

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

Juan David Caicedo Aristizábal

**TÉCNICAS DE DUALIDADE E PROGRAMAÇÃO NÃO-
LINEAR INTEIRA-MISTA APLICADAS AO PROGRAMA
DIÁRIO DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Sistemas de Energia
Orientador: Prof. Dr. Edson Luiz da Silva.

Florianópolis

2012

Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária
da
Universidade Federal de Santa Catarina

C133t Caicedo Aristizábal, Juan David
Técnicas de dualidade e programação não-linear inteirami-
sta aplicadas ao programa diário da operação
eletroenergética [dissertação] / Juan David Caicedo
Aristizábal ; orientador, Edson Luiz da Silva. -
Florianópolis, SC, 2012.

161 p.: il., grafs., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia elétrica. 2. Programação não-linear. 3.
Sistemas de energia elétrica. I. Silva, Edson Luiz da. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

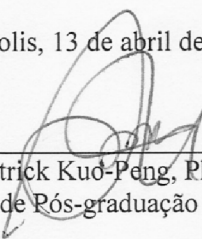
CDU 621.3

Juan David Caicedo Aristizábal

TÉCNICAS DE DUALIDADE E PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR INTEIRA-MISTA APLICADAS AO PROGRAMA DIÁRIO DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

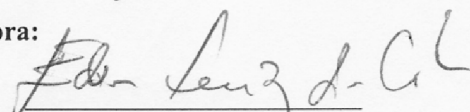
Florianópolis, 13 de abril de 2012.



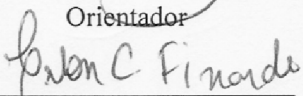
Prof. Patrick Kuo-Peng, Ph. D.

Coordenador do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

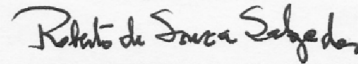
Banca Examinadora:



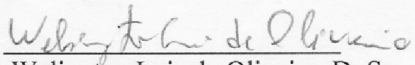
Prof. Edson Luiz da Silva, D. Eng.
Orientador



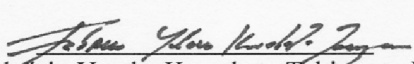
Prof. Erlon Cristian Finardi, D. Eng.
Coorientador



Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph. D.



Pesq. Welington Luis de Oliveira, D. Sc.



Prof. Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa, D. Eng.

AGRADECIMENTOS

O desenvolvimento desta tese de mestrado não seria possível sem a participação direta e indireta de diversas pessoas das quais recebi constante apoio e motivação. Portanto, gostaria de aproveitar a oportunidade de agradecê-las.

Inicialmente, ao Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LabPlan) vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) por abrir-me as portas para começar a fazer deste sonho uma realidade.

De forma especial, ao *Prof. Dr. Eng. Edson Luiz da Silva*, meu orientador, pela amizade, conselhos, ensinamentos e confiança oferecidos ao longo de meu processo de formação como mestre, contribuindo de forma ativa no meu crescimento tanto pessoal como profissional.

Ao *Prof. Dr. Eng. Erlon Cristian Finardi*, meu coorientador, exemplar professor e pesquisador, pela amizade, oportunidade, constantes ensinamentos e discussões durante todo este processo.

Aos membros da banca examinadora na defesa, *Prof. Ph. D. Roberto de Souza Salgado*, *Pesq. D. Sc. Wellington Luis de Oliveira* e *Prof. D. Eng. Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa*, pelas importantes contribuições e sugestões realizadas ao trabalho.

Aos demais professores do LabPlan e do Laboratório de Sistemas de Potência (Labspot) pela generosidade com o conhecimento.

A meus amigos e colegas de LabPlan, *André Rodigheri*, *Brígida Decker*, *Chádia Sebba*, *Carlos Arturo Rodríguez*, *Daniel Tenfen*, *Deysy Deysy Murillo Diaz*, *Diego Bittencourt*, *Fábio Mantelli*, *Fernanda Zardo*, *Gelson Antonio Brigatto*, *Geyson Brustolin*, *Graciele Ceretta*, *Hermano Dumont Veronese*, *Ícaro Sales Rezende*, *Jorge Enrique Gómez*, *Juliane Silva de Almeida*, *Kauana Palma*, *Marcelo Benetti*, *Marcelo Luís Loureiro dos Santos*, *Marcelo Marcel Cordova*, *Marcelo Neujahr Agostini*, *Mauro António González*, *Paulo Andre Sehn Silva*, *Pedro Cesar Cordeiro Vieira*, *Ricardo David Quintero*, *Rodolfo*

Bialecki Leandro, Thales Lange, Thiago Jeremias e Valmor Zimmer, pelos bons momentos de lazer e descontração, especialmente a *Edison Antônio Cardoso Aranha, Matheus Palma Cruz, Murilo Reolon Scuzziato, Paulo Vitor Larroyd, Raphael Eduardo Chagas Gonçalves e Vitor Luiz de Matos* os quais adicionalmente participaram de forma ativa nas diferentes etapas de desenvolvimento deste trabalho.

Ao *M. Eng. Jorge Mauricio Areiza*, grande amigo, pela confiança, motivação e valiosos conselhos durante todo este período.

À família *Torquato Niño*, minha família no Brasil, pelos momentos que compartilhamos, fazendo com que eu me sentisse em casa.

Aos meus pais, *Luis Fernando Caicedo Salazar e Beatriz Aristizábal Parra*, exemplos de vida, pelo apoio incondicional e constante motivação. Ao meu irmão, *Luis Fernando Caicedo Aristizábal*, pela sólida amizade e valiosos conselhos.

Finalmente, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro concedido para realização deste trabalho.

RESUMO

O problema da programação diária da operação eletroenergética é tratado, neste trabalho, como um problema de otimização não-linear inteiro-misto. Nesse sentido, é considerada uma modelagem detalhada das componentes do sistema visando representá-lo de maneira realista. Para resolver o problema, são utilizadas técnicas de dualidade. Essas técnicas são baseadas na Relaxação Lagrangeana com duplicação de variáveis, permitindo decompor o problema em uma série de subproblemas mais simples de serem resolvidos. Como resultado da utilização da Relaxação Lagrangeana em problemas não convexos, obtém-se uma solução primal inviável, sendo necessário realizar uma recuperação da solução primal do problema. Assim, heurísticas podem ser empregadas para encontrar uma solução primal viável, as quais são baseadas em um conjunto de regras que devem ser definidas com antecedência. No entanto, padronizar esses conjuntos de regras não é uma tarefa fácil. Nesse contexto, são testadas duas metodologias que precisam de heurísticas para contornar isso. A primeira baseada no Lagrangeano Aumentado Inexato e a segunda baseada no Primal Proximal. Além disso, como resultado do acoplamento entre essas duas metodologias, surgem dois modelos híbridos que também são testados. Adicionalmente, existem na atualidade pacotes comerciais de Programação Não-Linear Inteira-Mista capazes de lidar com este tipo de problema. Neste trabalho, o problema da programação diária da operação eletroenergética também é solucionado utilizando um desses pacotes. Os resultados obtidos com esse pacote são utilizados para avaliar as técnicas de dualidade em torno de uma estimativa do *gap* de dualidade (qualidade da solução) e do esforço computacional. O sistema base utilizado para os testes é composto por 11 usinas, 18 barras e 25 linhas.

Palavras-chave: Programação Diária da Operação Eletroenergética, técnicas de dualidade, Relaxação Lagrangeana, Lagrangeano Aumentado Inexato, Primal Proximal, Programação Não-Linear Inteira-Mista.

ABSTRACT

The Electroenergetic Daily Operation Programming problem is treated, in this work, as a mixed integer nonlinear programming problem. In that way, a detailed modeling of the system components, in order to represent it realistically, is considered. To solve the problem, duality techniques are used. These techniques are based in Lagrangean Relaxation with variables duplication, allowing decompose the original problem in a set of subproblems more simples to be solved. As a result of using Lagrangean Relaxation in nonconvex problems, an unfeasible solution is founded, been necessary to realize a recovery of a primal feasible solution. Thus, heuristic can be used to find feasible primal solutions, which are based in a set of rules that must be defined previously. However, standardize those sets of rules is not an easy task. In this context, two methodologies that use heuristics are tested to overcome this difficult. The first one is based on Inexact Augmented Lagrangean and the second one is based on Primal Proximal. Furthermore, as a result of coupling those two methodologies arise two hybrid models that also are tested. Additionally, exist commercial solvers of Mixed Integer Nonlinear Programming that are able to deal with this kind of problem and thereby it is also used in this work for solve the Electroenergetic Daily Operation Programming problem. The solver results are used to evaluate the dual techniques around a duality gap estimative (quality of solution) and computational performance. The base system used in tests is composted of 11 plants, 18 buses and 25 transmission lines.

Keywords: Eletroenergetic Daily Operation Programming, duality techniques, Lagrangean Relaxation, Inexact Augmented Lagrangean, Primal Proximal, Mixed Integer Nonlinear Programming.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Etapas do Planejamento da Operação na Colômbia.	22
Figura 1.2: Etapas do Planejamento da Operação Energética no Brasil.	23
Figura 2.1: Usina hidrelétrica. Fonte: Scuzziato (2011).	37
Figura 2.2: Curva colina de uma turbina hidráulica. Fonte: Finardi (2003).	40
Figura 2.3: Esquema Típico de Geração Termelétrica.	42
Figura 2.4: Curva típica entrada e saída de uma termelétrica.	43
Figura 2.5: Curva típica de custo incremental de uma termelétrica.	44
Figura 2.6: Restrições operativas de uma unidade termelétrica.	48
Figura 2.7: Representação de uma barra em um sistema de energia elétrica.	51
Figura 3.1: Variáveis primais dos grupos de restrições.	59
Figura 3.2: Variáveis primais e artificiais dos grupos de restrições.	61
Figura 3.3: Características dos subproblemas.	64
Figura 3.4: Processo de Solução dos Subproblemas - RL.	65
Figura 3.5: Processo de Solução da Função Dual - RL.	67
Figura 3.6: Processo de Solução dos Subproblemas – RP via LAI.	72
Figura 3.7: Processo de Solução da Função Dual – RP via LAI.	74
Figura 3.8: Processo de Solução dos Subproblemas – RP via PP.	78
Figura 3.9: Processo de Solução da Função Dual – RP via PP.	79
Figura 3.10: Fluxograma da estratégia de solução (RL e RP via LAI).	80
Figura 3.11: Fluxograma da estratégia de solução (RL e RP via PP).	81
Figura 3.12: Fluxograma da estratégia de solução (RL e RP via modelo híbrido LAI-PP).	82
Figura 3.13: Fluxograma da estratégia de solução (RL e RP via modelo híbrido PP-LAI).	83
Figura 4.1: Sistema teste com 18 barras e 11 usinas.	86
Figura 4.2: Diagrama esquemático do sistema hidrelétrico.	86
Figura 4.3: Representação do reservatório.	87
Figura 4.4: Demanda do sistema.	92

Figura 4.5: Desempenho do algoritmo na RL - Caso 6 estágios.....	93
Figura 4.6: Resultados das variáveis de H1 na RL – Caso 6 estágios.....	94
Figura 4.7: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RL – Caso 6 estágios.	95
Figura 4.8: Desempenho do algoritmo na RP via LAI – Caso 6 estágios.	96
Figura 4.9: Resultados das variáveis de H1 na RP via LAI – Caso 6 estágios.	97
Figura 4.10: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via LAI – Caso 6 estágios.	98
Figura 4.11: Otimizações da Função Dual na RP via PP – Caso 6 estágios.	101
Figura 4.12: Otimização da Função Dual # 21 na RP via PP– Caso 6 estágios.	101
Figura 4.13: Diferença relativa entre as variáveis de potência de saída das usinas hidrelétricas na RP via PP – Caso 6 estágios.	102
Figura 4.14: Diferença entre as variáveis de vazão turbinada das usinas hidrelétricas na RP via PP – Caso 6 estágios.	103
Figura 4.15: Diferença entre as variáveis de potência de saída das unidades termelétricas na RP via PP – Caso 6 estágios.	103
Figura 4.16: Desempenho da técnica do LAI na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.	105
Figura 4.17: Desempenho da técnica do PP na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.	106
Figura 4.18: Última resolução da função dual com a técnica do PP na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.....	106
Figura 4.19: Diferença relativa entre as variáveis de potência de saída das usinas hidrelétricas na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.....	107
Figura 4.20: Diferença relativa entre as variáveis de vertimento das usinas hidrelétricas na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.....	108
Figura 4.21: Diferença relativa entre as variáveis de potência de saída das unidades termelétricas na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios..	108

Figura 4.22: Desempenho da técnica do PP na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.	110
Figura 4.23: Desempenho da técnica do LAI na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.	111
Figura 4.24: Resultados das variáveis de H_2 na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.	112
Figura 4.25: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.	113
Figura 4.26: Despacho econômico via PNLIM – Caso 6 estágios.	117
Figura 4.27: Total geração de origem hidrelétrica e termelétrica – Caso 6 estágios.	117
Figura 4.28: Desempenho do algoritmo na RL – Sensibilidade volume meta.	119
Figura 4.29: Desempenho do algoritmo na RL – Sensibilidade rampas.	122
Figura 4.30: Desempenho do algoritmo na RL – Sensibilidade limite de transmissão.	124
Figura 4.31: Demanda do sistema – Sensibilidade demanda.	125
Figura 4.32: Desempenho do algoritmo na RL – Sensibilidade demanda.	125
Figura 4.33: Demanda do sistema – Caso 24 estágios.	127
Figura 4.34: Desempenho do algoritmo na RL - Caso 24 estágios.	127
Figura 4.35: Resultados das variáveis de H_7 na RL – Caso 24 estágios.	128
Figura 4.36: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RL – Caso 24 estágios.	129
Figura 4.37: Desempenho do algoritmo na RP via LAI – Caso 24 estágios.	130
Figura 4.38: Resultados das variáveis de H_7 na RL – Caso 24 estágios.	131
Figura 4.39: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via LAI – Caso 24 estágios.	132
Figura 4.40: Otimizações da Função Dual na RP via PP – Caso 24 estágios.	133
Figura 4.41: Otimização da Função Dual # 4 na RP via PP– Caso 24 estágios.	134

Figura 4.42: Resultados das variáveis de H_7 na RP via PP – Caso 24 estágios.	135
Figura 4.43: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via PP – Caso 24 estágios.	136
Figura 4.44: Desempenho da técnica do LAI na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.	137
Figura 4.45: Desempenho da técnica do PP na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.	138
Figura 4.46: Última resolução da função dual com a técnica do PP na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.	138
Figura 4.47: Resultados das variáveis de H_7 na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.	139
Figura 4.48: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.	140
Figura 4.49: Desempenho da técnica do PP na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.	141
Figura 4.50: Desempenho da técnica do LAI na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.	142
Figura 4.51: Resultados das variáveis de H_7 na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.	143
Figura 4.52: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.	144

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Dados dos reservatórios.	87
Tabela 4.2: Coeficientes das funções de cota montante.	87
Tabela 4.3: Coeficientes das funções de cota jusante.	88
Tabela 4.4: Coeficientes das funções de rendimento hidráulico.	88
Tabela 4.5: Características das unidades geradores hidrelétricas.	89
Tabela 4.6: Reserva girante e volume meta.	89
Tabela 4.7: Coeficientes da curva de custo de produção e custo de partida.	90
Tabela 4.8: Parâmetros de restrições das unidades termelétricas.	90
Tabela 4.9: Condições iniciais das unidades termelétricas.	90
Tabela 4.10: Dados das linhas do sistema de transmissão.	91
Tabela 4.11: Resultados finais da RL – Caso 6 estágios.	93
Tabela 4.12: Resultados finais da RP via LAI – Caso 6 estágios.	96
Tabela 4.13: Despacho econômico (GW) na RP via LAI – Caso 6 estágios.	99
Tabela 4.14: Resumo do processo iterativo na RP via PP – Caso 6 estágios.	100
Tabela 4.15: Resultados finais da RP via PP – Caso 6 estágios.	102
Tabela 4.16: Despacho econômico (GW) na RP via PP – Caso 6 estágios.	104
Tabela 4.17: Resumo do processo iterativo na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.	105
Tabela 4.18: Resultados finais da RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.	107
Tabela 4.19: Despacho econômico (GW) na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.	109
Tabela 4.20: Resumo do processo iterativo na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.	110
Tabela 4.21: Resultados finais da RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.	111
Tabela 4.22: Despacho econômico (GW) na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.	114

Tabela 4.23: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Caso 6 estágios.	114
Tabela 4.24: Resumo do tamanho do problema – Caso 6 estágios.	116
Tabela 4.25: Resultados Finais do Knitro – Caso 6 estágios.	116
Tabela 4.26: Despacho econômico (GW) via PNLIM – Caso 6 estágios.	116
Tabela 4.27: Comparação entre as técnicas de dualidade e a PNILM – Caso 6 estágios.	118
Tabela 4.28: Dados dos reservatório alterados.	119
Tabela 4.29: Resultados finais da RL – Sensibilidade volume meta.	119
Tabela 4.30: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Sensibilidade volume meta.	120
Tabela 4.31: Comparação entre as técnicas de dualidade e a PNILM – Sensibilidade volume meta.	121
Tabela 4.32: Rampas das unidades termelétricas.	121
Tabela 4.33: Resultados finais da RL – Sensibilidade rampas.	122
Tabela 4.34: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Sensibilidade rampas.	122
Tabela 4.35: Comparação entre as técnicas de dualidade e a PNILM – Sensibilidade rampas.	123
Tabela 4.36: Resultados finais da RL – Sensibilidade limite de transmissão. .	124
Tabela 4.37: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Sensibilidade limites de transmissão.	124
Tabela 4.38: Resultados finais da RL – Sensibilidade demanda.	126
Tabela 4.39: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Sensibilidade demanda.	126
Tabela 4.40: Resultados finais da RL – Caso 24 estágios.	128
Tabela 4.41: Resultados finais da RP via LAI – Caso 24 estágios.	130
Tabela 4.42: Resumo do processo iterativo na RP via PP – Caso 24 estágios. .	133
Tabela 4.43: Resultados finais da RP via PP – Caso 24 estágios.	134

Tabela 4.44: Resumo do processo iterativo na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.	137
Tabela 4.45: Resultados finais da RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.	139
Tabela 4.46: Resumo do processo iterativo na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.	141
Tabela 4.47: Resultados finais da RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.	142
Tabela 4.48: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Caso 24 estágios.	144

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AD	-	Atendimento à Demanda
AG	-	Algoritmo Genético
ANEEL	-	Agência Nacional de Energia Elétrica
AUH	-	Alocação de Unidades Hidrelétricas
AUT	-	Alocação de Unidades Termelétricas
CEPEL	-	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CREG	-	<i>Comisión de Regulación de Energía y Gas</i>
DB	-	Decomposição de Benders
DHT	-	<i>Despacho Hidrotérmico</i>
DRP	-	<i>Despacho y Redespacho Programado</i>
EE	-	Enumeração Exaustiva
E.S.P.	-	<i>Empresa de Servicios Públicos</i>
LA	-	Lagrangeano Aumentado
LAI	-	Lagrangeano Aumentado Inexato
ONS	-	Operador Nacional do Sistema Elétrico
OPL	-	<i>Optimization Programming Language</i>
PD	-	Programação Dinâmica
PDO	-	Programação Diária da Operação Eletroenergética
PE	-	Programação Evolutiva
PEN	-	Planejamento Anual da Operação Energética
PL	-	Programação Linear
PLIM	-	Programação Linear Inteira-Mista
PMO	-	Programa Mensal da Operação Energética
PNLIM	-	Programação Não-Linear Inteira-Mista
PP	-	Primal Proximal
PPA	-	Princípio do Problema Auxiliar
PQ	-	Programação Quadrática
PQIM	-	Programação Quadrática Inteira-Mista
PQS	-	Programação Quadrática Sequencial
RL	-	Relaxação Lagrangeana
RP	-	Recuperação Primal
S.A.	-	<i>Sociedad Anónima</i>
SBB	-	<i>Solver Branch and Bound</i>
SDDP	-	<i>Stochastic Dual Dynamic Programming</i>
SH	-	Subproblema Hidráulico
UC	-	<i>Unit Commitment</i>
XM	-	<i>Compañía de Expertos en Mercados</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
1.2	CONTRIBUIÇÕES	34
1.3	OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO.....	35
2	MODELAGEM E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	37
2.1	INTRODUÇÃO.....	37
2.2	UNIDADES HIDRELÉTRICAS.....	37
2.2.1	Altura de Queda Líquida.....	38
2.2.2	Vazão Turbinada.....	40
2.2.3	Rendimento Hidráulico da Turbina	40
2.3	UNIDADES TERMELÉTRICAS	42
2.4	RESTRIÇÕES OPERATIVAS ADICIONAIS	45
2.4.1	Hidrelétricas	45
2.4.2	Termelétricas.....	47
2.4.3	Reservatórios	49
2.4.4	Rede de Transmissão	51
2.5	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	53
2.6	CONCLUSÕES.....	55
3	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO.....	57
3.1	INTRODUÇÃO.....	57
3.2	RELAXAÇÃO LAGRANGEANA.....	57
3.3	ESQUEMA DE DECOMPOSIÇÃO DO PROBLEMA	58
3.3.1	Subproblema Hidráulico (SH)	62
3.3.2	Subproblema de Atendimento à Demanda (AD).....	63
3.3.3	Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas (AUT)...	63
3.3.4	Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas (AUH)....	63
3.4	SOLUÇÃO DO PROBLEMA VIA RL.....	63
3.4.1	Características dos Subproblemas.....	63

3.4.2	Resolução dos Subproblemas	64
3.4.3	Função Dual.....	65
3.4.4	Características da Função Dual.....	65
3.4.5	Otimização da Função Dual	65
3.4.6	Processo de Solução do Problema Dual via RL	67
3.5	RECUPERAÇÃO PRIMAL VIA LAI	68
3.5.1	Subproblema Hidráulico (SH)	71
3.5.2	Subproblema de Atendimento à Demanda (AD).....	71
3.5.3	Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas (AUT)...	71
3.5.4	Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas (AUH)....	72
3.6	SOLUÇÃO DO PROBLEMA NA RP VIA LAI.....	73
3.6.1	Função Dual Aumentada.....	73
3.6.2	Processo de Solução do Problema Dual na RP via LAI	74
3.7	RECUPERAÇÃO PRIMAL VIA PP	75
3.7.1	Subproblema Hidráulico (SH)	76
3.7.2	Subproblema de Atendimento à Demanda (AD).....	77
3.7.3	Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas (AUT)...	77
3.7.4	Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas (AUH)....	77
3.8	SOLUÇÃO DO PROBLEMA NA RP VIA PP	78
3.8.1	Função Dual Aumentada.....	78
3.8.2	Processo de Solução do Problema Dual na RP via PP	78
3.9	ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO	80
3.10	CONCLUSÕES.....	83
4	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO	85
4.1	INTRODUÇÃO	85
4.2	DESCRIÇÃO DOS DADOS.....	85
4.2.1	Sistema hidrelétrico	86
4.2.2	Sistema termelétrico	89
4.2.3	Sistema de transmissão.....	90
4.3	RESULTADOS.....	91

4.3.1	Caso 6 estágios	92
4.3.1.1	Etapa da RL	92
4.3.1.2	Etapa da RP via LAI	95
4.3.1.3	Etapa da RP via PP	99
4.3.1.4	Etapa da RP via modelo híbrido LAI - PP	104
4.3.1.5	Etapa da RP via modelo híbrido PP - LAI	109
4.3.1.6	Análise das estratégias de solução na RP.....	114
4.3.1.7	PNLIM.....	115
4.3.1.8	Análise de resultados das técnicas de dualidade e PNLIM .	117
4.3.2	Análise de sensibilidade – Caso 6 estágios	118
4.3.2.1	Volume meta da usina hidrelétrica H ₄	118
4.3.2.2	Rampas das unidades termelétricas.....	121
4.3.2.3	Limite de transmissão	123
4.3.2.4	Demanda	125
4.3.3	Caso 24 estágios	126
4.3.3.1	Etapa da RL	127
4.3.3.2	Etapa da RP via LAI	129
4.3.3.3	Etapa da RP via PP	132
4.3.3.4	Etapa da RP via modelo híbrido LAI-PP	136
4.3.3.5	Etapa da RP via modelo híbrido PP-LAI	140
4.3.3.6	Análise das estratégias de solução na RP.....	144
4.4	CONCLUSÕES.....	145
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA	
	TRABALHOS FUTUROS	147
6	REFERÊNCIAS	151

1 INTRODUÇÃO

A variedade dos recursos naturais e condições geológicas do Brasil e da Colômbia contribuem para que estes países sejam privilegiados por possuírem um sistema hidrotérmico de energia com predominância de geração hidrelétrica. As hidrelétricas utilizam água como fonte de energia. Por sua vez, as termelétricas utilizam combustíveis tais como gás, carvão, óleo diesel, entre outros, como forma de energia primária para geração.

As usinas hidráulicas respondem por 67% da capacidade instalada no Brasil (ANEEL, 2011), enquanto que, no caso colombiano, esse valor é de 64% (CREG, 2011). No Brasil, para atender uma demanda máxima instantânea de 63,5 GW (ONS, 2011), a capacidade total instalada é de aproximadamente 116 GW (ANEEL, 2011). No caso da Colômbia, a capacidade total instalada é aproximadamente 14,4 GW (CREG, 2011) e a demanda máxima instantânea é de 9,1 GW (XM, 2011). No entanto, estas capacidades instaladas podem ser insuficientes para atender as respectivas demandas de energia se os recursos disponíveis de geração forem alocados de forma incorreta, ou seja, se os modelos utilizados no planejamento e programação da operação não refletirem da melhor maneira as características do sistema.

Devido à natureza e complexidades dos sistemas brasileiro e colombiano, em que se devem considerar características tais como incertezas das aflúências, as restrições físicas dos reservatórios, das unidades hidráulicas e térmicas, assim como a rede elétrica, torna-se inviável no planejamento a adoção de um único modelo computacional para realizar o despacho de geração. A fim de contornar essas complexidades, o planejamento da operação é dividido em etapas.

Na Colômbia, a CREG (*Comisión de Regulación de Energía y Gas*) mediante a resolução 025 de 1995 define:

- O planejamento operativo se fundamenta no seguinte princípio: o planejamento da operação dos recursos disponíveis da geração e transmissão devem-se fazer de forma integrada, com o objetivo de minimizar os custos de operação do sistema, e buscando atender a demanda com os níveis de segurança, confiabilidade e qualidade de serviço definidos neste código.
- Para realizar o planejamento operativo efetua-se uma decomposição funcional e temporal. A decomposição

funcional considera o planejamento operativo energético e o planejamento operativo elétrico. A decomposição temporal estabelece um longo prazo de 5 anos, um médio prazo de 5 semanas, um despacho econômico de 24 horas e um redespacho de uma hora.

- O planejamento operativo energético de longo e médio prazo tem caráter indicativo, enquanto o planejamento operativo elétrico, o despacho econômico e redespacho têm caráter obrigatório.

Para dar cumprimento a isto, o operador nacional da Colômbia, XM (*Compañía de Expertos em Mercados S.A. E.S.P.*), realiza diferentes estudos elétricos e energéticos, dividindo o planejamento em quatro etapas coordenadas como mostrado na Figura 1.1.

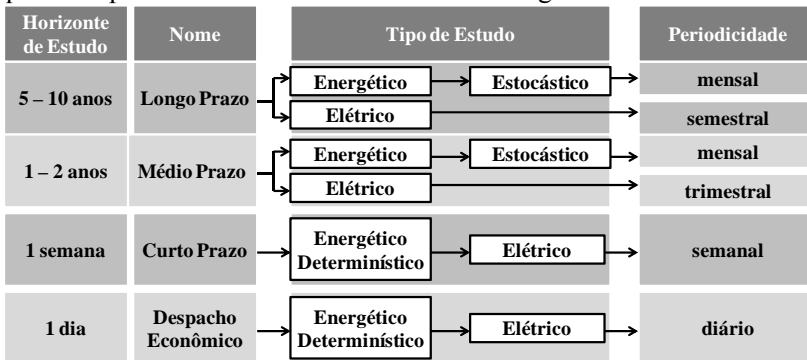


Figura 1.1: Etapas do Planejamento da Operação na Colômbia.

Em relação aos estudos energéticos, na etapa de longo e médio prazo é utilizando o modelo computacional SDDP (*Stochastic Dual Dynamic Programming*) da empresa PSR¹. No entanto, na etapa de curto prazo e despacho econômico utilizam-se os modelos computacionais DHT (*Despacho Hidrotérmico*) e DRP (*Despacho y Redespacho Programado*) respectivamente, desenvolvidos pela XM.

O modelo DHT utiliza técnicas de Programação Linear para resolver o problema da programação diária da operação através do ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) OPL-CPLEX da IBM.

No Brasil, a tarefa do planejamento energético é efetuada pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) em três etapas coordenadas como mostrado na Figura 1.2.

¹ Empresa que desenvolve soluções tecnológicas e serviços de consultoria técnica nos setores de energia elétrica e gás natural (E&G).

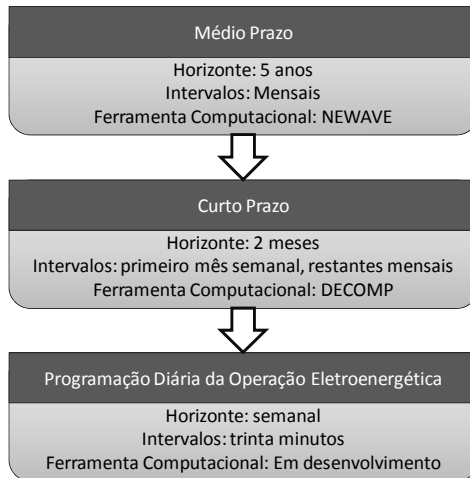


Figura 1.2: Etapas do Planejamento da Operação Energética no Brasil.

Na primeira etapa, chamada de Médio Prazo ou Planejamento Anual da Operação Energética (PEN), o horizonte de planejamento é de cinco anos com intervalos mensais. Nesta etapa são consideradas as incertezas das afluências, reservatórios equivalentes e intercâmbios entre áreas (PEREIRA e PINTO, 1985; KLIGERMAN, 1992; SILVA e FINARDI, 2003; MATOS *et al.*, 2008). A ferramenta utilizada é o modelo computacional NEWAVE (CEPEL, 2001). Como resultado deste modelo se obtém os valores esperados dos custos de operação e os totais de geração termelétrica e hidrelétrica, e principalmente, dos déficits futuros de energia no horizonte de interesse.

A seguinte etapa é chamada de Curto Prazo ou Programa Mensal da Operação Energética (PMO), o horizonte de planejamento é de dois meses considerando no primeiro mês intervalos semanais. A representação das usinas hidrelétricas é individualizada, e tendo em vista que a metodologia de solução exige uma modelagem convexa, a produção dessas usinas é representada por uma função linear por partes. Além disso, são modeladas algumas outras particularidades do sistema de forma mais detalhada que a etapa anterior (PEREIRA e PINTO, 1983; ARARIPE NETO *et al.*, 1985; GONÇALVES, 2007; DOS SANTOS *et al.*, 2009; GONÇALVES, 2011). Nesta etapa são utilizadas as ferramentas computacionais DECOMP (CEPEL, 2003) e NEWAVE. Destacam-se como resultados do modelo o despacho ótimo do sistema, a evolução dos níveis dos reservatórios de cada usina hidrelétrica e o custo marginal de operação.

A terceira e última etapa do planejamento, foco deste trabalho, é a Programação Diária da Operação Eletroenergética (PDO). Atualmente não se tem um modelo computacional consolidado para resolver esta etapa devido à complexidade do problema, caracterizada principalmente pelo nível de detalhamento das unidades hidráulicas e térmicas, assim como da rede elétrica (PEREIRA e PINTO, 1987; RUZIC *et al.*, 1996a; RUZIC *et al.*, 1996b; FINARDI e SILVA, 2006; DINIZ *et al.*, 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010). O objetivo principal desta etapa é calcular os valores horários de geração hidrelétrica e termelétrica que garantem confiabilidade e segurança ao sistema no atendimento da demanda para o dia seguinte ao menor custo de operação possível.

Atualmente o ONS utiliza diretrizes energéticas fornecidas pelo DECOMP, referente à etapa de Curto Prazo, para realizar alguns estudos e definir as unidades que devem operar nas próximas vinte e quatro horas. Nestes estudos também são consideradas restrições elétricas, hidráulicas, cronograma de manutenção das unidades geradoras, entre outras. Detalhes desses estudos podem ser vistos nos Procedimentos de Rede, Módulo 8 (ONS, 2009).

Devido à ausência de um modelo consolidado para esta etapa do planejamento no Brasil, a resolução do problema da programação da operação se tornou o alvo de muitas pesquisas nos últimos anos. Os modelos desenvolvidos para a solução do problema têm evoluído significativamente, tanto no enfoque matemático como no computacional (JIMÉNEZ, 1998; BELLONI *et al.*, 2003; FINARDI, 2003; DINIZ *et al.*, 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010), em especial, incorporando técnicas de decomposição avançadas. Tais técnicas permitem tratar o problema, que é de natureza não-linear inteira-mista, por meio do uso da Relaxação Lagrangeana (RL) (BORGUETTI *et al.*, 2003; FRANGIONI *et al.*, 2006; 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010) e do Lagrangeano Aumentado Inexato (LAI) (BELLONI *et al.*, 2003; DINIZ *et al.*, 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010).

Historicamente, as técnicas da RL têm sido utilizadas para atacar este problema de grande porte e de natureza descrita anteriormente, oferecendo uma solução de boa qualidade, isto é, uma aproximação à solução ótima (limite inferior) do problema original (GEOFFRION, 1974; WOOD e WOLLENBERG, 1984; ZHUANG e GALIANA, 1988; VIRMANI *et al.*, 1989; SALAM *et al.*, 1998; BORGHETTI *et al.*, 2003; FRANGIONI *et al.*, 2006; 2007). No entanto, dependendo do nível de detalhamento do problema é possível adotar diferentes estratégias de

solução com estas técnicas, o que torna possível tratar um conjunto de restrições de maneira tática.

Como se mostra no presente trabalho, a estratégia adotada é baseada na duplicação de algumas variáveis do problema primal, permitindo desacoplá-lo em uma série de subproblemas menores e, portanto, mais simples de serem resolvidos.

Na próxima seção é feita uma revisão bibliográfica da modelagem, estratégias de decomposição e solução do problema da programação da operação fazendo uso de técnicas de dualidade e da incorporação de pacotes comerciais de Programação Linear Inteira-Mista (PLIM) e Programação Não-Linear Inteira-Mista (PNLIM) na resolução deste problema.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A primeira parte desta seção visa identificar os trabalhos mais relevantes presentes na literatura, em que são utilizadas diferentes modelagens e aplicadas técnicas de decomposição baseadas em dualidade ao problema da PDO. Com o objetivo de consolidar um modelo computacional na última etapa do planejamento, estas técnicas têm sido motivo de pesquisa no Brasil, apresentando um ganho significativo no nível de detalhamento do sistema na modelagem do problema e na adoção de diferentes estratégias de decomposição e solução do mesmo. Particularmente, no Laboratório de Planejamento de Energia Elétrica (LabPlan) diferentes trabalhos mostram a evolução deste tipo de modelo (FINARDI, 2003; MONTIBELLER, 2003; TAKIGAWA, 2006; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011). Portanto, esses trabalhos recompilam grande parte da pesquisa do uso de técnicas de dualidade na resolução do problema. Assim a primeira parte desta seção será baseada principalmente nestes trabalhos.

Os trabalhos Montibeller (2003), Finardi (2003) e Finardi e Silva (2006) e Scuzziato (2011) representam em detalhe o parque gerador hidrelétrico. Em Montibeller (2003), a função de produção das unidades hidráulicas é considerada não-linear e dependente do volume e da vazão defluente do reservatório e da vazão turbinada na unidade. São consideradas zonas proibidas de geração, custos de partida e *minimum up/downtime* das unidades hidráulicas e o valor da água é modelado como uma função linear por partes. No entanto, o modelo do parque gerador termelétrico é simplificado, desconsiderando as restrições de tempos mínimos de partida / desligamento e de rampa. Para resolver o problema é utilizada a RL, em que são relaxadas as restrições de balanço

de potência e de reserva girante das usinas hidrelétricas e termelétricas. Assim, o problema é dividido em dois subproblemas: Termelétrico e Hidrelétrico. Por sua vez, o subproblema Hidrelétrico é dividido em dois subproblemas: Contínuo e Inteiro. A otimização da função dual é feita utilizando o método de Feixes (FRANGIONI, 2002; HELMBERG e KIWIEL, 2002; BELLONI *et al.*, 2003; BORGHETTI *et al.*, 2003). Para encontrar uma solução factível é utilizada uma Recuperação Primal (RP) na qual se realiza um redespacho ótimo das unidades geradoras cujas restrições de reserva girante que foram violadas.

Finardi (2003), Finardi e Silva (2006) e Rodrigues (2009) propõem uma formulação para um sistema hidrotérmico com predominância hidrelétrica, considerando os efeitos do nível jusante e das perdas hidráulicas na altura de queda líquida das unidades hidráulicas; contudo, o nível montante é admitido como constante. As curvas-colinas, que representam o rendimento hidráulico da turbina de cada unidade, também são consideradas. Essas curvas são em função de queda líquida e da vazão turbinada. As zonas proibidas de geração destas unidades são modeladas, limitando a operação só em algumas faixas, e a função de custo futuro é considerada linear por partes. No que diz respeito ao parque gerador termelétrico, são considerados os custos de produção e de partida das unidades, restrições de rampa e *minimum up/downtime*. Além disso, o sistema de transmissão é modelado por meio de restrições de intercâmbios entre os subsistemas. A estratégia de solução proposta utiliza as técnicas de RL e a duplicação de variáveis, decompondo o problema em quatro subproblemas menores: Hidrelétrico, Termelétrico, Hidráulico e Atendimento da Demanda. Na resolução desses subproblemas se propõe utilizar as técnicas de Programação Quadrática Sequencial (PQS), Programação Dinâmica (PD) e Programação Linear (PL). Na resolução do problema dual, o método de Feixes é aplicado. No entanto, em Finardi (2003) e Finardi e Silva (2006) somente são resolvidos o subproblema Hidrelétrico que é de natureza não-linear inteira-mista e o subproblema hidráulico que é de natureza linear e contínua. Por sua vez, a estratégia de solução em Rodrigues (2009) é um processo iterativo que resolve os quatro subproblemas e otimiza a função dual. Uma vez que a solução dual não fornece uma solução primal viável, para realizar a RP utiliza-se a técnica de LAI, tornando viável a solução do problema.

Belloni *et al.* (2003) resolve o problema de *Unit Commitment* (UC) para o sistema brasileiro fazendo uso da RL com o auxílio da técnica de Duplicação de Variáveis. O problema é decomposto em dois subproblemas menores: Termelétrico e Hidrotérmico. Na resolução dos

subproblemas são utilizados a PL e a PD. O problema é resolvido em duas etapas que utilizam às técnicas de RL e LAI. Na modelagem do problema são considerados *minimum up/downtime* e a função de produção linear por partes das unidades termelétricas. São desconsideradas as zonas proibidas de geração das unidades hidrelétricas. Para a otimização dos reservatórios, a função de custo futuro é linear por partes. O sistema de transmissão não é modelado.

Em Lemaréchal *et al.* (2005) propõe-se uma estratégia de solução do problema de UC para o sistema da França em que utiliza-se um método heurístico chamado Primal-Proximal (PP). Os autores, fazendo uso da RL, decompõem o problema em quatro subproblemas menores, que são resolvidos em um processo iterativo com a função dual. A otimização da função dual é feita utilizando o método de Feixes. Porém, ao final do processo iterativo, a solução primal é inviável devido a não convexidade do problema. Para viabilizá-la, os autores propõem uma metodologia que utiliza uma média ponderada das variáveis primais (solução “pseudo primal”). Essa ponderação é dada pelos multiplicadores dos cortes ativos no método de Feixes ao longo do processo iterativo dual. Além disso, são inseridos termos quadráticos na função objetivo dos subproblemas que penalizam o desvio das variáveis primais em relação à solução pseudo primal. Uma solução viável é obtida por meio de um processo iterativo similar à etapa anterior, em que, novamente a otimização da função dual é feita utilizando o método de Feixes. Finalmente, os autores comparam os resultados obtidos nessa metodologia com a técnica do LA, e mostram uma superioridade substancial do PP tanto no custo de operação do sistema como no esforço computacional.

Por sua vez, o trabalho Diniz (2007) considera a função de produção das unidades hidráulicas como uma aproximação de funções lineares dependente da vazão turbinada e da vazão vertida. A representação das zonas proibidas de operação das unidades hidrelétricas não foi considerada. Para as unidades termelétricas foram consideradas conhecidas as curvas de tomada e redução de carga, através de valores tabelados para as rampas. O sistema de transmissão é representado pelo modelo linealizado. O problema é resolvido fazendo uso da RL com duplicação de variáveis. A estratégia de solução do problema corresponde a um processo iterativo que envolve a minimização de três subproblemas denominados elétrico, hidroelétrico e térmico alternada com a resolução de um problema dual de maximização. A resolução desses subproblemas é feita com PL, PQ e PD, sendo que para maximizar a função dual é utilizado o método de

Feixes. Ao final do processo iterativo, tem-se uma solução primal inviável. Portanto, para garantir a viabilidade da solução primal obtida na RL, é feita a RP fazendo uso do LAI.

Takigawa (2010) apresenta uma modelagem do parque hidrelétrico de forma semelhante aos trabalhos de Finardi (2003), Montibeller (2003) e Rodrigues (2009). Esse trabalho difere dos demais, pois inclui restrições de permanência para cada estado operativo das unidades hidrelétricas, a função de produção das unidades hidrelétricas é dependente do volume armazenado no reservatório e a modelagem do sistema de transmissão é efetuada por meio de restrições de fluxo de potência linearizado. Para as usinas termelétricas, não foram considerados os custos de partida das unidades e *minimum up/downtime*. Na solução do problema, utiliza uma estratégia de decomposição diferente aos trabalhos de Finardi (2003) e Rodrigues (2009), decompondo o problema principal em cinco subproblemas menores: Termelétrico, Hidrelétrico, Hidrotérmico, Coordenação com Planejamento de Curto Prazo e Alocação de unidades Hidrelétricas. A estratégia de solução do problema é a mesma proposta nos trabalhos de Diniz (2007) e Rodrigues (2009), fazendo uso da RL e do LAI, com o auxílio da técnica de duplicação de variáveis. Para resolver os subproblemas, são utilizadas técnicas de PL, PQ, PD e PQS.

Em Scuzziato (2011) resolve-se um problema de alocação de unidades hidrelétricas, em que se incluem maiores detalhes na modelagem do parque gerador hidrelétrico apresentado nos trabalhos Finardi (2003), Montibeller (2003), Diniz (2007), Rodrigues (2009) e Takigawa (2010). Considera-se em sua função de produção as perdas mecânicas e elétricas presentes nos conjuntos turbina-gerador. A estratégia de decomposição consiste em dividir o problema em dois conjuntos de subproblemas, resolvidos por meio de técnicas de PL, PQ e um algoritmo de PD, em que se resolvem diversos problemas de Programação Não-Linear por meio de pacotes de otimização que utilizam PQS. O autor utiliza a mesma estratégia de solução de Diniz (2007), Rodrigues (2009) e Takigawa (2010).

A segunda parte desta seção visa identificar os trabalhos onde foram incorporados pacotes de otimização para resolver problemas referentes à programação da operação diária, que devido à particularidade de suas características, podem ser resolvidos utilizando as técnicas de PLIM e PNLIM.

Arroyo e Conejo (2000), Takriti e Birge (2000) e Carrión e Arroyo (2006) apresentam um modelo detalhado para as unidades termelétricas. Em Arroyo e Conejo (2000) e Carrión e Arroyo (2006)

são consideradas as não-linearidades das funções de custo de produção e de partida, rampas de partida e desligamento, rampas em operação, *minimum up/downtime* e reserva girante. Mesmo assim, na resolução do modelo a função de produção é linearizada por partes e a função de custo de partida é aproximada em degraus. A formulação apresentada por Arroyo e Conejo (2000) visa maximizar a venda de energia e reserva girante horária no mercado spot para uma unidade termelétrica para um dia. Os autores utilizam PLIM na resolução do problema fazendo uso do pacote de otimização comercial CPLEX.

Carrión e Arroyo (2006) apresentam uma formulação para resolver o problema UC de sistemas termelétricos considerando a restrição de balanço de potência sem a rede de transmissão. Os autores resolvem o problema fazendo uso do CPLEX e comparam a solução obtida com os resultados obtidos com as técnicas da RL, Algoritmo Genético (AG), Enumeração Exaustiva (EE), Programação Evolutiva (PE), entre outras. Da comparação os autores mostram uma superioridade substancial do CPLEX, obtendo o menor custo de operação do sistema. Além disso, mostram que o número de variáveis binárias consideradas no modelo influencia consideravelmente no tempo de resolução do mesmo.

O modelo apresentado por Takriti e Birge (2000) é similar ao apresentado por Arroyo e Conejo (2000). No entanto, o custo de partida das unidades termelétricas é considerado constante e a restrição de atendimento da demanda também é modelada. Os autores propõem uma estratégia de solução ao problema da programação diária da operação de um sistema termelétrico em duas etapas, utilizando as técnicas de RL e PLIM, respectivamente. Na primeira etapa são relaxadas as restrições de atendimento da demanda e reserva girante. Com isso, decompõem o problema em uma série de subproblemas menores correspondentes a cada unidade e são resolvidos em um processo iterativo com a função dual. Na segunda etapa, para tornar viável a solução obtida na primeira etapa, reformulam o problema de característica linear intera-mista e utilizam a técnica *branch and bound* através de um pacote de otimização da IBM para resolvê-lo e encontrar uma solução viável.

Por sua vez, Guan *et al.* (2003) compara o uso da técnica RL e dos métodos de PLIM disponíveis no mercado para resolver problemas de UC. No modelo proposto são consideradas a função de produção das unidades termelétricas, os custos de partida das unidades termelétricas e hidrelétricas, a reserva girante e a restrição de balanço de potência. Os autores mostram os benefícios da RL aplicada ao problema em termos do tempo computacional.

Kelman e Pereira (2004) resolvem o problema da programação de curto prazo de um sistema hidrotérmico com restrições de transmissão. Transformam as não linearidades e não convexidades do problema em restrições lineares por partes com variáveis interas-mistas. Para as unidades termelétricas consideram o *minimum up/downtime*, a função de produção linear por partes, as rampas e o custo de partida. A potência de saída das unidades hidrelétricas é uma função linear por partes que depende do volume no reservatório, defluências e eficiência de cada unidade. A função de custo futuro é linear por partes. Além disso, consideram as restrições de balanço hidráulico, atendimento da demanda e as perdas no modelo linear da rede de transmissão. Os autores utilizam o pacote comercial XPRESS para resolver o problema de característica linear intera-mista, fazendo testes em sistemas reduzidos de países como Brasil, Bulgária, Eslovênia, România, Nicarágua, Bolívia e Equador. Os autores mostram que estes pacotes comerciais permitem a modelagem complexa de sistemas hidrotérmicos considerando a rede de transmissão. Além disso, aproveitando os avanços na capacidade destes pacotes, mostram um desempenho computacional eficiente.

Os trabalhos Chang *et al.* (2004) e Ostrowski *et al.* (2012) abordam o problema da programação diária da operação de um sistema termelétrico baseado em PLIM. Na formulação do problema representam a curva de custo não-linear das unidades termelétricas como uma aproximação linear por partes. São modeladas as restrições de reserva girante, *minimum up/downtime*, rampas, unidades disponíveis, custo de partida e atendimento da demanda sem considerar a rede. Os autores utilizam o CPLEX na resolução do problema. Em Chang *et al.* (2004) o problema da programação diária da operação é resolvido em duas etapas. Na primeira etapa, resolvem o problema relaxado com PL utilizando o método de pontos interiores para obter uma solução rápida. Na segunda etapa, fazem uso do algoritmo *branch and cut* para melhorar a solução da etapa anterior considerando as variáveis inteiras do problema. Por sua vez, em Ostrowski *et al.* (2012) resolvem o problema de UC em uma etapa. Os autores apresentam duas formulações do mesmo problema e mostram o impacto dessas formulações no tempo computacional e na solução ótima do problema.

Em Streiffert *et al.* (2005) é apresentada uma comparação entre as técnicas da RL e PLIM aplicadas a dois problemas relacionados à programação da operação diária de sistemas termelétricos. O primeiro deles visa encontrar o equilíbrio de mercado para a operação de um sistema para o dia seguinte, mostrando resultados similares com as duas técnicas. No segundo problema, o objetivo da análise é garantir a

confiabilidade do sistema termelétrico nos próximos sete dias; no entanto, os autores mostram que a solução encontrada com a PLIM é de melhor qualidade que a encontrada com a RL. Mesmo assim, evidenciam que o requerimento de memória e o tempo computacional com a RL aumentam de forma linear e com a PLIM de forma exponencial. Para resolver estes problemas, é utilizado o pacote comercial CPLEX. No modelo proposto são considerados o custo de operação das unidades, de partida, das transações, da oferta virtual, da oferta da demanda, de transporte, e as restrições de balanço de potência considerando intercâmbios na rede, reserva girante, limites de geração, *minimum up/downtime* e rampas.

Por sua vez, em Frangioni *et al.* (2007), Frangioni *et al.* (2008) e Frangioni *et al.* (2011) são comparados o uso das técnicas RL e PLIM aplicadas ao problema da programação da operação diária de sistemas hidrotérmicos. Em Frangioni *et al.* (2007) é proposto um modelo híbrido que faz uso dessa técnicas como estratégia de solução ao problema, aproveitando as vantagens das mesmas: a RL por oferecer rapidamente um limite inferior de boa qualidade da solução do problema, mesmo que a solução primal seja infactível; e a PLIM como uma técnica que oferece uma solução factível do problema, mesmo que o limite inferior seja de pior qualidade. Na modelagem do problema, Frangioni *et al.* (2007), Frangioni *et al.* (2008) e Frangioni *et al.* (2011) consideram o *minimum up/downtime*, rampas em operação, rampas de partida e desligamento, e a função de produção linear das unidades termelétricas. Para as unidades hidrelétricas é considerado um modelo simplificado, em que é utilizada uma constante para representar a potência de saída em função das defluências. O acoplamento e o tempo de viagem da água entre os reservatórios também são considerados, assim como a restrição de balanço de potência sem modelar a rede de transmissão. Na resolução do modelo de PLIM é utilizado o CPLEX.

Frangioni *et al.* (2007) mostram os benefícios do modelo híbrido proposto na solução do problema da programação da operação diária de sistemas hidrotérmicos. No entanto, Frangioni *et al.* (2008) mostra os benefícios da PLIM na solução deste tipo de problemas de pequeno e médio porte. Em Frangioni *et al.* (2011) é proposta uma estratégia de solução sequencial fazendo uso das técnicas de RL e PLIM.

Uma proposta para resolver o problema da programação da operação diária de sistemas termelétricos em duas etapas é apresentada em Ran *et al.* (2008). Os autores consideram a função quadrática do custo de produção das unidades, custo de partida, reserva girante, *minimum up/downtime* e rampas. Além disso, consideram a restrição de

balanço de potência sem modelar a rede elétrica. Na primeira etapa, um problema de PLIM é resolvido para encontrar uma solução ótima factível ao problema, em que a função quadrática de custo de produção é linearizada. Na segunda etapa, partindo da solução obtida na etapa anterior e considerando a função quadrática de custo de produção, é resolvido um problema de Programação Quadrática Intera-Mista (PQIM). Os autores utilizam o CPLEX nas duas etapas para encontrar a solução ótima do problema e comparam os resultados obtidos com outras técnicas para diferentes sistemas.

Em Borghetti *et al.* (2008) é proposto um modelo para a programação da operação de uma usina hidrelétrica com usinas montantes. No modelo é considerado o custo de partida, rampas e a função de produção de cada unidade como uma função linear por partes que depende do volume e da vazão. A restrição de balanço hidráulico também é modelada. O horizonte de estudo é de uma semana com intervalos horários. Os autores utilizam o CPLEX para resolver o problema de PLIM. O modelo de PLIM proposto permite representar algumas características das unidades hidráulicas e torna computacionalmente factível a solução do problema para o horizonte de estudo considerado, provando a eficiência dos pacotes de PLIM tanto no tempo computacional como na precisão da solução.

O modelo apresentado por Daneshi *et al.* (2008) visa obter o mínimo custo de operação de um sistema hidrotérmico considerando o modelo DC da rede de transmissão, zonas proibidas de geração e reserva girante das unidades hidráulicas e térmicas. Além disso, para o parque gerador termelétrico também são considerados o custo de partida e desligamento, rampas e *minimum up/downtime* das unidades. Por sua vez, para o parque gerador hidrelétrico é considerado o custo de partida. A função de custo de operação das unidades termelétricas é representada como uma aproximação linear por partes, em que os segmentos considerados correspondem às zonas permitidas de operação. A função de produção das unidades hidrelétricas é função da eficiência do conjunto turbina-gerador, do volume do reservatório e das defluências, e é aproximada igual que a função de custo das unidades termelétricas. O pacote CPLEX é utilizado para resolver o problema PLIM.

Em Simoglou *et al.* (2009) propõem-se uma solução de PLIM ao problema da programação de um agente gerador hidrotérmico em um mercado de energia e reserva de energia no dia seguinte. O modelo proposto pode ser aplicado à formulação tradicional do problema da programação da operação diária de um sistema hidrotérmico. Os autores consideram zonas proibidas de geração para as unidades hidrelétricas e

termelétricas, e reserva de energia para todo o sistema. Para as unidades termelétricas consideram várias etapas na operação de cada unidade, isto é, etapa de sincronismo, absorção de carga, despacho e desincronização. Em cada uma dessas etapas são consideradas diferentes rampas e *minimum up/downtime*. Além disso, a função de custo de produção é aproximada em degraus e os custos de partida e desligamento constantes. O modelo das unidades hidrelétricas é simplificado. O modelo computacional utilizado pelos autores para resolver o problema de PLIM é o CPLEX, mostrando uma solução de boa qualidade e um desempenho computacional rápido e eficiente.

Um modelo para a programação da operação de uma usina hidrelétrica é apresentado Catalão *et al.* (2009), Catalão *et al.* (2010b) e Catalão *et al.* (2010a). Os autores consideram a não-linearidade da potência de saída de cada unidade em função da vazão e do volume no reservatório. As zonas proibidas de geração e a restrição de balanço hidráulico também são modeladas. A eficiência de cada unidade é linearizada. Além disso, em Catalão *et al.* (2010a) consideram rampas, partida e parada das unidades. Catalão *et al.* (2009) e Catalão *et al.* (2010a) resolvem o modelo com a técnica de PNLIM usando o pacote comercial XPRESS-MP e comparam os resultados com um modelo linearizado utilizando PLIM. Em termos do tempo computacional os resultados são similares; no entanto, mesmo que o custo total obtido com a PNLIM seja maior, os resultados obtidos são mais reais e factíveis. Em Catalão *et al.* (2010b) consideram a aversão ao risco no modelo e utilizam o mesmo pacote para resolver o problema de PNLIM.

Por fim, em Ezzati *et al.* (2010) apresentam uma formulação para resolver o problema de UC de um sistema termelétrico considerando um parque gerador eólico. No modelo, para as unidades termelétricas são consideradas a função de custo de produção, custo de partida, custo de desligamento, rampas e *minimum up/downtime*. Restrições de balanço de potência e limites de fluxo de potência ativa, geração de potência reativa, tensões nas barras e *taps* dos transformadores também são consideradas. Para o parque gerador eólico apresentam uma modelagem não-linear da potência de saída de cada unidade em função da velocidade do vento e eficiência. Na resolução do problema, os autores utilizam técnicas de Decomposição de Benders (DB) e PNLIM. Com a DB o problema é dividido em dois subproblemas menores. Devido às características desses subproblemas, os autores utilizam PNLIM para resolvê-los em um processo iterativo, fazendo uso do *Solver Branch and Bound* (SBB) na plataforma de *Generalized Algebraic Modeling System* (GAMS).

1.2 CONTRIBUIÇÕES

Na última década, vem sendo realizados diferentes estudos relacionados com o problema da PDO. Dentro desta linha de pesquisa, diferentes modelagens dos componentes do sistema foram consideradas. Portanto, conforme citados na seção anterior, esses estudos, dependendo do foco da pesquisa, apresentam algumas simplificações no modelo. Nesse contexto, este trabalho recompila grande parte desses estudos e propõe uma modelagem detalhada dos componentes do sistema, em que é considerada a função de produção não-linear das unidades hidrelétricas, zonas proibidas de geração e a curva-colina que representa o rendimento da unidade geradora em função da queda líquida e da vazão turbinada. Por sua vez, para as unidades termelétricas é considerado o *minimum up/downtime*, rampas em operação, rampas de partida e desligamento, função de produção quadrática e custo de partida. Adicionalmente, também são considerados os tempos de viagem d'água entre reservatórios em cascatas. Por último, é considerado o modelo linear da rede de transmissão.

Como já mencionado, técnicas de dualidade têm sido bastante aplicadas ao problema da PDO. Conforme abordado na seção de Revisão Bibliográfica, a estratégia de solução a ser apresentada baseia-se inicialmente na utilização da metodologia da RL. Essa metodologia permite explorar as características matemáticas do problema da PDO de maneira eficiente. No entanto, como resultado de sua utilização em problemas não convexos, a solução primal é inviável. Portanto, heurísticas são empregadas de forma a encontrar uma solução viável. Essas heurísticas são baseadas em um conjunto de regras que são definidas por experiência para ajustar alguns parâmetros de entrada na metodologia de solução escolhida. No entanto, é difícil padronizar esses ajustes neste tipo de problemas para garantir uma solução viável de boa qualidade em um tempo computacional aceitável. Por tal motivo e para contornar isto, serão testadas duas metodologias que precisam de algumas heurísticas, a fim de comparar os resultados quanto à qualidade da solução e do esforço computacional na RP. A primeira baseada no LAI (BELLONI *et al.*, 2003; DINIZ *et al.*, 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011) e a segunda baseada no PP (DANIILIDIS e LEMARÉCHAL, 2005; DUBOST *et al.*, 2005).

Por último, dado que o problema da PDO é não convexo, existe um gap^2 de dualidade entre a solução primal e a solução dual do

² Diferença entre os valores ótimos do problema primal e dual.

problema. Na RL o valor da função dual corresponde a um limite inferior para o valor ótimo do problema. Mesmo assim, esse valor da função dual pode estar longe do valor ótimo do problema e a solução pode também ser inviável. Nesse sentido, três aspectos são fundamentais para que seja encontrado um pequeno valor do *gap* de dualidade. O primeiro é referente à solução eficiente dos subproblemas resultantes da decomposição proposta. Já o segundo é associado ao procedimento de atualização dos multiplicadores de Lagrange, isto é, a maximização da função dual. Por fim, o terceiro aspecto é referente ao conjunto de restrições relaxadas, neste caso a introdução de variáveis artificiais. Na RP, mesmo que a RL apresente um *gap* de dualidade, pode-se obter uma solução viável do problema. No sentido de avaliar os resultados obtidos com as técnicas de dualidade por meio do *gap* de dualidade, o problema da PDO também é resolvido utilizando PNLIM. Desta forma, realiza-se uma análise comparativa entre a solução ótima obtida com o pacote de PNLIM, e a solução ótima da função dual obtidas na RL e na RP. Outro aspecto importante a ser avaliado neste trabalho corresponde ao esforço computacional de resolver o problema com as técnicas de dualidade propostas, e também com pacote comercial de PNLIM.

1.3 OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO

Historicamente, as técnicas Lagrangeanas têm sido bastante utilizadas para abordar o problema da PDO. Nos últimos anos, abordagens alternativas com PLIM vêm sendo utilizadas neste tipo de problemas. Por um lado, as técnicas Lagrangeanas fornecem rapidamente um limite inferior (de boa qualidade) da solução primal do problema. No entanto, tais técnicas requerem heurísticas sofisticadas para produzir uma solução factível. Por outro lado, a PLIM fornece uma solução viável rapidamente, embora o limite inferior da solução primal do problema seja ruim (FRANGIONI *et al.*, 2007; FRANGIONI *et al.*, 2011). Nesse contexto, surge a curiosidade de comparar as técnicas de dualidade com a PNLIM.

Adicionalmente, existem diferentes metodologias (aplicadas no problema dual) que utilizam heurísticas para encontrar uma solução viável do problema. Dentre essas metodologias, o LAI tem sido bastante utilizado (BELLONI *et al.*, 2003; DINIZ *et al.*, 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011). No entanto, outras metodologias para encontrar uma solução factível do problema têm sido pouco exploradas. Assim, neste trabalho além de utilizar o LAI, também é apresentada outra forma de recuperar a solução primal do problema

chamada de PP (DANIILIDIS e LEMARÉCHAL, 2005; DUBOST *et al.*, 2005).

O objetivo geral deste trabalho consiste em elaborar um modelo matemático para o problema da PDO, e resolvê-lo utilizando técnicas de dualidade e PNLIM. Nesse sentido, os objetivos específicos a serem cumpridos são:

1. Implementar um modelo que represente de maneira realista o sistema de geração e de transmissão com base nos estudos da PDO já desenvolvidos na literatura.
2. Aplicar técnicas de dualidade ao problema para decompô-lo em uma série de subproblemas mais simples de serem resolvidos e encontrar uma solução viável do problema.
3. Resolver o problema utilizando PNLIM e comparar com os resultados obtidos com as técnicas de dualidade por meio do *gap* de dualidade.
4. Implementar e avaliar duas estratégias de solução na RP baseadas em heurísticas com as técnicas do LAI e do PP.

Este trabalho está organizado conforme descrito a seguir. O próximo capítulo mostra uma modelagem detalhada dos componentes do sistema e a formulação do problema da PDO. Por sua vez, no Capítulo 3 é apresentada a estratégia de solução adotada, baseada em técnicas de dualidade, particularmente na RL, no LAI e no PP. A modelagem e a estratégia de solução são aplicadas no Capítulo 4, onde são apresentados os resultados e análises aplicados a um sistema composto de sete usinas hidrelétricas em cascata, quatro usinas termelétricas, 18 barras e 25 linhas de transmissão. Finalizando o trabalho, no Capítulo 5 são descritas as principais conclusões e sugestões para desenvolvimentos futuros.

2 MODELAGEM E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

2.1 INTRODUÇÃO

No problema da PDO devem ser consideradas em detalhe as principais características das unidades geradoras e da rede de transmissão, em que o nível de detalhamento destas características permite obter uma aproximação de boa qualidade à operação real do sistema. Portanto, neste capítulo é apresentada uma modelagem detalhada dos componentes de um sistema hidrotérmico considerando um modelo linear da rede de transmissão. Finalmente, é apresentada a estrutura do problema de otimização resultante desta modelagem.

2.2 UNIDADES HIDRELÉTRICAS

Os componentes básicos de uma usina hidrelétrica são apresentados na Figura 2.1, em que a produção de energia de uma unidade geradora é dada pela transformação de energia potencial, referente ao volume do reservatório, em energia cinética, associada ao movimento da turbina. Esse movimento produz a rotação do eixo do gerador, que transforma a energia mecânica em energia elétrica.

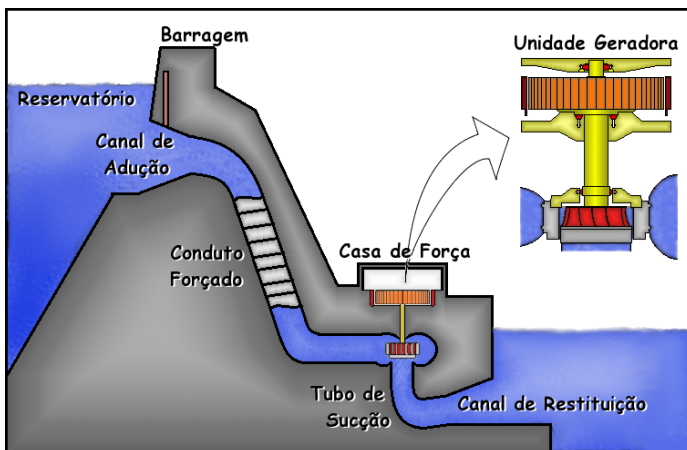


Figura 2.1: Usina hidrelétrica. Fonte: Scuzziato (2011).

O processo de transformação de energia descrito resulta na produção de potência de uma unidade geradora, a qual matematicamente pode ser escrita como (FINARDI, 2003; MONTIBELLER, 2003; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010):

$$Ph_j = G \cdot hl_j \cdot q_j \cdot \eta g_j \cdot \eta t_j. \quad (2.1)$$

Em que:

Ph_j	é a potência ativa produzida pelo j -ésimo conjunto turbina-gerador (MW);
G	é uma constante ³ com valor de $9,8066 \cdot 10^{-3}$ (kg/m ² s ²);
hl_j	é a altura de queda líquida média que a j -ésima turbina esta submetida (m);
q_j	é a vazão turbinada média pela j -ésima turbina (m ³ /s);
ηg_j	é o rendimento médio do j -ésimo gerador;
ηt_j	é o rendimento médio da j -ésima turbina acoplada ao j -ésimo gerador.

Pode-se notar em (2.1) que a função de produção de uma unidade hidrelétrica é definida pelo inter-relacionamento entre as variáveis: altura de queda líquida, hl_j , vazão turbinada, q_j , e rendimento do conjunto turbina-gerador, $\eta t_j \eta g_j$.

2.2.1 Altura de Queda Líquida

A altura de queda líquida de uma unidade hidráulica é dada pela diferença entre a altura de queda bruta da usina, hb , em m e as perdas hidráulicas da unidade, plh_j , em m, da seguinte maneira:

$$hl_j = hb - plh_j. \quad (2.2)$$

Por sua vez, a altura de queda bruta de uma usina, hb , corresponde à diferença entre o nível a montante do reservatório, fc_m , e o nível a jusante do canal de fuga da usina, fc_j , como se pode observar abaixo:

$$hb = fc_m - fc_j. \quad (2.3)$$

No caso brasileiro⁴, a fc_m é, em geral, representada por um polinômio de quarta ordem em função do volume do reservatório, v , dado em hm³ assim (FINARDI, 2003):

$$fc_m = x_0 + x_1 \cdot v + x_2 \cdot v^2 + x_3 \cdot v^3 + x_4 \cdot v^4, \quad (2.4)$$

em que:

³ Essa constante representa o produto do coeficiente da massa específica da água (997 kg/m³) pela aceleração da gravidade (9,8361 m/s²), multiplicada por 10⁻⁶ para converter a potência de W a MW.

⁴ Na Colômbia, no curto prazo, a potência de saída de cada unidade geradora independe do volume no reservatório, das defluências e da vazão turbinada.

$x_0 \dots x_4$ são os coeficientes do polinômio que representa a cota montante para o reservatório.

Os trabalhos anteriores (FINARDI, 2003; TAKIGAWA, 2006; RODRIGUES, 2009) consideram a cota de montante constante e relacionada ao volume inicial dos reservatórios. Neste trabalho a função de produção de cada unidade considera a cota de montante dependente do volume do reservatório para cada estágio de tempo, conforme (TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011).

Assim como a cota montante, a cota jusante é representada de forma aproximada, em geral, por um polinômio de quarta ordem em função das defluências da usina (FINARDI, 2003) como pode ser observado em (2.5). Essas defluências são representadas em (2.6) pela soma da vazão total turbinada, Q , e vertida, s , da usina, dada em m^3/s ,

$$fc_j = b_0 + b_1 \cdot d + b_2 \cdot d^2 + b_3 \cdot d^3 + b_4 \cdot d^4, \quad (2.5)$$

$$d = Q + s, \quad (2.6)$$

em que:

$b_0 \dots b_4$ são os coeficientes do polinômio que representa a cota jusante para a usina.

Por último, as perdas hidráulicas, plh_j , em (2.7) são representadas por uma expressão com duas parcelas: a primeira, correspondente às perdas no adutor comum a todas as unidades geradoras em função da vazão total turbinada da usina, Q ; e a segunda, correspondente às perdas nos adutores individualizados para cada conjunto turbina-gerador em função da vazão turbinada, q_j :

$$plh_j = k_{usina} \cdot Q^2 + kp_j \cdot q_j^2. \quad (2.7)$$

Em que:

k_{usina} é a constante característica do conduto forçado da usina (comum a todas as unidades), dado em m^2/s^5 ;

kp_j é a constante característica do conduto forçado da j -ésima unidade geradora (adutores individuais de cada unidade), expresso em m^2/s^5 .

Quando não existe um condutor comum entre as unidades geradoras da usina, basta considerar em (2.7) k_{usina} igual a zero, isto é:

$$plh_j = kp_j \cdot q_j^2. \quad (2.8)$$

2.2.2 Vazão Turbinada

A vazão turbinada, q_j , é uma das variáveis que definem a potência de saída de uma unidade hidrelétrica conforme pode ser visto em (2.1). Esta variável não relaciona somente a potência de saída de maneira proporcional, também relaciona e impõe restrições à altura de queda líquida (como foi mostrado na seção anterior) e ao rendimento do conjunto turbina-gerador, como será visto a seguir.

2.2.3 Rendimento Hidráulico da Turbina

O rendimento hidráulico representa a eficácia com que é transferida a potência disponível na água que flui através da turbina para o eixo do rotor (GULLIVER e ARNDT, 1991).

Esse rendimento é uma função que depende da altura de queda líquida e da vazão turbinada na unidade geradora. O inter-relacionamento entre essas variáveis é complexo e expresso por meio de curvas de desempenho da turbina conhecidas pelo nome de curvas-colina (em inglês, *Hill Diagrams*). Na Figura 2.2 apresenta-se um exemplo ilustrativo dessas curvas.

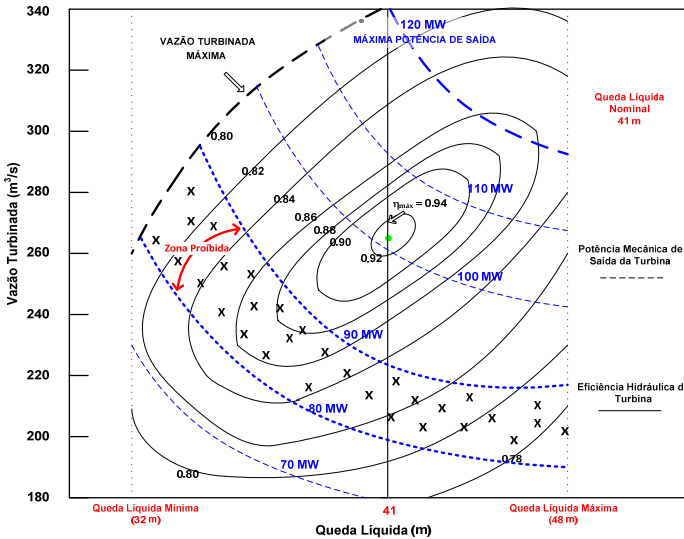


Figura 2.2: Curva colina de uma turbina hidráulica. Fonte: Finardi (2003).

Nos eixo horizontal esta relacionada a altura de queda líquida e no eixo vertical esta relacionada a vazão turbinada. As curvas de nível representam o rendimento e as linhas tracejadas a potência fornecida pelo gerador em relação a um ponto de operação.

Nos estudos da PDO, a representação da curva-colina de cada grupo gerador pode ser dada por uma função quadrática côncava que modela o comportamento do rendimento, η_j , relacionando hl_j e q_j na unidade, como mostra a Equação (2.9).

$$\eta_j = \rho_0 + \rho_1 \cdot q_j + \rho_2 \cdot hl_j + \rho_3 \cdot hl_j \cdot q_j + \rho_4 \cdot q_j^2 + \rho_5 \cdot hl_j^2, \quad (2.9)$$

em que:

$\rho_0.. \rho_5$ são coeficientes de eficiência de cada unidade que devem ser estimados a partir de pontos da curva-colina da mesma.

Além do rendimento hidráulico, existem outros rendimentos referentes às perdas mecânicas da turbina e às perdas globais do gerador. No primeiro deles, o rendimento mecânico da turbina é dado pela razão entre a potência disponível no eixo da turbina e a potência transmitida da água para o rotor da turbina. Assim, existem perdas mecânicas da turbina associadas à potência consumida pelo atrito com os mancais guias e mancais de escora, assim como as perdas na vedação do eixo da turbina (RIBAS, 2003; SCUZZIATO, 2011). Em geral, é possível representar essas perdas como função da potência de saída no gerador, conforme (SCUZZIATO, 2011). Contudo, nesse trabalho essas perdas serão desprezadas.

Por último, o rendimento elétrico do gerador é dado pela razão entre potência disponível nos terminais do gerador e a potência mecânica entregue pelo eixo da turbina. As perdas globais no gerador são constituídas pelas perdas elétricas da máquina mais uma parcela das perdas mecânicas nos mancais e selo de vedação (SCUZZIATO, 2011).

Como foi descrito anteriormente, a função de produção de uma unidade hidrelétrica depende da vazão turbinada pela unidade, da altura de queda líquida e do rendimento do conjunto turbina-gerador. Nota-se em (2.9) que o rendimento é uma função que depende da altura de queda líquida e da vazão turbinada pela unidade. Por sua vez, substituindo (2.3) em (2.2) obtém-se que a altura de queda líquida é dada pela diferença entre a função de cota montante e a função de cota jusante menos as perdas hidráulicas. Estas funções são polinômios de quarta ordem que dependem do volume e vazão defluente da usina, respectivamente. Em relação às perdas hidráulicas, é considerado que não existe condutor comum entre as unidades geradoras da usina, portanto essas perdas são representadas por um termo quadrático correspondente à vazão turbinada pela unidade em (2.8). Desta forma, substituindo (2.6) em (2.5), (2.4) e (2.5) em (2.3), (2.3) e (2.8) em (2.2) e, finalmente (2.2) e (2.9) em (2.1) obtém-se que a função de produção é

um polinômio de ordem doze com relação à vazão defluente da usina ($Q + s$) e do volume no reservatório e de ordem sete em relação à vazão turbinada na unidade:

$$Ph_j(q, d, v) = f(q^7, Q^{12}, s^{12}, v^{12}). \quad (2.10)$$

2.3 UNIDADES TERMELETRICAS

As unidades termelétricas, como seu nome indica, dependem diretamente do calor para gerar energia já que dentro do processo de geração é indispensável esquentar a caldeira para transformar o combustível em vapor e assim mover o rotor da máquina para gerar energia. Dessa forma, é possível fazer uma representação esquemática de uma usina termelétrica conforme mostra a Figura 2.3.

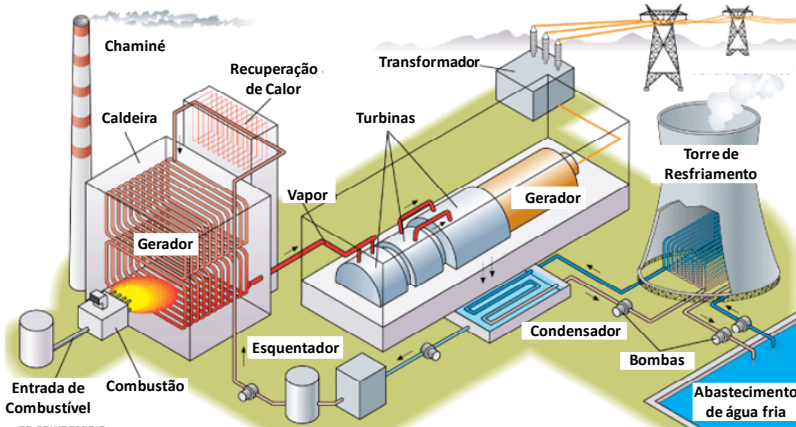


Figura 2.3: Esquema Típico de Geração Termelétrica.

As unidades termelétricas podem ser classificadas em dois grandes grupos:

- as usinas convencionais, que usam materiais fósseis como combustível, tais como o carvão, óleo combustível, gás natural;
- as nucleares, as quais utilizam combustíveis fisséis como o urânio.

As usinas termelétricas apresentam um comportamento baseado no aproveitamento do poder calorífico do combustível para produzir potência. Devido às características particulares de cada unidade, existem curvas de entrada e saída ou de consumo incremental, H , que descrevem seu comportamento. A característica típica dessas curvas, ou seja, o consumo de calor versus a potência de saída da unidade apresenta uma

não-linearidade (WOOD e WOLLENBERG, 1984), como pode ser visto na Figura 2.4 e pode-se expressar pela seguinte função:

$$H_i = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot Pt_i + \alpha_2 \cdot Pt_i^2 + \dots + \alpha_n \cdot Pt_i^n, \quad (2.11)$$

em que:

H é o consumo incremental da i -ésima unidade em [unidades de energia/tempo];

Pt_i é a potência de saída da i -ésima unidade em MW;

$\alpha_0 \dots \alpha_n$ são os coeficientes da função da i -ésima unidade.

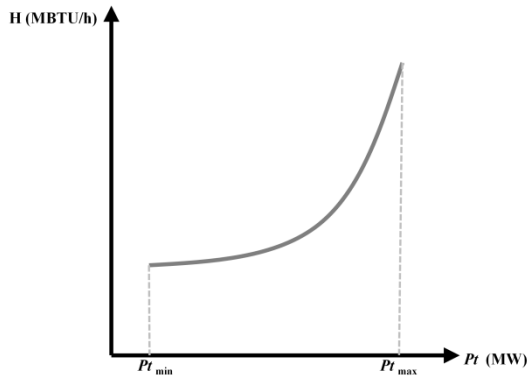


Figura 2.4: Curva típica entrada e saída de uma termelétrica.

O consumo incremental, sem perder generalidade, pode ser aproximado por um polinômio de grau n (2.11). No caso mais comum este é aproximado a uma função quadrática:

$$H_i = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot Pt_i + \alpha_2 \cdot Pt_i^2. \quad (2.12)$$

O consumo incremental, H_i , da i -ésima unidade termelétrica pode ser convertido em custo incremental, C_i , ao considerar o custo do combustível, cc , como é mostrado na seguinte expressão:

$$C_i = cc \cdot H_i = a_{0i} + a_{1i} \cdot Pt_i + a_{2i} \cdot Pt_i^2, \quad (2.13)$$

em que:

C_i é o custo incremental da i -ésima unidade em [\$/h];

cc é o custo do combustível em [\$/unidades de energia];

$a_{0i} \dots a_{2i}$ são os coeficientes da função, os quais dependem das características operativas da i -ésima unidade.

Uma curva típica de custo incremental de operação de uma de uma termelétrica é apresentada na Figura 2.5.

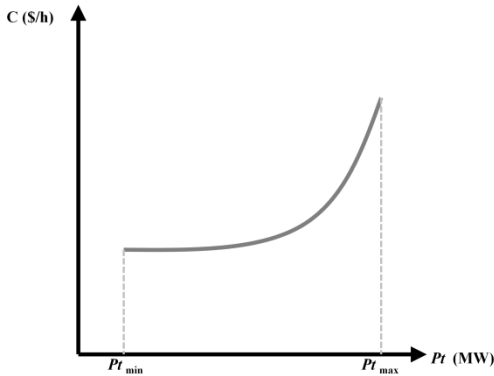


Figura 2.5: Curva típica de custo incremental de uma termelétrica.

As usinas termelétricas também apresentam outra característica importante (principalmente as que consomem combustíveis fósseis) que corresponde aos custos de partida das mesmas. Esses custos dependem da temperatura da caldeira. Na prática assume-se que a caldeira se resfria a uma taxa inversamente proporcional a uma dada constante de resfriamento.

O custo de partida pode ser aproximado por uma função exponencial (WOOD e WOLLENBERG, 1984; FINARDI, 2003; RODRIGUES, 2009) como pode ser visto na seguinte expressão matemática:

$$st_i = \left[\underline{b}_i \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\omega_i}} \right) + \underline{b}_{2i} \right], \quad (2.14)$$

em que:

- st_i é o custo de partida da i -ésima unidade termelétrica;
- \underline{b}_{1i} representa o custo de partida fria da i -ésima unidade termelétrica;
- \underline{b}_{2i} representa o custo fixo da i -ésima unidade termelétrica;
- ω_i é a constante de resfriamento da i -ésima unidade termelétrica;
- t é o tempo total decorrido desde que a caldeira tem sido resfriada.

Portanto, conforme se pode notar nas equações (2.13) e (2.14), o custo total de operação de uma termelétrica, f_{CTi} , tipicamente inclui custos de combustíveis associados aos processos de partida e de

operação nominal da usina e pode ser expresso para um estágio de tempo (t) da seguinte forma:

$$f_{crit} = a_{0i} + a_{1i} \cdot Pt_i + a_{2i} \cdot Pt_i^2 + \left[\underline{b}_i \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\omega_i}} \right) + \underline{b}_{2i} \right]. \quad (2.15)$$

2.4 RESTRIÇÕES OPERATIVAS ADICIONAIS

É necessário considerar as restrições operativas das unidades hidrelétricas e termelétricas, assim como dos reservatórios e da rede de transmissão no modelo da PDO. Essas restrições permitem obter uma boa aproximação à operação real do sistema.

2.4.1 Hidrelétricas

As unidades de geração hidrelétricas apresentam restrições operativas tais como:

- *zonas proibidas de geração*: são regiões onde ocorrem fenômenos indesejáveis como cavitação, fortes vibrações mecânicas, oscilações de pressão no tubo de sucção e oscilações no eixo (FINARDI, 2003; SCUZZIATO, 2011). Deve-se evitar a operação nestas zonas, visto que esses comportamentos podem comprometer o funcionamento das turbinas. Um exemplo ilustrativo é apresentado na Figura 2.2, em que não é permitido que a unidade opere na faixa entre 80 e 90 MW;
- *limites da potência de saída*: são limites físicos da turbina e do gerador. Além disso, para cada zona permitida de geração⁵ existem diferentes faixas que limitam a potência de saída;
- *capacidade de turbinamento*: é um limite físico da turbina que depende da queda;
- *reserva girante*: é um limite de reserva para segurança predefinido. Esta reserva permite ao sistema suportar certas contingências, tais como perda de unidades geradoras ou circuitos de transmissão.

Assim, com as definições anteriores, podem-se escrever três grupos de restrições matemáticas. O primeiro deles referente às zonas permitidas de geração e limites de potência de saída:

⁵ São regiões onde as unidades hidrelétricas podem operar sem a presença de fenômenos indesejáveis como cavitação, fortes vibrações mecânicas, oscilações de pressão no tubo de sucção e oscilações no eixo.

$$\sum_{k=1}^{\phi_{jr}} Ph_{jkrt}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq Ph_{jrt} (q_{jrt}, Q_{rt}, S_{rt}, v_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\phi_{jr}} Ph_{jkrt}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad (2.16)$$

em que:

- k é o índice associado às zonas operativas permitidas das unidades hidrelétricas;
- r é o índice dos reservatórios do sistema;
- j é o índice de unidades hidrelétricas (turbina-gerador);
- ϕ_{jr} é o número de zonas permitidas de geração da j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório;
- Ph_{jkrt}^{\min} é a potência mínima de saída associada à j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório durante o estágio t , quando a mesma estiver operando em sua k -ésima zona permitida, em MW;
- Ph_{jkrt}^{\max} é a potência máxima de saída associada à j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório durante o estágio t , quando a mesma estiver operando em sua k -ésima zona permitida, em MW;
- z_{jkrt} é uma variável de decisão binária que indica se a j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório, está ligada ($z_{jkrt} = 1$) ou desligada ($z_{jkrt} = 0$) durante o estágio t . Havendo múltiplos estados de geração, ou seja, várias zonas permitidas de operação, cada unidade pode operar somente em umas delas e, portanto, a variável z_{jkrt} deve atender ainda à seguinte restrição:

$$\sum_{k=1}^{\phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1. \quad (2.17)$$

O segundo grupo de restrições operativas das unidades hidrelétricas é referente ao limite de turbinamento de cada unidade:

$$q_{jr}^{\min} \leq q_{jrt} \leq q_{jr}^{\max}, \quad (2.18)$$

em que:

- q_{jr}^{\min} é o mínimo turbinamento associado à j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório (m^3/s);
- q_{jr}^{\max} é o máximo turbinamento associado à j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório (m^3/s);

Por último, da definição de reserva girante se obtém a seguinte expressão matemática:

$$\sum_{j=1}^{J(r,t)} \left[\sum_{k=1}^{\phi_{jr}} Ph_{jkr}^{\max} \cdot z_{jkr} - Ph_{jr} \left(q_{jr}, Q_{rt}, s_{rt}, v_{rt} \right) \right] \geq rh_{rt}, \quad (2.19)$$

em que:

$J(r,t)$ é o número total de unidades hidrelétricas do r -ésimo reservatório disponíveis para a operação no estágio t ;

rh_{rt} é o valor da reserva da usina, em MW, no r -ésimo reservatório no estágio t .

Ph_{jkr}^{\max} é a potência máxima de saída associada à j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório durante o estágio t , operando na zona permitida de sua capacidade nominal, em MW

2.4.2 Termelétricas

As seguintes restrições consideram as principais características operativas dessas unidades, em que a maioria dessas restrições é oriunda do funcionamento das caldeiras (WOOD e WOLLENBERG, 1984) conforme descrito abaixo.

- *limites de potência de saída*: são limites técnicos da unidade quando está em operação;
- *tempos mínimos de partida, t^{up} , e de desligamento, t^{dw}* : representam o comportamento termodinâmico das unidades e asseguram que exista um número mínimo de estágios de tempo no qual, invariavelmente, as unidades permaneçam ligadas ou desligadas, respectivamente;
- *rampa de partida, Δ^{up} , e desligamento, Δ^{dw}* : quando uma unidade termelétrica esta sendo ligada ou desligada, necessita um número determinado de estágios a uma taxa crescente ou decrescente respectivamente, até encontrar seu limite mínimo operativo se estava desligada ou reduzir a zero caso contrário;
- *rampa na operação nominal*: corresponde à limitação da diferença do nível de geração entre dois estágios consecutivos, δ^{up} e δ^{dw} , quando a unidade está operando sob faixa operativa nominal;
- *reserva girante, rt_i* : é um limite de reserva para segurança predefinido. Esta reserva permite ao sistema suportar certas contingências, tais como perda de unidades geradoras ou circuitos de transmissão.

A Figura 2.6 ilustra as restrições operativas anteriormente descritas.

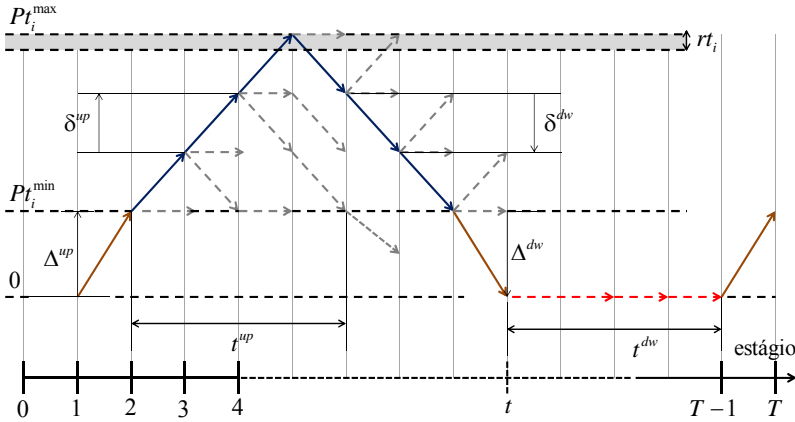


Figura 2.6: Restrições operativas de uma unidade termelétrica.

As restrições operativas descritas podem ser expressas matematicamente pelos seguintes conjuntos de restrições de desigualdade (FRANGIONI *et al.*, 2011):

$$Pt_i^{\min} \cdot u_{it} \leq Pt_{it} \leq Pt_i^{\max} \cdot u_{it}, \quad (2.20)$$

$$Pt_{it} \cdot u_{it} \cdot (1 - u_{i,t-1}) \leq \Delta^{up}, \quad (2.21)$$

$$Pt_{i,t-1} \cdot u_{i,t-1} \cdot (1 - u_{it}) \leq \Delta^{dw}, \quad (2.22)$$

$$Pt_{it} \cdot u_{i,t-1} - Pt_{i,t-1} \leq \delta^{up}, \quad (2.23)$$

$$Pt_{i,t-1} \cdot u_{it} - Pt_{it} \leq \delta^{dw}, \quad (2.24)$$

$$u_{i,t-1} - u_{it} + u_{in} \leq 1 \text{ para } n = t + 1, \dots, \min(T, t + t^{dw} - 1), \quad (2.25)$$

$$u_{i,t-1} - u_{it} + u_{in} \geq 0 \text{ para } n = t + 1, \dots, \min(T, t + t^{up} - 1), \quad (2.26)$$

$$Pt_i^{\max} - Pt_{it} \geq rt_i, \quad (2.27)$$

em que:

I é o número total de unidades termelétricas no sistema;

i é o índice associado às unidades termelétricas, $i=1, \dots, I$;

Pt_i^{\min} é a potência mínima de saída associada à i -ésima unidade termelétrica, em MW;

Pt_i^{\max} é a potência máxima de saída associada à i -ésima unidade termelétrica, em MW;

- u_{it} é a variável de decisão binária que indica se a i -ésima unidade termelétrica esta ligada ($u_{it}=1$) ou desligada ($u_{it}=0$) durante o estágio t ;
- T é o numero total de estágios do problema.

Note que a Restrição (2.20) corresponde aos limites de potência das unidades termelétricas. Por sua vez, as restrições (2.21) e (2.22) correspondem às rampas de partida e desligamento das mesmas. As restrições (2.23) e (2.24) representam as rampas na operação nominal das unidades. Os tempos mínimos de partida e desligamento são representados pelos conjuntos de restrições (2.25) e (2.26). Por último, a restrição (2.27) corresponde à reserva girante de cada unidade.

2.4.3 Reservatórios

Cada reservatório obedece ao princípio básico da conservação da massa, isto é, o volume de um reservatório, no final de um estágio de tempo, deve ser igual ao volume no início do estágio mais o volume afluente, menos os volumes defluente, evaporado e infiltrado. Além disso, geralmente em um mesmo rio ou bacia hidrográfica são construídas várias usinas hidráulicas em cascata, em que esse acoplamento hidráulico entre as usinas deve ser considerado. A seguinte expressão matemática representa a restrição operativa baseada no princípio da conservação da massa da água, desconsiderando os efeitos da evaporação e da infiltração:

$$v_{r,t+1} = v_{rt} - c \cdot \left[Q_{rt} + s_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_v^{(r,t)}} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + s_{m,t-\tau_{mr}}) - y_{rt} \right], \quad (2.28)$$

em que:

- $v_{r,t-1}, v_{rt}$ representa o volume armazenado no r -ésimo reservatório no início do estágio t ;
- c é a constante com valor de $3,6 \cdot 10^{-3}$ que transforma a vazão (m^3/s) em um volume (hm^3) equivalente em um período de tempo igual a uma hora;
- Q_{rt} é a vazão total turbinada no r -ésimo reservatório ao longo do estágio t , em m^3/s . Seu valor é calculado pela soma das vazões turbinadas em cada unidade geradora do r -ésimo reservatório no decorrer do estágio t , ou seja:

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r,t)} q_{jrt}, \quad (2.29)$$

- s_{rt} é a vazão total vertida no r -ésimo reservatório ao longo do

	estágio t , em m^3/s ;
$\mathfrak{R}_+^{(r)}$	é o conjunto de reservatórios imediatamente a montante ao r -ésimo reservatório;
m	é o índice do reservatório a montante do reservatório r ;
τ_{mr}	é o tempo de viagem da água entre os reservatórios m e r , em horas;
y_{rt}	é a vazão incremental afluyente ao r -ésimo reservatório ao longo do estágio t , em m^3/s .

Outras restrições operativas dos reservatórios correspondem às características construtivas dos mesmos, isto é, limites no volume armazenado e na vazão vertida, como pode ser visto nas restrições (2.30) e (2.31); esta última tem sua modelagem semelhante a uma variável de folga. Entretanto, no caso real, o valor máximo do vertimento pode ser dependente do volume armazenado no reservatório.

$$v_r^{\min} \leq v_{rt} \leq v_r^{\max}, \quad (2.30)$$

$$s_{rt} \geq 0. \quad (2.31)$$

Em que:

v_r^{\min} é o volume mínimo do r -ésimo reservatório;

v_r^{\max} é o volume máximo do r -ésimo reservatório.

Por último, existe um conjunto de restrições relacionadas com o custo futuro da água, que modelam o efeito de uma função que permite comparar o custo da utilização da água armazenada nos reservatórios com o custo de manter essa água armazenada (FINARDI, 2003; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010). Esse conjunto de restrições não será considerado neste trabalho; no entanto, será considerado um conjunto de restrições referentes a um volume meta em cada reservatório, ou seja, um limite inferior do volume ao final do horizonte de estudo que garante manter uma quantidade de água predefinida como pode ser visto na seguinte expressão:

$$v_{r,T+1} \geq v_r^{\text{meta}}, \quad (2.32)$$

em que:

$v_{r,T+1}$ é o volume do r -ésimo reservatório ao final do horizonte de estudo T ;

v_r^{meta} é o volume meta do r -ésimo reservatório.

2.4.4 Rede de Transmissão

Existe uma conexão física entre a geração e os centros de carga do sistema que limita o transporte de energia e que, em muitas ocasiões, impede o uso dos reservatórios de forma mais econômica restringindo a transferência de grandes quantidades de energia.

A representação de uma barra do sistema é apresentada na seguinte ilustração:

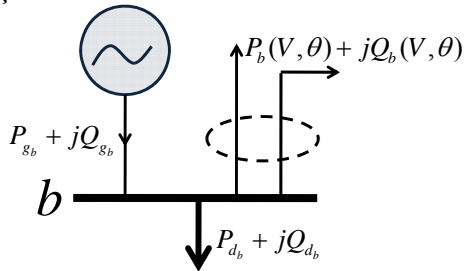


Figura 2.7: Representação de uma barra em um sistema de energia elétrica.

em que:

b é a b -ésima barra do sistema;

P_{g_b} é a potência ativa gerada na barra b , em MW;

Q_{g_b} é a potência reativa gerada na barra b , em MVar;

V é a tensão na barra b ;

θ é o ângulo na barra b ;

$P_b(V, \theta)$ é o fluxo de potência ativa nas linhas conectadas à barra b , em MW;

$Q_b(V, \theta)$ é o fluxo de potência reativa nas linhas conectadas à barra b , em MVar;

P_{d_b} é a carga de potência ativa conectada na barra b , em MW;

Q_{d_b} é a carga de potência reativa conectada na barra b , em MVar.

O fluxo de potência baseado na representação da Figura 2.7 resulta em uma formulação não-linear com restrições não-lineares, cuja solução pode ser obtida por meio de métodos computacionais específicos. No entanto, pode ser simplificado usando o modelo linearizado para a rede (fluxo de potência DC) mediante as seguintes aproximações:

- Os módulos das tensões em todas as barras iguais;
- desprezar as resistências e admitâncias transversais das linhas de transmissão;
- supor as aberturas angulares correspondentes aos ramos da rede pequenas.

Assim, as expressões em (2.33) e (2.34) definem o fluxo de potência ativa pelos ramos e a injeção líquida de potência ativa nas barras respectivamente.

$$\gamma_{bet} = \frac{1}{x_{be}} \cdot (\theta_{bt} - \theta_{et}), \quad (2.33)$$

$$P_{barras,t} = \sum_{e \in \Omega_b} \gamma_{bet}, \quad (2.34)$$

em que:

γ_{bet} é o fluxo de potência ativa pela linha conectada entre as barras b e e durante o estágio t (MW);

x_{be} é o reatância da linha conectada entre as barras b e e , em pu;

$\theta_{bt} - \theta_{et}$ é a diferença angular entre as barras b e e durante o estágio t , em *radianos*;

$P_{barras,t}$ é a potência ativa líquida injetada nas barras do sistema durante o estágio t (MW);

Ω_b é o conjunto de barras conectados à barra b .

A Equação (2.34) pode ser reescrita da seguinte forma matricial:

$$P_{barras,t} = B \cdot \theta_t, \quad (2.35)$$

em que:

B é a matriz susceptância do sistema ($\beta \times \beta$), com β o número total de barras do sistema;

θ_t é um vetor com ($\beta \times 1$) que contém os ângulos das barras do sistema durante o estágio t .

Com base na descrição da representação do modelo é possível escrever a equação de balanço de energia como segue:

$$A_{gh} \cdot \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) + A_{gt} \cdot Pt_{it} - B \cdot \theta_t = Pl_t, \quad (2.36)$$

em que:

A_{gh} é a matriz incidência barra-usina hidrelétrica ($\beta \times R$) que indica se o conjunto de geradores J do r -ésimo reservatório esta conectado ou não à barra b ;

- A_{gt} é a matriz incidência barra-gerador termelétrico ($\beta \times I$) que indica se o gerador i está conectado ou não na barra b ;
- $\sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot)$ é a potência de saída do conjunto de unidades hidrelétricas J do r -ésimo reservatório, no estágio t ;
- Pl_t é o vetor com as demandas associadas a cada barra do sistema ($\beta \times 1$), no estágio t .

Por último, a capacidade de transporte de potência pelas linhas é limitada, portanto devem-se considerar seus limites. A seguinte restrição de desigualdade representa esses limites:

$$-fl^{\max} \leq \Gamma \cdot A_{lb} \cdot \theta_t \leq fl^{\max}, \quad (2.37)$$

em que:

- l é o índice da linha;
- Γ é uma matriz diagonal ($L \times L$) com a susceptância de cada linha, em que L é o número total de linhas no sistema;
- fl^{\max} é um vetor ($L \times 1$) com a capacidade de transporte pelas linhas;
- A_{lb} é a matriz incidência linha-barra ($L \times \beta$).

2.5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Nas seções anteriores apresentou-se uma modelagem detalhada dos principais componentes de um sistema hidrotérmico. Devido às características do mesmo, o problema da PDO é formulado como um problema de programação inteira-mista, não-linear e de grande porte. O objetivo é a otimização dos custos associados à operação das unidades geradoras, atendendo as restrições do sistema ao longo do horizonte de estudo.

Assim, o modelo de otimização proposto neste trabalho é dado por:

$$\min \Theta = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[a_{0i} + a_{1i} \cdot Pt_{it} + a_{2i} \cdot Pt_{it}^2 + \left[\underline{b}_i \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\theta_i}} \right) + \underline{b}_{2i} \right] \cdot u_{it} \cdot (1 - u_{it-1}) \right], \quad (2.38)$$

sujeito a:

$$Pt_i^{\min} \cdot u_{it} \leq Pt_{it} \leq Pt_i^{\max} \cdot u_{it}, \quad (2.39)$$

$$Pt_{it} \cdot u_{it} \cdot (1 - u_{i,t-1}) \leq \Delta^{up}, \quad (2.40)$$

$$Pt_{i,t-1} \cdot u_{i,t-1} \cdot (1 - u_{it}) \leq \Delta^{dw}, \quad (2.41)$$

$$Pt_{it} \cdot u_{i,t-1} - Pt_{i,t-1} \leq \delta^{up}, \quad (2.42)$$

$$Pt_{i,t-1} \cdot u_{it} - Pt_{it} \leq \delta^{dw}, \quad (2.43)$$

$$u_{i,t-1} - u_{it} + u_{in} \geq 0 \text{ para } n = t + 1, \dots, \min(T, t + t^{up} - 1), \quad (2.44)$$

$$u_{i,t-1} - u_{it} + u_{in} \leq 1 \text{ para } n = t + 1, \dots, \min(T, t + t^{dw} - 1), \quad (2.45)$$

$$Pt_i^{\max} - Pt_{it} \geq rt_i, \quad (2.46)$$

$$u_{it} \in \{0, 1\}, \quad (2.47)$$

$$u_{i0} = \tilde{u}_{i0}, \quad Pt_{i0} = \tilde{Pt}_{i0}, \quad (2.48)$$

$$\sum_{k=1}^{\phi_{jr}} Ph_{jkr}^{\min} \cdot z_{jkr} \leq Ph_{jrt} (q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}, v_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\phi_{jr}} Ph_{jkr}^{\max} \cdot z_{jkr}, \quad (2.49)$$

$$\sum_{k=1}^{\phi_{jr}} z_{jkr} \leq 1, \quad z_{jkr} \in \{0, 1\}, \quad (2.50)$$

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r,t)} q_{jrt}, \quad (2.51)$$

$$q_{jr}^{\min} \leq q_{jrt} \leq q_{jr}^{\max}, \quad (2.52)$$

$$\sum_{j=1}^{J(r,t)} \left[\sum_{k=1}^{\phi_{jr}} Ph_{jkr}^{\max} \cdot z_{jkr} - Ph_{jrt} (q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}, v_{rt}) \right] \geq rh_{rt}, \quad (2.53)$$

$$v_{r,t+1} = v_{rt} - c \cdot \left[Q_{rt} + s_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + s_{m,t-\tau_{mr}}) - y_{rt} \right], \quad (2.54)$$

$$v_r^{\min} \leq v_{rt} \leq v_r^{\max}, \quad (2.55)$$

$$s_{rt} \geq 0, \quad (2.56)$$

$$v_{r,T+1} \geq v_r^{meta}, \quad (2.57)$$

$$d_{rt} = Q_{rt} + s_{rt}, \quad (2.58)$$

$$d_r^{\min} \leq d_{rt} \leq d_r^{\max}, \quad (2.59)$$

$$A_{gh} \cdot \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) + A_{gt} \cdot Pt_{it} - B \cdot \theta_t = Pl_t, \quad (2.60)$$

$$-fl^{\max} \leq \Gamma \cdot A_{lb} \cdot \theta_t \leq fl^{\max}, \quad (2.61)$$

em que:

\tilde{u}_{i0} é uma variável binária que indica se a i -ésima unidade estava ligada ou desligada no estágio $t=0$;

\tilde{P}_{t0} é a potência de saída da i -ésima unidade termelétrica no estágio $t=0$.

A função objetivo em (2.38) representa os custos de operação das unidades termelétricas. O conjunto de restrições (2.39)-(2.48) refere-se ao sistema termelétrico. Por sua vez, (2.49)-(2.59) são restrições do sistema hidrelétrico. Por último, as restrições (2.60) e (2.61) correspondem ao balanço energético considerando o modelo linear da rede de transmissão e seus limites.

Conforme pode ser visto, o problema apresentado possui característica de não linearidade e a presença de variáveis inteiras e contínuas, além de ser um problema de grande porte. Portanto, necessita-se de métodos eficientes e robustos para sua resolução. Nesse sentido propõe-se o uso de técnicas de dualidade para decompor o problema original em uma série de subproblemas mais simples de serem solucionados e a incorporação de pacotes comerciais de PNLIM na resolução do mesmo, como será visto no próximo capítulo.

2.6 CONCLUSÕES

Este capítulo teve como objetivo apresentar em detalhe a modelagem matemática de um sistema hidrotérmico, assim como a formulação referente ao problema da PDO.

Nesse sentido, são consideradas as principais características de um sistema hidrotérmico. Para o parque gerador hidrelétrico considera-se a função de produção não-linear dependente da altura de queda líquida, da vazão turbinada, do rendimento e das perdas hidráulicas, assim como a presença das zonas proibidas de operação e reserva de geração. Por sua vez, para os reservatórios respeita-se o princípio básico da conservação da massa considerando o acoplamento temporal e espacial entre os mesmos e o volume meta. Para o parque gerador termelétrico são considerados os limites de potência, as rampas e os tempos mínimos de partida e desligamento, rampas em operação e reserva girante. Por último, no atendimento à demanda considera-se o

modelo linear da rede de transmissão (fluxo de potência DC) assim como seus limites.

A consideração das características anteriormente descritas resulta em um problema de grande porte e de natureza não-linear com variáveis inteiras e contínuas que dificultam a resolução do mesmo.

Contudo, existem técnicas de dualidade que permitem decompor o problema da PDO em uma série de subproblemas menores mais simples de serem resolvidos, assim como pacotes comerciais de PNLIM capazes de lidar com este tipo de problema.

3 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

3.1 INTRODUÇÃO

O problema da PDO é um problema de otimização não-linear inteiro-misto e de grande porte. Devido ao tamanho e complexidade do mesmo, é computacionalmente muito oneroso resolvê-lo. Por outro lado, conforme pode ser visto na literatura, o problema é um candidato natural para aplicação de técnicas de decomposição.

Nesse contexto, é atrativo utilizar técnicas de dualidade, particularmente a RL que permite decompor o problema principal em uma série de subproblemas menores mais simples de serem resolvidos. Posteriormente, uma vez que a solução primal associada com a RL não é viável, é necessário realizar uma RP utilizando algumas heurísticas, como por exemplo, as técnicas do LAI e do PP.

Na decomposição empregada neste trabalho alguns subproblemas apresentam características de não-linearidade e com variáveis inteiras e contínuas. Essas características fazem com que seja necessário utilizar metodologias de PD, PQS e EE para resolvê-los. Mesmo que o desempenho dessas metodologias tenha fornecido soluções de boa qualidade com um esforço computacional aceitável, o foco deste trabalho não visa utilizar essas metodologias, i.e., resolver os subproblemas mais eficientemente sob o ponto de vista de esforço computacional. Portanto, como alternativa para solucioná-los, pode-se usar algum pacote de PNLIM.

Assim, neste capítulo apresenta-se uma estratégia de solução ao problema da programação da operação fazendo uso de técnicas de dualidade e incorporando dentro do processo de resolução do mesmo, pacote comercial de PNLIM.

3.2 RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

A técnica da RL é baseada na definição do problema dual (LASDON, 1968; GEOFFRION, 1974; FISHER, 1985; NOCEDAL e WRIGHT, 1999), sendo particularmente atrativa quando na formulação do problema primal existem algumas restrições que dificultam a resolução do mesmo. Assim, essas restrições são transferidas de forma estratégica para a função objetivo e ponderadas por multiplicadores de Lagrange. Se o problema primal é convexo, o valor da função objetivo na minimização do problema primal pode coincidir com o valor da função objetivo na maximização do problema dual. Em caso contrário, o

valor da função objetivo na maximização do problema dual constitui uma cota inferior para o valor da função objetivo na minimização do problema primal. A diferença entre os valores ótimos dos problemas primal e dual recebe o nome de *gap* de dualidade (BERTSEKAS *et al.*, 1983; FERREIRA, 1993).

Outro aspecto importante da RL é que a função dual sempre é côncava, independentemente se o problema primal é convexo ou não. Mesmo assim, a solução primal obtida na otimização da função dual pode violar algumas restrições relaxadas, sendo necessário realizar uma RP para tornar factível tal solução. A otimização da função dual pode ser não trivial desde que essa função é tipicamente não diferenciável para o caso da PDO.

Por último, é importante ressaltar que a RL tem sido bastante utilizada em trabalhos semelhantes (BORGHETTI *et al.*, 2003; DUBOST *et al.*, 2005; FINARDI e SILVA, 2006; FRANGIONI e GENTILE, 2006; DINIZ *et al.*, 2007; FRANGIONI *et al.*, 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011).

3.3 ESQUEMA DE DECOMPOSIÇÃO DO PROBLEMA

O problema da PDO é acoplado no tempo e no espaço por um conjunto de restrições operativas que dificultam a resolução do mesmo. Nesse sentido, na literatura têm sido utilizadas diferentes estratégias de decomposição que permitem desacoplar o problema em uma série de subproblemas mais simples de serem resolvidos. Dentro dessas estratégias, a técnica de duplicação de variáveis aparece como uma boa escolha conforme (LEMARÉCHAL, 2001; BELLONI *et al.*, 2003; DINIZ *et al.*, 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011).

Conhecidas as propriedades da RL, e adotando a técnica de duplicação de variáveis, algumas variáveis primais são duplicadas, inserindo novas restrições artificiais ao problema primal. Essas novas restrições são dualizadas ou transferidas para a função objetivo do problema dual e um esquema de decomposição é aplicado.

Inicialmente, são identificados quatro grupos de restrições no problema primal (2.39)-(2.61):

1. Unidades Termelétricas (2.39)-(2.48).
2. Unidades Hidrelétricas (2.49)-(2.53).
3. Sistema Hidráulico (2.54)-(2.59).
4. Atendimento à Demanda (2.60) e (2.61).

Esses grupos de restrições estão acoplados por algumas das variáveis primais como pode ser visto na Figura 3.1.

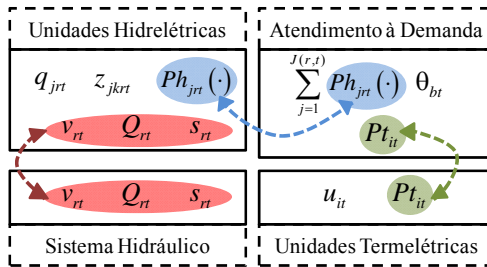


Figura 3.1: Variáveis primais dos grupos de restrições.

Verifica-se que o grupo de restrições das unidades hidrelétricas está acoplado com o grupo de restrições do atendimento à demanda, pela variável $Ph_{jrt}(\cdot)$, e ao grupo de restrições do sistema hidráulico, pelas variáveis v_{rt} , Q_{rt} e s_{rt} . Por último, nota-se também que o grupo de restrições das unidades termelétricas e do atendimento à demanda estão acoplados pela variável Pt_{it} .

Para eliminar esses acoplamentos, são inseridas no problema algumas restrições que representam a duplicação de algumas das variáveis primais, da seguinte maneira:

$$\sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) = Pha_{rt} \quad (3.1)$$

$$v_{rt} = va_{rt} \quad (3.2)$$

$$Q_{rt} = Qa_{rt} \quad (3.3)$$

$$s_{rt} = sa_{rt} \quad (3.4)$$

$$Pt_{it} = Pta_{it} \quad (3.5)$$

As variáveis artificiais va_{rt} , Qa_{rt} , e sa_{rt} são substituídas no grupo de restrições do sistema hidráulico e as variáveis artificiais Pha_{rt} e Pta_{it} no grupo de restrições de atendimento à demanda do problema original. Além disso, as restrições artificiais são inseridas no modelo. Assim, o modelo de otimização é dado agora por:

$$\min \Theta = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[a_{0i} + a_{1i} \cdot Pt_{it} + a_{2i} \cdot Pt_{it}^2 + \left[\underline{b}_i \cdot \left(1 - e^{-\frac{-t}{\theta_i}} \right) + \underline{b}_{2i} \right] \cdot u_{it} \cdot (1 - u_{it-1}) \right], \quad (3.6)$$

sujeito a:

$$Pt_i^{\min} \cdot u_{it} \leq Pt_{it} \leq Pt_i^{\max} \cdot u_{it}, \quad (3.7)$$

$$Pt_{it} \cdot u_{it} \cdot (1 - u_{i,t-1}) \leq \Delta^{up}, \quad (3.8)$$

$$Pt_{i,t-1} \cdot u_{i,t-1} \cdot (1 - u_{it}) \leq \Delta^{dw}, \quad (3.9)$$

$$Pt_{it} \cdot u_{i,t-1} - Pt_{i,t-1} \leq \delta^{up}, \quad (3.10)$$

$$Pt_{i,t-1} \cdot u_{it} - Pt_{it} \leq \delta^{dw}, \quad (3.11)$$

$$u_{i,t-1} - u_{it} + u_{in} \geq 0 \text{ para } n = t+1, \dots, \min(T, t + t^{up} - 1), \quad (3.12)$$

$$u_{i,t-1} - u_{it} + u_{in} \leq 1 \text{ para } n = t+1, \dots, \min(T, t + t^{dw} - 1), \quad (3.13)$$

$$Pt_i^{\max} - Pt_{it} \geq rt_i, \quad (3.14)$$

$$u_{it} \in \{0, 1\}, \quad (3.15)$$

$$u_{i0} = \tilde{u}_{i0}, \quad Pt_{i0} = \tilde{P}t_{i0}, \quad (3.16)$$

$$\sum_{k=1}^{\phi_{jr}} Ph_{jkrt}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq Ph_{jrt} \left(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}, v_{rt} \right) \leq \sum_{k=1}^{\phi_{jr}} Ph_{jkrt}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad (3.17)$$

$$\sum_{k=1}^{\phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1, \quad z_{jkrt} \in \{0, 1\}, \quad (3.18)$$

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r,t)} q_{jrt}, \quad (3.19)$$

$$q_{jr}^{\min} \leq q_{jrt} \leq q_{jr}^{\max}, \quad (3.20)$$

$$\sum_{k=1}^{\phi_{jr}} Ph_{j1rt}^{\max} \cdot z_{jkrt} - Ph_{jrt} \left(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}, v_{rt} \right) \geq rh_{rt}, \quad (3.21)$$

$$va_{r,t+1} = va_{rt} - c \cdot \left[Qa_{rt} + sa_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} \left(Qa_{m,t-\tau_{mr}} + sa_{m,t-\tau_{mr}} \right) - y_{rt} \right], \quad (3.22)$$

$$v_r^{\min} \leq va_{rt} \leq v_r^{\max}, \quad (3.23)$$

$$sa_{rt} \geq 0, \quad (3.24)$$

$$va_{r,T+1} \geq v_r^{meta}, \quad (3.25)$$

$$d_{rt} = Qa_{rt} + sa_{rt}, \quad (3.26)$$

$$d^{\min} \leq d_{rt} \leq d^{\max}, \quad (3.27)$$

$$A_{gh} \cdot Pha_{rt} + A_{gt} \cdot Pta_{it} - B \cdot \theta_t = Pl_t, \quad (3.28)$$

$$-fl^{\max} \leq \Gamma \cdot A_{bt} \cdot \theta_t \leq fl^{\max}, \quad (3.29)$$

$$Pha_{rt} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) = 0, \quad (3.30)$$

$$v_{rt} - va_{rt} = 0, \quad (3.31)$$

$$Q_{rt} - Qa_{rt} = 0, \quad (3.32)$$

$$s_{rt} - sa_{rt} = 0, \quad (3.33)$$

$$Pta_{it} - Pt_{it} = 0. \quad (3.34)$$

Nota-se na Figura 3.2 que os grupos de restrições que anteriormente foram definidos agora estão desacoplados.

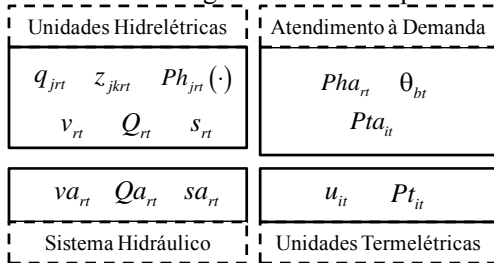


Figura 3.2: Variáveis primais e artificiais dos grupos de restrições.

Por sua vez, existe um novo grupo de restrições artificiais dado por (3.30)-(3.34).

Uma vez desacoplados os grupos de restrições, o problema dual é construído de forma estratégica, relaxando o conjunto de restrições artificiais (3.30)-(3.34). Isso permite eliminar a necessidade de dualizar restrições relacionadas aos comportamentos físicos dos reservatórios e unidades geradoras. A formulação do problema dual é dada a seguir:

$$\Theta^{DUAL} = \max \Theta^{RL}(\lambda pt_{it}, \lambda ph_{rt}, \lambda v_{rt}, \lambda Q_{rt}, \lambda s_{rt}), \quad (3.35)$$

sendo:

$$\begin{aligned}
\Theta^{RL}(\cdot) = & \\
\min & \left\{ \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[a_{0i} + a_{1i} \cdot Pt_{it} + a_{2i} \cdot Pt_{it}^2 + \left[\underline{b}_i \cdot \left(1 - e^{-\frac{-t}{\tau_i}} \right) + \underline{b}_i \right] \cdot u_{it} \cdot (1 - u_{it-1}) \right] + \right. \\
& \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^I \lambda p_{it} \cdot (Pt_{it} - Pt_{it}) + \sum_{r=1}^R \left(\lambda p h_{rt} \cdot \left(Ph_{rt} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jt}(\cdot) \right) \right) \right] + \\
& \left. \sum_{t=1}^T \left[\sum_{r=1}^R (\lambda v_{rt} \cdot (v_{rt} - va_{rt}) + \lambda Q_{rt} \cdot (Q_{rt} - Qa_{rt}) + \lambda s_{rt} \cdot (s_{rt} - sa_{rt})) \right] \right\}, \quad (3.36)
\end{aligned}$$

sujeito a: (3.7)-(3.29),

em que λp_{it} , $\lambda p h_{rt}$, λv_{rt} , λQ_{rt} e λs_{rt} são os multiplicadores de Lagrange associados as restrições (3.30)-(3.34).

Nota-se que a estrutura do problema dual é similar a do problema primal, isto é, o conjunto de restrições é o mesmo do problema original sendo que a incorporação das variáveis artificiais viabiliza o desacoplamento dos grupos de restrições anteriormente citados.

A partir do desacoplamento desses grupos de restrições, é possível dividir o problema dual em quatro grupos de subproblemas independentes, ou seja:

$$\begin{aligned}
\Theta^{RL}(\cdot) = & \Theta^{SH}(\lambda v_{rt}, \lambda Q_{rt}, \lambda s_{rt}) + \Theta^{AD}(\lambda p h_{rt}, \lambda p_{it}) + \\
& \Theta^{AUT}(\lambda p_{it}) + \Theta^{AHT}(\lambda p h_{rt}, \lambda v_{rt}, \lambda Q_{rt}, \lambda s_{rt}), \quad (3.37)
\end{aligned}$$

em que:

- Θ^{SH} é o subproblema “Hidráulico” com λv_{rt} , λQ_{rt} e λs_{rt} dados;
- Θ^{AD} é o subproblema de “Atendimento à Demanda” com $\lambda p h_{rt}$ e λp_{it} dados;
- Θ^{AUT} é o subproblema de “Alocação de Unidades Termelétricas” com λp_{it} dado;
- Θ^{AHT} é o subproblema de “Alocação de Unidades Hidrelétricas” com $\lambda p h_{rt}$, λv_{rt} , λQ_{rt} e λs_{rt} dados;

3.3.1 Subproblema Hidráulico (SH)

$$\Theta^{SH}(\cdot) = \min \left\{ - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R [\lambda v_{rt} \cdot va_{rt} + \lambda Q_{rt} \cdot Qa_{rt} + \lambda s_{rt} \cdot sa_{rt}] \right\}, \quad (3.38)$$

sujeito a: (3.22)-(3.27).

3.3.2 Subproblema de Atendimento à Demanda (AD)

$$\Theta^{AD}(\cdot) = \min \left\{ \sum_{t=1}^T \left[\sum_{r=1}^R \lambda p h_{rt} \cdot Ph a_{rt} + \sum_{i=1}^I \lambda p t_{it} \cdot P t a_{it} \right] \right\} \quad (3.39)$$

sujeito a: (3.28) e (3.29).

3.3.3 Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas (AUT)

$$\Theta^{AUT}(\cdot) = \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[a_{0i} + a_{1i} \cdot P t_{it} + a_{2i} \cdot P t_{it}^2 + \left[\underline{b}_{1i} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\theta_i}} \right) + \underline{b}_{2i} \right] \cdot u_{it} \cdot (1 - u_{it-1}) - \lambda p t_{it} \cdot P t_{it} \right] \quad (3.40)$$

sujeito a: (3.7) e (3.16).

3.3.4 Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas (AUH)

$$\Theta^{AUH}(\cdot) = \min \left\{ - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \lambda p h_{rt} \cdot \sum_{j=1}^{J(r,t)} P h_{jr}(\cdot) + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left[\lambda v_{rt} \cdot v_{rt} + \lambda Q_{rt} \cdot Q_{rt} + \lambda s_{rt} \cdot s_{rt} \right] \right\} \quad (3.41)$$

sujeito a: (3.17)-(3.21).

Assim, a solução do Problema (3.37) é obtida por meio de um processo iterativo em que cada iteração realiza duas tarefas: soluciona os subproblemas Θ^{SH} , Θ^{AD} , Θ^{AUH} e Θ^{AUT} , e atualiza os valores dos multiplicadores de Lagrange $\lambda p t_{it}$, $\lambda p h_{rt}$, λv_{rt} , λQ_{rt} e λs_{rt} .

3.4 SOLUÇÃO DO PROBLEMA VIA RL

3.4.1 Características dos Subproblemas

Cada subproblema apresenta características diferentes devido ao tipo de variáveis que os compõem (podem ser de natureza inteira e/ou contínuas) e de se possuem restrições lineares e/ou não-lineares. Isto faz com que seja necessário o uso de técnicas matemáticas de PL e PNLIM para resolvê-los. Assim mesmo, cada um deles pode apresentar algum tipo de acoplamento interno que faz com que não seja possível resolver uma série de subproblemas ainda menores e mais simples. A Figura 3.3 apresenta essas características.

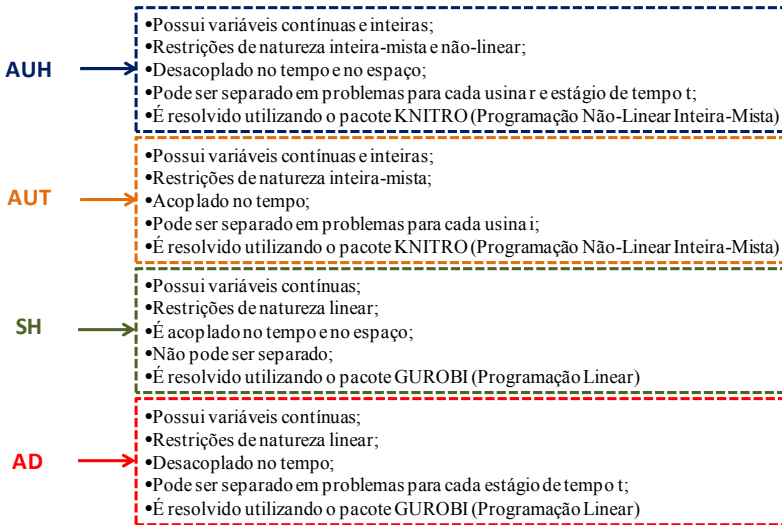


Figura 3.3: Características dos subproblemas.

3.4.2 Resolução dos Subproblemas

Como pode ser visto na Figura 3.3, adotam-se duas estratégias de solução para resolver os subproblemas. Por um lado, utiliza-se a técnica da PL para resolver os subproblemas SH e AD. Esta técnica tem sido bastante utilizada em subproblemas deste tipo (TAKIGAWA, 2006; DINIZ *et al.*, 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011). No entanto, para resolver os subproblemas de AUH e AUT diferentes técnicas têm sido utilizadas. Entre as mais comuns estão a PD para o subproblema de AUT e a PQS com EE para o subproblema de AUH (JIMÉNEZ, 1998; BELLONI *et al.*, 2003; FINARDI, 2003; TAKIGAWA, 2006; DINIZ *et al.*, 2007; RODRIGUES, 2009). Essas técnicas além de resolver problemas não-lineares com variáveis inteiras e contínuas, são muito eficientes. Mesmo assim, existem na atualidade pacotes comerciais de PNLIM capazes de lidar com este tipo de problemas (CATALAO *et al.*, 2009; EZZATI *et al.*, 2010). Neste trabalho, a estratégia de solução adotada para esses subproblemas é a PNLIM.

Como pode ser visto na Figura 3.4, o processo de solução dos subproblemas na RL é dado por algumas variáveis de entrada (multiplicadores de Lagrange) e algumas variáveis de saída (variáveis primais).

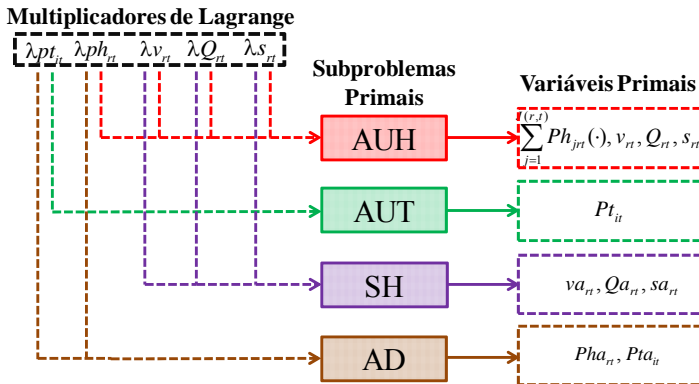


Figura 3.4: Processo de Solução dos Subproblemas - RL.

Esses multiplicadores devem ser atualizados em um processo iterativo e quem fornece esses valores é a otimização da função dual.

3.4.3 Função Dual

Neste caso o objetivo é encontrar o valor máximo da função (3.35) e, como somente foram dualizadas restrições de igualdade, a solução corresponde a um problema de otimização irrestrito com relação aos multiplicadores de Lagrange $\lambda_{pt_{it}}$, $\lambda_{ph_{it}}$, $\lambda_{v_{it}}$, $\lambda_{Q_{it}}$ e $\lambda_{s_{it}}$.

3.4.4 Características da Função Dual

Para se apresentar algumas formas de otimização da função dual, é necessário conhecer as características mais importantes dessa função:

- toda função dual é côncava (problema de minimização), independentemente do problema primal ser convexo ou não;
- dependendo da estrutura do problema dual, o número de variáveis pode ser inferior e apresentar restrições mais simples que o problema primal;
- o valor da função dual é sempre um limite inferior para a solução do problema primal. Este limite inferior pode ser útil no contexto da otimização de problemas não convexos;
- a função dual é em geral não diferenciável.

Portanto, precisa-se de métodos não diferenciáveis para otimizar a função dual.

3.4.5 Otimização da Função Dual

O problema dual do problema da PDO é, como já mencionado, um problema de otimização não diferenciável. Portanto, os métodos de

otimização baseados no gradiente e/ou a matriz hesiana (LUENBERGER, 1988; CONEJO, 1997) não podem ser aplicados neste contexto.

No entanto, existem métodos aplicáveis a este tipo de problemas chamados de métodos de otimização não diferenciável. Na literatura, destaca-se o uso do método do Subgradiente, método dos Planos Cortantes e método de Feixes na resolução do mesmo.

O método do Subgradiente foi muito utilizado na resolução do problema dual (COHEN e WAN, 1987; FERREIRA *et al.*, 1989; VIRMANI *et al.*, 1989; YAN *et al.*, 1993; RAKIC e MARKOVIC, 1994; XIAOHONG *et al.*, 1997). Esse método usa o vetor dos subgradientes da função dual para calcular direções de subida ou descida, dependendo do tipo do problema primal (minimização ou maximização) e atualizar os multiplicadores. A convergência do método é lenta, ou até mesmo pode não convergir devido à dificuldade do mesmo para definir direções que garantem a subida ou descida.

O método dos Planos Cortantes é baseado na construção do problema a resolver mediante hiperplanos tangentes. Ao aplicar esse método ou qualquer método derivado do mesmo, obtém-se um índice de qualidade da solução encontrada. Esse índice de qualidade corresponde à diferença relativa entre o máximo valor da função dual aproximada na última iteração e o valor da função dual nessa mesma iteração. Isto é de grande utilidade para determinar o critério de parada do algoritmo de resolução de qualquer problema de otimização não diferenciável e uma das vantagens deste tipo de métodos frente ao método do Subgradiente (KELLEY, 1960; POLYAK, 1987; NEMHAUSER *et al.*, 1989; HIRIART-URRUTY e LEMARÉCHAL, 1996).

Recentemente, têm sido aplicados na resolução do problema dual do problema da PDO os métodos baseados na acumulação da informação do problema dual a ser resolvido ou método de Feixes (*em inglês, Bundle Methods*) (LEMARÉCHAL *et al.*, 1995). O método de Feixes é uma técnica de otimização de funções não diferenciáveis que aproveita em cada iteração a informação do problema a ser resolvido na iteração atual e utiliza a informação acumulada nas iterações precedentes. Esse método é uma sofisticação do método dos Planos Cortantes, tentando evitar o comportamento oscilante deste último, em especial durante as últimas iterações do processo. Para isto, se introduz um termo de penalização na função objetivo do problema linear aproximado. Com isso, consegue-se gerar uma sequência em λ , de modo a garantir uma efetiva subida em relação ao ponto ótimo da função dual.

Assim, o método de Feixes será utilizado como estratégia na otimização da função dual do problema da PDO (3.35).

Dentro do processo de otimização da função dual é necessário detalhar a expressão do vetor de subgradientes assim:

$$sg^{(m)} = \begin{bmatrix} Pta_{it}^{(m)} - Pt_{it}^{(m)} \\ Pha_{rt}^{(m)} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}^{(m)}(\cdot) \\ v_{rt}^{(m)} - va_{rt}^{(m)} \\ Q_{rt}^{(m)} - Qa_{rt}^{(m)} \\ s_{rt}^{(m)} - sa_{rt}^{(m)} \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

em que m representa o índice de iterações associado ao processo de otimização da função dual.

Além disso, precisa-se do valor da função Θ^{RL} de (3.36).

3.4.6 Processo de Solução do Problema Dual via RL

Com base na solução dos subproblemas primais, realiza-se a maximização da função dual, atualizando os multiplicadores de Lagrange. Este processo é mostrado na Figura 3.5.

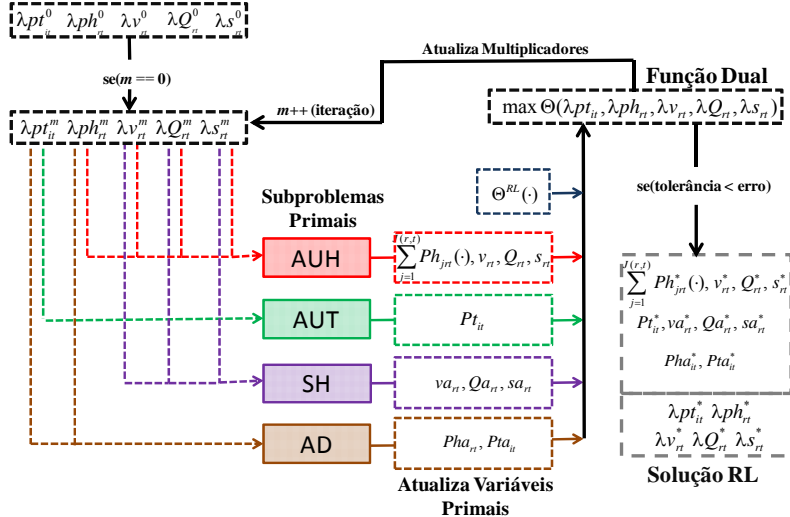


Figura 3.5: Processo de Solução da Função Dual - RL.

Nota-se que o processo iterativo começa com a solução dos subproblemas primais, onde são definidos os valores iniciais dos multiplicadores. Uma vez resolvidos os subproblemas, obtêm-se os

valores das variáveis primais e artificiais (vetor de subgradientes) e o valor da função dual nesse ponto. Com isto pode-se calcular o valor da função dual aproximada (Método de Feixes) e compará-lo com o valor da função dual. Se a diferença entre estes dois valores é menor que a tolerância de convergência definida, então o processo é finalizado e obtém-se a solução do problema. Caso contrário, atualiza-se os multiplicadores (resultantes da otimização da função dual) e resolvem-se os subproblemas primais repetindo o processo até convergir.

O método de Feixes utilizado foi o pacote ConicBundle⁶ (FISCHER e HELMBERG, 2012).

Como descrito anteriormente, o critério de parada do processo é dado pela diferença relativa entre o máximo valor da função dual aproximada na última iteração e o valor da função dual nessa mesma iteração.

Após a convergência, tem-se uma solução primal, geralmente inviável para o problema devido à violação das restrições relaxadas, ou seja, as restrições artificiais de duplicação de variáveis. Portanto, é necessário realizar uma RP para encontrar uma solução viável ao problema da PDO, conforme é descrito na seção seguinte.

Para isso, propõe-se o uso das técnicas do LAI (BELLONI *et al.*, 2003; DINIZ *et al.*, 2007; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011) e do PP (DANIILIDIS e LEMARÉCHAL, 2005; DUBOST *et al.*, 2005).

3.5 RECUPERAÇÃO PRIMAL VIA LAI

A RL permite decompor o problema da PDO em uma série de subproblemas mais simples de serem resolvidos e permite também obter um limite inferior do valor ótimo do problema primal. Mesmo assim, a não viabilidade da solução primal faz com que seja necessário utilizar técnicas matemáticas que permitam fazer uma RP da solução infactível encontrada.

A técnica do LA consiste em adicionar termos quadráticos na função dual, penalizando as violações das restrições relaxadas. Assim, evitam-se os efeitos oscilatórios das variáveis primais dos subproblemas e torna-se a função dual diferenciável.

Aplicando a técnica do LA, o problema dual da PDO passa a ter a seguinte forma:

⁶ Biblioteca acessível para C / C ++ do método de Feixes disponível em <http://www-user.tu-chemnitz.de/~helmborg/index.html>

$$\begin{aligned}
 \Theta^{RP}(\cdot) &= \Theta^{SH}(\cdot) + \Theta^{AD}(\cdot) + \Theta^{AUT}(\cdot) + \Theta^{AUH}(\cdot) + \\
 &\frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(Pha_{rt} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) \right)^2 + \\
 &\frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (v_{rt} - va_{rt})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Q_{rt} - Qa_{rt})^2 + \\
 &\frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (s_{rt} - sa_{rt})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (Pta_{it} - Pt_{it})^2,
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

em que Ψ é uma constante positiva que representa o parâmetro de penalidade quadrática.

Nota-se que devido aos termos quadráticos inseridos na função dual, torna-se impossível de decompor o problema dual em subproblemas devido aos termos quadráticos inseridos na função dual. Para contornar essa complicação, os termos podem ser aproximados utilizando o método conhecido como Princípio do Problema Auxiliar (PPA). Esse método permite a separação das variáveis presentes nas restrições em que se penalizam as violações. Desse modo, aproxima-se cada termo quadrático em (3.43) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \left(Pha_{rt} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) \right)^2 &\approx \left(Pha_{rt} - k_{Ph_{rt}}^m \right)^2 + \left(k_{Ph_{rt}}^m - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) \right)^2, \\
 (v_{rt} - va_{rt})^2 &\approx (v_{rt} - k_{v_{rt}}^m)^2 + (k_{v_{rt}}^m - va_{rt})^2, \\
 (Q_{rt} - Qa_{rt})^2 &\approx (Q_{rt} - k_{Q_{rt}}^m)^2 + (k_{Q_{rt}}^m - Qa_{rt})^2, \\
 (s_{rt} - sa_{rt})^2 &\approx (s_{rt} - k_{s_{rt}}^m)^2 + (k_{s_{rt}}^m - sa_{rt})^2, \\
 (Pta_{it} - Pt_{it})^2 &\approx (Pta_{it} - k_{P_{it}}^m)^2 + (k_{P_{it}}^m - Pt_{it})^2,
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

em que m é o contador de iterações e as variáveis $k_{Ph_{rt}}^m$, $k_{v_{rt}}^m$, $k_{Q_{rt}}^m$, $k_{s_{rt}}^m$ e $k_{P_{it}}^m$ são chamadas de centro de gravidade, sendo obtidas à partir dos valores das variáveis primais presentes nas restrições relaxadas da iteração anterior:

$$\begin{aligned}
k_{Ph_{rt}}^m &= \frac{Pha_{rt}^{m-1} + \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}^{m-1}(\cdot)}{2}, \\
k_{v_{rt}}^m &= \frac{v_{rt}^{m-1} + va_{rt}^{m-1}}{2}, \\
k_{Q_{rt}}^m &= \frac{Q_{rt}^{m-1} + Qa_{rt}^{m-1}}{2}, \\
k_{s_{rt}}^m &= \frac{s_{rt}^{m-1} + sa_{rt}^{m-1}}{2}, \\
k_{Pt_{it}}^m &= \frac{Pta_{it}^{m-1} + Pt_{it}^{m-1}}{2}.
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Assim, substituindo (3.44) em (3.43), o LA passa a ser inexato. Finalmente, o problema dual é dado por:

$$\begin{aligned}
\Theta^{RP} &= \\
&\min \left\{ \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[a_{0i} + a_{1i} \cdot Pt_{it} + a_{2i} \cdot Pt_{it}^2 + \left[\underline{b}_i \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\theta_i}} \right) + \underline{b}_i \right] \cdot u_{it} \cdot (1 - u_{it-1}) \right] + \right. \\
&\sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^I \lambda pt_{it} \cdot (Pta_{it} - Pt_{it}) + \sum_{r=1}^R \left(\lambda ph_{rt} \cdot \left(Pha_{rt} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) \right) + \right) \right] + \\
&\sum_{t=1}^T \left[\sum_{r=1}^R (\lambda v_{rt} \cdot (v_{rt} - va_{rt}) + \lambda Q_{rt} \cdot (Q_{rt} - Qa_{rt}) + \lambda s_{rt} \cdot (s_{rt} - sa_{rt})) \right] + \\
&\frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Pha_{rt} - k_{Ph_{rt}})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(k_{Ph_{rt}} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) \right)^2 + \\
&\frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (v_{rt} - k_{v_{rt}})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (k_{v_{rt}} - va_{rt})^2 + \\
&\frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Q_{rt} - k_{Q_{rt}})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (k_{Q_{rt}} - Qa_{rt})^2 + \\
&\frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (s_{rt} - k_{s_{rt}})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (k_{s_{rt}} - sa_{rt})^2 + \\
&\left. \frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (Pta_{it} - k_{Pt_{it}})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (k_{Pt_{it}} - Pt_{it})^2 \right\},
\end{aligned} \tag{3.46}$$

sujeito a: (3.7)-(3.29).

Portanto, o problema dual resultante do LAI pode ser decomposto em quatro subproblemas de forma semelhante a (3.37), ou seja,

subproblemas SH, AD, AUH e AUT. A estrutura desses subproblemas apresenta-se nas seções seguintes.

3.5.1 Subproblema Hidráulico (SH)

$$\Theta^{SH}(\cdot) = \min \left\{ -\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R [\lambda v_{rt} \cdot va_{rt} + \lambda Q_{rt} \cdot Qa_{rt} + \lambda s_{rt} \cdot sa_{rt} + \frac{\Psi}{2} \cdot (k_{v_{rt}} - va_{rt})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot (k_{Q_{rt}} - Qa_{rt})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot (k_{s_{rt}} - sa_{rt})^2] \right\}, \quad (3.47)$$

sujeito a: (3.22)-(3.27).

3.5.2 Subproblema de Atendimento à Demanda (AD)

$$\Theta^{AD}(\cdot) = \min \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{r=1}^R \left[\lambda ph_{rt} \cdot Pha_{rt} + \frac{\Psi}{2} \cdot (Pha_{rt} - k_{ph_{rt}})^2 \right] + \sum_{i=1}^I \left[\lambda pt_{it} \cdot Pta_{it} + \frac{\Psi}{2} \cdot (Pta_{it} - k_{pt_{it}})^2 \right] \right\}, \quad (3.48)$$

sujeito a: (3.28) e (3.29).

3.5.3 Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas (AUT)

$$\Theta^{AUT}(\cdot) = \min \left\{ \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[a_{0i} + a_{1i} \cdot Pt_{it} + a_{2i} \cdot Pt_{it}^2 + \left[\underline{b}_i \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\theta_i}} \right) + \underline{b}_{2i} \right] \cdot u_{it} \cdot (1 - u_{it-1}) - \lambda pt_{it} \cdot Pt_{it} + \frac{\Psi}{2} \cdot (k_{pt_{it}} - Pt_{it})^2 \right] \right\}, \quad (3.49)$$

sujeito a: (3.7) e (3.16).

3.5.4 Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas (AUH)

$$\Theta^{AUH}(\cdot) = \min \left\{ \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left[-\lambda p h_{rt} \cdot \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) + \lambda v_{rt} \cdot v_{rt} + \lambda Q_{rt} \cdot Q_{rt} + \lambda s_{rt} \cdot s_{rt} + \frac{\Psi}{2} \cdot \left(k_{ph_{rt}} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) \right)^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot (v_{rt} - k_{v_{rt}})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot (Q_{rt} - k_{Q_{rt}})^2 + \frac{\Psi}{2} \cdot (s_{rt} - k_{s_{rt}})^2 \right] \right\}, \quad (3.50)$$

sujeito a: (3.17)-(3.21).

Nota-se que a função objetivo de cada subproblema foi acrescentada com termos quadráticos correspondentes à penalização de não atendimento das restrições relaxadas. No entanto, o conjunto de restrições é o mesmo.

Esses termos mudam a estrutura dos subproblemas. Mesmo assim as estratégias de solução adotadas para os subproblemas de AUH e AUT é a mesma, utilizando o pacote comercial KNITRO de PNLIM. Entretanto para os subproblemas de SH e AD, a inclusão desses termos na função objetivo faz com que seja necessário utilizar técnicas de PQ para resolvê-los. Nesse sentido utiliza-se o pacote comercial GUROBI. A Figura 3.6 mostra o processo de solução dos subproblemas na RP via LAI.

**Multiplicadores de Lagrange,
parâmetro de penalidade e
centros de gravidade**

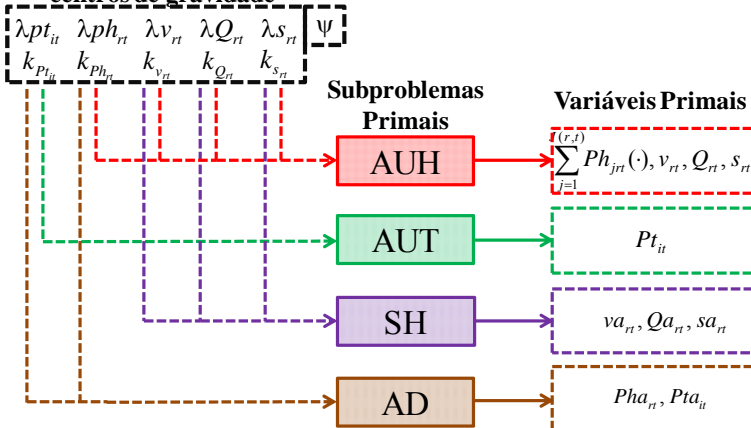


Figura 3.6: Processo de Solução dos Subproblemas – RP via LAI.

A atualização dos multiplicadores e do parâmetro de penalidade quadrática é obtida a partir da otimização da função dual aumentada.

3.6 SOLUÇÃO DO PROBLEMA NA RP VIA LAI

3.6.1 Função Dual Aumentada

A função dual aumentada passa a ser diferenciável com a inserção dos termos quadráticos permitindo o uso de técnicas simples de otimização irrestrita para maximizá-la.

Assim, a técnica de otimização diferenciável irrestrita utilizada neste trabalho para atualizar os multiplicadores de Lagrange da função dual aumentada é baseado no método do gradiente (BERTSEKAS, 1999).

A atualização dos multiplicadores de Lagrange é dada pela seguinte expressão:

$$\lambda^{(m)} = \lambda^{(m-1)} + \alpha \cdot \frac{g^{(m-1)}}{\|g^{(m-1)}\|}, \quad (3.51)$$

em que:

$\lambda^{(m)}$ é o vetor de multiplicadores de Lagrange da m -ésima iteração;

α é o tamanho do passo do método do gradiente;

$\|g^{(m-1)}\|$ é a norma do vetor gradiente $g^{(m-1)}$ na iteração $m-1$.

Por sua vez, o parâmetro de penalização Ψ é atualizado a cada iteração. Para isto utiliza-se a seguinte expressão (DINIZ *et al.*, 2007):

$$\Psi^{(m)} = \begin{cases} \beta_1 \cdot \Psi^{(m-1)}, & \text{se } \Psi^{(m-1)} < \beta_0 \cdot \Psi^{(0)} \\ \Psi^{(m-1)} + \beta_1, & \text{se } \Psi^{(m-1)} < \beta_0 \cdot \Psi^{(0)} \text{ e } \|g^{(m-1)}\| > \gamma \cdot \|g^{(m-2)}\| \\ \Psi^{(m-1)}, & \text{se } \Psi^{(m-1)} < \beta_0 \cdot \Psi^{(0)} \text{ e } \|g^{(m-1)}\| \leq \gamma \cdot \|g^{(m-2)}\|, \end{cases} \quad (3.52)$$

em que:

$\Psi^{(0)}$ é o valor inicial adotado para o parâmetro de penalidade ;

$\Psi^{(m)}$ é o parâmetro de penalidade na m -ésima iteração;

β_0 é uma constante maior que zero;

β_1 é uma constante maior que 1;

γ é uma constante menor que 1 e maior que zero.

O valor do parâmetro de penalidade vai aumentando durante o processo iterativo forçando o atendimento das restrições relaxadas. Por outro lado, as constantes definidas anteriormente são dependentes do problema e mais detalhes serão colocados na seção de resultados.

3.6.2 Processo de Solução do Problema Dual na RP via LAI

O processo de solução é similar ao apresentado na RL. Pode-se ver na Figura 3.7 que o processo começa com a resolução dos subproblemas primais. Para isso, é necessário conhecer os multiplicadores de Lagrange, os centros de gravidade das variáveis presentes nas restrições relaxadas e o valor do parâmetro de penalidade. Na primeira iteração, esses valores são obtidos a partir dos resultados da última iteração da resolução do problema dual via RL. Nas demais iterações, esses valores são obtidos dos resultados das iterações anteriores na RP via LAI. Uma vez resolvidos os subproblemas primais, calcula-se o valor da função dual e atualizam-se os multiplicadores de Lagrange (método do gradiente), centros de gravidade e parâmetro de penalidade. Se a norma do gradiente é menor à tolerância de convergência definida então se finaliza o processo e uma solução viável do problema é obtida. Caso contrário, resolvem-se os subproblemas com os valores anteriormente atualizados e repete-se o processo até convergir.

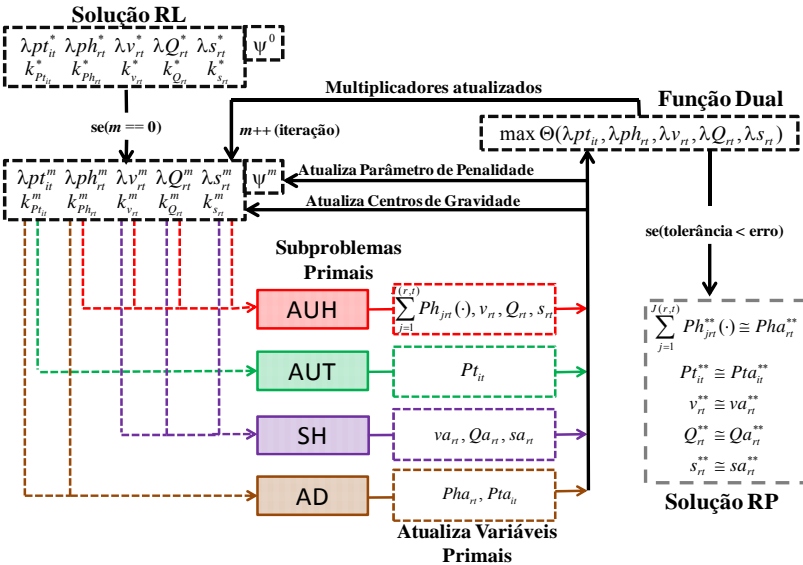


Figura 3.7: Processo de Solução da Função Dual – RP via LAI.

Por fim, aplicando a RP via LA obtêm-se uma solução primal viável (ou quase viável) para o problema da PDO.

3.7 RECUPERAÇÃO PRIMAL VIA PP

De forma semelhante ao LAI, a técnica do PP consiste em adicionar termos quadráticos na função dual. Neste caso, é penalizado o desvio das variáveis primais que fazem parte das restrições relaxadas em torno da combinação convexificada da solução na RL, também conhecida como o ponto pseudo-primal ou ponto convexificado (DUBOST *et al.*, 2003; DANILIDIS e LEMARÉCHAL, 2005; DUBOST *et al.*, 2005; DINIZ *et al.*, 2007; TAKIGAWA, 2010). O ponto pseudo-primal é obtido pela combinação convexa dos cortes ativos do método de Feixes na solução da RL, da seguinte forma:

$$\bar{x} = \sum_k \delta_k \cdot \bar{x}_k. \quad (3.53)$$

Em que:

- k é o número de cortes ativos do método de Feixes;
- \bar{x} é o vetor com as variáveis presentes nas restrições relaxadas;
- δ é o multiplicador de Lagrange do corte ativo, valor entre 0 e 1, (a soma de todos os valores δ_k é igual a 1);
- \bar{x}_k é o vetor com a solução primal das variáveis presentes nas restrições relaxadas para cada corte ativo.

Da mesma maneira que a técnica do LAI, os termos quadráticos evitam os efeitos oscilatórios das variáveis primais dos subproblemas e tornam a função dual diferenciável.

Por outro lado, a técnica do PP permite decompor o problema dual em subproblemas sem necessidade de fazer aproximações dos termos presentes na função objetivo. Assim, aplicando a técnica do PP, o problema dual do problema da PDO passa a ter a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\Theta^{RP}(\cdot) = & \Theta^{SH}(\cdot) + \Theta^{AD}(\cdot) + \Theta^{AUT}(\cdot) + \Theta^{AUH}(\cdot) + \\
& \Psi \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(\sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}(\cdot) - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jrt}^{pp}(\cdot) \right)^2 + \\
& \Psi \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (v_{rt} - v_{rt}^{pp})^2 + \Psi \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Q_{rt} - Q_{rt}^{pp})^2 + \\
& \Psi \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (s_{rt} - s_{rt}^{pp})^2 + \Psi \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (Pt_{it} - Pt_{it}^{pp})^2 + \\
& \Psi \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Pha_{rt} - Pha_{rt}^{pp})^2 + \\
& \Psi \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (va_{rt} - va_{rt}^{pp})^2 + \Psi \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Qa_{rt} - Qa_{rt}^{pp})^2 + \\
& \Psi \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (sa_{rt} - sa_{rt}^{pp})^2 + \Psi \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (Pta_{it} - Pta_{it}^{pp})^2,
\end{aligned} \tag{3.54}$$

em que:

pp indica que a constante faz parte da solução pseudo-primal, por exemplo, v_{rt}^{pp} é a constante do volume do r -ésimo reservatório no estágio de tempo t , que faz parte da solução pseudo-primal pp da variável v_{rt} .

A estrutura dos subproblemas é semelhante a (3.37) e apresenta-se nas seguintes seções.

3.7.1 Subproblema Hidráulico (SH)

$$\begin{aligned}
\Theta^{SH}(\cdot) = \min \left\{ - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R [\lambda v_{rt} \cdot va_{rt} + \lambda Q_{rt} \cdot Qa_{rt} + \right. \\
\lambda s_{rt} \cdot sa_{rt} + \Psi \cdot (va_{rt} - va_{rt}^{pp})^2 + \\
\left. \Psi \cdot (Qa_{rt} - Qa_{rt}^{pp})^2 + \Psi \cdot (sa_{rt} - sa_{rt}^{pp})^2 \right\},
\end{aligned} \tag{3.55}$$

sujeito a: (3.22)-(3.27).

3.7.2 Subproblema de Atendimento à Demanda (AD)

$$\Theta^{AD}(\cdot) = \min \left\{ \sum_{t=1}^T \left[\sum_{r=1}^R \left[\lambda p h_{rt} \cdot Ph_{rt} + \psi \cdot (Ph_{rt} - Ph_{rt}^{pp})^2 \right] + \sum_{i=1}^I \left[\lambda p t_{it} \cdot Pta_{it} + \psi \cdot (Pta_{it} - Pta_{it}^{pp})^2 \right] \right] \right\}, \quad (3.56)$$

sujeito a: (3.28) e (3.29).

3.7.3 Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas (AUT)

$$\Theta^{AUT}(\cdot) = \min \left\{ \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[a_{0i} + a_{1i} \cdot Pt_{it} + a_{2i} \cdot Pt_{it}^2 + \left[\underline{b}_i \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\theta_i}} \right) + \underline{b}_{2i} \right] \cdot u_{it} \cdot (1 - u_{it-1}) - \lambda p t_{it} \cdot Pt_{it} + \psi \cdot (Pt_{it} - Pt_{it}^{pp})^2 \right] \right\}, \quad (3.57)$$

sujeito a: (3.7) e (3.16).

3.7.4 Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas (AUH)

$$\Theta^{AUH}(\cdot) = \min \left\{ \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left[-\lambda p h_{rt} \cdot \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jt}(\cdot) + \lambda v_{rt} \cdot v_{rt} + \lambda Q_{rt} \cdot Q_{rt} + \lambda s_{rt} \cdot s_{rt} + \psi \cdot \left(\sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jt}(\cdot) - \sum_{j=1}^{J(r,t)} Ph_{jt}^{pp}(\cdot) \right)^2 + \psi \cdot (v_{rt} - v_{rt}^{pp})^2 + \psi \cdot (Q_{rt} - Q_{rt}^{pp})^2 + \psi \cdot (s_{rt} - s_{rt}^{pp})^2 \right] \right\}, \quad (3.58)$$

sujeito a: (3.17)-(3.21).

Para resolver os subproblemas de AUH e AUT utiliza-se o pacote comercial KNITRO de PNLIM. Por sua vez, para resolver os subproblemas de SH e AD utiliza-se o pacote comercial GUROBI de PQ. O processo de solução dos subproblemas na RP via PP apresenta-se na Figura 3.8.

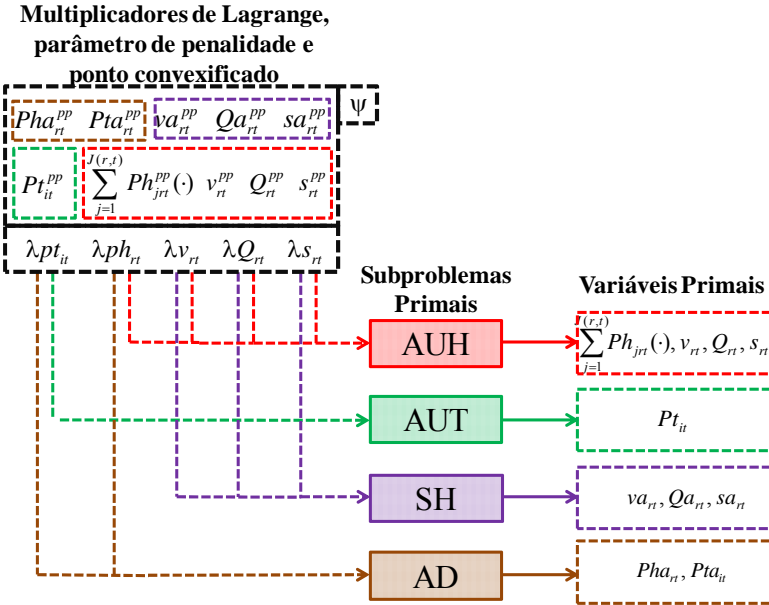


Figura 3.8: Processo de Solução dos Subproblemas – RP via PP.

Como foi descrito anteriormente, esses subproblemas podem ser decompostos em uma série de subproblemas ainda mais simples de serem resolvidos.

Por outro lado, a atualização dos multiplicadores é obtida a partir da otimização da função dual, neste caso utiliza-se o método de Feixes.

3.8 SOLUÇÃO DO PROBLEMA NA RP VIA PP

3.8.1 Função Dual Aumentada

Neste caso, mesmo que a função dual aumentada passa a ser diferenciável com a inclusão desses termos quadráticos, a técnica do PP utiliza o método de Feixes para maximizá-la e atualizar os multiplicadores de Lagrange (DANIILIDIS e LEMARÉCHAL, 2005; DUBOST *et al.*, 2005). No LAI não é possível utilizar esse método devido a que durante o processo iterativo da otimização da função dual são ajustados alguns parâmetros dessa função que mudam a estrutura da mesma.

3.8.2 Processo de Solução do Problema Dual na RP via PP

O processo de solução ilustra-se na Figura 3.9.

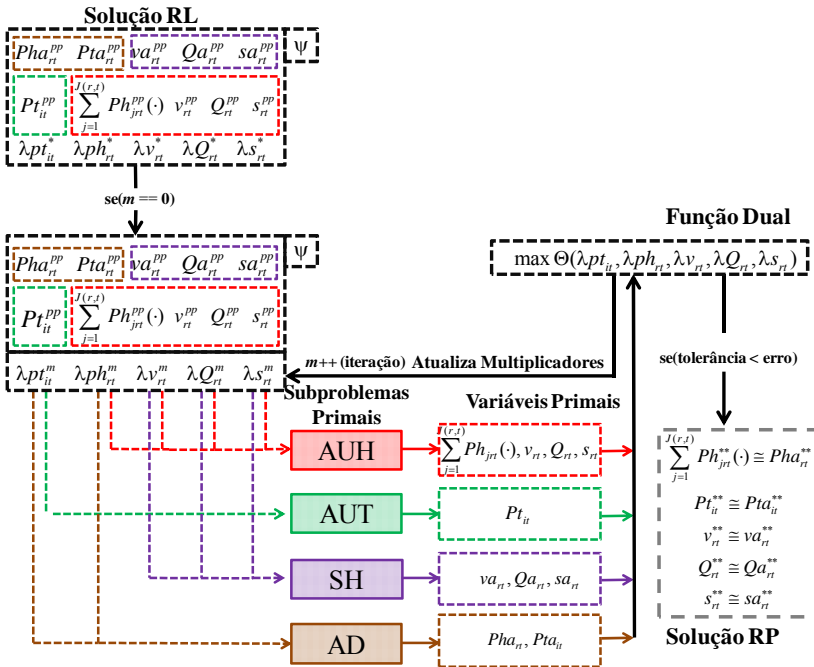


Figura 3.9: Processo de Solução da Função Dual – RP via PP.

Nota-se que antes de começar o processo iterativo, precisa-se dos resultados da solução na RL. Esses resultados correspondem aos multiplicadores de Lagrange da última iteração e ao ponto convexificado resultante dos cortes ativos da solução do método de Feixes (otimização da função dual na RL). Além disso, define-se o valor do parâmetro de penalidade, Ψ .

Na primeira iteração, para resolver os subproblemas, utilizam-se os multiplicadores de Lagrange da última iteração na RL. Nas demais iterações, utilizam-se os multiplicadores resultantes da otimização da função dual na iteração anterior da RP via PP. O ponto convexificado e o parâmetro de penalidade permanecem constantes durante o processo iterativo. Uma vez resolvidos os subproblemas obtêm-se o vetor de subgradientes. Assim, calcula-se o valor da função dual aproximada com o método de Feixes e atualizam-se os multiplicadores de Lagrange. O processo iterativo continua até o método de Feixes convergir.

No entanto, como o critério de parada o método de Feixes não é a norma do subgradiente, este método pode convergir com uma norma maior à tolerância definida, portanto, o processo de solução na RP via

PP se repete (utiliza-se como ponto de partida os multiplicadores da solução da última iteração na RP via PP e o ponto convexificado resultante da mesma) até o método dos Feixes convergir e a norma do subgradiente ser menor à tolerância definida.

3.9 ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO

Nas seções anteriores, apresentaram-se em detalhe as metodologias e o processo para encontrar uma solução viável (ou quase viável) ao problema da PDO. Nesta seção serão apresentados os diagramas que descrevem de forma geral esse processo. O diagrama da Figura 3.10 representa o algoritmo de solução na RL e na RP via LAI.

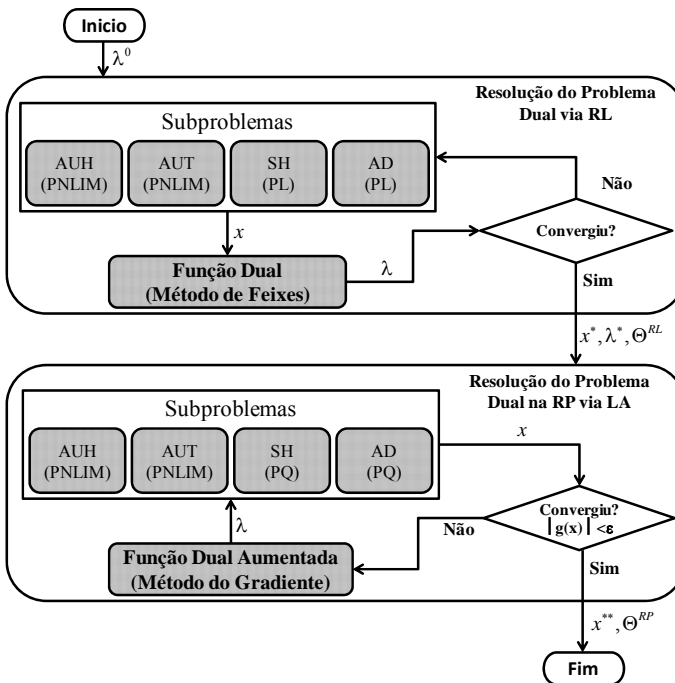


Figura 3.10: Fluxograma da estratégia de solução (RL e RP via LAI).

Por sua vez, a Figura 3.11 representa o algoritmo de solução na RL e, na RP via PP.

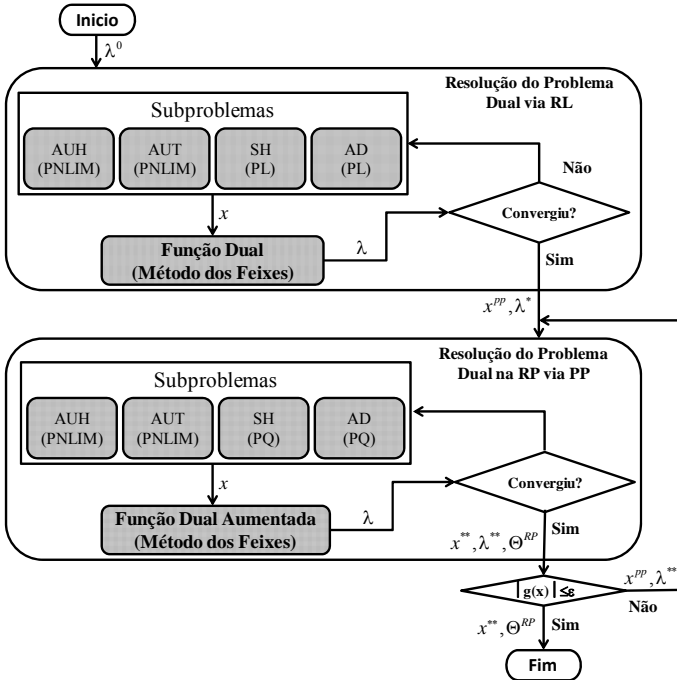


Figura 3.11: Fluxograma da estratégia de solução (RL e RP via PP).

Adicionalmente, como resultado do acoplamento entre as duas metodologias propostas na RP, surgem dois modelos híbridos. O primeiro executa inicialmente a RP via LAI e, a partir de um valor da norma do gradiente $\|g(x)\|_2 \leq \epsilon_1$, o processo iterativo continua-se com o PP até alcançar a tolerância definida $\|g(x)\|_2 \leq \epsilon_2$. O algoritmo de solução na RL e na RP via o modelo híbrido LAI-PP é mostrado na Figura 3.12.

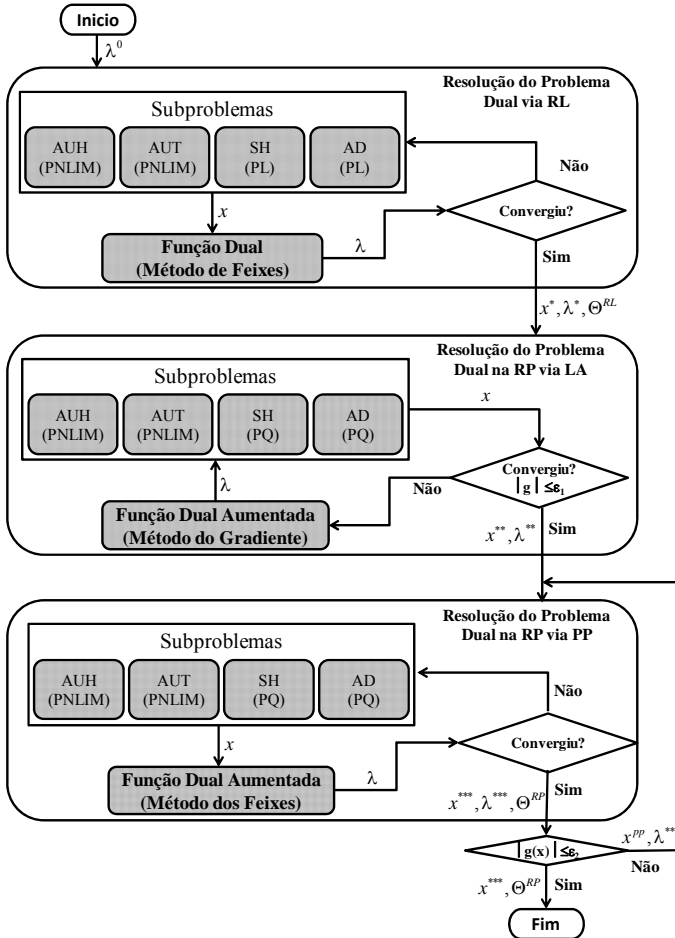


Figura 3.12: Fluxograma da estratégia de solução (RL e RP via modelo híbrido LAI-PP).

O segundo executa inicialmente a RP via PP até obter uma convergência do método de Feixes (otimização da função dual) com $\|g(x)\|_2 \leq \epsilon_1$, nesse ponto o algoritmo continua com o LAI até alcançar o valor definido da tolerância $\|g(x)\|_2 \leq \epsilon_2$. Por último, na Figura 3.13 é mostrado o algoritmo de solução na RL e, na RP via o modelo híbrido PP-LAI.

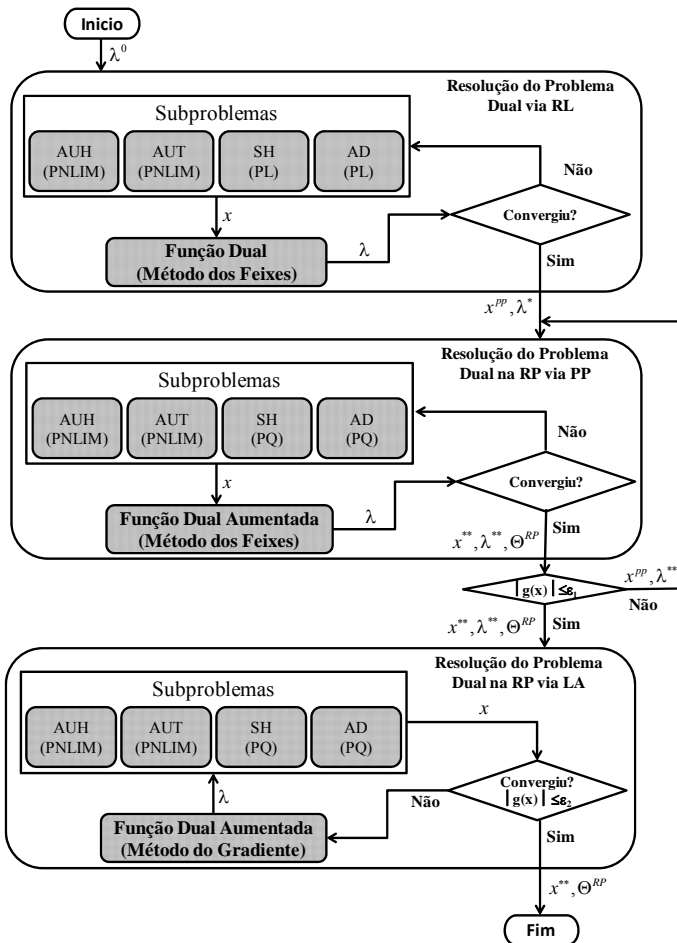


Figura 3.13: Fluxograma da estratégia de solução (RL e RP via modelo híbrido PP-LAI).

Esses algoritmos serão aplicados em um sistema teste, conforme será visto no próximo capítulo, em que serão analisados os resultados obtidos aplicando-se a estratégia de solução descrita.

3.10 CONCLUSÕES

Neste capítulo apresentam-se as técnicas de dualidade aplicadas ao problema da PDO. Nesse contexto, são utilizadas as técnicas da RL, do LAI e do PP.

A técnica da RL com duplicação de variáveis permite decompor o problema da PDO em uma série de subproblemas mais simples a serem resolvidos e tratar de forma estratégica um conjunto de restrições artificiais. Mesmo assim, devido à característica não diferenciável da função dual, é necessário incorporar o método de Feixes para resolvê-la.

No entanto, a solução encontrada na RL não é viável devido à violação das restrições relaxadas, sendo necessário o uso das técnicas do LAI e/ou do PP para fazer uma RP. No LAI, adicionam-se termos quadráticos na função dual que penalizam a violação das restrições relaxadas, e o conceito do PPA é utilizado para desacoplar o problema de forma semelhante à RL. Por sua vez, no PP os termos quadráticos penalizam os desvios das variáveis primais presentes nas restrições relaxadas em torno do ponto convexificado. Neste caso, o problema pode-se desacoplar em subproblemas de forma semelhante à RL sem necessidade de aplicar heurísticas.

Na estratégia de solução dos subproblemas resultantes da decomposição do problema dual são incorporados pacotes de otimização comerciais. Para os subproblemas que apresentam características de PL e PQ é utilizado o pacote comercial GUROBI. Por outro lado, para os subproblemas que apresentam características de PNLIM foi utilizando o pacote comercial KNITRO.

No capítulo seguinte, a estratégia de solução proposta é avaliada mediante um sistema teste. Nesse contexto, são apresentados e discutidos os resultados obtidos.

4 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

4.1 INTRODUÇÃO

Uma vez definidos o modelo (formulação e modelagem) e as estratégias de solução do problema da PDO nos capítulos anteriores, estes são avaliados no presente capítulo através de um sistema teste. Assim, o principal objetivo deste capítulo é descrever, comparar e analisar os principais resultados computacionais obtidos com o modelo proposto para as diferentes estratégias de solução definidas. Nesse contexto, serão analisados, em particular, a qualidade da solução em torno de uma estimativa do *gap* de dualidade e o desempenho computacional das estratégias de solução.

O capítulo começa com a descrição do sistema utilizado como base para os testes, assim como os dados essenciais para sua representação. Posteriormente, apresentam-se os principais resultados das técnicas de dualidade aplicadas ao problema, bem como a solução do problema utilizando PNLIM. Nesse contexto, são apresentadas as soluções referentes às etapas da RL e da RP, nesta última utilizam-se as técnicas do LAI e do PP. Além disso, serão apresentados alguns outros resultados na RP através de um modelo híbrido entre o LAI e o PP.

4.2 DESCRIÇÃO DOS DADOS

A descrição dos dados do sistema pode ser dividida em três partes: sistema hidrelétrico, sistema termelétrico e sistema de transmissão.

Utiliza-se o sistema da Figura 4.1 como base para os testes, o qual é composto por sete usinas hidrelétricas, quatro unidades termelétricas, 18 barras e 25 linhas de transmissão. A capacidade total instalada de geração é de 6.592,5 MW, sendo 80% (5.323,5 MW) de origem hidrelétrica e 20% (1.270 MW) de origem termelétrica.

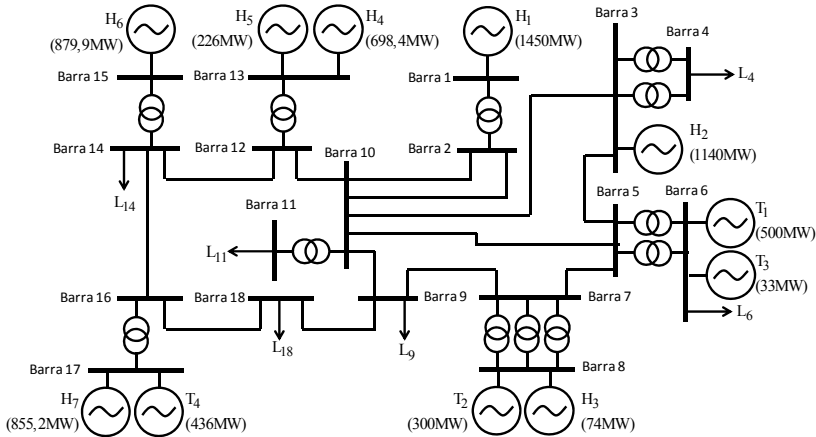


Figura 4.1: Sistema teste com 18 barras e 11 usinas.

4.2.1 Sistema hidrelétrico

Devido às características do sistema hidrelétrico, primeiramente é feita uma descrição do sistema hidráulico. Nesse sentido, o sistema hidráulico considerado possui sete usinas hidrelétricas, conforme apresentado na Figura 4.2.

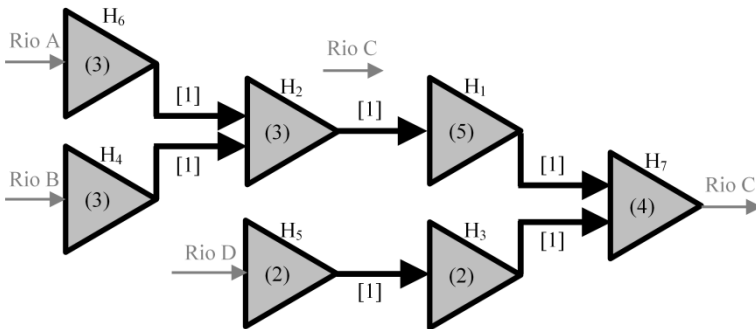


Figura 4.2: Diagrama esquemático do sistema hidrelétrico.

Os números entre colchetes representam, em horas, o tempo de viagem da água entre os reservatórios. Por sua vez, os valores entre parênteses simbolizam o número de unidades geradoras pertencentes a cada usina. A Figura 4.3 representa de forma individualizada as características principais de um reservatório.

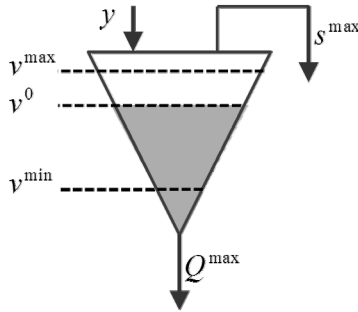


Figura 4.3: Representação do reservatório.

Deste modo, na Tabela 4.1 são apresentados os dados que representam essas características para cada um dos reservatórios das usinas, isto é, afluência incremental⁷, volume inicial, limites de volume e os máximos valores de vazão turbinada, vertida e defluente⁸, respectivamente. Os mínimos valores considerados de vazão turbinada, vertida e defluente são iguais a zero.

Tabela 4.1: Dados dos reservatórios.

Usina	y (m^3/s)	v^0 (hm^3)	v^{\min} (hm^3)	v^{\max} (hm^3)	Q^{\max} (m^3/s)	s^{\max} (m^3/s)	d^{\max} (m^3/s)
H₁	669	4700	4300	5100	1800	3600	5300
H₂	475	2795	2283	3348	1485	3000	4400
H₃	0	135	126,9	150,48	152	1520	1500
H₄	250	4300	2711,8	4904,5	585	2000	2300
H₅	50	1515	185	1589	118	1180	1100
H₆	370	1400	1320	1477	633	1860	2200
H₇	533	1350	1275,7	1513	2104	6040	5800

Para representar os níveis de montante e jusante dos reservatórios foram utilizados polinômios de quarta ordem. Na Tabela 4.2 são apresentados os coeficientes para a cota de montante de cada usina.

Tabela 4.2: Coeficientes das funções de cota montante.

⁷ Constante para todos os estágios de tempo considerados no horizonte de estudo.

⁸ Os limites máximos de vertimento e de defluência foram arbitrados para impossibilitar que essas variáveis sejam ilimitadas no programa computacional.

Usina	a_0 (m)	a_1 (m/hm ³)	a_2 (m/hm ⁶)	a_3 (m/hm ⁹)	a_4 (m/hm ¹²)
H ₁	$3,35 \cdot 10^2$	$6,78 \cdot 10^{-3}$	0,00	0,00	0,00
H ₂	$4,01 \cdot 10^2$	$5,01 \cdot 10^{-2}$	$-1,57 \cdot 10^{-5}$	$3,30 \cdot 10^{-9}$	$-2,88 \cdot 10^{-13}$
H ₃	$3,29 \cdot 10^2$	0,00	0,00	0,00	0,00
H ₄	$5,40 \cdot 10^2$	$4,46 \cdot 10^{-2}$	$-8,15 \cdot 10^{-6}$	$9,32 \cdot 10^{-10}$	$-4,39 \cdot 10^{-14}$
H ₅	$5,80 \cdot 10^2$	$2,22 \cdot 10^{-2}$	$-1,41 \cdot 10^{-5}$	$6,34 \cdot 10^{-9}$	$-1,15 \cdot 10^{-12}$
H ₆	$2,43 \cdot 10^2$	1,07	$-1,10 \cdot 10^{-3}$	$5,21 \cdot 10^{-7}$	$-9,24 \cdot 10^{-11}$
H ₇	$2,32 \cdot 10^2$	$4,83 \cdot 10^{-2}$	$-3,43 \cdot 10^{-5}$	$1,48 \cdot 10^{-8}$	$-2,40 \cdot 10^{-12}$

Por sua vez, os coeficientes das funções de cota jusante utilizados estão na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Coeficientes das funções de cota jusante.

Usina	b_0 (m)	b_1 (s/m ²)	b_2 (s ² /m ⁵)	b_3 (s ³ /m ⁸)	b_4 (s ⁴ /m ¹¹)
H ₁	$2,64 \cdot 10^2$	$9,15 \cdot 10^{-4}$	$-6,71 \cdot 10^{-9}$	0,00	0,00
H ₂	$3,72 \cdot 10^2$	$1,93 \cdot 10^{-3}$	$-8,53 \cdot 10^{-8}$	$2,38 \cdot 10^{-12}$	$-2,62 \cdot 10^{-17}$
H ₃	$2,65 \cdot 10^2$	$1,42 \cdot 10^{-4}$	$2,11 \cdot 10^{-5}$	$-2,80 \cdot 10^{-8}$	$1,18 \cdot 10^{-11}$
H ₄	$4,80 \cdot 10^2$	$1,62 \cdot 10^{-3}$	$-4,52 \cdot 10^{-8}$	0,00	0,00
H ₅	$3,35 \cdot 10^2$	$8,17 \cdot 10^{-3}$	$-5,67 \cdot 10^{-6}$	0,00	0,00
H ₆	$4,70 \cdot 10^2$	$1,01 \cdot 10^{-2}$	$-5,59 \cdot 10^{-6}$	$1,73 \cdot 10^{-9}$	$-2,01 \cdot 10^{-13}$
H ₇	$2,11 \cdot 10^2$	$1,42 \cdot 10^{-3}$	$-1,09 \cdot 10^{-7}$	$5,87 \cdot 10^{-12}$	$-1,14 \cdot 10^{-16}$

Uma vez finalizada a descrição do sistema hidráulico, é necessário entrar em detalhe na descrição das unidades disponíveis em cada usina.

Para cada usina considera-se que todas as unidades são idênticas. Desta forma, na Tabela 4.4 são apresentados os coeficientes utilizados na função de rendimento hidráulico para as unidades de cada usina.

Tabela 4.4: Coeficientes das funções de rendimento hidráulico.

Usina	c_0	c_1 (s/m ³)	c_2 (1/m)	c_3 (s/m ⁴)	c_4 (s ² /m ⁶)	c_5 (s ² /m ⁵)
H ₁	$2,45 \cdot 10^{-1}$	$2,89 \cdot 10^{-3}$	$6,66 \cdot 10^{-3}$	$1,87 \cdot 10^{-5}$	$-9,18 \cdot 10^{-6}$	$-5,74 \cdot 10^{-5}$
H ₂	$6,90 \cdot 10^{-2}$	$3,01 \cdot 10^{-3}$	$5,56 \cdot 10^{-3}$	$5,84 \cdot 10^{-6}$	$-4,64 \cdot 10^{-6}$	$-3,64 \cdot 10^{-5}$
H ₃	$3,59 \cdot 10^{-1}$	$1,51 \cdot 10^{-2}$	$5,76 \cdot 10^{-3}$	$8,35 \cdot 10^{-5}$	$-2,03 \cdot 10^{-4}$	$-7,94 \cdot 10^{-5}$
H ₄	$3,59 \cdot 10^{-1}$	$5,85 \cdot 10^{-3}$	$2,37 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-5}$	$-3,04 \cdot 10^{-5}$	$-1,34 \cdot 10^{-5}$
H ₅	$3,59 \cdot 10^{-1}$	$2,01 \cdot 10^{-2}$	$1,42 \cdot 10^{-3}$	$2,73 \cdot 10^{-5}$	$-3,58 \cdot 10^{-4}$	$-4,84 \cdot 10^{-6}$
H ₆	$3,59 \cdot 10^{-1}$	$5,54 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,05 \cdot 10^{-5}$	$-2,73 \cdot 10^{-5}$	$-9,43 \cdot 10^{-6}$
H ₇	$3,59 \cdot 10^{-1}$	$2,16 \cdot 10^{-3}$	$6,97 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-5}$	$-4,16 \cdot 10^{-6}$	$-1,16 \cdot 10^{-4}$

Como observado na Tabela 4.5, todas as unidades têm somente uma faixa operativa, associada com a potência nominal dos geradores e por restrições de operação da turbina. Além disso, mostram-se também

os valores das vazões máximas de cada unidade nessa faixa operativa e dos coeficientes de perdas hidráulicas.

Tabela 4.5: Características das unidades geradores hidrelétricas.

Usina	Faixa Operativa (MW)	q^{max} (m ³ /s)	Kp (m ² /s ⁵)
H ₁	200-290	360	$1,94 \cdot 10^{-5}$
H ₂	223-380	495	$7,04 \cdot 10^{-6}$
H ₃	22-37	76	$3,86 \cdot 10^{-4}$
H ₄	136-232,8	195	$1,40 \cdot 10^{-4}$
H ₅	66-113	59	$1,37 \cdot 10^{-3}$
H ₆	172-293,3	211	$1,31 \cdot 10^{-4}$
H ₇	125-213,8	526	$5,81 \cdot 10^{-6}$

Considera-se que as usinas não possuem conduto forçado comum para todas as unidades geradoras. Assim, o valor da constante de adução comum, k_{usina} , na equação de perdas hidráulicas, é igual a zero.

Por último, na Tabela 4.6 apresenta-se o valor da reserva girante de cada usina hidrelétrica, assim como o volume meta do reservatório ao final do horizonte de estudo considerado.

Tabela 4.6: Reserva girante e volume meta.

Usina	rh (MW)	v^{meta} (hm ³)	$v^0 - v^{meta}$ (hm ³)
H ₁	150	4696	4
H ₂	80	2786	9
H ₃	0	133,2	1,8
H ₄	40	4270	30
H ₅	0	1497	18
H ₆	50	1380	20
H ₇	30	1350	0

Finalizada a descrição do sistema hidrelétrico, parte-se agora para a descrição do sistema termelétrico.

4.2.2 Sistema termelétrico

O custo de operação das unidades termelétrica é dado pela curva de custo incremental ou curva de custo de produção de energia e pelo custo de partida⁹. Nessa ordem, a Tabela 4.7 mostra os coeficientes dessas curvas e os custos de partida das unidades geradoras.

⁹ Neste trabalho, o custo de partida é considerado constante.

Tabela 4.7: Coeficientes da curva de custo de produção e custo de partida.

Unidade	a_0 (R\$)	a_1 (R\$/MW)	a_2 (R\$/MW ²)	St (R\$)
T_1	0	$4,30 \cdot 10^1$	$4,95 \cdot 10^{-1}$	$9,60 \cdot 10^1$
T_2	0	$9,27 \cdot 10^1$	$9,92 \cdot 10^{-1}$	$7,04 \cdot 10^3$
T_3	0	$1,10 \cdot 10^2$	$1,10 \cdot 10^0$	$6,50 \cdot 10^1$
T_4	0	$5,80 \cdot 10^0$	$5,20 \cdot 10^{-2}$	$7,70 \cdot 10^4$

Por sua vez, a Tabela 4.8 apresenta os dados referentes às restrições das termelétricas, ou seja, limites de potência, rampas de partida e desligamento, rampas em operação e tempos mínimos de partida e desligamento, respectivamente.

Tabela 4.8: Parâmetros de restrições das unidades termelétricas.

Usina	Pt^{\min} (MW)	Pt^{\max} (MW)	Δ^{up} (MW/h)	Δ^{dw} (MW/h)	δ^{up} (MW/h)	δ^{dw} (MW/h)	t^{up} (h)	t^{dw} (h)
T_1	50	500	50	50	150	150	2	1
T_2	7	33	7	7	15	15	3	2
T_3	100	300	100	100	200	200	2	3
T_4	41	436	41	41	80	60	4	4

Por último, devido às características operativas das unidades termelétricas, é necessário conhecer as condições atuais de operação das mesmas, isto é, se a unidade estiver desligada, é preciso saber o tempo em que a mesma se encontra fora de operação, e se a unidade estiver ligada, o tempo em que a mesma se encontra em operação, assim como a potência de saída. Na Tabela 4.9 apresentam-se essas condições.

Tabela 4.9: Condições iniciais das unidades termelétricas.

Usina	t_0^{online} (h)	$t_0^{offline}$ (h)	Pt^0 (MW)
T_1	-	2	0
T_2	4	-	20
T_3	2	-	145
T_4	-	4	0

A descrição do sistema de transmissão apresenta-se na seção seguinte.

4.2.3 Sistema de transmissão

O sistema de transmissão é constituído por 18 barras e 25 linhas de 500kV, esse sistema foi retirado de Alves (2007). Na Tabela 4.10 os dados das linhas da rede de transmissão são apresentados.

Tabela 4.10: Dados das linhas do sistema de transmissão.

Linha	Barra		x_l (pu)	ft^{\max} (MW)
	DE	PARA		
1	1	2	0,011200	1843,60
2	2	10	0,001240	2400,20
3	2	10	0,001260	2400,20
4	3	4	0,011460	660,00
5	3	4	0,011651	660,00
6	3	5	0,004400	2321,00
7	3	10	0,025500	2321,00
8	5	6	0,011630	739,20
9	5	6	0,011660	739,20
10	5	7	0,016030	1392,60
11	5	10	0,026900	2400,20
12	7	8	0,011500	739,20
13	7	8	0,011630	739,20
14	7	8	0,012770	739,20
15	7	9	0,029224	2240,70
16	9	10	0,020480	2321,00
17	10	11	0,012070	739,20
18	9	18	0,005900	2400,20
19	10	12	0,006540	2500,30
20	12	13	0,010500	1386,00
21	12	14	0,006970	2400,20
22	14	15	0,015150	1542,20
23	14	16	0,021700	2321,00
24	16	17	0,01,5383	1787,50
25	16	18	0,009200	2400,20

Desta forma, finaliza-se a descrição do sistema utilizado como base para os testes. Na seguinte seção apresentam-se os resultados computacionais obtidos nas simulações.

4.3 RESULTADOS

Para realizar uma comparação e análise detalhada dos comportamentos das estratégias de solução adotadas neste trabalho em torno da estimativa do *gap* de dualidade e do esforço computacional, opta-se por considerar inicialmente um horizonte de seis estágios para o sistema proposto. Dessa forma, obtém-se um maior controle sob essas estratégias e um ganho na precisão dos resultados.

4.3.1 Caso 6 estágios

O objetivo deste caso é otimizar a operação do sistema descrito anteriormente com horizonte de 6 horas considerando intervalos horários, utilizando técnicas de dualidade e PNLIM.

As condições iniciais das usinas hidrelétricas e unidades termelétricas foram definidas nas seções anteriores. Por sua vez, o perfil de demanda do sistema para o horizonte de estudo considerado é mostrado na Figura 4.4.

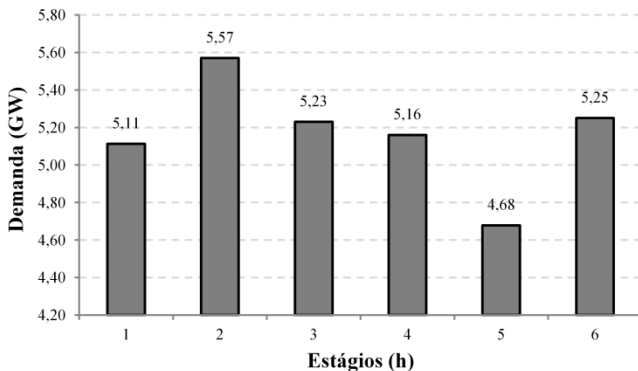


Figura 4.4: Demanda do sistema.

A demanda do sistema possui um valor médio de 5.167 MW e uma demanda máxima de 5.570 MW, que correspondem à 78,38% e 84,49% da capacidade instalada do parque gerador, respectivamente.

Para implementar o modelo computacionalmente foi utilizada a linguagem de programação C++ na plataforma Visual Studio 2008. Os testes foram executados em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i5 de 2.53 GHz e memória RAM de 4 GB. Os problemas de PNLIM foram resolvidos através do pacote comercial Knitro 8.0 com licença restrita a 300 variáveis e/ou 300 restrições. Por sua vez, os problemas de PL e PQ foram resolvidos através do pacote comercial Gurobi 4.5. Por último, na otimização da função não diferenciável foi utilizado o pacote ConicBundle (CB_v0.3.10) (FISCHER e HELMBERG, 2012).

4.3.1.1 Etapa da RL

Nessa etapa o algoritmo sempre foi inicializado com os valores dos multiplicadores de Lagrange iguais a 0,1.

O algoritmo realizou um total de 365 iterações, sendo que 32 delas foram iterações de subida, isto é, iterações associadas a passos

“sérios” no método de Feixes. Na Figura 4.5 pode-se observar a evolução da função dual e do vetor do subgradiente durante o processo iterativo. Nota-se que o comportamento crescente da função dual está associado a cada passo “sério” dado pelo método de Feixes, no entanto o comportamento da norma do vetor subgradiente é oscilatório devido à diferença entre as variáveis duplicadas (restrições artificiais relaxadas) durante o processo iterativo.

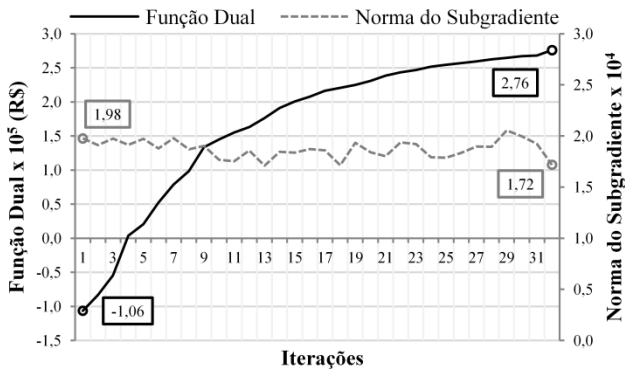


Figura 4.5: Desempenho do algoritmo na RL - Caso 6 estágios.

Na Tabela 4.11 apresentam-se o valor obtido para a função dual, o valor da norma do vetor subgradiente e o tempo computacional, respectivamente, para a última iteração da RL.

Tabela 4.11: Resultados finais da RL – Caso 6 estágios.

Etapa RL – 6 estágios	
f_{RL} (R\$)	275.875,03
$ sg $	17.183,60
$t(min.)$	51,40

O valor da norma representa a inviabilidade da solução obtida nessa etapa, pois as restrições relaxadas não são atendidas, isto é, a diferença relativa entre as variáveis duplicadas é diferente de zero. Para visualizar essa diferença, as variáveis correspondentes às restrições relaxadas da usina hidrelétrica H_1 e das unidades termelétricas T_1 , T_2 , T_3 e T_4 são mostradas nos gráficos abaixo.

Nota-se na Figura 4.6, em que cada vértice do gráfico representa um estágio de tempo e os eixos que se unem no centro do hexágono (6 estágios) correspondem às variáveis presentes nas restrições relaxadas, que a maioria das variáveis da usina H_1 , não coincidem com os valores

de suas respectivas duplicatas. Logo, essas restrições relaxadas não são atendidas.

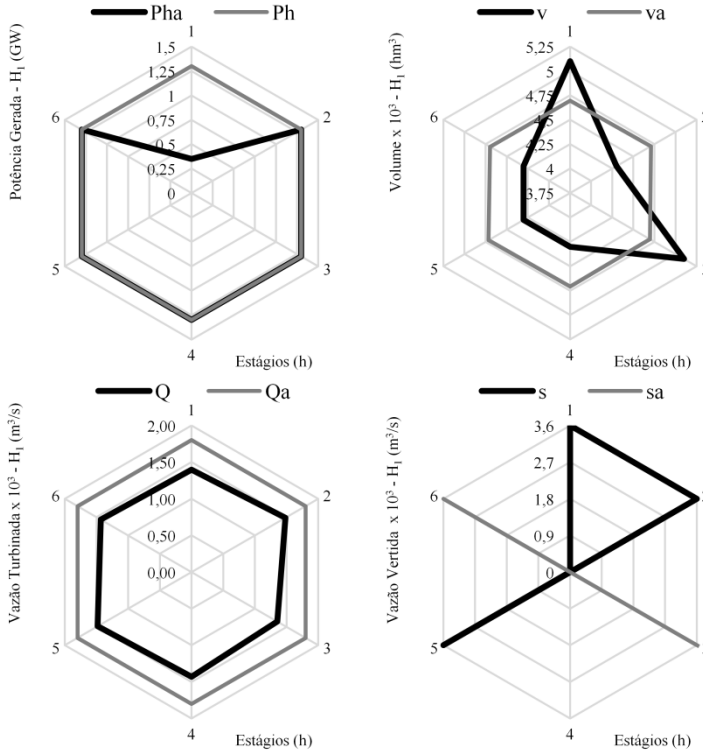


Figura 4.6: Resultados das variáveis de H_1 na RL – Caso 6 estágios.

De forma semelhante acontece com as variáveis das unidades termelétricas, em que as restrições relaxadas também não são atendidas. Os valores dessas variáveis são mostrados na Figura 4.7.

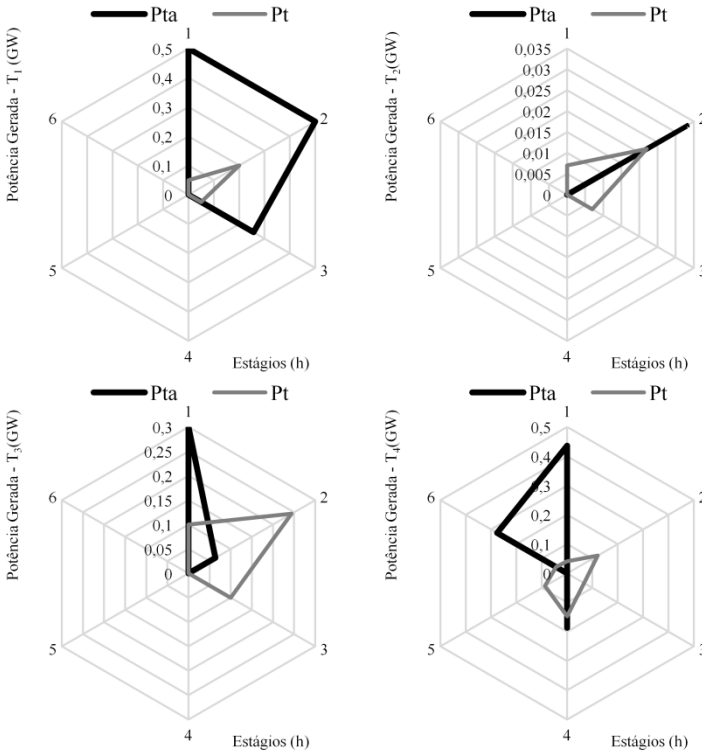


Figura 4.7: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RL – Caso 6 estágios.

Após a etapa da RL e, devido à inviabilidade da solução encontrada nessa etapa, é necessário fazer uma RP para encontrar uma solução viável do problema. Nesse sentido, nas próximas seções apresenta-se a RP utilizando a técnica do LAI e a técnica do PP.

4.3.1.2 Etapa da RP via LAI

Nessa etapa, são feitas as seguintes considerações iniciais (DINIZ *et al.*, 2007):

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 0,9 \\
 \psi^{(0)} &= 1 \cdot 10^{-4} \\
 \beta_0 &= 100 \\
 \beta_1 &= 1,5 \\
 \gamma &= 0,25
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Além disso, utilizaram-se os multiplicadores de Lagrange e os valores das variáveis presentes nas restrições relaxadas da última iteração da RL (último passo sério) como ponto de partida da RP via LAI.

O critério de convergência adotado foi $\|g(x)\|_2 \leq 0,6$, em que $\|\cdot\|_2$ representa a norma Euclidiana das restrições artificiais. Em total o algoritmo executou um total de 186 iterações. Nesse ponto o parâmetro de penalidade alcançou um valor de 190,81 e norma do gradiente um valor de 0,589.

O desempenho da função dual e da norma do gradiente durante o processo iterativo é apresentado na Figura 4.8.

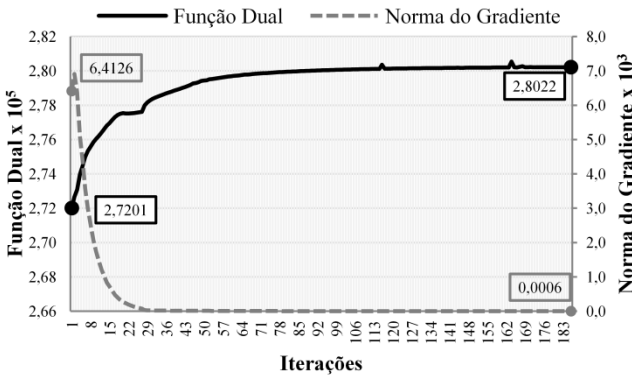


Figura 4.8: Desempenho do algoritmo na RP via LAI – Caso 6 estágios.

Nota-se que durante o processo iterativo a função dual apresenta algumas pequenas oscilações devido ao fato que o método do gradiente não garante a subida da função, em todas as iterações.

A função dual teve um acréscimo de 1,57% em relação à RL. Considerando que a RL representa um limite inferior para a solução ótima do problema, pode-se dizer que a RP via LAI forneceu um ponto viável de boa qualidade.

O valor ótimo obtido para a função dual, a norma do gradiente nesse ponto e o tempo computacional são apresentados na Tabela 4.12.

Tabela 4.12: Resultados finais da RP via LAI – Caso 6 estágios.

Etapa RP via LAI – 6 estágios	
f_{RP} (R\$)	280.216,13
$ g $	0,59
$t(min.)$	26,10

Após a etapa de RP via LAI pode-se dizer que as restrições relaxadas são atendidas, isto é, as diferenças entre as variáveis

duplicadas reduziram-se consideravelmente, tornando assim o problema viável conforme a tolerância determinada. Para visualizar essas diferenças e continuando com a sequência dos gráficos apresentados na seção anterior, as figuras abaixo mostram as variáveis correspondentes às restrições relaxadas da usina hidrelétrica H_1 e das unidades termelétricas T_1, T_2, T_3 e T_4 .

Conforme pode ser observado na Figura 4.9, as variáveis da H_1 presentes nas restrições relaxadas agora coincidem com o valor de sua respectiva variável duplicada (os valores dessas variáveis ficam sobrepostas nos gráficos), ou seja, as restrições artificiais são aproximadamente iguais a zero.

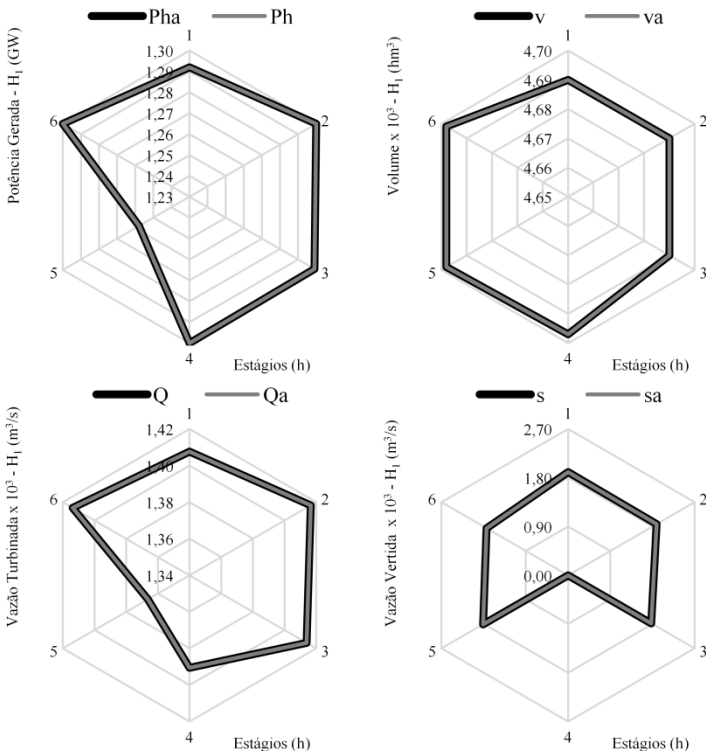


Figura 4.9: Resultados das variáveis de H_1 na RP via LAI – Caso 6 estágios.

Por sua vez, na Figura 4.10 apresentam-se os valores das variáveis presentes nas restrições artificiais das unidades termelétricas. Nota-se que já não existe diferença entre o valor da cada variável e sua

respectiva variável duplicada, isto é, as restrições relaxadas são atendidas.

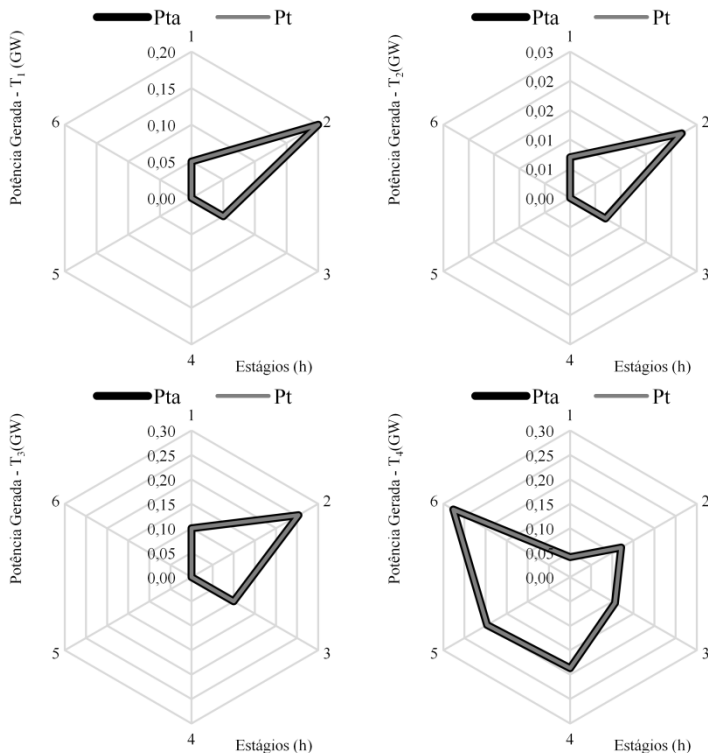


Figura 4.10: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via LAI – Caso 6 estágios.

Visto que o desempenho do algoritmo está de acordo com as tolerâncias desejadas, é importante destacar aqui alguns valores com relação à solução primal. Desta forma, na Tabela 4.13 apresenta-se o resultado do despacho econômico. Assim, o custo de operação do sistema para esse despacho é de R\$ 279.752,68, que corresponderia à solução primal do problema. Esse valor apresenta uma diminuição de 0,165% em relação ao valor obtido da função dual na RP via LAI.

Tabela 4.13: Despacho econômico (GW) na RP via LAI – Caso 6 estágios.

Usina	1	2	3	4	5	6
H₁	1,29	1,30	1,30	1,30	1,26	1,30
H₂	1,05	1,06	1,06	1,06	1,02	1,06
H₃	0,07	0,07	0,07	0,07	0,05	0,07
H₄	0,65	0,66	0,66	0,66	0,59	0,66
H₅	0,21	0,23	0,22	0,23	0,00	0,23
H₆	0,82	0,83	0,83	0,83	0,76	0,83
H₇	0,82	0,83	0,82	0,83	0,80	0,83
T₁	0,05	0,20	0,05	0,00	0,00	0,00
T₂	0,01	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00
T₃	0,10	0,25	0,10	0,00	0,00	0,00
T₄	0,04	0,12	0,11	0,19	0,20	0,28
Geração Total	5,11	5,57	5,23	5,16	4,68	5,25

Na seção seguinte apresentam-se os resultados da RP via PP.

4.3.1.3 Etapa da RP via PP

Nesse caso, o parâmetro de penalidade adotado foi de 0,02, permanecendo constante durante o processo iterativo. Por sua vez, utilizaram-se os multiplicadores de Lagrange e os valores das variáveis presentes nas restrições relaxadas da última iteração da RL como ponto de partida da RP via PP.

O critério de convergência adotado foi $\|g(x)\|_2 \leq 0,62^{10}$. No processo iterativo para alcançar a tolerância definida, foi necessário otimizar a função dual 21 vezes, isto é, repetir a etapa da RL via PP 21 vezes. Na Tabela 4.14 apresenta-se o resumo desse processo iterativo.

¹⁰ Na otimização da função dual o método de Feixes pode parar com uma norma maior à tolerância definida, nesse caso a etapa da RL via PP é resolvida novamente a partir da nova solução encontrada. Esse processo repete-se até a norma ser menor ao valor da tolerância definido.

Tabela 4.14: Resumo do processo iterativo na RP via PP – Caso 6 estágios.

Otimização da Função Dual	iterações	Passos “sérios”	$ g(x) $	f_{RP} (R\$)
1	10	9	141,78	15.982.586,70
2	25	20	50,81	320.152,76
3	22	15	48,21	305.706,33
4	10	8	76,93	298.764,52
5	10	9	100,29	294.262,49
6	10	9	140,28	291.157,30
7	16	11	7,48	285.795,51
8	19	8	36,41	283.657,56
9	12	5	60,06	283.086,35
10	11	4	57,43	282.452,14
11	20	5	61,47	281.887,61
12	10	7	5,97	280.778,04
13	17	2	68,56	280.332,54
14	14	11	9,79	280.863,85
15	10	8	9,00	280.232,25
16	10	8	37,57	280.270,44
17	10	8	2,25	280.324,18
18	15	11	5,16	283.676,24
19	13	9	11,90	280.220,55
20	10	7	1,02	280.236,81
21	7	6	0,61	280.228,78
Total	240	180	-	-

Nota-se que o algoritmo realizou um total de 240 iterações, sendo que 180 delas foram iterações de subida.

Na Figura 4.11 pode-se observar o comportamento da função dual e da norma do gradiente a cada otimização dessa função. Note-se que existem algumas oscilações, mesmo assim o comportamento tanto da função como da norma é decrescente.

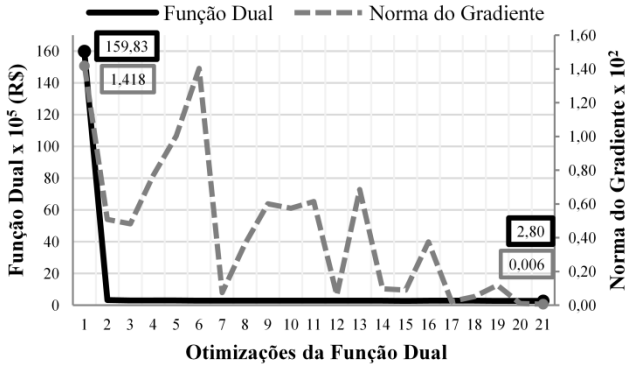


Figura 4.11: Otimizações da Função Dual na RP via PP – Caso 6 estágios.

Por outro lado, fazendo um “zoom” na última otimização da função dual (otimização numero 21), pode-se notar na Figura 4.12 que o método de Feixes executou um total de 7 iterações, sendo que 6 delas foram passos “sérios”.

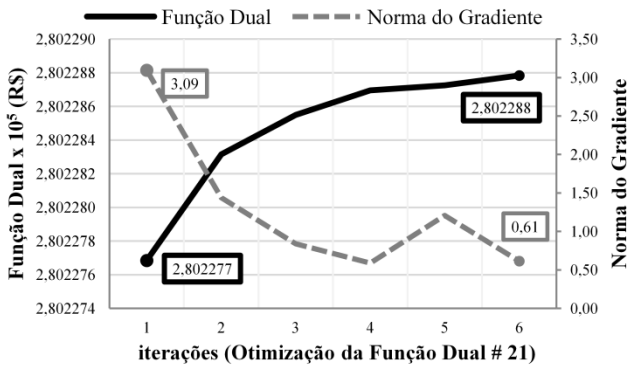


Figura 4.12: Otimização da Função Dual # 21 na RP via PP– Caso 6 estágios.

Na Tabela 4.15 apresentam-se o valor obtido para a função dual, o valor da norma do vetor gradiente e o tempo computacional, respectivamente, para a última iteração da RP via PP.

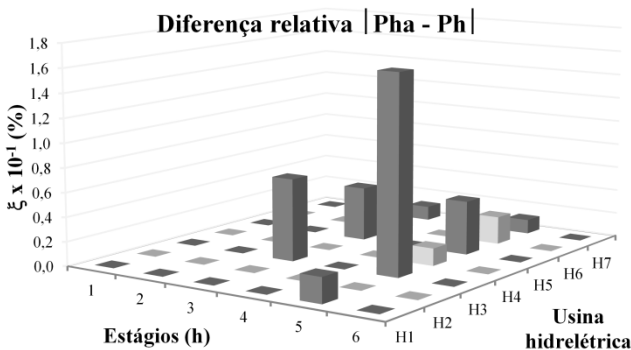
Tabela 4.15: Resultados finais da RP via PP – Caso 6 estágios.

Etapa RP via PP – 6 estágios	
f_{RP} (R\$)	280.228,78
$ g $	0,61
$t(min.)$	34,33

Nota-se que a norma do gradiente, que representa a violação das restrições relaxadas, alcança um valor de 0,613. Portanto, pode-se dizer que essas restrições são atendidas. Por outro lado, a função dual teve um acréscimo de 1,58% em relação à RL. Da mesma forma que na RP via LAI, pode-se dizer que a RP via PP forneceu um ponto viável de boa qualidade.

Para visualizar o atendimento das restrições artificiais, os gráficos abaixo mostram as diferenças relativas¹¹ entre as variáveis que conformam as restrições artificiais.

Nota-se na Figura 4.13 que a máxima diferença relativa entre as variáveis de potência de saída é de 0,16% e corresponde à usina hidrelétrica H₃ no estágio de tempo cinco.

**Figura 4.13: Diferença relativa entre as variáveis de potência de saída das usinas hidrelétricas na RP via PP – Caso 6 estágios.**

Por sua vez, na Figura 4.14 a máxima diferença relativa entre as variáveis de vazão turbinada é de 0,6% e corresponde à usina hidrelétrica H₅ no terceiro estágio.

¹¹ A diferença relativa entre as variáveis é dada por $\xi = \frac{|x - xa|}{x_{\max}}$

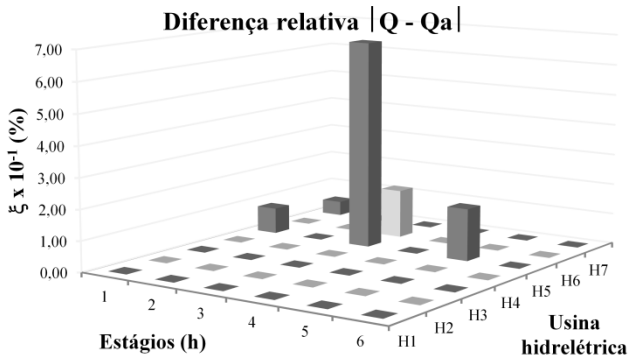


Figura 4.14: Diferença entre as variáveis de vazão turbinada das usinas hidrelétricas na RP via PP – Caso 6 estágios.

Por último, a unidade termelétrica T_2 no estágio três apresenta a máxima diferença relativa entre as variáveis de potência de saída com um valor de 0,12% conforme mostrado na Figura 4.15.

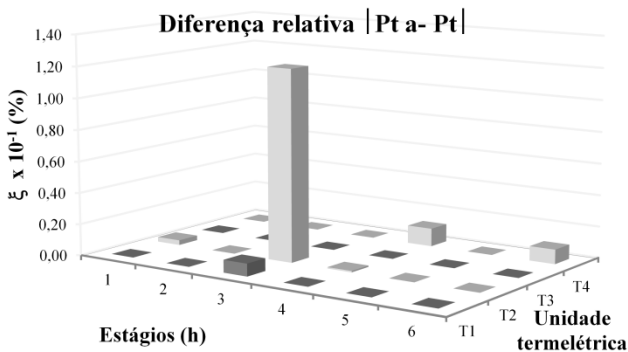


Figura 4.15: Diferença entre as variáveis de potência de saída das unidades termelétricas na RP via PP – Caso 6 estágios.

Sendo atendida a tolerância definida na RP via PP, podem-se destacar da solução viável do problema alguns dos valores das variáveis primais. Portanto, na Tabela 4.16 um despacho econômico é apresentado, em que o custo de operação para esse despacho é de R\$ 280.206,85. Esse custo apresenta uma diminuição de 0,0078% em relação ao valor obtido da função dual na RP via PP.

Tabela 4.16: Despacho econômico (GW) na RP via PP – Caso 6 estágios.

Usina	1	2	3	4	5	6
H₁	1,27	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
H₂	1,06	1,06	1,06	1,06	0,92	1,06
H₃	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
H₄	0,65	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66
H₅	0,22	0,23	0,22	0,23	0,22	0,23
H₆	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83
H₇	0,82	0,83	0,83	0,83	0,48	0,83
T₁	0,05	0,20	0,05	0,00	0,00	0,00
T₂	0,01	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00
T₃	0,10	0,25	0,10	0,00	0,00	0,00
T₄	0,04	0,12	0,11	0,19	0,20	0,28
Geração Total	5,11	5,57	5,23	5,16	4,68	5,25

Conforme pode ser visto nas seções anteriores, o valor da função dual obtidos na RP via LAI e PP foram semelhantes. No entanto, o tempo computacional da RP via LAI foi mais eficiente considerando que nas duas estratégias foram definidos critérios de convergência similares. Nesse sentido, nas próximas seções apresenta-se a RP via dois modelos híbridos. O primeiro executa inicialmente a RP via LAI e, a partir de um valor da norma do gradiente $\|g(x)\|_2 \leq 500$, o processo iterativo continua-se com o PP até alcançar a tolerância definida. O segundo executa inicialmente a RP via PP até obter uma convergência do método de Feixes (otimização da função dual) com $\|g(x)\|_2 \leq 500$, nesse ponto o algoritmo continua com o LAI até alcançar o valor definido da tolerância.

4.3.1.4 Etapa da RP via modelo híbrido LAI - PP

Como foi descrito anteriormente, esse modelo executa primeiramente a RP via LAI. Assim, o parâmetro de penalidade inicial e o ponto de partida da técnica do LAI são os mesmos dos apresentados na Seção 4.3.1.2. Um primeiro critério de convergência adotado corresponde à finalização do processo iterativo da RP com a técnica do LAI, dado por $\|g(x)\|_2 \leq 500$.

Quando esse critério é atendido, os valores dos multiplicadores de Lagrange e os valores das variáveis presentes nas restrições relaxadas da última iteração nessa técnica são utilizados como ponto de partida na RP via PP. Além disso, é definido um novo parâmetro de penalidade que permanece constante durante o processo iterativo com a técnica do PP, sendo igual ao apresentado na Seção 4.3.1.3. Dessa forma, é definido um novo critério de convergência dado por $\|g(x)\|_2 \leq 0,65$.

Na Tabela 4.17 apresenta-se o resumo do processo iterativo desse modelo híbrido. Lembre-se que a técnica do PP requer otimizar a função dual em varias ocasiões até alcançar o critério de tolerância definido anteriormente.

Tabela 4.17: Resumo do processo iterativo na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.

Técnica	Otimização da Função Dual	iterações	Passos “sérios”	$ g(x) $	f_{RP} (R\$)
LAI	1	17	NA	481,50	277.314,78
	2	10	9	53,95	300.014,51
	3	31	17	28,71	280.465,44
	4	10	8	12,78	280.270,00
PP	5	10	9	2,43	280.237,39
	6	10	8	1,03	280.228,89
	7	16	2	15,42	280.265,64
	8	10	8	0,64	280.252,92

Nota-se que com a técnica do LAI conseguiu-se atender o critério de convergência definido para essa técnica em 17 iterações. Nesse ponto, o processo iterativo continuou-se com a técnica do PP. Pode-se ver que a função dual foi otimizada outras sete vezes até alcançar a convergência definida no PP, sendo em total necessárias 97 iterações, das quais 61 foram passos “sérios”.

Na Figura 4.16 apresenta-se o comportamento da função dual e da norma do gradiente durante o processo iterativo com a técnica do LAI.

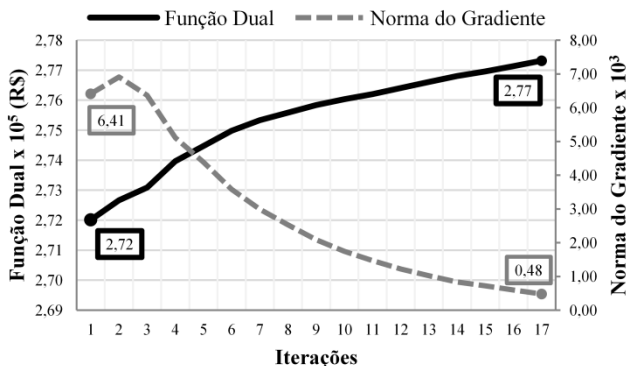


Figura 4.16: Desempenho da técnica do LAI na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.

Já a Figura 4.17 mostra o valor da função dual e a norma do gradiente para cada otimização dessa função utilizando a técnica do PP.

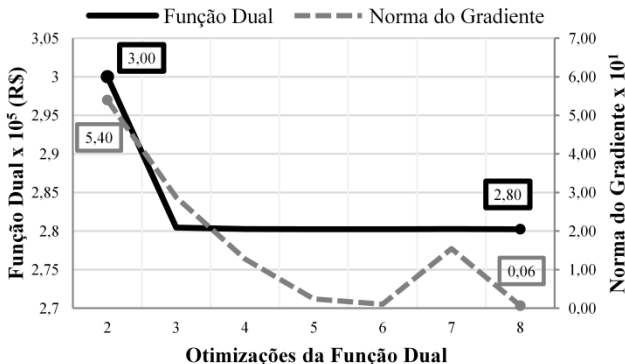


Figura 4.17: Desempenho da técnica do PP na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.

Por último, na Figura 4.18 apresentam-se as iterações da última otimização com a técnica do PP, em que oito passos “sérios” foram realizados.

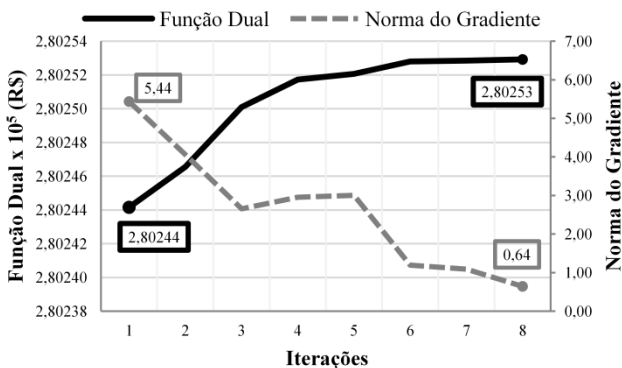


Figura 4.18: Última resolução da função dual com a técnica do PP na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.

Na Tabela 4.18 apresentam-se os principais resultados obtidos nesse modelo híbrido. Nota-se que o tempo total de execução foi de 12,67 minutos. Por outro lado, a função dual teve um acréscimo de 1,59% em relação à RL.

Tabela 4.18: Resultados finais da RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.

	LAI	PP
f_{RP} (R\$)	277.314,78	280.252,92
$ g(x) $	481,50	0,64
$t(min.)$	2,5	10,17

A norma do gradiente representa a violação das restrições relaxadas. Portanto, com a norma de 0,64 pode-se dizer que essas restrições são atendidas. Assim, a Figura 4.19 e a Figura 4.20 apresentam as diferenças relativas entre as variáveis de potência de saída e vertimento das usinas hidrelétricas, respectivamente e a Figura 4.21 as diferenças relativas entre as variáveis de potência de saída das unidades termelétricas.

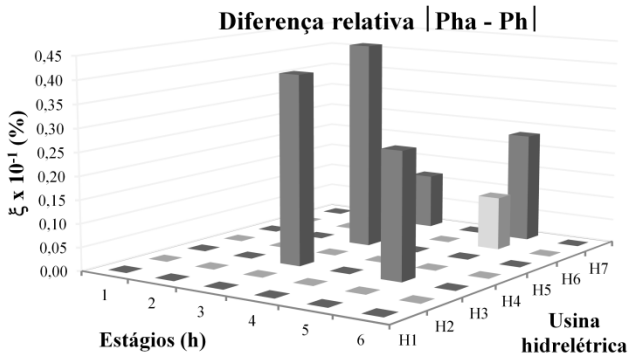


Figura 4.19: Diferença relativa entre as variáveis de potência de saída das usinas hidrelétricas na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.

Pode-se notar na Figura 4.19 que a maior diferença relativa entre as variáveis de potência de saída é de 0,04% e corresponde à usina H₅ no estágio de tempo três.

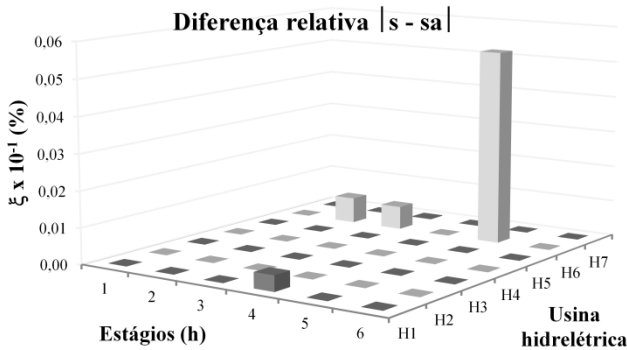


Figura 4.20: Diferença relativa entre as variáveis de vertimento das usinas hidrelétricas na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.

Em relação às variáveis do vertimento, a usina H_6 no quinto estágio apresenta a maior diferença relativa entre as variáveis, isto é, 0,005% conforme mostrado na Figura 4.20.

Por último, na Figura 4.21 nota-se que a unidade termelétrica T_2 apresenta as maiores diferenças relativas entre as variáveis no horizonte de estudo considerado, sendo de 0,16% a maior.

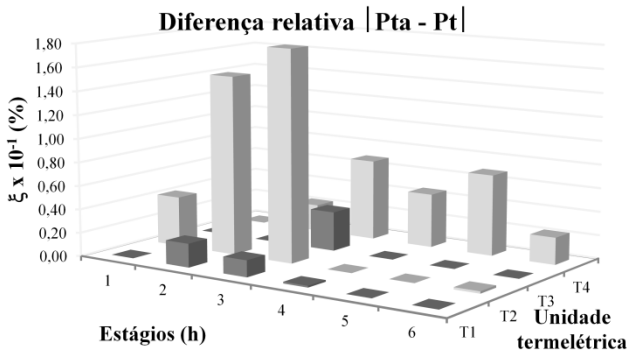


Figura 4.21: Diferença relativa entre as variáveis de potência de saída das unidades termelétricas na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.

Mesmo assim, essas diferenças entre as variáveis duplicadas não representa um distanciamento significativo entre as mesmas. Nesse sentido, a Tabela 4.19 é apresentada o despacho econômico da solução viável encontrada. Nota-se que o custo de operação desse despacho é de R\$ 280.385,67, isto é, um aumento de 0,0047% em relação ao valor da função dual obtida neste modelo híbrido.

Tabela 4.19: Despacho econômico (GW) na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 6 estágios.

Usina	1	2	3	4	5	6
H ₁	1,29	1,30	1,30	1,30	1,26	1,30
H ₂	1,05	1,06	1,06	1,06	1,02	1,06
H ₃	0,07	0,07	0,07	0,07	0,05	0,07
H ₄	0,65	0,66	0,66	0,66	0,59	0,66
H ₅	0,21	0,23	0,22	0,23	0,00	0,23
H ₆	0,82	0,83	0,83	0,83	0,76	0,83
H ₇	0,82	0,83	0,83	0,83	0,80	0,83
T ₁	0,05	0,20	0,05	0,00	0,00	0,00
T ₂	0,01	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00
T ₃	0,10	0,25	0,10	0,00	0,00	0,00
T ₄	0,04	0,12	0,11	0,19	0,20	0,28
Geração Total	5,11	5,57	5,23	5,16	4,68	5,25

Nota-se na Tabela 4.19 que o despacho das usinas hidrelétricas varia um pouco em relação ao encontrado na RP via LAI e na RP via PP, no entanto o despacho das unidades termelétricas é semelhante.

Na seguinte seção será apresentada uma solução viável do problema através do segundo modelo híbrido. Esse modelo utiliza inicialmente a técnica do PP e posteriormente a técnica do LAI.

4.3.1.5 Etapa da RP via modelo híbrido PP - LAI

Inicialmente é executada a RP via PP. O parâmetro de penalidade e o ponto de partida da técnica do PP são os mesmos dos apresentados na Seção 4.3.1.3. Nesse caso, o critério de parada definido para essa técnica dentro deste modelo híbrido corresponde à convergência do método de Feixes na otimização da função dual com $\|g(x)\|_2 \leq 500$.

A partir da solução obtida com a técnica do PP, é executado o processo iterativo da RP via LAI (os parâmetros iniciais foram ajustados conforme mostrado na Seção 4.3.1.2). O parâmetro de penalidade inicial definido para a técnica do LAI esta vez foi de 0,1. Além disso, os multiplicadores de Lagrange e os valores das variáveis da solução com a técnica do PP são utilizados como ponto de partida do LAI. O critério de convergência considerado no LAI foi $\|g(x)\|_2 \leq 0,6$.

Assim, o processo iterativo na RP é composto por duas fases, a primeira referente à técnica do PP e a segunda referente à técnica do LAI. Um resumo desse processo iterativo é apresentado na Tabela 4.20.

Tabela 4.20: Resumo do processo iterativo na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.

Técnica	Otimização da Função Dual	iterações	Passos “sérios”	$ g(x) $	f_{RP} (R\$)
PP	1	10	9	141,78	15.982.586,70
LAI	2	181	NA	0,59	281.753,36

Nota-se que a primeira otimização da função dual com a técnica do PP resultou em 10 iterações, sendo que nove delas foram passos “sérios” ou de subida. O último passo sério resultou em um valor da norma muito menor ao critério anteriormente definido, isto devido a que o critério de parada do método de Feixes não corresponde ao valor da norma do gradiente. Por sua vez, na otimização da função dual com a técnica do LAI foram necessárias 181 iterações para atender o critério de convergência definido para essa técnica.

Conforme mostrado na Figura 4.22, com a técnica do PP a cada passo “sério”, a função dual apresenta um comportamento ascendente e a norma do gradiente descendente. Nota-se também que a otimização da função dual nessa técnica convergiu em um valor elevado, isto devido a termos quadráticos inseridos na função objetivo, que representam um grande desvio entre variáveis presentes nas restrições relaxadas. No entanto, pode-se ver na Figura 4.23 que, com a técnica do LAI a função inicialmente tem um comportamento descendente e, a partir da iteração 22 começa a ascender até convergir. Mesmo assim, o comportamento da norma do gradiente é sempre descendente.

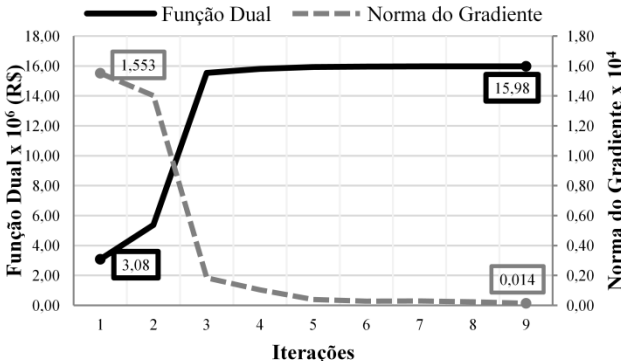


Figura 4.22: Desempenho da técnica do PP na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.

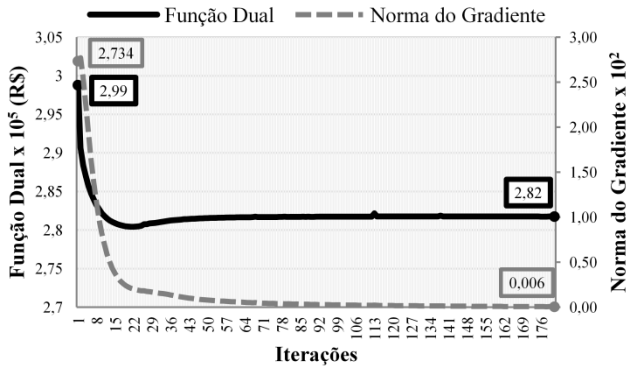


Figura 4.23: Desempenho da técnica do LAI na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.

Os principais resultados obtidos nesse modelo híbrido são apresentados na Tabela 4.21. Nota-se que o tempo total de execução foi de 28,75 minutos, sendo consumidos o 4% no PP e o 96% no LAI.

Por outro lado, a função dual teve um acréscimo de 2,13% em relação à RL.

Tabela 4.21: Resultados finais da RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.

	PP	LAI
f_{RP} (R\$)	15.982.586,70	281.753,36
$ g(x) $	141,78	0,59
$t(min.)$	1,17	27,58

Após a etapa de RP via modelo híbrido PP-LAI pode-se dizer que a diferença relativa entre as variáveis duplicadas reduziram-se consideravelmente, tornando assim o problema viável conforme a tolerância determinada. Para visualizar essas diferenças, as figuras abaixo mostram as variáveis correspondentes às restrições relaxadas da usina hidrelétrica H_2 e das unidades termelétricas T_1, T_2, T_3 e T_4 .

Na Figura 4.24, as variáveis da H_2 presentes nas restrições relaxadas agora coincidem com o valor de sua respectiva variável duplicada (os valores dessas variáveis ficam sobrepostas nos gráficos), ou seja, as restrições artificiais são aproximadamente zero. Lembre-se que cada vértice do gráfico corresponde a um estágio de tempo, e os eixos que se unem no centro do hexágono (6 estágios) correspondem às variáveis presentes nas restrições relaxadas.

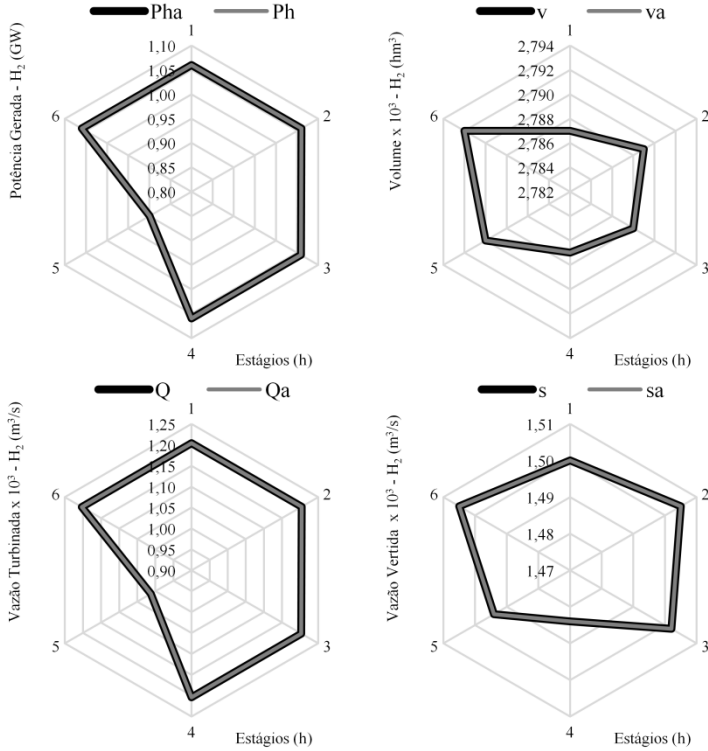


Figura 4.24: Resultados das variáveis de H_2 na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.

Os valores das variáveis presentes nas restrições artificiais das unidades termelétricas são apresentados na Figura 4.25. Nota-se que, como no gráfico anterior, os valores dessas variáveis agora coincidem com o valor de sua respectiva variável duplicada.

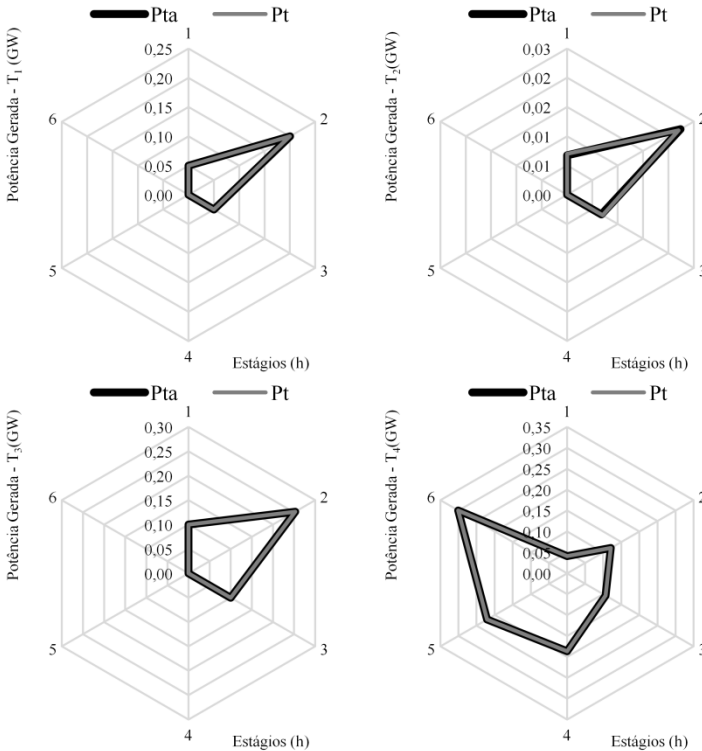


Figura 4.25: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.

De forma semelhante resultados já apresentados nas seções anteriores, o desempenho do algoritmo está de acordo com as tolerâncias desejadas. Portanto, é importante destacar aqui alguns valores com relação à solução primal.

Na Tabela 4.22 apresenta-se o despacho associado à solução viável encontrada, sendo o custo de operação do sistema para esse despacho de R\$ 281.345,88. Nesse caso, esse valor apresenta uma diminuição de 0,14% em relação ao valor da função dual.

Tabela 4.22: Despacho econômico (GW) na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 6 estágios.

Usina	1	2	3	4	5	6
H ₁	1,25	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
H ₂	1,06	1,06	1,06	1,06	0,90	1,06
H ₃	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
H ₄	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66
H ₅	0,23	0,23	0,22	0,23	0,23	0,23
H ₆	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83
H ₇	0,83	0,83	0,82	0,83	0,48	0,80
T ₁	0,05	0,20	0,05	0,00	0,00	0,00
T ₂	0,01	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00
T ₃	0,10	0,25	0,10	0,00	0,00	0,00
T ₄	0,04	0,12	0,11	0,19	0,22	0,30
Geração Total	5,11	5,57	5,23	5,16	4,68	5,25

Como foi visto nas seções anteriores, quatro estratégias foram utilizadas para encontrar uma solução viável do problema da PDO. Nesse sentido, a seguinte seção visa comparar e analisar os principais resultados obtidos através dessas estratégias em torno da qualidade da solução e do tempo computacional.

4.3.1.6 Análise das estratégias de solução na RP

A primeira consideração que deve ser feita é que as quatro estratégias partem do mesmo ponto, ou seja, da solução da última iteração na RL.

Por sua vez, essas estratégias são baseadas nas técnicas do LAI e do PP, sendo assim, heurísticas devem ser aplicadas nas mesmas. Contudo, essas heurísticas podem afetar a solução do problema e o desempenho computacional do algoritmo. Nesse contexto, a Tabela 4.23 apresenta os principais resultados com essas estratégias a fim de ser comparados e analisados.

Tabela 4.23: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Caso 6 estágios.

RP	f_{RP} (R\$)	$ g(x) $	t (min.)	Δ_{RL} (%)	$C(Pt)$ (R\$)
LAI	280.216,13	0,59	26,10	1,5736	279.752,68
PP	280.228,78	0,61	34,33	1,5702	280.206,85
LAI – PP	280.252,92	0,64	12,67	1,5869	280.385,67
PP - LAI	281.753,36	0,59	27,58	2,1308	281.345,88

Nota-se que o valor da função dual em cada uma das estratégias é semelhante. Mesmo assim, o menor valor dessa função foi obtido com a

técnica do LAI. Por sua vez, o modelo híbrido LAI – PP teve o melhor desempenho computacional. Por outro lado, o modelo híbrido PP – LAI também se mostrou eficiente computacionalmente, no entanto, o valor da função dual foi o maior. Por último, a técnica do PP foi a de maior esforço computacional, no entanto, o valor da função dual foi o segundo mais baixo.

O valor de Δ_{RL} representa, em porcentagem, o incremento da função dual com relação ao valor dessa função na etapa da RL. Entretanto, o valor de $C(Pt)$ representa o custo de operação do sistema da solução viável encontrada para cada uma dessas estratégias.

Dessa forma, pode-se dizer que para destacar uma estratégia em particular, deve-se definir um critério de escolha. Baseado nos resultados obtidos anteriormente, se o critério escolhido for o desempenho computacional sugere-se optar pelo modelo híbrido LAI – PP. No entanto, se a escolha for o menor valor da função dual deve-se optar pela técnica do LAI. Mesmo assim, essas estratégias dependem de heurísticas que se forem modificadas podem melhorar ou empiorar o desempenho do algoritmo e a qualidade da solução do mesmo. Além disso, os resultados e o esforço computacional também dependem dos dados de entrada do modelo.

Contudo, as quatro estratégias de solução apresentaram um comportamento aceitável em relação aos aspectos comparados e analisados anteriormente. Dessa maneira, as seguintes seções visam analisar a qualidade das soluções obtidas com essas técnicas de dualidade em torno do *gap* de dualidade, resolvendo o problema através de técnicas de PNLIM.

4.3.1.7 PNLIM

Na atualidade existem pacotes computacionais de PNLIM capazes de lidar com problemas semelhantes ao do PDO considerando casos de pequeno porte. Portanto, o problema da PDO é resolvido para o sistema proposto com o pacote de otimização comercial KNITRO, e os principais resultados apresentam-se nesta seção.

Inicialmente, na Tabela 4.24 apresenta-se um resumo do tamanho do problema, fornecido pelo KNITRO. Nesta ferramenta, um ponto de partida factível do problema pode ser definido pelo usuário. Por outro lado, se esse ponto não é definido é gerada uma sequência de pontos de partida factíveis do problema através da opção “*multistartpoint*” do KNITRO.

Tabela 4.24: Resumo do tamanho do problema – Caso 6 estágios.

Número de variáveis	582
Variáveis binárias	156
Variáveis contínuas	426
Numero de restrições	829
Restrições de igualdade	234
Restrições de desigualdade	595

Nota-se que esta ferramenta consegue resolver o problema e gera os resultados conforme mostrado na Tabela 4.25. Mesmo assim, precisa-se de um esforço computacional muito grande para chegar nessa solução.

Tabela 4.25: Resultados Finais do Knitro – Caso 6 estágios.

PNLIM – 6 estágios	
<i>f.o. (R\$)</i>	280.228,71
<i>gap(%)</i>	0,08
<i>t(h)</i>	18,37

Na Tabela 4.26 é apresentado o despacho econômico da solução do problema via PNLIM.

Tabela 4.26: Despacho econômico (GW) via PNLIM – Caso 6 estágios.

Usina	1	2	3	4	5	6
H ₁	1,29	1,30	1,30	1,30	1,28	1,30
H ₂	1,05	1,06	1,06	1,06	1,06	1,06
H ₃	0,07	0,07	0,07	0,07	0,04	0,07
H ₄	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66
H ₅	0,23	0,23	0,23	0,23	0,11	0,23
H ₆	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83
H ₇	0,79	0,83	0,82	0,83	0,51	0,83
T ₁	0,05	0,20	0,05	0,00	0,00	0,00
T ₂	0,01	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00
T ₃	0,10	0,25	0,10	0,00	0,00	0,00
T ₄	0,04	0,12	0,11	0,19	0,20	0,28
Geração Total	5,11	5,57	5,23	5,16	4,68	5,25

O despacho em questão pode ser representado graficamente, como mostra a Figura 4.26. Por sua vez, a Figura 4.27 mostra o montante de geração hidrelétrica e termelétrica em cada estágio de tempo, tanto em GW como em porcentagem.

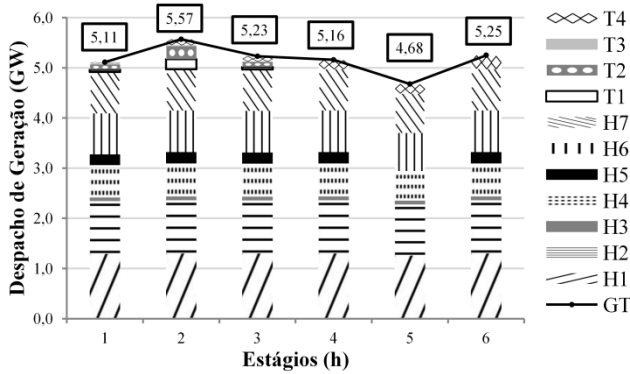


Figura 4.26: Despacho econômico via PNLIM – Caso 6 estágios.

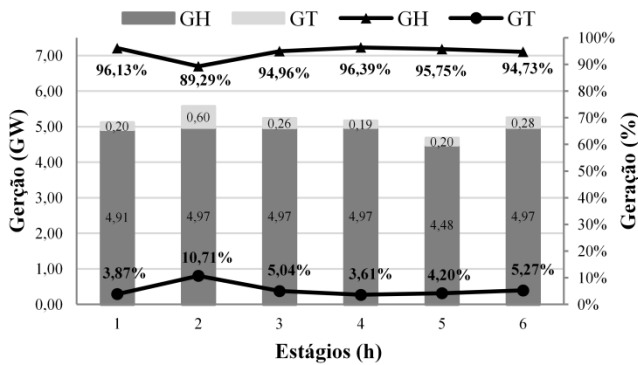


Figura 4.27: Total geração de origem hidrelétrica e termelétrica – Caso 6 estágios.

Na seção seguinte é feita uma comparação entre os resultados obtidos através das técnicas de dualidade e da PNLIM para sua posterior análise.

4.3.1.8 Análise de resultados das técnicas de dualidade e PNLIM

Conforme citado anteriormente, a comparação das técnicas de dualidade em relação aos resultados obtidos através da PNLIM é realizada em torno de uma estimativa do *gap* de dualidade e do desempenho computacional. Nesse sentido, na Tabela 4.27 são apresentados os principais resultados a serem analisados.

As quatro estratégias comparadas com a PNLIM utilizam dados de entrada da etapa da RL, que apresenta uma função dual de R\$

275.875,03 com uma estimativa do *gap* de R\$ -4.353,68 em relação ao resultado da PNLIM.

Tabela 4.27: Comparação entre as técnicas de dualidade e a PNLIM – Caso 6 estágios.

Técnica	$C(Pt)$ (R\$)	f_{RP} (R\$)	<i>gap</i> (R\$)	<i>gap</i> (%)	t (min.)	Δt (%)
PNLIM	280.228,71	-	-	-	1102,67	-
LAI	279.752,68	280.216,13	-12,58	-0,0045	77,50	-93,0
PP	280.206,85	280.228,78	0,07	0,00002	85,73	-92,2
LAI-PP	280.385,67	280.252,92	24,21	0,00864	64,07	-94,4
PP-LAI	281.345,88	281.753,36	1.524,65	0,54407	78,98	-92,8

A estimativa do *gap* de dualidade é calculada com relação à diferença entre a função dual de cada estratégia e a solução do problema via PNLIM. Essa estimativa do *gap* também é representada em porcentagem como a razão entre essa diferença e a solução do problema via PNLIM. Por sua vez, o tempo computacional de cada estratégia inclui o tempo da RL (51,4 minutos). Por último, a redução ou aumento do esforço computacional com relação ao desempenho da PNLIM é apresentado em porcentagem.

Nota-se que a estimativa do *gap* de dualidade representa um valor menor que 0,6% nas estratégias. Portanto, em termos gerais pode-se dizer que as técnicas de dualidade oferecem uma solução de boa qualidade, isto é, próximas da solução ótima do problema. Por outro lado, a redução do esforço computacional com as técnicas de dualidade é considerável, sendo aproximadamente 90% mais rápido que o pacote de PNLIM.

Como descrito anteriormente, o desempenho das estratégias de solução pode variar conforme os dados de entrada e as heurísticas adotadas. Nesse sentido, nas próximas seções são feitas algumas análises de sensibilidade.

4.3.2 Análise de sensibilidade – Caso 6 estágios

4.3.2.1 Volume meta da usina hidrelétrica H_4

Aumentar o volume meta da usina hidrelétrica H_4 resulta em uma decisão de armazenar mais água nesse reservatório. Essa decisão pode acarretar em um aumento no custo de operação do sistema no horizonte de estudo. Contudo, essa decisão deve acarretar uma diminuição do custo de operação no futuro.

Além de aumentar a meta do volume da usina hidrelétrica H_4 , também foram consideradas as afluições incrementais nulas conforme mostrado na Tabela 4.28.

Tabela 4.28: Dados dos reservatórios alterados.

Usina	y (m ³ /s)	v^{meta} (hm ³)	$v^0 - v^{meta}$ (hm ³)
H ₁	0	4696	4
H ₂	0	2786	9
H ₃	0	133,2	1,8
H ₄	0	4294	6
H ₅	0	1497	18
H ₆	0	1380	20
H ₇	0	1350	0

Nota-se que o volume disponível em H₄ passou de 30 hm³ (Tabela 4.6) a 6 hm³ (Tabela 4.28).

Na etapa da RL, o algoritmo realizou um total de 434 iterações, sendo que 75 delas foram iterações de subida. O comportamento da função dual e da norma do vetor do subgradiente a cada passo “sério” pode ser visto na Figura 4.28.

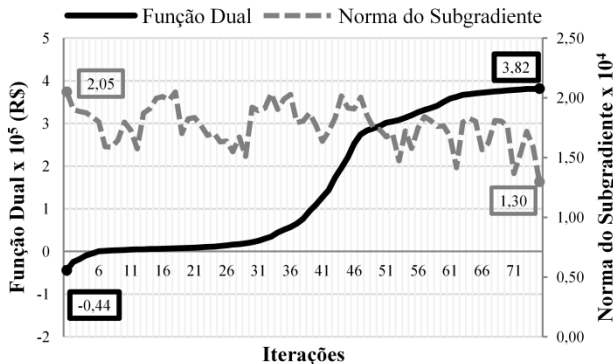


Figura 4.28: Desempenho do algoritmo na RL – Sensibilidade volume meta.

Na Tabela 4.29 apresentam-se o valor ótimo obtido para a função dual, o valor da norma do vetor subgradiente nesse ponto e o tempo computacional, respectivamente.

Tabela 4.29: Resultados finais da RL – Sensibilidade volume meta.

Etapa RL	
f_{RL} (R\$)	381.728,75
$ sg $	12.978,29
$t(min.)$	54,30

Nota-se que aumentando o volume meta da usina hidrelétrica H₄ e considerando as afluições incrementais nulas, a função dual aumentou 38% em relação ao caso apresentado na Seção 4.3.1. Por sua

vez, o esforço computacional foi semelhante, apresentando apenas um incremento de 5,6%.

Nas seções anteriores, correspondentes às estratégias de solução adotadas na RP, foram apresentados em detalhe os processos de solução das mesmas, assim como a descrição de seus respectivos comportamentos. Nesse sentido, nesta seção serão só apresentados em forma de tabela os principais resultados obtidos com essas estratégias. Isto é, o valor da função dual, o desempenho computacional, a norma do gradiente, o incremento da função dual com relação ao valor obtido na RL e o custo de operação do sistema.

Tabela 4.30: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Sensibilidade volume meta.

RP	f_{RP} (R\$)	$ g(x) $	t (min.)	Δ_{RL} (%)	$C(Pt)$ (R\$)
LAI	402.604,36	4,99	22,75	5,47	396.156,48
PP	395.322,57	2,66	9,25	3,56	394.968,22
LAI - PP	400.270,98	4,59	17,75	4,86	397.783,11
PP - LAI	397.534,93	4,98	27,33	4,14	389.631,07

Conforme mostrado na tabela anterior, a técnica do PP mostrou-se computacionalmente eficiente. Além disso, com essa técnica obtive-se o menor valor da função dual e da norma do gradiente. Mesmo assim, o custo de operação mais baixo foi obtido através do modelo híbrido PP-LAI.

Se comparar em detalhe o comportamento de cada uma dessas estratégias a partir dos resultados mostrados na Tabela 4.30 com os resultados apresentados na Seção 4.3.1.6, pode-se dizer que destacar uma estratégia em particular resulta em uma decisão relativa ao caso considerado.

Em termos globais, novamente as quatro estratégias de solução apresentaram comportamentos semelhantes entre elas em relação aos aspectos considerados.

O problema também é resolvido com PNLIM e, os principais resultados comparam-se com as técnicas de dualidade em torno do *gap* de dualidade e do desempenho computacional conforme mostrado na Tabela 4.31.

Tabela 4.31: Comparação entre as técnicas de dualidade e a PNILM – Sensibilidade volume meta.

Técnica	$C(Pt)$ (R\$)	f_{RP} (R\$)	gap (R\$)	gap (%)	t (min.)	Δt (%)
PNLIM	395.304,27	-	-	-	3600,00	-
LAI	396.156,48	402.604,36	7300,09	1,847	77,05	-97,9
PP	394.968,22	395.322,57	18,2951	0,005	63,55	-98,2
LAI - PP	397.783,11	400.270,98	4966,71	1,256	72,05	-98,0
PP - LAI	389.631,07	397.534,93	2230,66	0,564	81,63	-97,7

Nota-se que a estimativa do gap de dualidade das estratégias adotadas está na faixa de 0,005% e 1,9%. Nesse contexto, o valor da função dual obtido através das técnicas de dualidade representa uma solução de boa qualidade em torno da solução com PNLIM. Por sua vez, essas técnicas mostram-se computacionalmente eficientes, pois reduzem em até 97% o tempo de execução em relação ao PNLIM.

Por fim, pode-se dizer que a técnica do PP tem um melhor desempenho que as outras técnicas para essa sensibilidade em relação aos aspectos anteriormente considerados. Isto confirma que o desempenho das mesmas pode variar conforme os dados de entrada e as heurísticas adotadas.

4.3.2.2 Rampas das unidades termelétricas

As rampas das unidades termelétricas limitam de forma considerável a operação das mesmas. Nesse sentido, alguns desses limites são relaxados de tal forma que a operação dessas unidades seja mais flexível. Essa flexibilidade pode resultar em uma redução do custo de operação do sistema quando uma unidade barata consegue aumentar sua capacidade de geração de um estágio para outro, evitando que outra unidade com um custo maior seja despachada.

Na Tabela 4.32 são apresentados os valores das rampas consideradas nesta sensibilidade.

Tabela 4.32: Rampas das unidades termelétricas.

Usina	P_t^{\min} (MW)	P_t^{\max} (MW)	Δ^{up} (MW/h)	Δ^{dw} (MW/h)	δ^{up} (MW/h)	δ^{dw} (MW/h)
T₁	100	500	100	100	180	180
T₂	7	33	7	7	15	15
T₃	50	50	50	50	150	150
T₄	80	436	80	80	140	120

O algoritmo realizou um total de 219 iterações, das quais 17 foram passos “sérios”. Na Figura 4.29 é ilustrado o comportamento da

função dual e da norma do subgradiente a cada passo “sério” dado pelo método de Feixes.

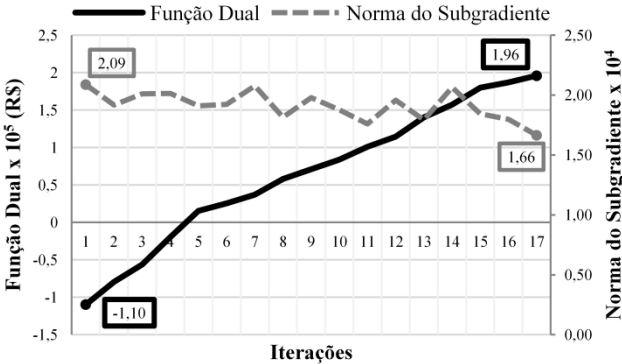


Figura 4.29: Desempenho do algoritmo na RL – Sensibilidade rampas.

O valor da função dual e da norma do subgradiente da última iteração na RL são apresentados na Tabela 4.33. Nota-se que o valor da função dual decresce 29% em relação ao caso apresentado na Seção 4.3.1. Por sua vez, o tempo computacional reduziu-se 37,1%.

Tabela 4.33: Resultados finais da RL – Sensibilidade rampas.

Etapa RL	
f_{RL} (R\$)	195.863,21
$ sg $	16.649,00
t (min.)	32,33

Os principais resultados das estratégias na RP são apresentados na Tabela 4.34. Nota-se que o modelo híbrido LAI-PP foi o mais eficiente computacionalmente. No entanto, a técnica do PP forneceu o menor valor da função dual.

Tabela 4.34: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Sensibilidade rampas.

RP	f_{RP} (R\$)	$ g(x) $	t (min.)	Δ_{RL} (%)	$C(Pt)$ (R\$)
LAI	202.639,79	1,00	38,33	3,46	202.936,76
PP	199.939,61	0,71	22,50	2,08	199.923,61
LAI - PP	211.963,96	1,46	10,67	8,22	207.158,00
PP - LAI	202.902,31	1,00	42,5	3,59	203.203,40

Na Tabela 4.35 apresentam-se a comparação das técnicas de dualidade em relação à solução obtida com o pacote de PNLIM.

Tabela 4.35: Comparação entre as técnicas de dualidade e a PNLIM – Sensibilidade rampas.

Técnica	$C(Pt)$ (R\$)	f_{RP} (R\$)	gap (R\$)	gap (%)	t (min.)	Δt (%)
PNLIM	199.757,13	-	-	-	7016,05	-
LAI	202.936,76	202.639,79	2882,66	1,44	70,66	98,99
PP	199.923,61	199.939,61	182,48	0,09	54,83	99,22
LAI - PP	207.158,00	211.963,96	12206,83	6,11	43,00	99,39
PP - LAI	203.203,40	202.902,31	3145,18	1,58	74,83	98,93

Pode ser visto que a maior estimativa do *gap* de dualidade corresponde à solução do modelo híbrido LAI-PP. No entanto, computacionalmente foi mais eficiente que as outras estratégias. Por sua vez, com a técnica do PP obtive-se o menor valor da estimativa desse *gap* de dualidade. Além disso, teve um bom desempenho computacional. Por último, computacionalmente o modelo híbrido PP-LAI foi o pior. Mesmo assim, a solução fornecida por esse modelo é de boa qualidade em torno da estimativa do *gap*.

De novo, o pacote de PNLIM foi pouco eficiente computacionalmente, aumentando em até um 98% o tempo de execução com relação às técnicas de dualidade.

Nota-se que as técnicas de dualidade apresentam um bom desempenho tanto na qualidade da solução (em torno da estimativa do *gap* de dualidade) como em termos do esforço computacional. Nesse sentido, e considerando que o pacote de PNLIM é pouco eficiente computacionalmente, as seguintes sensibilidades são feitas só para as técnicas de dualidade, visando em continuar analisando o desempenho das estratégias para essas sensibilidades.

4.3.2.3 Limite de transmissão

Os limites de transmissão podem restringir o intercâmbio de potência entre subsistemas. Além disso, a manutenção de algum dos elementos que compõem o sistema pode resultar em uma restrição adicional. Nesse sentido, nesta sensibilidade é reduzido o limite de transmissão do elemento 20 a 845,8MW. Com isto, restringe-se a quantidade de potência gerada na barra 13 de origem hidrelétrica.

Na etapa da RL, o algoritmo realizou um total de 620 iterações, sendo que 71 delas foram iterações de subida, isto é, passos “sérios” no método de Feixes. O comportamento da função dual e da norma do subgradiente a cada passo “sério” é mostrado na Figura 4.30.

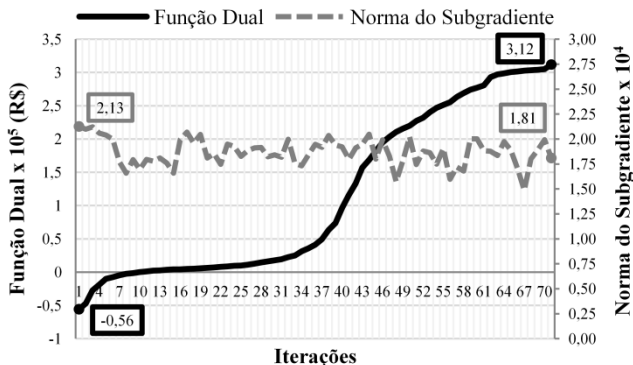


Figura 4.30: Desempenho do algoritmo na RL – Sensibilidade limite de transmissão.

Na Tabela 4.36 apresentam-se o valor ótimo obtido para a função dual, o valor da norma do vetor subgradiente nesse ponto e o tempo computacional, respectivamente.

Tabela 4.36: Resultados finais da RL – Sensibilidade limite de transmissão.

Etapa RL	
f_{RL} (R\$)	311.974,29
$ sg $	18.102,59
t (min.)	59,30

Reduzindo esse limite de transmissão, a função dual aumentou 13% em relação ao caso apresentado na Seção 4.3.1. Além disso, o esforço computacional incrementou-se 15%.

Conforme se mostra na Tabela 4.37, o menor valor da função dual obteve-se com a técnica do LAI. Por sua vez, o modelo híbrido LAI-PP desempenhou-se computacionalmente melhor em relação às demais estratégias. Mesmo assim, nota-se que o comportamento das quatro estratégias é semelhante.

Tabela 4.37: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Sensibilidade limites de transmissão.

RP	f_{RP} (R\$)	$ g(x) $	t (min.)	Δ_{RL} (%)	$C(Pt)$ (R\$)
LAI	313.041,84	1,97	19,50	0,342	311.069,91
PP	313.137,25	2,21	17,90	0,373	312.250,61
LAI - PP	313.130,70	0,70	15,35	0,371	313.094,72
PP - LAI	313.045,51	1,98	20,83	0,343	311.014,92

4.3.2.4 Demanda

Nesta sensibilidade, é considerada uma diminuição de 2% no perfil da demanda ilustrado na Figura 4.4. Assim, a demanda do sistema possui um valor médio de 5.058 MW e uma demanda máxima de 5.452 MW, que correspondem à 76,72% e 82,69% da capacidade instalada do parque gerador, respectivamente. Na Figura 4.31 mostra-se o perfil de demanda considerado nesta sensibilidade.

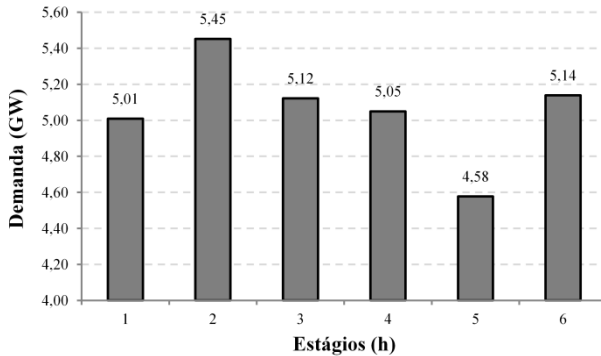


Figura 4.31: Demanda do sistema – Sensibilidade demanda

O algoritmo realizou um total de 963 iterações na etapa da RL, sendo que 53 delas foram iterações de subida. Na Figura 4.32 mostra-se o comportamento da função dual e da norma do subgradiente a cada passo “sério” durante o processo iterativo.

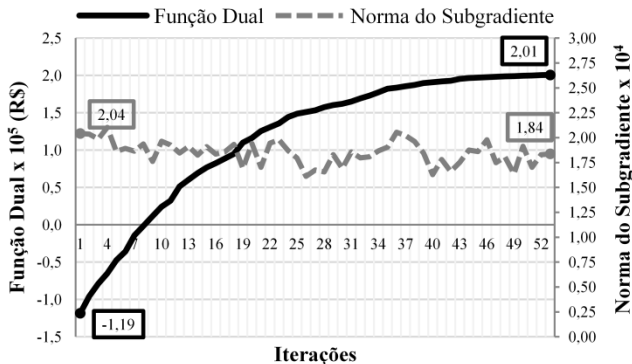


Figura 4.32: Desempenho do algoritmo na RL – Sensibilidade demanda.

Na Tabela 4.38 apresenta-se o valor da função dual e da norma do subgradiente da última iteração na RL. Pode-se ver que o valor da função dual decresce 27% em relação ao caso apresentado na Seção

4.3.1. Por sua vez, o esforço computacional aumenta consideravelmente, isto é, 138%.

Tabela 4.38: Resultados finais da RL – Sensibilidade demanda.

Etapa RL	
f_{RL} (R\$)	200.676,02
$ sg $	18.371,53
$t(min.)$	122,5

Os principais resultados das estratégias adotadas na RP podem-se ver na Tabela 4.39. Nota-se que novamente que a eficiência computacional do modelo híbrido do LAI-PP foi superior às outras estratégias. Por sua vez, com a técnica do LAI obteve-se o menor valor da função dual. Mesmo assim, a norma do gradiente com esta técnica foi a maior. Lembre-se que a norma representa a inviabilidade da solução, portanto, quanto menor é a norma, maior é a viabilidade da solução.

Tabela 4.39: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Sensibilidade demanda

RP	f_{RP} (R\$)	$ g(x) $	t (min.)	Δ_{RL} (%)	$C(Pt)$ (R\$)
LAI	208.045,27	1,99	47,10	3,67	209.950,11
PP	216.387,99	0,29	46,40	7,83	216.356,48
LAI - PP	215.271,32	1,41	14,3	7,27	213.376,87
PP - LAI	208.193,38	1,99	49,6	3,75	210.084,59

Com objetivo de avaliar as técnicas de dualidade no sistema proposto em um horizonte de estudo maior, na seguinte seção são apresentados os principais resultados para 24 estágios de tempo com intervalos horários.

4.3.3 Caso 24 estágios

Este caso visa otimizar a operação do sistema descrito na Seção 4.2 com horizonte de 24 horas considerando intervalos horários, utilizando técnicas de dualidade.

O perfil de demanda do sistema para o horizonte de estudo considerado é mostrado na Figura 4.33.

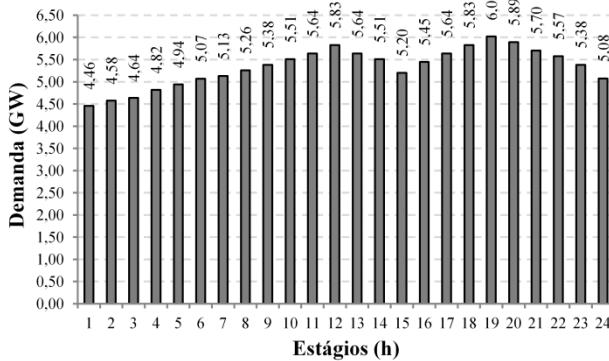


Figura 4.33: Demanda do sistema – Caso 24 estágios.

A demanda do sistema possui um valor médio de 5.340 MW e uma demanda máxima de 6.020 MW, que correspondem à 81% e 91% da capacidade instalada do parque gerador, respectivamente.

Nas próximas seções apresenta-se a solução do problema utilizando técnicas de dualidade.

4.3.3.1 Etapa da RL

Nesta etapa, o algoritmo realizou um total de 437 iterações, sendo que 13 delas foram iterações de subida, isto é, iterações associadas a passos “sérios” no método de Feixes. A evolução da função dual e da norma do vetor subgradiente a cada passo “sério” durante o processo iterativo é ilustrado na Figura 4.34.

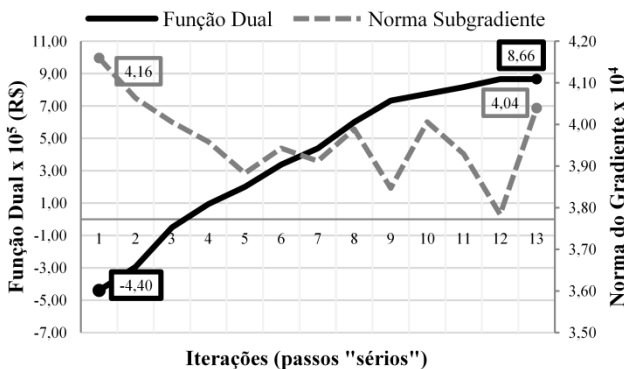


Figura 4.34: Desempenho do algoritmo na RL - Caso 24 estágios.

Por sua vez, o valor da função dual e a norma do subgradiente resultantes da otimização dessa função são mostrados na Tabela 4.40.

Além disso, mostra-se o tempo computacional que foi necessário para chegar nesse ponto.

Tabela 4.40: Resultados finais da RL – Caso 24 estágios.

Etapa RL – 24 estágios	
f_{RL} (R\$)	865.869,77
$ sg $	40.395,74
$t(min.)$	108,83

Para visualizar a inviabilidade da solução encontrada na RL, as variáveis correspondentes às restrições relaxadas da usina hidrelétrica H_7 e das unidades termelétricas T_1, T_2, T_3 e T_4 são mostradas nos gráficos abaixo.

Conforme mostrado na Figura 4.35, a maioria das variáveis da usina H_7 não coincidem com os valores de suas respectivas duplicatas. Portanto, essas restrições relaxadas não são atendidas.

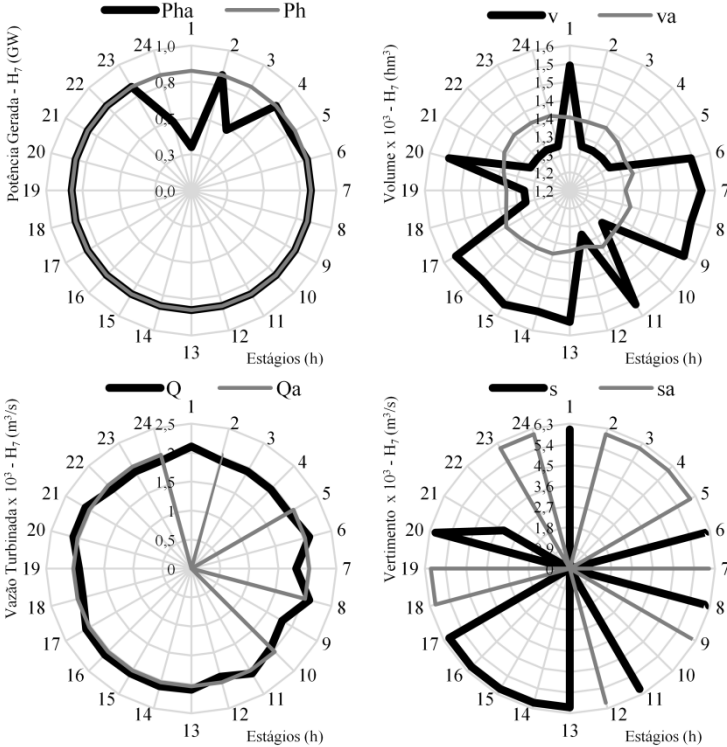


Figura 4.35: Resultados das variáveis de H7 na RL – Caso 24 estágios.

De forma semelhante acontece com variáveis das unidades termelétricas, em que as restrições relaxadas também não são atendidas. Os valores dessas variáveis são mostrados na Figura 4.36.

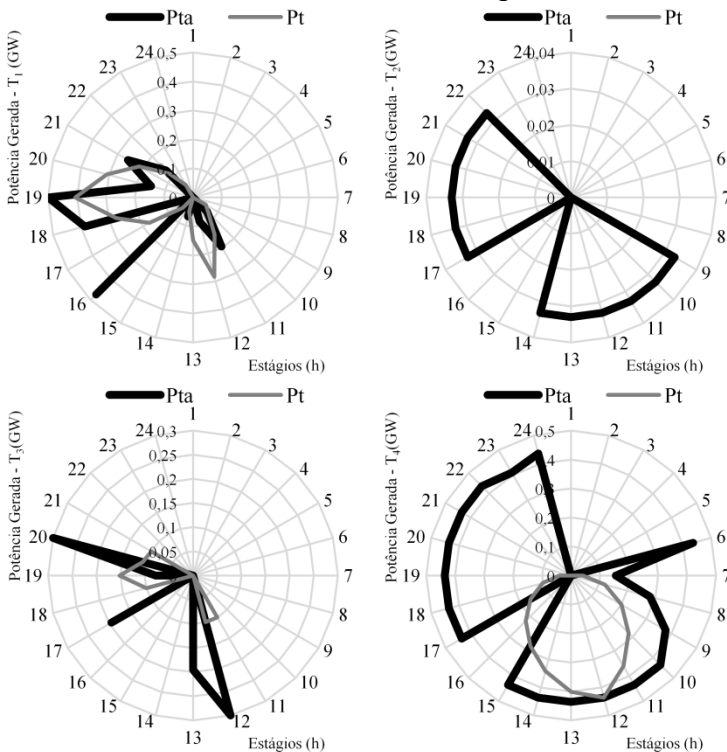


Figura 4.36: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RL – Caso 24 estágios.

Para encontrar uma solução viável do problema, como já foi citado nas seções anteriores, é necessário fazer uma RP. Nesse sentido, nas próximas seções utilizam-se as técnicas do LAI e do PP para fazer a RP.

4.3.3.2 Etapa da RP via LAI

Como ponto de partida desta etapa, são utilizados os multiplicadores de Lagrange e os valores das variáveis presentes nas restrições relaxadas da última iteração da RL. Além disso, consideram-se os ajustes dos parâmetros iniciais definidos na Seção 4.3.1.2. Por sua vez, o critério de convergência adotado foi $\|g(x)\|_2 \leq 15$.

O algoritmo realizou um total de 158 iterações. Nesse ponto o parâmetro de penalidade alcançou um valor de 157,21 e norma do gradiente um valor de 14,96. Na Figura 4.37 pode-se visualizar o comportamento da função dual e da norma do gradiente durante o processo iterativo.

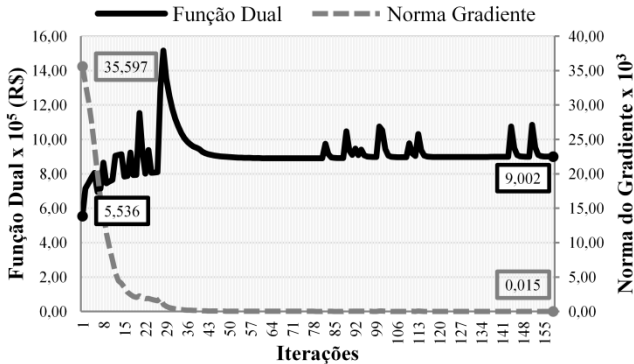


Figura 4.37: Desempenho do algoritmo na RP via LAI – Caso 24 estágios.

Na Tabela 4.41 mostra-se o valor da função dual, a norma do subgradiente e o esforço computacional da última iteração no LAI. Nota-se que essa função teve um incremento de 3,97% em relação à RL.

Tabela 4.41: Resultados finais da RP via LAI – Caso 24 estágios.

Etapa RP via LAI – 24 estágios	
f_{RP} (R\$)	900.214,46
$ g $	14,96
$t(min.)$	61,53

Após a etapa de RP via LAI, pode-se dizer que as diferenças entre as variáveis duplicadas reduziram-se consideravelmente. Mesmo assim, existe ainda uma pequena inviabilidade na solução encontrada (dada pela norma do gradiente) que pode ser resolvida analiticamente por quem conhece o sistema. Para visualizar essas diferenças as figuras abaixo mostram as variáveis correspondentes às restrições relaxadas da usina hidrelétrica H_7 e das unidades termelétricas T_1 , T_2 , T_3 e T_4 .

Nota-se que as variáveis da H_7 presentes nas restrições relaxadas agora coincidem com o valor de sua respectiva variável duplicada (os valores dessas variáveis ficam sobrepostos nos gráficos) conforme é ilustrado na Figura 4.38.

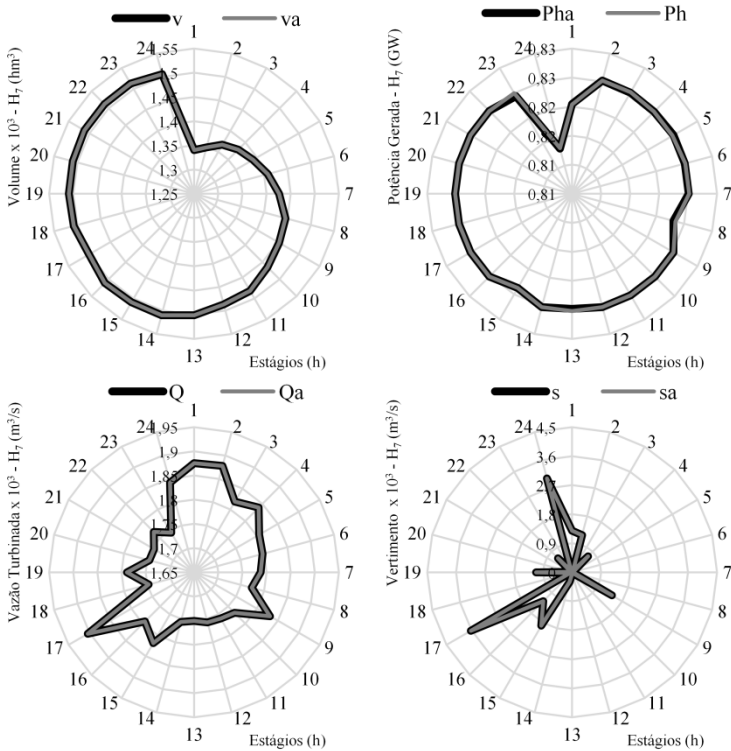


Figura 4.38: Resultados das variáveis de H7 na RL – Caso 24 estágios.

De forma similar ocorre com as variáveis das unidades termelétricas presentes nas restrições relaxadas, em que a diferença entre o valor de cada variável e sua respectiva duplicata reduziu-se consideravelmente. A Figura 4.39 mostra os valores dessas variáveis.

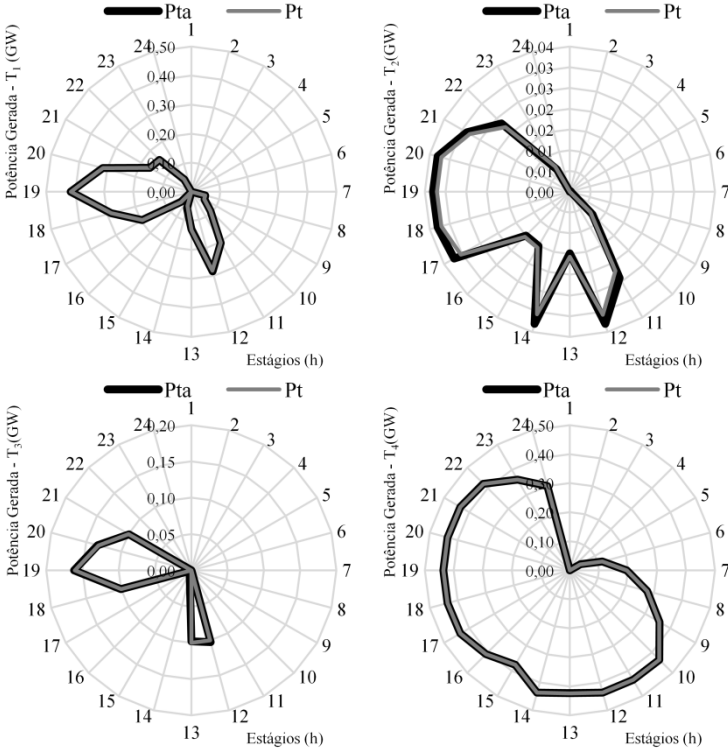


Figura 4.39: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via LAI – Caso 24 estágios.

O desempenho do algoritmo está de acordo com as tolerâncias desejadas. Nesse sentido, é importante destacar, da solução primal do problema, que o custo de operação do sistema foi de R\$ 884.610,05. Esse valor representa uma redução de 1,73% em relação ao valor da função dual nesta etapa.

Continuando com a sequência deste trabalho, na seguinte seção é apresentada a RP via PP.

4.3.3.3 Etapa da RP via PP

Nesta etapa, o parâmetro de penalidade adotado foi de 0,5, permanecendo constante durante o processo iterativo. Além disso, utilizaram-se os multiplicadores de Lagrange e os valores das variáveis presentes nas restrições relaxadas da última iteração da RL como ponto de partida.

O critério de convergência adotado foi $\|g(x)\|_2 \leq 93$. No processo iterativo para alcançar a tolerância definida, foi necessário otimizar a função dual 4 vezes. Na Tabela 4.42 apresenta-se o resumo desse processo iterativo.

Tabela 4.42: Resumo do processo iterativo na RP via PP – Caso 24 estágios.

Otimização da Função Dual	iterações	Passos “sérios”	$ g(x) $	f_{RP} (R\$)
1	10	9	657,24	214.832.281,73
2	30	17	365,28	1.387.540,84
3	23	9	362,79	1.105.473,78
4	13	5	92,83	1.002.202,48
Total	76	40	-	-

O comportamento da função dual e da norma do gradiente a cada otimização dessa função é ilustrado na Figura 4.40.

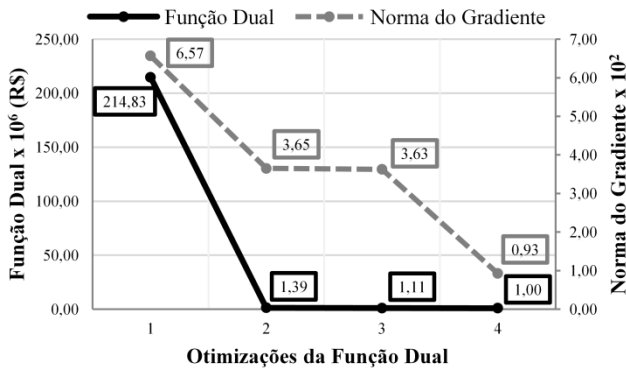


Figura 4.40: Otimizações da Função Dual na RP via PP – Caso 24 estágios.

Por outro lado, a Figura 4.41 mostra os passos “sérios” correspondentes ao processo iterativo da última otimização da função dual (quarta otimização).

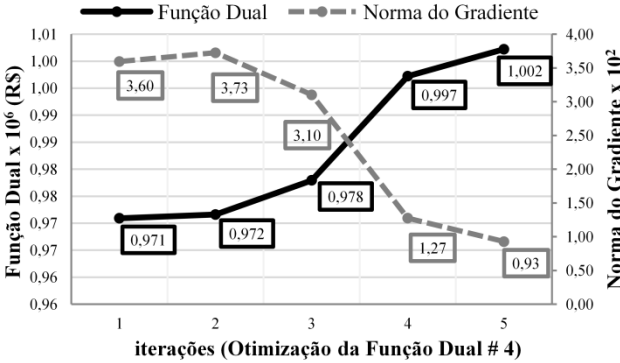


Figura 4.41: Otimização da Função Dual # 4 na RP via PP– Caso 24 estágios.

O valor ótimo encontrado para a função dual, o valor da norma do vetor gradiente nesse ponto e o tempo computacional, respectivamente, são apresentados na Tabela 4.43. A função dual teve um acréscimo de 15,75% em relação à RL.

Tabela 4.43: Resultados finais da RP via PP – Caso 24 estágios.

Etapa RP via PP – 24 estágios	
f_{RP} (R\$)	1.002.202,48
$ g $	92,83
$t(min.)$	54,91

Nota-se que, com a técnica do PP, as diferenças entre as variáveis duplicadas também se reduziram consideravelmente. A Figura 4.42 mostra as variáveis presentes nas restrições relaxadas da usina hidrelétrica H₇.

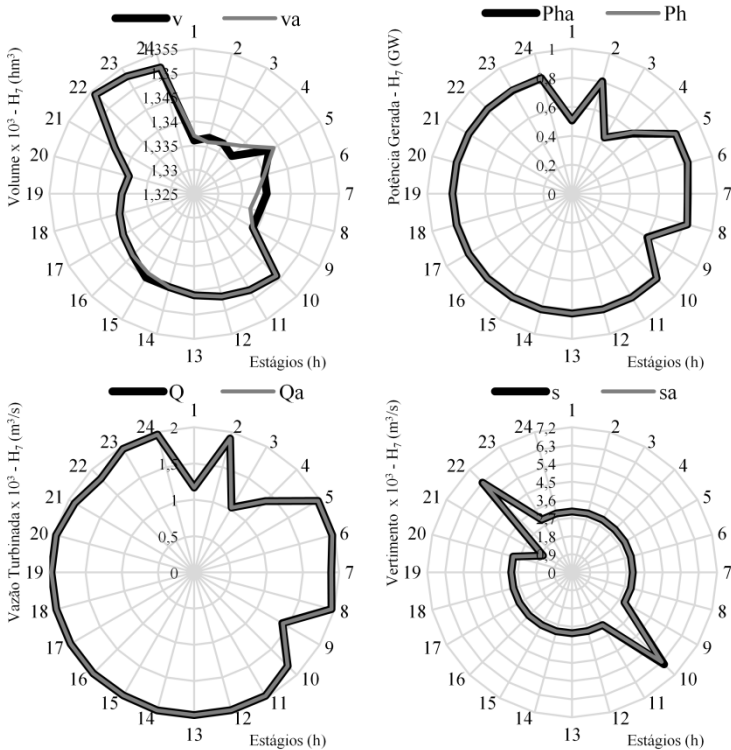


Figura 4.42: Resultados das variáveis de H_7 na RP via PP – Caso 24 estágios.

Nota-se que as variáveis de volume da usina hidrelétrica H_7 nos estágios de tempo 4, 7 e 8 apresentam algumas diferenças. Mesmo assim, a maioria dessas variáveis coincide com o valor de sua respectiva variável duplicada.

Por sua vez, na Figura 4.43 mostram-se as variáveis presentes nas restrições artificiais das unidades termelétricas. Pode-se ver que nas unidades termelétricas T_2 e T_3 algumas das variáveis não coincidem com sua respectiva duplicata. No entanto, essa diferença entre as variáveis é pequena e pode ser resolvida analiticamente considerando as restrições operativas dessas unidades.

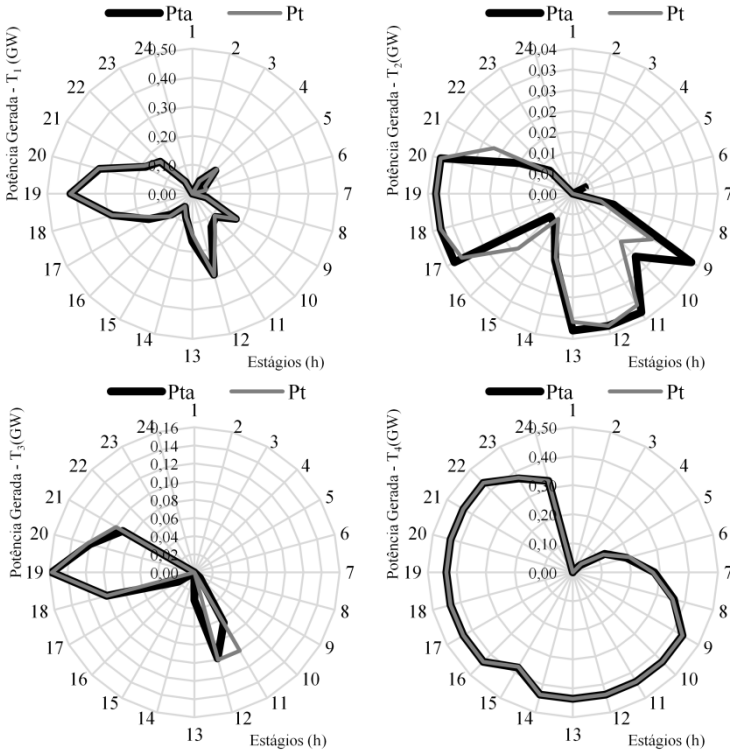


Figura 4.43: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via PP – Caso 24 estágios.

Por último, o algoritmo desempenhou de acordo com as tolerâncias desejadas. Nesse sentido, o custo de operação do sistema é de R\$ 958.607,01, que representa uma diminuição de 4,55% em relação ao valor da função dual.

Nas seguintes seções apresentam-se os resultados obtidos com os modelos híbridos LAI-PP e PP-LAI para este caso.

4.3.3.4 Etapa da RP via modelo híbrido LAI-PP

O parâmetro de penalidade inicial e o ponto de partida da técnica do LAI são os mesmos dos apresentados na Seção 4.3.1.2. Um primeiro critério de convergência adotado corresponde à finalização do processo iterativo da RP com a técnica do LAI, dado por $\|g(x)\|_2 \leq 500$.

Quando esse critério é atendido, os valores dos multiplicadores de Lagrange e os valores das variáveis presentes nas restrições relaxadas da última iteração nessa técnica são utilizados como ponto de partida na RP

via PP e, um novo parâmetro de penalidade é definido sendo igual do apresentado na Seção 4.3.3.3. Dessa forma, é definido um novo critério de convergência referente à técnica do PP dado por $\|g(x)\|_2 \leq 73$.

O processo iterativo deste modelo híbrido é mostrado na Tabela 4.44.

Tabela 4.44: Resumo do processo iterativo na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.

Técnica	Otimização da Função Dual	iterações	Passos “sérios”	$ g(x) $	f_{RP} (R\$)
LAI	1	31	NA	452,61	1.143.278,50
	2	11	8	260,51	1.028.894,68
	3	13	7	226,09	1.163.757,12
	4	10	8	114,18	1.109.812,58
	5	10	7	177,34	903.072,49
PP	6	10	9	145,23	932.925,01
	7	10	7	124,38	889.888,54
	8	14	3	219,18	891.463,53
	8	11	6	137,68	894.504,55
	10	10	6	78,49	889.128,08

Para atender a tolerância definida no LAI, o algoritmo realizou 31 iterações. Nesse ponto, o processo iterativo continuou-se com a técnica do PP. Assim, a função dual foi otimizada nove vezes com esta técnica até atender o critério de convergência definida no PP. Com a técnica do PP em total foram realizadas 99 iterações, sendo que 61 delas foram passos “sérios” no método de Feixes. O comportamento da função dual e da norma do gradiente com a técnica do LAI ilustra-se na Figura 4.44.

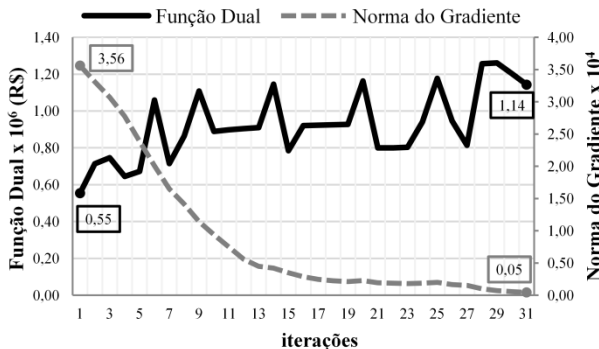


Figura 4.44: Desempenho da técnica do LAI na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.

Por sua vez, na Figura 4.45 mostra-se o valor da função dual e da norma do gradiente a cada otimização da função dual com a técnica do PP.

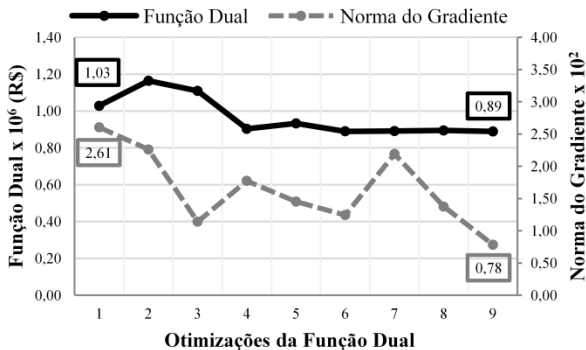


Figura 4.45: Desempenho da técnica do PP na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.

Por último, o processo iterativo da última otimização da função dual com a técnica do PP é apresentado na Figura 4.46.

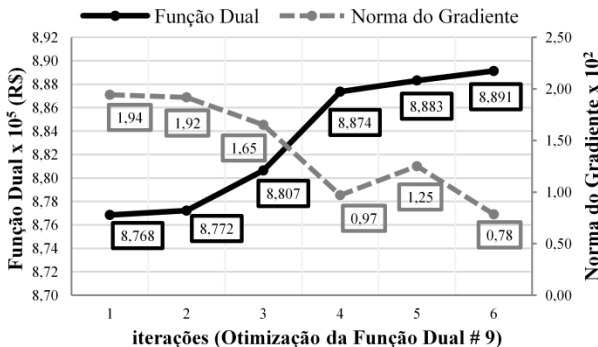


Figura 4.46: Última resolução da função dual com a técnica do PP na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.

Na Tabela 4.45 apresentam-se os principais resultados obtidos nesse modelo híbrido. Nota-se que o tempo total de execução foi de 50,16 minutos. Por outro lado, a função dual teve um acréscimo de 2,69% em relação à RL.

Tabela 4.45: Resultados finais da RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.

	LAI	PP
f_{RP} (R\$)	1.143.278,50	889.128,08
$ g(x) $	452,61	78,49
$t(min.)$	9,57	40,59

Os gráficos abaixo mostram os valores das variáveis presentes nas restrições artificiais da usina hidrelétrica H_7 e das unidades termelétricas T_1, T_2, T_3 e T_4 .

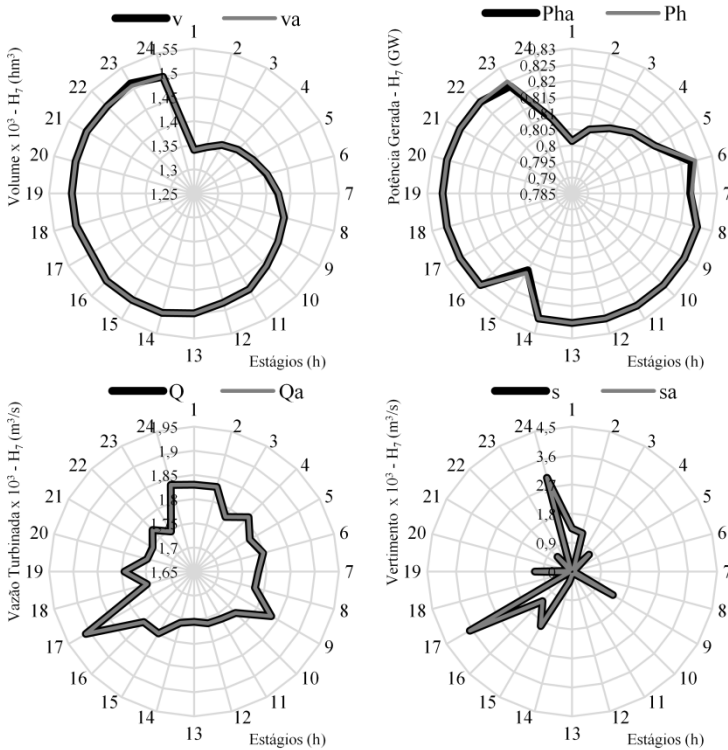


Figura 4.47: Resultados das variáveis de H_7 na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.

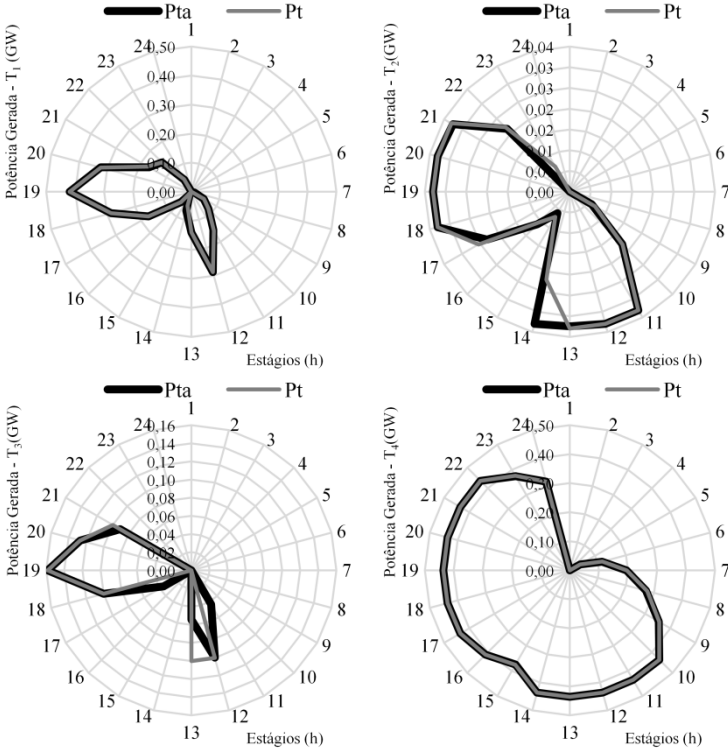


Figura 4.48: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via modelo híbrido LAI-PP – Caso 24 estágios.

Pode-se ver na Figura 4.47 que as variáveis de H₇ coincidem com suas respectivas duplicatas. No entanto, algumas das variáveis das unidades termelétricas T₂ e T₃ apresentam uma pequena diferença conforme é ilustrado na Figura 4.48.

Como já foi citado anteriormente, esse valor da norma do gradiente representa ainda uma pequena inviabilidade na solução encontrada que pode ser resolvida.

4.3.3.5 Etapa da RP via modelo híbrido PP-LAI

Conforme descrito na Seção 4.3.1.5, inicialmente é executada a RP via PP. O parâmetro de penalidade adotado foi de 0,5 e o ponto de partida corresponde ao esquema apresentado na Seção 4.3.1.3. Nesse caso, o critério de parada definido para essa técnica dentro do modelo híbrido é dado por $\|g(x)\|_2 \leq 320$. Durante o processo iterativo, pode ser necessário otimizar a função dual várias vezes para chegar na tolerância definida.

A partir da solução obtida com a técnica do PP, é executado o processo iterativo da RP via LAI. Assim, o parâmetro de penalidade inicial definido para a técnica do LAI foi de 0,01. Além disso, os multiplicadores de Lagrange e os valores das variáveis da solução com a técnica do PP são utilizados como ponto de partida do LAI. O critério de convergência considerado no LAI foi $\|g(x)\|_2 \leq 15$.

Um resumo do processo iterativo deste modelo híbrido é apresentado na Tabela 4.46.

Tabela 4.46: Resumo do processo iterativo na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.

Técnica	Otimização da Função Dual	iterações	Passos “sérios”	$ g(x) $	f_{RP} (R\$)
PP	1	10	9	893,26	172.124.245,40
	2	18	13	317,57	1.287.367,08
LAI	3	238	NA	14,85	962.520,87

Nota-se que para chegar ao critério de convergência no PP foi necessário otimizar a função dual duas vezes. Por sua vez, no LAI o algoritmo realizou um total de 238 iterações para atender a tolerância definida nessa técnica.

Na Figura 4.49 é apresentado o processo iterativo das duas otimizações da função dual com a técnica do PP.

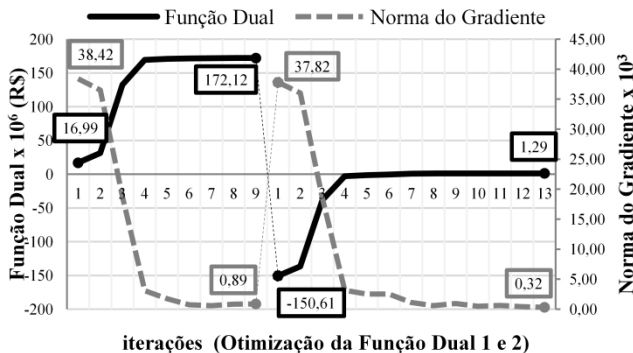


Figura 4.49: Desempenho da técnica do PP na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.

O comportamento da função dual e da norma do gradiente durante o processo iterativo no LAI é ilustrado na Figura 4.50.

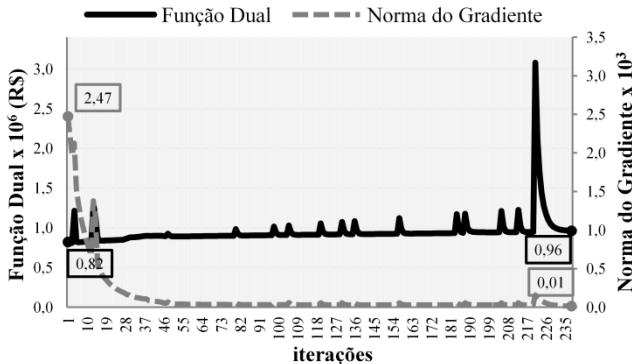


Figura 4.50: Desempenho da técnica do LAI na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.

Na Tabela 4.47 apresentam-se os principais resultados obtidos neste modelo híbrido. O tempo total de execução foi 102,35 minutos, sendo 14,98% consumidos no PP e 85,02% no LAI. Nota-se também que a função dual teve um acréscimo de 48,68% em relação à RL.

Tabela 4.47: Resultados finais da RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.

	PP	LAI
f_{RP} (R\$)	1.287.367,08	962.520,87
$ g(x) $	317,57	14,85
t (min.)	15,33	87,01

Após a etapa de RP via modelo híbrido PP-LAI a diferença relativa entre as variáveis duplicadas reduzira-se consideravelmente. As figuras abaixo mostram as variáveis correspondentes às restrições relaxadas da usina hidrelétrica H_7 e das unidades termelétricas T_1 , T_2 , T_3 e T_4 .

Conforme mostrado na Figura 4.51, as variáveis de potência de saída, volume, vazão e vertimento da usina hidrelétrica H_7 coincidem com o valor de sua respectiva duplicata. Isto representa o atendimento das restrições relaxadas correspondentes às variáveis desta usina.

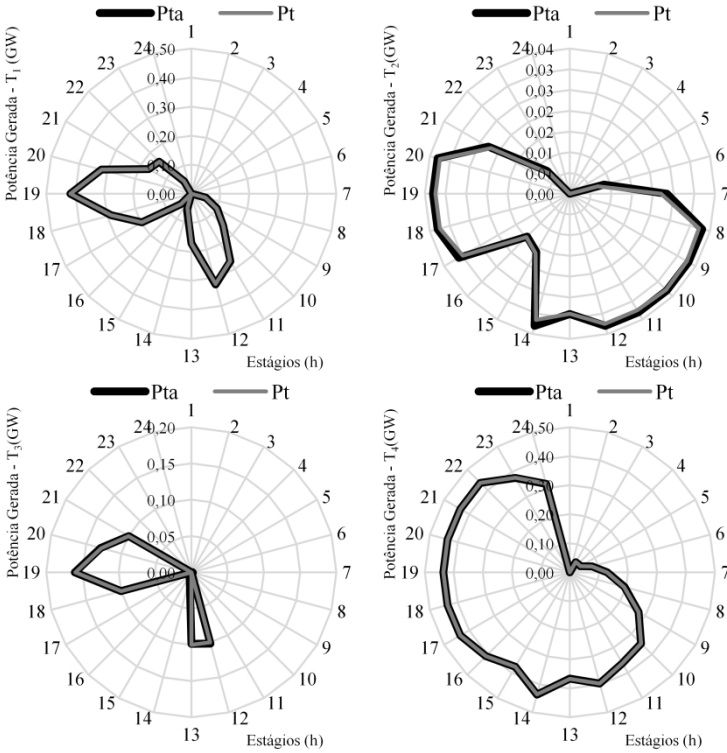


Figura 4.52: Resultados das variáveis das unidades termelétricas na RP via modelo híbrido PP-LAI – Caso 24 estágios.

4.3.3.6 Análise das estratégias de solução na RP

Como foi citado na Seção 4.3.1.6, deve-se considerar que as quatro estratégias partem do mesmo ponto, ou seja, da solução da última iteração na RL. A Tabela 4.23 apresenta os principais resultados com essas estratégias a fim de ser comparados e analisados.

Tabela 4.48: Principais resultados das estratégias de solução na RP – Caso 24 estágios.

RP	f_{RP} (R\$)	$ g(x) $	t (min.)	Δ_{RL} (%)	$C(Pt)$ (R\$)
LAI	900.214,46	14,96	61,53	3,97	884.610,06
PP	1.002.202,48	92,83	54,91	15,75	958.607,01
LAI - PP	889.128,08	78,49	50,16	2,69	875.189,15
PP - LAI	962.520,87	14,85	102,35	48,68	940.738,54

Nota-se que aumentando o horizonte de estudo para 24 horas, existe uma diferença considerável entre o menor e o maior valor da função dual obtido com cada uma dessas estratégias. Assim, o menor valor dessa função obteve-se com o modelo híbrido LAI-PP. Além disso, esse modelo forneceu a função dual mais próxima da solução na RL. Nota-se também que custo de operação foi o mais baixo e requereu o menor esforço computacional com esse modelo. Mesmo assim, a técnica do LAI e o modelo híbrido PP-LAI ofereceram uma solução mais viável (em torno da norma do gradiente, onde para esses casos se tem controle da mesma). Com a técnica do PP e o modelo híbrido LAI-PP, aumentando o tamanho do problema, se perde bastante controle sob a norma do gradiente já que o critério de parada do método de Feixes não depende dessa norma. Pode-se destacar em esses casos que mesmo sem ter controle sob a norma, o valor da mesma e o suficiente baixo para notar que seus comportamentos, em torno do valor da função dual e do custo de operação do sistema, são semelhantes com as outras técnicas testadas.

É importante destacar que para cada uma das soluções obtidas através dessas estratégias, é possível viabilizá-las a partir de um despacho econômico.

4.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo definiu-se o sistema base para realizar os testes das estratégias de solução propostas. Nesse contexto, foram definidos dois casos de estudo. O primeiro considerando um horizonte de estudo de seis estágios com intervalos horários. Nesse caso, além de testar as técnicas de dualidade para diferentes condições de operação do sistema (sensibilidades), também foi resolvido o problema utilizando um solver comercial especializado em PNLIM. No segundo caso foi considerado um horizonte de estudo de 24 estágios com intervalos horários. Neste último, foram também avaliadas as técnicas de dualidade e comparados os resultados em torno da qualidade da solução e do desempenho computacional.

Como visto, o caso de seis estágios permitiu fazer uma comparação e análise detalhada entre as estratégias de solução adotadas. Como resultado dessa análise, observou-se que o comportamento dessas estratégias varia conforme alterações dos dados de entrada ou condições do sistema, embora todas apresentaram soluções primais condizentes entre si.

O caso com seis estágios também permitiu evidenciar que o pacote de otimização de PNLIM consegue resolver o problema da PDO.

Assim, observou-se que a solução obtida através desse pacote é semelhante às soluções obtidas através das técnicas de dualidade. No entanto, computacionalmente esse pacote mostrou-se pouco eficiente, apresentando um incremento no tempo de até 97% em relação às técnicas de dualidade testadas.

No segundo caso de estudo, foi possível avaliar as técnicas de dualidade considerando um horizonte de estudo maior. Nesse contexto, observou-se que o modelo híbrido LAI-PP destacou-se entre as estratégias testadas.

Particularmente, como resultado dos testes realizados, o modelo híbrido LAI-PP aparece como uma boa escolha na etapa da RP, mostrando um bom desempenho tanto computacionalmente como na qualidade da solução. Contudo, as quatro estratégias de solução apresentaram um comportamento similar entre elas.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho apresenta-se o problema da PDO. O objetivo geral consiste em modelar e resolver o problema utilizando técnicas de dualidade e um pacote comercial de PNLIM de tal forma que diferentes estratégias de solução possam ser exploradas e avaliadas.

A modelagem proposta recompila grande parte dos trabalhos da PDO desenvolvidos na última década. Nesse contexto, consideraram-se de forma detalhada as componentes do sistema visando obter uma boa aproximação à operação real do mesmo.

As estratégias de solução propostas são baseadas em técnicas de dualidade. Essas técnicas permitem decompor o problema em uma série de subproblemas mais simples de serem resolvidos. Particularmente, é utilizada a técnica da RL com duplicação de variáveis para realizar essa decomposição. Essa técnica além de permitir explorar as características matemáticas do problema da PDO de forma eficiente, também fornece um limite inferior do valor ótimo do problema de boa qualidade com um esforço computacional baixo. Mesmo assim, necessita de heurísticas sofisticadas para produzir uma solução viável (ou quase viável) (FRANGIONI *et al.*, 2007; FRANGIONI *et al.*, 2011).

O processo de solução é dividido em duas etapas. A primeira etapa chamada de RL oferece um limite inferior do valor ótimo do problema; no entanto, a solução primal associada à RL é inviável. Na segunda etapa chamada de RP, heurísticas são empregadas de forma a encontrar uma solução viável. Nesse contexto, as técnicas do LAI e do PP são utilizadas para fazer a recuperação da solução primal do problema.

Na etapa da RL, a função dual é não diferenciável. Portanto, é necessário incorporar métodos de otimização não diferenciável para atualizar as variáveis duais do problema. Assim, o método de Feixes é utilizado para otimizar essa função (HELMBERG e KIWIEL, 2002; FISCHER e HELMBERG, 2012). Por outro lado, as técnicas do LAI e do PP na RP tornam a função dual diferenciável devido à inclusão de termos quadráticos na função objetivo do problema. No LA são feitas algumas aproximações baseadas no PPA que permitem desacoplar o problema. A função dual é otimizada pelo método do gradiente, em que alguns parâmetros são atualizados a cada iteração. Por sua vez, o PP permite desacoplar o problema sem necessidade de fazer aproximações. Essa técnica utiliza o método de Feixes para atualizar as variáveis duais

do problema e otimizar a função dual (DANIILIDIS e LEMARÉCHAL, 2005; DUBOST *et al.*, 2005). Os parâmetros de entrada considerados no PP permanecem constantes durante o processo iterativo da otimização da função dual. Caso seja necessário otimizar de novo essa função, esses parâmetros devem ser atualizadas.

Este trabalho avalia quatro estratégias para encontrar uma solução viável do problema na RP baseadas nas técnicas do LAI e do PP. A partir dessas técnicas são construídos dois modelos híbridos. Assim, essas quatro estratégias correspondem à RP via LAI, RP via PP, RP via modelo híbrido LAI-PP e RP via modelo híbrido PP-LAI.

Inicialmente, um caso de estudo de seis estágios é utilizado para analisar o comportamento das técnicas de dualidade em torno da qualidade da solução e do desempenho computacional. Como resultado dessa análise observa-se que o desempenho das estratégias de solução pode variar conforme os dados de entrada. Mesmo assim, apresentam um comportamento semelhante entre elas.

Nesse mesmo caso de estudo, um pacote de otimização de PNLIM é utilizado para resolver o problema. Com isto, nota-se que na atualidade estes tipos de pacotes são capazes de lidar com problemas de pequeno porte da PDO.

Dessa forma, é realizada uma análise das técnicas de dualidade em relação à solução obtida com o pacote de PNLIM. Nesse sentido, calcula-se uma aproximação do *gap* de dualidade entre os valores das funções duais obtidas com as técnicas e o valor ótimo encontrado pelo pacote de PNLIM. Observa-se que essas técnicas oferecem uma solução de boa qualidade em relação a esse *gap*.

Computacionalmente, o ganho das técnicas de dualidade é ainda evidente em comparação com o pacote de PNLIM, embora um melhor desempenho do KNITRO possa ser obtido com um pouco mais de experiência.

O comportamento das estratégias de solução é estudado em um caso com horizonte de estudo de 24 estágios com intervalos horários, em que o modelo híbrido LAI-PP destaca-se na maioria dos aspectos considerados.

Finalmente, como resultado dos testes realizados, o modelo híbrido LAI-PP aparece como uma boa escolha na etapa da RP, mostrando um desempenho computacional aceitável e uma solução de boa qualidade em relação ao acréscimo da função dual da RL para a RP.

Para trabalhos futuros, no sentido de melhorar o ponto de partida na RP, pode-se utilizar uma média ponderada das variáveis primais (solução pseudo primal) resultantes da otimização da função dual na RL.

Essa ponderação é dada pelos multiplicadores dos cortes ativos no método de Feixes (DANIILIDIS e LEMARÉCHAL, 2005; DUBOST *et al.*, 2005).

Com relação ao esforço computacional, recomenda-se utilizar processamento em paralelo. Dessa forma, os subproblemas podem ser resolvidos de forma separada e simultaneamente, tornando mais eficiente o desempenho dos mesmos.

Na atualidade, existem uma grande variedade de pacotes de otimização de PNLIM disponíveis no mercado. Nesse sentido, outra sugestão consiste em explorar esses pacotes e avaliar o desempenho dos mesmos frente ao problema da PDO. Assim, também pode ser feita uma comparação do comportamento entre os mesmos.

Outro aspecto importante que merece atenção é implementar um método de otimização não diferenciável (refere-se ao método de Feixes Inexato) que considere as características particulares da função dual do problema da PDO.

Recomenda-se também propor uma decomposição alternativa do problema, em que as restrições operativas das unidades termelétricas sejam consideradas no subproblema de atendimento à demanda. Nesse sentido, as características desse subproblema mudam, sendo necessário utilizar técnicas de PLIM. Além disso, o subproblema passa a ser acoplado no tempo.

Por último, o desempenho das estratégias de solução testadas na RP, baseadas em heurísticas, pode variar conforme são adotados diferentes ajustes dos parâmetros de entrada nessas estratégias. Portanto, sugere-se realizar diferentes testes de sensibilidade em torno desses parâmetros visando estudar o desempenho dessas estratégias e tentar padronizar esses ajustes para o problema da PDO.

6 REFERÊNCIAS

- ALVES, W. F. **Proposição de Sistemas-Teste para Análise Computacional de Sistemas de Potência**. Dissertação de Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Computação, Universidade Federal Fluminense. Niterói, 2007.
- ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica. **Capacidade de Geração do Brasil**. Disponível em <http://www.aneel.gov.br>. Acessado em 2011, 2011.
- ARARIPE NETO, T. D. A.; COTIA, C. B.; PEREIRA, M. V. F.; KELMAN, J. Comparison of Stochastic and Deterministic Approaches in Hydrothermal Generation Scheduling. **IFAC Electrical Energy System**, Rio de Janeiro, p.201-206. 1985.
- ARROYO, J. M.; CONEJO, A. J. Optimal response of a thermal unit to an electricity spot market. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.15, n.3, p.1098-1104. 2000.
- BELLONI, A.; LIMA, A. L. D. S.; MACEIRA, M. E. P.; SAGASTIZÁBAL, C. Bundle Relaxation and Primal Recovery in Unit Commitment Problems. The Brazilian Case. **Operations Research**, v.120, p.21-44. 2003.
- BERTSEKAS, D.; LAUER, G.; SANDELL, N., JR.; POSBERGH, T. Optimal short-term scheduling of large-scale power systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.28, n.1, p.1-11. 1983.
- BERTSEKAS, D. P. **Nonlinear programming**. Second. Athena Scientific. 1999.
- BORGHETTI, A.; FRANGIONI, A.; LACALANDRA, F.; NUCCI, C. A. Lagrangian heuristics based on disaggregated Bundle for hydrothermal unit commitment. In: **Power Engineering Society General Meeting, 2003, IEEE**. 13-17 July 2003, v.2, 2003.
- BORGHETTI, A.; D'AMBROSIO, C.; LODI, A.; MARTELLO, S. An MILP Approach for Short-Term Hydro Scheduling and Unit Commitment With Head-Dependent Reservoir. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.23, n.3, p.1115-1124. 2008.
- BORGUETTI, A.; FRANGIONI, A.; LACALANDRA, F.; NUCCI, A. C. Lagrangian Heuristics Based on Disaggregated Bundle Methods for Hydrothermal Unit Commitment. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.18, n.1. February, 2003. 2003.
- CARRION, M.; ARROYO, J. M. A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.21, n.3, p.1371-1378. 2006.
- CATALAO, J. P. S.; POUSINHO, H. M. I.; MENDES, V. M. F. Mixed-integer nonlinear programming for head-dependent short-term hydro

- scheduling. In: **Energy and Electrical Drives, 2009. POWERENG '09. International Conference on Power Engineering**. 18-20 March 2009, p.90-94. 2009.
- CATALÃO, J. P. S.; POUSINHO, H. M. I.; MENDES, V. M. F. Scheduling of head-dependent cascaded reservoirs considering discharge ramping constraints and start/stop of units. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.32, n.8, p.904-910. 2010a.
- CATALÃO, J. P. S.; POUSINHO, H. M. I.; MENDES, V. M. F. Mixed-integer nonlinear approach for the optimal scheduling of a head-dependent hydro chain. **Electric Power Systems Research**, v.80, n.8, p.935-942. 2010b.
- CEPEL. **Manual de Referência - Modelo NEWAVE**. Rio de Janeiro, RJ, 2001.
- _____. **Manual de Referência - Modelo DECOMP**. Rio de Janeiro, RJ, 2003.
- COHEN, A. I.; WAN, S. H. A Method for Solving the Fuel Constrained Unit Commitment Problem. **Power Engineering Review, IEEE**, v.PER-7, n.8, p.39-39. 1987.
- CONEJO, A. J. **Técnicas de optimización con aplicaciones al control, la explotación y la planificación de los sistemas de energía eléctrica**. Castilla. 1997.
- CREG - Comissão de Regulação de Energia y Gas. **Capacidade de Geração da Colômbia**. Disponível em www.creg.gov.co. Acessado em 2011, 2011.
- CHANG, G. W.; TSAI, Y. D.; LAI, C. Y.; CHUNG, J. S. A practical mixed integer linear programming based approach for unit commitment. In: **Power Engineering Society General Meeting, 2004. IEEE**. 6-10 June 2004, p.221-225 Vol.1. 2004.
- DANESHI, H.; CHOBBARI, A. L.; SHAHIDEHPUR, M.; ZUYI, L. Mixed integer programming method to solve security constrained unit commitment with restricted operating zone limits. In: **IEEE International Conference on Electro/Information Technology**. 18-20 May 2008, p.187-192. 2008.
- DANIILIDIS, A.; LEMARÉCHAL, C. On a primal-proximal heuristic in discrete optimization. **Mathematical Programming**, v.104, p.105-128. 2005.
- DINIZ, A. L.; SAGASTIZABAL, C.; MACEIRA, M. E. P. Assessment of Lagrangian Relaxation with Variable Splitting for Hydrothermal Scheduling. In: **Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE**. 24-28 June 2007, p.1-8. 2007.
- DOS SANTOS, M. L. L.; FINARDI, E. C.; SILVA, E. L.; GONÇALVES, R. E. C. Practical aspects in solving the medium-term operation planning problem of hydrothermal power systems by using the progressive hedging

- method. **Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.31, n.9, p.546-552. 2009.
- DUBOST, L.; GONZALEZ, R.; LEMARÉCHAL, C. A Primal-Proximal Heuristic Applied to the Unit-Commitment Problem 2003.
- DUBOST, L.; GONZALEZ, R.; LEMARÉCHAL, C. A primal-proximal heuristic applied to the French Unit-commitment problem. **Mathematical Programming**, v.104, n.1, p.129-151. 2005.
- EZZATI, S. M.; YOUSEFI, G. R.; PEDRAM, M. M. Security-constrained unit commitment considering wind farms. In: **Energy Conference and Exhibition (EnergyCon), 2010 IEEE International**. 18-22 Dec. 2010, p.808-813. 2010.
- FERREIRA, L. A. F. M.; ANDERSSON, T.; IMPARATO, C. F.; MILLER, T. E.; PANG, C. K.; SVOBODA, A.; VOJDANI, A. F. Short-term resource scheduling in multi-area hydrothermal power systems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.11, n.3, p.200-212. 1989.
- FERREIRA, L. A. F. M. On the duality gap for thermal unit commitment problems. In: **IEEE International Symposium on Circuits and Systems**. 3-6 May 1993, p.2204-2207 vol.4. 1993.
- FINARDI, E. C. **Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas em Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Sequencial** Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.
- FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.21, n.2, p.835-844. 2006.
- FISCHER, F.; HELMBERG, C. **A Parallel Bundle Method for Asynchronous Subspace Optimization in Lagrangian Relaxation**. Fakultät für Mathematik an der Technischen Universität Chemnitz. 2012. (1614-8835)
- FISHER, M. L. An Applications Oriented Guide to Lagrangian Relaxation. **Interfaces**, v.15, n.2, p.10-21. 1985.
- FRANGIONI, A. Generalized Bundle Methods. **SIAM Journal on Optimization**, v.13, n.1, p.117 - 156. 2002.
- FRANGIONI, A.; GENTILE, C. Solving Nonlinear Single-Unit Commitment Problems with Ramping Constraints. **Operations Research**. 2006.
- FRANGIONI, A.; GENTILE, C.; LACALANDRA, F. **New Lagrangian Heuristics for Ramp-constrained Unit Commitment Problems**. Università di Pisa 2012. 2006
- FRANGIONI, A.; GENTILE, C.; LACALANDRA, F. **Hybrid Lagrangian-MILP Approaches for Unit Commitment Problems**. 2007

- FRANGIONI, A.; GENTILE, C.; LACALANDRA, F. Solving unit commitment problems with general ramp constraints. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.30, n.5, p.316-326. 2008.
- FRANGIONI, A.; GENTILE, C.; LACALANDRA, F. Sequential Lagrangian-MILP approaches for Unit Commitment problems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.33, n.3, p.585-593. 2011.
- GEOFFRION, A. M. **Lagrangean Relaxation for Integer Programming**. Mathematical Programming Study 2, p.82-114. 1974
- GONÇALVES, R. E. C. **Análise comparativa entre diferentes métodos de otimização estocástica na solução do problema de planejamento da operação de curto prazo**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. 2007.
- GONÇALVES, R. E. C. **Desenvolvimento de Modelos de Programação Estocástica aplicados à Programação Mensal da Operação Energética: Uma Análise Comparativa de Desempenho Computacional**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. 2011.
- GULLIVER, J. S.; ARNDT, R. E. **Hydropower Engineering Handbook**. McGraw-Hill. 1991.
- HELMBERG, C.; KIWIEL, K. C. A Spectral Bundle Method with Bounds. **Mathematical Programming**, v.93, n.2, p.173-194. 2002.
- HIRIART-URRUTY, J. B.; LEMARÉCHAL, C. **Convex analysis and minimization algorithms**. Berlín: Springer-Verlag. v.I e II 1996.
- JIMÉNEZ, N. **Coordinación Hidrotérmica en el Corto Plazo mediante Técnicas de Relajación Lagrangeana**. Tese de Doutorado. Tecnología Electrónica, Universidad de Málaga. Málaga, 1998.
- KELMAN, R.; PEREIRA, M. V. F. **Short-Term Scheduling of Transmission-Constrained Hydrothermal Systems A MILP-Based Approach**. 2004
- KELLEY, J. E. J. The Cutting-Plane Method for Solving Convex Programs. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, v.8, n.4, p.703-712. 1960.
- KLIGERMAN, A. S. **Operação ótima de subsistemas hidrotérmicos interligados utilizando programação dinâmica estocástica dual**. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 1992.
- LASDON, L. S. Duality and Decomposition in Mathematical Programming. **IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics**, v.4, n.2, p.86-100. 1968.

- LEMARÉCHAL, C.; PELLEGRINO, F.; RENAUD, A.; SAGASTIZÁBAL, C. Bundle Method Applied to the unit-commitment problem. 1995.
- LEMARÉCHAL, C. Computational Combinatorial Optimization: Optimal or Provably Near-Optimal Solutions. **Notes in Computer Science**, v.2241, p.112-156. 2001.
- LUENBERGER, D. G. **Linear and nonlinear programming**. 1988
- MATOS, V. L.; FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. Comparison Between the Use of Energy Equivalent Reservoirs per Subsystem and per Cascade in the Long Term Operational Planning in Brazil. **International Conference on Engineering Optimization**. 2008.
- MONTIBELLER, F. **Aplicação do Método de Feixes ao Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo para Sistemas Hidrotérmicos**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Unifersidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.
- NEMHAUSER, G. L.; RINNOOY KAN, A. H. G.; TODD, M. J. **Handbooks in Operations Reserch and Management Science**. Elsevier Science Publishers B. V. v.1 1989.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. **Numerical Optimization**. New York: Springer. 1999.
- ONS. **Procedimentos de Rede - Submódulo 8.1: Programação diária da Operação Eletroenergética**. 2009.
- ONS - Operador Nacional do Sistema. **Demanda máxima instantânea em MW**. Disponível em Acessado em 2011, 2011.
- OSTROWSKI, J.; ANJOS, M. F.; VANNELLI, A. Tight Mixed Integer Linear Programming Formulations for the Unit Commitment Problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.27, n.1, p.39-46. 2012.
- PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Application of Decomposition Techniques to the Mid - and Short - Term Scheduling of Hydrothermal Systems. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v.PAS-102, n.11, p.3611-3618. 1983.
- PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: A decomposition approach. **Water Resources Research**, v.21, n.6, p.779-792. 1985.
- PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Aplicação de Técnicas de Decomposição ao Pré-Despacho de Sistemas Hidrotérmicos. **SNPTEE**, Brasília, DF, Brasil, 1987.
- POLYAK, B. T. **Introduction to Optimization**. New York: Inc. Publications Division. 1987.
- RAKIC, M. V.; MARKOVIC, Z. M. Short term operation and power exchange planning of hydro-thermal power systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.9, n.1, p.359-365. 1994.

- RAN, Q.; JINBAO, J.; HAIYAN, Z.; LINFENG, Y. A two-stage method with mixed integer quadratic programming for unit commitment with ramp constraints. In: **Industrial Engineering and Engineering Management, 2008. IEEM 2008. IEEE International Conference on**. 8-11 Dec. 2008, p.374-378. 2008.
- RIBAS, F. A. C. Otimização da Geração de Energia em Centrais Hidrelétricas. **Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**. 2003.
- RODRIGUES, R. N. **Um modelo para a programação da operação de sistemas hidrotérmicos baseado em relaxação lagrangeana**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2009.
- RUZIC, S.; RAJAKOVIC, N.; VUCKOVIC, A. A flexible approach to short-term hydro-thermal coordination. I. Problem formulation and general solution procedure. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.11, n.3, p.1564-1571. 1996a.
- RUZIC, S.; VUCKOVIC, A.; RAJAKOVIC, N. A flexible approach to short-term hydro-thermal coordination. II. Dual problem solution procedure. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.11, n.3, p.1572-1578. 1996b.
- SALAM, M. S.; NOR, K. M.; HAMDAM, A. R. Hydrothermal scheduling based Lagrangian relaxation approach to hydrothermal coordination. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.13, n.1, p.226-235. 1998.
- SCUZZIATO, M. R. **Proposta de um Modelo para Alocação Ótima de Unidades Hidrelétricas para Usinas em Cascata**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2011.
- SILVA, E. L.; FINARDI, E. C. Parallel processing applied to the planning of hydrothermal systems. **IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems**, v.14, n.8, p.721-729. 2003.
- SIMOGLU, C. K.; BISKAS, P. N.; BAKIRTZIS, A. G. A MILP approach to the short term hydrothermal self-scheduling problem. In: **PowerTech, 2009 IEEE Bucharest**. June 28 2009-July 2 2009, p.1-8. 2009.
- STREIFFERT, D.; PHILBRICK, R.; OTT, A. A mixed integer programming solution for market clearing and reliability analysis. In: **Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE**. 12-16 June 2005, p.2724-2731 Vol. 3. 2005.
- TAKIGAWA, F. Y. K. **Análise Comparativa de Diferentes Estratégias de Decomposição do Problema da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Base na Relaxação Lagrangeana**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2006.
- TAKIGAWA, F. Y. K. **Desenvolvimento de um modelo computacional para o problema da programação diária da operação de sistemas**

- hidrotérmicos**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2010.
- TAKRITI, S.; BIRGE, J. R. Using integer programming to refine Lagrangian-based unit commitment solutions. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.15, n.1, p.151-156. 2000.
- VIRMANI, S.; ADRIAN, E. C.; IMHOF, K.; MUKHERJEE, S. Implementation of a Lagrangian relaxation based unit commitment problem. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.4, n.4, p.1373-1380. 1989.
- WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F. **Power Generation Operation and Control**. John Wiley & Sons, Inc. 1984.
- XIAOHONG, G.; ERNAN, N.; RENHOU, L.; LUH, P. B. An optimization-based algorithm for scheduling hydrothermal power systems with cascaded reservoirs and discrete hydro constraints. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.12, n.4, p.1775-1780. 1997.
- XIAOHONG, G.; QIAOZHU, Z.; PAPALEXOPOULOS, A. Optimization based methods for unit commitment: Lagrangian relaxation versus general mixed integer programming. In: **Power Engineering Society General Meeting, 2003, IEEE**. 13-17 July 2003, v.2, p.1100 Vol. 2. 2003.
- XM Companhia de Expertos en Mercados. **Demanda máxima**. Disponível em www.xm.com.co. Acessado em 2011, 2011.
- YAN, H.; LUH, P. B.; GUAN, X.; ROGAN, P. M. Scheduling of hydrothermal power systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.8, n.3, p.1358-1365. 1993.
- ZHUANG, F.; GALIANA, F. D. Towards a More Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.3, n.2, p.763-773. 1988.