

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA AUTOMOTIVA

LUCAS VOGEL

ANÁLISE DE RIGIDEZ TORCIONAL ESTÁTICA DE UM CHASSI TUBULAR DE
KART F4

Joinville
2026

LUCAS VOGEL

ANÁLISE DE RIGIDEZ TORCIONAL ESTÁTICA DE UM CHASSI TUBULAR DE
KART F4

Trabalho apresentado como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Automotiva, no Curso de Engenharia Automotiva, do Centro Tecnológico de Joinville, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Prof. Dr. Eng. Marcos Alves Rabelo

Joinville
2026

LUCAS VOGEL

ANÁLISE DE RIGIDEZ TORCIONAL ESTÁTICA DE UM CHASSI TUBULAR DE
KART F4

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Automotiva e aprovado em sua forma final pelo Curso de Engenharia Automotiva, do Centro Tecnológico de Joinville, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville (SC), 03 de julho de 2026.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Marcos Alves Rabelo
Orientador
Presidente

Prof. Dr. Andrea Piga Carboni
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Vitor Takashi Endo
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

Dedico este trabalho aos meus pais, Gisele e Jean. Sem vocês, nada disso seria possível.

AGRADECIMENTOS

Quero começar agradecendo a Deus, por me trazer até aqui e mostrar que, mesmo sonhando alto, os caminhos que ele escreve são muito maiores.

Agradeço aos meus pais, Jean e Gisele, por terem me dado toda a estrutura, oportunidade e meios para chegar até aqui e me formar engenheiro. Amo vocês e serei eternamente grato por todo o suporte.

Agradeço à minha namorada, Layde, por estar ao meu lado e me ajudar a chegar até aqui.

Agradeço ao professor Marcos Rabelo, por me orientar em todo esse processo e ser um exemplo de engenheiro a se seguir.

Agradeço ao Fórmula CEM, equipe à qual dediquei quase quatro anos, por ter acelerado o meu desenvolvimento e me tornar um melhor engenheiro.

Agradeço aos amigos e colegas que fiz ao longo desses anos, vocês deixaram essa jornada mais divertida.

“A lógica vai levar você de A a B. A imaginação vai levar você para qualquer lugar.”

(Albert Einstein)

RESUMO

O kart, desde 1956, é uma modalidade dentro do automobilismo que abrange desde entusiastas até servir como categoria de base para jovens pilotos. O chassi é o principal componente de sustentação do veículo, com papel fundamental no desempenho. O estudo da rigidez torcional estática torna-se essencial à medida que esse parâmetro influencia diretamente a dirigibilidade e o contato pneu-solo. Frente a isso, a presente monografia realiza a determinação numérica da rigidez torcional estática de um chassi tubular de kart, por meio do método dos elementos finitos, utilizando um modelo de elementos de viga desenvolvido no programa ANSYS®. A partir da aplicação de um carregamento de torção sob dois sentidos de solicitação, determinou-se a rigidez torcional, avaliou-se o estado de tensões e o fator de segurança da estrutura, e confrontaram-se os resultados com os valores reportados na literatura para estruturas tubulares de competição. Os resultados obtidos indicam uma rigidez torcional de 316,9 Nm/grau, valor que supera o mínimo recomendado na literatura para quadros de kart e se situa dentro do amplo intervalo reportado para esse tipo de estrutura. A avaliação de tensões revelou uma tensão de pico de 190,2 MPa, inferior à metade do limite de escoamento adotado para o material (460 MPa), o que corresponde a um fator de segurança de aproximadamente 2,42 e confirma que a estrutura opera integralmente no regime elástico, validando a hipótese de comportamento linear adotada. Constatou-se ainda uma assimetria de aproximadamente 2,7% na resposta estrutural entre os lados do quadro, decorrente de sua geometria. Em conjunto, esses resultados demonstram a aplicabilidade do método dos elementos finitos com elementos de viga para esse tipo de análise.

Palavras-chave: kart; chassi; rigidez torcional; elementos finitos.

ABSTRACT

Since 1956, karting has been a motorsport discipline ranging from enthusiasts to serving as an entry-level category for young drivers. The chassis is the main structural component of the vehicle, playing a fundamental role in its performance. The study of static torsional stiffness becomes essential as this parameter directly influences handling and tire-to-ground contact. In this context, this monograph performs the numerical determination of the static torsional stiffness of a tubular kart chassis, by means of the finite element method, using a beam-element model developed in ANSYS® software. Through the application of a torsional load under two loading directions, the torsional stiffness was determined, the stress state and the safety factor of the structure were evaluated, and the results were compared with the values reported in the literature for tubular competition structures. The results indicate a torsional stiffness of 316.9 Nm/degree, a value that exceeds the minimum recommended in the literature for kart frames and lies within the broad range reported for this type of structure. The stress evaluation revealed a peak stress of 190.2 MPa, below half of the yield strength adopted for the material (460 MPa), corresponding to a safety factor of approximately 2.42 and confirming that the structure operates entirely within the elastic regime, validating the assumed linear behavior. An asymmetry of approximately 2.7% was also observed in the structural response between the sides of the frame, arising from its geometry. Taken together, these results demonstrate the applicability of the finite element method with beam elements for this type of analysis.

Keywords: kart; chassis; torsional stiffness; finite elements.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação esquemática do ensaio de rigidez torcional.....	__
Figura 2 – Levantamento dimensional do chassi.....	__
Figura 3 – Modelo de validação geométrica em SolidWorks.....	__
Figura 4 – Modelo de elementos de linha no DesignModeler.....	__
Figura 5 – Esquema da medição dos diâmetros dos tubos.....	__
Figura 6 – Malha de elementos finitos do chassi.....	__
Figura 7 – Condições de contorno: apoios e binário de forças.....	__
Figura 8 – Deslocamento total do chassi sob torção.....	__
Figura 9 – Distribuição de tensão combinada máxima (tração).....	__
Figura 10 – Distribuição de tensão combinada mínima (compressão).....	__
Figura 11 – Convergência normalizada da rigidez torcional e da tensão de pico em função do refino de malha.....	__

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Medições dos diâmetros externo e interno dos tubos.....	__
Tabela 2 – Estudo de convergência de malha (rigidez).....	__
Tabela 3 – Comparação da resposta estrutural para diferentes magnitudes do binário.....	__
Tabela 4 – Estudo de convergência da tensão de pico.....	__
Tabela 5 – Síntese dos resultados da análise numérica.....	__
Tabela 6 – Valores de rigidez torcional reportados na literatura para estruturas tubulares de competição.....	__

LISTA DE SÍMBOLOS

K_t	Rigidez torcional (Nm/grau)
T	Momento torsor (Nm)
θ	Ângulo de torção (grau)
G	Módulo de elasticidade transversal (GPa)
J	Momento polar de inércia da seção (mm ⁴)
L	Comprimento da barra (mm)
F	Força aplicada (N)
d	Distância entre os pontos de aplicação do binário (mm)
δz	Deslocamento na direção vertical (mm)
E	Módulo de elasticidade (GPa)
ν	Coeficiente de Poisson
σ_y	Limite de escoamento (MPa)
$\sigma_{\text{máx}}$	Tensão máxima (MPa)
FS	Fator de segurança

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
1.1 OBJETIVOS.....	13
1.1.1 Objetivo Geral.....	13
1.1.2 Objetivos Específicos.....	13
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	15
2.1 O KART E O CHASSI TUBULAR.....	15
2.2 RIGIDEZ TORCIONAL DO CHASSI.....	16
2.3 FUNDAMENTOS DA TORÇÃO.....	18
2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	19
2.5 ELEMENTOS DE VIGA.....	20
3 METODOLOGIA.....	22
3.1 DESCRIÇÃO DO CHASSI.....	22
3.2 MODELAGEM GEOMÉTRICA.....	22
3.3 CARACTERIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DOS TUBOS.....	25
3.4 MATERIAL.....	26
3.5 MALHA.....	27
3.6 CONDIÇÕES DE CONTORNO E CASOS DE CARGA.....	29
4 APRESENTAÇÃO DE DADOS.....	31
4.1 DESLOCAMENTOS E RIGIDEZ TORCIONAL.....	31
4.2 TENSÕES E FATOR DE SEGURANÇA.....	32
4.3 SÍNTESE DOS RESULTADOS.....	36
5 ANÁLISE DE DADOS.....	37
5.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA RIGIDEZ TORCIONAL.....	37
5.2 INFLUÊNCIA DA CONDIÇÃO DE CONTORNO IDEALIZADA.....	38
5.3 ANÁLISE DA ASSIMETRIA ESTRUTURAL.....	38
5.4 AVALIAÇÃO DO FATOR DE SEGURANÇA.....	39
5.5 LIMITAÇÕES DO ESTUDO.....	39
6 CONCLUSÃO.....	41
6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	41
REFERÊNCIAS.....	43

1 INTRODUÇÃO

O kart, introduzido na década de 1950 como modalidade de competição amadora, evoluiu tanto em termos de desempenho quanto de segurança. Como estrutura primária que sustenta o piloto e todos os componentes veiculares, o chassi de kart é fundamental na resposta dinâmica e na integridade estrutural do veículo. Um dos principais parâmetros que influenciam o comportamento do kart nas curvas e na transferência de carga é a rigidez torcional estática do chassi, definida como a relação entre o torque aplicado e o ângulo de torção resultante na estrutura.

Mirone (2010) demonstrou a correlação entre a rigidez torcional do quadro e o desempenho dinâmico do kart, evidenciando que o nível de rigidez do chassi afeta diretamente a aderência dos pneus e a resposta do veículo, de modo que tanto o excesso quanto a insuficiência de rigidez podem comprometer seu comportamento dinâmico. Apesar da relevância desse parâmetro, a literatura sobre métodos padronizados para a avaliação da rigidez torcional em chassis de kart ainda é escassa, especialmente quando comparada à disponível para veículos de maior porte, como automóveis de competição e estruturas off-road.

Essa relevância decorre de uma particularidade construtiva do kart: diferentemente de veículos convencionais, ele não possui sistema de suspensão nem diferencial. Na ausência de suspensão, é o próprio chassi que deve se deformar de maneira controlada para acomodar as irregularidades da pista e manter os pneus em contato com o solo, atuando como único elemento elástico do veículo. Já a ausência de diferencial faz com que as rodas traseiras, solidárias a um eixo rígido único, girem à mesma velocidade; para que o kart contorne uma curva sem que o pneu traseiro interno seja arrastado, é necessário que essa roda seja aliviada ou elevada (efeito conhecido como jacking) (HORVÁTH; ZELEI, 2024). Esse alívio resulta da transferência diagonal de carga transmitida através do quadro, de modo que a rigidez torcional deixa de ser apenas um parâmetro de integridade estrutural e passa a governar diretamente o comportamento em curva: um chassi mais rígido transfere essa carga com maior eficácia e tende a elevar a roda interna de forma mais pronunciada, favorecendo a rotação, ao passo que um chassi excessivamente flexível absorve a solicitação torcendo-se e tende ao subesterço; rigidez em excesso, por sua vez, compromete a aderência em pisos irregulares. Há, portanto, uma faixa ótima de rigidez torcional, o que justifica sua caracterização criteriosa como etapa fundamental do projeto e da regulagem de um chassi de kart.

Nesse contexto, apresenta-se neste trabalho a determinação da rigidez torcional estática de um chassi tubular de kart por meio de modelagem numérica baseada no método dos elementos finitos (MEF) (SAMPAYO et al., 2021). A abordagem numérica permite

caracterizar o comportamento estrutural do chassi sob solicitação de torção sem a necessidade de protótipos físicos, constituindo ferramenta amplamente empregada no projeto e na avaliação de estruturas tubulares de competição.

Metodologicamente, realizou-se o levantamento dimensional do chassi a partir de medição direta sobre o veículo, desenvolveu-se um modelo computacional em elementos de viga para análise estática, determinou-se a rigidez torcional sob dois sentidos de carregamento e avaliou-se o estado de tensões resultante. Os resultados obtidos foram confrontados com os valores reportados na literatura, de modo a contextualizar o comportamento estrutural do chassi analisado.

Por fim, este trabalho apresenta o valor da rigidez torcional estática obtida numericamente para o chassi tubular de kart avaliado, de 316,9 Nm/grau, situando-o no panorama dos valores reportados na literatura para estruturas tubulares de competição e discutindo as hipóteses de modelagem que influenciam a magnitude do resultado.

1.1 OBJETIVOS

Para a caracterização do comportamento estrutural do chassi em estudo, propõem-se os objetivos a seguir.

1.1.1 Objetivo Geral

Analisar numericamente a rigidez torcional estática de um chassi tubular de kart da categoria F4, por meio do método dos elementos finitos.

1.1.2 Objetivos Específicos

- a) levantar a geometria do chassi a partir de medição direta sobre o veículo físico;
- b) desenvolver um modelo numérico do chassi em elementos de viga no programa ANSYS® 2021 R2;
- c) determinar a rigidez torcional do chassi mediante a aplicação de um carregamento de torção, considerando dois sentidos de solicitação;
- d) avaliar o estado de tensões da estrutura e o respectivo fator de segurança;
- e) confrontar os resultados obtidos com os valores reportados na literatura para estruturas tubulares de competição.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em seis capítulos. O presente capítulo introdutório apresenta a contextualização do tema, a justificativa e os objetivos do estudo. O Capítulo 2 reúne a fundamentação teórica, abordando o kart e seu chassi tubular, a rigidez torcional, os

fundamentos da torção e o método dos elementos finitos. O Capítulo 3 descreve a metodologia empregada, incluindo o levantamento dimensional, a caracterização da seção transversal dos tubos, a modelagem numérica e as condições de contorno adotadas. O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos para a rigidez torcional e para o estado de tensões da estrutura. O Capítulo 5 discute e analisa esses resultados, confrontando-os com os valores reportados na literatura. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo reúne os fundamentos teóricos que embasam a análise desenvolvida neste trabalho. Caracterizam-se, inicialmente, o kart e seu chassi tubular, evidenciando o papel estrutural do quadro na ausência de suspensão; em seguida, define-se a rigidez torcional e revisitam-se os fundamentos da torção que a sustentam. Por fim, apresentam-se o método dos elementos finitos e os elementos de viga, base da modelagem numérica empregada.

2.1 O KART E O CHASSI TUBULAR

O kart é um veículo automotor de pequeno porte, baixo custo relativo e estrutura simplificada, concebido para competições em circuitos fechados. Surgido na década de 1950, consolidou-se tanto como modalidade esportiva autônoma quanto como categoria de formação de pilotos, constituindo frequentemente a porta de entrada para o automobilismo profissional. Apesar de sua aparente simplicidade, o kart envolve princípios de engenharia veicular sofisticados, sobretudo no que se refere ao comportamento dinâmico de seu chassi.

O elemento estrutural central do kart é o chassi tubular, uma estrutura espacial composta por tubos de aço de seção circular soldados entre si. Esse chassi cumpre a função de sustentar o piloto, o motor, os sistemas de transmissão e direção e os demais componentes, ao mesmo tempo em que resiste e responde aos esforços dinâmicos impostos durante a operação do veículo. A disposição e a geometria dos tubos definem as características de rigidez da estrutura e, por consequência, o comportamento do veículo em pista.

Uma particularidade fundamental do kart o distingue da maioria dos veículos automotores: a ausência de sistema de suspensão e de diferencial. Em razão dessa configuração, o chassi não pode ser uma estrutura puramente rígida, pois é a sua própria deformação controlada que desempenha o papel que, em outros veículos, caberia à suspensão (MIRONE, 2010). Durante uma curva, o chassi deve flexionar de maneira a permitir a transferência de carga entre as rodas e a manter o contato adequado dos pneus com o solo, suprimindo funcionalmente a ausência de elementos de suspensão dedicados.

Essa função estrutural pode ser detalhada a partir do mecanismo pelo qual o kart realiza uma curva. Como o eixo traseiro é rígido e não há diferencial, ambas as rodas traseiras tendem a girar à mesma velocidade; se permanecessem igualmente carregadas, a roda interna — que descreve um raio menor — seria forçada a escorregar, gerando arraste e subesterço. Para que o veículo gire livremente, é necessário que a roda traseira interna seja aliviada ou elevada durante a curva (efeito conhecido como jacking) (HORVÁTH; ZELEI, 2024), o que decorre da transferência diagonal de carga originada principalmente pela geometria de esterçamento dianteiro (ângulo de cáster). É justamente a rigidez torcional do quadro que determina em que medida essa transferência é transmitida ao eixo traseiro: quanto mais rígido o chassi, menor a torção absorvida pela estrutura e mais efetivamente a carga é transferida na

diagonal, elevando a roda interna; um quadro excessivamente flexível, ao contrário, absorve a solicitação torcendo-se e mantém a roda interna apoiada, tendendo ao subesterço. Rigidez em excesso, por outro lado, conduz ao alívio abrupto e à perda de contato em pisos irregulares, fenômeno associado ao saltitar (*hopping*) do kart. Disso resulta a existência de uma faixa ótima de rigidez torcional, ajustada na prática por meio de elementos como barras de torção dianteiras e traseiras, tirantes do assento e a própria rigidez do eixo traseiro. O conhecimento do valor de referência da rigidez torcional do chassi constitui, assim, o ponto de partida para qualquer estratégia de regulação, o que reforça a pertinência de sua determinação criteriosa.

Os chassis de kart podem ser classificados, segundo sua configuração construtiva, em quatro tipos principais: aberto (*open*), gaiola (*caged*), reto (*straight*) e com deslocamento (*offset*). O tipo aberto não dispõe de estrutura de proteção tipo santantônio; o tipo gaiola incorpora uma estrutura de proteção ao redor do piloto, sendo empregado sobretudo em pistas de terra; o tipo reto posiciona o piloto centralmente e é o mais comumente utilizado em competições de velocidade (*sprint racing*), realizadas em circuitos com curvas para ambos os lados; e o tipo *offset*, com assento deslocado lateralmente, destina-se a provas em circuitos ovais, com curvas em um único sentido. O chassi objeto deste estudo enquadra-se na configuração do tipo reto, característica das competições de circuito convencional.

Essa dependência da deformação estrutural torna a caracterização da rigidez do chassi um aspecto crítico de projeto. Diferentemente de um chassi automotivo convencional, no qual se busca em geral maximizar a rigidez, o chassi de kart exige um equilíbrio cuidadoso: rigidez suficiente para garantir integridade estrutural e previsibilidade, porém flexibilidade adequada para cumprir a função de suspensão. É nesse contexto que a rigidez torcional, foco do presente trabalho, assume papel central.

2.2 RIGIDEZ TORCIONAL DO CHASSI

A rigidez torcional é a propriedade estrutural que quantifica a resistência de um chassi à torção em torno de seu eixo longitudinal. Define-se como a razão entre o momento torsor aplicado à estrutura e o ângulo de torção resultante, sendo usualmente expressa em newton-metro por grau (Nm/grau), conforme a Equação (1).

$$K_t = T / \theta \quad (1)$$

em que K_t representa a rigidez torcional, T o momento torsor aplicado e θ o ângulo de torção resultante. Quanto maior a rigidez torcional, menor o ângulo de torção produzido por um dado momento, e mais rígido é o comportamento do chassi sob esse tipo de solicitação.

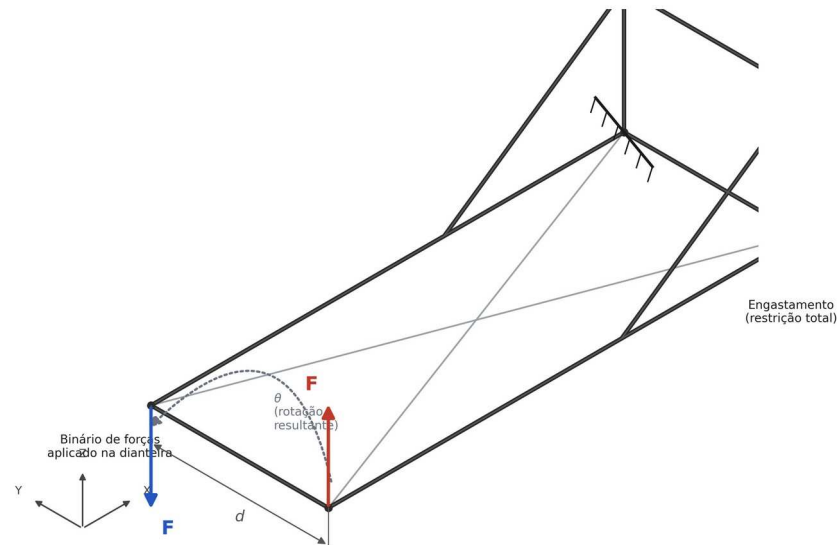
No caso específico do kart, a rigidez torcional assume importância ainda maior do que em veículos convencionais, justamente em razão da ausência de suspensão. É por meio da torção controlada do chassi que ocorre a transferência de carga entre as rodas durante as

curvas, fenômeno determinante para o equilíbrio dinâmico e para a aderência do veículo (MIRONE, 2010). Um chassi com rigidez torcional inadequada compromete diretamente o desempenho: rigidez excessiva pode reduzir a aderência dos pneus em superfícies irregulares, prejudicando a tração, ao passo que rigidez insuficiente pode tornar o comportamento do veículo impreciso e instável.

A rigidez torcional de um chassi resulta da combinação de três fatores principais. O primeiro é a geometria da estrutura, que inclui a disposição espacial dos tubos, seus comprimentos e a presença de eventuais reforços ou travessas. O segundo é a geometria da seção transversal dos tubos, caracterizada pelo diâmetro e pela espessura de parede, que determinam a resistência de cada membro individual à torção e à flexão. O terceiro é o material empregado, cujas propriedades elásticas, em especial o módulo de elasticidade, governam a resposta da estrutura às solicitações.

A determinação precisa da rigidez torcional de um chassi completo, contudo, não é trivial. Por se tratar de uma estrutura espacial composta por múltiplos membros interligados, sua rigidez global não pode ser obtida pela simples análise isolada de cada tubo, dependendo da interação entre todos os elementos da estrutura. Por essa razão, a avaliação da rigidez torcional de chassis pode recorrer a três abordagens complementares: uma analítica, baseada na geometria da estrutura; ensaios físicos instrumentados, conduzidos em bancadas de torção especificamente projetadas para essa finalidade (THOMPSON; LAMPERT; LAW, 1998); e métodos numéricos, com destaque para o método dos elementos finitos, adotado neste trabalho (TEBBY; ESMAILZADEH; BARARI, 2011). Este último tem se consolidado como alternativa de menor custo e maior flexibilidade nas etapas de projeto, admitindo-se, na análise do ângulo de torção, comportamento linear entre o momento aplicado e a resposta angular — hipótese cuja adequação é sustentada na literatura (TEBBY; ESMAILZADEH; BARARI, 2011). A Figura 1 ilustra a configuração esquemática do ensaio de rigidez torcional adotada como referência neste estudo.

Figura 1 – Representação esquemática do ensaio de rigidez torcional



Fonte: O autor (2026).

Conforme ilustrado, o ensaio consiste em manter a região traseira do chassi restringida e aplicar um binário de forças na dianteira, de modo a produzir um momento torsor puro, cuja resposta angular permite determinar a rigidez torcional da estrutura.

2.3 FUNDAMENTOS DA TORÇÃO

A torção constitui o esforço mecânico fundamental no estudo da rigidez de chassis submetidos a momentos torsores. Define-se torção como a sollicitação que tende a girar as seções transversais de um elemento estrutural em torno de seu eixo longitudinal, sendo produzida pela aplicação de um momento, denominado momento torsor ou torque (HIBBELER, 2010). No contexto de um chassi de kart submetido a cargas assimétricas, é precisamente esse esforço que se manifesta, fazendo com que a região dianteira gire em relação à traseira.

Quando um elemento de seção circular é submetido a um momento torsor, cada seção transversal sofre uma rotação relativa em relação às seções adjacentes, permanecendo plana em razão da axissimetria da geometria circular (HIBBELER, 2010). O ângulo total que mede essa rotação relativa entre as extremidades do elemento é denominado ângulo de torção. A experiência demonstra que esse ângulo é proporcional ao momento torsor aplicado e ao comprimento da barra, e inversamente proporcional à rigidez do conjunto material-geometria, conforme expresso na Equação (2).

$$\theta = (T \cdot L) / (G \cdot J) \quad (2)$$

em que θ é o ângulo de torção, T o momento torsor, L o comprimento da barra, G o módulo de elasticidade transversal do material e J o momento polar de inércia da seção. O produto $G \cdot J$, denominado rigidez à torção, sintetiza a resistência do elemento à deformação torcional: quanto maior esse produto, menor o ângulo de torção para um dado momento aplicado.

A geometria da seção transversal exerce papel determinante nessa resistência. Seções tubulares vazadas, como as empregadas no chassi em estudo, apresentam elevada eficiência estrutural, pois concentram o material nas regiões mais afastadas do centro — justamente onde as tensões de cisalhamento decorrentes da torção são máximas. Dessa forma, obtém-se alta rigidez torcional com massa reduzida, característica especialmente valiosa em veículos de competição (HIBBELER, 2010).

Cabe distinguir, contudo, que a Equação (2) descreve a torção de uma barra prismática isolada, constituindo a base conceitual do fenômeno, mas não a expressão empregada para determinar a rigidez torcional do chassi. Por se tratar de uma estrutura espacial composta por múltiplos tubos interligados, cuja rigidez global resulta da contribuição combinada de todos os elementos e de sua disposição geométrica, o chassi não é redutível à aplicação direta dessa formulação. Neste trabalho, portanto, a rigidez torcional da estrutura completa é obtida pela definição da Equação (1), aplicada ao ângulo de torção extraído do modelo de elementos finitos, e não pela Equação (2), cuja função é estritamente fundamentar o fenômeno físico subjacente. O método dos elementos finitos, adotado para essa finalidade, é abordado nas seções seguintes.

2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF) é uma técnica numérica destinada à obtenção de soluções aproximadas para problemas de engenharia governados por equações diferenciais, sendo amplamente empregado na análise estrutural de componentes cuja complexidade geométrica inviabiliza soluções analíticas exatas (AZEVEDO, 2003). A partir de seu surgimento e da ascensão dos computadores, a partir da década de 1960, o método consolidou-se como a principal ferramenta de análise estrutural na engenharia mecânica e automotiva.

O princípio fundamental do método consiste na discretização do domínio contínuo da estrutura em um número finito de subdomínios de geometria simples, denominados elementos, conectados entre si por pontos chamados nós. Em lugar de resolver as equações que governam o comportamento da estrutura de forma contínua, o que seria impraticável para geometrias complexas, o método as resolve de maneira aproximada em cada elemento, expressando as grandezas de interesse — como deslocamentos — em função de seus valores nodais (AZEVEDO, 2003). O conjunto das soluções elementares, devidamente combinado, fornece a resposta aproximada da estrutura como um todo.

Matematicamente, o comportamento de cada elemento é descrito por uma matriz de rigidez, que relaciona os deslocamentos nodais às forças aplicadas. A montagem das matrizes de rigidez de todos os elementos em uma matriz de rigidez global, associada às condições de contorno e ao carregamento, conduz a um sistema de equações algébricas cuja solução fornece os deslocamentos de todos os nós da estrutura (AZEVEDO, 2003; ALVES FILHO, 2018). A partir desses deslocamentos, são então calculadas as demais grandezas de interesse, como deformações e tensões.

A precisão da solução obtida está diretamente relacionada ao grau de refinamento da discretização, ou seja, ao número e ao tamanho dos elementos empregados. De maneira geral, malhas mais refinadas conduzem a resultados mais próximos da solução exata, embora ao custo de maior esforço computacional. A verificação da independência da solução em relação ao refinamento da malha, por meio de um estudo de convergência, constitui etapa essencial para assegurar a confiabilidade dos resultados, sendo conduzida no presente trabalho.

No caso da análise estática linear, adotada neste estudo, admite-se que o material permanece no regime elástico-linear e que os deslocamentos são suficientemente pequenos para que a relação entre forças e deslocamentos seja linear. Sob essas hipóteses, a resposta da estrutura é proporcional ao carregamento aplicado, o que simplifica consideravelmente a análise e é adequado à determinação da rigidez torcional, grandeza definida justamente no regime linear.

2.5 ELEMENTOS DE VIGA

Na análise por elementos finitos, a escolha do tipo de elemento deve ser compatível com a geometria e o comportamento estrutural do componente analisado. Para estruturas reticuladas compostas por membros esbeltos, nas quais uma dimensão (o comprimento) é predominante em relação às demais (as da seção transversal), o emprego de elementos de viga constitui a abordagem mais adequada e eficiente (AZEVEDO, 2003). O chassi tubular de kart, formado por tubos longos de seção reduzida, enquadra-se precisamente nessa categoria.

O elemento de viga representa o comportamento estrutural de um membro por meio de seu eixo longitudinal, ao qual são associadas as propriedades da seção transversal, como área e momentos de inércia. Essa simplificação reduz drasticamente o número de elementos e nós necessários à modelagem, quando comparada ao emprego de elementos sólidos tridimensionais, resultando em significativa economia de esforço computacional sem perda de precisão para esse tipo de estrutura. Cada nó de um elemento de viga tridimensional possui seis graus de liberdade — três translações e três rotações —, o que permite representar adequadamente os esforços de tração, compressão, flexão e torção a que a estrutura está submetida (ALVES FILHO, 2018).

Na formulação dos elementos de viga, duas teorias clássicas se destacam. A teoria de Euler-Bernoulli, mais simples, admite que as seções transversais permanecem planas e

perpendiculares ao eixo da viga após a deformação, desprezando os efeitos da deformação por cisalhamento transversal. Essa hipótese é adequada para vigas esbeltas, nas quais tais efeitos são pouco significativos. A teoria de Timoshenko, por sua vez, incorpora a deformação por cisalhamento, admitindo que as seções podem deixar de ser perpendiculares ao eixo, o que a torna mais abrangente e aplicável tanto a vigas esbeltas quanto a vigas de menor esbeltez (AZEVEDO, 2003).

No presente trabalho, a modelagem foi conduzida com o elemento BEAM188 do programa ANSYS®, baseado na teoria de vigas de Timoshenko. Trata-se de um elemento de dois nós, adequado à análise de estruturas de barras desde esbeltas até moderadamente espessas, que considera os efeitos da deformação por cisalhamento e admite a representação de seções transversais de diversas geometrias (ANSYS, 2021). A adoção desse elemento, em conjunto com a formulação que incorpora o cisalhamento, assegura a representação fiel do comportamento estrutural do chassi tubular sob solicitação de torção.

3 METODOLOGIA

Tendo em vista o objetivo de analisar numericamente a rigidez torcional estática do chassi tubular de kart, apresentam-se neste capítulo as etapas metodológicas adotadas. A organização do capítulo acompanha a sequência do trabalho desenvolvido, abrangendo a descrição do chassi, a modelagem geométrica, a definição do material, a geração da malha e a imposição das condições de contorno e dos casos de carga.

3.1 DESCRIÇÃO DO CHASSI

O objeto de estudo do presente trabalho é o chassi de um kart da categoria F4, modelo Techspeed Tech 2, fabricado pela CRG SpA e homologado pela Commission Internationale de Karting da Fédération Internationale de l'Automobile (CIK-FIA) sob o registro 60/CH/20. Trata-se de uma estrutura tubular de aço, na qual os tubos cumprem simultaneamente as funções de elemento estrutural e de elemento de suspensão, uma vez que o kart não dispõe de sistema de suspensão convencional. Nessa configuração, a flexibilidade controlada do quadro é responsável por absorver as solicitações dinâmicas impostas durante a operação do veículo, o que confere à rigidez torcional papel determinante sobre o comportamento dinâmico do veículo (TEBBY; ESMAILZADEH; BARARI, 2011).

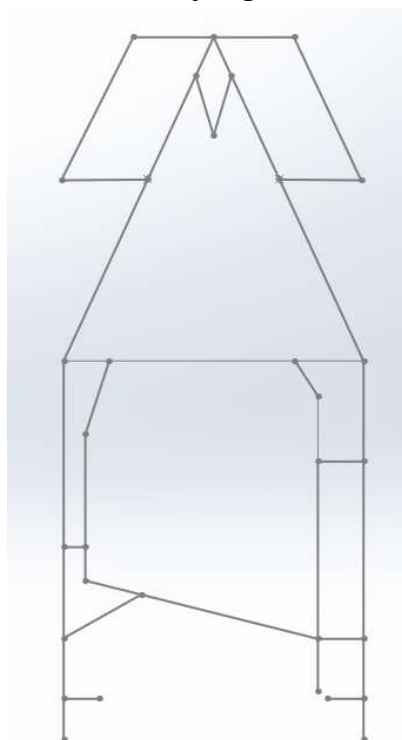
A caracterização geométrica do chassi foi obtida por medição direta sobre o veículo físico. A estrutura é composta por tubos de seção circular vazada, com diâmetro externo de 30,26 mm e diâmetro interno de 25,47 mm, resultando em espessura de parede de 2,40 mm. Adotou-se a mesma seção transversal para a totalidade dos tubos que compõem o quadro, e as dimensões levantadas serviram de base tanto para a validação dimensional preliminar quanto para a posterior construção do modelo numérico.

O material do chassi foi adotado como aço AISI 4130, liga ao cromo-molibdênio. O Regulamento Técnico da CIK-FIA estabelece que o aço ou a liga de aço empregados no quadro do chassi devem atender às classificações da norma ISO 4948 e às designações da norma ISO 4949, admitindo-se exclusivamente aços-liga, categoria na qual o AISI 4130 se enquadra (CIK-FIA, 2025). Tendo em vista a indisponibilidade do certificado de material emitido pelo fabricante, a especificação da liga constitui uma hipótese assumida no presente trabalho.

3.2 MODELAGEM GEOMÉTRICA

O levantamento dimensional do chassi foi realizado diretamente sobre o veículo físico, utilizando-se trena e paquímetro para a medição dos comprimentos dos tubos e das dimensões da seção transversal, respectivamente. As medidas obtidas foram registradas sobre

Figura 3 – Modelo de validação geométrica em SolidWorks



Fonte: O autor (2026).

A modelagem para análise foi conduzida integralmente no módulo DesignModeler do programa ANSYS® 2021 R2, cujo resultado é apresentado na Figura 4. A estrutura foi representada por elementos de linha, abordagem adequada a quadros tubulares esbeltos, nos quais o comprimento dos tubos é predominante em relação às dimensões da seção transversal. Os pontos previamente tabelados foram inseridos como pontos-chave e conectados por linhas, conforme as ligações definidas no levantamento, resultando em um modelo composto por 31 pontos-chave e 39 linhas.

As junções entre os tubos foram representadas por pontos-chave compartilhados: nas interseções, as linhas concorrentes dividem o mesmo nó, de modo que a malha mantém continuidade nodal nessas regiões. Cada junção é, portanto, tratada como uma ligação perfeitamente rígida e contínua, que transmite integralmente esforços axiais, cortantes, de flexão e de torção entre os tubos, sem a introdução de qualquer elemento discreto de solda — idealização cujas implicações sobre a rigidez são discutidas na seção 5.2.

Figura 4 – Modelo de elementos de linha no DesignModeler



Fonte: O autor (2026).

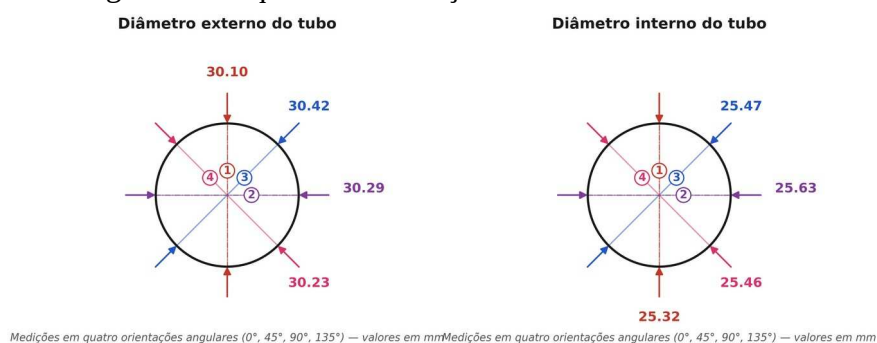
A seção transversal dos tubos foi definida por meio do recurso de seção circular vazada (Circular Tube) do DesignModeler, especificando-se os raios interno e externo correspondentes às dimensões medidas. Tal seção foi atribuída à totalidade dos corpos de linha que compõem o modelo, por meio da propriedade Cross Section, garantindo a uniformidade da geometria tubular ao longo de toda a estrutura.

3.3 CARACTERIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DOS TUBOS

A seção transversal dos tubos do chassi foi caracterizada experimentalmente, a fim de fornecer ao modelo valores representativos de diâmetro. Os diâmetros foram medidos com paquímetro digital de resolução 0,01 mm, ao passo que os comprimentos dos tubos foram obtidos com trena.

Em razão da leve ovalização inerente ao processo de fabricação dos tubos, cada diâmetro foi medido em quatro posições angulares distintas, girando-se o instrumento em torno da seção, conforme o esquema da Figura 5. Esse procedimento capta a variação do diâmetro ao longo da circunferência e fornece um valor médio mais representativo do que uma medição única. As quatro leituras de cada diâmetro e suas respectivas médias são apresentadas na Tabela 1.

Figura 5 – Esquema da medição dos diâmetros dos tubos



Fonte: O autor (2026).

Tabela 1 – Medições dos diâmetros externo e interno dos tubos

Medição	Diâmetro externo (mm)	Diâmetro interno (mm)
1	30,10	25,32
2	30,29	25,63
3	30,42	25,47
4	30,23	25,46
Média	30,26	25,47

Fonte: O autor (2026).

A partir das médias obtidas — 30,26 mm para o diâmetro externo e 25,47 mm para o interno —, adotou-se no modelo a seção tubular correspondente, resultando em espessura de parede de 2,40 mm. A dispersão observada nas leituras do diâmetro externo, entre 30,10 e 30,42 mm, evidencia a ovalização do tubo e justifica a adoção do valor médio.

Cabe observar que os diâmetros medidos não correspondem exatamente a uma bitola comercial padronizada do mercado nacional, apresentando variação da ordem de 5% em relação a esta. Tal diferença é coerente com a origem importada do chassi, cujos tubos podem seguir padrões dimensionais distintos dos nacionais ou ser produzidos sob especificação própria do fabricante em escala de série.

3.4 MATERIAL

O material adotado para o chassi foi o aço AISI 4130, liga ao cromo-molibdênio amplamente empregada em estruturas tubulares de competição em razão de sua elevada resistência mecânica associada à boa soldabilidade. Tendo em vista a indisponibilidade do certificado de material emitido pelo fabricante, a especificação da liga constitui uma hipótese assumida no presente trabalho, fundamentada na regulamentação técnica da categoria, conforme discutido na seção 3.1. Cabe registrar que a hipótese adotada é coerente com a literatura, uma vez que Sampayo et al. (2021), ao modelarem numericamente um quadro de kart, empregaram igualmente o aço AISI 4130, com limite de escoamento de 460 MPa, valor idêntico ao adotado neste trabalho.

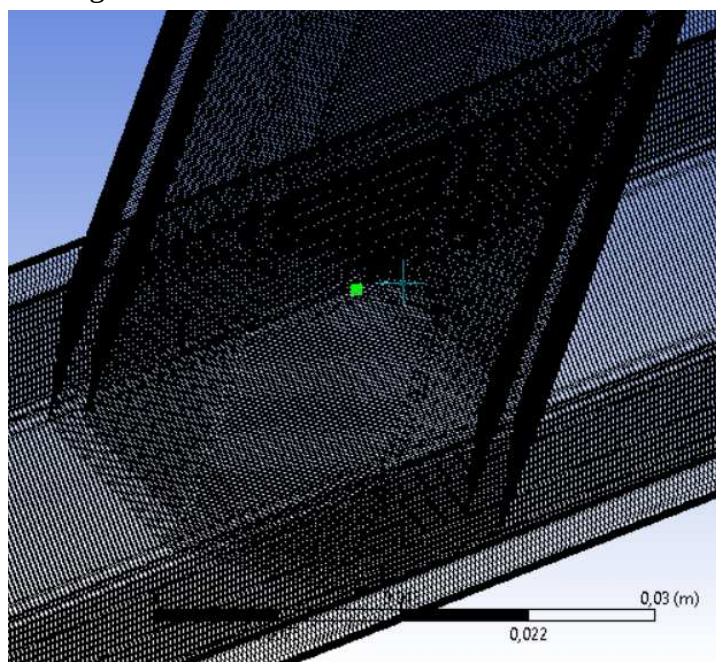
Para a análise estrutural por elementos finitos, foram atribuídas ao material as propriedades elásticas que governam sua resposta no regime linear: o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson. Adotaram-se os valores tabelados por Shigley e Mischke para o aço-carbono, correspondentes a um módulo de elasticidade de 207 GPa e a um coeficiente de Poisson de 0,292 (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2005). Tais propriedades são representativas dos aços estruturais de forma geral e independem da condição de tratamento térmico do material, uma vez que o módulo de elasticidade é determinado primordialmente pela rigidez das ligações interatômicas, e não pela microestrutura resultante do processamento térmico, de modo que o tratamento térmico exerce efeito significativo sobre a resistência mecânica, mas influência mínima sobre o módulo elástico (CALLISTER; RETHWISCH, 2016).

A definição da resistência ao escoamento, necessária à posterior avaliação do fator de segurança, recebeu tratamento específico. Em virtude da já mencionada ausência de certificação do material, e considerando que o limite de escoamento do aço AISI 4130 varia significativamente conforme o tratamento térmico aplicado, adotou-se, como hipótese conservadora, o valor mínimo normatizado para a liga. Essa escolha assegura que o fator de segurança calculado represente uma estimativa por limite inferior, em favor da segurança.

3.5 MALHA

A discretização do modelo foi realizada por meio do gerador de malha do ANSYS® 2021 R2, cujo resultado é apresentado na Figura 6. Em decorrência da modelagem por elementos de linha, o programa empregou automaticamente o elemento BEAM188 na geração da malha. Trata-se de um elemento de viga de dois nós baseado na teoria de vigas de Timoshenko, a qual incorpora os efeitos da deformação por cisalhamento transversal, sendo adequado à análise de estruturas reticuladas esbeltas a moderadamente espessas (ANSYS, 2021). No presente modelo, o elemento foi empregado com formulação quadrática, na qual nós intermediários são introduzidos ao longo de cada elemento, aprimorando a representação do campo de deslocamentos.

Figura 6 – Malha de elementos finitos do chassi



Fonte: O autor (2026).

A fim de assegurar que os resultados obtidos fossem independentes do nível de refinamento da malha, conduziu-se um estudo de convergência. Para tanto, a mesma análise foi processada com cinco tamanhos distintos de elemento, registrando-se, para cada caso, o número de elementos gerados e a rigidez torcional resultante, conforme apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 – Estudo de convergência de malha (rigidez)

Tamanho do elemento (mm)	Número de elementos	Rigidez torcional (Nm/grau)
50	168	316,9
20	399	316,9
10	776	316,9
5	1.533	316,9
0,3	25.366	316,9

Fonte: O autor (2026).

Observou-se que a rigidez torcional manteve-se constante ao longo de toda a faixa investigada, ainda que o número de elementos tenha variado de 168 a 25.366, um aumento superior a cento e cinquenta vezes. Tal comportamento evidencia a completa independência da solução em relação à malha, sendo coerente com a formulação dos elementos de viga, os quais fornecem solução analiticamente exata para membros prismáticos retos submetidos a esforços simples. Em virtude dessa constatação, conclui-se que, no que diz respeito à rigidez torcional, mesmo a malha mais grosseira avaliada seria suficiente. A definição da malha empregada na análise definitiva, contudo, não se pautou apenas por esse critério: por destinar-se também à extração do campo de tensões — grandeza local cuja convergência exige

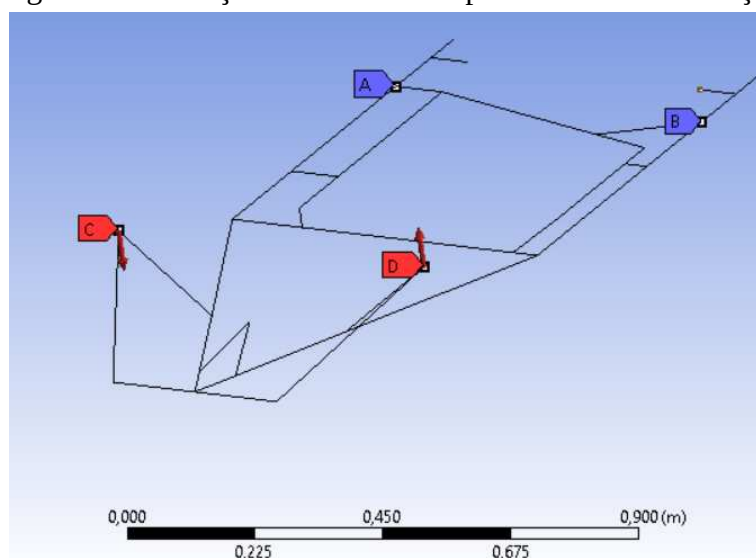
refinamento superior ao da rigidez, conforme demonstrado na seção 4.2 —, adotou-se a malha de 0,3 mm, tamanho de elemento a partir do qual tanto a rigidez quanto a tensão de pico se encontram convergidas. Cabe registrar que esse valor coincide com a configuração padrão gerada automaticamente pelo programa; sua adoção, todavia, fundamenta-se na convergência simultânea de ambas as grandezas, e não na conveniência dessa configuração, tendo o tempo de processamento associado permanecido reduzido. Cabe registrar, ademais, que o número de elementos da malha definitiva, de 25.366, é da mesma ordem de grandeza do empregado em estudo correlato de análise por elementos de viga de chassi de kart, que utilizou 26.943 elementos (SAMPAYO et al., 2021), o que reforça a adequação do nível de discretização adotado.

Cabe destacar que a análise foi conduzida na versão completa (licença padrão) do ANSYS® 2021 R2, e não na edição gratuita ANSYS® Student, de modo que o número de nós e elementos do modelo não esteve sujeito às restrições impostas por aquela versão.

3.6 CONDIÇÕES DE CONTORNO E CASOS DE CARGA

A simulação foi conduzida no módulo Static Structural do ANSYS® 2021 R2, configurando-se as restrições e os carregamentos de modo a reproduzir um ensaio de rigidez torcional. Nessa abordagem, a região traseira do chassi é mantida fixa enquanto se aplica um esforço torsor na região dianteira, avaliando-se a rotação resultante da estrutura (TEBBY; ESMAILZADEH; BARARI, 2011). A configuração adotada é apresentada na Figura 7.

Figura 7 – Condições de contorno: apoios e binário de forças



Fonte: O autor (2026).

As restrições foram aplicadas nos dois pontos de fixação do eixo traseiro, por meio de apoios do tipo engaste (Fixed Support), que impedem todas as translações e rotações nos

nós correspondentes. Essa condição reproduz a ancoragem da traseira do veículo e estabelece a referência fixa em relação à qual se mede a torção do quadro.

O esforço tursor foi imposto na dianteira por meio de um binário de forças, configuração que produz momento tursor puro, sem componente de flexão líquida. Para tanto, aplicaram-se duas forças verticais de igual magnitude e sentidos opostos nos pontos de fixação das mangas de eixo dianteiras, correspondentes às posições de acoplamento das rodas. As forças, de 1000 N cada, foram aplicadas em vértices do modelo, distando 615 mm entre si, o que resulta em um momento tursor de 615 Nm. O valor de 1000 N por ponto foi adotado como carga de referência: como a análise é conduzida em regime linear-elástico, a rigidez torcional — definida pela razão entre o momento aplicado e o ângulo resultante — independe da magnitude da carga, de modo que o valor foi escolhido apenas para produzir uma resposta clara, mantendo a estrutura no regime elástico. O emprego de forças iguais e opostas para a geração de torção pura é a abordagem consagrada na literatura para a determinação da rigidez torcional de chassis (TEBBY; ESMAILZADEH; BARARI, 2011; SAMPAYO et al., 2021; EAKAMBARAM et al., 2021).

Cabe destacar que, em uma análise linear estática, o valor absoluto da força aplicada não influencia a rigidez torcional calculada. Sendo a rigidez torcional definida como a razão entre o momento tursor aplicado e o ângulo de torção resultante, e considerando que, no regime linear, o ângulo de torção é diretamente proporcional ao carregamento, qualquer variação na magnitude da força afeta numerador e denominador na mesma proporção. Tomando uma força arbitrária F aplicada a uma distância d , o momento tursor é dado por $T = F \cdot d$, e o ângulo resultante por $\theta = k \cdot F$, sendo k uma constante que depende apenas da geometria e do material, conforme a Equação (3).

$$Kt = T / \theta = (F \cdot d) / (k \cdot F) = d / k \quad (3)$$

Observa-se que o termo F é cancelado, de modo que a rigidez independe da magnitude da carga aplicada. Por essa razão, o valor de 1000 N constitui uma carga de referência conveniente para a extração da resposta estrutural, sendo necessário apenas que se mantenha o material em regime elástico, condição verificada a posteriori pela análise de tensões.

Em razão da assimetria geométrica do chassi, foram definidos dois casos de carga. No primeiro, aplicou-se o binário em um sentido; no segundo, inverteu-se o sentido das forças, de modo a solicitar a estrutura no sentido oposto de torção. Essa estratégia permite avaliar a eventual diferença de resposta entre os dois lados do quadro, decorrente de sua geometria não simétrica.

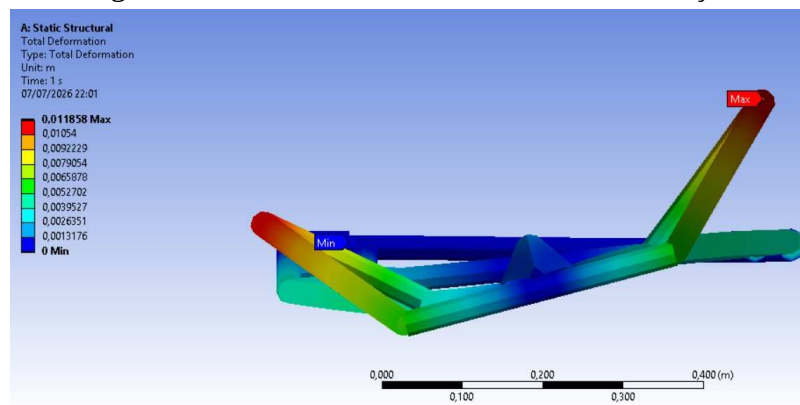
4 APRESENTAÇÃO DE DADOS

Apresentam-se neste capítulo os resultados obtidos a partir das simulações numéricas conduzidas no módulo Static Structural do ANSYS® 2021 R2, tendo em vista o objetivo de determinar a rigidez torcional do chassi. Os dados são expostos de forma descritiva, reservando-se sua interpretação e confronto com a literatura ao capítulo subsequente.

4.1 DESLOCAMENTOS E RIGIDEZ TORCIONAL

A aplicação do binário de forças na região dianteira do chassi, com a traseira restringida, produziu a configuração deslocada característica de um ensaio de torção, na qual a estrutura gira progressivamente desde a região traseira fixa até a dianteira solicitada, conforme ilustrado na Figura 8. O deslocamento total máximo observado foi de 11,86 mm, localizado na extremidade de um dos braços dianteiros do quadro, ponto mais afastado do eixo de torção.

Figura 8 – Deslocamento total do chassi sob torção



Fonte: O autor (2026).

Para a determinação da rigidez torcional, foram extraídos os deslocamentos direcionais verticais nos dois pontos de aplicação do binário. No primeiro caso de carga, o ponto direito apresentou deslocamento vertical de 10,28 mm e o ponto esquerdo de 10,562 mm, em sentidos opostos. O ângulo de torção foi obtido a partir do deslocamento relativo entre os dois pontos e da distância que os separa, conforme a Equação (4).

$$\theta = \arctan [(|\delta z, dir| + |\delta z, esq|) / d] = 1,941^\circ \quad (4)$$

A rigidez torcional foi então calculada pela razão entre o momento torsor aplicado e o ângulo de torção resultante, conforme a Equação (5).

$$K_t = T / \theta = 615 / 1,941 = 316,9 \text{ Nm/grau} \quad (5)$$

No segundo caso de carga, com o binário aplicado no sentido oposto, os deslocamentos apresentaram-se espelhados em relação ao primeiro, com mesmos módulos e sinais invertidos, resultando em rigidez torcional idêntica de 316,9 Nm/grau. Observou-se ainda uma diferença de aproximadamente 2,7% entre os módulos dos deslocamentos dos lados direito e esquerdo, mantida nos dois casos de carga.

Embora a rigidez torcional seja, por definição, independente da magnitude da carga no regime linear-elástico, conforme demonstrado na Equação (3), procedeu-se a uma verificação adicional com um carregamento de significado físico, em complemento ao valor de referência de 1000 N por ponto. Repetiu-se a análise com o binário ajustado para 931 N por ponto, magnitude da ordem do peso do conjunto, de aproximadamente 95 kg, de modo a ancorar a carga de referência em uma grandeza física do veículo, em vez de um número arbitrário. Ressalta-se que o carregamento permanece um binário de forças opostas, isto é, um momento torsor puro, e não a representação do carregamento gravitacional. Os resultados das duas configurações são comparados na Tabela 3.

Tabela 3 – Comparação da resposta estrutural para diferentes magnitudes do binário

Grandeza	Binário de 1000 N por ponto	Binário de 931 N por ponto
Momento torsor (T)	615 Nm	572,6 Nm
Ângulo de torção (θ)	1,941°	1,807°
Deslocamento total máximo	11,86 mm	11,04 mm
Rigidez torcional (Kt)	316,9 Nm/grau	316,9 Nm/grau
Tensão de pico	190,2 MPa	177,0 MPa
Fator de segurança (FS)	$\approx 2,42$	$\approx 2,60$

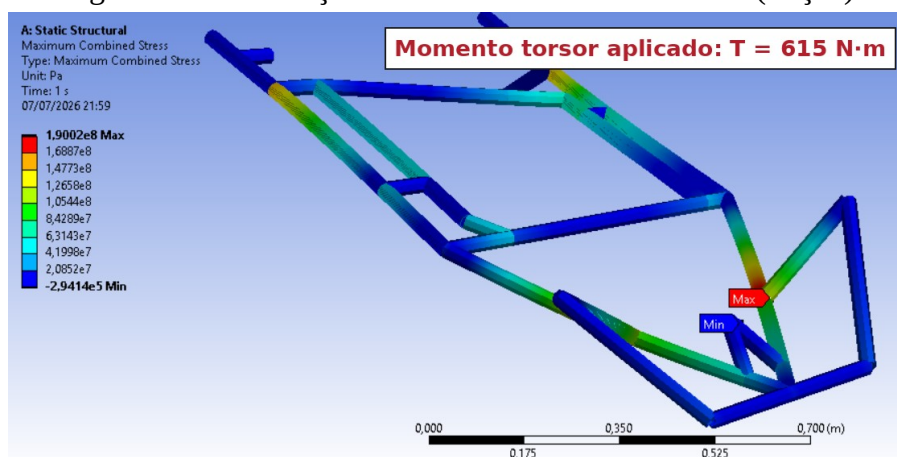
Fonte: O autor (2026).

Observa-se que a rigidez torcional permanece inalterada em 316,9 Nm/grau nas duas configurações, ao passo que o ângulo de torção, o deslocamento máximo e a tensão de pico escalam proporcionalmente à carga aplicada, reduzindo-se à razão de 0,931. O fator de segurança, por sua vez, eleva-se de 2,42 para 2,60, em decorrência da menor solicitação imposta. Essa invariância da rigidez frente a uma variação efetiva da magnitude da carga confirma, de forma empírica, a independência expressa na Equação (3) e reforça a robustez do valor de rigidez torcional obtido.

4.2 TENSÕES E FATOR DE SEGURANÇA

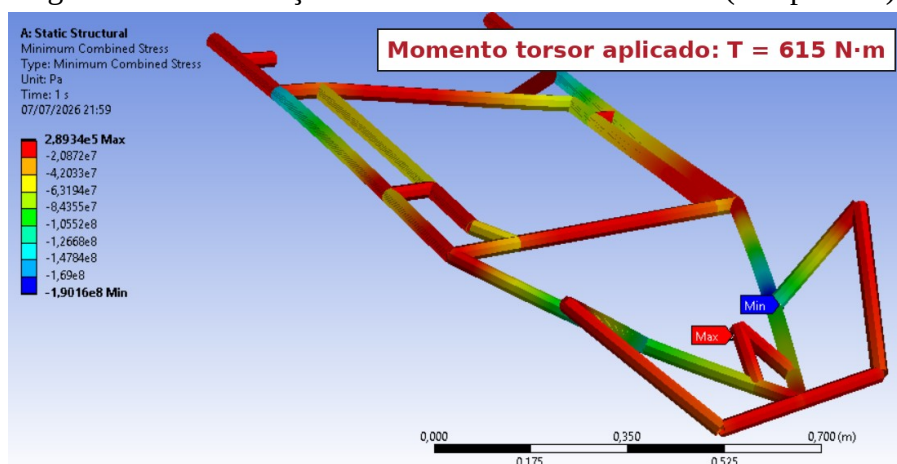
A distribuição de tensões combinadas, axiais e de flexão, ao longo da estrutura, foi avaliada por meio da ferramenta Beam Tool do ANSYS®. A tensão máxima de tração registrada foi de 190,0 MPa, e a tensão máxima de compressão, de 190,2 MPa em módulo, conforme ilustrado nas Figuras 9 e 10. Os maiores níveis de tensão concentraram-se na região dianteira do chassi, nos braços diagonais que conduzem às mangas de eixo, onde o binário é introduzido, e na triangulação que conecta posteriormente a direção.

Figura 9 – Distribuição de tensão combinada máxima (tração)



Fonte: O autor (2026).

Figura 10 – Distribuição de tensão combinada mínima (compressão)



Fonte: O autor (2026).

A localização dos extremos de tensão, assinalada pelos marcadores de máximo e mínimo nas Figuras 9 e 10, concentra-se na região dianteira do quadro, na triangulação associada à direção e nos encontros dos braços diagonais que conduzem às mangas de eixo — a região de introdução do binário. O pico de tração ocorre no encontro de ambos os braços com a manga de eixo, enquanto o pico de compressão ocorre no encontro do braço que conecta com a direção. Os dois extremos, portanto, não se localizam em um mesmo membro, mas distribuem-se entre os dois braços dianteiros. A pequena diferença entre as magnitudes — 190,0 MPa em tração e 190,2 MPa em compressão — reflete a assimetria geométrica do quadro, sendo o maior valor em módulo o que governa o fator de segurança avaliado na sequência. Verificou-se, ademais, que a inversão do sentido do binário não desloca esses pontos críticos: eles permanecem nas mesmas posições da estrutura.

A distribuição das tensões ao longo do quadro revelou-se fortemente heterogênea. A maior parte da estrutura apresentou níveis de tensão reduzidos, ao passo que os valores elevados concentraram-se de forma localizada na região dianteira, nos braços que conduzem

às mangas de eixo, onde o binário é introduzido. Essa mesma região é a que apresenta os maiores deslocamentos, reunindo, portanto, as maiores solicitações e as maiores deformações da estrutura; já a porção traseira, restringida pelos apoios, manteve-se com níveis de tensão comparativamente baixos.

De modo a verificar a confiabilidade do valor de tensão obtido, conduziu-se também um estudo de convergência da tensão de pico, complementar ao estudo de convergência da rigidez. A análise foi processada com quatro tamanhos de elemento progressivamente menores, registrando-se a tensão máxima em cada caso, conforme apresentado na Tabela 4.

Tabela 4 – Estudo de convergência da tensão de pico

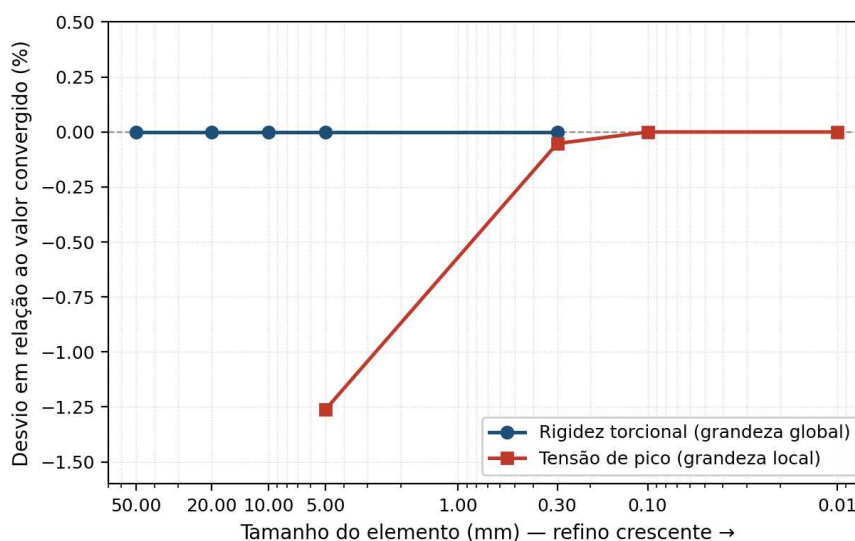
Tamanho do elemento (mm)	Tensão de tração (MPa)	Tensão de compressão (MPa)
5	187,7	187,9
0,3	190,0	190,2
0,1	190,1	190,3
0,01	190,2	190,3

Fonte: O autor (2026).

Diferentemente do observado para a rigidez torcional, que se manteve constante desde a malha mais grosseira, a tensão de pico apresentou variação perceptível entre a malha de 5 mm e as malhas mais refinadas, estabilizando-se a partir do tamanho de elemento de 0,3 mm. Tal comportamento evidencia que a tensão, por se tratar de uma grandeza local, requer maior refinamento de malha para sua convergência do que a rigidez torcional, que é uma grandeza global associada à resposta integral da estrutura. Constata-se, ainda, que a malha de 0,3 mm corresponde justamente ao tamanho de elemento a partir do qual ambas as grandezas se encontram convergidas, o que reforça sua adequação.

A Figura 11 sintetiza graficamente o comportamento de convergência de ambas as grandezas monitoradas, expressas como desvio percentual em relação ao respectivo valor convergido, em função do tamanho de elemento.

Figura 11 – Convergência normalizada da rigidez torcional e da tensão de pico em função do refino de malha



Fonte: O autor (2026).

Observa-se que a rigidez torcional permanece sobre o eixo de desvio nulo em toda a faixa investigada, ao passo que a tensão de pico parte de um desvio inicial e se aproxima progressivamente do patamar à medida que a malha é refinada. A representação gráfica confirma, de forma direta, que a grandeza global atinge a convergência desde a malha mais grosseira, enquanto a grandeza local requer maior refinamento para estabilizar-se.

Cabe esclarecer o sentido do termo "local" empregado nesta análise. Por se tratar de um modelo de elementos de viga, as tensões calculadas correspondem à tensão nominal na seção transversal dos membros — combinação das parcelas axial e de flexão —, e não a concentrações de tensão no sentido estrito. Ressalta-se que o presente modelo não representa as soldas nem qualquer detalhe geométrico das junções: estas são idealizadas como perfeitamente contínuas e rígidas (conforme a seção 5.2). Em consequência, efeitos localizados de concentração de tensão — como os que ocorrem em entalhes, mudanças de seção e nas juntas soldadas reais — estão, por definição, fora do alcance desta modelagem. O valor de pico aqui reportado deve, portanto, ser interpretado como a máxima tensão nominal entre os membros mais solicitados, adequada ao dimensionamento e à verificação do fator de segurança global da estrutura. A avaliação da resistência à fadiga ou da integridade das soldas exigiria uma modelagem distinta, não contemplada no escopo deste trabalho. A sensibilidade do valor de pico ao refino da malha, observada na Tabela 4, decorre da melhor resolução da distribuição de esforços internos nas regiões mais carregadas, coerente com o caráter local dessa grandeza frente à natureza global da rigidez torcional.

A partir da tensão de pico e do limite de escoamento adotado para o material, calculou-se o fator de segurança em relação ao escoamento, conforme a Equação (6).

$$FS = \sigma_y / \sigma_{m\acute{a}x} = 460 / 190,2 \approx 2,42 \quad (6)$$

O valor obtido indica que a estrutura, sob o carregamento de referência imposto, opera integralmente no regime elástico, com a tensão de pico situando-se em patamar inferior à metade do limite de escoamento do material.

A fim de verificar a influência da parcela de cisalhamento por torção — não contemplada na tensão combinada, que considera apenas as componentes axial e de flexão —, avaliou-se o momento torçor atuante nos membros do quadro. O maior valor registrado foi de aproximadamente 129 N·m, ao qual corresponde, para a seção tubular adotada (diâmetros externo e interno de 30,26 mm e 25,47 mm), uma tensão de cisalhamento máxima da ordem de 48 MPa. Combinando-se conservadoramente essa parcela com a máxima tensão normal (190,2 MPa) por meio do critério de von Mises, obtém-se uma tensão equivalente de aproximadamente 207 MPa, correspondente a um fator de segurança de cerca de 2,2 em relação ao limite de escoamento adotado. Verifica-se, portanto, que mesmo sob essa superposição conservadora — na qual se admite a coincidência dos máximos de tensão normal e de cisalhamento, situação não necessariamente verificada — a estrutura permanece no regime elástico com margem, o que confirma que a tensão combinada normal governa o dimensionamento e que a inclusão da parcela torcional não altera as conclusões da análise.

4.3 SÍNTESE DOS RESULTADOS

A Tabela 5 consolida os principais resultados obtidos nas simulações numéricas, reunindo os parâmetros de entrada relevantes e as grandezas extraídas da análise.

Tabela 5 – Síntese dos resultados da análise numérica

Parâmetro	Valor
Módulo de elasticidade (E)	207 GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,292
Tipo de elemento	BEAM188 (formulação quadrática)
Número de elementos (malha definitiva)	25.366
Momento torsor (T)	615 Nm
Deslocamento total máximo	11,86 mm
Ângulo de torção (θ)	1,941°
Rigidez torcional (Kt)	316,9 Nm/grau
Assimetria entre lados	≈ 2,7%
Tensão de pico	190,2 MPa
Limite de escoamento adotado (σ_y)	460 MPa
Fator de segurança (FS)	≈ 2,42

Fonte: O autor (2026).

Os resultados consolidados evidenciam que o chassi, sob as condições simuladas, apresenta rigidez torcional bem definida e opera com margem de segurança adequada (FS ≈ 2,42) em relação ao limite de escoamento adotado para o material (460 MPa). A interpretação desses valores e seu confronto com a literatura são apresentados no capítulo seguinte.

5 ANÁLISE DE DADOS

Tendo apresentado os resultados da simulação no capítulo anterior, procede-se neste capítulo à sua interpretação e ao seu confronto com os valores reportados na literatura técnica. Busca-se avaliar a coerência do modelo numérico desenvolvido, contextualizar a rigidez obtida no panorama de estruturas tubulares de competição, discutir a influência das hipóteses de modelagem e reconhecer as limitações do estudo.

5.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA RIGIDEZ TORCIONAL

A rigidez torcional obtida para o chassi, de 316,9 Nm/grau, foi confrontada com os valores reportados na literatura para quadros de kart. Liang, Yu e Wu (2007), com base nos estudos de Biancolini, estabelecem que a rigidez torcional de um quadro de kart de competição deve situar-se acima de um mínimo recomendado da ordem de 165 a 169 Nm/grau, valor que constitui um piso de projeto, e não um limite superior. O resultado obtido supera amplamente esse mínimo, atendendo, portanto, ao critério de rigidez estabelecido para quadros de kart.

Para além do atendimento ao mínimo recomendado, é pertinente situar o valor em um panorama mais amplo, uma vez que a literatura reporta dispersão acentuada de rigidez torcional para esse tipo de estrutura. Sampayo et al. (2021) reportam valores que se estendem de 1.051 a 3.464 Nm/grau ao longo de um processo de enrijecimento progressivo da estrutura, no qual o quadro mais rígido resulta de sucessivas modificações de projeto e do emprego de liga de maior resistência (AISI 4150). Esses valores não correspondem, portanto, a um quadro de kart típico, mas a configurações sucessivamente enrijecidas, de modo que o intervalo documentado para esse tipo de estrutura abrange desde valores próximos ao mínimo recomendado até a ordem de milhares de newton-metro por grau. Nesse intervalo, o valor obtido no presente trabalho situa-se na porção inferior-intermediária, posição compatível com um chassi de quadro reto destinado à competição de velocidade.

A fim de contextualizar o resultado em relação a outras estruturas tubulares de competição, a Tabela 6 reúne valores de rigidez torcional reportados na literatura para diferentes categorias de veículos.

Tabela 6 – Valores de rigidez torcional reportados na literatura para estruturas tubulares de competição

Fonte	Veículo	Rigidez (Nm/grau)
Liang, Yu e Wu (2007)	Kart de competição	mín. 165–169
Presente trabalho	Kart F4	316,9
Sampayo et al. (2021)	Kart (enrijecimento progressivo)	1.051–3.464
Motta Barbosa et al. (2016)	Baja SAE	1.063

Fonte: Elaborado pelo autor (2026) com base nos autores citados.

Observa-se que a rigidez torcional varia de forma acentuada conforme a categoria e a finalidade do veículo. Estruturas de Baja SAE, por exemplo, apresentam valores superiores aos típicos de kart, o que é coerente com o fato de esses veículos disporem de sistema de suspensão dedicado e, portanto, buscarem maximizar a rigidez do quadro, ao passo que o chassi de kart depende de sua própria flexibilidade controlada para suprir a ausência de suspensão. A elevada dispersão dos valores reportados, mesmo dentro de uma única categoria, decorre da diversidade de modelos, métodos de medição e condições de contorno empregados nos diferentes estudos, o que torna as comparações diretas pouco conclusivas e recomenda cautela em sua interpretação.

5.2 INFLUÊNCIA DA CONDIÇÃO DE CONTORNO IDEALIZADA

A posição do valor obtido dentro do intervalo reportado para quadros de kart é influenciada de maneira relevante pela condição de contorno adotada na modelagem. Os dois pontos de fixação do eixo traseiro foram restringidos por engastes que impedem a totalidade dos graus de liberdade, incluindo as três rotações, conferindo à região traseira uma rigidez idealizada, superior à de uma ancoragem física real. Por restringir modos de deformação que, na estrutura real, contribuiriam para maior flexibilidade global, essa idealização tende a elevar a rigidez torcional calculada, deslocando o resultado em direção à parte superior da faixa em que se situaria sob condições de ancoragem mais complacentes.

A relevância da condição de contorno sobre o resultado da rigidez torcional encontra respaldo na literatura. Em estudo numérico e experimental conduzido sobre um chassi de Baja SAE, demonstrou-se que a forma de imposição dos apoios influencia significativamente a rigidez calculada, tendo a análise numérica superado a medição experimental em aproximadamente 13,4% (MOTTA BARBOSA et al., 2016). Esse mesmo estudo, cujo carregamento de torção é próximo ao adotado no presente trabalho, empregou a estratégia de aplicação do torque em dois sentidos opostos, com posterior cálculo da rigidez média, procedimento análogo ao aqui utilizado.

Soma-se a esse efeito a natureza idealizada da modelagem por elementos de viga. O modelo representa as junções entre tubos como conexões perfeitamente contínuas e rígidas, ao passo que, na estrutura real, as juntas soldadas introduzem complacência localizada, e o material apresenta variações decorrentes do processo de fabricação e do uso. Modelos de elementos de viga com junções idealizadas tendem, por essas razões, a fornecer valores de rigidez superiores aos medidos experimentalmente.

5.3 ANÁLISE DA ASSIMETRIA ESTRUTURAL

A diferença de aproximadamente 2,7% observada entre os deslocamentos dos lados direito e esquerdo do quadro, mantida nos dois casos de carga com sinais espelhados, é

atribuída à assimetria geométrica do chassi. Diferentemente de um modelo idealizado perfeitamente simétrico, o quadro real apresenta pequenas diferenças construtivas entre os dois lados, que se refletem em uma resposta estrutural ligeiramente distinta conforme o sentido da solicitação.

O fato de a assimetria manter-se constante quando o sentido do binário é invertido confirma que ela decorre da geometria da estrutura, e não de eventual artefato do método de carregamento. Sob o ponto de vista do comportamento dinâmico, essa característica implica que o quadro responde de maneira sutilmente diferente em curvas para a esquerda e para a direita, aspecto potencialmente relevante para o ajuste fino do veículo, ainda que de magnitude reduzida.

5.4 AVALIAÇÃO DO FATOR DE SEGURANÇA

O fator de segurança de 2,42, obtido em relação ao limite de escoamento adotado, indica que a estrutura opera integralmente no regime elástico sob o carregamento de referência imposto. Esse resultado confirma a validade da hipótese de linearidade adotada na análise, uma vez que a tensão de pico, de 190,2 MPa, situa-se em patamar inferior à metade do limite de escoamento do material. Esse papel de verificação é essencial: caso a estrutura escoasse sob a carga de referência, a hipótese linear-elástica que fundamenta a determinação da rigidez deixaria de ser válida; o fator de segurança de 2,42 assegura, portanto, a consistência de todo o resultado.

Cabe ressaltar que o carregamento de 1000 N por ponto constitui um valor de referência para a caracterização da rigidez, e não necessariamente a solicitação máxima a que o chassi estaria submetido em operação. O fator de segurança calculado deve, portanto, ser interpretado no contexto desse carregamento de referência, servindo como indicativo de que o modelo permanece no domínio elástico nas condições simuladas, e não como uma verificação estrutural definitiva para as cargas reais de pista.

5.5 LIMITAÇÕES DO ESTUDO

O presente trabalho apresenta limitações que devem ser reconhecidas e que delimitam o alcance de suas conclusões. A primeira refere-se à delimitação do escopo a uma análise puramente numérica, concentrando-se na determinação da rigidez torcional por meio do método dos elementos finitos, e ficando a validação experimental, embora desejável, fora do escopo aqui delimitado. Em consequência, os resultados obtidos foram confrontados com os valores reportados na literatura, e não com medições físicas do próprio chassi.

A segunda limitação diz respeito à caracterização do material. Em virtude da indisponibilidade do certificado de material do fabricante, a liga e a resistência ao escoamento foram adotadas por hipótese, com base na regulamentação da categoria e em valores

normatizados conservadores. Embora os valores adotados sejam coerentes com os empregados em estudos correlatos, a ausência de certificação constitui uma incerteza sobre o fator de segurança calculado.

A terceira limitação relaciona-se à condição de contorno idealizada, já discutida, que constitui a principal hipótese simplificadora do modelo e a provável causa da rigidez superestimada. A investigação de condições de contorno mais representativas, que reproduzam a complacência real da ancoragem traseira, constitui um caminho relevante para o aprimoramento do modelo, retomado nas sugestões de trabalhos futuros.

Por fim, cabe reconhecer uma limitação inerente à própria metodologia de ensaio adotada. O método de aplicação de um binário estático para a determinação da rigidez torcional, embora consagrado e amplamente empregado na literatura, foi objeto de questionamento em estudo sobre chassis de kart, no qual se argumenta que tal abordagem não seria plenamente adequada a esse tipo de veículo, justamente em razão da ausência de suspensão e do papel estrutural ativo que o chassi desempenha na dinâmica (SAMPAYO et al., 2021). Embora o método tenha sido mantido no presente trabalho por sua consagração e por permitir a comparação direta com a literatura, reconhece-se que abordagens que incorporem o comportamento dinâmico do veículo podem fornecer uma caracterização mais representativa da rigidez torcional efetivamente relevante em pista.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve por objetivo analisar numericamente a rigidez torcional estática de um chassi tubular de kart da categoria F4 por meio do método dos elementos finitos. Os cinco objetivos específicos propostos foram integralmente atendidos, conforme se sintetiza a seguir.

A geometria do chassi foi levantada por medição direta sobre o veículo físico, servindo de base para o desenvolvimento de um modelo em elementos de viga no programa ANSYS® 2021 R2. Sobre esse modelo, a aplicação de um carregamento de torção em dois sentidos de solicitação permitiu determinar uma rigidez torcional de 316,9 Nm/grau, cuja confiabilidade numérica foi atestada por estudo de convergência de malha, que demonstrou a independência do resultado quanto ao refinamento da discretização. A avaliação do estado de tensões revelou que a estrutura opera integralmente no regime elástico sob o carregamento de referência, com tensão de pico de 190,2 MPa e fator de segurança de aproximadamente 2,42 em relação ao limite de escoamento adotado, confirmando a hipótese de comportamento linear assumida. Por fim, o confronto com a literatura evidenciou que a rigidez obtida supera o mínimo recomendado para quadros de kart e situa-se na porção inferior-intermediária do amplo intervalo reportado para estruturas tubulares de competição.

A análise dos dois sentidos de solicitação revelou ainda uma assimetria de aproximadamente 2,7% na resposta estrutural entre os lados direito e esquerdo do quadro, atribuída à geometria não simétrica do chassi e confirmada pela inversão do sentido do carregamento. Reconhece-se que a condição de contorno idealizada adotada — o engaste total dos apoios traseiros — confere à estrutura rigidez superior à de uma ancoragem física real, constituindo a principal limitação do modelo, com tendência a superestimar a rigidez torcional calculada.

De modo geral, o trabalho cumpriu integralmente o objetivo proposto, fornecendo uma caracterização numérica consistente da rigidez torcional do chassi e demonstrando a aplicabilidade do método dos elementos finitos com elementos de viga para esse tipo de análise.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir das limitações identificadas e dos resultados obtidos, propõem-se os seguintes desdobramentos para trabalhos futuros:

- a) realização de validação experimental da rigidez torcional do chassi, por meio de bancada de ensaio instrumentada, permitindo o confronto direto entre os resultados numéricos e medições físicas;
- b) investigação de condições de contorno alternativas, mais representativas da complacência real da ancoragem traseira, com vistas a avaliar seu efeito sobre a rigidez torcional calculada;

- c) caracterização experimental do material do chassi, eliminando a incerteza associada à hipótese adotada quanto à liga e à resistência ao escoamento;
- d) estudo da influência de parâmetros geométricos, como a distância entre os pontos de fixação das mangas de eixo dianteiras, sobre a rigidez torcional.

REFERÊNCIAS

- ALVES FILHO, A. **Elementos finitos**: a base da tecnologia CAE. 6. ed. São Paulo: Érica, 2018.
- ANSYS, INC. **ANSYS mechanical APDL element reference**: BEAM188. Release 2021 R2. Canonsburg: ANSYS, Inc., 2021.
- AZEVEDO, Á. F. M. **Método dos elementos finitos**. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.
- CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e engenharia de materiais**: uma introdução. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- CIK-FIA. **CIK-FIA karting technical regulations**. [S. l.]: Commission Internationale de Karting – Fédération Internationale de l'Automobile, 2025. Disponível em: https://www.fiakarting.com/sites/default/files/2025-12/6.0%20RT2025_Clean%20Web_1.2_16.12.2025.pdf. Acesso em: 21 jun. 2026.
- EAKAMBARAM, A. et al. Experimental analysis and validation of torsional stiffness of a tubular space frame chassis. **Materials Today: Proceedings**, v. 46, p. 7719–7727, 2021. DOI: 10.1016/j.matpr.2021.02.238.
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- HORVÁTH, K.; ZELEI, A. **Development of a multibody model for go-karts considering frame flexibility**. Pollack Periodica, v. 19, n. 3, p. 1–8, 2024. DOI: 10.1556/606.2024.01050.
- LIANG, C.-C.; YU, C.-H.; WU, C.-C. A study on the torsional stiffness of the competition go-kart frame. **WIT Transactions on the Built Environment**, v. 91, p. 189–198, 2007.
- MIRONE, G. Multi-body elastic simulation of a go-kart: correlation between frame stiffness and dynamic performance. **International Journal of Automotive Technology**, v. 11, n. 4, p. 461–469, 2010.
- MOTTA BARBOSA, L. F. F. et al. **Finite element and experimental analysis of the torsional stiffness of a chassis of a Baja SAE prototype**. SAE Technical Paper 2016-36-0124. São Paulo: SAE International, 2016. DOI: 10.4271/2016-36-0124.
- SAMPAYO, D. et al. Go-kart chassis design using finite element analysis and multibody dynamic simulation. **International Journal of Simulation Modelling**, v. 20, n. 2, p. 267–278, 2021. DOI: 10.2507/IJSIMM20-2-555.
- SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. **Projeto de engenharia mecânica**. 7. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.
- TEBBY, S.; ESMAILZADEH, E.; BARARI, A. Methods to determine torsion stiffness in an automotive chassis. **Computer-Aided Design & Applications**, v. 8, PACE (1), p. 67–75, 2011. DOI: 10.3722/cadaps.2011.PACE.67-75.
- THOMPSON, L. L.; LAMPERT, J. K.; LAW, E. H. **Design of a twist fixture to measure the torsional stiffness of a Winston Cup chassis**. SAE Technical Paper 983054. [S. l.]: SAE International, 1998. DOI: 10.4271/983054.

APÊNDICE A – COORDENADAS DOS PONTOS-CHAVE DO MODELO

Apresentam-se a seguir as coordenadas dos 31 pontos-chave que definem a geometria do chassi no modelo de elementos de linha, obtidas a partir do levantamento dimensional descrito na seção 3.2. Os valores são expressos em milímetros, no sistema de referência adotado para a construção do modelo no DesignModeler.

Tabela A.1 – Coordenadas dos pontos-chave do modelo (mm)

Ponto	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
1	0	0	0
2	50	0	0
3	482	0	0
4	625	0	0
5	45	153,45	0
6	530	73,54	0
7	530	210	0
8	625	210	0
9	0	388,45	0
10	45	388,45	0
11	45	458,45	0
12	0	578,45	0
13	161,4	487,62	0
14	530	580	0
15	625	580	0
16	0	705	0
17	75	705	0
18	550	705	0
19	625	705	0
20	0	790	0
21	625	790	0
22	175	-376,6	0
23	312,5	-470	45
24	450	-376,6	0
25	-5	-376,6	145
26	275,25	-594,55	0
27	349,75	-594,55	0
28	620	-376,6	145
29	145	-675	0
30	312,5	-675	0
31	480	-675	0

Fonte: O autor (2026).