além do equipamento típico do ambiente de escritório, como computadores e impressoras, o LI conta com acervos de livros e revistas técnicas da área automobilística assim como ferramentas necessárias para projetos e implementações de sistemas eletrônicos, mecânicos e computacionais.

Para o trabalho de projetos mecânicos, neste caso específico, na construção do protótipo do triciclo, o LI conta com o apoio constante de professores de outros Departamentos da UFSC, como GRANTE, LABSOLDA, GRUCAD e outros.

2.4.2 Trabalhos anteriores

Nesta seção é apresentada a evolução do triciclo desde o começo das pesquisas como uma forma de motivação para a escolha da elaboração deste trabalho.

A primeira publicação feita do triciclo surgiu em Vieira R. S; Padilha, Nicolazzi e Roqueiro (2007), que trata sobre os desafios e vantagens dos mecanismos de inclinação para veículos de três rodas; também é apresentado o primeiro modelo dinâmico analítico baseado em equações de Langrange e formulações da abordagem *multicorpo*, isto é, considerar que o sistema é composto de massas independentes interligadas.

Já em Vieira, Nicolazzi e Roqueiro (2009) são tratados os problemas de estabilidade na inclinação nos veículos de três rodas num modelo de seis graus de liberdade. Foi utilizado um sistema de controle baseado no STC (Steering Tilt Control), que é um método de controle utilizado por ciclistas e motociclistas para equilibrar seus veículos. Com ajuda de software computacional, os resultados obtidos nas simulações permitem uma análise do comportamento dinâmico do modelo.

Utilizando a modelagem de energias cinéticas e potenciais dos sistemas, o modelo do veículo com nove graus de liberdade (incluindo os movimentos independentes das rodas) Faria (2010), demonstrou por simulação computacional que é possível se fazer um controle de inclinação robusto baseado em esterço. Em Roqueiro e Fossas (2010) é proposto um controlador de inclinação por modos deslizantes com duas entradas e duas saídas para modelo de nove graus de liberdade do triciclo incluindo perturbações (ventos laterais e rugosidade na pista) no sistema.

Como continuação dos trabalhos em Roqueiro, Faria e Fossas (2011) para a geração de valores de referência, foi proposto um algoritmo baseado na teoria de platitude, que consiste num algoritmo que permite calcular os valores possíveis para os ângulos de direção, ângulos de inclinação e de velocidade, a partir de seus valores atuais e das entradas do motorista. O algoritmo tem como objetivo gerar referências de ângulo de inclinação e velocidade de forma que a trajetória seja a mais próxima possível à desejada pelo motorista.

Por fim, em Roqueiro, Colet e Faria (no prelo) são encontrados detalhes das formulações matemáticas do modelo completo do veículo de três rodas, e um modelo de uma bicicleta que representa uma modelagem simplificada, com objetivo de projeto e análise dos

controladores. Simulações permitem assegurar que ambos os modelos são semelhantes o suficiente para o projeto de controladores utilizando o modelo mais simples.

No que diz respeito aos sistemas de controle, muitos tipos de controladores a serem implementados nesses tipos de veículos foram previstos na literatura, desde os controladores PID tradicionais até variações para os controladores descontínuos, como o controlador por modos de deslizamento, passando por outros obtidos a partir de técnicas não-lineares.

Embora o controle por modos deslizantes seja reconhecido como um controlador robusto, apresenta o efeito de chattering prejudicial para sistemas mecânicos. Na perspectiva de expandir o campo de análise, este trabalho propõe o caso particular do *Controle Vetorial Unitário* como solução para sistemas multivariáveis, que produz uma ação de controle contínua, conservando assim a vida útil de dispositivos eletromecânicos.

3 MODELAGEM DO SISTEMA

Neste capítulo é feita uma descrição do modelo do triciclo, descrevendo o sistema de coordenada e variáveis que correspondem aos graus de liberdade do modelo. A dedução das equações não foram levadas em consideração.

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Ao longo deste trabalho, seguindo as linhas de projeto de Faria (2010) e Roqueiro, Colet e Faria (no prelo), o triciclo será representado por um modelo de nove graus de liberdade (9 DOF). O referido modelo é obtido a partir de Vieira R. S; Padilha, Nicolazzi e Roqueiro (2007) e as notações a serem usadas aqui são reproduzidos a partir de Faria (2010) e Roqueiro, Colet e Faria (no prelo). Como a dedução das equações do sistema não é o objetivo principal deste trabalho, alguns detalhes serão omitidos aqui, mas podem ser encontradas nas referências citadas neste parágrafo.

O modelo de 9 DOF do triciclo pode mostrar-se como um modelo complicado de se lidar com o projeto do controlador, que foi a razão pela qual foi concebido o modelo alternativo mais simplificado de uma bicicleta. Simulações são efetuadas tanto no modelo simplificado como no estendido para fins de comparação e verificação.

Através da abordagem selecionada chamada multicorpo, inicia-se a análise com a definição do conjunto de massas. Os deslocamentos lineares, velocidades e acelerações para todos os corpos são calculados em relação a um referencial inercial colocado no ponto onde a roda traseira toca o solo. A Figura 7 mostra estas considerações.

A representação no espaço de estados será determinada a partir das equações de movimento, derivadas através da abordagem Lagrangeana. O processo de obter as equações de movimento pode ser resumido nos seguintes passos:

- Um conjunto de coordenadas independentes é definido (DOFs).
- As velocidades relacionadas aos quatro corpos são extraídas do conjunto de coordenadas.
- A energia cinética é calculada através das velocidades.
- A energia potencial gravitacional é extraída em relação ao ângulo

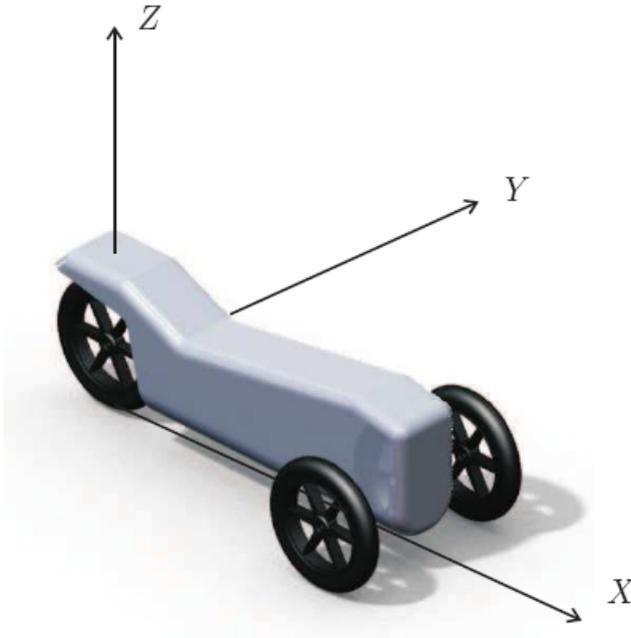


Figura 7 – Definição do sistema inercial de coordenadas.

Fonte: (FARIA, 2010).

θ de rotação em torno do eixo Y (arfagem).

- A dissipação de energia é também levada em consideração como uma função das velocidades.
- A Lagrangeana é calculada como a soma das energias no sistema.
- Forças externas, tais como a força do solo nas rodas e resistência aerodinâmica são introduzidos como forças generalizadas.
- A equação de Euler-Lagrange é aplicada, resultando em várias equações e variáveis.

A seguir serão descritos brevemente alguns desses passos citados.

3.1.1 Definição do sistema de coordenada

De acordo com a Figura 8 o conjunto das quatro massas são: a roda traseira (corpo 1), o chassi principal (corpo 2), a roda dianteira direita (corpo 3) e a roda dianteira esquerda (corpo 4). A origem do sistema de coordenadas é localizada no ponto de contato da roda traseira e o sentido das rotações segue a regra da mão direita. As três rodas são assumidas sempre em contato com o solo. Assim, os nove graus de liberdade utilizados no modelo são:

- x : Movimento longitudinal;
- y : Movimento transversal;
- z_1 : Movimento vertical do corpo 1;
- z_2 : Movimento vertical do corpo 2;
- z_3 : Movimento vertical do corpo 3;
- z_4 : Movimento vertical do corpo 4;
- ψ : Rotação em torno do eixo Z (guinada)
- ϕ : Rotação em torno do eixo X (rolagem)
- θ : Rotação em torno do eixo Y (arfagem)

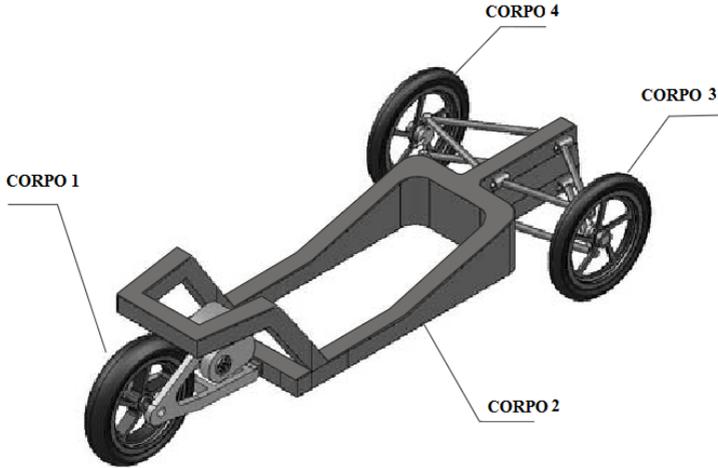


Figura 8 – Definição das massas do veículo.
 Fonte: (VIEIRA; NICOLAZZI; ROQUEIRO, 2009).

Considera-se que para cada roda existe um conjunto formado por mola e amortecedor, disposto acima do centro de gravidade das rodas, e que elas são finas o suficiente para que o ponto de contato seja fixo. Considera-se também que não há escorregamento entre roda e solo, e que o torque aplicado à roda de tração é transferido totalmente ao solo. Não há limite para o ângulo de inclinação do chassi.

3.1.2 Velocidades

A seguir são definidas as equações de movimento (determinação das velocidades lineares e angulares) nos eixos X, Y e Z para o corpo i , $i = 1, 2, 3, 4$. Cada um de seus componentes compreende as velocidades lineares do corpo principal, sendo u_i a velocidade longitudinal do veículo, v_i a velocidade transversal e ω_i a velocidade vertical decorrente de oscilações do solo. As velocidades angulares são respectivamente ω_{xi} , ω_{yi} e ω_{zi} . A Figura 9 mostra os componentes para o corpo 1 (roda traseira). Assim, para este caso tem-se:

$$\begin{aligned} u_1 &= u + h_1 \dot{\alpha} \cos(\alpha) \\ v_1 &= v - h_1 \dot{\phi} \cos(\phi) \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} w_1 &= w - h_1 \dot{\phi} \sin(\phi) - h_1 \dot{\alpha} \sin(\alpha) \\ \omega_{x1} &= \dot{\phi}; \quad \omega_{y1} = \dot{\alpha}; \quad \omega_{z1} = \dot{\psi} \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde \mathbf{u}_1 é velocidade longitudinal, \mathbf{v}_1 a velocidade lateral, \mathbf{w}_1 a velocidade vertical e $\boldsymbol{\omega}_{i1}$ sua velocidade de rotação em torno do i -ésimo eixo com relação ao corpo 1.

Note que o ângulo de guinada ψ (rotação em torno do eixo Z) não tem influência em qualquer componente da velocidade linear desde que o centro de massa seja colocada no eixo Z.

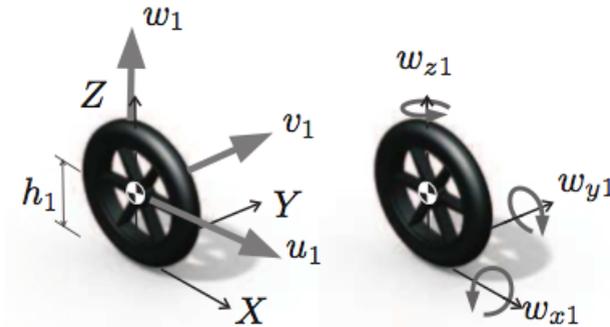


Figura 9 – Definição das velocidades lineares e angulares da roda traseira.

Fonte: (VIEIRA; NICOLAZZI; ROQUEIRO, 2009).

Continuando a análise para os outros corpos, tem-se um conjunto de 12 equações de velocidade linear e outras 12 de velocidade angular, que serão úteis no cálculo das energias cinética e potencial, além da função dissipativa de Rayleigh.

3.1.3 Energias do sistema

Para a energia cinética, considera-se as velocidades e massas dos corpos envolvidos. No cálculo da energia potencial, observa-se o efeito do deslocamento do sistema no eixo Z, o efeito de tração e compressão das molas decorrentes das rotações no eixo Y (arfagem) e o efeito da rotação do chassi no eixo X, modelado como um pêndulo invertido. A função dissipativa de Rayleigh considera o amortecimento do movimento, sendo que se considera o movimento dissipativo para o deslocamento no eixo Z, rotação no eixo X (rolagem) e rotação no eixo Y (arfagem).

3.1.4 Equação Lagrangeana

A forma tradicional de apresentar um modelo na formulação Lagrangeana é através de um conjunto de equações diferenciais em coordenadas independentes, escrevendo as equações de movimento na forma de matrizes.

Sendo \mathbf{T} a energia cinética, \mathbf{U} a energia potencial, \mathbf{D} a função dissipativa de Rayleigh, \mathbf{q} as coordenadas generalizadas e \mathbf{Q} as forças externas generalizadas, a equação Lagrangeana para o movimento de um veículo pode ser dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (3.3)$$

Escrito sob a forma matricial tem-se:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{E}(t) \quad (3.4)$$

\mathbf{M} é a matriz inercial, \mathbf{C} a matriz de amortecimento e \mathbf{K} a matriz de elasticidade, \mathbf{q} o vetor de coordenadas generalizadas e \mathbf{E} o vetor de excitação.

Os vetores \mathbf{q} e \mathbf{F} são dados da por:

$$\mathbf{q}(t) = [x, y, z_1, z_2, z_3, z_4, \psi, \phi, \theta] \quad (3.5)$$

$$\mathbf{E}(t) = [E_x, E_y, E_{z1}, E_{z2}, E_{z3}, E_{z4}, M_\psi, M_\phi, M_\theta] \quad (3.6)$$

sendo que as forças externas E_i atuando na i -ésima direção e os momentos M_j atuam no j -ésimo eixo de rotação.

Por fim, os componentes da matriz \mathbf{M} podem ser calculados como

$$m_{ij} = \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_j} \quad (3.7)$$

e as matrizes de amortecimento e rigidez podem ser obtidas usando

$$c_{ij} = \frac{\partial^2 D}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_j} \quad (3.8)$$

$$k_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial q_i \partial q_j} \quad (3.9)$$

As expressões matemáticas dos elementos das matrizes, como descrito em Faria (2010) são:

Matriz \mathbf{M}

$$\begin{aligned} m_{11} &= m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \\ m_{17} &= m_3 b_3 - m_4 b_4 \\ m_{22} &= m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \\ m_{27} &= m_2 a_2 + m_3 a_3 + m_4 a_4 \\ m_{28} &= -\cos(\phi)(m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3 + m_4 h_4) \\ m_{33} &= m_1 \\ m_{38} &= -m_1 h_1 \sin(\phi) \\ m_{44} &= m_1 \\ m_{48} &= -m_2 h_2 \sin(\phi) \\ m_{55} &= m_1 \\ m_{58} &= -m_3 h_3 \sin(\phi) \\ m_{66} &= m_1 \\ m_{68} &= -m_4 h_4 \sin(\phi) \\ m_{71} &= m_3 b_3 - m_4 b_4 \\ m_{72} &= m_2 a_2 + m_3 a_3 + m_4 a_4 \\ m_{77} &= m_2 a_2^2 + (b_3^2 + a_3^2)m_3 + (b_4^2 + a_4^2)m_4 + \\ &Iz_1 + Iz_2 + Iz_3 + Iz_4 \\ m_{78} &= -\cos(\phi)(m_2 h_2 a_2 + m_3 h_3 a_3 + m_4 h_4 a_4) - \\ &Ix z_1 - Ix z_2 - Ix z_3 - Ix z_4 \\ m_{76} &= -Iyz_2 \\ m_{82} &= -\cos(\phi)(m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3 + m_4 h_4) \\ m_{83} &= -m_1 h_1 \sin(\phi) \\ m_{84} &= -m_2 h_2 \sin(\phi) \\ m_{85} &= -m_3 h_3 \sin(\phi) \\ m_{86} &= -m_4 h_4 \sin(\phi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{87} &= -\cos(\phi)(m_2h_2a_2 + m_3h_3a_3 + m_4h_4a_4) - \\
&Ix_{z_1} - Ixz_2 - Ixz_3 - Ixz_4 \\
m_{88} &= Ix_1 + Ix_2 + Ix_3 + Ix_4 + h_1^2m_1 + h_2^2m_2 + h_3^2m_3 + h_4^2m_4 \\
m_{89} &= -Ixy_2 \\
m_{97} &= -Iyz_2 \\
m_{98} &= -Ixy_2) \\
m_{99} &= Iy_2
\end{aligned}$$

Matriz K

$$\begin{aligned}
k_{33} &= k_{z_1} + k_p \\
k_{34} &= -k_{z_1} \\
k_{39} &= -a_2k_{z_1} \\
k_{43} &= -k_{z_1} \\
k_{44} &= k_{z_1} + k_{z_3} + k_{z_4} \\
k_{45} &= -k_{z_3} \\
k_{46} &= -k_{z_4} \\
k_{48} &= -gm_2\sin(\phi)\cos(\alpha) \\
k_{49} &= -l(k_{z_3} + k_{z_4}) + a_2(k_{z_1} + k_{z_3} + k_{z_4}) \\
k_{54} &= -k_{z_3} \\
k_{55} &= k_{z_3} + k_p \\
k_{59} &= (l - a_2)k_{z_3} \\
k_{64} &= -k_{z_4} \\
k_{66} &= k_{z_4} + k_p \\
k_{69} &= (l - a_2)k_{z_4} \\
k_{84} &= -gm_2\sin(\phi)\cos(\alpha) \\
k_{88} &= -gm_2\sin(\phi)\cos(\alpha)(h_2 + z_2) \\
k_{93} &= -a_2k_{z_1} \\
k_{94} &= -l(k_{z_3} + k_{z_4}) + a_2(k_{z_1} + k_{z_3} + k_{z_4}) \\
k_{95} &= (l - a_2)k_{z_3} \\
k_{96} &= (l - a_2)k_{z_4} \\
k_{99} &= k_{z_1}a_2^2 + (k_{z_3} + k_{z_4})(l - a_2)^2
\end{aligned}$$

Matriz C

$$\begin{aligned}
c_{33} &= c_{z_1} \\
c_{34} &= -c_{z_1} \\
c_{43} &= -c_{z_1} \\
c_{44} &= c_{z_1} + c_{z_3} + c_{z_4} \\
c_{45} &= -c_{z_3} \\
c_{46} &= -c_{z_4} \\
c_{54} &= -c_{z_3} \\
c_{55} &= c_{z_3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{64} &= -c_{z4} \\
c_{66} &= c_{z4} \\
c_{88} &= b_3^2(c_{z3} + c_{z4}) \\
c_{99} &= a_2^2 c_{z1} + (l - a_2)^2 c_{z3} + (l - a_2) c_{z4}
\end{aligned}$$

3.2 MODELO SIMPLIFICADO DE UMA BICICLETA

O modelo simplificado da bicicleta utilizado neste trabalho caracteriza-se pela presença de dois graus de liberdade, no qual consideram-se o movimento longitudinal e o ângulo de inclinação. As equações dinâmicas foram extraídas de Faria (2010) e apresentadas a seguir de forma geral sem o intuito de detalhar especificamente a dedução de cada variável.

As equações do modelo da bicicleta são emitidos a partir de uma formulação Lagrangeana, ou seja,

$$\ddot{\phi}(t) = g \cdot \sin(\phi(t)) + \frac{\cos(\phi(t))}{a_4} u^2(t) \delta(t) \quad (3.10)$$

A Equação 3.10 descreve a dinâmica de inclinação, com \mathbf{g} a aceleração gravitacional, \mathbf{u} a velocidade longitudinal, \mathbf{a}_4 o comprimento do veículo, δ o ângulo de esterço e ϕ o ângulo de inclinação. O ângulo ϕ é restrito à aderência na pista ao valor máximo $\phi(t) < \phi_{max}$.

Para o movimento longitudinal do eixo X, o modelo da bicicleta pode ser escrito como

$$m\dot{u}(t) = \frac{2 \cdot n \cdot \eta_T}{d} T_m(t) - \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot A \cdot \rho \cdot u^2(t) \quad (3.11)$$

onde \mathbf{n} é a redução da transmissão, \mathbf{T}_m a tração do torque, \mathbf{d} o diâmetro da roda, η_T a eficiência da transmissão, \mathbf{C}_x o coeficiente de atrito para o fluxo longitudinal, \mathbf{A} a área frontal do veículo e ρ a densidade do ar.

Atuadores: Os atuadores do sistema (ângulo de direção e torque da roda) são modelados como dois motores DC (posição e torque como saídas). No domínio de Laplace são modelados como:

$$G_{\delta}(s) = \frac{\delta(s)}{w_1(s)} = \frac{a_{\delta}}{s(b_{\delta}s + 1)} \quad (3.12)$$

$$G_{T_m}(s) = \frac{T_m(s)}{w_2(s)} = \frac{a_{T_m}}{s + 1} \quad (3.13)$$

com $w = (w_1, w_2)$ o vetor de controle, cujos componentes são tensões nos atuadores.

3.3 COMPARAÇÃO DA BICICLETA COM TRICICLO

Para tratar de maneira mais simples a instabilidade da inclinação do triciclo e lidar com o projeto do controlador, foi considerado o modelo da bicicleta de 2 DOF. Representações do modelo da bicicleta são validadas por comparações nos resultados de simulações com o modelo do triciclo de 9 DOF, sujeitos a condições iniciais e entradas semelhantes.

Apesar de que controladores projetados com base no modelo da bicicleta podem apresentar fortes oscilações no transitório, este se mostra como um modelo qualitativamente aceitável para o triciclo para fins de projeto de controle e análise das propriedades dinâmicas do sistema em malha fechada.

Os resultados e conclusões incluindo a análise de estabilidade em malha aberta e fechada podem ser vistos com mais detalhes em Faria (2010).

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são expostos os fundamentos teóricos matemáticos do controle utilizado neste trabalho, apresentando a teoria para as técnicas de controle não-linear por modos deslizantes e o *Controle Vetorial Unitário*.

4.1 CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES

O Controle por Modos Deslizantes (SMC), também conhecido como Controle de Estrutura Variável, é uma modalidade de controle descontínuo, tendo como principal característica sua robustez no tratamento de certas perturbações. O modo deslizante é um fenômeno que pode aparecer em sistemas regidos por equações diferenciais ordinárias com descontinuidades. Na prática, o *SMC* pode ser obtido por meio de dispositivos simples, como um interruptor ou um relé, incorporados aos atuadores no caso. A fundamentação matemática que suporta esta teoria envolve conceitos de estabilidade de sistemas não-lineares e é apresentada nas seções seguintes. Uma explicação introdutória sobre um sistema de estrutura variável é uma forma adequada para uma compreensão sobre o *SMC*.

4.2 SISTEMAS DE ESTRUTURA VARIÁVEL

Os Sistemas de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes possuem uma Lei de controle chaveada em alta velocidade, que ocorre quando o estado do sistema cruza as superfícies de descontinuidade no espaço de estados. As superfícies de deslizamento ou superfície de chaveamento são previamente projetadas para obedecer o comportamento desejado de conduzir e manter a trajetória dos estados do sistema dentro dessa superfície específica. A estrutura de controle é geralmente não-linear e resulta em um sistema com estrutura variável que pode ser considerado como uma combinação de subsistemas, cada uma com uma estrutura fixa e que opera em uma região específica do espaço de estados (RIBEIRO, 2006).

Quando ocorre o modo de deslizamento, se garante a estabilidade da trajetória de estado para a superfície de deslizamento. Para isso acontecer, uma lei de controle chaveada deve ser projetada

para assegurar que a trajetória convirja para a superfície de deslizamento (alcançabilidade) e permaneça nela durante todo o tempo subsequente (atratividade).

Considere os sistemas $\dot{X} = f_1(X, u)$ e $\dot{X} = f_2(X, u)$, que podem ser instáveis ou não, definidos no \mathbb{R}^2 . Suponha que as trajetórias no plano das fases de cada um são descritas nas Figuras 10(a) e 10(b), respectivamente, onde $\dot{X}_1 = X_2$

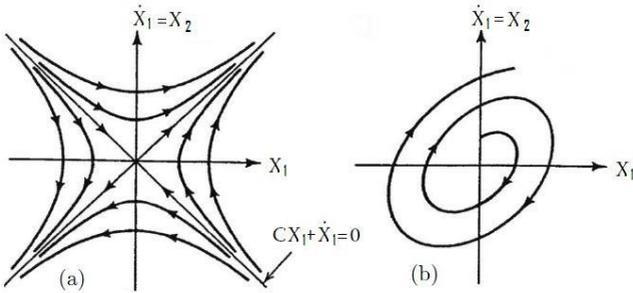


Figura 10 – Sistema de estrutura variável composto de dois subsistemas instáveis.

Fonte: (UTKIN; GULDNER; SHI, 2009).

A lei de controle é definida pela superfície $S = CX_1 + \dot{X}_1 = CX_1 + X_2 = 0$, referida na Figura 10(a), da forma:

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{se } CX_1 + \dot{X}_1 > 0, \\ u^- & \text{se } CX_1 + \dot{X}_1 < 0, \end{cases} \quad (4.1)$$

Assuma que a lei de controle 4.1, assegura que as trajetórias do sistema em malha fechada atingem a superfície $S = 0$ e nela permanecem. O plano de fase correspondente é ilustrado na Figura 11.

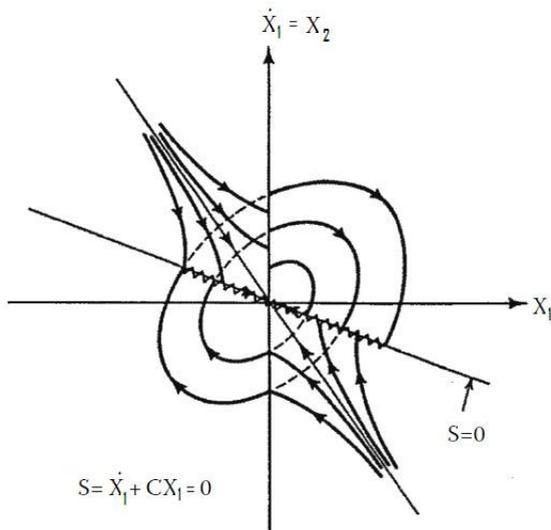


Figura 11 – Plano de fase de um sistema de estrutura variável.
 Fonte: (UTKIN; GULDNER; SHI, 2009).

Se escolhermos \mathbf{C} de modo que o polo de $S = \dot{X}_1 + CX_1 = 0$ seja estável, teremos então que as trajetórias convergirão para a origem $X_1 = X_2 = \dot{X}_1 = 0$

Como será mostrado quando as trajetórias chegam nesta região, a dinâmica que rege no sistema é substituída por uma de ordem inferior. Tal região é chamada superfície deslizando ou superfície de chaveamento, representada no caso mais geral como $\sigma(X, t) = 0$.

4.3 DINÂMICA IDEAL DE DESLIZAMENTO

A existência de um modo de deslizamento requer a convergência da trajetória para a superfície de deslizamento $\sigma(X, t) = 0$, ou no mínimo para uma vizinhança desta, ou seja, os estados devem aproximar-se da superfície assintoticamente. A maior vizinhança é chamada de região de atração. Geometricamente, o vetor tangente ou derivada no tempo do vetor de estado, deverá apontar para a superfície de deslizamento, na região de atração (RIBEIRO, 2006).

Tomando agora um sistema controlado representando na forma

do espaço de estados geral como:

$$\dot{X} = f(X, t) + g(X, t)u \quad (4.2)$$

sendo X um sistema arbitrário sem perturbações, $f(X, t)$ uma função de estado contínuo, e $g(X, t)$ um vetor n -dimensional em função do tempo, onde:

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{se } \sigma(X) > 0, \\ u^- & \text{se } \sigma(X) < 0, \end{cases}$$

é uma lei de controle genérica com $\sigma(X)$ sendo a superfície de deslizamento.

As trajetórias do sistema podem apresentar um dos seguintes comportamentos:

- Eles podem atravessar $\sigma(X)$.
- Eles podem ser refletidos de $\sigma(X)$.
- Eles podem ser forçados a permanecer em $\sigma(X)$.

Naturalmente uma lei de controle tem de ser projetada para promover o último caso, pelo menos dentro de uma região o suficientemente grande para atingir os requisitos de um sistema controlado. Quando isso acontece, o sistema é dito que se comporta em modo de deslizamento e uma dinâmica ideal de deslizamento (ISD) pode ser definida na superfície de chaveamento.

A condição $\sigma\dot{\sigma} < 0$ é suficiente para alcançar o modo de deslizamento. De fato, se $\sigma(X) > 0$, seu valor necessariamente diminuirá ao longo das trajetórias do sistema, que é $\dot{\sigma}(X) < 0$, de modo a atingir o valor zero (ver Figura 11). Se $\sigma(X) < 0$, em vez disso, seu valor deve aumentar, a fim de chegar a zero, então, $\dot{\sigma}(X) > 0$. Resumindo estes requisitos, a declaração $\sigma\dot{\sigma} < 0$ é denominada a condição de alcançabilidade.

Tal condição de alcançabilidade também podem ser concebida através da análise de estabilidade do sistema 4.2, com a seleção de uma função de Lyapunov definida como $V(t, X) = \frac{1}{2}\sigma^T\sigma$. Para que o sistema 4.2 seja estável, $\dot{V}(t, X) = \sigma\dot{\sigma}$ deve ser definida negativa.

Quando o sistema está na condição de deslizamento ou em modo deslizante, a dinâmica do sistema sofre menor influência por parte de alterações paramétricas ou de perturbações externas, o que dá a característica robusta ao sistema controlado (UTKIN; GULDNER; SHI, 2009).

O método do controle equivalente como descrito em Utkin, Guldner e Shi (2009), é utilizado para determinar o movimento do sistema restrito à superfície de deslizamento $\sigma(X) = 0$. Diferenciando $\sigma(X) = 0$ em relação ao tempo, tem-se:

$$\dot{\sigma}(X) = \nabla\sigma(X)\dot{X} = 0 \quad (4.3)$$

Para isto, fazendo u_{eq} a lei de controle contínua definida na superfície de chaveamento, da forma:

$$\dot{X} = f(X, t) + g(X, t)u_{eq}, \quad \text{em } \sigma(X) = 0$$

Substituindo este sistema controlado na condição 4.3 produz a chamada *Dinâmica Ideal de Deslizamento* (ISD) na forma:

$$\nabla\sigma(X)|f(X, t) + g(X, t)u_{eq}| = 0 \quad (4.4)$$

Resolvendo para u_{eq} , admitindo que $\nabla\sigma(X) \cdot g(X, t)$ é diferente de zero.

$$u_{eq} = -[\nabla\sigma(X, t) \cdot g(X, t)]^{-1} \cdot \nabla\sigma(X) \cdot f(X, t) \quad (4.5)$$

Obs: Equivalentemente $\nabla\sigma(X) \cdot g(X, t)$ tem que ser não singular para o caso de múltiplas entradas.

Se a superfície de deslizamento é definida como uma função dependendo explicitamente no tempo, o que é frequentemente o caso quando se lida com problemas de seguimento de referência, a lei de controle equivalente fica um pouco diferente que a Equação 4.5, da seguinte maneira:

$$u_{eq} = -[\nabla\sigma(X, t) \cdot g(X, t)]^{-1} \cdot [\nabla\sigma(X, t)f(X, t) + \frac{\partial\sigma(X, t)}{\partial t}] \quad (4.6)$$

O controle equivalente é, idealmente, a lei de controle a ser aplicada uma vez que as trajetórias do sistema atingirem a superfície deslizante, de maneira a realizar a convergência para um ponto de equilíbrio colocado em tal superfície. Para isto acontecer, a superfície deslizante deve ser estável.

Em outro sentido, a lei descontínua apresentada no início deste capítulo foi aplicada para conduzir trajetórias sobre a superfície de deslizamento. Com bases nessas afirmações, uma maneira usual para definir um controle por modos deslizantes é colocando as fases do controle em conjunto (EDWARDS; SPURGEON, 1998) e (CARLO; ZAK;

MATTHEWS, 1988).

A lei de controle fica neste caso:

$$u = u_{eq} - u_n \quad (4.7)$$

O primeiro componente é geralmente conhecido como componente *feedforward*, enquanto o componente descontínuo é referido como um componente *feedback*.

Este componente feedback pode assumir muitas formas, mais comumente é assumida como uma função sinal (*sign*), semelhante por exemplo a:

$$u_n = -\tau \cdot \text{sign}[\sigma \cdot \nabla \sigma \cdot g(X, t)], \quad \tau \in \mathbb{R}_+ \quad (4.8)$$

Tal lei prevê a convergência para $\sigma(X, t)$, como será mostrado a seguir, se $\tau \in \mathbb{R}_+$. Somando e subtraindo o controle equivalente ao sistema da Equação 4.2 leva a:

$$\dot{X} = f(X, t) + g(X, t) \cdot u_{eq} + g(X, t)(u - u_{eq}) \quad (4.9)$$

Reconhecendo a *ISD* na expressão acima, lembrando que a *ISD* é definida apenas em $\sigma(X, t) = 0$, com algumas simplificação tem-se:

$$\dot{X} = g(X, t)(u - u_{eq}) \quad (4.10)$$

Se a lei de controle definida na Equação 4.8 é substituída, a condição de alcançabilidade é verificada. Então:

$$\dot{X} = g(X, t) \cdot u_n \quad (4.11)$$

leva a:

$$\sigma \cdot \dot{\sigma} = -\sigma \cdot \nabla \sigma \cdot g(X, t) \cdot \tau \cdot \text{sign}[\sigma \cdot \nabla \sigma \cdot g(X, t)] < 0 \quad (4.12)$$

A expressão acima demonstra a condição de alcançabilidade forçando as trajetórias do sistema a permanecer em $\sigma(X)$.

4.4 ROBUSTEZ

O Modo de Deslizamento é reconhecida como uma condição eficiente para o projeto de controladores robustos para sistemas não lineares complexos que operam sob condições de incerteza, o que é comum para sistemas automotivos (UTKIN; GULDNER; SHI, 2009).

Um controle por modos deslizantes irá garantir a robustez durante o modo de deslizamento desde que as perturbações $h(t, X)$ que afetam o sistema satisfaçam ao que se chama *condição de correspondência*, por exemplo: $h(t, X) \in \text{span}[g(X, t)]$.

Note que a condição de correspondência pode ser indicada de outra forma como: $h(t, X) = g(X, t)\gamma(X, t)$, onde $\gamma(X, t) \in \mathbb{R}^m$.

De fato, tomando um sistema com perturbação:

$$\dot{X} = f(X, t) + g(X, t).\gamma(X, t) + g(X, t)u \quad (4.13)$$

onde $\gamma(X, t)$ representa a perturbação.

Substituindo no controle equivalente da Equação 4.5 tem-se:

$$u_{eq} = -[\nabla\sigma(X).g(X, t)]^{-1}.\nabla\sigma(X)[f(X, t) + g(X, t).\gamma(X, t)] + g(X, t)\gamma(X, t) \quad (4.14)$$

Substituindo a Equação 4.14 em 4.13 obtém-se a dinâmica ideal de deslizamento, e fazendo simplificações se chega a:

$$\dot{X} = [I_n - g(X, t)[\nabla\sigma(X).g(X, t)]^{-1}.\nabla\sigma(X)]f(X, t) \quad (4.15)$$

Isto mostra que as perturbações são anulados pela ação do controle equivalente.

Na verdade o termo $[I_n - g(X, t)[\nabla\sigma(X).g(X, t)]^{-1}.\nabla\sigma(X)]$ faz uma projeção sobre um plano tangente à superfície de deslizamento em (X, t) . Dado qualquer perturbação $h(t, X)$, seu componente dirigido ao longo de $f(X, t)$, $h_{matched}(t, X)$ não afetará ao sistema controlado, enquanto que o componente que é direcionado ao longo de $g(X, t)u_{eq}$, chamado $h_{unmatched}(t, X)$, não pode ser tomada pela ação de controle equivalente.

Os dados do parágrafo anterior sugerem uma interpretação geométrica como segue:

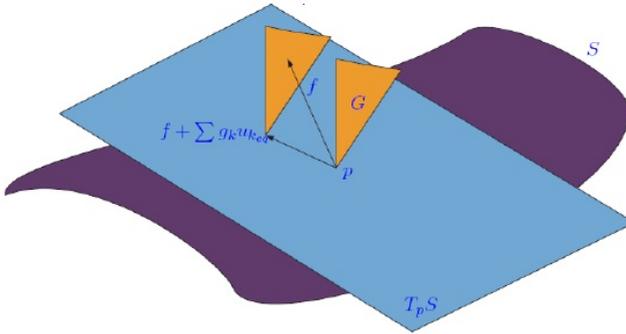


Figura 12 – Interpretação geométrica.

4.5 REDUÇÃO DINÂMICA DE ORDEM

A dinâmica ideal de deslizamento é de ordem reduzida. Por simplicidade, será estudado o caso em que a superfície deslizante é linear. Como mencionado anteriormente, em um modo deslizante, o sistema equivalente deve satisfazer não somente a dinâmica de estado de dimensão n , mas também as m equações algébricas, $\sigma(X) = 0$. Estas restrições reduzem a dinâmica do sistema de um modelo de n -ésima ordem para um modelo de $(n-m)$ -ésima ordem.

Suponha que o sistema 4.16 é restrito à superfície deslizante linear $\sigma(X) = CX + \dot{X} = 0$, com o sistema dinâmico dado pela Equação 4.15, então, é possível resolver m variáveis de estado, em termos das $(n-m)$ variáveis de estado, se o posto de $\nabla\sigma(X) = m$

$$\dot{X} = f(X, t) + g(X, t)u, \quad \begin{cases} X \in \mathbb{R}^n \\ u \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (4.16)$$

Se o posto $\nabla\sigma(X) = m$, implica que $[\nabla\sigma(X).g(X, t)]$ é não singular para todo t e X .

Para obter a solução, resolve-se para as m variáveis de estado (X_{n-m+1}, \dots, X_n) em termos das $(n-m)$ variáveis de estado que permanecem. Substituindo estas relações nas $(n-m)$ equações de 4.15 e nas equações correspondendo a m variáveis de estado, o sistema resultante de ordem $(n-m)$ descreve o sistema equivalente com condição inicial satisfazendo $\sigma(X) = 0$. Um exemplo para esclarecer o procedimento acima pode ser encontrado em Ribeiro (2006).

4.6 PROJETO DE CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES

A partir da discussão anterior, um sistema pode-se apresentar estável escolhendo uma lei de controle descontínua adequada conduzido pelo sinal de uma superfície de deslizamento. Portanto, o procedimento para projetar um controle por modos deslizantes em Utkin, Guldner e Shi (2009) é feito em duas etapas:

1. Definir a superfície de deslizamento para atender as especificações de comportamento dinâmico.
2. Definir a lei (ação) de controle que leve ao sistema na interseção das superfícies de deslizamento e que as mantenha nessa situação.

Nesta seção, alguns projetos de controladores serão apresentados. A técnica típica para projetar superfícies de deslizamento no problema de seguimento será discutida na próxima seção.

Em um sistema de múltiplas entradas, o projeto de controle não é direto, como descobrir as condições que garantam a alcançabilidade que geralmente acaba no acoplamento de equações dos componentes do vetor de controle u .

Felizmente, existem muitas abordagens sobre o projeto de controle por modos deslizantes aplicadas a sistemas MIMO (Multiple-Input and Multiple-Output). Um dos mais tradicionais é a abordagem de desacoplamento, também conhecido como *diagonalização*, que soluciona o problema já indicado, ao permitir que cada componente do vetor de controle seja definido de forma independente. Outro procedimento frequentemente aplicado é o controle hierárquico, em que o primeiro componente de controle é definido de forma independente, enquanto que os demais componentes são definidos em base na definição anterior. Uma abordagem mais recente é o *Controle Vetorial Unitário*. Aqui, o controle vetorial unitário é tratado como um conjunto, e as condições que garantem a alcançabilidade têm que ser satisfeitas da mesma forma para todos seus componentes. A primeira abordagem e a última serão detalhadas a seguir.

4.6.1 A abordagem da Diagonalização

Esta abordagem consiste em modificar o sistema MIMO original para que o projeto do i -ésimo componente do vetor de controle $u_n =$

$[(u_n)_1 \dots (u_n)_i \dots (u_n)_m]$ só depende do componente correspondente na superfície de deslizamento $\sigma = [\sigma_1 \dots \sigma_i \dots \sigma_m]$.

De acordo com Edwards e Spurgeon (1998), a diagonalização pode ser obtida por qualquer transformação do vetor de controle ou da superfície de deslizamento. Somente o caso para a transformação no vetor de controle será considerado depois, como foi aplicado para desenvolver um SMC para o triciclo. Informações sobre o caso das transformações das superfícies de deslizamento podem ser encontradas em (UTKIN; GULDNER; SHI, 2009) e (CARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988). A descrição abaixo é baseada em (CARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988).

Considerando a representação de um sistema original na forma:

$$\dot{X} = f(X, t) + B(X, t)u \quad (4.17)$$

com $X \in \mathbb{R}^n$, $f \in \mathbb{R}^n$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $u \in \mathbb{R}^m$,

Definindo a seguinte transformação no vetor de controle:

$$u^*(t) = Q^{-1}(t, X) \cdot \nabla \sigma(X) \cdot B(X, t)u \quad (4.18)$$

onde a matriz arbitrária $Q(t, X) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ é diagonal e definida positiva.

Substituindo a Eq.4.18 na Eq.4.17, assumindo $[\nabla \sigma(X)] \cdot B(X, t)$ não singular, tem-se:

$$\dot{X} = f(X, t) + B(X, t) \cdot [\nabla \sigma(X) \cdot B(X, t)]^{-1} Q(t, X) \cdot u^*(t) \quad (4.19)$$

Uma forma adequada para estudar a estabilidade do sistema não linear acima é analisando uma candidata à função de Lyapunov, escolhida como $V = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma$. Sua derivada no tempo deve ser definida negativa, a fim de garantir a estabilidade do sistema. Ou seja:

$$\dot{V} = \sigma^T \dot{\sigma} = \sigma^T \left(\nabla \sigma \dot{X} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) < 0 \quad (4.20)$$

Exigindo que a condição acima seja satisfeita e levando em consideração a Equação 4.17 do sistema original tem-se:

$$\sigma^T \nabla \sigma(X) [f(X, t) + B(X, t) [\nabla \sigma(X) \cdot B(X, t)]^{-1} Q(X, t) u^*(t)] + \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial t} < 0$$

a simplificação leva a:

$$\sigma^T \cdot [\nabla \sigma(X) \cdot f(X, t) + Q(t, X) u^*(t) + \frac{\partial \sigma}{\partial t}] < 0 \quad (4.21)$$

É conveniente escolher a matriz Q como identidade, o que foi feito neste quadro teórico.

4.6.1.1 A ação descontínua pura

A ação de controle descontínua mais simple será discutida nesta subseção. Consiste em uma descontinuidade pura, cujo valor absoluto é mantido constante, enquanto que o seu sinal varia dependendo de se as trajetórias estão ocorrendo acima ou abaixo da superfície de deslizamento. Assim, define-se a lei de controle da forma:

$$u_i^* = \tau_i \cdot \text{sign}(\sigma_i), \quad \tau_i^* > 0 \quad (4.22)$$

Agora substituindo esta forma de controle para a desigualdade da Eq. 4.22, sob o pressuposto $Q = I_n$ e manipulando os componentes por partes leva a:

$$\sigma_i [\nabla \sigma_{ij}(X) \cdot f_j(X, t) + \tau_i^* \cdot \text{sign}(\sigma_i) + \frac{\partial \sigma_i}{\partial t}] < 0 \quad (4.23)$$

Com a condição acima afirma-se que $\tau_i^* > |\nabla \sigma_{ij}(X) \cdot f_j(X, t) + \frac{\partial \sigma_i}{\partial t}|$ é verdadeiro. Uma prova semelhante pode ser encontrada em (UTKIN; GULDNER; SHI, 2009) para um problema de seguimento de referência com a superfície de deslizamento baseado no erro, onde a função de Lyapunov do componente por partes é definido como $V_i = \frac{1}{2} \sigma_i^2$.

Como τ_i^* , deve ser constante, $\tau_i^* > \max |\nabla \sigma_{ij}(X) \cdot f_j(X, t) + \frac{\partial \sigma_i}{\partial t}|$ é uma escolha conservativa. Para obter a expressão para a ação de controle real, basta multiplicar u_i^* pela transformação inversa $T^{-1} = [\nabla \sigma(X) \cdot g(X, t)]^{-1}$, que fica da forma:

$$u = [\nabla \sigma(X) \cdot g(X, t)]^{-1} \cdot u^* \quad (4.24)$$

4.6.1.2 A ação descontínua Feedback/Feedforward

A ação de controle $u^* = u_{eq}^* + u_n^*$ é amplamente utilizada nos projetos de SMC, pela vantagens que tem sobre o anterior de reduzir a amplitude do *chattering*, como sera concluído depois. Para verificar os critérios de convergência, o procedimento é o usual.

Substituindo a ação de controle definida na condição de alcançabilidade

$$\sigma^T [\nabla\sigma(X).f(X, t) + u_{eq}^* + u_n^* + \frac{\partial\sigma}{\partial t}] < 0 \quad (4.25)$$

Tomando a expressão do controle equivalente e aplicando a transformação $T = [\nabla\sigma(X).g(X, t)]$ para finalizar em:

$$u_{eq}^* = -[\nabla\sigma(X, t).f(X, t) + \frac{\partial\sigma}{\partial t}] \quad (4.26)$$

Agora, definindo a lei de controle como $(u_n^*)_i = \varepsilon_i^* \cdot \text{sign}(\sigma_i)$, onde o ganho ε_i^* é uma vez mais assumido constante. Então, substituindo a ação de controle global para a desigualdade, manipulando o *Component Wise* e realizando cálculos elementares leva à seguinte condição para os ganhos:

$$\varepsilon_i^* \cdot |\sigma_i| < 0 \quad \iff \quad \varepsilon_i^* < 0 \quad (4.27)$$

Assim, os ganhos ε_i^* só são obrigados a ser estritamente negativos; seus valores devem ser devidamente escolhidos para direcionar a trajetória do sistema com perturbações de volta para a superfície de deslizamento.

A lei de controle atual é obtida pela aplicação da transformação inversa $T^{-1} = [\nabla\sigma(X).g(X, t)]^{-1}$ sobre a lei de controle assim obtida:

$$u(X, t) = [\nabla\sigma(X, t).g(X, t)]^{-1} \cdot u^*(X, t) \quad (4.28)$$

onde:

$$u_i^*(X, t) = (u_{eq}^*)_i(X, t) - \tau_i^* \cdot \text{sign}(\sigma_i) \quad (4.29)$$

4.6.2 Controle Vetorial Unitário

Uma abordagem frequentemente aplicada a sistemas multivariáveis é o *Controle Vetorial Unitário*. Consiste em uma extensão natural do controle descontínuo escalar para o caso vetorial. A ação de controle descontínua definida anteriormente, exige uma ação de chaveado para ocorrer sempre que as trajetórias do sistema atingem um componente σ_i da superfície de deslizamento (ver Figura 13). O modo de deslizamento é então obtido na intersecção de todos estes componentes, $\cap_{i=1}^m \sigma_i$. O controle vetorial unitário só sofre descontinuidades ao longo da vizinhança da intersecção $\cap_{i=1}^m$, comportando-se para um sistema de múltiplas entradas como um

controle contínuo, ou seja, com este tipo de controle não se tem chaveado e desta forma é eliminado o efeito de chattering, o que significa que para sistemas eletromecânicos é muito melhor porque não se tem desgaste ou esforço mecânico.

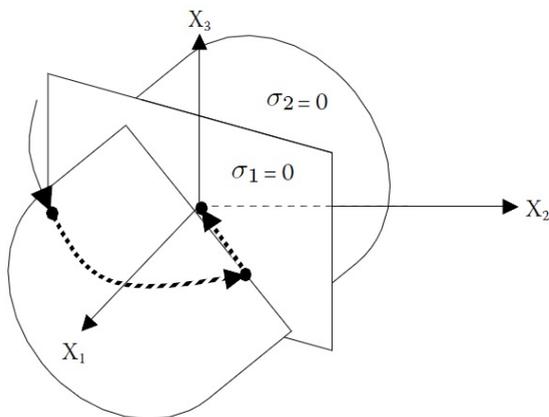


Figura 13 – Modo de deslizamento ocorrendo em $\sigma_1 \cap \sigma_2$.
Fonte: (UTKIN; GULDNER; SHI, 2009).

Apesar desta característica, a ação de controle impõe um ganho que pode ser muito acima do necessário para um de seus componentes $[u_n(t)]_i$. A descrição matemática do controle vetorial é bastante similar ao caso escalar.

Tomando um sistema arbitrário com perturbações:

$$\dot{X} = f(X, t) + B(X, t)u + h(X, t) \quad (4.30)$$

com o estado $X \in \mathbb{R}^n$, o vetor de controle $u \in \mathbb{R}^m$; vetores de estados dependentes $f(X, t)$ e $h(X, t)$; e a matriz de entrada de controle $B(X, t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$. O vetor $h(X, t)$ representa as incertezas do sistema, e sua influência sobre o controle deve ser rejeitada.

Define-se o controle vetorial unitário como:

$$u = -\rho(X, t) \frac{D^T(X, t) \cdot \sigma(X, t)}{|D^T(X, t) \cdot \sigma(X, t)|} \quad (4.31)$$

com $\rho(X, t) \in \mathbb{R}_+$ e $D(X, t) = \nabla \sigma \cdot B(X, t)$.

Nota-se

que

esta

definição

satisfaz

$u = -\rho(X, t) \cdot \text{sign}[D^T(X, t) \cdot \sigma(X, t)]$ quando $D^T(X, t) \cdot \sigma(X, t)$ é escalar.

Descobrir as condições que garantam a convergência das trajetórias para a superfície, requer a análise da derivada do tempo da candidata à função de Lyapunov:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \sigma^T \sigma \\ \dot{V} &= \left(\nabla \sigma \dot{X} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Substituindo a Equação 4.30 do sistema e a lei de controle da Equação 4.31 leva a:

$$\dot{V} = \sigma^T \left\{ \nabla \sigma \left[f(X, t) + h(X, t) - B(X, t) \cdot \rho(X, t) \frac{D^T(X, t) \cdot \sigma}{|D^T(X, t) \cdot \sigma|} \right] + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right\} \quad (4.33)$$

Lembrando que $D(X, t) = \nabla \sigma \cdot B(X, t)$, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma^T \cdot \nabla \sigma [f(X, t) + h(X, t)] - \rho(X, t) \cdot |D^T(X, t) \cdot \sigma| + \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial t} \\ \dot{V} &= \sigma^T \cdot D(X, t) D^{-1}(X, t) \cdot \nabla \sigma [f(X, t) + h(X, t)] \\ &\quad - \rho(X, t) \cdot |D^T(X, t) \cdot \sigma| + \sigma^T D(X, t) D^{-1}(X, t) \frac{\partial \sigma}{\partial t} \end{aligned}$$

Escrevendo o acima exposto, de forma equivalente usando as normas:

$$\dot{V} \leq |D^T(X, t) \cdot \sigma| \cdot \left[D^{-1}(X, t) \left\{ \nabla \sigma [f(X, t) + h(X, t)] + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right\} - \rho(X, t) \right] \quad (4.34)$$

Com o objetivo de assegurar a convergência para σ , a seguinte desigualdade deve ser satisfeita:

$$\rho(X, t) > \|D^{-1}(X, t) \left\{ \nabla \sigma [f(X, t) + h(X, t)] + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right\}\| \quad (4.35)$$

A descrição detalhada dos cálculos em Utkin, Guldner e Shi (2009) para o caso genérico do Controle Vetorial Unitário e aplicado a um manipulador robótico e mostrado a seguir. O análise de

estabilidade do controle é feito no teorema baseado em vetores.

Teorema: *Considerando um Sistema da forma dada na Equação 4.36 com os limites pressupostos nas Equações 4.37 e 4.38, sob o Controle da Equação 4.40, é possível garantir que a Superfície de Deslizamento da Equação 4.39 converge num tempo finito.*

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)(\tau - N(q, \dot{q})) \quad (4.36)$$

com M sendo uma matriz simétrica e definida positiva. Os parâmetros delimitados de M e N sendo:

$$\frac{1}{M^+} \leq \lambda_{\min}(M^{-1}) \leq \lambda_{\max}(M^{-1}) \leq \frac{1}{M^-} \quad (4.37)$$

$$\|N\|_2 \leq N^+ \quad (4.38)$$

Obs: Uma propriedade considerada é o termo $\|M^{-1}\|_2 = \lambda_{\max}(M^{-1})$.

A Superfície de Deslizamento é dada pela equação seguinte:

$$S = Cq_e + \dot{q}_e = 0 \quad (4.39)$$

com C sendo uma matriz de ganho diagonal e $q_e = q_d - q$, o erro de seguimento de referência. O valor de C garante que $S_i = 0$ seja estável.

A definição da Lei de Controle Vetorial Unitário é da forma:

$$\tau = \tau_0 \frac{S}{\|S\|_2} \quad (4.40)$$

sendo τ_0 um ganho escalar que regula o tempo finito e S o vetor de superfícies de deslizamento.

Prova: Para analisar a estabilidade do sistema é escolhida a função candidata de Lyapunov da forma:

$$V = \frac{1}{2} S^T S = \frac{1}{2} \|S\|^2 \quad (4.41)$$

A metodologia consiste em encontrar um valor de $\dot{V} < 0$ tal que garanta a convergência das trajetórias do sistema para a superfície de deslizamento em $S = 0$. Com o cálculo das derivadas ao longo da trajetórias do Sistema da Equação 4.36 sobre o controle da Equação 4.40 tem-se:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \frac{1}{2} \left(\dot{S}^T S + S^T \dot{S} \right) = S^T \dot{S} \\
\dot{V} &= S^T \left[C\dot{q}_e + \ddot{q}_d - M^{-1} \left(\tau_0 \frac{S}{\|S\|_2} - N \right) \right] \\
&\leq \|S\|_2 \|C\dot{q}_e\|_2 + \|S\|_2 \|\ddot{q}_d\|_2 - \frac{\tau_0}{\|S\|_2} S^T M^{-1} S + \|S\|_2 \frac{N^+}{M^-} \\
&\leq \|S\|_2 \left(\|C\dot{q}_e\|_2 + \|\ddot{q}_d\|_2 + \frac{N^+}{M^-} \right) - \frac{\tau_0}{M^+} \|S\|_2 \\
&= \|S\|_2 \left[\|C\dot{q}_e\|_2 + \|\ddot{q}_d\|_2 + \frac{N^+}{M^-} - \frac{\tau_0}{M^+} \right] = -\varepsilon \|S\|_2 = -\varepsilon \sqrt{2V}
\end{aligned} \tag{4.42}$$

A seguinte propriedade é utilizado para: $S^T M^{-1} S \geq \|S\|_2^2 \lambda_{\min}(M^{-1}) \geq \frac{\|S\|_2^2}{M^+}$, e a propriedade de Cauchy-Schwarz para: $S^T q \leq \|S\|_2 \|q\|_2$.

Utilizar as limitações pressupostas para o seguimento de trajetória do Sistema da Equação 4.36 encontra-se um valor de $\dot{V} \leq -\varepsilon \sqrt{2V}$, demonstrando que os cálculos feitos garantem a estabilidade do sistema e a convergência da Superfície de Deslizamento para zero em um tempo finito. O escalar ε é maior que zero e o seu valor regula a velocidade de convergência.

Substituindo os valores limites das matrizes do Sistema 4.36 é possível encontrar o valor τ_0 do ganho do controle a partir da desigualdade na Equação 4.43, para garantir a convergência finita da superfície.

$$-\varepsilon = \|C\dot{q}_e\|_2 + \|\ddot{q}_d\|_2 + \frac{N^+}{M^-} - \frac{\tau_0}{M^+} \tag{4.43}$$

$$\tau_0 = M^+ \left(\|C\dot{q}_e\|_2 + \|\ddot{q}_d\|_2 + \frac{N^+}{M^-} \right) + \varepsilon \tag{4.44}$$

O controle vetorial explora a norma Matriz/Vetor para os limites de restrição na análise de estabilidade. Embora a norma Matriz/Vetor produza uma formulação matemática mais elegante e resumida, são conhecidos como sendo mais conservativos, podendo resultar em superestimação dos recursos de controle requeridos (UTKIN; GULDNER; SHI, 2009). Para sistemas mecânicos com massas inhomogêneas e atuadores, onde as exigências podem exceder consideravelmente as capacidades do sistema, este tipo de controle é aconselhável.

5 PROJETO DE CONTROLE E SUPERFÍCIES

5.1 PROJETO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO

Um controlador por modos deslizantes baseado em abordagens descritas anteriormente foi concebido para o modelo da bicicleta, tanto na ausência quanto na presença da dinâmica dos atuadores, já apresentado no capítulo 3. O ângulo de esterço δ e o torque T_m são os componentes do vetor de controle no caso mais simples, enquanto que estes passam a ter tensões nos atuadores que regulam a direção e a roda motriz respectivamente, quando sua dinâmica é incluída no modelo.

Como foi dito anteriormente, projetar um controlador por modos deslizantes começa com a definição da superfície de chaveamento. A maioria da literatura disponível trata este assunto propondo uma superfície de chaveado linear nos estados.

$$\sigma(X) = S \cdot X, \quad \begin{cases} X \in \mathbb{R}^n \\ S \in \mathbb{R}^{n \times m} \end{cases} \quad (5.1)$$

Esta forma torna muito mais simples os cálculos envolvidos no projeto de controle. Apesar disso, não é adequado para o problema de seguimento, ou seja, o problema aponta ao seguimento de uma trajetória em vez de conduzir os estados para a origem (regulação). Em Slotine e Li (1991) uma superfície de chaveamento baseado no erro é obtida a partir do conceito de que o erro em um problema de seguimento desempenha um papel equivalente aos estados em um problema de regulação.

De um ponto de vista matemático, um controlador por modos deslizantes é projetado para conduzir as trajetórias do sistema em uma região do espaço \mathbb{R}^n , onde o erro tende a zero. Então, para o caso do triciclo, onde se tem uma referência que varia no tempo, é conveniente definir a superfície de deslizamento como uma dinâmica de erro linear, baseada no polinômio de Hurwitz, isto é, tem todos os seus autovalores estritamente no semiplano esquerdo (SLOTINE; LI, 1991).

A proposta para o triciclo com este tipo de controle são as superfícies σ_1 e σ_2 . Com o objetivo de controlar os erros nas variáveis de saída (ângulo de inclinação ϕ e velocidade longitudinal u), ou seja o erro de inclinação igual a zero e o erro de velocidade igual a zero, foram selecionados as superfícies deslizantes como em Roqueiro, Faria

e Fossas (2011), da seguinte forma:

- Sem a dinâmica dos atuadores:

$$\sigma_1(X, t) = \mu e_1(t) + \dot{e}_1(t) \quad (5.2)$$

$$\sigma_2(X, t) = e_2(t) \quad (5.3)$$

- Com atuadores incluídos:

$$\sigma_1(X, t) = c_0 e_1(t) + c_1 \dot{e}_1(t) + c_2 \ddot{e}_1(t) + c_3 \dddot{e}_1(t) \quad (5.4)$$

$$\sigma_2(X, t) = c_4 e_2(t) + \dot{e}_2(t) \quad (5.5)$$

sendo μ e c_i os coeficientes de deslizamento com valores maiores que zero, e $e_i(\mathbf{X}, t)$ é definido em função do erro do valor de referência de inclinação e velocidade longitudinal respectivamente da forma:

$$e_1 = \phi(t) - \phi_{ref}(t) \quad (5.6)$$

$$e_2 = u(t) - u_{ref}(t) \quad (5.7)$$

Desta forma, uma vez que a superfície de deslizamento é alcançada, a dinâmica do erro convergirá para zero.

Vale a pena ressaltar que os polinômios na Eq. 5.4 e Eq. 5.5 são de 3ª e 1ª ordem respectivamente, e são inferidos a partir das equações de espaço de estados do sistema. Mais detalhes sobre a dedução das superfícies de deslizamento apresentados podem ser encontrados em Roqueiro e Fossas (2010) e Roqueiro, Faria e Fossas (2011).

Os valores dos coeficientes deslizantes μ e c_i estão relacionados com as constantes de tempo e podem ser escolhidas para garantir efeitos transitórios na convergência da dinâmica do erro respectivo dentro de um tempo razoável.

No presente trabalho, a escolha dos valores dos coeficientes de deslizamento é feito para que o ponto de equilíbrio seja alcançado em 1,5 segundos. Este valor foi tomado a partir das especificações de projeto usados na definição de um controlador PID para o mesmo sistema (FARIA, 2010). Assim, os valores dos coeficientes utilizados são

- $c_0 = 300$

- $c_1 = 100$
- $c_2 = 70$
- $c_3 = 2$
- $c_4 = 10$

Porque não é apenas a dinâmica do erro que regem a constante de tempo, a escolha acima pode não garantir o desempenho necessário a ser alcançado. Se não, os ganhos de controle podem ser iterativamente aumentada através de um fator de segurança para acabar com uma combinação ideal entre os parâmetros da superfície deslizante e o ganho do controle.

5.2 GERAÇÃO DE TRAJETÓRIA

Para a geração de valores de referência foi proposto um algoritmo baseado na teoria de platitude. Os detalhes desta proposta podem ser encontrados em (ROQUEIRO; FOSSAS, 2010), (FARIA, 2010) e (ROQUEIRO; FARIA; FOSSAS, 2011).

De forma resumida o algoritmo permite calcular os valores possíveis para os ângulos de direção (δ), ângulos de inclinação (ϕ), e de velocidade (u), a partir de seus valores atuais e das entradas do motorista (δ_{des} , u_{des}). Este algoritmo calcula os valores de ϕ e u que servirão de entrada para os controladores de inclinação e velocidade de forma que a trajetória seja a mais próxima possível à desejada pelo motorista. Para atender aos requisitos de segurança foram consideradas intervalos para o ângulo de inclinação de $[-30^\circ, 30^\circ]$, o limite de esterço das rodas de $\delta_{max} = 30^\circ$ e limites de velocidade de $u_{max} = 30m/s$ e $u_{min} = 5m/s$. Supõe-se que todos os estados estão disponíveis para medição em tempo real, e que os atuadores são suficientemente rápidos para não sofrer saturação de velocidade.

O erro de inclinação do veículo é calculado como o valor de inclinação medida ϕ e um valor de inclinação desejado ϕ_d . O valor de ϕ_d , que é o ângulo de inclinação que cancela as forças laterais atuantes no veículo é calculado através do equilíbrio de forças utilizando as leis de Newton aplicado ao modelo da bicicleta e determinado através da Equação 5.8

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{u^2 \delta}{gl}\right) \quad (5.8)$$

Outras considerações

Um objetivo de controle é que as forças perpendiculares ao plano da roda sejam canceladas corrigindo o ângulo de inclinação e utilizando como variável manipulada exclusivamente o esterço das rodas dianteiras. O outro objetivo de controle é o seguimento da referência da velocidade longitudinal u .

Outras considerações que orientam a solução para o problema de seguimento de trajetória são:

- Durante variações de esterço desejado δ_d , deve-se tentar manter a velocidade u_d constante.
- Se o módulo do ângulo de inclinação ϕ_d é maior do que um valor máximo ϕ_{max} , deve-se alterar u_d para que δ_d seja atingido. Durante períodos transientes, o valor de δ_d deve ser mantido o mais próximo possível do valor desejado pelo motorista, evitando violar a restrição de inclinação $\|\phi_d\| < \phi_{max}$.

5.3 PROJETO DO CONTROLE VETORIAL UNITÁRIO

O projeto de controle foi feito no modelo da bicicleta de dois graus de liberdade mas é aplicado ao modelo do triciclo de nove graus de liberdade.

A lei de controle foi projetada seguindo a abordagem exposta na parte teórica para a construção do chamado Controle Vetorial Unitário. Como explicado, o procedimento a ser aplicado consiste no dimensionamento de um único ganho que deve satisfazer a desigualdade $\rho(X, t) > \|D^{-1}(X, t) \{ \nabla \sigma [f(X, t) + h(X, t)] + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \}\|$ a fim de promover a convergência da trajetória para a intersecção dos componentes da superfície de deslizamento.

Para simular adequadamente o Controle Vetorial Unitário, sua definição foi ligeiramente modificada para melhorar as respostas quando as trajetórias atingem a superfície de deslizamento. A lei de controle para o caso particular aplicado neste trabalho é da forma:

$$\tau = \tau_0 \frac{S}{\|S\|_2} \quad (5.9)$$

onde τ_0 é o ganho de controle, e $\mathbf{S} = [\sigma_1 \quad \sigma_2]^T$ o vetor de superfícies de deslizamento.

O controle vetorial unitário é a relação ao modulo do vetor definida pelas superfícies. O modo de deslizamento ocorre quando

todos os componentes do vetor de superfícies é igual a zero.

Note-se que o controle vetorial unitário sempre tem comprimento τ_0 , daí o nome desta abordagem. O análise de estabilidade do controle é baseado no teorema mostrado no capítulo anterior.

Durante os ensaios experimentais com o controle vetorial unitário no modelo de nove graus de liberdade do triciclo foram observados melhores resultados com uma modificação no ganho escalar τ_0 do controle de maneira diferente como é proposto na literatura. A ideia consiste na mudança deste ganho escalar por uma matriz diagonal de ganhos. Propondo assim um ganho τ_i para a ação de controle (σ_i). Porém, as definições para garantir a convergência da superfície de deslizamento têm algumas mudanças com respeito ao teorema descrito no capítulo anterior.

Uma tentativa de demonstração para o caso utilizado neste trabalho será apresentado na sequência, indicando-se o problema encontrado na resolução.

Conjectura: *Sendo o Sistema com a equação:*

$$\ddot{q} = M^{-1}(\tau - N(q, \dot{q})) \quad (5.10)$$

com os limites pressupostos para as matrizes M e N da forma:

$$\frac{1}{M^+} \leq \lambda_{\min}(M^{-1}) \leq \lambda_{\max}(M^{-1}) \leq \frac{1}{M^-} \quad (5.11)$$

$$\|N\|_2 \leq N^+ \quad (5.12)$$

definindo M como uma matriz simétrica e definida positiva, com a hipóteses considerada de que o termo $\|M^{-1}\|_2 = \lambda_{\max}(M^{-1})$.

A Superfície de Deslizamento é dada pela equação seguinte:

$$S = F C q_e + F \dot{q}_e = 0 \quad \text{com} \quad F = \begin{bmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

sendo C uma matriz diagonal, $q_e = q_d - q$ o erro de seguimento de referência, e F representando a matriz de ganho do controle com $f_1, f_2 > 0$. São considerados $\|F\|_2 = \max(f_1, f_2)$ e $\|F^{-1}\|_2 = \max(\frac{1}{f_1}, \frac{1}{f_2})$.

Fazendo $\tilde{S} = C q_e + \dot{q}_e = 0$ com a definição da Lei de Controle Vetorial Unitário da forma seguinte:

$$u = \tau_0 \frac{S}{\|F^{-1} S\|_2} = \tau_0 \frac{F \tilde{S}}{\|\tilde{S}\|_2} \quad (5.14)$$

Note-se que a lei de controle \mathbf{u} é limitado por:

$$\|u\|_2 = \frac{\|\tau_0 F \tilde{S}\|_2}{\|\tilde{S}\|_2} \leq \tau_0 \frac{\|F\|_2 \|\tilde{S}\|_2}{\|\tilde{S}\|_2} = \tau_0 \|F\|_2 \quad (5.15)$$

Esboço: Para analisar a estabilidade do sistema é escolhida a função candidata de Lyapunov da forma:

$$V = \frac{1}{2} S^T S = \frac{1}{2} \|S\|^2 \quad (5.16)$$

Seguindo a mesma metodologia descrita na parte teórica para encontrar um valor de $\dot{V} < 0$ para garantir a convergência da superfície de deslizamento em $S = 0$, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T \dot{S} \\ \dot{V} &= S^T \left[FC\dot{q}_e + F\ddot{q}_d - FM^{-1} \left(\tau_0 \frac{S}{\|F^{-1}S\|_2} - N \right) \right] \\ &\leq \|S\|_2 \|FC\dot{q}_e\|_2 + \|S\|_2 \|F\ddot{q}_d\|_2 - \frac{\tau_0}{\|F^{-1}S\|_2} S^T FM^{-1} S + \|S\|_2 \frac{FN^+}{M^-} \\ &\leq \|S\|_2 \left(\|FC\dot{q}_e\|_2 + \|F\ddot{q}_d\|_2 + \|F\|_2 \frac{N^+}{M^-} \right) - \frac{\tau_0 \|F\|_2}{\|F^{-1}\|_2 M^+} \|S\|_2 \\ &= \|S\|_2 \left[\|F\|_2 \|C\dot{q}_e\|_2 + \|F\|_2 \|\ddot{q}_d\|_2 + \|F\|_2 \frac{N^+}{M^-} - \tau_0 \frac{\|F\|_2}{M^+} \right] \\ \dot{V} &\leq -\varepsilon \|S\|^2 = -\varepsilon \sqrt{2V} \end{aligned} \quad (5.17)$$

A partir da desigualdade em 5.18 é possível encontrar o valor da matriz F do ganho do controle vetorial unitário para garantir a convergência finita da superfície.

$$-\varepsilon \leq \left[\|F\|_2 \|C\dot{q}_e\|_2 + \|F\|_2 \|\ddot{q}_d\|_2 + \|F\|_2 \frac{N^+}{M^-} - \tau_0 \frac{\|F\|_2}{M^+} \right] \quad (5.18)$$

isolando e fazendo $\tau_0 = 1$ obtém-se:

$$\begin{aligned} \tau_0 &\geq \frac{M^+}{\|F\|_2} \left(\|C\dot{q}_e\|_2 + \|\ddot{q}_d\|_2 + \frac{N^+}{M^-} \right) + \varepsilon \\ 1 &\geq \frac{M^+}{\|F\|_2} \left(\|C\dot{q}_e\|_2 + \|\ddot{q}_d\|_2 + \frac{N^+}{M^-} \right) + \varepsilon \end{aligned} \quad (5.19)$$

assim, substituindo os valores na desigualdade acima são encontrados

os valores da Matriz F .

A desigualdade $S^T AS \geq \|S\|_2^2 \lambda_{\min} A$ só é válida para matrizes simétricas A . O problema que se origina nos cálculos com a inclusão da matriz F é considerar o fato de que o produto de matrizes FM^{-1} não é simétrica, isto não destrói toda a lógica desenvolvida, mas simplesmente ao analisar as matrizes talvez deva-se utilizar valores singulares ao invés de autovalores para chegar no resultado.

Os valores da matriz de ganho do controle vetorial unitário utilizados para as simulações neste trabalho foram ajustados empiricamente para o modelo do triciclo.

6 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

A apresentação dos resultados obtidos na simulação computacional do modelo completo de nove grau de liberdade do triciclo é descrita neste capítulo. Em primeiro lugar, apresenta-se uma observação importante sobre as entradas e perturbações no sistema, depois, uma descrição comparativa do *Controle Vetorial Unitário* com trabalhos anteriores no triciclo mostrando resultados na ausência e presença de perturbações, e por último a análise de robustez do controle proposto com mudanças nos parâmetros físicos do triciclo verificando-se a estabilidade para todos os casos.

6.1 DEFINIÇÃO DOS VALORES CRÍTICOS DAS VARIÁVEIS E PERTURBAÇÕES

Os requerimentos máximos exigidos pode ser inferidos através de algoritmos de otimização, proporcionando limites para os estados que são conhecidos. Aqui, estes limites são impostos, baseado em qual gama de valores os estados que regem no modelo do triciclo se espera que pertençam. Para começar, o ângulo de inclinação ϕ já foi definido como pertencente ao intervalo de segurança $[-30^\circ; 30^\circ]$

Da mesma forma, o intervalo do ângulo de direção δ pode ser limitado para evitar valores elevados para acelerações laterais, enquanto que o Torque estacionário máximo T_m entregue pelo motor pode ser calculado a partir das equações no espaço de estado, mas deve ser assegurado a situar-se dentro das suas especificações.

Na Tabela 1 estão organizados os limites para todos os estados junto com os valores da velocidade do vento e as forças do solo sobre as rodas. Justificativas adicionais são fornecidas logo na sequência.

Tabela 1 – Limites mínimos e máximos para os estados do sistema e perturbações.

Variáveis	Mínimo	Máximo
ϕ [graus]	-30°	30°
$\dot{\phi}$ [graus]	-90°	90°
δ [graus]	-45°	45°
$\dot{\delta}$ [graus]	-90°	90°
u [m/s]	4	30
T_m [N.m]	0	200
v_{vento} [m/s]	5	12
F_R [N]	0	800

A fim de atender aos requisitos de conforto para seus ocupantes, neste trabalho, o valor de $[\pm 90]$ foi escolhido para a taxa de variação do ângulo de inclinação $\dot{\phi}$.

O ângulo de esterço δ é o máximo ângulo que o motorista pode direcionar as rodas com o veículo em movimento. O valor de $[\pm 60^\circ]$ foi selecionado como uma escolha razoável.

Neste trabalho, a taxa de variação máxima de ângulo de direção ($\dot{\delta}$) das rodas é inferida a partir dos valores máximos de outros estados, através da análise do comportamento no estado estacionário.

Nas linhas de veículos semelhantes, a velocidade máxima (u) de $108Km/h$, cerca de $30m/s$ está definido. Ao lidar com o modelo da bicicleta, não se consegue a estabilidade se a velocidade é zero. Na verdade, as singularidades aparecem nas equações de movimento. Para as simulações do triciclo também foram consideradas uma velocidade média de $8.3m/s$, e uma velocidade mínima de $4m/s$.

O procedimento para obter os limites para o Torque T_m é semelhante a $\dot{\delta}$, o que quer dizer, pela análise do comportamento no estado estacionário como função de outros estados cujos limites foram definidos anteriormente. O valor máximo do Torque encontrado é de $200N.m$. Este valor está perto dos utilizados em veículos semelhantes.

6.2 ENTRADAS E PERTURBAÇÕES

Para abranger diversas condições de funcionamento visando uma simulação realista de possíveis condições encontradas pelo veículo, a

simulação é composta por uma sequência de esterços e mudanças de velocidades aplicados pelo motorista e uma sequência de perturbações externas aplicadas ao sistema.

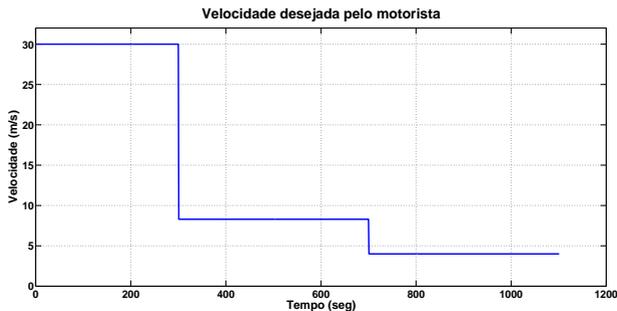


Figura 14 – Velocidade de referência utilizada nas simulações.

O modelo é simulado em todos os experimentos com velocidades de $30m/seg$, $8.3m/seg$ e $4m/seg$ para refletir as velocidades máxima, média e baixa respectivamente conforme a Figura 14. A simulação consiste em mudar o ângulo de esterço desejado das rodas em valores máximos ($\pm 0.17^\circ$, $\pm 0.07^\circ$ e $\pm 0.3^\circ$), ver em (FARIA, 2010), compatíveis com as três velocidades selecionadas respectivamente e, em seguida, voltar para posição inicial.

A referência de esterço δ_r aplicado pelo motorista é definido por uma sequência de degraus de diferentes amplitudes, de acordo com a velocidade do veículo. A Figura 15 mostra a sequência de degraus de esterço desejado pelo motorista.

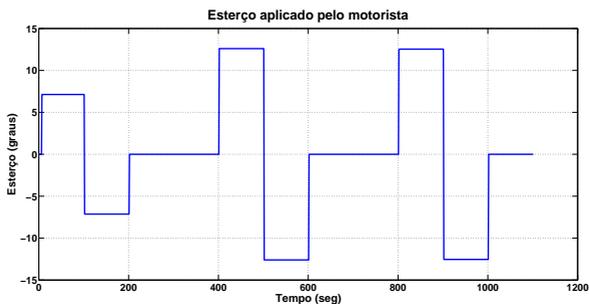


Figura 15 – Esterço de referência utilizado nas simulações.

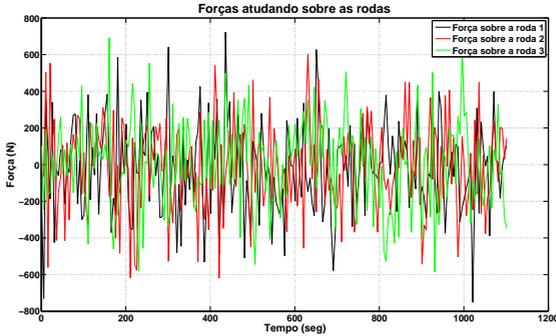


Figura 16 – Sinal de perturbação simulando rugosidade na pista.

Para o caso com perturbação foram adicionadas ao sistema, para ser mais realistas, a ação de ventos laterais e rugosidade na pista.

O sinal de perturbação simulando a força do piso devido à rugosidade na pista consiste em um sinal aleatório com frequência de 0.2Hz e 0.5cm de largura que dá picos de 800N (ROQUEIRO; FOSSAS, 2010) aplicados em cada roda. Ver Figura 16.

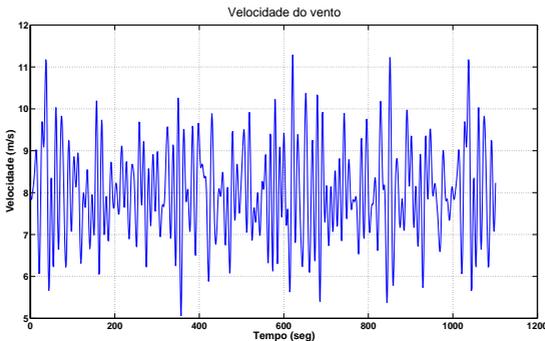


Figura 17 – Rajada de vento lateral com média de 8m/seg aplicado ao veículo.

Para verificar o comportamento do sistema frente a forças de ventos laterais atuando sobre o veículo, foi simulado um sinal da forma dada pela Figura 17. A velocidade do vento foi escolhida de

forma a ilustrar condições extremas de operação. Para poder representar as rajadas de vento mais realistas, este sinal foi baseado nos artigos de Zhao, Song e Liu (2007) e Mangialardi e Mantriota (1996). A velocidade varia entre 5 e 12m/seg com valor médio de 8m/seg.

6.3 COMPARAÇÃO DOS CONTROLADORES

A comparação do Controle Vetorial Unitário com o Controle PID e o Controle por Modos Deslizantes clássico foi feita no modelo de 9 graus de liberdade do triciclo utilizando o softwares Matlab© e Simulink®.

O controle PID apresentado em (FARIA, 2010) foi projetado exclusivamente para cancelar as não linearidades do sistema e somente foi utilizado neste trabalho para comparação entre os resultados, principalmente devido a ausência de artigos na literatura envolvendo o mesmo contexto de aplicação. De um lado, diversos artigos utilizam diferentes modelos matemáticos do veículo e ainda apresentam poucos resultados experimentais, e por outro lado, os veículos existentes e citados no Capítulo 2, não apresentam documentos com informação técnica disponível para permitir um desenvolvimento do modelo.

Desta forma, optou-se pelo controlador PID, já que possui uma parte teórica e propriedades de análise bastante estabelecidas. Para projetar o controlador foram utilizados modelos linearizados do triciclo.

6.3.1 Caso nominal, sem perturbação

Nesta seção apresenta-se as simulações com triciclo possuindo valores nominais de peso do corpo central e altura de centro de gravidade. Estes valores nominais são escolhidas como 400kg de peso e 0,6m de altura.

A Figura 18 mostra a inclinação do veículo sem perturbações. A resposta do controle vetorial unitário é comparado com os controladores por modos deslizantes e PID. Pode-se observar que o controle vetorial unitário não apresenta as oscilações de alta frequência características do controle por modos deslizantes.

Como pode ser visto na Figura 19, todos os controladores estabilizam o sistema e eliminam o erro para toda faixa de velocidades. Desta forma, a velocidade longitudinal do veículo mostra

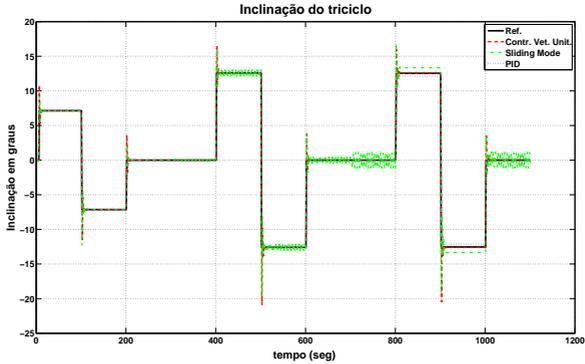


Figura 18 – Inclinação do triciclo sem ação de perturbações.

que o controlador de velocidade consegue seguir a referência do gerador de trajetória com erro nulo em regime.

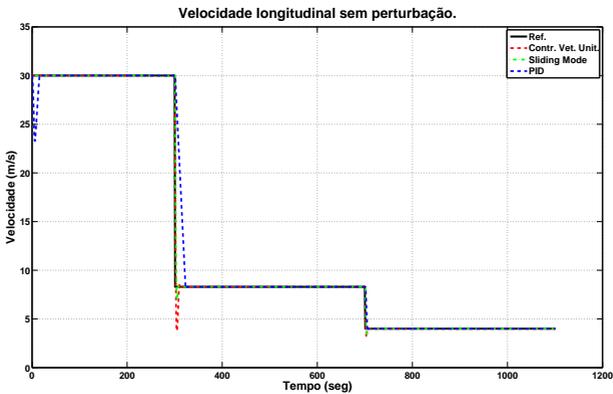


Figura 19 – Velocidade longitudinal do triciclo sem perturbação.

A ação de controle observa-se na Figura 20, mostrando que com o controle vetorial unitário é possível gerar uma ação de controle suave, preservando a integridade dos atuadores.

O erro da inclinação é mostrado na Figura 21 e na Tabela 2 são apresentados o Erro Médio Quadrático e o Erro Máximo Absoluto dos controladores comparados. Nesta Figura são visíveis as variações de

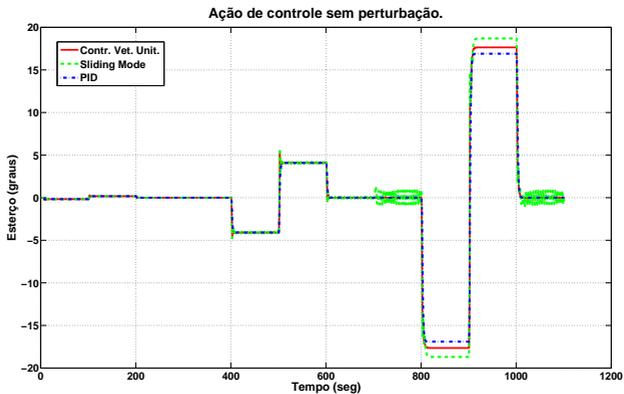


Figura 20 – Ação de controle do sistema sem perturbações.

amplitudes das oscilações do erro com o controle por modos deslizantes após a mudança de velocidade média para baixa (700seg).

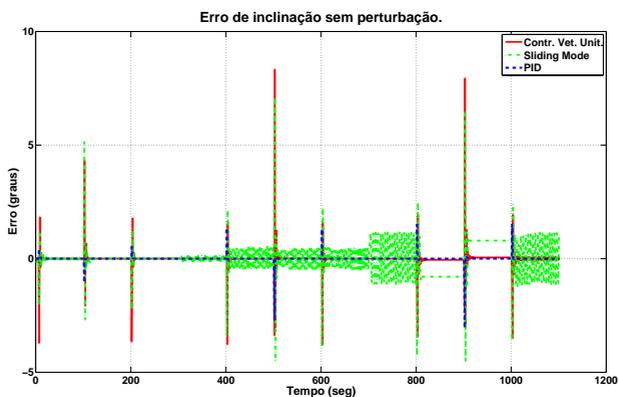


Figura 21 – Erro de inclinação do triciclo sem perturbações.

Tabela 2 – Erros de inclinação sem perturbação.

	Erro Méd. Quad.	Erro Máx. Abs.
Vetor Unitário	0,5226	8,3602
Modos Deslizantes	0,8950	6,9365
PID	0,1601	3,0543

6.3.2 Caso nominal, com perturbação

Para abranger as diversas condições de funcionamento, visando uma simulação realista de possíveis condições, é acrescentada uma sequência de perturbações externas aplicadas ao sistema. Especificamente, o vento lateral com média de $8m/seg$, e a rugosidade na pista gerando uma força vertical paralela ao eixo Z em cada roda do veículo.

Na Figura 22 observa-se o desempenho do sistema sob controle de inclinação com perturbação. Cabe ressaltar que o sistema de controle de velocidade, mostrado na Figura 23, não é afetado significativamente pelas perturbações.

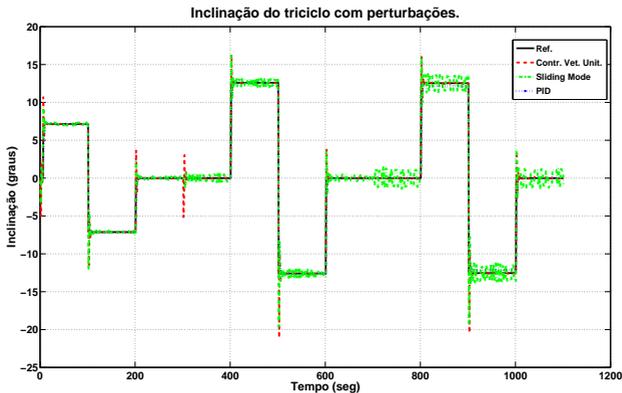


Figura 22 – Inclinação do triciclo com perturbações.

Na Figura 24 pode-se notar a influência das perturbações na ação de controle, sendo que o controle vetorial unitário apresenta

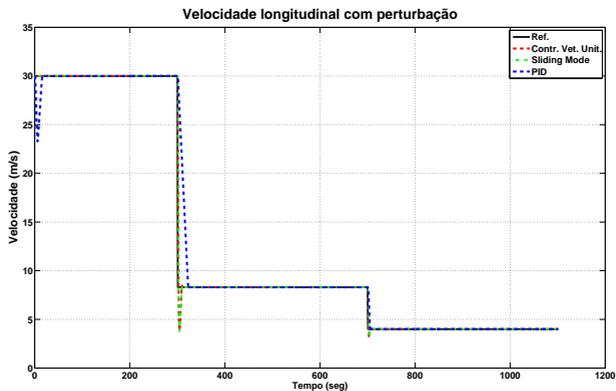


Figura 23 – Velocidade longitudinal do veículo com ação de perturbação.

amplitudes menores do que o controle por modos deslizantes. Por último são mostrados a comparação de erro de inclinação do triciclo na Figura 25 e na tabela 3 os resultados dos erros para o caso com perturbações.

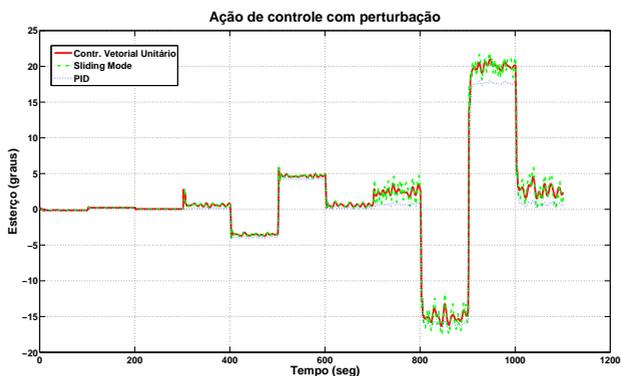


Figura 24 – Esterço do veículo (ação de controle) com perturbações.

Podemos concluir que a rugosidade da pista tem pouca influência sobre a resposta do sistema. No entanto, o vento lateral forte poderia causar grandes picos de inclinação, que são rapidamente rejeitados pelo

controlador.

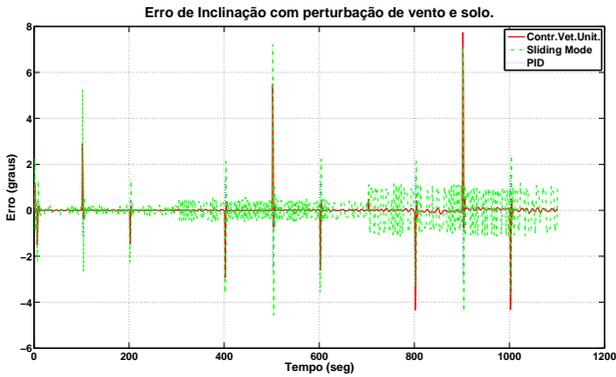


Figura 25 – Erro de inclinação do veículo com ação de perturbações.

Tabela 3 – Erros de inclinação com perturbação

	Erro Méd. Quad.	Erro Máx. Abs.
Vetor Unitário	0,5884	8,3390
Modos Deslizantes	0,8486	7,0235
PID	0,1604	3,0584

A análise dos efeitos com as das duas perturbações no sistema foi apresentada nesta subseção. A análise de cada perturbação por separado pode ser encontrada no Anexo A, no final deste texto.

6.4 ANÁLISE DE ROBUSTEZ

Nesta seção é feita uma análise da robustez do *Controle Vetorial Unitário* frente a mudanças de parâmetros físicos do veículo na ausência e presença de perturbações. O experimento consiste na simulação com variações de peso e altura do centro de massa entre valores máximos e mínimos determinados pela Tabela 4.

Tabela 4 – Valores nominais, máximos e mínimos considerados para as simulações de robustez.

	Mínimo	Nominal	Máximo
Altura (m)	0,6	0,8	1
Peso (kg)	300	400	500

Cabe ressaltar que todas as simulações apresentadas na seção anterior foram realizadas com valores nominais.

6.4.1 Caso não nominal, sem perturbação

As Figuras 26 e 28 mostram a inclinação do veículo com controle vetorial unitário com a variação de peso e valores de altura do centro de gravidade definidos na Tabela 4. Somente são apresentados os valores extremos da tabela, sendo estes casos suficientemente representativos. Mais resultados são mostrados no Anexo A.

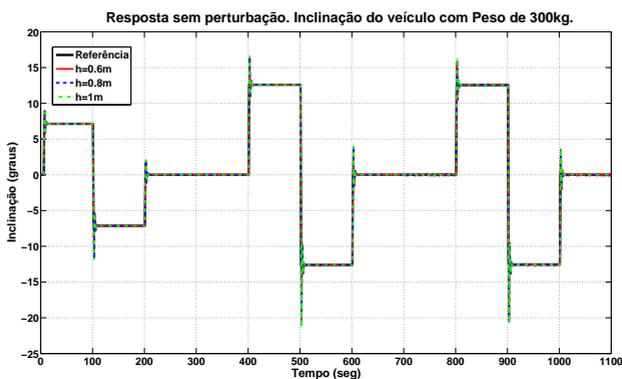


Figura 26 – Inclinação do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com 300kg de massa do veículo.

Para detalhar o comportamento na mudança de parâmetros, a Figura 27 mostra que para menor altura de centro de gravidade o sistema torna-se mais oscilatório a velocidades críticas (consideradas depois dos 700seg).

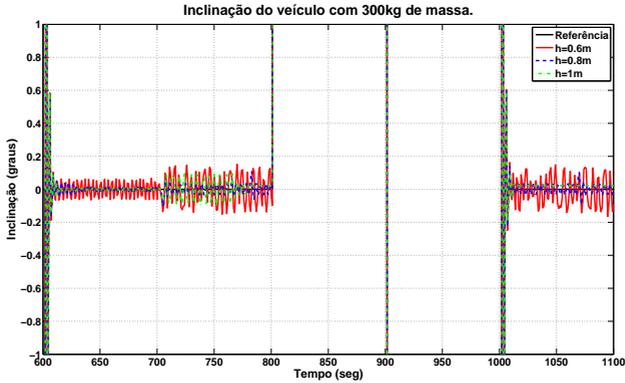


Figura 27 – Detalhamento das oscilações na estabilidade da inclinação do veículo entre 600 e 1100 segundos.

Na resposta da simulação da Figura 28 não se consegue estabilizar o sistema para um peso maior de 500kg com altura de $0,6\text{m}$, por isso foi desconsiderada essa resposta. Um detalhamento entre 900 e 1000 segundos da Figura 28 é mostrado na Figura 29.

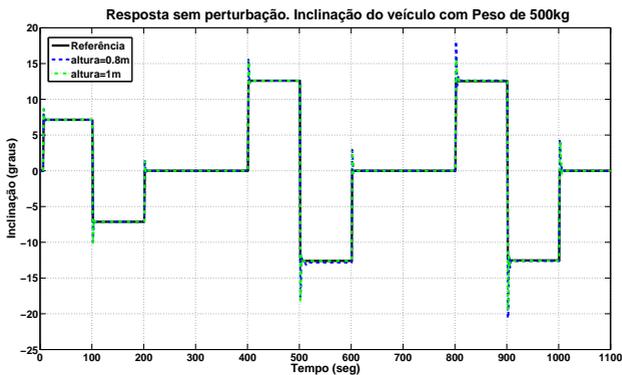


Figura 28 – Inclinação do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com 500kg de massa.

A Figura 29 mostra como o controle vetorial unitário não consegue seguir a referência para o trecho mostrado no detalhe com peso de 500kg e os dois valores de altura adotados. Para resposta mostrada com valor de $0,8\text{m}$ de altura possui um erro igual a $0,09$

graus com respeito a referência em quanto que para 1m de altura tem erro igual a 0,05 graus. Isto mostra a influência do parâmetro *peso* na análise.

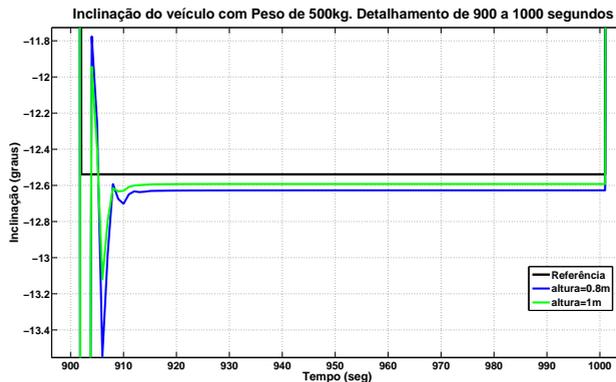


Figura 29 – Detalhamento entre 900 e 1000 segundos da inclinação do veículo com controle vetorial unitário com 500kg de peso.

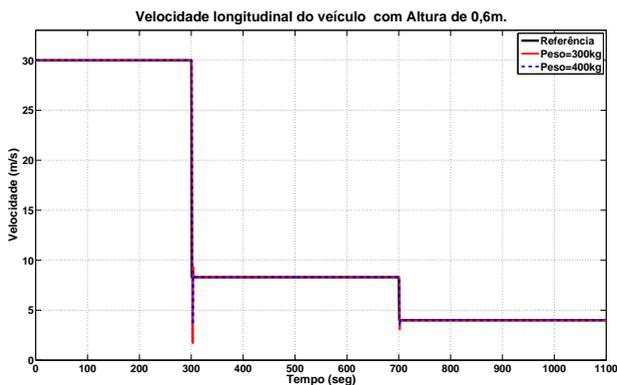


Figura 30 – Velocidade longitudinal do veículo com o controle vetorial unitário sem perturbações com 0,6m de altura de centro de gravidade.

Nas figuras 30 e 31 observa-se as respostas da velocidade longitudinal com as respectivas mudanças de peso e altura de centro de gravidade do veículo. Nota-se que para toda faixa de velocidades o

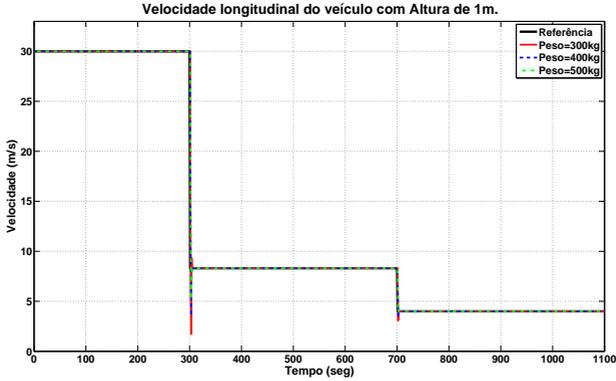


Figura 31 – Velocidade longitudinal do veículo com o controle vetorial unitário sem perturbações com 1m de altura de centro de gravidade.

controle vetorial unitário consegue seguir a referência com erro nulo em regime.

A velocidade longitudinal do veículo não se vê afetada pela variação de parâmetros físicos. O sobressinal que aparece em cada mudança de velocidade pode ser devido ao degrau utilizado como entrada na simulação.

A resposta ao esterço é mostrada na Figura 32. A Figura 33

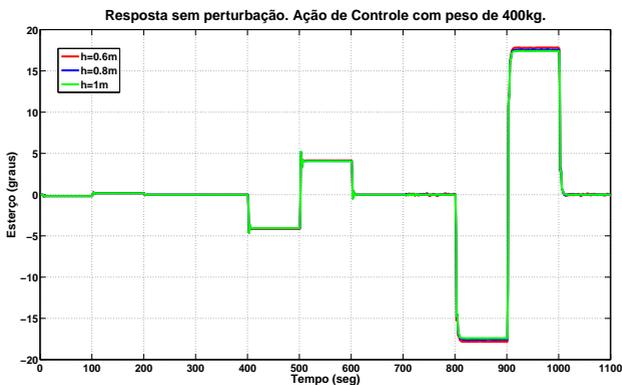


Figura 32 – Resposta ao esterço sem perturbação com 400kg com peso do veículo.

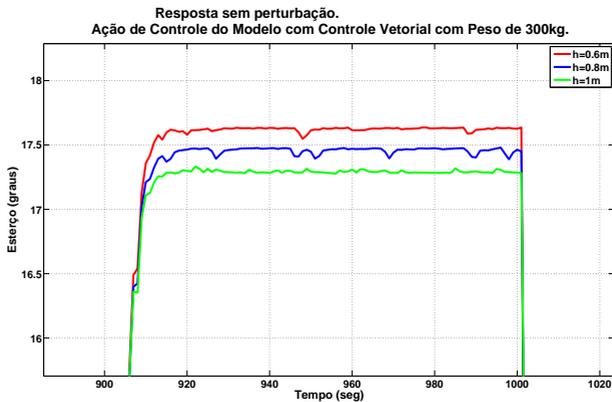


Figura 33 – Detalhamento entre 900 e 1000 segundos resposta ao estêrço sem perturbação com peso de 300kg.

mostra, com mais detalhe o estêrço do veículo (ação de controle) na situação considerada crítica com mudanças de parâmetros físicos. Pode-se notar maior ação correspondente a menor valor altura de centro de gravidade.

Na Figura 34 é mostrada a ação de controle para o valor máximo de altura de centro de gravidade referente à Tabela 4. Observa-se uma

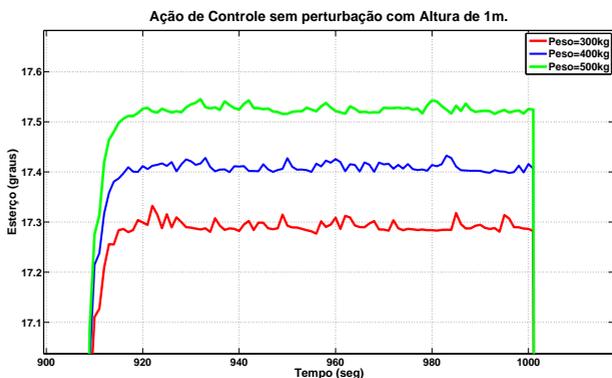


Figura 34 – Detalhe na ação de controle sem perturbação com 1m de altura do centro de gravidade.

diferença de apenas 0,11 graus de esterço entre cada peso testado.

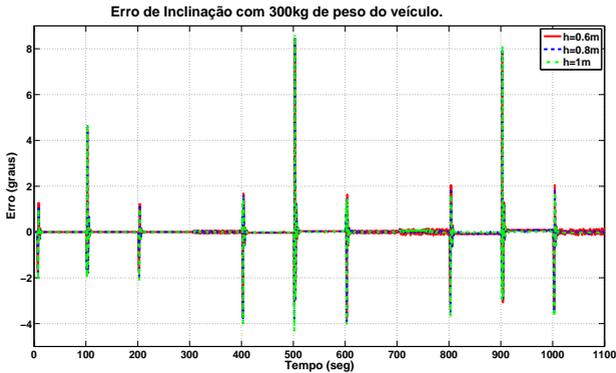


Figura 35 – Erro de inclinação sem perturbação com peso de 300kg e variação de altura de centro de gravidade.

A comparação do erro de inclinação com diferentes valores de altura do centro de gravidade com o peso de 300kg do veículo é mostrado na Figura 35. É interessante observar que, para menor valor de altura se tem maior amplitude no erro.

Na Tabela 5 são apresentados os erros obtidos para cada caso de peso e altura analisados na robustez do controle vetorial unitário para o caso sem perturbação. O controlador vetorial unitário se mostrou robusto nas mudanças de parâmetros físicos do veículo.

Tabela 5 – Erros nas simulações de robustez do controle vetorial unitário sem perturbações.

Peso(kg)	Altura (m)	Erros	
		Med. Quad.	Máx. Abs.
300	0,6	0,5074	8,3047
	0,8	0,5140	8,4650
	1	0,5258	8,5853
400	0,6	0,5474	8,2167
	0,8	0,5226	8,3602
	1	0,5204	8,4731
500	0,6	X	X
	0,8	0,5192	8,0793
	1	0,5656	8,3989

Para resumir o caso não nominal sem perturbação na análise de robustez do controle vetorial unitário, pode-se concluir que os valores mais críticos nas simulações correspondem a valores maiores de peso do veículo e valores menores de altura de centro de gravidade. Com estas considerações, este resultado tem muita importância na hora de testar o protótipo real do triciclo.

6.4.2 Caso não nominal, com perturbação

Analisando a robustez para o caso não nominal com perturbação são incluídas as perturbações de vento e solo. Nestas sub-seções serão mostradas os casos mais críticos para melhor interpretação. Mesmo assim todos os demais resultados podem ser vistos no Anexo A.

A Figura 36 mostra a resposta de saída de inclinação do triciclo sob ação de perturbações com $300kg$ de peso. O controle vetorial unitário consegue manter estável o veículo para vários valores de altura. Nota-se um sobressinal em cada mudança de esterço, no período de alta velocidade (até 300 segundos) devido às perturbações no sistema.

Um detalhamento entre 600 e 800 segundos da Figura 36 é mostrado na Figura 37. Observa-se maior amplitude de oscilação para menor valor de altura.

Na Figura 38 observa-se a inclinação do veículo com $0,6m$ de altura do centro de gravidade no detalhe de 200 a 400 segundos.

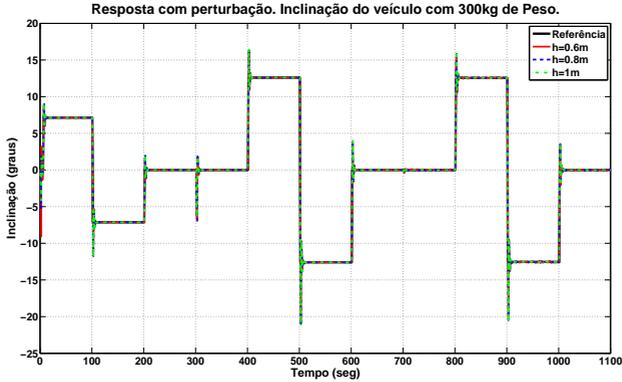


Figura 36 – Inclinação do veículo com controle vetorial unitário com perturbações com 300kg de peso do veículo.

Também é visível a influência da perturbação na resposta na mudança de velocidade aos 300 segundos. Como no caso não nominal sem perturbação, o controle vetorial unitário não consegue controlar a estabilidade de inclinação para 500kg . Por este motivo, essa resposta não é apresentada.

A resposta ao esterço com presença de perturbações e altura do centro de gravidade de 1m é mostrada na Figura 39. Têm-se uma maior

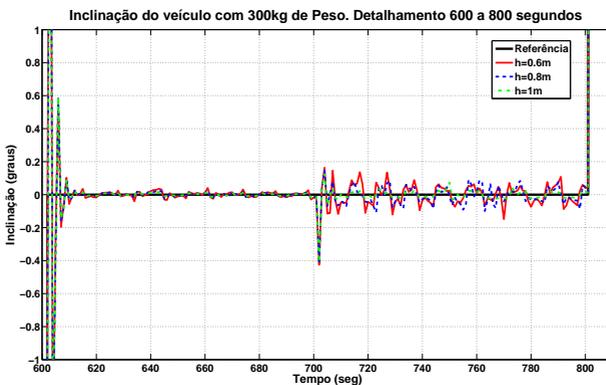


Figura 37 – Resposta da inclinação do veículo com controle vetorial unitário com perturbações com 300kg de peso entre 600 a 800 segundos.

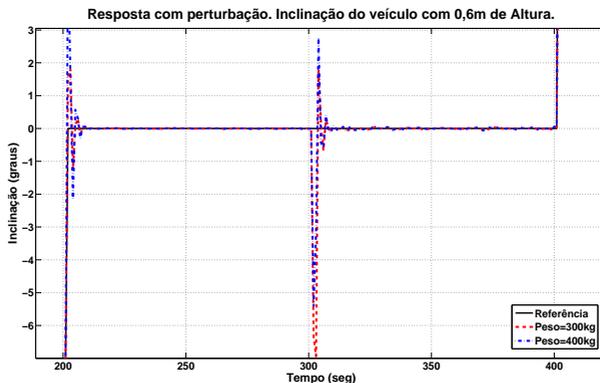


Figura 38 – Inclinação do veículo com perturbação com controle vetorial unitário com 0,6 m de altura de centro de gravidade. Detalhamento 200 a 400 segundos.

sensibilidade da ação de controle para o menor valor de peso causado pelos efeitos das perturbações.

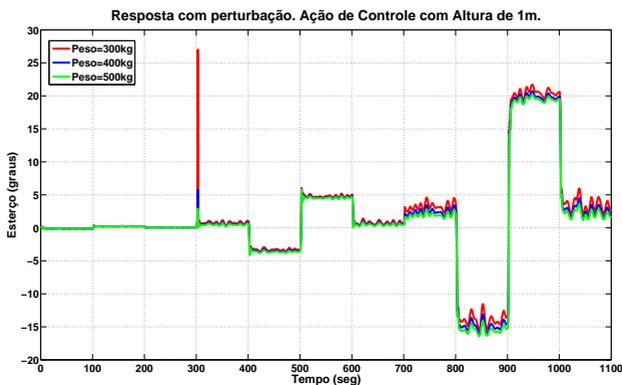


Figura 39 – Resposta ao esterço com perturbação com 1m de altura do centro de gravidade

A velocidade longitudinal é mostrada nas Figura 40. O controlador consegue cumprir com os objetivos de estabilidade e seguimento de referência, e os efeitos das perturbações são pouco vistos nestas respostas. O sobressinais vistos nos gráficos são devidos

ao fato de utilizar-se um degrau para cada mudança de velocidade, não sendo assim na realidade. Da mesma forma o controlador tem uma resposta rápida ao seguimento de referência.

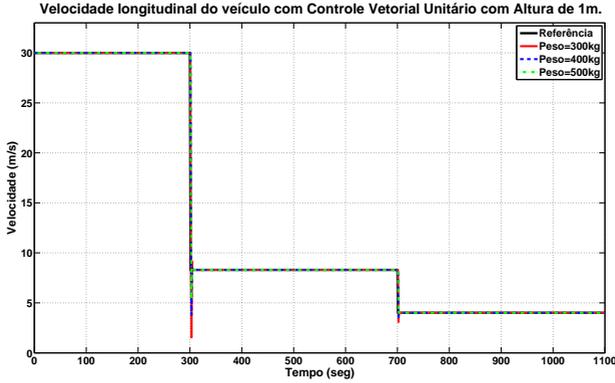


Figura 40 – Velocidade longitudinal do veículo com o controle vetorial unitário com perturbações com 1m de altura de centro de gravidade.

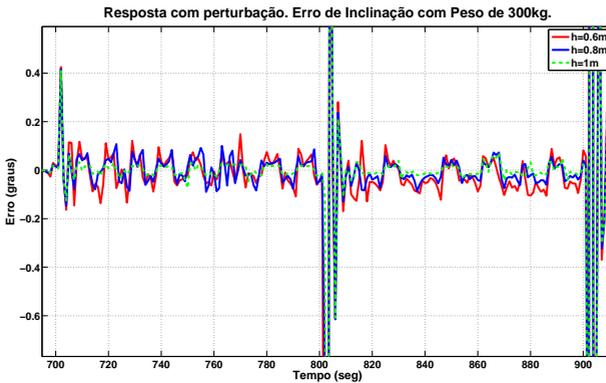


Figura 41 – Detalhamento de 700 a 900 segundos da resposta do erro de inclinação com perturbação com 300kg de peso.

A Figura 41 detalha os erros de inclinação do veículo entre 700 e 900 segundos para o peso de 300kg. É interessante notar a maior amplitude do erro para um menor valor de altura. O erro médio

quadrático e o erro máximo absoluto para os valores extremos da Tabela 4 como para os outros valores analisados são resumidos na Tabela 6. O maior erro absoluto encontrado corresponde ao menor peso com menor altura e também é interessante ressaltar que não foi possível controlar a estabilidade do triciclo com alturas de $0,6m$ e $0,8m$ com $500kg$ de peso.

A Tabela 6 resume os erros para todos os casos de variação de parâmetros físicos do veículo.

Tabela 6 – Erros nas simulações de robustez do controle vetorial unitário com perturbações.

Peso(kg)	Altura (m)	Erros (graus)	
		Med. Quad.	Máx. Abs.
300	0,6	0,6502	9,0704
	0,8	0,6095	8,4480
	1	0,6026	8,5686
400	0,6	0,6812	10,9429
	0,8	0,5884	8,3390
	1	0,5696	8,4742
500	0,6	X	X
	0,8	X	X
	1	0,5920	8,4028

6.4.3 Conclusões

Neste capítulo foram apresentados os resultados de simulações no triciclo de 9 graus de liberdade. Em uma primeira parte fazendo uma comparação com outros controladores e mostrando o controle vetorial unitário satisfazendo todos os requisitos solicitados pelo controle e estabilidade.

O controle vetorial unitário projetado com o modelo da bicicleta e aplicado ao modelo do triciclo foi comparado com controladores utilizados em trabalhos anteriores apresentando um desempenho dinâmico satisfatório. Os resultados de simulação mostram que o controle vetorial unitário apresenta menos oscilações na ação de controle e, como consequência, menores solicitações aos atuadores e aos sistemas mecânicos do veículo. O controle vetorial unitário foi testado em condições de perturbação externa e variação

de parâmetros físicos do veículo apresentando bons resultados em termos de robustez.

Observou-se que para valores menores de altura com maior valor de peso o sistema torna-se mais oscilante chegando, em alguns casos, a instabilizar o sistema.

Para o caso sem perturbações podemos dizer que a variação da altura do centro de massa influencia mais nas respostas dinâmicas que as variações de peso.

Estes resultados são importantes para o projeto do sistema real (protótipo), mostrando as características desejáveis e limites do sistema de controle.

O principal resultado é que o *Controle Vetorial Unitário* mostra-se estável e robusto com relação a variações nos parâmetros físicos do veículo, com ações de controle mais suaves, tornando este controle como uma opção mais de escolha para a implementação como controlador para o veículo protótipo.

7 CONCLUSÃO DO TRABALHO

Este trabalho foi motivado na ideia de oferecer uma alternativa de solução para a problemática de mobilidade urbana atual, ao que se refere ao transporte individual. O crescimento do número de veículos tem provocado poluição no ambiente, causando doenças na população, além de congestionar o tráfego e ocupar espaços para estacionamento. A proposta de um veículo mais leve, de menor tamanho, com menor consumo de combustível, capaz de transportar até dois passageiros com segurança e conforto apresenta-se como uma alternativa viável com respeito aos veículos convencionais.

Uma das características críticas para este tipo de veículo é sua instabilidade inerente especialmente quando se realizam curvas. Para tratar este problema o objetivo deste trabalho foi controlar a inclinação do veículo em movimento de forma automática e imperceptível para o motorista. O controle consegue estabilizar a inclinação do veículo em curvas através da direção e velocidade dados pelo motorista.

O controlador implementado no trabalho consiste em uma abordagem do controle por modos deslizantes, especificamente o caso particular do controle vetorial unitário, aplicado ao modelo de nove graus de liberdade do triciclo. Este controle consiste em uma técnica de controle não-linear aplicada a sistemas multivariáveis.

O modelo dinâmico de uma bicicleta e sínteses de cálculos do controlador foram utilizados para o estudo. A estratégia de controle foi validada por simulação, atendendo a diversas condições críticas de funcionamento. O controlador foi comparado com outros controladores de trabalhos anteriores, mostrando-se, ao mesmo nível, robusto e viável como uma opção a mais de escolha.

Como este trabalho segue a linha de pesquisa de trabalhos prévios, uma contribuição feita é uma melhora na modelagem da perturbação de vento, sendo possível simular rajadas de vento mais realistas.

Como resultado dos trabalhos realizados até o momento, um artigo foi submetido para publicação no Congresso Brasileiro de Automática CBA2012.

7.1 PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS

Algumas sugestões de trabalhos a ser realizados a partir dos resultados obtidos nesta dissertação são:

- Validação do modelo do triciclo através de medições e ensaios com o protótipo, atualmente em fase de construção;
- A inclusão do motorista no modelo do triciclo para permitir a análise do comportamento do veículo na condução de um caminho pré-determinado;
- Aplicação do controle no protótipo real para comparação dos resultados teóricos e validação do modelo.

REFERÊNCIAS

- ASHMORE., C. Through the eyes of colin ashmore. *Engineering Management Journal*, p. 16, 2006.
- BRINK, C. V. D.; KROONEN, H. Dvct m - the banking technology driving the carver. *7th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, 2004.
- CARLO, R. A. D.; ZAK, S. H.; MATTHEWS, G. P. Variable structure control of nonlinear multivariable systems: A tutorial. In: IEEE. [S.l.], 1988.
- CARVER. *Carver History*. Maio 2012.
<<http://www.conceptcarz.com/view/makehistory/515,0/Carver>>.
- CONTROLAR. *Controlar - Legislação*. Maio 2012.
<<http://www.controlar.com.br/>>.
- EDWARDS, C.; SPURGEON, S. K. *Sliding Mode Control: Theory and Applications*. [S.l.]: London: Taylor & Francis Ltd, 1998.
- FARIA, M. G. D. *Controle de inclinação baseado em esterço para veículo de três rodas de cambagem variável*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2010.
- GEHRE, C.; VETTER, D.; HAPPEEK. Protection of the lower extremities in two and three wheelers with safety cell. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE ENHANCED SAFETY OF VEHICLES. [S.l.], 2001.
- GLOBO, J. *Carros são usados para transporte individual*. Setembro 2011. Foto.
<<http://www.g1.globo.com/carros/noticia/2011/09/carros-sao-usados-para-transporte-individual-aponta-pesquisa-do-ipea.html>>.
- GOHL J; RAJAMANI, R.; STARR, P.; ALEXANDER, L. *Development of a novel tilt-controlled narrow commuter vehicle- final report*. [S.l.], 2006.
- HAWKEN, P.; LOVINS, A.; LOVINS, H. *Capitalismo Natural: Criando a Próxima Revolução Industrial*. 1st. ed. [S.l.]: Cultrix, 1999. 331 p.

IPEA. *Poluição Veicular Atmosférica. Comunicado Nro. 113*. Setembro 2011. <<http://www.ipea.gov.br/portal/>>.

IRTAD. *Road Safety Annual Report 2011*. [S.l.], 2011. <<http://internationaltransportforum.org/irtadpublic/pdf/11IrtadReport.pdf>>.

JOHANNSEN H; LASEK, L.; SOHR, S.; KRAMS, P. Safety concept for narrow track urban vehicles in innovative occupant and partner crash protection. In: PROCEEDINGS OF VEHICLE SAFETY 2010. [S.l.], 2003.

KIDANE, S.; ALEXANDER L; RAJAMANI, R.; STARR, P. A fundamental investigation of tilt control systems for narrow commuter vehicles. *Vehicle System Dynamics*, v. 46, p. 295–322, 2008.

LARICA, J. N. Design de transporte: Arte em função da mobilidade. *Rio de Janeiro: PUC-Rio*, p. 216, 2003.

LOPENSINO, J. J. *Uma Nova Concepção de Veículo de Transporte Urbano de Passageiros*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

MANGIALARDI, L.; MANTRIOTA, G. Dynamic behaviour of wind power systems equipped with automatically regulated continuously variable transmission. *Renewable Energy*, p. 185–203, February 1996.

NICOLAZZI, L.; RAFAGNIN, A.; TRAUTWEIN, H. *Relatório Técnico*. [S.l.], 2010.

OICA. *World auto production reached 80.1 million in 2011*. Maio 2012. <<http://oica.net/wp-content/uploads/press-release-press-conference-20120307.pdf>>.

RIBEIRO, J. M. de S. *Controle Discreto com Modos Deslizantes em Sistemas Incertos com Atraso no Sinal de Controle*. Tese (Doutorado) — UNESP, 2006.

ROQUEIRO, N.; COLET, E. F.; FARIA, M. G. de. A sliding mode controlled three wheeled narrow vehicle. *Int. J. Vehicle Design.*, no prelo.

ROQUEIRO, N.; FARIA, M. G. D.; FOSSAS, E. Sliding mode controller and flatness based set-point generator for a three wheeled narrow vehicle. In: IFAC. *18th IFAC World Congress*. [S.l.], 2011. p. 11925–11930.

ROQUEIRO, N.; FOSSAS, E. A sliding mode controlled three wheels narrow vehicle for two passengers. In: IEEE. *11th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*. [S.l.], 2010. p. 358–363.

SILVA, M. C. da. Análise dos sistemas individuais de transporte urbano: Propondo um conceito de veículo automotor para a mobilidade de até duas pessoas. *CEFET-SC, Florianópolis*, 2004.

SLOTINE, J. J.; LI, W. *Applied Nonlinear Control*. [S.l.]: Prentice Hall, 1991. 461 p.

UTKIN, V.; GULDNER, J.; SHI, J. *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems*. Second. [S.l.]: CRC Press, 2009. 485 p.

VIEIRA, R. S.; NICOLAZZI, L. C.; ROQUEIRO, N. Modelling a tilting three-wheeled narrow vehicle with six degrees of freedom. In: COBEM 2009, 20TH INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, GRAMADO, RS, BRAZIL. [S.l.], 2009.

VIEIRA R. S; PADILHA, R. S.; NICOLAZZI, L. C.; ROQUEIRO, N. Modeling and analysis of dynamic behavior of tilting vehicle. In: SAE TECHNICAL PAPER 2007. [S.l.], 2007.

ZHAO, L.; SONG, J.; LIU, H. Simulation study of wind power with continuously variable transmission. In: ICIEA 2007. 2ND IEEE CONFERENCE ON. *Industrial Electronics and Applications*. [S.l.], 2007. p. 2603–2605.

APÊNDICE A - Calculo dos Ganhos do Controlador

A.1 PROJETO DE SUPERFÍCIES DESLIZANTES E CONTROLE. MODELO DA BICICLETA. ALGORITMO COMPUTACIONAL

```

(*Definição dos parâmetros*)
Cx: frontal drag coefficient (aerodynamics)
rho: air density
A: vehicle frontal surface (aerodynamics)
m: vehicle mass
l: vehicle length
d: driving wheel diameter
n: transmission ratio
eta: transmission efficiency
a_{T_m}: engine gain
a_{delta}: steering actuator gain
b_{delta}: steering actuator time constant
C_{xt}: lateral drag coefficient (aerodynamics)
A_t: vehicle lateral surface (aerodynamics)

(*Bicycle Model*)
> restart;
> expr := {z[1](t)=z[1], z[2](t)=z[2], z[3](t)=z[3]
, z[4](t)=z[4], z[5](t)=z[5], z[6](t)=z[6]};
> with(Optimization);
> with(VectorCalculus); z[p] :=Vector(6);
> z[p][1] := z[2](t);
> z[p][2] := g*sin(z[1](t))+cos(z[1](t))*z[3](t)*z[5](t)
^2/1+psi*Vw^2*signum(Vw)*cos(z[1](t))
> z[p][3] := z[4](t);
> z[p][4] := -z[4](t)/b;
> z[p][5] := alpha*z[6](t)-beta*z[5](t)^2;
> z[p][6] := -z[6](t);

(*Sliding Surface*)
Errors of reference states:
> er[1](t):=z[1](t)-phi[ref];
> er[2](t):=z[5](t)-uref;
sigma[1]
Output's y1 relative degree is 4:
> sig[1](t):=150*er[1](t)+50*diff(er[1](t),t)+35*
diff(er[1](t),[t$2])+ 1 diff(er[1](t),[t$3]);
> sigma[1](t):=subs(diff(z[1](t),[t$3])=diff(z[p][2],t),

```

```

diff(z[1](t), [t$2])=z[p][2],diff(z[1](t),t)=z[p][1],
diff(z[3](t),t)=z[p][3],diff(z[5](t),t)=z[p][5],sig[1](t));
> Sa := subs(expr, sigma[1](t))
    sigma[2]
    Output's y5 relative degree is 2:
> sig[2](t):=5*er[2](t)+1*diff(er[2](t),t);
> sigma[2](t):=simplify(subs((&DifferentialD;
/(&DifferentialD;t)z[1](t) = z[p][1],(&DifferentialD;)
/(&DifferentialD;t) z[2](t)= z[p][2],(&DifferentialD;)
/(&DifferentialD;t) z[3](t)=z[p][3],(&DifferentialD;)
/(&DifferentialD;t) z[4](t)=z[p][4],(&DifferentialD;)
/(&DifferentialD;t) z[5](t)=z[p][5],(&DifferentialD;)
/(&DifferentialD;t) z[6](t)=z[p][6],sig[2](t)));
> Sb := subs(expr, sigma[2](t))
> Sliding := Vector([Sa, Sb]);

```

The jacobian of sliding surface:

```

> with(LinearAlgebra);
> G := Jacobian(Sliding, [z[1],z[2],z[3],z[4],z[5],z[6]]);

```

Important Matrices

Main Definitions:

```
> G: SS Jacobian
```

```
> B: Control Matrix
```

Auxiliary Matrices:

```
> B := Matrix(6, 2); B(4, 1) := a/b; B(6, 2) := aT;
```

```
> B;
```

```
> Id := IdentityMatrix(6);
```

```
> M := G.B;
```

```
> N := 1/M
```

(*The Sliding Mode approach - diagonalization*)

Procedure: Take the system: $\text{diff}(x(t),t) = f(x(t),t)+B(x(t),t)*u$

Define the transformation over the control "utr = ∇ ;sigma

*B*u, "where Q is a diagonal matrix

Modified Control law: $\text{utr}[i]=-\tau[i] \text{signum}(\text{sigma}[i]),$

Gains $\tau[i]$ ought to satisfy $\tau[i]>\text{abs}(\text{sum}(\text{Nabla}(\text{sigma}[ij]))*f(x, t)[j],j=1 \dots n)+\text{'\∂'}(\text{sigma}[i])/\text{'\∂'}(t))$

Real control law: $u = \text{utr}/[\text{Nabla}(\text{sigma})*B]$

Estimating $\tau[i]:$

Calculating $\text{aux1} = \text{Nabla}(\text{sigma}) f(x, t):$

```

> aux := G.subs(expr, z[p]):
  Considering sigma is not explicit function of time
  (references are being considered constants)
  (&PartialD;sigma[])/(&PartialD; t)=0:
> tau[1] := abs(aux[1])
> tau[2] := abs(aux[2])

(*Valores numéricos críticos das variáveis:*)
m = 500 [Kg]
l = 2.2 [m]
rho = 1.29 [Kg/m^3]
d = 0.55 [m]
A = 1 [m]
Cx = 0.4
n = 1
eta = 1
a_{Tm}= 1
a_{delta} =0.5
b_{delta} =0.5
g = 9.8 [m/s^2]
Vwind = 15 [m/s]
delta_max = 20.26 [deg] (0.356 rad)
phi_max = 12.5[deg] (0.218 rad)
u_max = 30 [m/s]
h = 1 [m]
Tm = 15.6 [Nm]

(*Calculation of alpha, beta and psi*)
> n:=1; eta:=1; m:=500; h:=1; d:=.55; A:=1;
  Cx:=.4; rho:=1.29; Cxt:=1; At:=1
> alpha := 2*n*eta/(m*d)
> beta := Cx*A*rho/(2*m)
> psi := rho*At*Cxt/(2*m*h)

(*Numerical values to be replaced into the gain:*)
> numvalues := {Vw=15, a=.5, aT=1, b=.5, g=9.8, l=2.2}

(*Defining critical values for variables and disturbance*)
Tilt angle (phi): z[1] variable [0.218]rad
Tilt rate (phi): z[2] variable 0
Steer angle (delta): z[3] variable [0.356]rad

```

```
Steer rate (delta): z[4] 0
Speed (u): z[5] variable [4]m/s
Torque: z[6] variable [15.6]N.m
Wind speed (Vw): [15]m/s
```

```
(*Calculating the gains tau[1] and tau[2]:*)
```

```
> CriticalValues := {Vw=15, z[1]=.218, z[2]=0,
  z[3]=.353, z[4]=0, z[5]=4, z[6]=15.6}
> tau[1] :=evalf(subs(numvalues,CriticalValues,tau[1]));
> tau[2] :=evalf(subs(numvalues,CriticalValues,tau[2]));
```

```
(*The transformed control law:*)
```

```
> utr := Vector([tau[1]*signum(sigma[1]),
  tau[2]*signum(sigma[2])]);
```

```
(*Calculating the real control vector:u = M-1.utr,
where M = G . B*)
```

```
(*The transformation matrix:*)
```

```
> T := evalf(subs(numvalues, CriticalValues, N));
```

```
(*The control vector:*)
```

```
> u := T.utr,
  u := Vector(2,{(1)=41.38877962*signum(sigma[1]),
  (2) = 56.66428928*signum(sigma[2])})
```

ANEXO A – Outros resultados

A.1 SIMULAÇÃO DO TRICICLO

Aqui são apresentadas os demais resultados que não foram mostrados no Capítulo 6, e outros resultados de análises feitos no trabalho de pesquisa.

A.1.1 Análise da perturbação de Solo

Aqui serão mostradas as comparações do controle vetorial unitário com os outros controladores só com a perturbação de solo, para de esta forma analisar o efeito de cada perturbação por separado.

A primeira simulação feita no triciclo foi à comparação sem perturbação representado no Capítulo 6. Os parâmetros físicos nominais do veículo definido para as simulações são **400kg** de peso e **0,8m** de altura do centro de gravidade. Outro dato importante é o valor dos coeficientes deslizantes do controlador por Modos de Deslizamento igual a $c_0=300$; $c_1=100$; $c_2=70$; $c_3=2$; e os coeficientes deslizantes do Controle Vetorial Unitário são $c_0=147$; $c_1=100$; $c_2=42$; $c_3=1$, com o Ganhos de Steering $\tau_1 = 1$ e Ganho de Velocidade $\tau_2 = 1$. Ver Figura 42, Figura 43, Figura 44, e Figura 45.

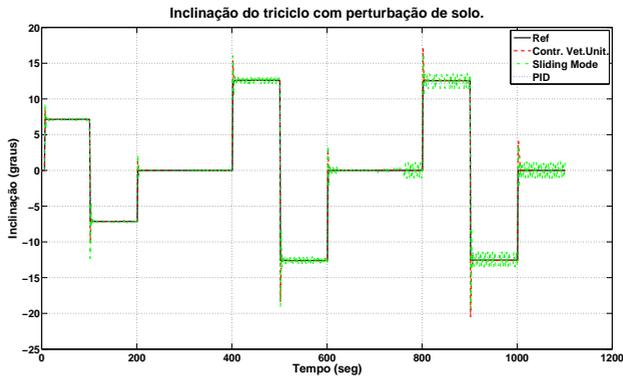


Figura 42 – Inclinação do veículo com perturbação de solo e valores nominais.

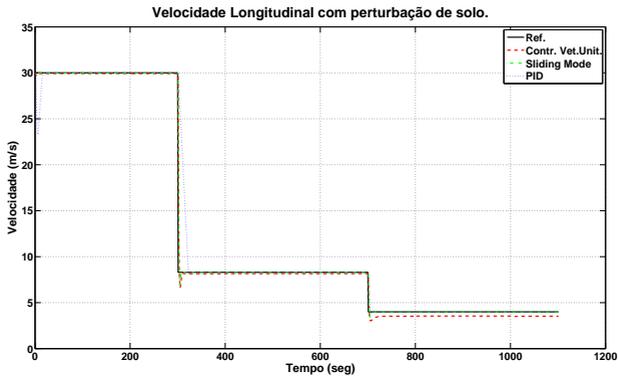


Figura 43 – Velocidade longitudinal com perturbação de solo e valores nominais.

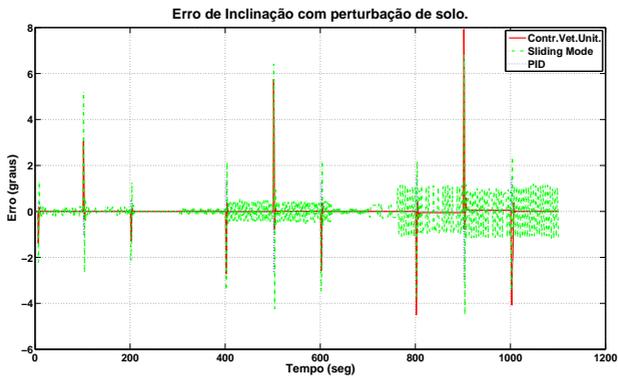


Figura 44 – Erro de inclinação do veículo com perturbação de solo e valores nominais.

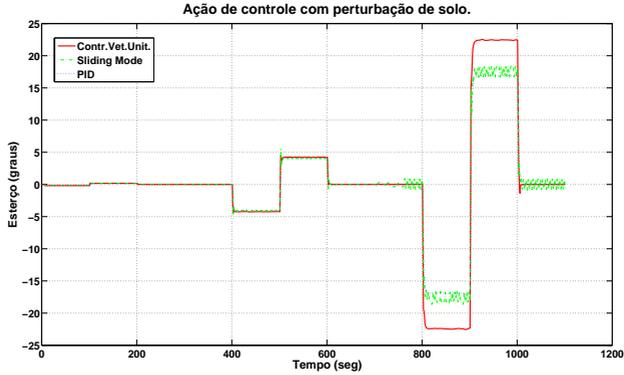


Figura 45 – Resposta ao esterço do veículo com perturbação de solo e valores nominais.

A.1.2 Análise da perturbação de Vento

Aqui serão mostradas as comparações do controle vetorial unitário com os outros controladores só com a perturbação de vento, para análise do efeito de esta perturbação no sistema. Ver Figura 46, Figura 47, Figura 48 e Figura 49.

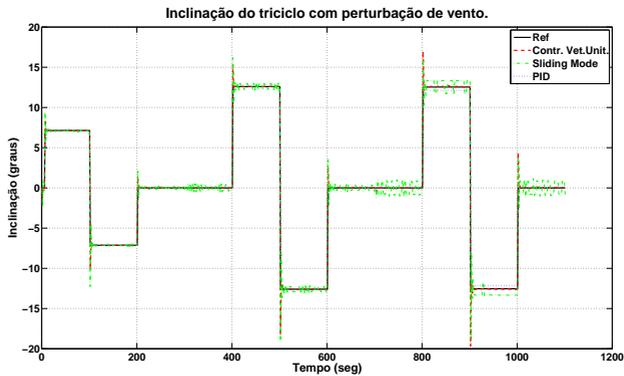


Figura 46 – Inclinação do veículo com perturbação de vento e valores nominais.

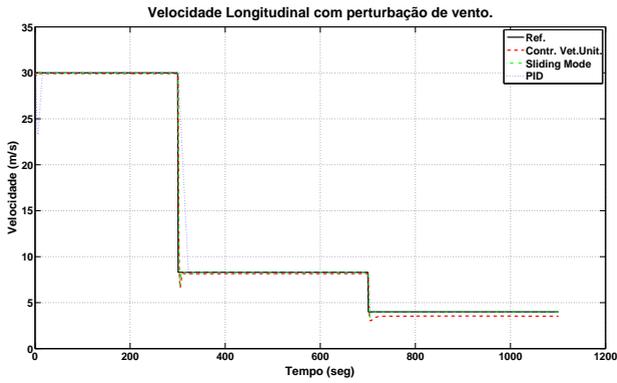


Figura 47 – Velocidade longitudinal com perturbação de vento e valores nominais.

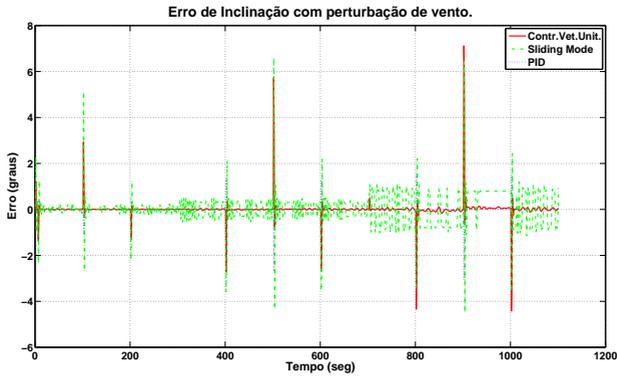


Figura 48 – Erro de inclinação do veículo com perturbação de vento e valores nominais.

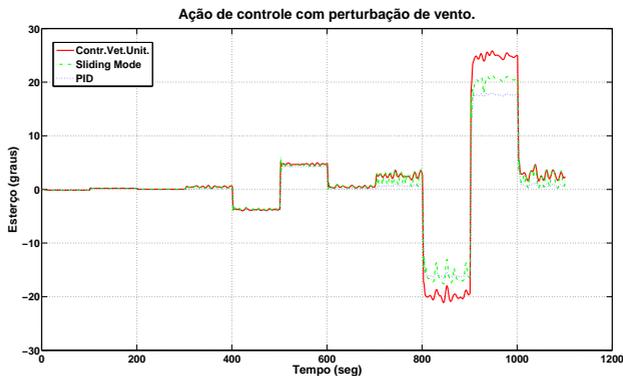


Figura 49 – Resposta ao esterço do veículo com perturbação de vento e valores nominais.

A.2 ANÁLISE DOS COEFICIENTES DE DESLIZAMENTO

Nesta seção são apresentados os resultados da análise dos coeficientes das superfícies de deslizamento do Controle Vetorial Unitário e do Controle por Modos Deslizantes.

A.2.1 Superfícies de deslizamento do Controle Vetorial Unitário

Nesta seção serão apresentadas as análises feitas para conseguir a melhor lei de controle para ser aplicado ao triciclo. Consiste na mudança dos coeficientes deslizantes do controle vetorial unitário.

São apresentadas a seguir as respostas de inclinação na Figura 50, à velocidade longitudinal na Figura 51, a ação de controle na Figura 52, e por último o erro de inclinação na Figura 53, para o caso sem perturbação e logo na sequência para o caso com perturbação.

Para o **caso nominal sem perturbação** correspondem as Figuras 50, 51, 52 e 53.

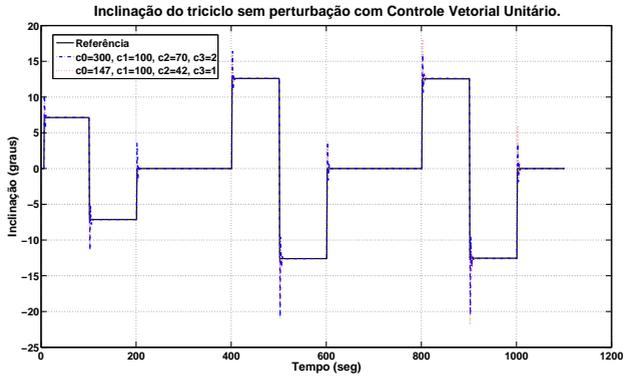


Figura 50 – Inclinação do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.

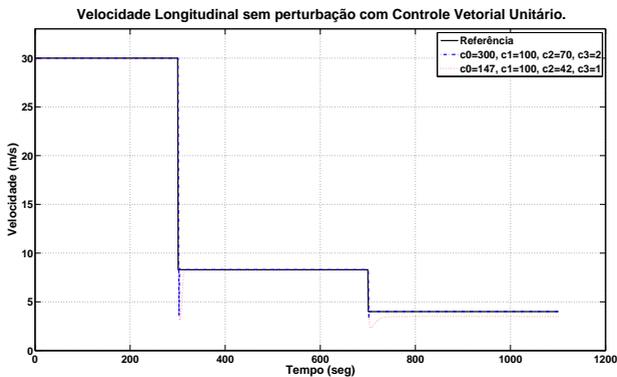


Figura 51 – Velocidade do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.

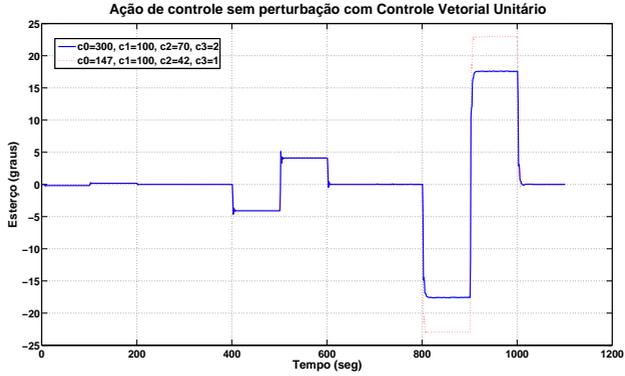


Figura 52 – Resposta ao estêreo do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.

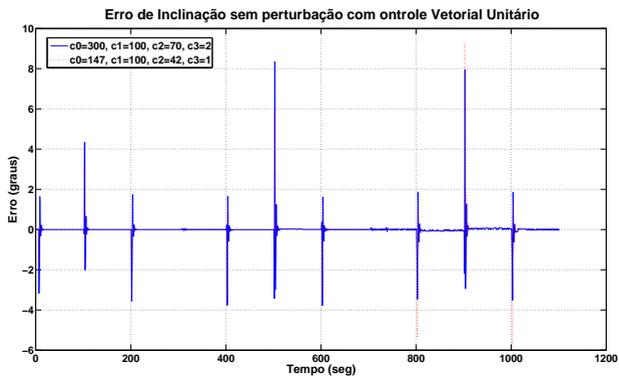


Figura 53 – Erro de inclinação do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.

Para o **caso nominal com perturbação** correspondem as Figuras 54, 55, 56 e 57.

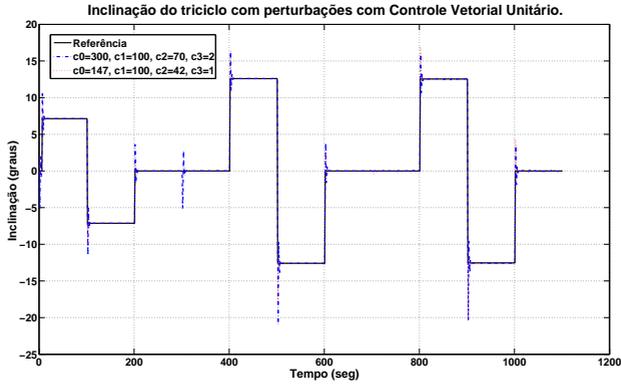


Figura 54 – Inclinação do veículo com controle vetorial unitário com perturbações e valores nominais.

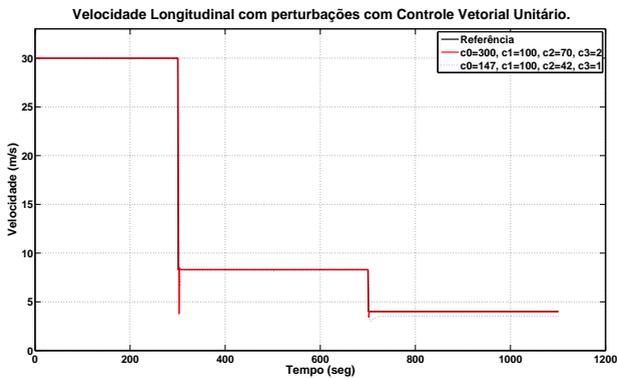


Figura 55 – Velocidade do veículo com controle vetorial unitário com perturbações e valores nominais.

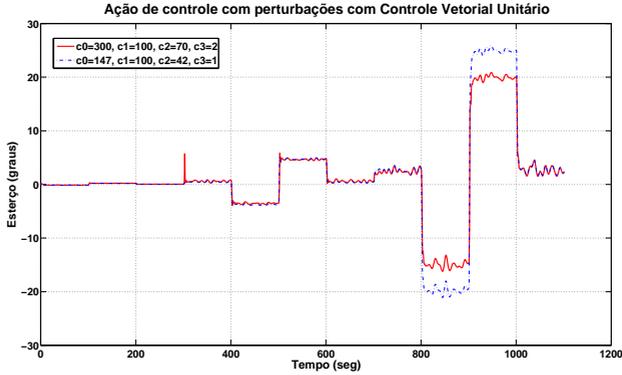


Figura 56 – Resposta ao estêreo do veículo com controle vetorial unitário com perturbações e valores nominais.

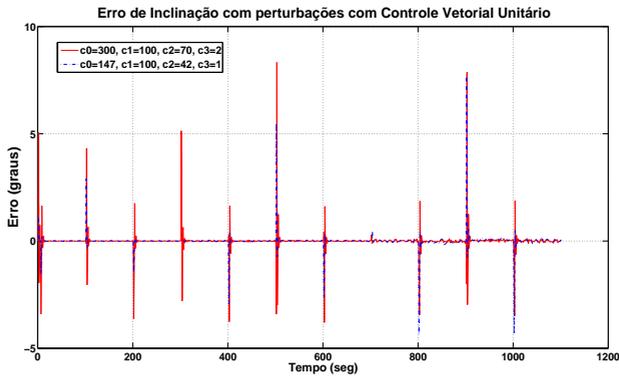


Figura 57 – Erro de Inclinação do veículo com controle vetorial unitário com perturbações e valores nominais.

A.2.2 Superfícies de deslizamento do Sliding Mode

Nesta seção se faz um comparativo da resposta do controlador por Modos Deslizantes com e sem perturbações com mudança de valores dos coeficientes de deslizamento com os parâmetros nominais do veículo (Peso= $400Kg$, Altura= $0.8m$).

As respostas para o **Caso Nominal Sem Perturbação** é

apresentado nas Figuras 58, 59, 60 e 61.

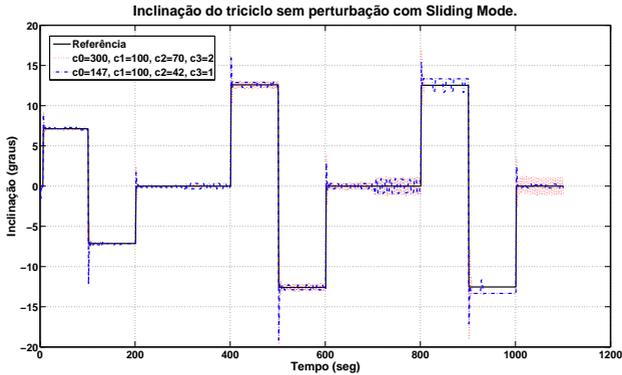


Figura 58 – Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com valores nominais.

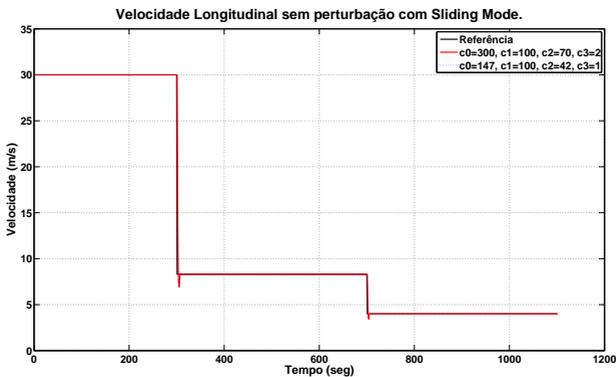


Figura 59 – Velocidade do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com valores nominais.

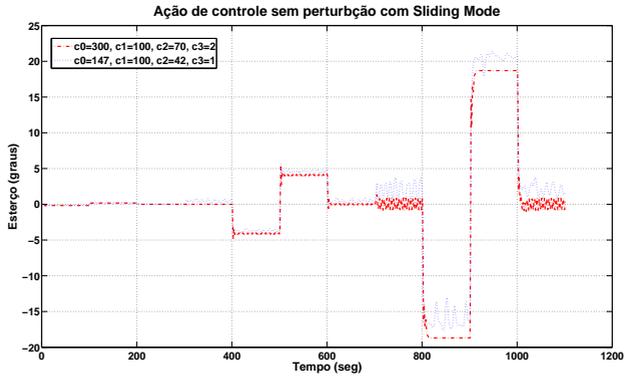


Figura 60 – Resposta ao estêrço do veículo por Sliding Mode sem perturbações com valores nominais.

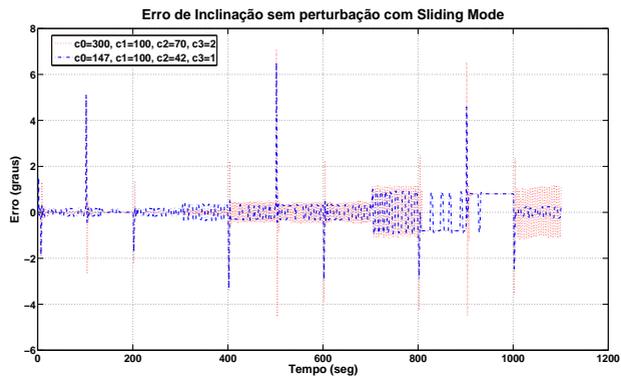


Figura 61 – Erro de inclinação do veículo por Sliding Mode sem perturbações com valores nominais.

Os resultados para o **Caso Nominal Com Perturbação** é apresentado nas Figuras 62, 63, 64 e 65.

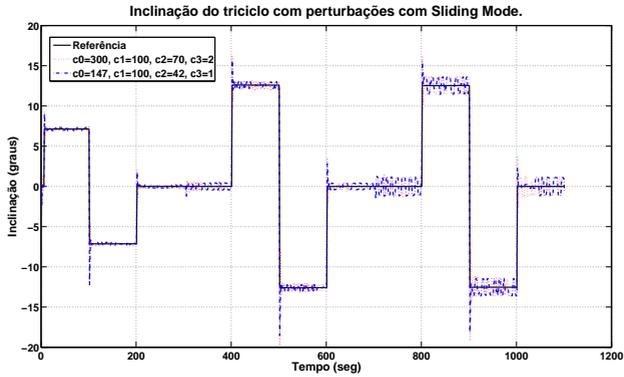


Figura 62 – Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com valores nominais.

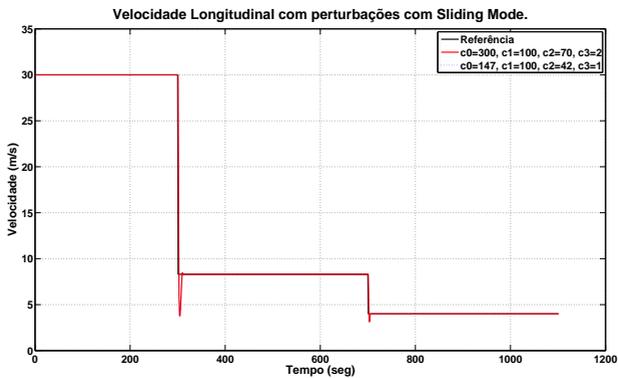


Figura 63 – Velocidade do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com valores nominais.

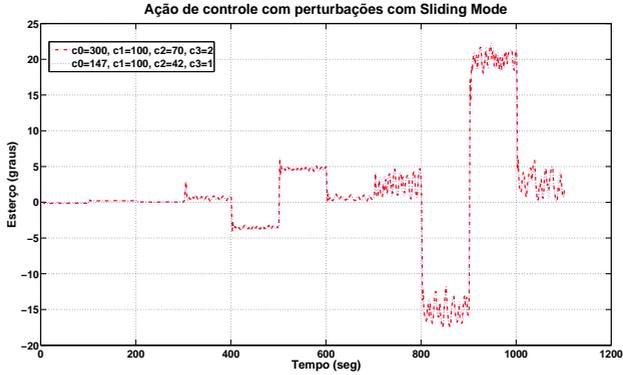


Figura 64 – Resposta ao estêrço do veículo por Sliding Mode com perturbações com valores nominais.

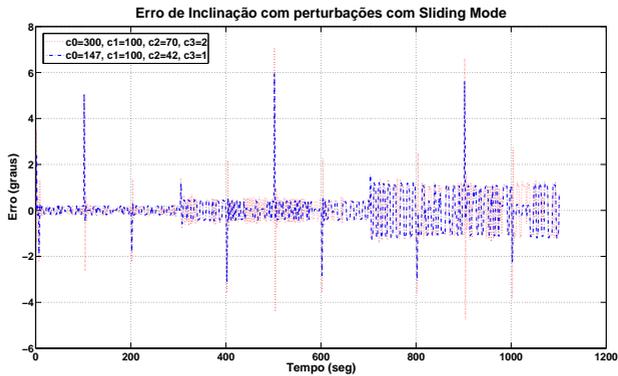


Figura 65 – Erro de inclinação do veículo por Sliding Mode com perturbações com valores nominais.

A.3 ANÁLISE DOS GANHOS DO CONTROLE VETORIAL UNITÁRIO

Nesta seção apresenta-se a análise dos Ganhos (τ_1 e τ_2) que correspondem as ações de direção (σ_1) e velocidade (σ_2) do Controle Vetorial Unitário com os coeficientes de deslizamento definidos como: $c_0 = 300$; $c_1 = 100$; $c_2 = 70$; $c_3 = 2$, para desta forma definir um

valor ótimo para implementação nas demais simulações do projeto. Os parâmetros físicos nominais do triciclo utilizados neste experimento são o peso igual a **400kg** e altura do centro de gravidade igual a **0,8m**.

Tabela 7 – Valores de Ganhos do Controle Vetorial Unitário

Ganhos	Direção	Velocidade
Valor 1	0.1	0.1
Valor 2	0.1	1
Valor 3	0.1	10
Valor 4	1	10
Valor 5	1	100
Valor 6	10	1

A.3.1 Caso sem perturbação

As respostas para o caso sem perturbação é apresentada nas Figuras 66, 67, 68 e 69.

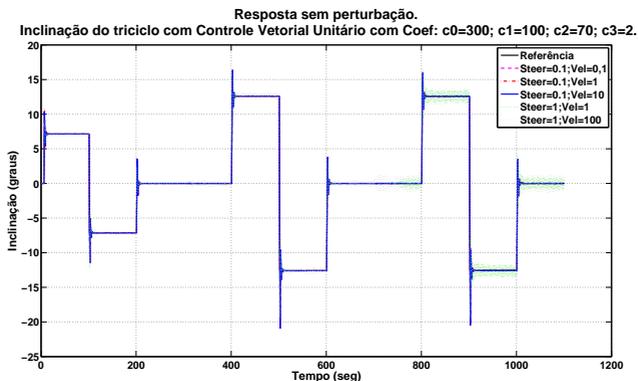


Figura 66 – Comparação de ganhos. Inclinação do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.

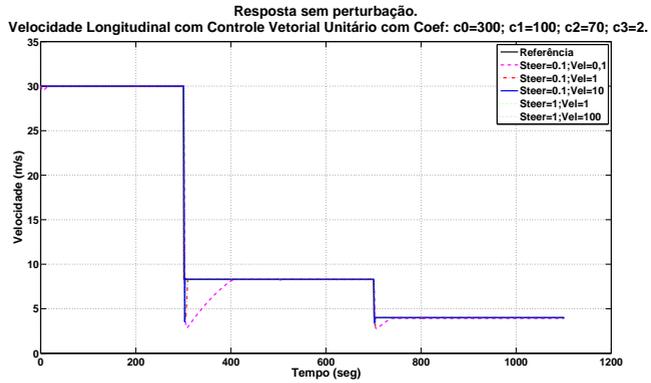


Figura 67 – Comparação de ganhos. Velocidade longitudinal do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.

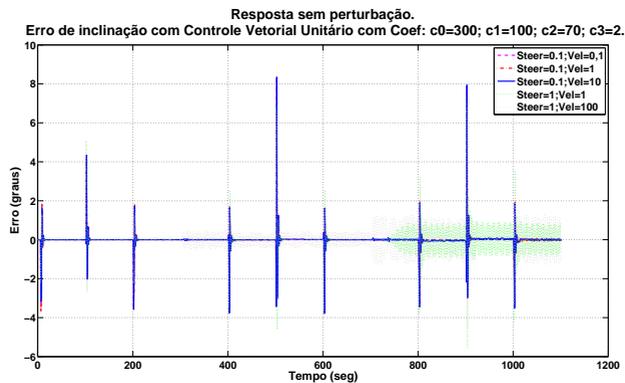


Figura 68 – Comparação de ganhos. Erro de inclinação com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.

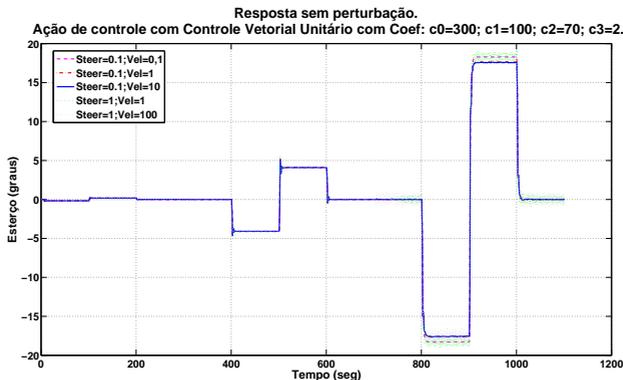


Figura 69 – Comparação de ganhos. Resposta ao estêrço do veículo com controle vetorial unitário sem perturbações com valores nominais.

A.3.2 Caso com perturbação

As respostas para o caso com perturbações são apresentadas nas Figuras 70, 71, 72 e 73.

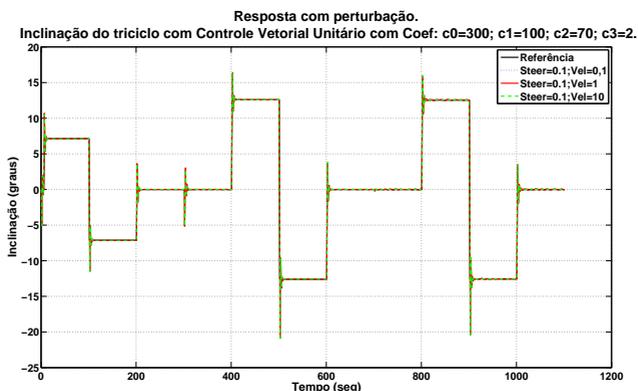


Figura 70 – Comparação de ganhos. Inclinação do veículo com controle vetorial unitário com perturbações com valores nominais.

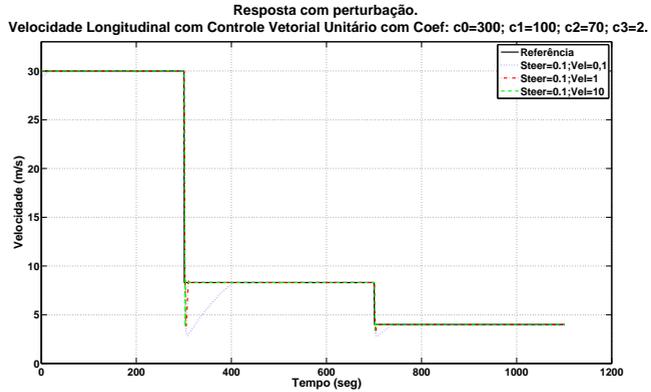


Figura 71 – Comparação de ganhos. Velocidade longitudinal do veículo com controle vetorial unitário com perturbações com valores nominais.

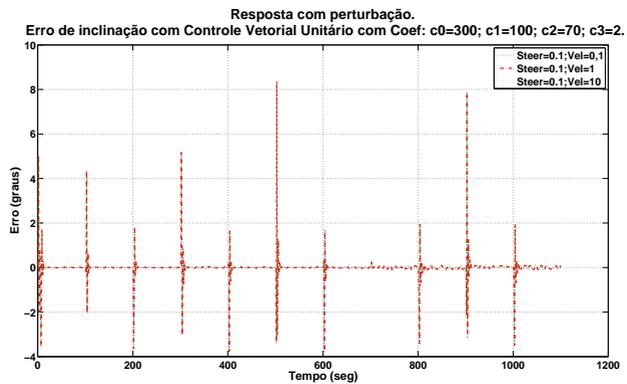


Figura 72 – Comparação de ganhos. Erro de inclinação com controle vetorial unitário com perturbações com valores nominais.

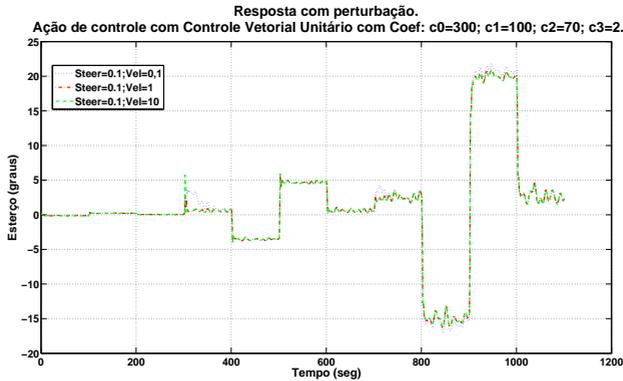


Figura 73 – Comparação de ganhos. Resposta ao esterço do veículo com controle vetorial unitário com perturbações com valores nominais.

A.4 ANÁLISE DE ROBUSTEZ DO CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES

Nesta seção é feita uma análise da robustez do *Controle por Modos Deslizantes* na mudança de parâmetros físicos do veículo, sem e com a inclusão de perturbações. O experimento consiste na simulação com variações de peso e altura do centro de massa entre valores máximos e mínimos determinados pela Tabela 4 do Capítulo 6.

A.4.1 Caso sem perturbação

O controlador por Modos Deslizantes não consegue manter a estabilidade da inclinação com peso de 300kg. Os resultados para o caso sem perturbações são apresentados nas Figuras 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80 e 81.

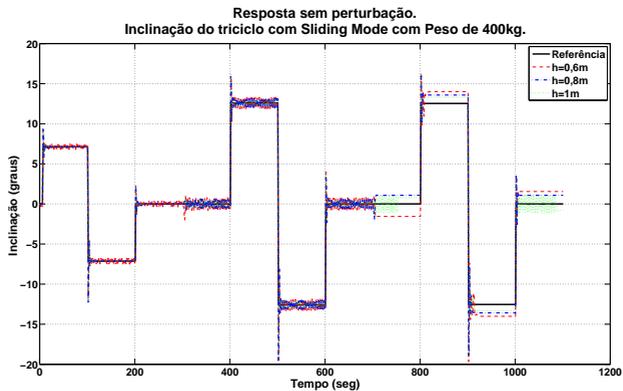


Figura 74 – Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

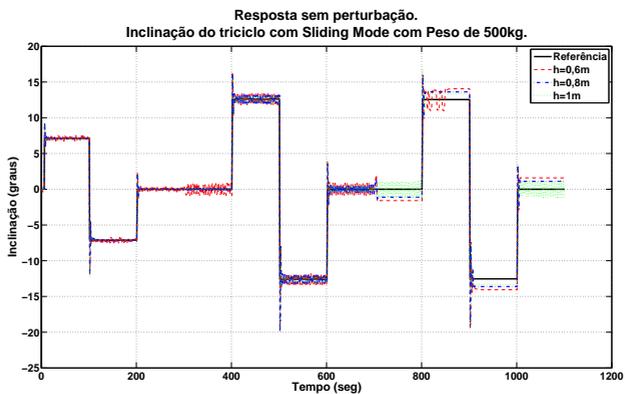


Figura 75 – Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

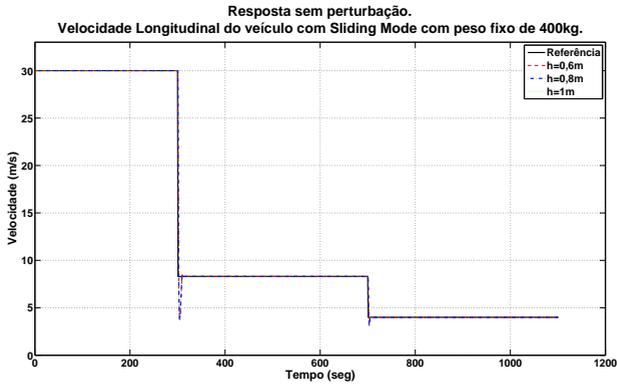


Figura 76 – Velocidade longitudinal do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

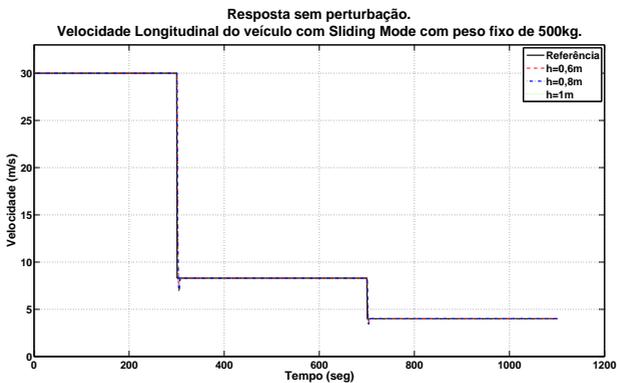


Figura 77 – Velocidade longitudinal do veículo com controle por Sliding Mode sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

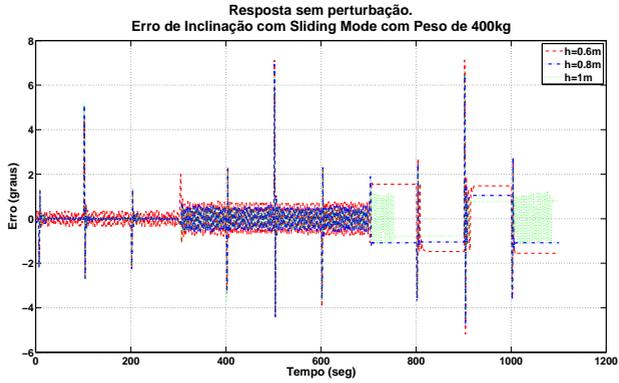


Figura 78 – Erro de inclinação com controle por Sliding Mode sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

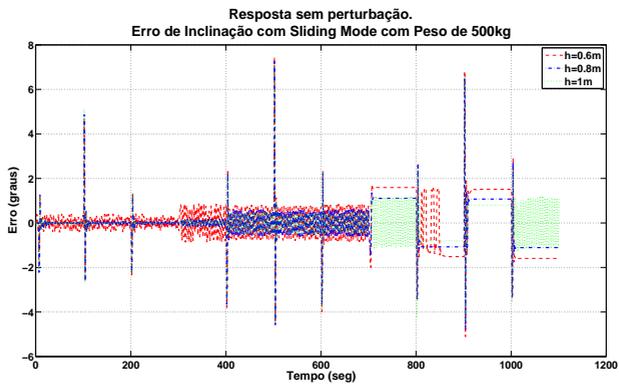


Figura 79 – Erro de inclinação com controle por Sliding Mode sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

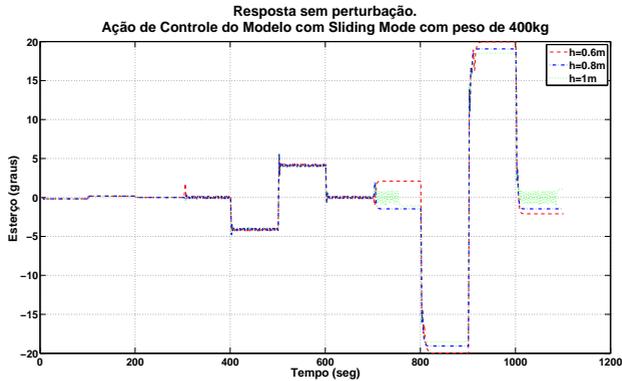


Figura 80 – Resposta ao esterço com controle por Sliding Mode sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

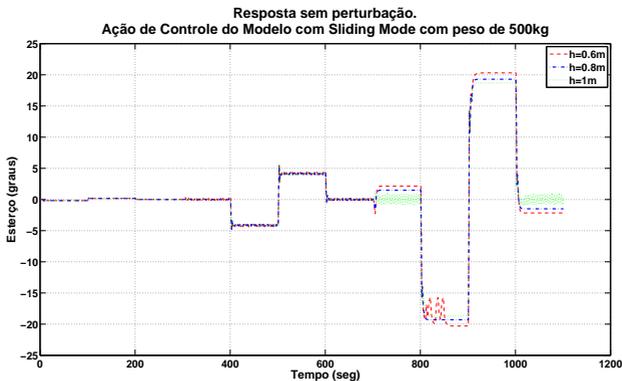


Figura 81 – Resposta ao esterço com controle por Sliding Mode sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

A.4.2 Caso com perturbação

O controlador por Modos Deslizantes não consegue manter a estabilidade da inclinação com peso de 300kg. Os resultados para o caso com perturbações são apresentados nas Figuras 82, 83, 84, 85, 86,

87, 88 e 89.

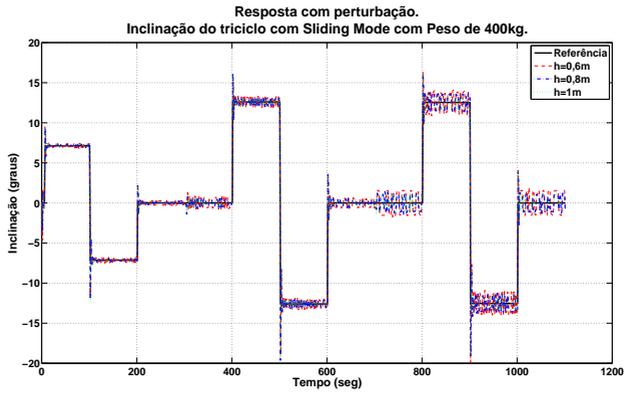


Figura 82 – Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

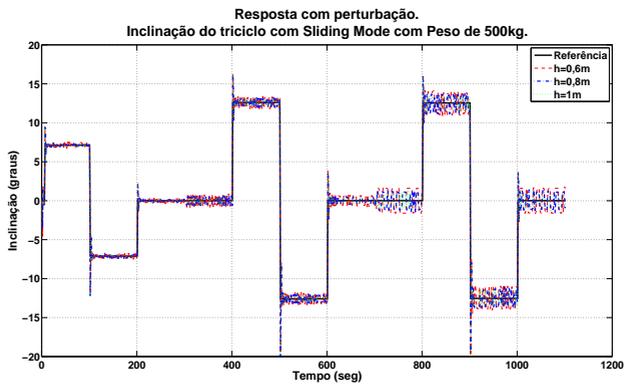


Figura 83 – Inclinação do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

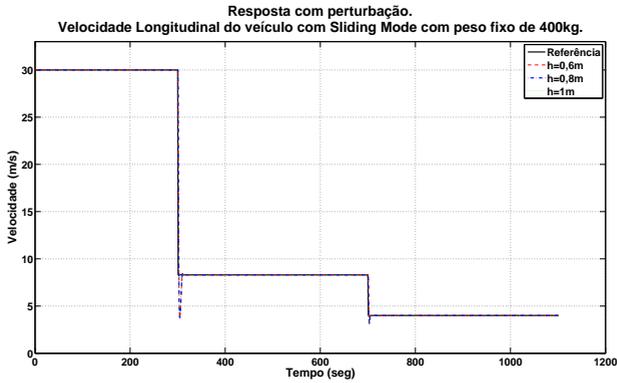


Figura 84 – Velocidade longitudinal do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

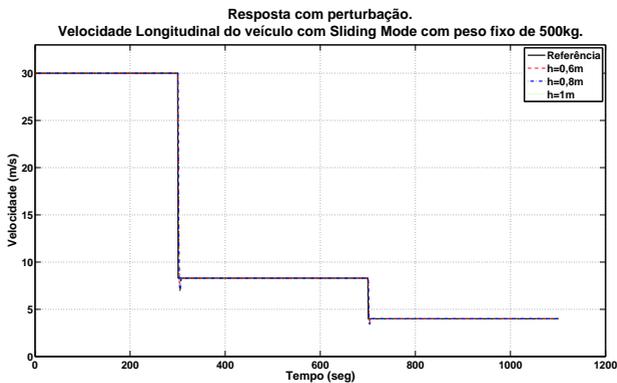


Figura 85 – Velocidade longitudinal do veículo com controle por Sliding Mode com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

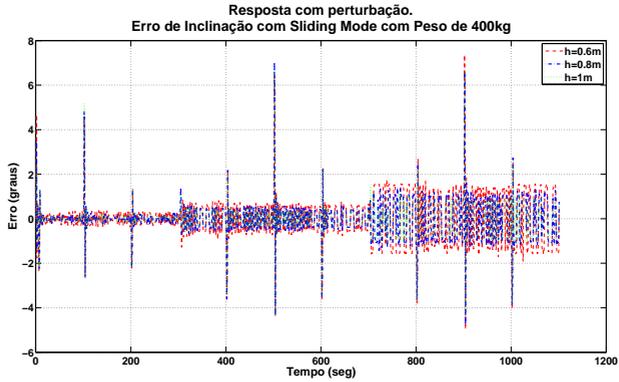


Figura 86 – Erro de inclinação com controle por Sliding Mode sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

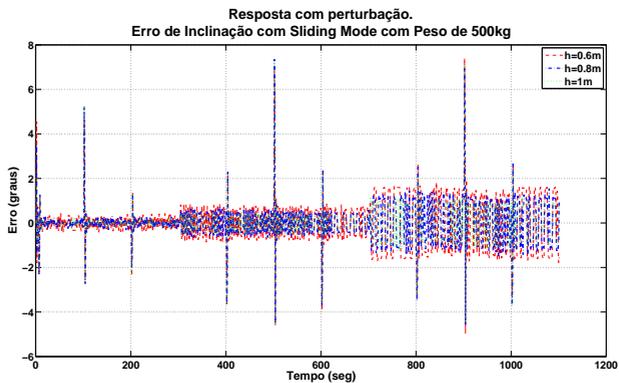


Figura 87 – Erro de inclinação com controle por Sliding Mode com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

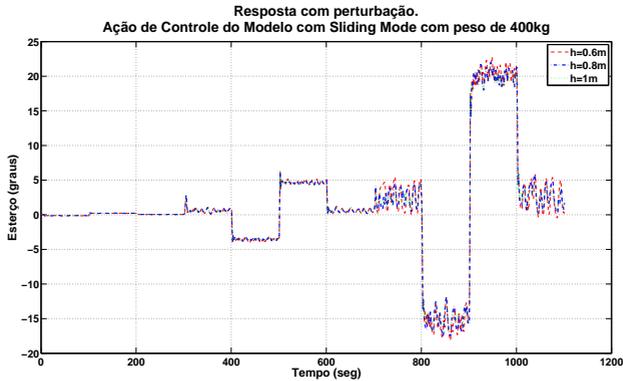


Figura 88 – Resposta ao esterço com controle por Sliding Mode com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

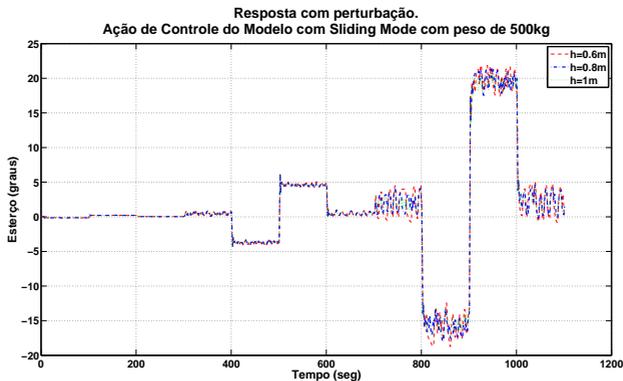


Figura 89 – Resposta ao esterço com controle por Sliding Mode com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

A.5 ANÁLISE DE ROBUSTEZ DO CONTROLE PID

Nesta seção é feita uma análise da robustez do *Controle PID* na mudança de parâmetros físicos do veículo, sem e com a inclusão de perturbações. O experimento consiste na simulação com variações

de peso e altura do centro de massa entre valores máximos e mínimos determinados pela Tabela 4 do Capítulo 6.

A.5.1 Caso sem perturbação

Os resultados para o caso sem perturbações são apresentados nas Figuras 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100 e 101.

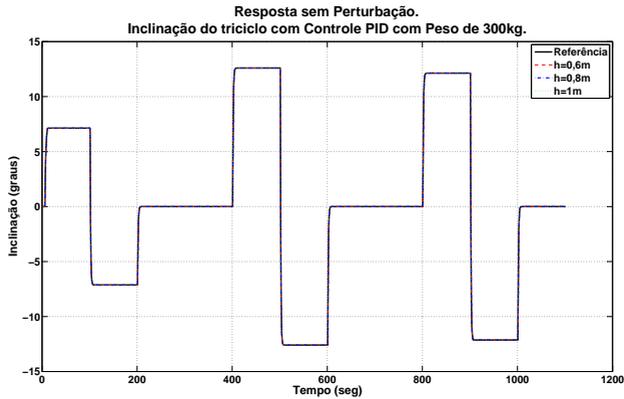


Figura 90 – Inclinação do veículo com controle PID sem perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

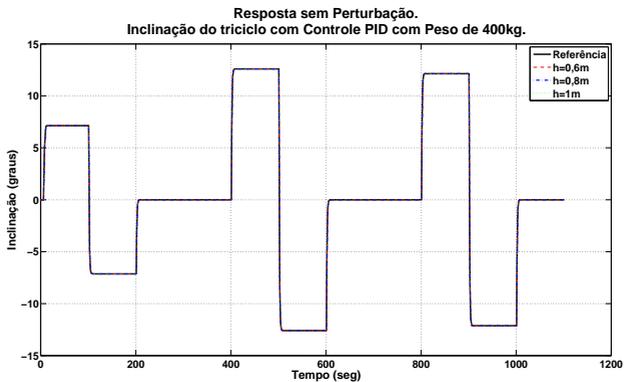


Figura 91 – Inclinação do veículo com controle PID sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

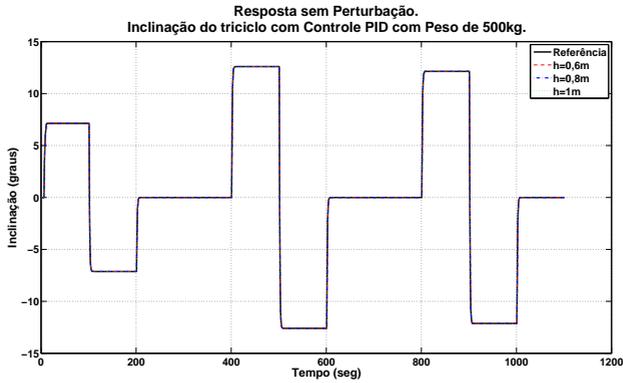


Figura 92 – Inclinação do veículo com controle PID sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

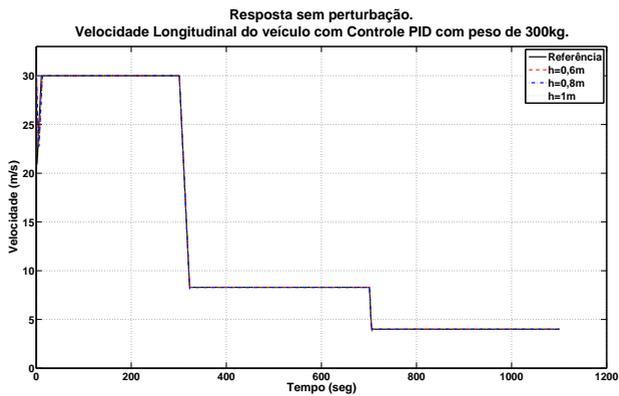


Figura 93 – Velocidade longitudinal do veículo com controle PID sem perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

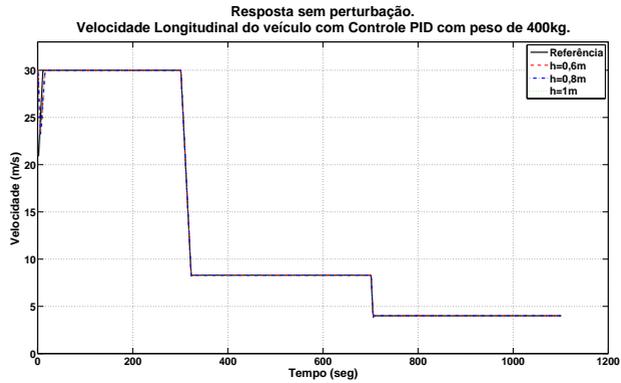


Figura 94 – Velocidade longitudinal do veículo com controle PID sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

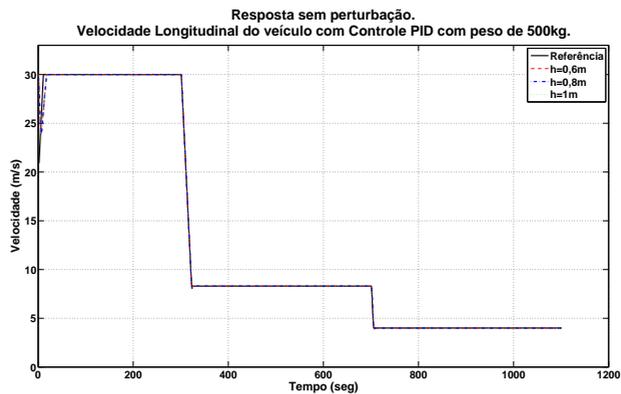


Figura 95 – Velocidade longitudinal do veículo com controle PID sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

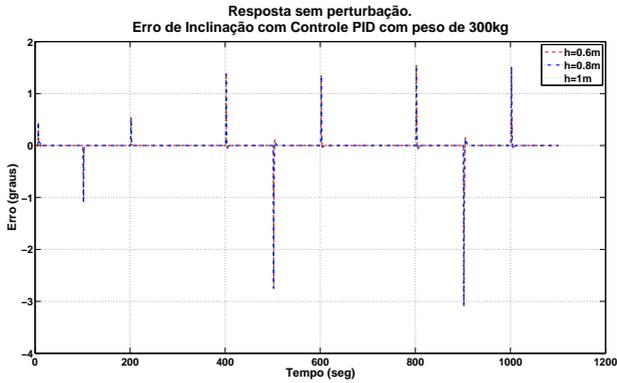


Figura 96 – Erro de inclinação com controle PID sem perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

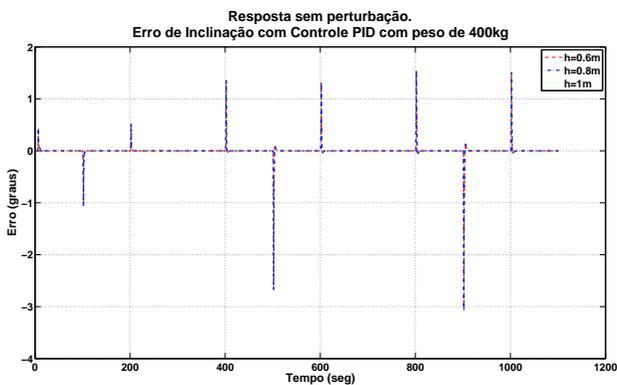


Figura 97 – Erro de inclinação com controle PID sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

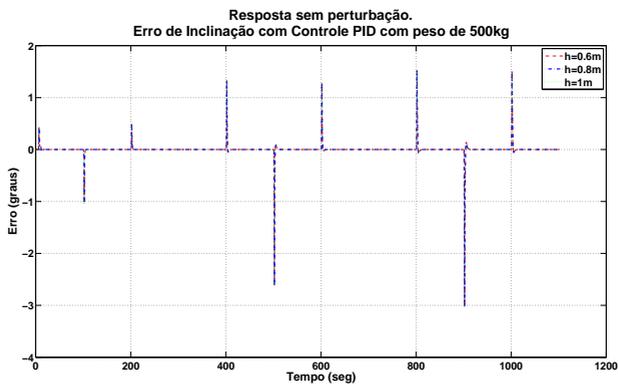


Figura 98 – Erro de inclinação com controle PID sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

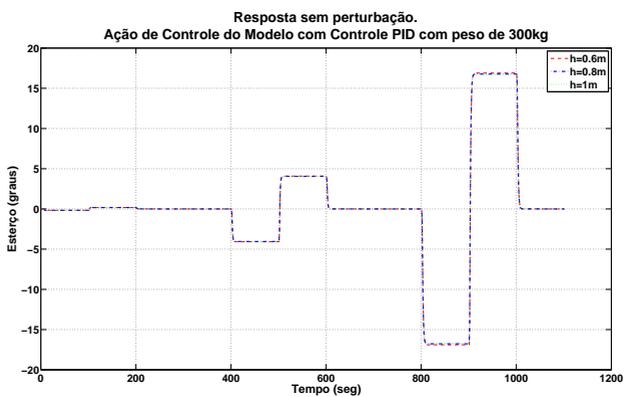


Figura 99 – Resposta ao estêrco com controle PID sem perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

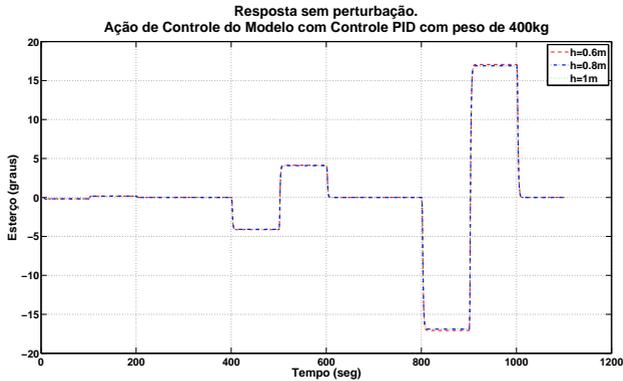


Figura 100 – Resposta ao esterço com controle PID sem perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

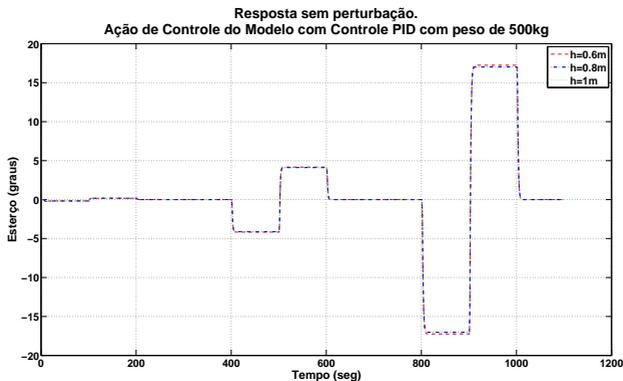


Figura 101 – Resposta ao esterço com controle PID sem perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

A.5.2 Caso com perturbação

Os resultados para o caso com perturbações são apresentados nas Figuras 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112 e 113.

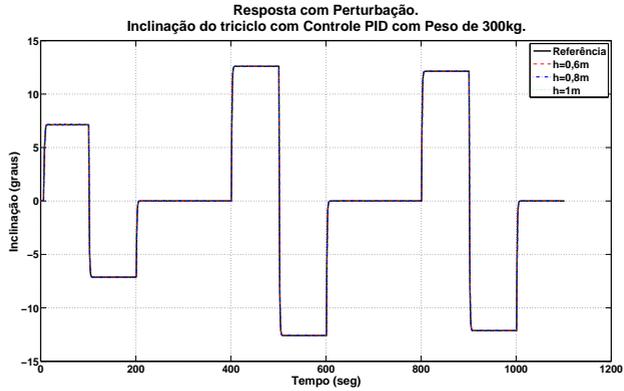


Figura 102 – Inclinação do veículo com controle PID com perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

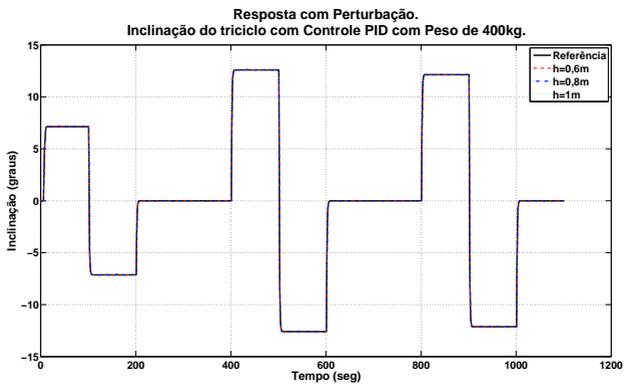


Figura 103 – Inclinação do veículo com controle PID com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

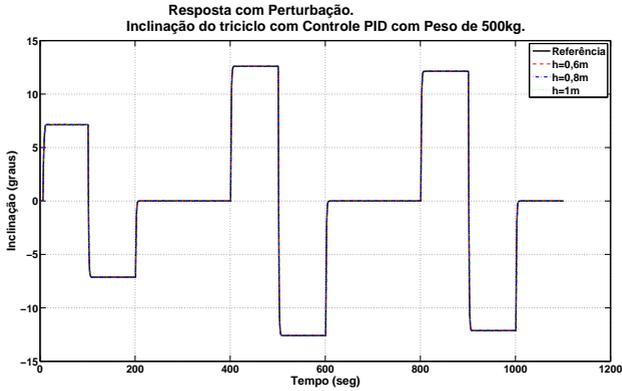


Figura 104 – Inclinação do veículo com controle PID com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

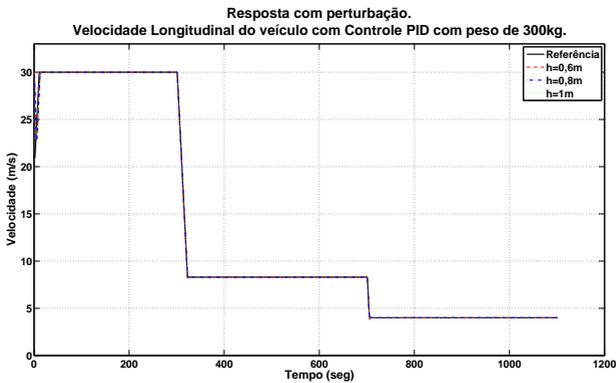


Figura 105 – Velocidade longitudinal do veículo com controle PID com perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

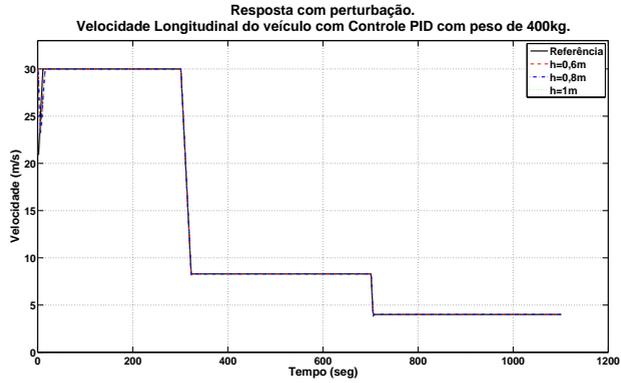


Figura 106 – Velocidade longitudinal do veículo com controle PID com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

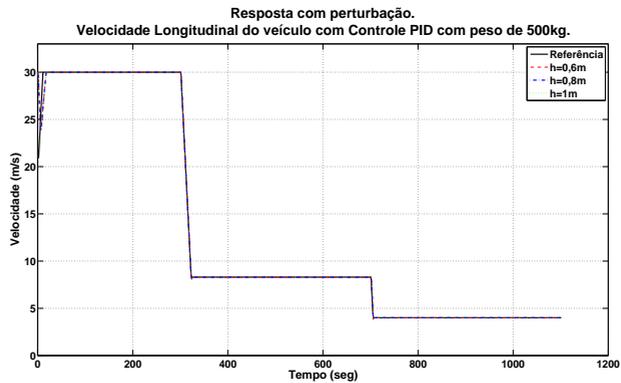


Figura 107 – Velocidade longitudinal do veículo com controle PID com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

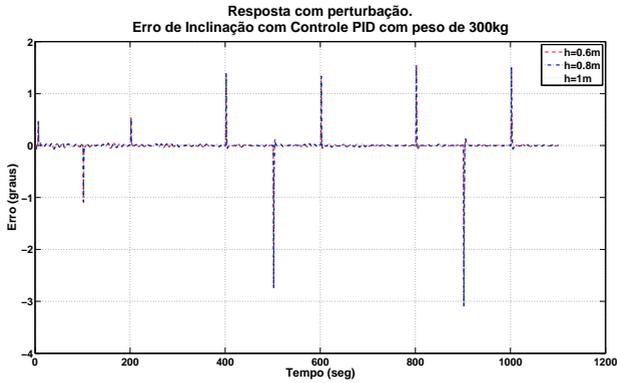


Figura 108 – Erro de inclinação com controle PID com perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

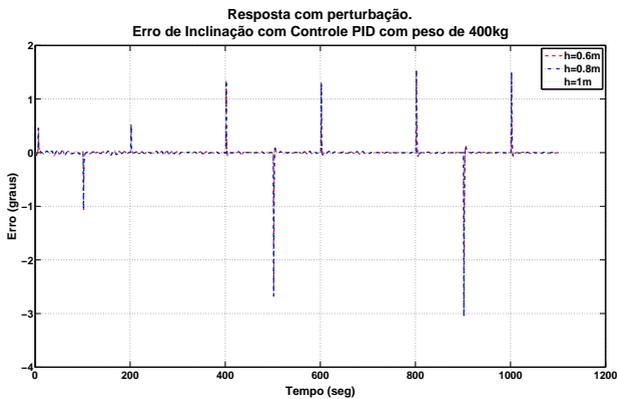


Figura 109 – Erro de inclinação com controle PID com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

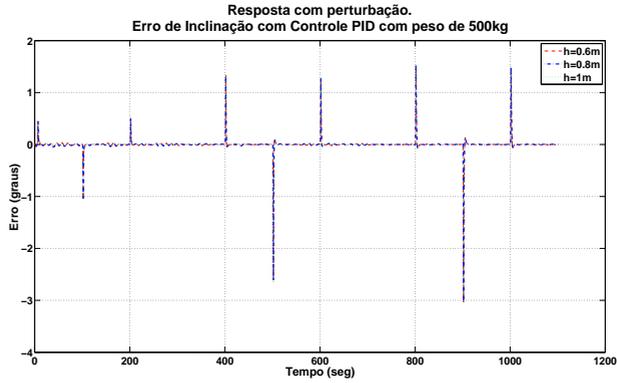


Figura 110 – Erro de inclinação com controle PID com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

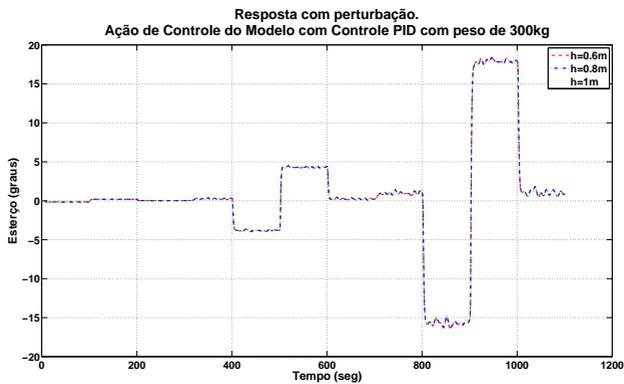


Figura 111 – Resposta ao esterço com controle PID com perturbações com 300kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

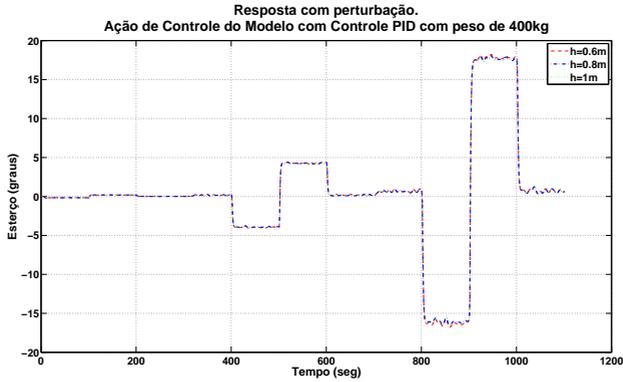


Figura 112 – Resposta ao esterço com controle PID com perturbações com 400kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.

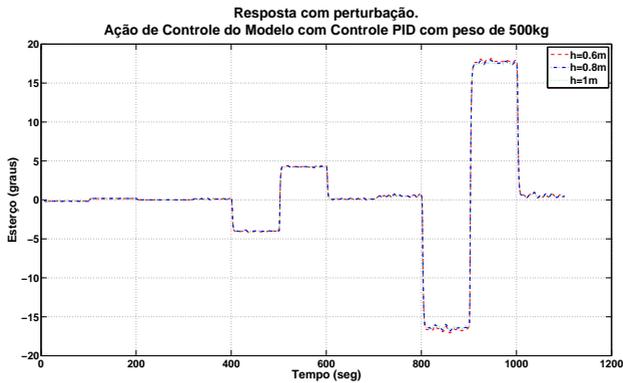


Figura 113 – Resposta ao esterço com controle PID com perturbações com 500kg de peso e variação de altura do centro de gravidade.