ARITHMETICA
DA INFANCIA

CONTENDO SYSTEMA METRICO DECIMAL,
RAZÕES E PROPORÇÕES, REGRA DE TRES, DE COMPANHIA,
DE JUROS, ETC., QUADRADO E RAIZ QUADRADA, CUBO
E RAIZ CUBICA, E PROGRESSÕES

*Obra enriquecida com 120 problemas interessantes e sua solução,
e com muitos exercicios*

COMPOSTA

PARA USO DAS ESCOLAS PRIMARIAS

PELO

Dr JOAQUIM MARIA DE LACERDA
Membro da Arcadia Romana

RIO DE JANEIRO
B. L. GARNIER, LIVREIRO-EDITOR
71, RUA DO OUVIDOR, 71
PARIS, MELLIER, RUE SÉGUIER, 17

ARITHMETICA

DA INFANCIA

CONTENDO SYSTEMA METRICO DECIMAL,
RAZÕES E PROPORÇÕES, REGRA DE TRES, DE COMPANHIA,
DE JUROS, ETC., QUADRADO E RAIZ QUADRADA, CUBO
E RAIZ CUBICA, E PROGRESSÕES

Obra enriquecida com 120 problemas interessantes e sua solução,
e com muitos exercicios

COMPOSTA

PARA USO DAS ESCOLAS PRIMARIAS

PELO

Dr JOAQUIM MARIA DE LACERDA

Membro da Arcadia Romana

RIO DE JANEIRO
B. L. GARNIER, LIVREIRO-EDITOR
71, RUA DO OUVIDOR, 71
PARIS, MELLIER, RUE SÉGUIER, 17

ARITHMETICA
DA INFANCIA

CONTENDO SYSTEMA METRICO DECIMAL,
RAZÕES E PROPORÇÕES, REGRA DE TRES, DE COMPANHIA,
DE JUROS, ETC., QUADRADO E RAIZ QUADRADA, CUBO
E RAIZ CUBICA, E PROGRESSÕES

Obra enriquecida com 120 problemas interessantes e sua solução,
e com muitos exercicios

COMPOSTA

PARA USO DAS ESCOLAS PRIMARIAS

PELO

Dr JOAQUIM MARIA DE LACERDA

Membro da Arcadia Romana

RIO DE JANEIRO
B. L. GARNIER, LIVREIRO-EDITOR
71, RUA DO OUVIDOR, 71
PARIS, MELLIER, RUE SÉGUIER, 17

PEQUENO TRATADO
DE
ARITHMETICA

DEFINIÇÕES

1. **Arithmetica** é a sciencia dos numeros, que ensina a effectuar sobre elles differentes operações por meio de regras faceis.

2. **Numero** é a expressão das unidades ou partes da unidade de que se compõe uma quantidade.

3. **Quantidade** é tudo o que é capaz de augmento ou diminuição : v. g. o *volume*, o *peso*, o *valor*, o *tempo*, etc.

4. **Unidade** é uma quantidade tomada para servir de termo de comparação ás outras quantidades da mesma especie : assim quando dizemos *quatro horas*, *dez libras*, *cem pés*, a *hora*, a *libra*, o *pé* vem a ser a unidade.

5. Ha tres sortes de numeros : o *numero inteiro*, a *fracção* ou *quebrado*, e o *numero fraccionario*.

6. **Numero inteiro** é o que é formado exactamente de uma ou mais unidades, v. g. *cinco metros*, *doze horas*, *mil homens*.

7. **Fracção ou quebrado** é o numero que exprime partes da unidade, v. g. *um decimo*, *dous terços*, *tres quintos*.

8. **Numero fraccionario** é o que se compõe de unidades e de partes da unidade, v. g. *um e meio*, *dez e tres quartos*.

9. Os numeros dividem-se em *abstractos* e *concretos*.

10. **Numero abstracto** é o que não designa especie alguma de unidades, v. g. *tres*, *cinco*, *dez*, *vinte*, *cem*.

11. **Numero concreto** é o que exprime a especie das unidades, v. g. *dez metros*, *quinze libras*, *trinta homens*.

12. **Numero complexo** é o que se compõe de differentes especies de unidades, todas porém relativas a uma unidade principal, v. g. *quatro dias*, *dez horas*, *vinte minutos*.

13. Numero incomplexo é o que consta de uma só especie de unidades, v. g. *seis leguas*, *nove patacas*.

14. Chama-se numero digito ou simples ao que se escreve com um só algarismo, como *tres* (3), *sete* (7), *nove* (9).

15. Numero composto é o que se representa com dous ou mais algarismos, v. g. *trinta e seis* (36), *mil duzentos* (1200).

NUMERAÇÃO

16. Numeração é a parte da Arithmetica que ensina a exprimir e representar os numeros, e por isso divide-se em numeração *fallada* e numeração *escripta*.

17. Os numeros exprimem-se por nomes, e representam-se por meio de dez caracteres ou *algarismos*, que são :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
cifra	um	dous	tres	quatro	cinco	seis	sete	oito	nove

18. A *cifra* ou *zero* não tem por si só valor algum, mas collocada á direita de qualquer numero, torna-o dez vezes maior.

19. Os outros nove algarismos, chamados *significativos*, teem dous valores : um *absoluto*, que é o que elles teem quando considerados isoladamente ; e outro *relativo* ou *local*, que é o valor que elles teem conforme o logar que occupam nos numeros.

20. Contam-se os numeros, primeiramente de uma até nove unidades ; de dez unidades fórma-se uma *dezena*, e contam-se as dezenas tambem de uma até nove, escrevendo-se o algarismo das dezenas á esquerda do das unidades : v. g. *noventa e nove*, 99. — De dez dezenas fórma-se uma *centena*, e contam-se as centenas de uma até nove, escrevendo-se o algarismo das centenas á esquerda do das dezenas : v. g. *novecentos e noventa e nove*, 999. — De dez centenas fórma-se um *milhar*, e escreve-se o algarismo dos milhares á esquerda do das centenas. — De dez milhares fórma-se uma *dezena de milhar*, de dez dezenas de milhar uma *centena de milhar*, de dez centenas de milhar um *milhão*, de dez milhões uma *dezena de milhão*, e assim por diante, tendo sempre o cuidado de collocar o algarismo das unidades de uma ordem superior á esquerda do algarismo das unidades da ordem immediatamente inferior.

Do que acabamos de dizer segue-se que o valor relativo dos algarismos cresce na razão decupla (isto é, vai sendo dez vezes maior) da direita para a esquerda, e decresce na mesma razão decupla (isto é, vai sendo dez vezes menor) da esquerda para a direita. Assim 1 collocado na ultima casa á direita val *um;* collocado na outra immediata á esquerda, vale *dez;* collocado nas que se seguem á esquerda, vai valendo *cem, mil, dez mil*, etc.

	Conta arabe.	Romana.		Conta arabe.	Romana.
Um	1	I	Vinte seis...	26	XXVI
Dous	2	II	Vinte sete...	27	XXVII
Tres........	3	III	Vinte oito...	28	XXVIII
Quatro	4	IV	Vinte nove..	29	XXIX
Cinco.......	5	V	Trinta......	30	XXX
Seis........	6	VI	Quarenta...	40	XL
Sete	7	VII	Cincoenta...	50	L
Oito........	8	VIII	Sessenta....	60	LX
Nove	9	IX	Setenta	70	LXX
Dez	10	X	Oitenta.....	80	LXXX
Onze	11	XI	Noventa....	90	XC
Doze	12	XII	Cem	100	C
Treze.......	13	XIII	Duzentos ...	200	CC
Quatorze ...	14	XIV	Trezentos...	300	CCC
Quinze......	15	XV	Quatrocentos	400	CD
Dezeseis....	16	XVI	Quinhentos .	500	D
Dezesete....	17	XVII	Seiscentos ..	600	DC
Dezoito.....	18	XVIII	Setecentos .	700	DCC
Dezenove...	19	XIX	Oitocentos..	800	DCCC
Vinte.......	20	XX	Novecentos .	900	DCD
Vinte um ...	21	XXI	Mil.........	1000	M
Vinte dous..	22	XXII	Dous mil...	2000	IIM
Vinte tres...	23	XXIII	Tres mil....	3000	IIIM
Vinte quatro	24	XXIV	Dez mil....	10000	XM
Vinte cinco..	25	XXV	Cem mil...	100000	CM

Milhão....... 1000000 CCCCIↃↃↃↃ

21. TABOADA DAS UNIDADES

Unidade vale um..................	1
Dezena vale dez..................	10
Centena vale cem.................	100
Milhar vale mil..................	1,000
Dezena de milhar vale dez mil...	10,000
Centena de milhar vale cem mil.	100,000
Milhão (1) vale mil vezes mil......	1,000,000
Dezena de milhão vale dez milhões.........................	10,000,000
Centena de milhão vale cem milhões.........................	100,000,000
Bilhão vale mil milhões...........	1,000,000,000
Dezena de bilhão vale dez bilhões ou dez mil milhões...............	10,000,000,000
Centena de bilhão vale cem bilhões ou cem mil milhões..............	100,000,000,000
Trilhão vale mil bilhões ou milhão de milhões....................	1,000,000,000,000
Quatrilhão vale mil trilhões.....	1,000,000,000,000,000

22. **Regra para ler um numero qualquer.** Divide-se o numero em *classes* de tres algarismos, a contar da direita para a esquerda, excepto a ultima classe da esquerda que poderá constar de menos algarismos; dá-se á primeira classe o nome de *unidades*, á segunda o de *mil*, á terceira o de *milhões*, á quarta o de *bilhões*, á quinta o de *trilhões*, á sexta o de *quatrilhões*, etc.; lê-se depois, da esquerda para a direita, cada uma das classes, como se estivesse só, dando-lhe o seu nome respectivo. *Exemplo :*

58,	623,	962,	240,	851,	612
Quatrilhões	Trilhões	Bilhões	Milhões	Mil	Unidades

---

(1) Quando se quer exprimir uma quantia em *réis*, usa-se do termo *conto* em vez de *milhão*. Assim dizemos : *dez contos de réis* e não *dez milhões de réis*.

23. TABOADA DE SOMMAR

PARCELLAS				SOMMA	PARCELLAS				SOMMA	PARCELLAS				SOMMA
1	+	1	=	2	2	+	1	=	3	3	+	1	=	4
1		2		3	2		2		4	3		2		5
1		3		4	2		3		5	3		3		6
1		4		5	2		4		6	3		4		7
1		5		6	2		5		7	3		5		8
1		6		7	2		6		8	3		6		9
1		7		8	2		7		9	3		7		10
1		8		9	2		8		10	3		8		11
1		9		10	2		9		11	3		9		12
1		10		11	2		10		12	3		10		13
4	+	1	=	5	5	+	1	=	6	6	+	1	=	7
4		2		6	5		2		7	6		2		8
4		3		7	5		3		8	6		3		9
4		4		8	5		4		9	6		4		10
4		5		9	5		5		10	6		5		11
4		6		10	5		6		11	6		6		12
4		7		11	5		7		12	6		7		13
4		8		12	5		8		13	6		8		14
4		9		13	5		9		14	6		9		15
4		10		14	5		10		15	6		10		16
7	+	1	=	8	8	+	1	=	9	9	+	1	=	10
7		2		9	8		2		10	9		2		11
7		3		10	8		3		11	9		3		12
7		4		11	8		4		12	9		4		13
7		5		12	8		5		13	9		5		14
7		6		13	8		6		14	9		6		15
7		7		14	8		7		15	9		7		16
7		8		15	8		8		16	9		8		17
7		9		16	8		9		17	9		9		18
7		10		17	8		10		18	9		10		19

24. TABOADA DE DIMINUIR

MINUENDO	SUBTRAHENDO	RESTO	MINUENDO	SUBTRAHENDO	RESTO	MINUENDO	SUBTRAHENDO	RESTO
1	— 1	= 0	2	— 2	= 0	3	— 3	= 0
2	1	1	3	2	1	4	3	1
3	1	2	4	2	2	5	3	2
4	1	3	5	2	3	6	3	3
5	1	4	6	2	4	7	3	4
6	1	5	7	2	5	8	3	5
7	1	6	8	2	6	9	3	6
8	1	7	9	2	7	10	3	7
9	1	8	10	2	8	11	3	8
10	1	9	11	2	9	12	3	9
4	— 4	= 0	5	— 5	= 0	6	— 6	= 0
5	4	1	6	5	1	7	6	1
6	4	2	7	5	2	8	6	2
7	4	3	8	5	3	9	6	3
8	4	4	9	5	4	10	6	4
9	4	5	10	5	5	11	6	5
10	4	6	11	5	6	12	6	6
11	4	7	12	5	7	13	6	7
12	4	8	13	5	8	14	6	8
13	4	9	14	5	9	15	6	9
7	— 7	= 0	8	— 8	= 0	9	— 9	= 0
8	7	1	9	8	1	10	9	1
9	7	2	10	8	2	11	9	2
10	7	3	11	8	3	12	9	3
11	7	4	12	8	4	13	9	4
12	7	5	13	8	5	14	9	5
13	7	6	14	8	6	15	9	6
14	7	7	15	8	7	16	9	7
15	7	8	16	8	8	17	9	8
16	7	9	17	8	9	18	9	9

25. TABOADA DE MULTIPLICAR

MULTIPLICADOR	MULTIPLICANDO	PRODUCTO	NOVES FÓRA	MULTIPLICADOR	MULTIPLICANDO	PRODUCTO	NOVES FÓRA	MULTIPLICADOR	MULTIPLICANDO	PRODUCTO	NOVES FÓRA
2	× 1	= 2		3	× 1	= 3		4	× 1	= 4	
2	2	4		3	2	6		4	2	8	
2	3	6		3	3	9	0	4	3	12	3
2	4	8		3	4	12	3	4	4	16	7
2	5	10	1	3	5	15	6	4	5	20	2
2	6	12	3	3	6	18	0	4	6	24	6
2	7	14	5	3	7	21	3	4	7	28	1
2	8	16	7	3	8	24	6	4	8	32	5
2	9	18	0	3	9	27	0	4	9	36	0
2	10	20	2	3	10	30	3	4	10	40	4
5	× 1	= 5		6	× 1	= 6		7	× 1	= 7	
5	2	10	1	6	2	12	3	7	2	14	5
5	3	15	6	6	3	18	0	7	3	21	3
5	4	20	2	6	4	24	6	7	4	28	1
5	5	25	7	6	5	30	3	7	5	35	8
5	6	30	3	6	6	36	0	7	6	42	6
5	7	35	8	6	7	42	6	7	7	49	4
5	8	40	4	6	8	48	3	7	8	56	2
5	9	45	0	6	9	54	0	7	9	63	0
5	10	50	5	6	10	60	6	7	10	70	7
8	× 1	= 8		9	× 1	= 9	0	10	× 1	= 10	1
8	2	16	7	9	2	18	0	10	2	20	2
8	3	24	6	9	3	27	0	10	3	30	3
8	4	32	5	9	4	36	0	10	4	40	4
8	5	40	4	9	5	45	0	10	5	50	5
8	6	48	3	9	6	54	0	10	6	60	6
8	7	56	2	9	7	63	0	10	7	70	7
8	8	64	1	9	8	72	0	10	8	80	8
8	9	72	0	9	9	81	0	10	9	90	0
8	10	80	8	9	10	90	0	10	10	100	1

26. TABOADA DE DIVIDIR

DIVIDENDO	DIVISOR	QUOCIENTE	DIVIDENDO	DIVISOR	QUOCIENTE	DIVIDENDO	DIVISOR	QUOCIENTE
1 :	1 =	1	2 :	2 =	1	3 :	3 =	1
2	1	2	4	2	2	6	3	2
3	1	3	6	2	3	9	3	3
4	1	4	8	2	4	12	3	4
5	1	5	10	2	5	15	3	5
6	1	6	12	2	6	18	3	6
7	1	7	14	2	7	21	3	7
8	1	8	16	2	8	24	3	8
9	1	9	18	2	9	27	3	9
10	1	10	20	2	10	30	3	10
4 :	4 =	1	5 :	5 =	1	6 :	6 =	1
8	4	2	10	5	2	12	6	2
12	4	3	15	5	3	18	6	3
16	4	4	20	5	4	24	6	4
20	4	5	25	5	5	30	6	5
24	4	6	30	5	6	36	6	6
28	4	7	35	5	7	42	6	7
32	4	8	40	5	8	48	6	8
36	4	9	45	5	9	54	6	9
40	4	10	50	5	10	60	6	10
7 :	7 =	1	8 :	8 =	1	9 :	9 =	1
14	7	2	16	8	2	18	9	2
21	7	3	24	8	3	27	9	3
28	7	4	32	8	4	36	9	4
25	7	5	40	8	5	45	9	5
42	7	6	48	8	6	54	9	6
49	7	7	56	8	7	63	9	7
56	7	8	64	8	8	72	9	8
63	7	9	72	8	9	81	9	9
70	7	10	80	8	10	90	9	10

AS QUATRO ESPECIES OU OPERAÇÕES FUNDAMENTAES

DA ARITHMETICA

Addição

27. **Sommar** é achar o valor total de muitos numeros da mesma especie, representado por um só que seja egual a todos juntos.

Os numeros que se tem de sommar chamam-se *parcellas*; e o resultado da operação, *somma* ou *total.*

28. **Regrada addição.** Escrevem-se as parcellas, umas debaixo das outras, de modo que as unidades de uma mesma ordem fiquem em columna vertical, isto é, que as unidades fiquem debaixo das unidades, as dezenas debaixo das dezenas, as centenas debaixo das centenas, etc.; depois traça-se uma linha por baixo da ultima parcella, e somma-se cada columna separadamente, começando da direita para a esquerda. Se a somma de uma columna não exceder a nove, escreve-se tal qual se acha; porém se exceder a nove, escrevem-se as unidades debaixo da columna, e levam-se as dezenas para se ajuntarem á columna seguinte; e assim se procede até a ultima columna, debaixo da qual escreve-se o resultado tal qual é.

EXEMPLOS

Parcellas	31241	40072
	52760	51011
	91833	94051
	3572	72078
Somma	179406	257212

29. Ha dous modos de verificar que uma addição está bem feita que são: a *prova real* e a *prova dos noves.*

30. **Proval real.** Sommam-se successivamente da esquerda para a direita as diversas columnas; subtrahe-se a somma parcial de cada uma d'ellas da somma total, considerando cada resto como dezena que se deve juntar ao algarismo seguinte da somma total; e se a ultima subtracção der zero, póde-se concluir que a conta está certa.

EXEMPLO

$$\begin{array}{r} 76403 \\ 13615 \\ 9153 \\ 93820 \\ \hline 192991 \\ 21010 \end{array}$$

A somma da 1ª columna á esquerda dá 17, que subtrahido de 19, restam 2; este resto, reunido ao algarismo seguinte 2, forma 22. A somma da 2ª columna dá 21, que subtrahido de 22, resta 1; este resto, reunido ao algarismo seguinte 9, forma 19. A somma da 3ª columna dá 19, que subtrahido de 19, resta 0. A somma da 4ª columna dá 8, que subtrahido de 9, resta 1; este resto, reunido ao algarismo seguinte 1, forma 11. A somma da 5ª e ultima columna dá 11, que subtrahido de 11, dá por resto 0. Portanto a conta está certa.

31. **Prova dos noves**. Sommam-se os algarismos das parcellas consecutivamente como se formassem um só numero, tirando-se fóra os noves todas as vezes que a somma der nove ou um numero maior que nove; pratica-se depois a mesma operação com os algarismos da somma. Se o resultado de ambas as operações fôr o mesmo, póde-se suppôr que está certa a addição.

EXEMPLO

$$\begin{array}{rl} 3212 & \\ 8303 & 8 \\ 29349 & \overline{8} \\ 5116 & \\ \hline 45980 & \end{array}$$

Tiram-se primeiro os noves das parcellas, d'este modo: 3 e 2 = 5; 5 e 1 = 6; 6 e 2 = 8; 8 e 8 = 16, noves fóra 7; 7 e 3 = 10, noves fóra 1; 1 e 3 = 4; 4 e 2 = 6; 6 e 3 = 9, noves fóra 0; 4 e 5 = 9, noves fóra 0; 1 e 1 = 2; 2 e 6 = 8. Este resto escreve-se ao lado por cima de uma risca. Tiram-se depois os noves da somma, dizendo: 4 e 5 = 9, noves fóra 0; 8. Escreve-se este resto por baixo da risca; e como é egual ao primeiro, segue-se que a conta está certa.

Subtracção.

32. **Subtrahir** ou **diminuir** é achar o resto, excesso ou differença entre dous numeros dados, ou quanto um excede o outro.

O numero maior que se diminue, chama-se *minuendo*; o numero menor que se subtrahe do outro, chama-se *subtrahendo*, e o resultado da operação chama-se *resto*, *excesso* ou *differença*.

33. **Regra da subtracção.** Escreve-se o subtrahendo por baixo do minuendo, como para a somma; sublinha-se, e subtrahe-se successivamente cada algarismo do subtrahendo do seu correspondente do minuendo; escrevem-se os resultados parciaes por baixo da linha, na mesma ordem em que se vai fazendo a operação. Quando algum algarismo do minuendo fôr menor que o seu correspondente do subtrahendo, accrescentam-se-lhe dez unidades, e despreza-se uma ao seu immediato á esquerda. Se esse immediato ou alguns immediatos forem zeros, consideram-se como outros tantos noves, e o primeiro algarismo significativo da esquerda fica diminuido de uma unidade.

EXEMPLOS

$$\begin{array}{rr} \textit{Minuendo} & 7493586 \\ \textit{Subtrahendo} & 5112534 \\ \hline \textit{Resto} & 2381052 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9\overbrace{60}^{59}248 \\ 415336 \\ \hline 544912 \end{array}$$

34. **Prova real**. Somma-se o subtrahendo com o resto, e a somma deve dar o minuendo.

35. **Prova dos noves**. Tiram-se os noves primeiro ao minuendo e depois ao subtrahendo e ao resto, como se estes dous formassem um só numero; esta dupla operação deve dar resultados eguaes para que a subtracção esteja certa.

EXEMPLOS

Prova dos noves.

$$\begin{array}{rl} 923475 & 3 \\ 131592 & 3 \\ \hline 791883 & \end{array}$$

Prova real.

$$\begin{array}{r} 923475 \\ 131592 \\ \hline 791883 \\ \hline 923475 \end{array}$$

Multiplicação.

36. **Multiplicar** é tomar um numero tantas vezes quantas são as unidades de outro numero dado.

Chama-se *multiplicando* o numero que se quer multiplicar; *multiplicador* é o numero pelo qual se multiplica, e que mostra quantas vezes deve-se tomar o multiplicando; *producto* é o resultado da multiplicação. O multiplicando e o multiplicador chamam-se tambem *factores*.

37. **Regra da multiplicação.** 1º Quando o multiplicador é um numero simples, isto é, composto de um só algarismo, escreve-se elle debaixo do multiplicando, traça-se uma linha para separar os

factores do producto, e multiplica-se da direita para a esquerda cada um dos algarismos do multiplicando pelo multiplicador, tendo o cuidado de guardar mentalmente de cada producto parcial as dezenas d'essa ordem para sommal-as com o producto seguinte.

2º Quando o multiplicador se compõe de dous ou mais algarismos, escreve-se o multiplicador por baixo do multiplicando, traça-se uma linha para separar os factores do producto, e multiplica-se da direita para a esquerda todo o multiplicando por cada algarismo do multiplicador, tendo o cuidado de escrever o primeiro algarismo á direita de cada um dos productos parciaes debaixo do algarismo respectivo do multiplicador; sommam-se depois estes productos parciaes, e a somma é o producto total que se procura.

EXEMPLO

```
   154283   Multiplicando.
     6124   Multiplicador.
   ------
   617132
  308566.   Prod. parciaes.
 154283..
925698...
---------
944829092   Prod. total.
```

Multiplica-se 154283 successivamente por 4, por 2, por 1 e por 6, escrevendo-se o primeiro algarismo á direita de cada um d'estes productos por baixo do algarismo respectivo do multiplicador; sommam-se depois os quatro productos parciaes, e obtem-se assim o producto total.

38. Quando no multiplicador vierem cifras ou zeros, segue-se a regra geral, isto é, multiplica-se todo o multiplicando por cada um dos algarismos significativos do multiplicador, tendo cuidado de escrever o 1º algarismo á direita de cada producto parcial por baixo do algarismo respectivo do multiplicador, e passam-se as cifras sem se fazer caso d'ellas. Quando porêm o multiplicador e o multiplicando acabarem em cifras, procede-se á operação sem d'ellas se fazer caso e ao producto total juntam-se tantas cifras quantas se desprezaram no multiplicador e no multiplicando.

EXEMPLOS

```
    328705         2156          451000
      5002           3200          410
----------     -------        ---------
    657410       4312           451
 1643525        6468           1804
----------     -------        ---------
1644182410      6899200       184910000
```

39. **Prova dos noves**. Tiram-se os noves a cada um dos factores; multiplicam-se depois ambos os restos entre si, e tiram-se os noves ao seu producto; se o resultado fôr um numero egual ao resto que der o producto total depois de extrahidos os noves, póde-se suppôr que a multiplicação está certa.

EXEMPLO

```
   154283
     6124
   ------
   617132
  308566
 154283     5 | 2
925698      ------
---------   4 | 2
944829092
```

Tirando os noves ao multiplicando, temos o resto 5; tirando os noves ao multiplicador, achamos o resto 4. Multiplicando 5 por 4, temos 20, noves fóra 2. E como tambem 2 é o resto que resulta de extrahir os noves do producto total, conclue-se que a multiplicação está certa.

Divisão.

40. **Dividir** ou **repartir** é achar quantas vezes um numero contem outro, ou tornar um numero tantas vezes menor quantas são as unidades do outro numero proposto.

O numero que se divide chama-se *dividendo*; o numero pelo qual se divide, *divisor*; o resultado da divisão, *quociente*; e o que fica por dividir, *resto*.

41. **Regra da divisão**. Escreve-se o divisor á direita do dividendo, separados por um traço vertical, e sublinha-se o divisor, para escrever por baixo o quociente. Separa-se, á esquerda do dividendo, uma parte não menor que o divisor; vê-se quantas vezes o divisor se contém n'essa parte separada; o numero achado escreve-se no quociente, multiplica-se pelo divisor, e subtrahe-se o producto d'esse primeiro dividendo parcial: ao resto escripto por baixo accrescenta-se o algarismo seguinte do dividendo total, e assim se fórma o segundo dividendo parcial, que se divide egualmente pelo divisor; o algarismo achado escreve-se no quociente á direita do primeiro, multiplica-se tambem pelo divisor, e subtrahe-se do segundo dividendo parcial: ao resto accrescenta-se outro algarismo do dividendo total, fórma-se um terceiro dividendo parcial, com o qual se pratica o mesmo que com os precedentes. E assim se continúa até terem-se considerado um por um todos os algarismos do dividendo total; o numero formado pela serie de quocientes parciaes é o quociente que se procura.

EXEMPLOS

```
Dividendo                                  33062507 | 52397
80765 | 837    Divisor                                ------
      -----                                314382     631
7533    96     Quociente                   ------
-----                                      162430
 5435                                      157191
 5022                                      ------
 ----                                       52397
  413 Resto                                 52397
                                            -----
                                            00000
```

42. **Prova real.** Multiplica-se o divisor pelo quociente, e junta-se-lhe o resto, se houver ; o seu producto deve ser egual ao dividendo. — A prova real da multiplicação consiste em dividir o producto total por um dos factores ; o quociente deve dar o outro factor.

43. **Prova dos noves.** Tiram-se os noves ao divisor, e depois ao quociente ; multiplicam-se os resultados um pelo outro, e juntando a este producto o resto da divisão (se houver), extrahem-se de novo os noves : o resultado final deve ser egual ao que o dividendo der, depois de se lhe extrahirem os noves.

EXEMPLO

```
78987 | 831
7479  | 95
-----
 4197
 4155        3 | 3
 ----        -----
   42        5 | 3
```

Tirando os noves ao divisor, temos 3 : tirando os noves ao quociente, temos 5 ; multiplicando 3 por 5, temos 15, noves fóra 6 ; e juntando-lhe o resto 42, temos 48, noves fóra 3. Extrahindo depois os noves ao dividendo, achamos tambem 3 por resultado ; logo a divisão está bem feita.

44. PESOS, MEDIDAS

Pesos. *Tonelada* tem 13 ½ quintaes, ou 54 arrobas ; *Quintal* tem 4 arrobas ; *Arroba* 32 libras ou arráteis ; *Libra* 2 marcos, ou 4 quartas, ou 16 onças ; *Marco* 8 onças ; *Onça* 8 oitavas ; *Oitava* 3 escropulos ou 72 grãos ; *Escropulo* 6 quilates ; *Quilate* 4 grãos.

Libra de botica tem 12 onças ; *Onça* 8 oitavas ou drachmas ; *Oitava* 3 escropulos ; *Escropulo* 24 grãos.

O *kilogramma* corresponde a 2 libras, 2 onças e 6 oitavas.

Medidas de liquidos. — *Tonel* tem 2 pipas ; *Pipa* 180 canadas ou medidas ; *Canada* 4 quartilhos.

Medidas de seccos. — *Moio* tem 15 fangas ou 60 alqueires ; *Fanga* 4 alqueires ; *Sacca* 3 alqueires ; *Sacco* 2 alqueires ; *Alqueire* 2 meios ou 4 quartas ; *Quarta* 2 oitavas ou 8 selamins.

Medidas circulares. — *Circulo* tem 360 gráos; *Semicirculo* 180 gráos ; *Quadrante de circulo* 90 gráos ; *Gráo* 60 minutos ; *Minuto* 60 segundos.

Medidas de extensão. — *Braça terrestre* tem 2 varas ; *Vara* 5 palmos ; *Cócado* tem 3 palmos, mais avantajados que os da vara ; *Vara de Castella* e *Jarda* de Inglaterra tem 4 palmos ; *Palmo* 8 pollegadas ; *Pollegada* 12 linhas ; *Linha* 12 pontos.

Braça maritima tem 8 ¼ palmos ; *Toésa* 6 pés ou 9 palmos ; *Pé* 1 ½ palmo, ou 12 pollegadas.

Legoa brasileira ou *de sesmaria* tem 3 milhas ; *Milha* 1000 braças de 10 palmos.

Braça quadrada tem 4 varas quadradas; *Vara quadrada* 25 palmos quadrados ; *Palmo quadrado* 64 pollegadas quadradas.

Milheiro e grosa. — *Milheiro* tem 10 centos ou 1000 objectos ; *Cento* 4 quarteirões ; *Quarteirão* 25 objectos ; *Grosa* tem 12 duzias; *Duzia* 12 objectos.

45. DINHEIRO EM RÉIS

VINTENS

1 vintem	20 réis	11 vintens	220 réis
2 —	40 —	12 —	240 —
3 —	60 —	13 —	260 —
4 —	80 —	14 —	280 —
5 ou 1 tostão . . .	100 —	15 ou tres tostões. .	300 —
6 —	120 —	16 ou 1 pataca. . .	320 —
7 —	140 —	17 —	340 —
8 ou meia pataca .	160 —	18 —	360 —
9 —	180 —	19 —	380 —
10 ou 2 tostões. . .	200 —	20 ou 1 cruzado . .	400 —

TOSTÕES

1 tostão	100 réis	6 tostões	600 réis
2 —	200 —	7 —	700 —
3 —	300 —	8 —	800 —
4 —	400 —	9 —	900 —
5 —	500 —	10 —	1$000 —

PATACAS

1 pataca	320 réis	6 patacas	1$920 réis
2 —	640 —	7 —	2$240 —
3 —	960 —	8 —	2$560 —
4 —	1$280 —	9 —	2$880 —
5 —	1$600 —	10 —	3$200 —

CRUZADOS

1 cruzado	400 réis	6 cruzados	2$400 réis
2 —	800 —	7 —	2$800 —
3 —	1$200 —	8 —	3$200 —
4 —	1$600 —	9 —	3$600 —
5 —	2$000 —	10 —	4$000 —

MIL CRUZADOS

1 mil cruzados	400$000 réis	6 mil cruzados	2:400$000 réis
2 — —	800$000 —	7 — —	2:800$000 —
3 — —	1:200$000 —	8 — —	3:200$000 —
4 — —	1:600$000 —	9 — —	3:600$000 —
5 — —	2:000$000 —	10 — —	4:000$000 —

MOEDAS BRAZILEIRAS

DE COBRE

Denominação	*Valor*
Dez réis	10 réis
Vintem	20 —
Dous Vintens	40 —

DE PRATA MODERNAS

Dous tostões	200 réis
Cinco tostões ou quinhentos réis	500 —
Dez tostões ou mil réis	1$000 —
Dous mil réis	2$000 —

DE PRATA ANTIGAS

Denominação	*Valor*
Moeda de 80 réis	160 réis
Meia pataca) 160 rs.)	320 —
Uma pataca (320 rs.)	640 réis
Duas patacas (640 rs.)	1$280 —
Patacão (960 rs.)	1$920 —

DE OURO MODERNAS

Cinco mil réis	5$000 réis
Dez mil réis	10$000 —
Vinte mil réis	20$000 —

DE OURO ANTIGAS

Moeda de 1$000	2$250 réis
Moeda de 2$000	4$500 —
Moeda de 4$000	9$000 —
Peça de 6$400 rs.	16$000 —

EXERCICIOS

Definições.

1. Que é arithmetica? — 2. Que é numero? — 3. Que é quantidade? — 4. Que é unidade? — 5. Quantas sortes de numeros ha? — 6. Que é numero inteiro? — 7. Que é fracção ou quebrado? — 8. Que é numero fraccionario? — 9. Como se dividem ainda os numeros? — 10. Que é numero abstracto? — 11. Numero concreto? — 12. Que é numero complexo? — 13. Numero incomplexo? — 14. A que numero se chama digito ou simples? — 15. Que é numero composto?

Numeração.

16. Que é numeração e como se divide? — 17. Como se exprimem e se representam os numeros? — 18. Que valor tem a cifra ou zero? — 19. Quantos e que valores teem os algarismos significativos? — 20. Como se contam os numeros? Como cresce e decresce o valor relativo dos algarismos? Nomeai e escrevei a serie dos numeros a começar de 1? — 21. Recitai a taboada das unidades. — 22. Qual é a regra para ler um numero qualquer? — 23. Recitai a taboada de sommar. — 24. Recitai a de diminuir. — 25. A de multiplicar. — 26. A de dividir.

Quatro especies.

Addição.

27. Que é sommar? A que se dá o nome de parcellas? A que o de somma ou total? — 28. Qual é a regra da addição? — 29. Que modos ha de verificar que uma addição está bem feita? — 30. Como se pratica a prova real? — 31. Como a prova dos noves?

Subtracção.

32. Que é subtrahir ou diminuir? A que se dá o nome de minuendo? A que o de subtrahendo? A que o de resto ou differença? — 33. Dizei a regra da subtracção. — 34. Como se pratica a prova real? — 35. Como a prova dos noves?

Multiplicação.

36. Que é multiplicar? Que é o multiplicando; O multiplicador? O producto? Que são os factores? — 37. Como se faz a multiplicação quando o multiplicador é numero simples? E quando é numero composto? — 38. Quando no multiplicador vierem cifras ou zeros, que é o que se deve fazer? — 39. Como se faz a prova dos noves?

Divisão.

40. Que é dividir ou repartir? Que é dividendo? Divisor? Quociente? Resto? — 41. Qual é a regra da divisão? — 42. Como se faz a prova real na divisão e na multiplicação? — 43. Como se faz a prova dos noves na divisão?

Pesos, medidas, moedas.

44. Quaes são os pesos do antigo systema? A que pesos d'este systema corresponde o kilogramma? Quaes as medidas de liquidos? Quaes as medidas de seccos? Quaes as medidas circulares? Quaes as medidas de extensão? Que vale o milheiro e suas divisões? Que vale a grosa? — 45. Recitai a taboa dos vintens com seus valores; a dos tostões; a das patacas; a dos cruzados; a dos mil cruzados. Quaes são as moedas brazileiras de cobre e os seus valores? Quaes são as de prata modernas? Quaes as de prata antigas? Quaes são as moedas de ouro modernas? Quaes as de ouro antigas?

PROBLEMAS SOBRE AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAES

1. Um sujeito comprou uma casa por 15:485$600 rs., e gastou em concertos, etc., 3:763$900 rs. : por que quantia elle a vendeu, sabendo-se que ganhou 1:815$500 rs ?

2. Em 1876 Paris tinha 1,988806 hab., Lyão 342,815, Marselha 318868, Bordeos 215140, Lilla, 162775 : qual era a população total d'estas cinco maiores cidades da França ?

3. Londres tinha 3,533484 hab. em 1877, Glasgow 555933, Liverpool 527083, Manchester 522191, Birmingham 377436 : qual era a população total d'estas cinco maiores cidades da Grã-Bretanha ?

4. Um tecelão fez em 15 dias 54 metros de panno de linho, pelos quaes recebeu 11$500 rs.; em outros 9 dias 36 metros, que lhe produziram 7$300 rs.; e em outros 7 dias mais 30 metros, que lhe produziram 5$800 rs.: quantos dias trabalhou o tecelão, quantos metros fez de panno, e quanto recebeu ao todo ?

5. Quantos annos esteve o Brazil sujeito a Portugal, sabendo-se que o descobrimento do Brazil teve logar no anno 1500 e a sua independencia no anno 1822 ?

6. Um pai e seu filho teem juntos 150 annos : o pai tem 88 annos : qual é a edade do filho ?

7. A população dos Estados-Unidos era em 1800 de 5,305940 hab., e em 1870 de 38,225600 : quanto augmentou ella n'esses 70 annos ?

8. Que quantia é preciso accrescentar a 250$480 rs. para perfazer 1:100$000 reis ?

9. O dono de uma fabrica emprega 36 operarios, dos quaes 10 ganham por dia 2$600 rs., 15 ganham 2$240 rs., e os mais 1$800 rs.: quanto pois despende elle assim diariamente, e quanto nos 6 dias de trabalho de cada semana ?

10. Fizeram 12 pedreiros certa obra em 16 dias trabalhando 10 horas por dia : em quantas horas faria um só pedreiro a mesma obra ?

11. Quantas horas tem um anno, sabendo-se que um anno consta de 365 dias, e um dia de 24 horas ?

12. Qual é o numero que multiplicado por 72 dá 70344 ?

13. Um sujeito ganha 2:600$000 por anno, quanto ganha por dia ?

14. Quantos dias de trabalho serão precisos a um operario que ganha 4$000 rs. por dia para pagar uma divida de 51$200 rs., economisando para esse fim 1$600 rs. por dia ?

15. Comprei 6 duzias de chapéos á razão de 8$500 rs. cada chapéo, e dei em pagamento 52 metros de panno á razão de 12$000 rs. o metro : quanto se me tem de restituir ?

16. Uma pessoa que tem 2:530$ rs. de renda annual, economisou 8:460$ rs. em 12 annos : qual é a sua despeza diaria, contando-se os annos como compostos de 365 dias ?

17. Um negociante comprou 500 resmas de papel por 3:000$000 rs. : quer-se saber qual é o preço de cada resma e de cada folha, sabendo-se que cada resma contem 500 folhas.

18. Sendo a população da Allemanha de 43,200000 habitantes e a sua superficie de 540000 kilometros quadrados, pergunta-se qual é a sua população relativa, isto é, quantos habitantes cabem a cada kilom. quad.?

19. Um negociante comprou 800 pratos a 15$000 o cento : por quanto deve vender cada prato para ganhar 16$000 réis, tendo-se quebrado 30 pratos no caminho e tendo-se gasto em pequenas despezas 10$300 rs. ?

DAS FRACÇÕES ORDINARIAS

46. FRACÇÃO é, como já vimos, o numero que exprime partes da unidade, v. g. *dous terços um decimo.*

47. As fracções ou são de fórma ordinaria, a que chamamos *fracções ordinarias* ou *quebrados*; ou são de fórma decimal, a que chamamos *fracções decimaes* ou *dizima.*

48. Representam-se as fracções ordinarias por dous numeros : um chamado *denominador*, que mostra em quantas partes eguaes se suppõe dividida a unidade ; outro chamado *numerador*, que indica quantas d'essas partes compõem o quebrado. O numerador escreve-se por cima de uma risca, e o denominador por baixo da mesma : assim no quebrado $\frac{4}{5}$ o numerador é 4, e o denominador 5. Ambos chamam-se *termos da fracção* ou *do quebrado.*

49. Lêm-se os quebrados, exprimindo primeiramente o numerador, e depois o denominador, ajuntando a este a palavra *avos* se fôr maior que 10 ; mas se fôr menor, usar-se-ha das expressões *meios*, *terços*, *quartos*, *quintos*, *sextos*, *septimos*, etc., v. g. $\frac{12}{30}$ doze trinta avos ; $\frac{1}{2}$ um meio ; $\frac{3}{4}$ tres quartos : $\frac{5}{8}$ cinco oitavos.

50. Os quebrados são *proprios* ou *improprios*. *Quebrado proprio* é aquelle cujo numerador é menor que o denominador, v. g. $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{9}$. *Quebrado improprio* é aquelle cujo numerador é egual ou maior que o denominador, como $\frac{4}{4}$, $\frac{10}{7}$.

51. Chama-se *numero fraccionario* ou *mixto* a um numero inteiro acompanhado de fracção, v. g. $4\frac{2}{3}$

52. TODO O QUEBRADO IMPROPRIO PÓDE REDUZIR-SE A INTEIROS OU A UM NUMERO MIXTO, dividindo-se o numerador pelo denominador. O quociente exprime o numero inteiro : o resto, se houver, é o numerador de uma fracção que tem o mesmo denominador do quebrado improprio. Assim $\frac{20}{7}$ reduz-se a $2\frac{6}{7}$; $\frac{12}{3}$ reduz-se a 4.

53. UM NUMERO MIXTO PÓDE REDUZIR-SE A QUEBRADO IMPROPRIO,

multiplicando-se o inteiro pelo denominador da fracção, juntando-lhe o numerador, e dando-lhe o mesmo denominador. Assim $4\frac{2}{3}$ reduz-se a $\frac{14}{3}$, multiplicando o inteiro 4 pelo denominador 3, sommando o producto 12 com o numerador 2, e dando a 14 o mesmo denominador 3.

54. UM NUMERO INTEIRO PÓDE REPRESENTAR-SE SOB FÓRMA DE QUEBRADO, tomando por denominador a unidade : v. g. 5 póde escrever-se $\frac{5}{1}$ (5 dividido por 1).

55. UM NUMERO INTEIRO REDUZ-SE A QUEBRADO IMPROPRIO, multiplicando-o pelo denominador que se lhe quer dar e dando ao producto esse denominador. Assim para reduzir o numero inteiro 10 a oitavos, multiplicaremos 10 por 8, e ao producto 80 daremos o denominador 8. Logo $10 = \frac{10 \times 8}{8} = \frac{80}{8}$.

56. *Um quebrado não muda de valor quando se multiplicam ou dividem ambos os seus termos por um mesmo numero*, porque o effeito produzido sobre o numerador é destruido pelo effeito produzido sobre o denominador[1]. Assim no quebrado $\frac{8}{12}$, podemos, sem alterar-lhe o valor, multiplicar 8 e 12 por um numero qualquer, v. g. 3, e teremos $\frac{8}{12} = \frac{24}{36}$; podemos egualmente dividir 8 e 12 por 2 ou por 4, o que dá $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Reducção dos quebrados á expressão mais simples possivel.

57. Um quebrado é tanto mais simples quanto menores são os seus termos. Reduz-se portanto um quebrado a uma expressão mais simples, dividindo ambos os seus termos por um mesmo numero.

---

[1] Pois multiplicar o numerador é multiplicar o quebrado, dividir o numerador é dividir o quebrado ; pelo contrario multiplicar o denominador é dividir o quebrado, e dividir o denominador é multiplicar o quebrado. Assim, quando multiplicamos os dous termos do quebrado por um numero, tornamos o quebrado maior esse numero de vezes com a multiplicação do numerador, e menor o mesmo numero de vezes com a multiplicação do denominador ; da mesma sorte, quando dividimos os dous termos por um numero, tornamos o quebrado menor esse numero de vezes com a divisão do numerador, e maior o mesmo numero de vezes com a divisão do denominador.

Antes de passarmos adiante, convem dar algumas definições.

58. Um numero diz-se *multiplo* de outro, quando o contem um numero exacto de vezes, v. g. 20 é multiplo de 4, porque contem 4 cinco vezes. — Um numero diz-se *submultiplo* de outro, quando o divide exactamente, v. g. 4 é submultiplo de 20, porque 20 é divisivel por 4.

59. NUMERO PRIMO é o que não póde ser dividido exactamente senão por si mesmo e pela unidade, v. g. 2, 3, 5, 7, 11, 13, etc.

60. Dous numeros dizem-se *primos entre si*, quando não teem nenhum divisor commum senão a unidade, v. g. 4 e 9, 10 e 21.

61. Para reduzir os quebrados a termos menores, muito ajudarão as seguintes regras sobre a divisibilidade dos numeros :

Um numero é divisivel :

por 2, quando termina em cifra ou em algarismo par ;
por 3, quando os seus algarismos sommados dão 3 ou um multiplo de 3 ;
por 4, quando o numero formado pelos dous ultimos algarismos á direita é divisivel por 4 ;
por 5, quando acaba em 5 ou cifra ;
por 8, quando o numero formado pelos tres ultimos algarismos á direita é divisivel por 8 ;
por 9, quando os seus algarismos sommados dão 9 ou um multiplo de 9 ;
por 10, quando acaba em cifra.

62. REDUZIR UM QUEBRADO Á EXPRESSÃO MAIS SIMPLES POSSIVEL é exprimir o seu valor pelos menores termos possiveis : e isto se consegue dividindo o numerador e o denominador pelo seu *maior divisor commum*, que vem a ser o numero maior que póde dividir exactamente os dous termos de um quebrado, sem deixar resto.

63. PARA ACHAR O MAIOR DIVISOR COMMUM DE DOUS NUMEROS, divide-se o numero maior pelo menor, e se não houver resto, o numero menor será o maior divisor commum ; havendo porém resto, divide-se o numero menor pelo resto, o primeiro resto pelo segundo, o segundo resto pelo terceiro, e assim por diante até chegar a uma divisão sem resto : o divisor d'esta ultima, isto é o ultimo resto, será o maior divisor commum dos dous numeros propostos. — Exemplo : achar o maior divisor commum dos termos da fracção $\frac{234}{2730}$ para reduzil-a á expressão mais simples.

$$\begin{array}{r|c|c|cl} & 11 & 1 & 2 & \textit{Quocientes} \\ \cline{2-4} 2730 & 234 & 156 & 78 & \textit{Divisores.} \\ 390 & 78 & 00 & & \\ 156 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|c} 234 & 78 \\ \cline{2-2} 00 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|c} 2730 & 78 \\ \cline{2-2} 390 & 35 \\ 00 & \end{array}$$

Divide-se 2730 por 234, o resto é 156; divide-se 234 por 156, o resto é 78; divide-se 156 por 78, e como não ha resto, segue-se que 78 é o maior divisor commum procurado. Dividindo-se então por elle os dous termos da fracção 234 e 2730, obtêm-se os quocientes 3 e 35, que serão os termos da fracção reduzida á espressão mais simples possivel : $\frac{234}{2730}=\frac{3}{35}$

Reducção das fracções ao mesmo denominador.

64. Reduzir fracções ao mesmo denominador é transformal-as em outras fracções dos mesmos valores, tendo porém todas o mesmo denominador. Esta reducção é necessaria tanto na addição como na subtracção dos quebrados, quando elles não teem o mesmo denominador.

65. Para reduzir dous quebrados ao mesmo denominador, multiplicam-se os dous termos de cada um pelo denominador do outro. Exemplo :

$$\frac{3}{4}\ \frac{5}{8}=\frac{3\times8}{4\times8}\ \frac{5\times4}{8\times4}=\frac{24}{32}\ \frac{20}{32}.$$

66. Se fôrem mais de dous os quebrados que se teem de reduzir ao mesmo denominador, multiplicam-se os dous termos de cada um pelo producto dos denominadores dos outros. Exemplo :

$$\frac{2}{3}\ \frac{4}{5}\ \frac{3}{8}\ \frac{7}{10}=\frac{2\times5\times8\times10}{3\times5\times8\times10}\ \frac{4\times3\times8\times10}{5\times3\times8\times10}\ \frac{3\times3\times5\times10}{8\times3\times5\times10}$$
$$\frac{7\times3\times5\times8}{10\times3\times5\times8}=\frac{800}{1200}\ \frac{960}{1200}\ \frac{450}{1200}\ \frac{840}{1200}.$$

Addição de quebrados.

67. Se os quebrados teem o mesmo denominador, sommam-se os numeradores, e dá-se a esta somma o denominador commum. Ex. :

$$\frac{4}{10}+\frac{6}{10}+\frac{7}{10}+\frac{9}{10}=\frac{4+6+7+9}{10}=\frac{26}{10}=\mathbf{2}\ \frac{6}{10}=\mathbf{2}\ \frac{3}{5}.$$

68. Se os quebrados não teem o mesmo denominador, reduzem-se primeiro ao mesmo denominador, sommam-se depois os numeradores e dá-se á somma o denominador commum. Exemplo :

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{45}{60}+\frac{40}{60}+\frac{12}{60}=\frac{97}{60}=\mathbf{1}\ \frac{37}{60}.$$

69. Quando se dão a sommar inteiros com quebrados, reduzem-se primeiro os inteiros á fórma de quebrados, depois ao mesmo denominador, fazendo-se o resto da operação como acima fica dito. Ex. :

$$\mathbf{2}\ \frac{3}{5}+\mathbf{3}\ \frac{2}{7}+\mathbf{1}\ \frac{5}{6}=\frac{13}{5}+\frac{23}{7}+\frac{11}{6}=\frac{546}{210}+\frac{690}{210}+\frac{385}{210}$$
$$=\frac{1621}{210}=\mathbf{7}\ \frac{151}{210}.$$

70. Sommam-se tambem quebrados com inteiros, sommando primeiramente os quebrados, depois os inteiros, a cuja somma se ajuntam os inteiros extrahidos da somma dos quebrados. Seja o exemplo acima : $\mathbf{2}\ \frac{3}{5}+\mathbf{3}\ \frac{2}{7}\ \mathbf{1}\ \frac{5}{6}$.

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{7}+\frac{5}{6}=\frac{126}{210}+\frac{60}{210}+\frac{175}{210}=\frac{361}{210}=\mathbf{1}\ \frac{151}{210}$$
$$\mathbf{2}+\mathbf{3}+\mathbf{1}+\mathbf{1}\ \frac{151}{210}=\mathbf{7}\ \frac{151}{210}.$$

Subtracção de quebrados.

71. Se os quebrados teem o mesmo denominador, tira-se o numerador de um do numerador do outro, e dá-se ao resto o denominador commum.

Exemplo : $\frac{8}{10}-\frac{5}{10}=\frac{8-5}{10}=\frac{3}{10}.$

72. Se os quebrados não teem o mesmo denominador, reduzem-se primeiro ao mesmo denominador, diminuem-se depois os numeradores, e ao resto dá-se o denominador commum.

Exemplo : $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{12}{15}-\frac{10}{15}=\frac{2}{15}.$

73. Quando se dão a diminuir inteiros com quebrados, reduzem-

se primeiramente os inteiros a quebrados, depois ao mesmo denominador, e pratica-se o mais como acima fica dito.

EXEMPLOS :

$$\begin{cases} 12\,\frac{1}{2} - 5\,\frac{2}{5} = \frac{25}{2} - \frac{27}{5} = \frac{125}{10} - \frac{54}{10} = {}_{10} = 7\,\frac{1}{10}. \\ 4 - 2\,\frac{2}{3} = \frac{4}{1} - \frac{8}{3} = \frac{12}{3} - \frac{8}{3} = \frac{4}{3} = 1\,\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Multiplicação de quebrados.

74. PARA MULTIPLICAR DOUS OU MAIS QUEBRADOS, multiplicam-se os numeradores entre si e da mesma sorte os denominadores, e obtem-se assim o numerador e o denominador do producto. EXEMPLOS :

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{8} = \frac{5\times3}{6\times8} \quad \frac{15}{48}. \quad \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{10} = \frac{2\times3\times7}{3\times4\times10} = \frac{42}{120} = \frac{7}{20}.$$

75. PARA MULTIPLICAR UM QUEBRADO POR UM INTEIRO OU UM INTEIRO POR UM QUEBRADO, reduz-se o inteiro á fórma de quebrado, dando-lhe a unidade por denominador, e opera-se como acima foi dito ; ou melhor, multiplica-se o inteiro pelo numerador do quebrado, e dá-se ao producto o denominador do mesmo. EXEMPLOS :

$$8\times\frac{2}{3} = \frac{8}{1}\times\frac{2}{3} = \frac{16}{3} = 5\,\frac{1}{3}, \quad \frac{5}{9}\times7 = \frac{5}{9}\times\frac{7}{1} = \frac{35}{9} = 3\,\frac{8}{9}$$

76. QUANDO SE DÃO A MULTIPLICAR INTEIROS ACOMPANHADOS DE QUEBRADOS, reduzem-se os inteiros a quebrados, e multiplicam-se entre si os numeradores, e depois os denominadores.

EXEMPLOS :

$$\begin{cases} 2\,\frac{2}{3}\times4\,\frac{1}{5} = \frac{8}{3}\times\frac{21}{5} = \frac{168}{15} = 11\,\frac{3}{15} = 11\,\frac{1}{5} \\ 6\,\frac{3}{7}\times\frac{4}{5} = \frac{45}{7}\times\frac{4}{5} = \frac{180}{35} = 5\,\frac{5}{35} = 5\,\frac{1}{7}. \end{cases}$$

77. Os QUEBRADOS DE QUEBRADOS avaliam-se pela multiplicação dos mesmos, que consiste, como já dissemos, em multiplicar os numeradores e depois os denominadores. Assim

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{5} = \frac{6}{15}; \quad \frac{1}{4} \text{ de } \frac{4}{5} \text{ de } \frac{7}{8} = \frac{28}{160} = \frac{7}{40}.$$

Divisão de quebrados.

78. PARA DIVIDIR UM QUEBRADO POR OUTRO, invertem-se os termos do divisor, e pratica-se a regra da multiplicação dos quebrados.

EXEMPLO :

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{10} = 1\,\frac{2}{10} = 1\,\frac{1}{5}.$$

79. PARA DIVIDIR UM INTEIRO POR UM QUEBRADO OU UM QUEBRADO POR UM INTEIRO, reduz-se o inteiro á forma de quebrado dando-lhe por denominador a unidade, e segue-se depois a regra da divisão de um quebrado por outro.

EXEMPLOS :

$$\begin{cases} 5 : \frac{3}{8} = \frac{5}{1} \times \frac{8}{3} = \frac{40}{3} = 13\,\frac{1}{3}. \\ \frac{5}{11} : 3 = \frac{5}{11} : \frac{3}{1} = \frac{5}{11} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{33}. \end{cases}$$

80. QUANDO SE DÃO A DIVIDIR INTEIROS ACOMPANHADOS DE QUEBRADOS, reduzem-se os inteiros a quebrados, e pratica-se a regra da divisão de um quebrado por outro.

EXEMPLO :

$$6\,\frac{2}{5} : 2\,\frac{3}{8} = \frac{32}{5} : \frac{19}{8} = \frac{32}{5} \times \frac{8}{19} = \frac{256}{95} = 2\,\frac{66}{95}.$$

EXERCICIOS SOBRE OS QUEBRADOS

46. Que é fracção ? — **47.** Como se dividem as fracções quanto á forma ? — **48.** Como se representam as fracções ordinarias ? Que cousa são o denominador e o numerador e como se escrevem ? Que nome se dá a ambos ? — **49.** De que maneira se lêm os quebrados ? — **50.** Quaes são as duas sortes de quebrados ? Que é quebrado proprio ? Que é quebrado improprio ? — **51.** A que se chama numero fraccionario ou mixto ? — **52.** Como se reduz um quebrado improprio a inteiros ou a numero fraccionario ? — **53.** Como se reduz um numero mixto a quebrado improprio ? — **54.** Como se representa um inteiro sob fórma de quebrado ? — **55.** Como se reduz um inteiro a quebrado improprio ? — **56.** Muda o quebrado de valor quando se multiplicam ou dividem ambos os seus termos por um mesmo numero ?

Reducções dos quebrados.

57. Como se reduz um quebrado a uma expressão mais simples ? — **58.** Quando um numero se diz multiplo e submultiplo de outro ? — **59.** Que é numero primo ? — **60.** Quando dous numeros se dizem primos entre si ? — **61.** Quando um numero é divisivel por 2, por 3, por 4, por 5, por 8, por 9, por 10 ? — **62.** Como se reduz um quebrado á expressão mais simples possivel ? — **63.** Qual é a regra para achar o maior divisor commum de dous numeros ? — **64.** Que cousa é reduzir fracções ao mesmo denominador ? — **65.** Como se reduzem dous quebrados ao mesmo denominador ? — **66.** E se forem mais de dous ?

Addição, subtracção, etc., dos quebrados.

Addição. — **67.** Como se sommam os quebrados, quando teem o mesmo denominador ? — **68.** Como se faz a addição quando os quebrados teem differentes denominadores ? — **69.** Como se sommam quebrados com inteiros ? — **70.** De que outra maneira se pratica esta addição ? — *Subtracção.* — **71.** Como se faz a subtracção dos quebrados quando teem o mesmo denominador ? — 72. E quando teem denominadores differentes ? — 73. Como se pratica a subtracção de inteiros com quebrados ? — *Multiplicação.* — 74. Como se multiplicam os quebrados ? — 75. Qual é a regra para multiplicar um quebrado por um inteiro ou um inteiro por um quebrado ? — 76. E para multiplicar inteiros acompanhados de quebrados ? — 77. Como se calculam os quebrados de quebrados ? — *Divisão.* — 78. Como se divide um quebrado por outro ? — 79. Como se divide um inteiro por um quebrado ou um quebrado por um inteiro ? — 80. Qual a maneira de dividir inteiros acompanhados de quebrados ?

PROBLEMAS SOBRE OS QUEBRADOS

1. Temos $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{2}{3}$: quer-se saber quaes d'estas fracções são as duas maiores, e qual é a menor de todas.

2. Duas torneiras fornecem cada minuto, uma 12 litros $\frac{1}{2}$ d'agua, a outra 15 litros $\frac{3}{5}$: quanta agua fornecem cada minuto as duas juntas ?

3. Em um exercito a artilheria é $\frac{1}{10}$ da infanteria e a cavallaria $\frac{1}{6}$ da mesma : que são artilheria e cavallaria reunidas comparadas á infanteria ?

4. Uma garrafa vazia pesa 1 kilogramma $\frac{2}{3}$: cheia de licor pesa 5 kilogrammas $\frac{3}{4}$: qual é o peso do licor contido na garrafa ?

5. Que resta de uma peça de panno que tem 42 metros $\frac{1}{5}$, se d'ella se vendem 27 metros $\frac{1}{4}$?

6. Uma machina faz por dia 80 metros $\frac{2}{3}$ de tecido, uma outra só faz 64 $\frac{3}{4}$: quanto faz por dia a primeira machina mais que a segunda ?

7. N'uma factura de 87$500 rs., faz-se o abatimento de 3 por 100 : em quanto importa esse abatimento ?

8. Quanto panno é preciso para fazer 12 colletes á razão de $\frac{3}{5}$ de metro para cada collete ?

9. Um sujeito bebe por dia $\frac{3}{4}$ de litro de vinho : quanto vinho bebe cada semana, cada mez e cada anno ?

10. Quaes são os $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de 20 ?

11. Uma roda dá 1200 voltas em 5 horas $\frac{1}{2}$: quantas voltas dá por hora ?

12. Qual é o numero que multiplicado por 77 $\frac{4}{7}$ dá 24 $\frac{5}{9}$?

13. Precisa-se cortar uma peça de fita contendo 24 metros em pedaços de $\frac{3}{4}$ de metro cada um : quantos pedaços produzirá a dicta peça ?

14. Os $\frac{2}{7}$ e $\frac{1}{5}$ de uma peça de panno reunidos perfazem 34 metros : qual é o comprimento da peça ?

15. Tres socios repartem entre si um lucro ; o 1º recebe os $\frac{2}{7}$ d'elle ; o 2º os $\frac{3}{5}$ do que resta : qual é a parte do lucro que cabe a cada socio ?

16. Em quanto uma locomotiva percorre inteiramente uma estrada, uma diligencia percorre apenas $\frac{4}{19}$ da mesma : quantas vezes a locomotiva anda mais ligeiro que a diligenci ?

17. Os $\frac{5}{7}$ da edade de João menos 4 annos dão a edade que elle tinha ha 12 annos : qual é pois a sua edade ?

18. Em quanto tempo encherão duas torneiras um tanque, se para isso a 1ª põe 4 horas e a 2ª 6 horas ?

19. Duas mezas custam 43$000 rs. ; $\frac{1}{4}$ do preço da 1ª é egual a $\frac{1}{5}$ do da 2ª : qual é o preço de cada uma ?

NUMEROS DECIMAES

81. FRACÇÕES DECIMAES são partes da unidade que vão sendo successivamente dez vezes menores umas que as outras.

82. Nas fracções decimaes a unidade divide-se em 10 partes eguaes chamadas *decimos ;* o decimo divide-se em 10 partes eguaes chamadas *centesimos ;* o centesimo em 10 *millesimos ;* o millesimo em 10 *decimos millesimos ;* o decimo millesimo em 10 *centesimos millesimos ;* o centesimo millesimo em 10 *millionesimos ;* o millionesimo em 10 *decimos millionesimos ;* o decimo millionesimo em 10 *centesimos millionesimos*, etc.

83. REPRESENTAM-SE AS FRACÇÕES DECIMAES do mesmo modo que os numeros inteiros, escrevendo os algarismos á direita da casa das unidades e separando-os d'ella por uma virgula. O 1º algarismo á direita da virgula representa decimos, o 2º centesimos, o 3º millesimos, o 4º decimos millesimos, o 5º centesimos millesimos, o 6º millionesimos, o 7º decimos millionesimos, etc. — Quando em um numero decimal não ha inteiros, escreve-se uma cifra na casa das unidades : v. g. 0,35.

84. PARA LER UM NUMERO DECIMAL, lêm-se primeiro os inteiros, e depois a fracção decimal, como se ella fosse um numero inteiro, ajuntando-lhe no fim o nome da ultima casa decimal : 7,2816 lê-se 7 unidades e 2816 decimos millesimos ; 4,008053 lê-se 4 unidades e 8053 millionesimos : 0,05 lê-se 5 centesimos.

85. *As fracções decimaes não mudam de valor* accrescentando-se-lhes cifras á direita. Assim 0,7 = 0,70 = 0,700 = 0,7000.

86. *Mudando-se a virgula* uma, duas, tres casas para a direita ou para a esquerda, o numero torna-se 10, 100, 1000 vezes maior ou menor. Assim para que 82,679 seja 10, 100, 1000 vezes maior, escreveremos 826,79 — 8267,9 — 82679 ; e para que o mesmo numero sejá 10, 100, 1000 vezes menor, basta escrever 8,2679 — 0,82679 — 0,082679.

87. CONVERTE-SE UMA FRACÇÃO DECIMAL EM FRACÇÃO ORDINARIA, tomando-se a fracção decimal como numerador (supprimida a virgula), e dando-se-lhe por denominador a unidade seguida de tantas cifras quantas são as letras decimaes da mesma fracção decimal.

EXEMPLOS : $0,6 = \frac{6}{10}$; $4,128 = 4\,\frac{128}{1000}$; $0,0037 = \frac{37}{10000}$.

88. Converte-se uma fracção ordinaria em fracção decimal, dividindo o nnmerador pelo denominador, e como aquelle é menor que este, escreve-se no quociente um zero seguido de uma virgula ; junta-se depois uma cifra ao dividendo, e procede-se á divisão, tendo o cuidado de juntar uma cifra a cada resto, até obter-se no quociente as letras decimaes que se querem, se antes d'isso não tiver havido divisão sem resto. Acharemos assim que

$$\frac{8}{25}=0{,}32\ ; \quad \frac{45}{60}=0{,}75\ ; \quad \frac{12}{78}=0{,}153; \quad \frac{3}{48}=0{,}0625.$$

$$\begin{array}{r|l} 80 & 25 \\ 50 & 0{,}32 \\ 0 & \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 450 & 60 \\ \hline 300 & 0{,}75 \\ 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & 78 \\ \hline 420 & 0{,}153 \\ 300 & \\ 66 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 300 & 48 \\ \hline 120 & 0{,}0625 \\ 240 & \\ 00 & \end{array}$$

Addição de numeros decimaes.

89. Regra. — Os numeros decimaes sommam-se como os numeros inteiros, tendo-se o cuidado de escrever as unidades de uma mesma especie umas debaixo das outras, o que se consegue facilmente, collocando as virgulas em columna vertical. No total ou somma, escreve-se uma virgula debaixo das virgulas dos numeros propostos.

$$\begin{array}{r} 35{,}25 \\ 16{,}05 \\ 8{,}007 \\ 24{,}5 \\ \hline 83{,}807 \end{array}$$

Subtracção de numeros decimaes.

90. Regra. — Faz-se a subtracção dos numeros decimaes como a dos numeros inteiros, juntando porém as cifras que fôrem necessarias para que o minuendo e o subtrahendo tenham o mesmo numero de letras decimaes. No resto escreve-se uma virgula debaixo das virgulas dos numeros propostos. Exemplos : de 483,768 tirar 91,526 ; de 804,67 tirar 75,341 ; de 1600,02 tirar 834,6315.

$$\begin{array}{r} 483{,}768 \\ 91.526 \\ \hline 392{,}242 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 804{,}670 \\ 75{,}341 \\ \hline 729{,}329 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1600{,}0200 \\ 834{,}6315 \\ \hline 765{,}3885 \end{array}$$

Multiplicação de numeros decimaes.

91. Regra. — Multiplicam-se os numeros decimaes sem fazer caso das virgulas, como se fossem inteiros ; e no producto separam-se á direita com uma virgula tantos algarismos decimaes quantos fôrem os dos dous factores, preenchendo com cifras escriptas á esquerda do producto o numero necessario de letras decimaes, se não houver sufficientes no mesmo producto. Exemplos :

$$\begin{array}{r} 4{,}35 \\ 8{,}26 \\ \hline 2610 \\ 870 \\ 3480 \\ \hline 35{,}9310 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 51{,}026 \\ 7{,}02 \\ \hline 102052 \\ 357182 \\ \hline 358{,}20252 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}0352 \\ 0{,}048 \\ \hline 2816 \\ 1408 \\ \hline 0{,}0016896 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6{,}32 \\ 12 \\ \hline 1264 \\ 632 \\ \hline 75{,}84 \end{array}$$

Divisão de numeros decimaes.

92. Para dividir um numero decimal por outro, reduzem-se ambos á mesma especie por meio de cifras que se escrevem á direita do que contem menos letras decimaes, e procede-se á divisão como nos numeros inteiros, supprimindo-se as virgulas. *Havendo resto na divisão*, escreve-se uma virgula no quociente para separar o numero inteiro da fracção decimal, ajunta-se uma cifra á direita do resto, e continua-se assim a divisão. Exemplos : dividir 75,84 por 6,32 ; 35,931 por 8,26 ; 0,16896 por 0,0352.

$$\begin{array}{r|l} 7584 & 632 \\ \hline 1264 & 12 \\ 000 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 35931 & 8260 \\ \hline 28910 & 4{,}35 \\ 41300 & \\ 0000 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 16896 & 3520 \\ \hline 28160 & 4{,}8 \\ 0000 & \end{array}$$

93. Para dividir um numero decimal por um inteiro, ou um inteiro por um decimal, escreve-se á direita do numero inteiro uma virgula seguida de tantas cifras quantas fôrem as letras decimaes do outro numero, e procede-se á divisão como nos numeros inteiros. Exemplos : dividir 8,28 por 3 ; 10,75 por 25 ; 13,386 por 72,75.

$$\begin{array}{r|l} 828 & 300 \\ \hline 2280 & 2{,}76 \\ 1800 & \\ 000 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1075 & 2500 \\ \hline 10750 & 0{,}43 \\ 7500 & \\ 0000 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1338600 & 7275 \\ \hline 61110 & 184 \\ 29100 & \\ 0000 & \end{array}$$

EXERCICIOS SOBRE OS DECIMAES

81. Que cousa são fracções decimaes ? — 82. Como se formam as partes decimaes e que denominações teem ? — 83. Como se representam ou escrevem as fracções decimaes ? Que se deve escrever na casa das unidades quando em um numero decimal não ha inteiros ? — 84. Como se lê um numero decimal ? — 85. Mudam de valor as fracções decimaes se se lhes ajuntam cifras á direita ? — 86. Que acontece mudando-se em um numero decimal a virgula para a direita ou para a esquerda ? — 87. Dizei o modo de converter uma fracção decimal em fracção ordinaria. — 88. E o modo de converter uma fracção ordinaria em fracção decimal. — 89 Qual é a regra de addição de numeros decimaes ? — 90. Qual é a regra de subtracção dos mesmos ? — 91. Como se multiplicam os decimaes ? — 92. Como se divide um numero decimal por outro ? — 93. Como se divide um numero decimal por um inteiro ou um inteiro por um decimal ?

PROBLEMAS SOBRE OS DECIMAES

1. Escrevei : dez unidades duzentos e quarenta e nove millesimos ; seis unidades cincoenta e quatro decimos millesimos ; tres milliónesimos ; cinco mil e oitenta e tres decimos millesimos.

2. Tornai 371,46 dez, cem, mil, um milhão de vezes maior e menor.

3. Convertei em fracções ordinarias 0,2 ; 0,53 ; 4,905 : 0,0015.

4. Convertei em decimaes $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{11}{25}$, $6\frac{42}{72}$, $30\frac{1}{15}$, $11\frac{6}{21}$.

5. Sommai 305,28 + 9804,105 + 12467,05 + 702,19 + 97640,28 ; sommai tambem 42,7054 + 0,0064 + 781.

6. Subtrahi 17809 de 18724,05 ; 7892,125 de 36748,15 ; 0,89 de 450.

7. Multiplicai 4327,5 por 426,37 ; 642,1389 por 48,72 ; 0,0000125 por 0,00015 ; 25,0061 por 14,09.

8. Dividi 7917,16851 por 724,407 : 24000,1126 por 3427,95 : 0,0017 por 0,000075 ; 0,4 por 25 ; 25 por 0,4.

9. Venderam-se 8 quadros de Rubens : 3 de assumpto religioso por 34,850 florins de Hollanda ; uma caça, 20,000 fl. ; 4 retratos, 16,185 fl. Dizei em francos o preço dos 8 quadros (o florim de Holl. vale 2 fr. 15 cent.).

NUMEROS COMPLEXOS

Já vimos o que é numero complexo e incomplexo [12, 13].

94. PARA REDUZIR UM NUMERO COMPLEXO A UNIDADES DA SUA INFIMA ESPECIE, multiplicam-se as unidades da especie mais elevada pelo numero de unidades da 2ª especie de que se compõe a unidade da 1ª, e juntam-se ao producto as unidades da 2ª especie que figuram no numero complexo ; multiplica-se em seguida o producto assim addicionado pelo numero de unidades da 3ª especie necessario para formar uma unidade da 2ª, e juntam-se a este segundo producto as unidades da 3ª especie que figuram no numero complexo ; e continua-se da mesma fórma até chegar ás unidades da ultima especie.

95. PARA CONVERTER UM NUMERO DE UNIDADES DE UMA ESPECIE INFERIOR EM NUMERO COMPLEXO, divide-se o numero dado pelo numero de unidades da mesma especie de que consta a unidade da especie immediatamente superior ; divide-se depois o quociente, que representa unidades d'esta segunda especie, pelo numero de unidades da mesma especie necessario para formar uma unidade da especie seguinte ; e assim por diante. O quociente da ultima divisão seguido de todos os restos será o numero complexo buscado. Advirta-se que cada resto representa unidades da especie do seu dividendo respectivo. Exemplo : vêr a quantas braças, varas, etc., correspondem 489 pollegadas. Pelo calculo achamos que correspondem a 6 braç., 1 pal. e 1 pol.

$$\begin{array}{r|l|l|l}
489\text{ po.} & 8\text{ pol.} & & \\ \cline{2-2}
09 & 61\text{ pal.} & 5\text{ pal.} & \\ \cline{3-3}
1\text{ pol.} & 11 & 12\text{ var.} & 2\text{ var.} \\ \cline{4-4}
 & 1\text{ pal.} & 0 & 6\text{ braç.}
\end{array}$$

96. CONVERTE-SE UM NUMERO COMPLEXO EM QUEBRADO, reduzindo o numero complexo a unidades da sua infima especie, e dando-lhe por denominador o numero de unidades d'esta mesma menor especie de que se compõe a unidade principal. Assim, se quizermos converter 2 arr. ; 10 lb., 5 onç. ; em fracção de arroba, teremos $\frac{1189}{512}$ de arr. ; se quizermos converter em fracção de libra, teremos $\frac{1189}{16}$ de lb. ; se em fracção de quintal, teremos $\frac{1189}{2048}$ de quintal.

$$\begin{array}{r}
2\text{ arr.}\\
\times\ 32\text{ lb.}\\ \hline
64\text{ lb.}\\
+\ 10\text{ lb.}\\ \hline
74\text{ lb.}\\
\times\ 16\text{ onç.}\\ \hline
444\\
74\\ \hline
1184\text{ onç.}\\
+\quad 5\text{ onç.}\\ \hline
1189\text{ onç.}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1\text{ arr.}\\
32\text{ lb.}\\ \hline
32\text{ lb.}\\
16\text{ onç.}\\ \hline
192\\
32\\ \hline
512\text{ onç.}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1\text{ lb.}\\
16\text{ onç.}\\ \hline
16\text{ onç.}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1\text{ quint.}\\
4\text{ arr.}\\ \hline
4\text{ arr.}\\
32\text{ lb.}\\ \hline
128\text{ lb.}\\
16\text{ onç.}\\ \hline
768\text{ onç.}\\
128\\ \hline
2048\text{ onç.}
\end{array}$$

97. Converte-se um quebrado em numero complexo, multiplicando o numerador pelo numero de unidades da especie immediata de que se compõe a unidade principal, e dividindo o producto pelo denominador do quebrado; o resto da divisão multiplica-se pelo numero de unidades da especie immediatamente inferior de que se compõe a unidade immediata de que se trata, e divide-se o producto pelo mesmo denominador do quebrado; e continúa-se assim até chegar á infima especie, se antes d'isso não houver divisão sem resto.

Assim $\frac{4}{5}$ de um dia = 19 horas e 12 minutos.

$$\begin{array}{r|l} 4 & \\ 24^h & \\ \hline 96^h & 5 \\ \cline{2-2} 46 & 19^h\,12^m \\ 1 & \\ 60^m & \\ \hline 60^m & \\ 10 & \\ 0 & \end{array}$$

Multiplica-se o numerador 4 por 24 horas de que se compõe 1 dia, e o producto 96 divide-se pelo denom. 5, e temos por quociente 19 h.; o resto 1 multiplica-se por 60 minutos, de que é formada 1 hora, e divide-se o producto 60 pelo mesmo denom. 5, o que dá exactamente 12 m..

98. Para converter um numero complexo em fracção decimal, converte-se o dito numero em fracção ordinaria, e depois esta em fracção decimal [96,88].

99. Para converter uma fracção decimal em numero complexo, multiplica-se a fracção decimal pelo numero de unidades da especie immediata de que se compõe a unidade principal, e corta-se á direita no producto tantos algarismos quantos são os que compõem a fracção decimal: os algarismos que ficam representam unidades da dita especie immediata. Os que se cortaram á direita, tornam-se a multiplicar pelo numero de unidades da especie immediatamente inferior de que se compõe uma unidade da segunda especie, e corta-se da mesma forma á direita no producto o numero de algarismos da fracção decimal; e continúa-se assim até chegar á infima especie, se antes d'isso não apparecerem só cifras nas casas decimaes do producto. Assim no 1º exemplo vemos que 0,5748 de um quintal equivale a 2 arr. 9 lb. 9 onças, etc., no 2º exemplo vemos que 0,375 de uma vara equivale a 1 palmo e 7 pollegadas.

1º Exemplo.

$$\begin{array}{rl} 0{,}5748 & \text{quint.} \\ 4 & \text{arr.} \\ \hline 2{,}29\,2 & \text{arr.} \\ 32 & \text{lib.} \\ \hline 5984 & \\ 8976 & \\ \hline 9{,}5744 & \text{lib.} \\ 16 & \text{onç.} \\ \hline 34464 & \\ 5744 & \\ \hline 9{,}1904 & \text{onç.} \end{array}$$

2º Exemplo.

$$\begin{array}{rl} 0{,}375 & \text{vara.} \\ 5 & \text{palm.} \\ \hline 1{,}875 & \text{palm.} \\ 8 & \text{poll.} \\ \hline 7{,}000 & \text{poll.} \end{array}$$

Addição de numeros complexos.

100. Regra. — Para sommar numeros complexos, escrevem-se uns por baixo dos outros, de maneira que as unidades de uma mesma especie fiquem em columna vertical; sommam-se depois successivamente os numeros de cada columna, começando da direita para a esquerda. Se a somma de uma columna não chega a formar uma unidade da especie immediatamente superior, escreve-se por baixo da mesma columna; se pórem chega a formar uma ou mais das ditas unidades, extrahem-se estas, escrevendo-se debaixo da columna só o resto que ficar, ou uma cifra, quando não houver resto; e as taes unidades extrahidas levam-se para a columna seguinte, onde se praticará a somma da mesma fórma, e assim por diante até a ultima columna, cuja somma se escreve integralmente. Exemplo.

$$\begin{array}{rrrr} 4^d & 16^h & 10^m & 15^s \\ 3 & 14 & 43 & 4 \\ 17 & 17 & 21 & 0 \\ \hline & 48^h & 74^m & 19^s \\ \hline 26^d & 0^h & 14^m & 19^s \end{array}$$

A 1ª columna dá por somma 19 segundos que escrevo por baixo d'ella por não conterem nenhum minuto. A somma da 2ª columna dá 74 minutos, isto é, 60 m. ou 1 hora, mais 14 m.; escrevo 14 m. por baixo da 2ª columna, levo 1 h. para a columna das horas. A somma da 3ª columna dá 48 horas, que formam 2 dias exactos; escrevo então 0 debaixo da 3ª columna, e levo 2 d. para a columna dos dias. A somma da 4ª e ultima columna dá 26 dias, que escrevo por extenso.

Subtracção de numeros complexos.

101. Regra. — Para subtrahir um numero complexo de outro, escreve-se o menor por baixo do maior de modo que se correspondam as unidades de uma mesma especie; depois, começando da direita, subtrahem-se os numeros inferiores dos superiores que lhes correspondem. Quando uma d'essas subtracções parciaes não se póde effec-

tuar, por ser o numero inferior maior que o superior, ajunta-se a este uma unidade da especie immediatamente maior reduzida a unidades da especie de que se trata, e na subtracção parcial seguinte considera-se o numero superior diminuido de uma unidade. Se o numero superior a que se recorre fôr cifra, segue-se para a esquerda até encontrar-se um que o não seja, e tomando-se-lhe uma unidade, substitue-se o numero superior que é cifra por tantas unidades menos uma quantas bastam para formar uma unidade da especie immediatamente maior. Exemplos :

4 arr.	5 lb.	12 onç.	7 oit.
2	8	10	4
1 arr.	29 lb.	2 onç.	3 oit.

10 v.	0 pal.	3 pol.
6	4	5
3 v.	0 pal.	6 pol.

Multiplicaçao de numeros complexos.

102. Para multiplicar um numero complexo por um incomplexo, multiplicam-se successivamente, a partir da direita, as unidades de cada especie do numero complexo pelo numero incomplexo, considerado como numero abstracto, extrahindo-se de cada producto parcial as unidades da especie immediatamente superior que possa conter, que serão addicionadas ao producto parcial seguinte, e escrevendo-se por baixo da risca o resto que ficar de cada extracção, ou uma cifra quando não houver resto.

3 br.	7 pal.	5 pol.
		6
	45 pal.	30 pol.
22 br.	5 pal.	6 pol.

Exemplo. — Um operario faz por dia 3 br. 7 pal. 5 pol. de certa obra ; quanto fará em 6 dias ?

103. Para multiplicar um numero complexo por outro tambem complexo, reduz-se cada um a fracção da unidade principal [96], procede-se á multiplicação das duas fracções, e converte se o producto em numero complexo [97]. tendo attenção de bem estabelecer que especie de unidades deve o producto exprimir, o que se conhece pelo enunciado da questão.

Exemplo ; Um fio de ferro de 6 var. 3 pal. 4 pol. pésa 1 libra ; quantas varas serão precisas para que o peso seja de 12 lib. 10 onç. 4 oit. ?

6 var. 3 pal. 4 pol. × 12 lb. 10 onç. 4 oit.

× 5 pal.		16 onç.	
30 »		72	
× 3 »	1 v. = 5 pal.	12	1 lb. = 16 onç.
33 »	8 pol.	192 »	8 oit.
× 8 pol.	40 pol.	+ 10 »	128 oit.
264 »		202 »	
+ 4 »		× 8 oit.	
268 pol.		1616 »	
		+ 4 »	
		1620 oit.	

6 v. 3 pal. 4 pol. $= \frac{268}{40}$ de vara ; 12 lb. 10 onç. 4 oit. $= \frac{1620}{128}$ de lb.

$\frac{268}{40} \times \frac{1620}{128} = \frac{434160}{5120}$ de vara $=$ 84 v. 3 pal. 7 pol. 1 $\frac{1}{2}$ pont.

104. — Ha um outro methodo de multiplicar um numero complexo por outro complexo, que é o *methodo das partes aliquotas.*

105. Parte aliquota de um numero é outro numero que divide exactamente o primeiro : v. g., 1, 3 e 5, são partes aliquotas de 15 ; 1, 2, 4, 5 e 10 são partes aliquotas de 20.

106. O methodo das partes aliquotas consiste em decompôr as unidades que entram no numero complexo que serve de mutiplicador em partes aliquotas da unidade immediatamente superior, e deduzir os productos parciaes uns dos outros do mesmo modo.

107. Assim para multiplicar um numero complexo por outro complexo pelo methodo das partes aliquotas, multiplica-se todo o multiplicando pelas unidades principaes do multiplicador [102]. depois successivamente pelas unidades do multiplicador que forem sendo da especie immediatamente inferior ás precedentes, empregando-se para isso as partes aliquotas ; a somma de todos esses productos parciaes será o producto total procurado. Se no multiplicador faltarem unidades em alguma especie, opera-se como se n'ella houvesse 1 unidade, e na somma dos productos parciaes não se faz caso d'esse producto, por ser um producto subsidiario que só serve para facilitar as operações seguintes.

Exemplo. — Uma braça de fio de ferro pésa 12 lb. 10 onç. 4 oit. : quanto pesarão 10 br. 3 pal. 4 pol. ?

		12	lb.	10	onç.	4	oit.
		10	br.	3	pal.	4	pol.
10	br.	126	lb.	9	onç.	0	oit.
1	pal.	1		4		2	
2	»	2		8		4	
4	pol.			10		1	
		130	lb.	15	onç	7	oit.

Multiplico primeiramente 12 lb. 10 onç 4 oit. por 10 br , o que dá 126 lb 9 onç 0 oit. Decomponho depois 3 pal. em 1 e 2 pal., partes aliquotas da braça, a qual tem 10 pal. Ora se 1 br. pesa 12 lb. 10 onç. 4 oit., 1 pal que é $\frac{1}{10}$ de 1 br. pesará 10 vezes menos, isto é, 1 lb 4 onç. 2 oit., e 2 pal. pesarão o dobro ou 2 lb. 8 onç. 4 oit. Resta a saber o peso de 4 pol. Ora sendo 4 pol. a metade de 1 palmo, pesarão a metade de 1 lb. 4 onç. 2 oit., isto é, 10 onç. 1 oit. Multiplicado assim todo o multiplicando por cada uma das differentes especies de unidades que constituem o multiplicador, passo a effeituar a addição de todos os productos parciaes, e a somma 130 lb. 15 onç. 7 oit. é o peso que se procura.

108. A regra para multiplicar um numero inteiro por um complexo pelo methodo das partes aliquotas é exactamente a mesma que para multiplicar complexo por complexo [107].

Divisão de numeros complexos.

109. Para dividir um numero complexo por um incomplexo, quando elles exprimêm unidades de natureza differente, considera-se o divisor como numero abstracto, e por elle dividem-se as unidades da maior especie do dividendo, e obtem-se o primeiro quociente parcial ; converte-se o resto em unidades da especie immediatamente inferior, e juntam-se-lhe as unidades d'esta especie que figuram no dividendo ; a somma é o segundo dividendo parcial, que como o primeiro se divide pelo divisor ; e assim por diante (Exemplo 1º.)

110. Quando os numeros complexo e incomplexo são da mesma natureza de unidades, reduzem-se ambos a unidades da menor especie n'elles contida, e pratica-se a divisão, resolvendo-se os restos successivamente em subdivisões da especie de unidades que o quociente deve exprimir, segundo o enunciado da questão. (Exemplo 2º.)

Exemplo 1º. Temos 8 barras de ferro de peso egual, que juntas pesam 30 arr. 12 lb. e 10 onç.; quanto pesará cada barra ?

30 arr. 12 lb. 10 onc | 8

| 3 arr. 25 lb. 9 onç. 2 oit.

6 »

× 32 lb.

192 »

+ 12 »

204 »

44 »

4 lb.

× 16 onç.

64 »

+ 10 »

74 »

2 onç.

× 8 oit.

16 »

Divido 30 arr. por 8, e tenho 3 arr. que escrevo no quociente ; as 6 arr. que restam, reduzo-as a libras, e juntando lhes as 12 lb. do dividendo, tenho 204 lb. Divido estas pelo divisor 8 e acho 25 lb. que escrevo no quociente ; reduzo as 4 lb. que restam a onças, e juntando-lhes as 10 onç. que figuram no dividendo, tenho 74 onç. Divido estas por 8, o que dá 9 onç., que escrevo ; as 2 onç. que restam, reduzidas a oitavas, dão 16 oit. Divido enfim estas por 8, o que dá exactamente 2 oit.

Exemplo 2º. Qual é o comprimento de uma barra de ferro que pesa 5 arr. 30 lb. e 8 onç., sabendo-se que cada palmo pesa 6 lb.

5 arr. 30 lb. 8 onç. = 3048 onç. 6 lb. = 96 onç.

3048 | 96

168 | 31 pal. 6 pol.

72

× 8 pol.

576 »

00

Reduzo os dous numeros a onças. Divido 3048 por 96 ; o quociente 31 exprime palmos. O resto 72 reduzo a pollegadas, o que dá 576 poll., que divido por 96, e obtenho exactamente 6 poll.

111. Para dividir um numero complexo por outro complexo de differente natureza de unidades, converte-se o divisor em fracção da unidade principal [96], e divide-se por essa fracção o dividendo, o que se pratica, multiplicando o dividendo pelo denominador, e dividendo o producto pelo numerador considerado como numero abstracto. (Exemplo 1º.)

112. Quando os dous numeros complexos exprimem unidades da mesma natureza, procede-se como na divisão de complexo por incomplexo, isto é, reduzem-se ambos a unidades da infima especie n'elles contida, e dividem-se os numeros resultantes, resolvendo-se os restos successivamente em subdivisões da especie de unidades que o quociente deve exprimir, segundo o enunciado da questão. (Exemplo 2º.)

Exemplo 1º. Um fio de arame de 6 varas 3 pal. 4 pol. pesa 84 lb. 12 onc. 6 oit.; pergunta-se quanto deve pesar cada vara.

```
6 v. 3 pal. 4 pol. = 268 pol.
          1 vara = 40   »
                               268
   84 lb. 12 onç. 6 oit. :    ----
                               40
           ×      40
-----------------------------------
      510 onç. 240 oit.
-----------------------------------
  3391 lb. 14 onç. 0 oit. | 268
   711                    |--------------------
   175  »                 | 12 lb. 10 onç. 4 oit.
×   16  »
  ----
  2800  »
+   14  »
  ----
  2814  »
   134 onç.
×    8 oit.
  ----
  1072  »
     0
```

Converto primeiramente o divisor em fracção de vara, o que dá $\frac{268}{40}$; divido depois por esta fracção o dividendo 84 lb. 12 onç. 6 oit.

Multiplico 84 lb. 12 onç, 6 oit. pelo denominador 40, o que dá 3391 lb. 14 onç. 0 oit.; e divido este producto pelo numerado 268. Para isto divido 3391 lb. por 268, o que dá 12 lb. que escrevo no quociente; o resto 175 lb. reduzo-o a onças, e juntando as 14 onç. do dividendo, tenho 2814 onças. Divido estas por 268, o que dá 10 onç., que escrevo no quociente; e reduzo o resto 134 onc. a oitavas, o que dá 1072 oit., que divididas por 268 dão 4 oit. para o quociente.

Exemplo 2º. Um fio de ferro pesa 84 lb. 12 onç. 6 oit.; sabe-se que cada vara d'elle pesa 12 lb. 10 onc. 4 oit. Pergunta-se quantas varas tem o dito fio?

```
84 lb. 12 onç. 6 oit. = 10854 oit.
12 lb. 10 onç. 4 oit. =  1620 oit.

10854      | 1620
 1134      |----------------
           | 6 v. 3 p. 4 pol.
×   5 pal.
 ----
 5670  »
  810  »
×   8 pol.
 ----
 6480  »
    0
```

Reduzo os 2 numeros complexos a oitavas, o que dá 10854 e 1620 oit. Divido o primeiro numero pelo segundo, e o quociente 6 exprime varas; o resto 1134 reduzo-o a palmos, o que dá 5670 pal., que torno a dividir por 1620. O resultado 3 pal. escrevo no quociente, e reduzo o resto 810 a pol., o que dá 6480 pol. Dividindo estas por 1620, obtenho 4 pol., que escrevo no quociente.

Exercicios sobre os numeros complexos.

94. Qual é a regra para reduzir um numero complexo a unidades da sua infima especie? — 95. E para converter um numero de unidades de uma especie inferior em numero complexo, que se deve fazer? — 96. Como se converte um numero complexo em quebrado? — 97. E um quebrado em numero complexo? — 98. Como se converte um numero complexo em fracção decimal? — 99. E uma fracção decimal em numero complexo? — 100. Como se sommam numeros complexos? — 101. Como se faz a subtracção de numeros complexos? — 102. Como se multiplica um numero complexo por um numero incomplexo? — 103. E um numero complexo por outro tambem complexo? — 104. Não ha um outro methodo de multiplicar complexos? — 105. Que cousa é parte aliquota de um numero? — 106. Em que consiste o methodo das partes aliquotas? — 107. Qual é pois a regra da multiplicação de complexos por partes aliquotas? — 108. Como se multiplica por esse methodo um inteiro por um complexo? — 109. Como se divide um numero complexo por um incomplexo, quando elles exprimem unidades de natureza differente? — 110. E quando exprimem unidades da mesma natureza? — 111. Como se divide um numero complexo por outro complexo de differente natureza de unidades? — 112. E quando ambos complexos exprimem unidades da mesma natureza?

PROBLEMAS SOBRE OS NUMEROS COMPLEXOS

1. Quantas horas ha em um anno de 365 dias? quantas em um mez?

2. Quantos segundos de grão tem um circulo? um semicirculo?

3. A latitude de Lyão é 45° 45′ 45″: a de Bordeos 44° 50′ 19″: qual é a differença de latitude entre as 2 cidades?

4. Qual é a lat. de Berlin, sabendo-se que a de Roma é 41° 53′ 52″, e Berlin fica 10° 36′ 25″ mais ao Norte?

5. Qual é o valor de um angulo de um triangulo, se a somma dos outros dous angulos é 124° 10′ 49″? (a somma dos 3 angulos de qualquer triangulo é sempre 180°).

6. Recebi 4 caixas: a 1ª pesa 2 quintaes 3 ar. 22 lb.: a 2ª 3 quintaes 1 ar. 16 lb.: a 3ª 5 qt. 27 lb.: a 4ª 1 qt. 2 ar. 30 lb.: quanto pesam ellas juntas?

7. A vara de uma certa fazenda custou 1$600 rs. e vende-se por 2$200 réis: qual é o lucro que resulta da venda de 10 braças 1 vara 3 pal. 6 pollegadas?

8. Tres operarios fazem por dia, o primeiro 2 braças 4 pal. de certa obra, o segundo 3 br. 6 pal., e o terceiro 1 br. 9 pal.: quanto farão os tres juntos em 15 dias?

9. Uma machina faz por hora 8 braças 1 pal. 7 pol. de certo tecido; uma outra faz 5 br. 9 pal. 5 pol.: quanto fará a 1ª mais que a 2ª em 10 h. 20 m.?

10. Um ponto da circumferencia de uma roda em movimento percorre cada minuto 3 br. 8 pal. 7 pol.: que distancia percorrerá elle em 30 m. 45 s.?

11. Quanto custam 12 quintaes 3 ar. 23 lb. 7 onç. de uma mercadoria, a razão de 47$000 rs. por quintal?

12. Um negociante comprou 12 qts. 3 arr. 18 lb. de certa fazenda por 1:200$000: quanto lhe custa a arroba?

13. Quantas braças de obra se podem fazer com 7934 libras esterlinas 11 shillings e 7 pennys, á razão de 72 libras a braça (1 libra esterlina tem 20 shillings; 1 shilling tem 12 pennys).

NOVO SYSTEMA LEGAL DE PESOS E MEDIDAS

OU SYSTEMA METRICO DECIMAL

113. Chama-se *systema metrico decimal* o systema de pesos e medidas que tem por base o *metro.*

114. *Metro* é uma palavra derivada do grego, que significa medida. Neste sentido entra na composição de muitos termos scientificos, taes como: *barometro, thermometro, pyrometro,* etc. No novo systema porém de pesos e medidas o *metro* é a decima millionesima parte do quarto do meridiano terrestre ou da distancia do Equador ao Pólo do Norte (1).

115. Este systema metrico chama-se *decimal,* porque os multiplos e submultiplos de unidade principal calculam-se pela razão decimal, de dez em dez para mais ou para menos que a mesma unidade; isto é, a unidade principal tomada dez vezes fórma uma unidade superior, esta tomada dez vezes fórma uma nova unidade superior, a qual, sendo tomada tambem dez vezes, fórma uma terceira unidade superior, e assim por diante; da mesma sorte, seguindo a escala descendente, cada unidade principal compõe-se de dez unidades inferiores, cada uma d'estas compõe-se de dez novas unidades inferiores, e assim por diante. As unidades superiores são os multiplos da unidade principal, e as unidades inferiores os seus submultiplos. De ser decimal o novo systema resulta a vantagem de exprimir claramente as relações que os pesos e medidas, superiores e inferiores, têm com a unidade principal.

116. O systema metrico decimal comprehende cinco unidades principaes: o *metro,* para as medidas de comprimento ou lineares; o *are* para as de superficies agrarias; o *stere,* para as medidas da madeira de construcção e da lenha; o *litro,* para as de capacidade tanto de liquidos como de seccos; o *gramma,* para as de peso.

117. O *metro,* unidade de comprimento, corresponde a 4 palmos 4 pollegadas, 4 linhas, 4 pontos, isto é, a 4 palmos e meio, com mui pequena differença.

O *are,* unidade agraria, é um quadrado que tem 10 metros em cada lado.

O *stere,* unidade de volume, equivale a um metro cubico, isto é, a um cubo ou solido de seis faces quadradas como as de um dado, e tendo um metro de comprimento, de largura e de altura.

O *litro,* unidade de capacidade, equivale a um decimetro cubico, isto é, a um cubo com um decimetro ou decima parte do metro de comprimento, de largura e de altura; corresponde a um 1 ¼ quartilho para os liquidos. No commercio dá-se-lhe a forma cylindrica, por ser mais commoda que a cubica.

O *gramma,* unidade de peso, é o peso de um centimetro cubico de agua distillada na sua maior densidade ou na temperatura de 4 gráos acima de 0.

118. Os *multiplos* destas unidades principaes exprimem-se antepondo-lhes as palavras gregas: *deca,* dez; *hecto,* cem; *kilo,* mil, *myria,* dez mil. Os *submultiplos* exprimem-se antepondo ás unidades principaes as seguintes palavras de origem latina; *deci,* decima parte; *centi,* centesima parte; *milli,* millesima parte.

Eis a taboa dos multiplos e submultiplos de cada uma das unidades principaes:

I. METRO.

Multiplos.	*Submultiplos.*
Decametro tem 10 metros.	*Decimetro* é a decima parte do metro.
Hectometro, 100 metros.	*Centimetro* é a centesima parte do metro.
Kilometro, 1000 metros.	*Millimetro* é a millesima parte do metro.
Myriametro, 10,000 metros.	

II. ARE.

Hectare tem 100 ares.	*Centiare* é a centesima parte do are.

III. STERE.

Decastere tem 10 steres.	*Decistere* é a decima parte do stere

IV. LITRO.

Decalitro tem 10 litros.	*Decilitro* é a decima parte do litro.
Hectolitro, 100 litros.	*Centilitro* é a centesima parte do litro.
Kilolitro, 1000 litros.	*Millilitro* é a millesima parte do litro.

V. GRAMMA.

Decagramma tem 10 grammas.	*Decigramma* é a decima parte do gramma.
Hectogramma, 100 grammas.	*Centigramma* é a centesima parte do gramma.
Kilogramma, 1000 grammas.	*Milligramma* é a millesima parte do gramma.

---

(1) Esta distancia foi medida pelos celebres astronomos francezes Delambre e Mechain, que acharam ser ella de 5,130,140 3/4 toezas.

Reducção das medidas usuaes em medidas do systema metrico decimal.

119. *Medidas de comprimento.*

Legua geographica de 20 ao gráo	vale	5	kilom.	556	metros.
Milha geographica de 60 ao gráo	»	1	»	852	»
Legua braziieira de sesmaria	»	6	»	600	»
Legua portugueza de 18 ao gráo	»	6	»	173	»

Braça vale	2 met.	20 centim.		[illegible]	vale	33	centimetros.
Vara »	1 »	10 »		Palmo	»	22	»
Covado »		67 »		Pollegada	»	2¾	»

120 *Medidas de superficie.*

Braça quadrada vale	4	metros quad.	e 84	decim.	quad.
Vara quadrada »	1	»	» e 21	»	»
Palmo quadrado »			5	»	»

Geira vale 19 ares e 36 centiares ou 1,936 metros quad.

121. *Medidas de capacidade.*

Almude vale	31	litros	e 94 centilitros.
Canada »	2	»	e 66 »
Quartilho »			66 1/2 »
Moio »	2,176	»	e 20 »
Alqueire »	36	»	e 27 »
Quarta »	9	»	e 7 »

122. *Medidas de peso.*

Tonelada vale	793	kilogrammas	e 238 grammas.
Quintal »	58	»	e 758 »
Arroba »	14	»	e 689 »

Libra vale 459 gram.	Oitava vale 3,6 gramm.
Onça » 28,7 »	Grão vale 5 centigramm.

123. Para reduzir medidas usuaes do antigo systema a medidas metricas decimaes, multiplica-se o numero dado das primeiras pelo seu valor correspondente no systema metrico. Assim para reduzir varas a metros, multiplica-se o numero de varas por $1^m,1$; para reduzir braças a metros, multiplica-se o numero de braças por $2^m,2$; para reduzir arrobas a kilogrammas, multiplica-se o numero de arrobas por $14^k.689$. Exemplos ;

10 braças $= 10 \times 2^m, 2 = 22^m$ | 8 tonel. $= 8 \times 793^k,238 = 6345^k,904$

4 palmos $= 4 \times 0^m,22 = 0^m,88$ | 20 libras $= 20 \times 0^k,459 = 9^k,180$

124. Para reduzir as medidas metricas decimaes a medidas usuaes do antigo systema, divide-se o numero dado das primeiras pelo valor correspondente á medida usual a que se quer reduzir. Assim para reduzir metros a braças, a varas, a palmos, divide-se o numero de metros por $2^m,2$, por $1^m,1$, por $0^m,22$; para reduzir kilogrammas a arrobas ou a libras, divide-se o numero de kilogr. por $14^k,689$ ou por $0^k,459$. Exemplo : quer-se saber a quantas braças equivalem 100 metros. Divide-se o numero 100 por $2^m,2$ e achamos que equivalem a 45 braças e 4 palmos e meio.

Exercicios sobre o systema decimal.

113. A que chamais systema metrico decimal ? — 114. Que quer dizer a palavra metro ? Não entra ella na composição de varios termos ? Que cousa é porém o metro no novo systema de pesos e medidas ? — 115. Porque se chama decimal a este systema metrico ? Que são as unidades superiores, e as inferiores a respeito da unidade principal ? Que vantagem resulta de ser decimal o novo systema ? — 116. Quantas e que unidades principaes comprehende o systema metrico decimal ? — 117. Que vem a ser o metro, e a que valor corresponde no antigo systema ? Que é o are ? Que é o stere ? Que é o litro ? Que fórma se lhe dá no commercio ? Que é o gramma ? — 118 Como se exprimem os multiplos d'estas unidades principaes ? Como se exprimem os seus submultiplos ? Quaes são pois os multiplos e submultiplos do metro e os seus valores ? Quaes os do are ? os do stere ? os do litro ? os do gramma ? — 119-122. Reduzi em medidas do systema metrico decimal as medidas usuaes de comprimento do antigo systema ; as medidas de superficie ; as de capacidade ; as de peso. — 123. Como se reduzem as medidas usuaes do antigo systema a medidas metricas decimaes ? — 124. E como se reduzem as medidas metricas decimaes a medidas usuaes ?

RAZÕES E PROPORÇÕES

125. RAZÃO é o resultado da comparação de duas quantidades da mesma especie. Ha duas especies de razões : a *razão arithmetica* e a *razão geometrica*. — Razão arithmetica é a differença entre dous numeros que se comparam, v. g. $6 - 2 = 4$. Razão geometrica é o quociente da divisão de um numero por outro, v. g. $\frac{6}{2} = 3$.

126. Escreve-se a razão arithmetica collocando um ponto entre os dous numeros que se comparam, v. g. 6 . 2 ; e a razão geometrica, interpondo dous pontos ou um traço horizontal, v. g. 6 : 2 ou $\frac{6}{2}$.

127. Dos numeros que se comparam o 1º chama-se *antecedente*, o 2º *consequente* ; e dá-se a ambos o nome de *termos da razão*.

128. Chama-se PROPORÇÃO a egualdade de duas razões ; ella é *arithmetica* ou *geometrica*. Proporção arithmetica é a egualdade de duas razões arithmeticas, v. g. 8 . 5 : 12 . 9 (8 está para 5 como 12 está para 9). Proporção geometrica, ou simplesmente proporção, é a egualdade de duas razões geometricas, v. g. 8 : 2 :: 16 : 4 (8 está para 2 como 16 está para 4). Separam-se na proporção arithmetica as duas razões por meio de 2 pontos, e na geometrica por meio de 4 pontos.

129. O 1º e 3º termos de uma proporção chamam-se *antecedentes*, e o 2º e 4º termos *consequentes* ; o 1º e o ultimo termo chamam-se os *extremos*, e os dous do centro os *meios*.

130. A propriedade fundamental das proporções arithmeticas é que *a somma dos extremos é sempre egual á somma dos meios*. Assim na proporção 8 . 5 : 12 . 9, temos $8 + 9 = 5 + 12$.

131. A propriedade fundamental das proporções geometricas é que *o producto dos extremos é sempre egual ao producto dos meios*. Na proporção 8 : 2 :: 16 : 4, temos $8 \times 4 = 2 \times 16$.

132. Não tendo as razões e proporções arithmeticas aqui applicação, só trataremos das razões e proporções geometricas.

133. Póde-se representar qualquer razão geometrica sob a fórma de uma fracção, tendo por numerador o antecedente e por denominador o consequente, v. g. 8 : 2 é o mesmo que $\frac{8}{2}$.

134. Segue-se portanto que *não se altera uma razão geometrica, multiplicando ou dividindo ambos os seus termos por um mesmo numero*. Assim 8 : 2 = 32 : 8 = 4 : 1.

135. Para que 4 numeros formem uma proporção é mister e basta que o producto dos extremos seja egual ao dos meios. Segue-se d'ahi que póde-se mudar a ordem dos termos de uma proporção sem que esta deixe de subsistir, com tanto que o producto dos extremos seja egual ao dos meios. Assim a proporção 8 : 2 :: 16 : 4 póde ter as transformações seguintes :

8 : 2 :: 16 : 4
8 : 16 :: 2 : 4
2 : 8 :: 4 : 16
2 : 4 :: 8 : 16

16 : 4 :: 8 : 2
16 : 8 :: 4 : 2
4 : 16 :: 2 : 8
4 : 2 :: 16 : 8

Em todas estas transformações o producto dos extremos e o dos meios é sempre egual a 8×4 ou 2×16, isto é, a 32.

136. Quando n'uma proporção um dos 4 termos é *desconhecido*, a regra para achal-o ou determinal-o é a seguinte :

Se o termo desconhecido é um extremo, multiplicam se os meios e divide-se o producto pelo extremo dado ; se é um meio, multiplicam-se os extremos e divide-se o producto pelo meio dado.

$$15 : 5 :: 12 : x. \qquad x = \frac{5 \times 12}{15} = \frac{60}{15} = 4$$

$$3 : 24 :: x : 32. \qquad x = \frac{3 \times 32}{24} = \frac{96}{24} = 4$$

137. Chama-se PROPORÇÃO CONTINUA aquella em que os meios são eguaes : v g. 3 : 12 :: 12 : 48.

138. Chama-se MEIO PROPORCIONAL a cada um dos meios eguaes de uma proporção continua.

139. Obtem-se o meio proporcional entre dous numeros, extrahindo a raiz quadrada do producto dos mesmos : v. g. $3 : x :: x : 48$; temos :

$$x \times x = 3 \times 48 \text{; dendo } x = \sqrt{3 \times 48} = \sqrt{144} = 12.$$

140. *Uma proporção não se altera multiplicando ou dividindo por um mesmo numero os dous primeiros termos ou os dous ultimos, ambos os antecedentes ou ambos os consequentes :* porque o producto dos extremos continua a ser egual ao producto dos meios, já que ambos esses productos ficam assim multiplicados ou divididos por um mesmo numero. Assim a proporção 12 : 10 :: 48 : 40 póde-se mudar nas seguintes :

$$12 \times 3 : 10 \times 3 :: 48 \times 2 : 40 \times 2 ; \qquad \frac{12}{2} : \frac{10}{2} :: \frac{48}{4} : \frac{40}{4} ;$$

$$12 \times 2 : 10 \times 5 :: 48 \times 2 : 40 \times 5 ; \qquad \frac{12}{3} : \frac{10}{5} :: \frac{48}{3} : \frac{40}{5} .$$

141. *Em toda proporção a somma ou differença dos dous primeiros*

termos está para o 1° ou o 2° termo, como a somma ou differença dos dous ultimos está para o 3° ou o 4°: porque taes transformações não alteram a egualdade entre o producto dos extremos e o dos meios. Póde-se assim converter a proporção 12 : 10 :: 48 : 40 nas seguintes :

$$12 + 10 : 12 :: 48 + 40 : 48; \quad 12 + 10 : 10 :: 48 + 40 : 40;$$
$$12 - 10 : 12 :: 48 - 40 : 48; \quad 12 - 10 : 10 :: 48 - 40 : 40.$$

142. *Em toda proporção a somma ou differença dos antecedentes está para a somma ou differença dos consequentes, como um antecedente está para o seu consequente.* Póde-se assim substituir a proporção 20 : 5 :: 8 : 2 pelas seguintes :

$$20 + 8 : 5 + 2 :: 20 : 5 \text{ ou } :: 8 : 2;$$
$$20 - 8 : 5 - 2 :: 20 : 5 \text{ ou } :: 8 : 2;$$

Alternando com effeito os meios na proporção dada, temos 20 : 8 :: 5 : 2 ; ora pelo theorema precedente temos :

$$20 \pm 8 : 20 \text{ ou } 8 :: 5 \pm 2 : 5 \text{ ou } 2;$$

Se alternamos de novo os meios, temos finalmente :

$$20 \pm 8 : 5 \pm 2 :: 20 \text{ ou } 8 : 5 \text{ ou } 2.$$

143. *Multiplicando se ordenadamente os termos de duas ou mais proporções, os productos resultantes estarão em proporção* Ex. :

$$\begin{array}{llll} 3 : 6 :: 4 : 8 & 3 \times 5 \times 2 = 30 & 4 \times 15 \times 1 = 60 \\ 5 : 7 :: 15 : 21 & 6 \times 7 \times 8 = 336 & 8 \times 21 \times 4 = 672 \\ 2 : 8 :: 1 : 4 & & \\ \hline 30 : 336 :: 60 : 672 & 30 \times 672 = 336 \times 60 & \end{array}$$

As 3 proporções propostas dão as seguintes egualdades :

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{8}; \quad \frac{5}{7} = \frac{15}{21}; \quad \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

Se multiplicarmos entre si os primeiros termos d'estas egualdades, e tambem entre si os segundos termos, teremos :

$$\frac{3 \times 5 \times 2}{6 \times 7 \times 8} = \frac{4 \times 15 \times 1}{8 \times 21 \times 4} \text{ ou } 3 \times 5 \times 2 : 6 \times 7 \times 8 :: 4 \times 15 \times 1 : 8 \times 21 \times 4.$$

REGRA DE TRES

144. A REGRA DE TRES é uma operação que faz achar o quarto termo de uma proporção, sendo conhecidos os outros tres.

145. Ha duas sortes de regras de tres : a *regra de tres simples* e a *regra de tres composta*. A regra de tres é simples, quando cada um dos termos é representado por um só numero.

146 Na regra de tres simples chamam-se *quantidades principaes*

as duas quantidades conhecidas da mesma natureza, e *quantidades relativas* as outras duas de que uma só é conhecida. Chama se primeira quantidade principal aquella a que se refere a quantidade relativa conhecida, e segunda quantidade principal aquella a que se refere a quantidade desconhecida ou incognita.

147. A regra de tres é *directa* ou *inversa*. É directa quando, augmentando ou diminuindo as quantidades principaes, tambem augmentam ou diminuem as quantidades relativas. É inversa se as quantidades relativas diminuem quando as principaes augmentam, ou augmentam quando as principaes diminuem.

148 Quando a regra de tres é directa, estabelece-se a proporção pela formula seguinte : *A 1ª quantidade principal está para a 2ª, como a quantidade relativa conhecida está para a incognita.*

EXEMPLO. 4 homens fizeram 32 metros de obra ; pergunta-se quantos metros farão 7 homens no mesmo espaço de tempo.

$$4 : 7 :: 32 : x; \text{ donde } x = \frac{7 \times 32}{4} = 56 \text{ metros.}$$

149. Quando a regra de tres é inversa, estabelece-se a proporção pela formula seguinte : *A 2ª quantidade principal está para a 1ª, como a quantidade relativa conhecida está para a incognita.*

EXEMPLO. 5 homens fizeram uma obra em 24 dias ; pergunta-se quantos homens são necessarios para a fazerem em 8 dias.

$$8 : 24 :: 5 : x; \text{ donde } x = \frac{24 \times 5}{8} = 15 \text{ homens.}$$

150. A regra de tres é composta quando os seus termos resultam da multiplicação de duas ou mais proporções. Essas proporções podem ser em razão directa, inversa, ou de uma e outra natureza.

EXEMPLO. 5 homens em 20 dias trabalhando 8 horas por dia fizeram 400 metros de certa obra ; pergunta-se quantos metros farão 12 homens em 30 dias trabalhando 10 horas por dia.

1° Considerando só o numero dos homens, temos uma regra de tres directa, pois quanto maior fôr o numero d'elles, tanto maior será o numero de metros que farão ; portanto 5 : 12 :: 400 : x.

2° Supponhamos x conhecido, e seja x' o numero de metros correspondente ao numero de dias : temos uma regra de tres directa, porque augmentando o numero de dias, augmentará tambem o numero de metros ; portanto 20 : 30 :: x : x'.

3° Considerando por ultimo as horas de trabalho diario, e supponde conhecido x', temos ainda uma regra de tres directa, visto que, quanto mais horas de trabalho, tanto mais metros de obra : donde segue-se que 8 : 10 :: x' : X.

Multiplicando as 3 proporções acima termo por termo, temos ;

$$\begin{array}{lllllll} 5 & : & 12 & :: & 400 & : & x \\ 20 & : & 30 & :: & x & : & x' \\ 8 & : & 10 & :: & x' & : & X \end{array} \qquad \begin{array}{l} 5 \times 20 \times 8 = 800 \\ 12 \times 30 \times 10 = 3600 \end{array}$$

(ler x primo, X grande).

$$800 : 3600 :: 400 \times x \times x' : x \times x' \times X.$$

Supprimindo em ambos os termos da segunda razão os factores communs x, x', o que não altera a proporção [140], temos : $800 : 3600 :: 400 : X$, donde $X = \frac{3600 \times 400}{800} = 1800$ metros.

Resolução da regra de tres pelo methodo da reducção á unidade

Exemplo 1°. 4 homens fizeram 32 metros de certa obra : quantos metros farão 7 homens no mesmo espaço de tempo ?

Disponhamos os dados da maneira seguinte :

4 homens, 32 metros. *Solução.*

7 homens, x. $\frac{32 \times 7}{4} = 56$ metros.

4 homens fizeram 32 metros de certa obra ;

1 homem faz 4 vezes menos que 4 homens, ou $\frac{32}{4}$;

7 homens farão 7 vezes mais que 1 hom , ou $\frac{32 \times 7}{4} = 56$ m.

Exemplo 2°. Quantos homens são precisos para em 8 diaz fazerem uma obra que 5 homens levaram 24 dias a fazer ?

Disposição dos dados. *Solução.*

24 dias, 5 homens. $\frac{5 \times 24}{8} = 15$ homens.

8 dias, x.

Para fazer a obra gastaram 5 homens 24 dias ;

Para fazel a em 1 dia seriam precisos 24 vezes mais homens do que para fazel-a em 24 dias, ou 5×24 ;

Para fazel-a em 8 dias seriam precisos 8 vezes menos homens do que para fazel-a em 1 dia, ou $\frac{5 \times 24}{8} = 15$ homens.

Exemplo 3°. 5 homens em 20 dias trabalhando 8 horas por dia fizeram 400 metros de certa obra : quantos metros farão 12 homens em 30 dias trabalhando 10 horas por dia ?

Disposição dos dados.

5 homens, 20 dias, 8 horas, 400 metros.

12 homens, 30 dias, 10 horas, x.

No tempo que 5 homens fizer m 400 metros,

1 homem faria 5 vezes mais ou $\frac{400}{5}$,

E 12 homens fariam 12 vezes mais ou $\frac{400 \times 12}{5}$.

Em 1 dia elles fariam 20 vezes menos metros do que em 20 dias, ou $\frac{400 \times 12}{5 \times 20}$;

Em 30 dias fariam 30 vezes mais metros do que em 1 dia, ou $\frac{400 \times 12 \times 30}{5 \times 20}$.

Trabalhando 1 hora por dia elles fariam 8 vezes menos metros do que trabalhando 8 horas por dia, ou $\frac{400 \times 12 \times 30}{5 \times 20 \times 8}$;

Trabalhando 10 horas por dia, farão pois 10 vezes mais do que trabalhando 1 hora, ou $\frac{400 \times 12 \times 30 \times 10}{5 \times 20 \times 8} = 1800$ metros.

PROBLEMAS SOBRE A REGRA DE TRES

1. Um jornaleiro ganhou 66 $ rs. trabalhando 20 dias, quanto teria ganhado se tivesse trabalhado mais 6 dias ?

2. Qual é a altura d'uma torre que dá 90 braças de sombra, se no mesmo tempo 2 braças de altura dão 5 de sombra ?

3. Quanto tempo será preciso para encher uma cisterna que contem 40 metros cubicos d'agua, se para encher 2 metros cubicos são precisos 12 minutos ?

4. Quantos metros de panno hei de vender para ter um lucro de 800$000 réis, ganhando 50$000 rs. por 90 metros ?

5. Quanto custarão 4 arrobas de carne, se 18 libras custam 3$500 ?

6. Um navio tem viveres para manter a tripolação durante 24 dias á ração inteira ; mas tendo a viagem de durar 30 dias, pergunta-se a quanto se deve reduzir por dia a ração de cada homem ?

7. Se 6 homens trabalhando 10 horas por dia, fizeram em 12 dias 150 varas de panno, quanto farão 18 homens em 8 dias, trabalhando 9 horas por dia ?

8. Para pagar 20 operarios que trabalharam 30 dias a 12 horas por dia, tive de vender 400 varas de fazenda á razão de 8$000 rs. a vara : quanto terei de pagar a 8 operarios que trabalharam 12 dias a 10 horas por dia ?

REGRA DE COMPANHIA

151. A regra de companhia é a que tem por fim repartir entre diversos socios o lucro ou perda resultante do seu commercio.

152. Póde ser *simples* ou *composta :* é simples quando os capitaes de todos os socios estiveram empregados durante o mesmo tempo ; é composta quando os ditos capitaes estiveram empregados durante tempos diversos.

153. Resolve-se a regra de companhia por meio de tantas proporções quantos são os socios, empregando-se a seguinte fórmula :

A somma das entradas está para o lucro ou perda total, como a entrada de cada socio está para a parte que lhe toca.

Exemplo. Tres sujeitos associaram-se, entrando o 1° com 100 libras esterlinas, o 2° com 220, e o 3° com 340 ; obtiveram um lucro de 120 libras ; quanto deve tocar a cada um ?

$100 \qquad 660 : 120 :: 100 : x = 18{,}18$ ao 1°
$220 \qquad 660 : 120 :: 220 : x = 40{,}00$ ao 2°
$340 \qquad 660 : 120 :: 340 : x = 61{,}82$ ao 3°
$\overline{660}$ Prova. . . $120{,}00$

154. Quando a regra de companhia é composta, multiplicam-se as entradas dos socios pelos tempos correspondentes, e depois resolve-se por meio da formula seguinte : *A somma dos productos das entradas pelos tempos está para o lucro ou perda total, como o producto da entrada de cada socio pelo seu tempo correspondente está para a parte que lhe toca.*

Exemplo. Tres socios ganharam 600 libras esterlinas no commercio. O 1° entrou com 300 libras por 12 mezes ; o 2° com 75 libras por 10 mezes ; o 3° com 50 libras por 6 mezes : que parte do lucro deve cada um receber ?

$300 \times 12 = 3600 \qquad 4650 : 600 :: 3600 : x = 464.52$ (1°)
$75 \times 10 = 750 \qquad 4650 : 600 :: 750 : x = 96{,}77$ (2°)
$50 \times 6 = 300 \qquad 4650 : 600 :: 300 : x = 38{,}71$ (3°)
$\overline{4650}$ Prova. . . . . $600{,}00$

PROBLEMAS SOBRE A REGRA DE COMPANHIA

1. Tres socios ganharam 1 : 150$000 réis; o 1° entrou com 400 metros de fazenda de linho do preço de 4$ o metro; o 2° com 350 met. de panno fino de 8$ o metro ; o 3° com 450 met. de casimira de 3$ o metro : que parte do lucro deve caber a cada um ?

2. Quatro pessoas associaram-se, entrando a 1ª com 5 : 000$000 rs., a 2ª com $\frac{1}{4}$ mais que a 1ª, a 3ª com tanto como as duas antecedentes, e a 4ª com a sua industria avaliada em 8 : 000$000 réis : que parte deve cada uma ter nos lucros que se elevam a 6 : 100$000 rs.?

3. Quatro socios ganharam 1 : 200$000 réis; o 1° recebeu 400$, o 2° 300$, o 3° 295$, e o 4°, que havia entrado com 820$, recebeu o resto do lucro : qual foi a entrada de cada um ?

4. A quantia de 2 : 560$000 rs. deve ser repartida entre tres socios de maneira, que o 1° receba 2 vezes mais que o 2° e 3 vezes mais que o 3° : qual será a parte de cada um ?

5. Tres socios perderam 600$000 rs.; o 1° entrara com 600$, o 2° com 800$, e o 3° com 1 : 000$: que parte da perda deve cada um supportar ?

6. Quatro pessoas formaram sociedade, entrando a 1ª com 1 : 000$ por 15 mezes a 2ª com 1 : 200$ por 8 mezes, a 3ª com 950$ por 11 mezes, e a 4ª com 1 : 550$ por 13 mezes : quanto cada uma deve receber do lucro, que monta a 4 : 800$000 réis ?

REGRA DE JUROS

155. A regra de juros é a que resolve qualquer problema concernente aos juros ou interesse do dinheiro.

156. *Juro* é o lucro que uma quantia emprestada produz em um

tempo dado. *Capital* é a quantia emprestada. *Taxa* é o juro que corresponde a 100 em um anno.

157. A regra de juros é *simples* ou *composta :* é simples quando só se trata do lucro que um capital produz ; é composta quando se tem de calcular tambem os juros dos juros.

158. A regra de juros simples resolve-se pela formula seguinte : 100 *está para o capital, como a taxa multiplicada pelo tempo está para o juro que se procura.*

Exemplo. Quanto vence de juro a quantia de 450$000 réis em 7 annos á razão de 6 por cento ao anno ?

$100 : 450000 :: 6 \times 7 : x; \qquad x = \frac{450000 \times 42}{100} = 189000.$

159. Quando o tempo encerra além dos annos, ainda mezes e dias, reduzem-se os mezes a dias, multiplicando-os por 30*, o que dá a seguinte proporção : 100 multiplicado por 360 dias está para o capital, como a taxa multiplicada pelos dias dados está para x. Reune-se depois o valôr de x ao juro correspondente aos annos, e a somma será o juro que se procura.

Exemplo. Quanto vence de juro a quantia de 600$000 réis em 4 annos 2 mezes e 8 dias á razão de 5 % ?

$100 : 600000 :: 5 \times 4 : x; \qquad x = \frac{600000 \times 20}{100} = 120000$
$100 \times 360 : 600000 :: 5 \times 68 : x;$ donde resulta $x = 5666$
2 mezes $= 60$ dias, $+ 8 = 68$ *Juro total* . . $\overline{125666}$

160. Para se achar o capital usa-se da formula seguinte : *A taxa multiplicada pelo tempo está para o juro dado, como* 100 *está para o capital que produziu este juro.*

Exemplo. Qual é o capital que posto a 5 % ao anno, vence de juro 120 libras esterlinas em 4 annos ?

$5 \times 4 : 120 :: 100 : x$, donde $x = \frac{120 \times 100}{20} = 600$ lib est.

161. Para se achar a taxa, usa-se da fórmula seguinte : *O capital multiplicado pelo tempo está para* 100, *como o juro está para a taxa que se procura.*

Exemplo. A quantos por cento se deve pôr o capital de 500 libras est., para produzir o juro de 120 libras em 4 annos ?

$500 \times 4 : 100 :: 120 : x$, donde $x = \frac{100 \times 120}{500 \times 4} = 6$ por %.

162. Para achar o tempo, a formula é : *O capital multiplicado pela taxa está para* 100 *como o juro está para o tempo.*

---

* Nas questões de juros, reputam-se os mezes como tendo todos 30 dias, e os annos como compostos de só 360 dias.

EXEMPLO. Quanto tempo é preciso para que o capital de 450 contos de réis a 6 % produza o juro de 63 contos ?

$$450 \times 6 : 100 :: 63 : x, \text{ donde } x = \frac{100 \times 63}{450 \times 6} = 2 \text{ an. e } 4 \text{ m.}$$

163. Resolve-se a regra de juros composta, ajuntando o juro ao capital depois de passado o 1° anno ; vê-se depois o juro que esse capital assim augmentado produz no 2° anno e ajunta-se de novo a elle, e continua-se da mesma forma até o ultimo anno. No caso de haver ainda mezes e dias, procede-se como fica dito no n° 159.

EXEMPLO. Que interesse produz um capital de 400$000 réis posto a juros compostos em 2 annos e 8 mezes a 5 % ?

1° anno. $100 : 400000 :: 5 : x = 20000$ 8 mezes $= 240$ dias.
2° anno. $100 : 420000 :: 5 : x = 21000$ 1 anno $= 360$ dias,
8 mezes. $100 \times 360 : 441000 :: 5 \times 240 : x = \frac{441000 \times 5 \times 240}{100 \times 360} = 14700.$
Logo o lucro produzido sera $20000 + 21000 + 14700 = 55\$700.$

PROBLEMAS SOBRE A REGRA DE JUROS

1. Qual é ao cabo de 10 annos o valor de um capital de 7 : 400$000 rs. posto a 4 por cento (juros simples) ?

2. Que juro vencem 7 : 000$000 rs. a 6 ½ por cento em 1 mez e 18 dias ?

3. Qual é o capital que produziu o juro de 216$000 rs. em 3 annos a 6 % ?

4. A quantos por cento se pôz a quantia de 5 : 885$800 rs. para ter dado, em 2 annos 3 mezes e 7 dias, um lucro de 668$000 rs. ?

5. Quanto tempo esteve empregado um capital de 675$000 rs., sabendo-se que a 3 % elle produziu 162$000 rs. ?

6. Quanto vencerá em 4 annos a quantia de 5 : 438$250 rs., posta a juros compostos á razão de 5 %?

REGRA DE DESCONTO

164. A REGRA DE DESCONTO é a que determina o abatimento que se deve fazer a quem paga uma letra antes do seu vencimento ou uma quantia antes do prazo marcado para a pagar.

165. Distinguem-se duas sortes de desconto : *o desconto por fóra* e o *desconto por dentro*. O desconto por fóra, usado no commercio, consiste em determinar os juros que produziria a quantia desde a data do pagamento até o dia do vencimento : calcula-se pela regra de juros, por meio da formula seguinte : 100 *está para a quantia que se quer descontar, como a taxa do desconto multiplicada pelo tempo está para o desconto que se procura.*

EXEMPLO. Quer se descontar (por fóra) uma letra de 500$000 réis a vencer d'aqui a 2 annos á razão de 5 % de desconto.

$$100 : 500000 :: 5 \times 2 : x, \text{ donde } x = \frac{500000 \times 10}{100} = 50\$000.$$

A somma que se tem de pagar é $500\$000 - 50\$000 = 450\$000$

166. O desconto por dentro consiste em determinar qual seria a quantia que, posta a juros no momento do pagamento, viria a ser na epocha do vencimento egual á quantia que se tem a descontar. A differença entre as duas quantias é o que se chama *desconto por dentro*. Calcula-se este desconto por meio da seguinte formula : 100 *mais a taxa do desconto multiplicada pelo tempo está para a quantia ou letra que se quer descontar, como a taxa multiplicada pelo tempo está para o desconto que se procura, ou como* 100 *está para o valor actual da dita quantia ou letra.*

EXEMPLO. Quer-se descontar (por dentro) uma letra de 500$000 réis a vencer d'aqui a 2 annos, sendo a taxa do desconto 4 %.

$$100 + 4 \times 2 : 500000 :: 4 \times 2 : x, \text{ donde } x = \frac{500000 \times 8}{108} = 37037.$$
$$100 + 4 \times 2 : 500000 :: 100 : x, \text{ donde } x = \frac{500000 \times 100}{108} = 462963.$$

PROBLEMAS SOBRE A REGRA DE DESCONTO

1. A 12 de Março quer-se descontar á razão de 6 % uma letra de 3 : 528$000 réis a vencer no dia 28 de Junho : qual será o desconto por fóra ?

2. No desconto de uma letra de 4 : 000$000 rs. a vencer d'hoje a um anno, perdeu-se 240$000 rs. : a quantos por cento foi esse desconto ?

REGRA DE LIGA

167. A REGRA DE LIGA é a que determina o preço da mistura de varias cousas de valores differentes.

168. Resolve-se da maneira seguinte : *Multiplica-se a quantidade de cada cousa que entra na mistura pelo seu valor, e a somma dos productos divide-se pela somma das quantidades misturadas : o quociente representa o preço da mistura.*

EXEMPLO. Qual será o preço da mistura de 2 pipas de vinho do preço de 120$000 réis com 1 pipa de 48$000 rs. ?

$$\frac{2 \times 120000 + 1 \times 48000}{2 + 1} = \frac{240000 + 48000}{3} = 96\$000 \text{ rs.}$$

169. Por esta regra acha-se o termo médio entre muitos numeros dados, v. g. o termo médio entre os 4 numeros seguintes, 10, 14, 31, 41. Sommando elles e dividindo a somma 96 por 4, obtemos o termo médio 24.

REGRA DE FALSA POSIÇÃO

170. A REGRA DE FALSA POSIÇÃO é uma operação pela qual vimos no conhecimento de um numero por meio de outro de que conhecemos as propriedades relativas á questão.

171. Resolve-se a regra de falsa posição por meio da formula seguinte : *A propriedade do numero conhecido, relativa á questão está*

para o numero conhecido, como a propriedade do numero pedido está para este.

Exemplo. Qual é o numero que sommado com a sua metade, sua terça parte e sua quarta parte dá 75 ?

Busquemos um numero qualquer cuja metade, terça e quarta parte sejam numeros inteiros, v. g. o numero 12. Sommando este com sua metade 6, sua terça parte 4 e sua quarta parte 3, temos o numero 25. Formemos então a proporção :

$$25 : 12 :: 75 : x, \text{ donde } x = \frac{12 \times 75}{25} = 36.$$

36 é o numero pedido, pois $36 + 18 + 12 + 9 = 75$.

QUADRADO E RAIZ QUADRADA

172. Chama-se potencia de um numero o producto d'esse numero multiplicado por si mesmo uma ou mais vezes. O grão da potencia indica quantas vezes o numero é tomado como factor ; escreve-se elle á direita um pouco acima do numero : v. g. 5^3 (5 elevado á 3ª potencia ou ao cubo) $= 5 \times 5 \times 5$.

173. Quadrado ou segunda potencia de um unmero é o producto d'esse numero multiplicado por si mesmo.

Assim os quadrados de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
são os numeros : 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

174. Indica-se o quadrado de um numero pelo algarismo 2 escripto um tanto elevado e á direita do mesmo numero, o qual é incluido entre parenthesis quando é fracção ou numero fraccionario : v. g. $4^2 = 16$; $(3{,}2)^2 = 10{,}24$; $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$; $\left(5\frac{1}{2}\right)^2 = 30\frac{1}{4}$.

175. O quadrado de um numero que contem dezenas e unidades compõe-se do quadrado das dezenas, do duplo producto das dezenas pelas unidades, e do quadrado das unidades.

Exemplo.

$$\begin{array}{rl} & 20 + 3 \\ \times & 20 + 3 \\ \hline 400 & \text{quad. das dezenas.} \\ 60 & \text{prod. das dez. pelas un.} \\ 60 & \text{id.} \\ 9 & \text{quad. das unidades.} \\ \hline 529 & \end{array}$$

Assim o quadrado de 23 ou de 20 + 3 compõe se de 20 vezes o multiplicando, isto é, $20 \times 20 + 3 \times 20$, e de 3 vezes o mesmo multiplicando ou $20 \times 3 + 3 \times 3$. A somma d'esses productos dá 20×20 (quadrado das dezenas), $+ 2$ vezes 20×3 (duplo producto das dezenas pelas unidades), $+ 3 \times 3$ (quadrado das unidades).

176. Raiz quadrada de um numero é o numero que multiplicado por si mesmo produz o numero proposto. Assim as raizes quadradas de 1, 4, 9, 25, 81, 100, são : 1, 2, 3, 5, 9, 10.

177. Para indicar que se tem de extrahir a raiz quadrada d'um numero, emprega-se o signal $\sqrt{}$, chamado *radical :* v. g. $\sqrt{49}$.

178. Quando um numero inteiro não é quadrado perfeito de outro numero inteiro, a sua raiz. quadrada é *incommensuravel,* isto é, não póde ser representada exactamente por nenhum numero fraccionario ou por decimaes.

179. Para extrahir a raiz quadrada de um numero inteiro, distribue-se o numero em classes de duas letras da direita para a esquerda, podendo a ultima classe á esquerda constar só de uma letra. Extrahe-se a raiz do maior quadrada contido na 1ª classe á esquerda ; e essa raiz será o 1º algarismo da raiz pedida, o qual se escreve á direita do numero como se fosse um divisor, e subtrahe se o seu quadrado da 1ª classe á esquerda. A' direita do resto escreve-se a 2ª classe, separa-se com um ponto a letra da direita, dividem-se as restantes pelo dobro da raiz achada, e escreve-se o quociente á direita do 1º algarismo da raiz e á direita do numero que serviu de divisor. Multiplica-se este assim augmentado pelo seu ultimo algarismo, e subtrahe-se o producto do dividendo, comprehendida n'este a letra que se tinha separado. Ao lado do resto abaixa-se a 3ª classe, e pratica-se com elle assim augmentado o mesmo que com o resto precedente ; e continua-se da mesma fórma até á ultima classe.

180. Se não ficar resto, conclue-se que o numero dado é quadrado perfeito ; havendo-o, a raiz achada é a raiz do maior quadrado n'elle contido, e podemos continuar a extracção *por approximação* por meio dos decimaes, ajuntando ao resto tantas vezes duas cifras quantas são as casas decimaes que queremos na raiz. A raiz deve sempre constar de tantos algarismos quantos são as classes em que se dividiu o numero.

181. Se no decurso da operação em alguma subtracção não ficar resto, procede-se da mesma maneira, escrevendo á direita das cifras a classe seguinte. Se apparecer qualquer divisor maior que o respectivo dividendo, n'esse caso escreve se cifra na raiz, abaixa-se nova classe, separa-se a letra da direita, forma-se novo divisor e continua-se a operação conforme a regra dada.

Exemplo 1º. Extrahir a raiz quadrada de 130321.

```
1 3.0 3.2 1 | 361
  4 0.3     |------
    7 2.1   | 66
    0 0 0   | 721
```

A raiz do maior quadrado contido na 1ª classe a esquerda é 3, que escrevo como se fosse divisor, e cujo quadrado 9 subtraio de 13. A' direita do resto 4 escrevo a 2ª classe 03, separo o algarismo 3, divido os outros dous 40 por 6, dôbro da raiz 3, e o quociente 6 escrevo ao lado da raiz 3 e á direita de 6 dôbro da mesma. Multiplico depois 66 por 6, subtraio o producto de 403, e á direita do resto 7 escrevo a ultima classe 21, separando o ultimo algarismo 1. Divido os outros dous algarismos 72 por 72 dôbro da raiz 36, e escrevo o quociente 1 á direita tanto de 36 como do seu dôbro 72. Multiplicando 721 por seu ultimo algarismo 1 e subtrahindo o producto do dividendo, augmentado 721, não fica resto algum : logo 361 é a raiz quadrada exacta de 130321.

Exemplo 2º. Extrahir a raiz quadrada de 3247694.

```
3.2 4.7 6.9 4 | 1802
2 2.4         |------
0 0 0 7 6 9.4 | 28
        4 9 0 | 3602
```

A raiz do maior quadrado contido na 1ª classe 3 é 1 cujo quadrado 1 subtraio de 3, ao resto 2 ajunto a 2ª classe 24, separo 4, divido 22 por 2 dôbro da raiz 1, e por ser 9 demasiado grande para por elle multiplicar 29, escrevo 8 á direita de 1 e do seu dôbro 2, multiplico 28 por 8 e subtraio o producto de 224. Como não fica resto, abaixo a 3ª classe 76, separo 6, e vendo que 7 é menor que o divisor 36, escrevo 0 na raiz, abaixo a ultima classe 94, separo o algarismo 4, divido os outros 769 por 360 dôbro da raiz 180, escrevo o quociente 2 á direita da raiz 180 e do seu dôbro 360, multiplico 3602 por 2, e subtraio o producto de 7694, o que dá 490 por resto. Logo a raiz quadrada pedida é incommensuravel.

Exemplo 3º Pede-se a raiz quadrada de 87567 até a casa dos millesimos.

```
8.7 5.6 7      | 295,917
4 7.5          |------------
  3 4 6.7      | 49   5909
    5 4 20.0   | 585  59181
      1 0 90.0 |      591827
     42 71 9 0.0
      1 29 1 1 1
```

Como fica um resto 542, contindo a extracção da raiz ajuntando 2 cifras ao resto para obter decimos na raiz, e ao resto 1019 ajunto outras 2 cifras para obter centesimos na raiz, e ao resto 42719 ajunto ainda 2 cifras para obter millesimos na raiz, e poderia continuar assim indefinidamente.

182. A PROVA da extracção de uma raiz quadrada consiste em elevar ao quadrado a raiz achada e ajuntar-lhe o resto.

183. EXTRAHE-SE A RAIZ QUADRADA DE UM QUEBRADO, extrahindo separadamente a raiz quadrada do numerador e do denominador ; ou tambem reduzindo o quebrado a decimaes, tendo cuidado de calcular sobre um numero de letras decimaes duplo do numero que d'ellas se quer na raiz, e extrahindo depois a raiz quadrada d'essa fracção decimal. Exemplo : $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$.

A fracção $\frac{36}{49}$ reduzida a decimaes é 0,73469487 ; e $\sqrt{0,73469487} = 0,8571$.

184. Extrahe-se a raiz quadrada de um numero fraccionario ou mixto, reduzindo-o a quebrado improprio ou a decimaes.

PROBLEMAS SOBRE O QUADRADO E A RAIZ QUADRADA

1. Elevar ao quadrado 6472 unidades.

2. Elevar ao quadrado os numeros decimaes 246,75 e 0,025.

3. A superficie de um quadrado em unidades de uma certa especie obtem-se elevando ao quadrado o numero que indica a medida de um dos lados em unidades lineares correspondentes: assim a superficie de um quadrado que tem 4 metros em cada lado, é egual a 16 metros quadrados. Achar as superficies dos quadrados que teem em cada lado : 56 metros; 361 braças; 24 met. 3 decimet.

4. Que representa o numero 5,647255 em metros quadrados e submultiplos ?

5. Quer-se cercar de muro um terreno quadrado que tem 3600 metros quadrados de superficie; qual será o comprimento do muro ?

6. Um jardineiro quer plantar em quadrado 3969 arbustos, de sorte que formem linhas rectas e parallelas em comprimento e em largura : quantos arbustos haverá em cada linha nas quatro faces ?

7. Quer-se tornar quadrado um terreno que tem 625 braças de comprimento sobre 400 de largura : quanto deve-se augmentar a largura e diminuir o comprimento para que o terreno tenha a mesma superficie ?

8. Extrahir a raiz quadrada dos numeros 63616 e 60885,5625.

9. A superficie de um campo quadrado é de 289 metros quadrados : qual é o seu perimetro ou contorno ?

10. Duas propriedades teem de superficie, uma 384,16 ares, a outra 216ª,09. Reunidas formam um quadrado : qual é o lado d'este ? quaes são as duas dimensões de cada propriedade ?

CUBO E RAIZ CUBICA

185. CUBO OU TERCEIRA POTENCIA de um numero é o producto d'esse numero multiplicado pelo seu quadrado ou tomado 3 vezes como factor : v. g. o cubo de $5 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

Assim os cubos de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.
são os numeros: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000.

186. Indica-se o cubo de um numero pelo algarismo 3 escripto um tanto elevado e á direita do mesmo numero, o qual é incluido entre parenthesis quando é fracção ou numero fraccionario: v. g. $4^3 = 64$; $(2, 4)^3 = 13,824$; $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$; $\left(5\ \frac{1}{2}\right)^3 = 166\ \frac{3}{8}$.

187. O cubo de um numero que contem dezenas e unidades compõe-se do cubo das dezenas, de tres vezes o producto do quadrado das dezenas pelas unidades, de 3 vezes o producto das dezenas pelo quadrado das unidades, e do cubo das unidades.

```
Cubo de 27
        27
     -----
       189
        54
     -----
       729
        27
     -----
      5103
      1458
     -----
     19683
```

O cubo de 2 dezenas ou de 20..	8000
Tres vezes o producto do quadrado das dezenas pelas unidades..	8400
Tres vezes o producto das dezenas pelo quadrado das unidades	2940
O cubo das unidades.........	343
	19683

188. Raiz cubica de um numero é o numero que tomado 3 vezes como factor, isto é, multiplicado duas vezes por si mesmo, produz o numero proposto : v. g. a raiz cubica de 27 é 3, a de 125 é 5, porque $3 \times 3 \times 3 = 27$, e $5 \times 5 \times 5 = 125$.

190. Para indicar que se tem de extrahir a raiz cubica de um numero, emprega-se o radical com um 3 sobreposto, v. g. : $\sqrt[3]{64}$.

189. Quando um numero inteiro não é cubo perfeito de nenhum outro numero inteiro, a sua raiz cubica é *incommensuravel*, isto é, não póde ser representada exactamente por nenhum numero fraccionario ou por decimaes.

191. Regra para extrahir a raiz cubica. — 1º Se o numero proposto não tem mais de 3 algarismos, a sua raiz cubica acha-se nas unidades, porque 10, que é o menor numero de 2 algarismos, conta 4 algarismos no seu cubo = 1000.

2º Se o numero contem 4 ou mais algarismos, divide-se elle em classes de 3 letras da direita para a esquerda, podendo a ultima classe á esquerda constar de menos de tres. Extrahe-se a raiz cubica da 1ª classe á esquerda, e essa raiz será o 1º algarismo da raiz procurada; subtrahe-se depois o seu cubo da 1ª classe, e á direita do resto escreve-se a 2ª classe, separando por um ponto as 2 letras da direita. Dividem-se as outras letras pelo triplo do quadrado da raiz achada, e escreve-se o quociente á direita do 1º algarismo da raiz. Elevam-se ao cubo os 2 algarismos da raiz, e esse cubo subtrahe-se das duas classes já consideradas do numero dado. A' direita do resto ecreve-se a 3ª classe, separam-se as 2 letras da direita, dividem-se as restantes pelo triplo do quadrado da raiz achada, e o quociente será o 3º algarismo da raiz. Elevam-se então ao cubo os 3 algarismos da raiz, e esse cubo subtrahe-se das tres classes já consideradas do numero dado ; e assim por diante até á ultima classe.

192. Se não ficar resto, conclue-se que o numero dado é um cubo perfeito. Havendo resto, a raiz achada é a raiz do maior cubo contido no numero ; e podemos continuar a extracção *por approximação* por meio dos decimaes, ajuntando ao resto tantas vezes 3 cifras quantas são as casas decimaes que queremos na raiz.

193. Se no decurso da operação em alguma subtracção não ficar resto, procede-se da mesma maneira, escrevendo á direita das cifras a classe seguinte. Se apparecer qualquer divisor maior que o dividendo respectivo, escreve-se cifra na raiz, abaixa-se a classe immediata, fórma-se novo divisor, e continua se a operação conforme a regra dada.

Exemplo 1º. Extrahir a raiz cubica de 69934528.

```
6 9.9 3 4.5 2 8 | 412
6 4             |------
----            | 48
  5 9.3 4       | 5043
6 8 9 2 1       |
---------
  1 0 1 3 5.2 8
6 9 9 3 4 5 2 8
---------------
0 0 0 0 0 0 0 0
```

A raiz do maior cubo contido na 1ª classe é 4, que escrevo acima da risca horizontal, e cujo cubo 64 subtraio de 69. Escrevo á direita do resto 5 a 2ª classe 934, separo as 2 letras da direita, divido 59 pelo triplo de quadrado de 4, isto é, por 48, e escrevo o quociente 1 na raiz. Procuro o cubo de 41, que é 68921, e o subtraio das 2 primeiras classes. A' direita do resto 1013 escrevo a 3ª classe 528, separo as 2 letras da direita, divido 10135 pelo triplo do quadrado de 41, isto é por 5043, e escrevo o quociente 2 na raiz ao lado de 41. Procuro em fim o cubo de 412, e acho que é exactamente o numero proposto ; logo, subtrahindo-o d'este, não fica resto.

Exemplo 2º. Extrahir a raiz cubica de 36200.

```
3 6.2 0 0 | 33,08
2 7       |-------
----      | 27
  9 2.0 0 | 3267
3 5 9 3 7 | 326700
---------
    2 6 3 0 0 0.0 0 0
3 6 2 0 0 0 0 0 0 0 0
3 6 1 9 8 9 9 4 1 1 2
---------------------
        1 0 0 5 8 8 8
```

Como fica um resto 263, continúo a extracção da raiz ajuntando 3 cifras ao resto para obter decimos na raiz ; separo as 2 cifras da direita ; e como 2630 é menor que o divisor 3267, triplo do quadrado de 33, escsevo 0 na raiz depois da virgula, e ajunto ao resto outras 3 cifras. Separo as 2 cifras da direita ; divido 2630000 por 326700, triplo do quadrado de 330 ; escrevo o quociente 8 na raiz ; e elevando 3308 ao cubo, subtraio esse cubo 36198994112 do numero dado ao qual ajuntei 6 cifras, e poderia continuar assim indefinidamente.

194. Faz-se a prova da extracção de uma raiz cubica, elevando ao cubo a raiz achada e ajuntando-lhe o resto.

195. Extrahe-se a raiz cubica de um quebrado, tirando separadamente a raiz cubica ao numerador e ao denominador ; ou tambem convertendo o quebrado em fracção decimal, tendo cuidado de calcular sobre um numero de letras decimaes triplo do numero que d'ellas se quer na raiz, e extrahindo a raiz cubica d'essa fracção decimal Ex. : $\sqrt[3]{\frac{343}{512}} = \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{512}} = \frac{7}{8}$. A fracção $\frac{343}{512}$ reduzida a decimaes dá 0,669941 ; e $\sqrt[3]{0,66994} = 0,87$.

196. Extrahe-se a raiz cubica de um numero mixto, reduzindo-o a quebrado improprio ou convertendo-o em fracção decimal.

PROBLEMAS SOBRE O CUBO E A RAIZ CUBICA

1. Elevar ao cubo : 482 ; 42872 ; 0,25 ; 0,0046 ; 3,31 ; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$.

2. Extrahir as raizes cubicas dos numeros : 389017 ; 32461759 ; 504358336 e do decimal 34693822,208375.

3. Qual é a raiz cubica de 80480964 até á casa dos centesimos ?

4. Obtem-se em unidades cubicas o volume de um cubo, elevando ao cubo o numero que exprime em unidades lineares a medida de uma das arestas do cubo dado. Achar os volu-

mes dos cubos, cujas arestas respectivas teem de comprimento : 5 metros ; 61 metros ; $4^m,2$.

5. Um tanque de fórma cubica póde conter 2744 metros cubicos de agua : quaes são as suas dimensões ?

6. Sabe-se que o volume da terra é de 1 082 840 000 000 kilometros cubos : achar o comprimento em kilom. da aresta do cubo que teria o mesmo volume.

DAS PROGRESSÕES

197. Progressão é uma serie de termos taes que a *differença* ou o *quociente* entre dous termos consecutivos é constante.

198. Ha 2 sortes de progressões : *arithmetica* e *geometrica.*

199. Progressão arithmetica é uma serie de termos que apresentam constantemente a mesma differença entre dous termos consecutivos : v. g. ÷ 2. 6. 10. 14. 18. 22. etc.

200. Progressão geometrica é uma serie de termos taes que o quociente da divisão de qualquer termo pelo termo precedente é constantemente o mesmo : v. g. ∺ 2 : 6 : 18 : 54 : 162 : etc.

201. Chama-se razão da progressão á differença entre dous termos consecutivos na progressão arithmetica, e ao quociente da divisão de um termo qualquer pelo termo precedente na progressão geometrica. Assim nas duas progressões acima, a razão da 1ª é 4, e a da 2ª é 3.

202. Uma progressão é *crescente* ou *decrescente.* É *crescente* quando os seus termos vão augmentando do primeiro ao ultimo ; é *decrescente* quando elles dão diminuindo : v. g.

Prog. arith. cresc. ÷ 2. 6. 10. 15. 18. 22.
Prog. arith. decresc. ÷ 18. 15. 12. 9. 6. 3.

Na progressão geometrica crescente a razão é maior que a unidade, e na decrescente menor que ella, isto é, uma fracção.

Prog. geom. cresc. ∺ 2 : 6 : 18 : 54 : 162 : 486.
Prog. geom. decresc. ∺ 2500 : 500 : 100 : 20 : 4.

A razão da 1ª progressão é 3 ; a da 2ª progressão é 1/5.

Da progressão arithmetica.

203. Qualquer termo de uma progressão arithmetica é egual ao seu primeiro termo *mais* ou *menos* a razão multiplicada pelo numero de termos precedentes, conforme fôr crescente ou decrescente a progressão. Assim na progressão : 2. 6. 10. 14. etc., o 2º termo 6 é egual a 2 + 1 vez a razão 4 ; o 3º termo é egual a 2 + 2 vezes a razão ; o 4º termo é egual a 2 + 3 vezes a razão.

Exemplo. Uma escada tem 24 degráos, dos quaes o primeiro tem 12 centimetros de altura, e os mais 17 centimetros cada um : qual é a altura do ultimo degráo acima do chão ?

A altura do ultimo degráo é 12 centimetros + (17 × 23) = 403 centimetros ou 4 metros e 3 centimetros.

204. Para ter-se o 1º termo de uma progressão arithmetica, da qual se conhecem o ultimo termo e a razão, se a progressão é crescente, deve se subtrahir d'esse ultimo termo o producto da razão pelo numero de termos que precedem o ultimo ; e se a progressão é decrescente, deve-se ajuntar esse producto ao ultimo termo.

205. Para achar-se a razão de uma progressão arithmetica de que se conhecem só 2 termos e o numero de termos intermedios, subtrahe-se o termo menor do maior e divide-se o resto pelo numero de termos intermedios mais 1 ; o quociente é a razão que se procura, e com ella póde-se formar a progressão. Chama-se a esta operação *inserir meios arithmeticos entre dous numeros dados.*

Exemplo. Sejam 4 e 31 os dous termos conhecidos de uma progressão arithmetica, e 8 o numero de termos intermedios ; qual é a razão e a progressão arithmeticas ?

A razão é $\frac{31 - 4}{8 + 1} = \frac{27}{9} = 3$; a progressão será então :
÷ 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31.

206. A somma de dous termos egualmente distantes dos extremos é constante e egual á somma dos extremos. Assim na progressão acima 4 + 31 = 7 + 28 = 10 + 25 = 13 + 22 = 16 + 19.

207. Para ter-se a somma de todos os termos de uma progressão arithmetica, sommam-se os dous extremos e multiplica-se a somma pela metade do numero dos termos. Assim a somma de todos os termos da progressão acima é egual a 4 + 31 ou 35 multiplicado por 5, metade do numero dos termos, ou egual a 175.

PROBLEMAS SOBRE A PROGRESSÃO ARITHMETICA

1. Qual é o 20º termo de uma progressão arithmetica, cujo primeiro termo é 12 e a razão 4 ?

2. Sabendo-se que o 16º termo d'uma progressão arith. é 46 e a razão 3, pergunta-se qual é o seu 1º termo ?

3. Uma senhora caridosa deu todos os dias durante um anno esmola a um pobre : no 1º dia deu-lhe 20 réis, no 2º 60 rs., no 3º 100 rs., e assim por diante dando cada dia mais 40 rs.; quer-se saber quanto ella deu no ultimo dia do anno, e quanto o pobre recebeu ao todo.

4. Um sujeito pagou uma divida em 18 mezes, dando cada mez 5$000 réis mais que no mez precedente, e pagou no ultimo mez 81$000 rs.; pergunta-se quanto deu elle no 1º mez e a quanto montava toda a divida.

Da progressão geometrica.

208. Qualquer termo de uma progressão geometrica é egual ao 1º termo multiplicado pela razão elevada a uma potencia cujo gráo é indicado pelo numero de termos precedentes. Assim na progressão ∺ 2 : 6 : 18 : 54 : 162 : 486, o 2º termo é 2 multiplicado pela razão 3 ; o 3º é 2 multiplicado por 3^2 ou 9 ; o 4º é 2 multiplicado por 3^3 ou 27 ; o 5º é 2 multiplicado por 3^4 ou 81 ; o 6º é 2 multiplicado por 3^5 ou 243.

209. Para se ter o 1º termo de uma progressão geometrica, divide-se um termo qualquer conhecido pela razão elevada a uma potencia cujo gráo é indicado pelo numero de termos que o precedem. Assim para ter o 1º termo de uma progressão cuja razão é 2 e o 5º termo 96, divido 96 por 2^4 ou 16, e o quociente 6 será o 1º termo.

210. Para se achar a razão de uma progressão geometrica de que se conhecem só 2 termos e o numero de termos intermedios, divide-se o ultimo termo pelo primeiro, e extrahe-se do quociente a raiz do gráo indicado pelo numero de termos intermedios mais 1 ; essa raiz é a razão que se procura e com ella póde-se formar a progressão. Chama-se a esta operação *inserir meios geometricos entre dous numeros dados.*

Exemplo. Achar a razão de uma progressão geometrica cujo 3º termo é 12 e o 6º termo 96. Divido 96 por 12, e ao quociente 8 tiro a raiz cubica ou do 3º gráo, por serem 2 os termos intermedios. A raiz cubica 2 é a razão da progressão, que ficará assim formada : ∺ 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96.

211. O producto de dous termos egualmente distantes dos extremos é sempre egual ao producto d'esses extremos. Assim na progressão acima $3 \times 96 = 6 \times 48 = 12 \times 24$.

212. Para ter-se a somma de todos os termos de uma progressão geometrica, multiplica-se o ultimo termo pela razão, subtrahe-se d'esse producto o 1º termo e divide-se o resto pela razão menos 1.

Seja a progressão ∺ 3 : 12 : 48 : 192 : 768. Multiplicando todos os seus termos pela razão 4, temos ∺ 12 : 48 : 192 : 768 : 3072. Subtrahindo a 1ª progressão da 2ª, que é 4 vezes maior, o resto será 3 vezes a 1ª progressão; mas para effectuar esta subtracção basta annular os termos communs 12, 48, 192, 768, e subtrahir depois 3, primeiro termo da 1ª progressão, de 3072, ultimo termo da 2ª. O resto 3069 é, como acabamos de ver, egual a 3 vezes a somma dos termos da 1ª progressão : logo esta somma $= \frac{3069}{3} = 1023$. — Note-se que 3072 é o producto do ultimo termo 768 multiplicado pela razão 4; o numero 3, que se subtrahe d'esse producto, é o 1º termo; e o numero 3 pelo qual se divide este resto é a razão 4 menos 1.

PROBLEMAS SOBRE A PROGRESSÃO GEOMETRICA

1. Qual é o 10º termo de uma progressão geometrica cujo primeiro termo é 2 e a razão 5 ?

2. Achar o 1º termo de uma progressão geometrica cuja razão é 4 e o 6º termo é 3072.

3. O ultimo termo de uma progressão geometrica é 1280, o 1º termo 5 e o numero de termos 9 : qual é a razão ?

4. O 1º termo d'uma progressão é 7, a razão 5, o ultimo termo 21875 : qual é a somma de todos os termos ?

SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS D'ESTE TRATADO DE ARITHMETICA

Quatro operações fundamentaes.

1. Vendeu a casa por 21 : 065$000 réis.

2. Era de 3,028404 habitantes.

3. Era de 5,516127 habitantes.

4. O tecelão trabalhou 31 dias, fez 120 metros de panno e recebeu 24$600.

5. Esteve sujeito 322 annos.

6. O filho tem 62 annos.

7. Augmentou de 33,619660 habit.

8. É preciso ajuntar 849$520 rs.

9. Despende por dia 79$400 rs. e em cada semana (nos 6 dias) 476$400 rs.

10. Um só faria a obra em 1920 hor.

11. O anno de 365 dias tem 8760 horas.

12. É o numero 977.

13. Ganha por dia 7$123 rs.

14. São precisos 32 dias de trabalho.

15. Deve-se-me restituir 12$000 rs. Pois 6 duzias ou 72 chapéos a 8$500 fazem 612$000 rs., e 52 metros de panno a 12$000 rs. fazem 624$000 rs.

16. A sua despeza diaria é de 5$000 réis. Dividindo 8 : 460$ por 12 annos temos 705$ por anno, o que subtrahido de 2 : 530$ resta 1 : 825$ para a despeza annual. Dividindo pois esta quantia por 365 dias, teremos a despeza diaria.

17. Cada resma saiu a 6$000 rs., e cada folha a 12 rs. Divide-se 3 : 000$000 por 500 resmas, e o quociente 6$000 réis divide-se por 500 folhas.

18. Tem 80 hab. por cada kilom. quad. Divide-se a população pela superficie.

19. Deve vender cada prato por 190 réis. Os 800 pratos a 15$ o cento = 120$000 rs., a que deve accrescentar 10$300 rs. de despezas, e 16$000 rs., lucro que quer obter ; dividindo a somma 146$300 rs. por 770 pratos, o quociente será o preço por que deve vender cada prato.

Quebrados.

1. A fracção maior é $\frac{5}{9}$, segue-se $\frac{7}{15}$: a menor é $\frac{2}{5}$. Reduzem-se todas as fracções ao mesmo denominador, e aquella que vem a ter o maior ou menor numerador é a maior ou menor.

2. Fornecem 28 litros $\frac{1}{10}$ de agua.

3. A artilheria e a cavallaria juntas formam $\frac{4}{15}$ da infanteria $\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\right)$.

4. O peso é de 4 kilogrammas $\frac{7}{20}$.

5. Restam 14 metros $\frac{19}{20}$ de panno.

6. Faz 15 met. $\frac{11}{12}$ mais que a 2ª.

7. Importa em 2\$625 rs. Divide-se 87\$500 por 100 supprimindo os 2 zeros, e multiplica-se 875 rs. por 3.

8. São precisos 7 met. $\frac{1}{5}$ de panno.

9. Bebe 5 litros $\frac{1}{4}$ por semana, 22 $\frac{1}{2}$ por mez, 273 $\frac{3}{4}$ por anno. Multiplica-se $\frac{3}{4}$ de lit. por 7 (dias de 1 semana), por 30 (1 mez), por 365 (1 anno).

10. São 10. Multiplica-se $\frac{2}{3}$ por $\frac{3}{4}$, e o producto $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$ por 20.

11. Dá por hora 218 voltas $\frac{2}{11}$.

12. É a fracção $\frac{1547}{4887}$.

13. Produzirá 32 pedaços de $\frac{3}{4}$ de metro. Dividem-se 24 metros por $\frac{3}{4}$.

14. A peça tem 70 metros. $\frac{2}{7}+\frac{1}{5}$ ou $\frac{17}{35}=34$ metros; logo $\frac{1}{35}=\frac{34}{17}$; logo $\frac{35}{35}$ ou a peça $=35\times\frac{34}{17}=70$ metros.

15. Ao 1° cabe $\frac{2}{7}$, ao 2° $\frac{3}{7}$, ao 3° $\frac{2}{7}$ do lucro. Tomando o 1° $\frac{2}{7}$, o que resta é $\frac{5}{7}$: o 2° recebe $\frac{3}{5}$ de $\frac{5}{7}=\frac{3}{7}$; logo o 1° e o 2° recebem $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$. Subtrahindo $\frac{5}{7}$ de $\frac{7}{7}$, o resto $\frac{2}{7}$ é a parte do lucro que toca ao 3°.

16. A locomotiva anda 4 vezes $\frac{3}{4}$ mais depressa que a diligencia. Quando esta percorre $\frac{1}{19}$ da estrada, aquella percorre $\frac{1}{4}$; logo quando a diligencia percorre $\frac{19}{19}$, isto é, toda a estrada, a locomotiva percorre $\frac{19}{4}$ ou 4 $\frac{3}{4}$.

17. João tem 28 annos. Os $\frac{5}{7}$ da sua edade dão a que elle tinha ha 8 annos (12—4): logo $\frac{5}{7}+8=$ a edade ou $\frac{7}{7}$; logo $\frac{2}{7}=8$ annos; $\frac{1}{7}=4$ annos; e $\frac{7}{7}=7\times4$ annos ou 28 annos.

18. Encherão em 2 horas $\frac{2}{5}$. A 1ª torneira em 1 hora enche $\frac{1}{4}$ do tanque, e a 2ª $\frac{1}{6}$ as 2 encherão pois em 1 hora $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{10}{24}$ do tanque; logo para encher $\frac{1}{24}$ do tanque, porão $\frac{1}{10}$ de hora, e para encher $\frac{24}{24}$ ou todo o tanque, porão $\frac{24}{10}$ de hora ou 2 horas $\frac{2}{5}$.

19. A 1ª meza custa 24 francos, a 2ª 18 fr. Se $\frac{1}{4}$ do preço da 1ª $=\frac{1}{3}$ do da 2ª, $\frac{4}{4}$ ou o preço da 1ª $=\frac{4}{3}$ do da 2ª: logo as 2 mezas ou 42 fr. $=\frac{4}{3}+\frac{3}{3}=\frac{7}{3}$ do preço da 2ª. Assim $\frac{1}{3}$ do preço da 2ª $=\frac{42}{7}$; $\frac{3}{3}$ ou o preço da 2ª $=3\times\frac{42}{7}=18$ fr.; $\frac{4}{3}$ da 2ª ou o preço da 1ª $=4\times\frac{42}{7}=24$ fr.

Numeros complexos.

1. Em um anno ha 8760 horas; em um mez ha 720 horas.

2. O circulo tem 1,296000 segundos de gráo; o semicirculo tem 648000.

3. A differença é de 55' 26''.

4. É de 52° 30' 17'' Norte.

5. O angulo terá 55° 49' 11''.

6. É de 13 quintaes e 31 libras.

7. O lucro é de 13\$050 rs. A venda de cada vara dá 600 rs. de lucro; multipliquemos então 600 rs. por 21 varas 3 pal. 6 pol. (10 br. 1 v. = 21 v.).

8. Farão 118 braças 5 pal. Fazem por dia os 3 juntos 7 br. 9 pal., o que se deve multiplicar por 15 dias.

9. Fará 22 braças 9 pal. 7 $\frac{1}{3}$ pol. Em 1 hora a 1ª machina faz 2 br. 2 pal. 2 pol. mais que a 2ª; multiplica-se então este excesso por 10 horas 20 min.

10. Percorrerá 119 braças 5 pal. 2 $\frac{1}{4}$ pol. A questão reduz-se a multiplicar 3 br. 8 pal. 7 pol. por 30 m. 45 s.

11. Fez-se em cada hora 1 braça 2 pal. 3 pol. Divide-se 102 br. 3 pal. por 82 h. 40 m. ou por $\frac{4960}{60}$ de hora.

12. A arroba custa 23\$273 rs. Divide-se 1:200\$000 rs. por $\frac{1650}{32}$ de arr.

13. Far-se-hão 110 br. 4 pal. 6 pol.

Regra de tres.

1. Teria ganhado 85\$800 rs.

2. A torre tem 36 braças de altura.

3. São precisas 4 horas.

4. Devo vender 1440 metros.

5. As 4 arr. custarão 24\$890 rs.

6. A ração deve reduzir-se $\frac{8}{10}$.

7. Os 18 homens farão 270 varas.

8. Terei de pagar 426\$670 rs.

Regra de companhia.

1. Ao 1° socio tocam 320\$000 rs.; ao 2° 560\$000 rs.; ao 3° 270\$000 rs.

2. O 1° socio deve receber 1:000\$000 réis; o 2° socio 1:250\$000 rs.; o 3° socio 2:250\$000 rs.; o 4° 1:600\$000 rs.

3. O 1° socio entrou com 1:600\$000 réis; o 2° socio com 1:200\$000 rs.; o 3° com 1:180\$000 rs.; o 4° com 820\$000 réis.

4. O 1° socio receberá 1:396\$363 rs.; o 2° 698\$182 rs.; o 3° 465\$455 rs.

5. O 1° socio perderá 150\$000 rs.; o 2° socio 200\$000 rs.; o 3° 250\$000 rs.

6. O 1° socio deve receber 1:304\$348 réis; o 2° socio 834\$783 rs.; o 3° socio 908\$696 rs.; o 4° socio 1:752\$973 rs.

Regra de juros.

1. O valor será 10:360\$000 rs.

2. Vencem o juro de 60\$660 rs.

3. O capital é 1:200\$000 rs.

4. Pôz-se a 5 por cento.

5. Esteve empregado 8 annos.

6. Vencerá 1:171\$975 rs.

Regra de desconto.

1. O desconto por fóra será 63\$500 réis. De 12 de Março a 28 de Junho ha 108 dias, e considera-se o anno composto de 360 dias.

2. A taxa do desconto foi 6 %.

Quadrado e raiz quadrada.

1. O quadrado de 6472 é 41886784.

2. 60885,5625 ; 0,000625.

3. As superficies são 3136 met. quad.. 130321 braças quad., 590,49 met. quad.

4. 5 met. quad. 64 decimetros quad. 72 centimetros quad. 55 millimet. quad.

5. Será de 240 metros, isto é, 4 vezes 60 met., comprimento de cada lado.

6. Haverá em cada linha 63 arbustos.

7 Cada lado deve ter 500 braças.

8. As raizes quad. são 796 e 246,75.

9. É de 68 metros, 4 vezes 17 met., que é o comprimento de cada lado.

10. Cada lado do quadrado tem 24,5 metros. As propriedades teem ambas o mesmo comprimento, a saber $24^{m},5$; differem porem na largura, tendo uma $15^{m},68$ e a outra $8^{m},82$.

Cubo e raiz cubica.

1. 111980168 ; 787990954388848 ; 0,015625 ; 0,000000097336 ; etc.

2. São : 73 ; 319 ; 796 ; 326,15.

3. A raiz cubica é 431,74.

4. São : 125 metros cubicos ; 226981, metros cubicos ; 74 met. cub., 088.

5. O tanque tem 14 metros de comprimento, de largura e de profundidade.

6. O volume da terra é egual ao volume de um cubo cujas arestas tenham 10268 kilometros.

Progressão arithmetica.

1. O 20º termo da progressão é 88.

2. O 1º termo da progressão é 1.

3. O pobre recebeu no ultimo dia 14$580 rs., e ao todo 2 : 664$500 rs.

4. Deu no 1º mez 6$000 rs., e toda a divida montava a 873$000 rs.

Progressão geometrica.

1. O 10º termo é 3906250.

2. O 1º termo da progressão é 3.

3. A razão da progressão é 2.

4. A somma dos termos é 27342.

LIGEIRO ESBOÇO
DA
HISTORIA DO BRAZIL

O Brazil foi descoberto casualmente pelo almirante portuguez Pedro Alvares Cabral, o qual, navegando para a India, foi obrigado a arribar á bahia de Porto-Seguro ; tomou ahi posse para a corôa de Portugal da nova terra, a que deu o nome de *Vera-Cruz*, que depois foi mudado em *Santa-Cruz*, e finalmente em *Brazil*, nome derivado do páo brazil que abundava no paiz, e cuja côr rubra é mui parecida com a da *braza*. Achava-se então esta vasta região occupada por mais de cem tribus ou nações de Indios.

Por muito tempo esteve o Brazil esquecido e abandonado, até que por fim D. João III, para colonisal-o, dividio-o em capitanias hereditarias, que foram doadas a vassallos benemeritos com a obrigação de as povoarem. A maior parte dos donatarios foram mal succedidos em suas expedições ; a capitania que prosperou mais foi a de S. Vicente, que coube a Martim Affonso de Souza.

Já havia decorrido quasi meio seculo depois da sua descoberta quando o governo portuguez começou a dar mais importancia ao Brazil. Receiando que alguma outra nação européa viesse fundar ahi estabelecimentos, nomeou governador geral do Brazil a Thomé de Souza, que chegou á Bahia em 1549 com os primeiros Jesuitas que aportaram á America, e ahi fundou a cidade de S. Salvador, que ficou sendo a metropole do novo Estado.

O 3º governador geral, Mem de Sá expulsou os Francezes da bahia de Rio de Janeiro em 1567, e fundou ahi a cidade do Rio de Janeiro, a que deu o nome de S. Sebastião.

Começava o Brazil a prosperar, quando, pela completa derrota d'el-rei D. Sebastião, que succumbio n'Africa em 1578, passou Portugal com o Brazil e as demais possessões para o dominio da Hespanha. Durante o reinado dos Philippes, foi o Brazil invadido pelos Hollandezes, que primeiramente se apossaram (1624) da cidade da Bahia, que tiveram de evacuar, e depois tomaram em 1630 o Recife e Olinda, e occuparam em 1635 toda a provincia de Pernambuco, donde só poderam ser expulsos em 1650, após uma luta longa e porfiada em que se distinguiram João Fernandes Vieira, André Vidal de Negreiros, Philippe Camarão (chefe indio), e, o negro Henrique Dias. Já em 1640 tinha Portugal sacudido o jugo da Hespanha, elevando ao throno a casa de Bragança na pessoa de D. João IV ; governava então o Brazil D. Jorge de Mascarenhas, marquez de Montalvão, seu primeiro vice-rei.

Em 1711 teve logar a expedição franceza de Duguay-Trouin contra a cidade do Rio de Janeiro, que foi tomada e obrigada a pagar para seu resgate 600,000 cruzados em moeda e 500 caixas de assucar.

Em 1763 foi a capital do Brazil transferida da Bahia para o Rio de Janeiro, onde tem permanecido até hoje.

Pelo tratado de S. Ildefonso celebrado em 1777, perdeu o Brazil a colonia do Sacramento, que foi cedida á Hespanha.

No governo do vice-rei conde de Rezende, descobrio-se na provincia de Minas uma conspiração tramada para proclamar a sua independencia, na qual tomaram parte os poetas Alvarenga Peixoto, Claudio Manoel da Costa, Thomaz Antonio Gonzaga, e o alferes Joaquim José da Silva Xavier, denominado o *Tira-dentes* ; estes foram degradados, á excepção do ultimo que morreu na forca.

No governo do conde dos Arcos, que foi o ultimo vice-rei do Brazil, tendo os Francezes invadido Portugal, partio de Lisboa para o Rio de Janeiro em 1807 a familia real de Bragança. Parte da esquadra arribou á Bahia de Todos os Santos, onde o principe regente assignou (1808) um decreto que franqueava os portos do Brazil a todas as nações amigas. Depois partio para o Rio de Janeiro, onde estabeleceu a séde da monarchia Portugueza. Por carta regia de 16 de Dezembro de 1815, foi o Brazil elévado á categoria de reino, unido ao de Portugal e Algarves. Em 1816 o principe regente subio ao throno com o nome de D. João VI.

Em 1817 as tropas portuguezas commandadas pelo general Lecor assenhorearam-se do territorio de Montevideo, que foi annexado ao Brazil em 1821 debaixo do nome de *provincia Cisplatina.*

A 22 de Abril de 1821 publicou D. João VI um decreto nomeando seu filho D. Pedro regente do reino do Brazil, partindo a 26 do mesmo mez para Portugal.

Querendo as côrtes de Lisboa reduzir o Brazil ao antigo estado colonial, declararam independentes do Rio de Janeiro todos os governos provinciaes, que passavam a ficar sujeitos a Portugal : aboliram os principaes tribunaes e estabelecimentos publicos do Rio de Janeiro ; ordenaram ao principe regente que voltasse a Portugal, e tomaram outras medidas oppressivas.

O principe porêm, cedendo ás representações que lhe foram dirigidas pelas juntas de S. Paulo e Minas Geraes, e á petição do povo do Rio de Janeiro que lhe foi apresentada a 9 de Janeiro de 1822 pela Camara Municipal, respondeu ao presidente d'esta José Clemente Pereira : « *Como é para bem de todos e felicidade geral da nação, diga ao povo que fico* ». Partio depois para S. Paulo onde reinavam graves dissensões, e estava já de volta, quando a 7 de Setembro do mesmo anno 1822, recebendo nas margens do Ypiranga noticias desagradaveis da atitude que as côrtes de Lisboa tomavam contra elle, resolveu logo soltar o grito de — *Independencia ou Morte*, — que echoou em todas as provincias, e constituio o Brazil um Estado independente. A 1º de Dezembro do mesmo anno teve logar no Rio de Janeiro a coroação de D. Pedro como imperador constitucional do Brazil. Em 1825 foi reconhecida solemnemente por Portugal a independencia do novo imperio.

Em 1828 assignou-se no Rio de Janeiro o tratado de paz que reconhece a independencia do Estado Oriental do Uruguay.

Em 1831 deu-se no Rio de Janeiro uma revolta por não querer o Imperador reintegrar o ministerio que havia demittido, e a 7 de Abril do mesmo anno abdicou elle a corôa na pessoa de seu filho o principe D. Pedro, que só tinha 5 annos, e nomeou a José Bonifacio de Andrada e Silva tutor e curador dos filhos que deixava no Brazil ; seguio depois para a Europa na fragata ingleza *Volage.*

Nomeou-se logo uma regencia interina, composta do marquez de Caravellas, do brigadeiro Lima e Silva e do senador Vergueiro ; a regencia permanente, nomeada a 17 de Junho, compôz-se do brigadeiro Lima e Silva, e dos deputados José da Costa Carvalho e João Braulio Moniz. Occorreram durante esta regencia revoluções em muitas provincias, provocadas pela soldadesca insubordinada.

A 7 de Abril de 1835 foi eleito regente do Imperio o padre Diogo Antonio Feijó, em cuja regencia deu-se a revolução do Rio Grande do Sul, que durou 10 annos. A 19 de Setembro de 1837 o padre Feijó deixou a regencia, transmittindo-a ao ministro do Imperio o senador Pedro de Araujo Lima, depois marquez de Olinda, que foi nomeado a 22 de Abril de 1838 regente effectivo.

A 23 de Julho de 1840 foi proclamada a maioridade de D. Pedro II ; a sua sagração e coroação celebrou-se no dia 18 de Julho de 1841. Os acontecimentos politicos mais notaveis do reinado do actual Imperador são : as revoltas de S. Paulo e Minas Geraes em 1842, suffocadas pelo duque de Caxias ; a pacificação da provincia do Rio Grande do Sul por este mesmo general ; a revolução de Pernambuco em 1849, um de cujos chefes foi o desembargador Nunes Machado ; a guerra de 1852 contra Manoel Rosas, dictador de Buenos-Ayres ; a campanha do Estado Oriental em 1864 e 1865 contra o governo de Montevidéo ; a guerra do Paraguay contra o governo de Lopez, que durou 5 annos (1865-1870) ; emfim a abolição da escravatura em 1888. Em todas estas guerras a victoria tem coroado constantemente as armas do Imperio.

FIM

INDICE DAS MATERIAS

Arithmetica.

172

HAVRE. — IMPRIMERIE DU COMMERCE, 3, RUE DE LA BOURSE.— 24410

B. L. GARNIER, LIVREIRO-EDITOR, RUA DO OUVIDOR, 71

OBRAS ESCOLASTICAS DE LACERDA

NOVO ATLAS UNIVERSAL DA INFANCIA

Contendo 19 cartas e numerosos planos de cidades. 1 vol cart. . . . 1$000

O MESMO ATLAS

Accompanhado de um texto explicativo sobre cada carta. 1 vol. cart. . 1$500

RESUMO DE CHOROGRAPHIA DO BRAZIL

Revisto e augmentado e posto de accordo com os pontos do programma para os exames geraes de preparatorios. 2ª ed. 1 vol. com mappa, cart. . 1$000

ENCYCLOPEDIA PRIMARIA

Ou novo manual completo e methodico da instrucção primaria, obra ornada com 114 estampas e mappas coloridos. 1 grosso vol. enc. . . . . . 5$000

CURSO METHODICO DE GEOGRAPHIA

Physica, politica, commercial e astronomica, illustrado com muitas gravuras. 1 vol. in-8º, enc. . . . . 4$000

ELEMENTOS DE GEOGRAPHIA

Physica, politica e astronomica, 3ª edição ornada com 11 mappas coloridos. 1 vol. enc. . . . . 3$000

GEOGRAPHIA DA INFANCIA

Para uso das escolas primarias. 1 vol. ornado de 11 mappas coloridos . 1$000

ENCYCLOPEDIA RELIGIOSA

Resumo de provas de religião, cathecismo, Historia sagrada, etc. 1 vol. enc. 1$600

GRAMMATICA DA INFANCIA

Destinada ás escolas primarias. 1 vol. cart. $500

HISTORIA DO BRAZIL

Por perguntas e respostas, 6ª edição ornada de retratos. 1 vol. cart. . . 1$000

HISTORIA SAGRADA

Seguida de uma geographia, obra ornada de muitas gravuras. 1 vol. enc. 1$000

HISTORIA UNIVERSAL DA INFANCIA

Destinada ás escolas primarias. 1 vol. enc. . . . . 2$000

NOVO ALPHABETO PORTUGUEZ

Com exercicios de ler soletrando. 1 vol. $100

NOVO SYLLABARIO PORTUGUEZ

1 vol. enc. $500

NOVO EXPOSITOR PORTUGUEZ

Methodo facil de aprender a ler, 1 vol. cart. . . . . 1$000

THESOURO DA INFANCIA

Ou novo manual de instrucção primaria, obra ornada de muitas gravuras. 1 vol. enc. . . . . 2$000

HAVRE. — IMPRIMERIE DU COMMERCE, 3, RUE DE LA BOURSE. — 24410