

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC
Centro Sócio Econômico - CSE
Departamento de Economia e Relações Internacionais - CNM

JULIANA TESSARI

Impactos da Introdução de Fundos Imobiliários em Portfólios Ótimos de Média-Variância e
Mínima-Variância

FLORIANÓPOLIS

2014

JULIANA TESSARI

**Impactos da Introdução de Fundos Imobiliários em Portfólios Ótimos de Média-Variância e
Mínima-Variância**

Monografia submetida ao curso de Ciências
Econômicas da Universidade Federal de Santa
Catarina como requisito obrigatório para a
obtenção do grau de Bacharelado.

Orientador: Guilherme Valle Moura

FLORIANÓPOLIS

2014

JULIANA TESSARI

Impactos da Introdução de Fundos Imobiliários em Portfólios Ótimos de Média-Variância e
Mínima-Variância

A Banca Examinadora resolveu atribuir a nota 9,0 à aluna Juliana Tessari na disciplina
CNM7107 – Monografia, pela apresentação deste trabalho.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Guilherme Valle Moura
Orientador

Prof. Dr. Gueibi Peres Souza
Membro da Banca

Gabriel Passos de Figueiredo (PPGE)
Membro da Banca

AGRADECIMENTOS

Eu gostaria de expressar minha sincera gratidão aos meus pais, Celso e Aidi, por todo amor e confiança que depositaram em mim. Por fazerem o possível e o impossível para realizar todos os meus sonhos e por me apoiarem em todas as minhas decisões. Vocês fazem todo esforço valer a pena!

Eu gostaria de agradecer também ao meu orientador, Prof. Guilherme Valle Moura, pela sua sempre prontidão em me atender e me ajudar. Pelos inúmeros conselhos e pelas contribuições a este trabalho.

Também gostaria de agradecer aos demais professores do Departamento de Economia e Relações Internacionais, Prof. Jaylson J. da Silveira, Prof. Sérgio da Silva, Prof. Maurício S. Nunes, Prof. Roberto Meurer, Profa. Eva Yamila Catela, Prof. Newton Carneiro A. da Costa, Prof. Arlei Fachinello, Prof. Silvio A. Ferraz Cário e todos os outros que de alguma forma contribuíram para a minha formação.

Aos meus amigos, que nos inúmeros momentos dessa caminhada estiveram apoiando-me e incentivando-me a seguir em frente sem desanimar. Em especial aqueles que, em razão da proximidade, do diálogo e do companheirismo, transformaram-se em verdadeiros amigos. Kinn Hara, Marilei Osinski e Mariane Dahmer, sou muito feliz por ter compartilhado ótimos momentos com vocês durante esses quatro anos.

À minha irmã, Cristina, pelo carinho e atenção durante o tempo em que vivíamos juntas. Agradeço também pela paciência e dedicação em me ajudar quando precisei. Você é minha maior inspiração e orgulho.

Ao Robert, pelo amor, companheirismo, compreensão, paciência, por aceitar as minhas decisões, por confiar em mim e me apoiar em qualquer circunstância. Obrigada por me dar a certeza de que por mais difícil e imprevisível que o futuro seja, eu nunca estarei sozinha.

*“Nothing truly valuable arises from
ambition or from a mere sense of duty;
it stems rather from love and devotion
towards men and towards objective things.”*

Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho realiza uma comparação entre uma carteira de ações vs. uma carteira mista, composta por ações e fundos de investimento imobiliário (FIIs) com base no desempenho fora da amostra das estratégias quantitativas de otimização para a construção de carteiras. O desempenho das carteiras otimizadas será comparada ao desempenho do portfólio ingênuo igualmente ponderado e a carteira teórica do índice Ibovespa. Para obtenção dos portfólios ótimos, restritos para venda a descoberto, foram utilizadas matrizes de covariâncias estimadas com base em nove abordagens alternativas: matriz de covariância amostral, matriz RiskMetrics, três estimadores propostos por Ledoit e Wolf (2003), Ledoit e Wolf (2004a) e Ledoit e Wolf (2004b) e os modelos GARCH CCC, DCC, DECO e AsyDCC. Os resultados indicam que a carteira mista é a melhor opção de investimento, pois esta possui índices de Sharpe e retornos médios muito superiores aos das carteiras otimizadas contendo somente ações. Este resultado pode ser justificado pelo fato de que os FIIs são pouco correlacionados com os fatores de mercado, de modo que sua inclusão acaba reduzindo significativamente a variância da carteira. Ademais, verifica-se que os retornos dos FIIs praticamente não estão correlacionados com os retornos das ações, o que significa que estes ativos podem ser utilizados para reduzir o risco das carteiras.

Palavras-chave: Otimização de carteiras, fundos de investimento imobiliário, GARCH multivariado.

ABSTRACT

In this paper we compare a portfolio composed of stocks vs. a mixed portfolio composed of stocks and real estate investment trusts (REITs) based on the out-of-sample performance of quantitative portfolio optimization techniques to build portfolios. The performance of these portfolios will be compared with the performance of the naive equally weighted portfolio and the Ibovespa index. To obtain optimal portfolios, restricted to short selling we consider nine alternative estimators for the covariance matrices: sample covariance matrix, RiskMetrics, three covariance estimators proposed by Ledoit and Wolf (2003), Ledoit and Wolf (2004a) and Ledoit and Wolf (2004b), CCC GARCH, DCC GARCH, DECO GARCH and AsyDCC GARCH. The results indicate that a mixed portfolio is the best investment option, as this has Sharpe ratios and portfolio returns much higher than optimal portfolios containing only stocks. This result can be explained by the fact that FIIs are not correlated with market factors, so that their inclusion reducing the variance of the portfolio. Moreover, it appears that the returns of REITs are low correlated with stock returns, which means that these assets may be used to reduce the risk of portfolios.

Keywords: Portfolio optimization, real estate funds, multivariate GARCH.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Retornos acumulados da carteira de ações em excesso ao CDI utilizando frequência de rebalanceamento diária.....	30
Figura 2 Retornos acumulados da carteira mista em excesso ao CDI utilizando frequência de rebalanceamento diária.....	30
Figura 3 <i>Box-plot</i> dos pesos do portfólio de média-variância da carteira de ações considerando a frequência de rebalanceamento diária.....	31
Figura 4 <i>Box-plot</i> dos pesos do portfólio de mínima-variância da carteira de ações considerando a frequência de rebalanceamento diária.....	31
Figura 5 <i>Box-plot</i> dos pesos do portfólio de média-variância da carteira mista considerando a frequência de rebalanceamento diária.....	32
Figura 6 <i>Box-plot</i> dos pesos do portfólio de mínima-variância da carteira mista obtido considerando a frequência de rebalanceamento diária.....	32

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Estatísticas descritivas dos retornos dos ativos utilizados no processo de otimização média-variância e mínima-variância.....	7
Tabela 2 Desempenho fora da amostra da carteira de para diferentes estratégias de otimização e diferentes métodos de estimação da matriz de covariâncias.....	25
Tabela 3 Desempenho fora da amostra da carteira mista para diferentes estratégias de otimização e diferentes métodos de estimação da matriz de covariâncias.....	27
Tabela 4 Correlação entre fundos de investimento imobiliário e ações.....	38
Tabela 5 Correlação entre fundos de investimento imobiliário e fundos de investimento imobiliário.....	39
Tabela 6 Correlação de ações e ações.....	40

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	3
1.1 TEMA E PROBLEMA DE PESQUISA	3
1.2 OBJETIVOS	5
1.2.1 Objetivo Geral.....	5
1.2.2 Objetivos Específicos.....	5
1.2.3 Justificativa.....	6
2 METODOLOGIA	7
2.1 DADOS E DETALHES DA IMPLEMENTAÇÃO	7
2.2 MEDIDAS DE DESEMPENHO	9
3 REFERENCIAL TEÓRICO	11
3.1 INTRODUÇÃO À INDÚSTRIA DE FUNDOS IMOBILIÁRIOS.....	11
3.1.1 A Indústria de Fundos Imobiliários no Brasil.....	13
3.2 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS	14
3.2.1 Portfólio de Média-Variância	15
3.2.2 Portfólio de Mínima-Variância.....	16
3.2.3 Portfólio Iguamente Ponderado.....	17
3.3 ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS.....	18
3.3.1 Matriz de Covariância Amostral	18
3.3.2 RiskMetrics.....	19
3.3.3 Método de Encolhimento (Shrinkage)	19
3.3.4 Modelos GARCH Multivariados	21
4 RESULTADOS	24
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	34
REFERÊNCIAS	35
APÊNDICE	38

1 INTRODUÇÃO

1.1 TEMA E PROBLEMA DE PESQUISA

O surgimento do investimento imobiliário tem atraído grande atenção do mercado de capitais brasileiro nos últimos anos, pois além de refletir uma crescente integração do mercado imobiliário com o mercado de ações, esta modalidade de investimento contribui para a diversificação dos investimentos e para a criação de riqueza na economia mundial. Nesse sentido, os fundos de investimento imobiliário (FIIs)¹ têm sido vistos como uma oportunidade de investimento muito atraente por investidores locais e internacionais em relação a outros ativos financeiros. Em 2012, por exemplo, os FIIs captaram mais de R\$ 3,59 bilhões num total de 316.023 transações. No ano anterior, o volume financeiro foi de R\$ 912,46 milhões em 77.075 operações (BM&FBOVESPA, 2012).

Lima e Alencar (2008) apontam que os fundos destinados a investimentos em negócios imobiliários são mais conservadores e, em geral, possuem uma renda regular e homogênea com relação à expectativa de flutuações no valor do imóvel. Em outras palavras, os investimentos imobiliários tendem a ser, em média, menos voláteis do que outros ativos típicos dos mercados de capitais, daí o uso frequente desses investimentos para aumentar a estabilidade de estratégias de diversificação de carteiras. Além disso, os ativos imobiliários possuem características específicas de risco e retorno, com baixa correlação com fatores de risco usualmente associados a ações e títulos públicos (SEILER; WEBB; MYER, 1999). Nesse sentido, para o investidor doméstico, a adição desses investimentos a uma carteira de ações e títulos pode melhorar o perfil de risco e retorno do portfólio.

De fato, a correlação entre diversas classes de ativos desempenha um papel fundamental nas decisões de alocações entre essas classes. O grau em que os movimentos de alguns ativos compensam uns aos outros, juntamente com as expectativas de retorno e volatilidade, servem como ferramentas para a utilização de técnicas que têm sido desenvolvidas para determinar carteiras ótimas. Estudos anteriores para o mercado de investimentos imobiliários americano mostraram que os retornos imobiliários, que incluem os retornos obtidos pela valorização das cotações de mercado, possuem altas correlações

positivas com a inflação, correlações insignificantes com ações e correlações marginais negativas com títulos (HARTZELL; HEKMAN; MILES, 1986).

A literatura disponível sobre a avaliação de FIIs no Brasil é escassa, principalmente em função da pouca disponibilidade de dados históricos sobre este tipo de ativo. Dentre os estudos feitos para o mercado de FIIs brasileiros, Varga e Nyssens (2012) avaliam o desempenho de uma amostra de FIIs utilizando um conjunto de fatores de risco: índice Ibovespa, índice Brasil (IBrX), rendimento da poupança, carteira *HML* (mede a diferença de retorno de ações com grande e pequena relação *book-equity/market-equity*), carteira *SMB* (mede a diferença de retorno entre carteiras de ações de pequenas e grandes empresas), entre outros. Os autores concluem que o retorno desses fundos é pouco explicado por esses fatores comuns de mercado e mesmo por fatores específicos como o prêmio de risco² e o *dividend-yield*³. Além disso, a baixa correlação e o baixo coeficiente beta dos FIIs com os fatores de mercado mostram que estes são ativos com baixo risco de mercado em relação às ações. Nesse contexto, esses ativos possuem bom potencial de diversificação no mercado brasileiro e um grande potencial para reduzir o risco das carteiras de investimentos locais, mesmo considerando diferentes tipos de FIIs com distintos perfis de retornos.

Desta forma, mediante o conhecimento da indústria de fundos de investimento imobiliário brasileira, tendo à disposição instrumentos computacionais que permitam a estimação dos retornos esperados e da matriz de variâncias e covariâncias dos retornos dos fundos selecionados e analisando o benefício do investimento em FIIs sob a ótica da seleção de carteiras com base no critério de média-variância proposto inicialmente por Markowitz⁴ (1952), a problemática que o presente trabalho procura esclarecer é: O investimento imobiliário, quando inserido em uma carteira de ações, contribui para a formação de carteiras otimizadas com perfis de risco-retorno superiores às carteiras compostas somente por ações?

¹ Os fundos de investimento imobiliário (FIIs) são fundos que investem em empreendimentos imobiliários (edifícios comerciais, shopping centers, hospitais, etc.).

² O prêmio de risco é a diferença entre o rendimento de um título público de um país em relação a outro investimento considerado seguro. Ou seja, é o retorno adicional que os investidores desejam obter para aceitar determinado grau de risco (ESTADÃO, 2011).

³ O *dividend-yield* é uma taxa obtida dividindo-se o valor do dividendo distribuído por ação pelo preço atual da ação. Quanto maior o *dividend-yield*, maior está sendo o resultado da empresa, ou melhor está sendo sua política de distribuição de lucros (ESTADÃO, 2002).

⁴ A ideia fundamental do paradigma de média-variância é que os indivíduos irão decidir a alocação de seus portfólios com base no *trade-off* fundamental entre risco e retorno esperado.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo geral comparar o desempenho e atratividade de uma carteira composta por fundos de investimento imobiliário e ações comparativamente a uma carteira formada apenas por ações.

1.2.2 Objetivos Específicos

Dentre os objetivos específicos deste trabalho, podemos citar:

- Examinar o histórico da indústria de fundos brasileira e, particularmente, o crescimento expressivo da importância dos fundos de investimento imobiliário como uma alternativa de investimento.
- Apresentar resumidamente as técnicas de otimização de carteiras utilizadas neste estudo, a abordagem de média-variância e mínima-variância, bem como o portfólio ingênuo utilizado como *benchmark*.
- Estimar a matriz de variâncias e covariâncias dos retornos das carteiras através da utilização de nove especificações alternativas: matriz amostral, matriz RiskMetrics, três estimadores robustos de encolhimento (*shrinkage*) propostos por Ledoit e Wolf (2003, 2004a, 2004b), e cinco especificações GARCH multivariadas baseadas no modelo de correlações condicionais constantes.
- Aplicar os modelos apresentados para ambas as carteiras e selecionar qual apresenta melhores resultados em termos de desempenho fora da amostra, considerando o retorno ajustado ao risco, o *turnover* da carteira e o custo *breakeven*.

1.2.3 Justificativa

As mudanças obtidas com a implementação do Plano Real provocaram alterações significativas no ambiente econômico, com o crescimento acentuado do mercado financeiro voltado para a gestão de recursos. O aumento da competitividade criou a oportunidade para o aparecimento de novos produtos e facilitou o crescimento da indústria de fundos de investimento, em especial dos fundos de investimento imobiliário, que se tornaram uma importante classe de ativos dentre as alternativas de investimento em ativos de risco dos investidores locais.

De acordo com Uqbar (2012), o grupo de FIIs listados na BMF&Bovespa teve sua capitalização de mercado pulando de R\$ 3,63 bilhões em setembro de 2009 para R\$ 20,23 bilhões em setembro de 2012. A capitalização de mercado consolidada cresce através de novas emissões, de fundos existentes ou de fundos novos, e também através do aumento de preço de mercado das cotas dos fundos. Este segundo fator reflete, de forma combinada, a diminuição do custo de oportunidade financeiro na economia e a valorização dos imóveis que compõem as carteiras destes fundos, o aumento de seus fluxos de distribuição e uma percepção de maior valor agregado na gestão dos mesmos.

A análise de risco de ativos financeiros e a procura incessante dos investidores por portfólios que garantam o mais alto nível de retorno para um dado nível de risco levaram ao desenvolvimento de modelos matemáticos e estatísticos que permitem maior racionalização na tomada de decisão. Nesse sentido, a necessidade de utilização de algoritmos de otimização de portfólios tem ganhado cada vez mais destaque, tanto por acadêmicos quanto entre os participantes do mercado. A necessidade de tornar os modelos cada vez mais próximos da realidade fez com que restrições mais complexas e um número cada vez maior de parâmetros fossem adicionados à abordagem de média-variância tradicional de Markowitz (1952). Logo, a resolução destes novos modelos por métodos analíticos tornou-se mais difícil, sendo necessária a utilização de algoritmos cada vez mais precisos e exatos.

Na medida em que o objetivo de todo investidor, ao alocar sua riqueza em ativos em um contexto marcado pela incerteza, é maximizar o retorno de sua carteira e, igualmente, que os fundos de investimento imobiliário estão se tornando uma alternativa de investimento mais acessível, tornando possível a diversificação dos investimentos, esta pesquisa possui grande relevância prática e teórica, em virtude da inexistência de estudos no Brasil envolvendo a avaliação dessa classe de ativos utilizando métodos de otimização de carteiras.

2 METODOLOGIA

2.1 DADOS E DETALHES DA IMPLEMENTAÇÃO

Para comparar o desempenho da carteira de ações *versus* a carteira mista será utilizado um conjunto de dados composto de observações diárias de $N=45$ ações e $N=14$ fundos de investimento imobiliários que fizeram parte do índice Ibovespa ao longo do período compreendido entre 02/03/2009 e 24/11/2011, somando-se $L=678$ retornos diários. Os retornos serão calculados com base na diferença dos logaritmos de preços e a taxa livre de risco utilizada para calcular os excessos de retorno foi o CDI diário. Os dados das ações foram obtidos na base de dados Economática e os dados referentes aos fundos de investimento imobiliário foram obtidos do sistema de informações Broadcast. Na Tabela 1 apresentamos os 59 ativos negociados na BMF&Bovespa que foram utilizados neste estudo, a classificação destes ativos quanto ao tipo em ordinários (ON), preferenciais (PN) e em fundos do mercado de balcão organizado (MB), bem como as principais estatísticas descritivas obtidas por meio da amostra dos retornos diários de cada ativo.

Tabela 1 Estatísticas descritivas dos retornos dos ativos utilizados no processo de otimização média-variância e mínima-variância.

Código	Empresa	Tipo	Média	Desvio-padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose
Ações								
AMBV4	AMBEV	PN	36,60	10,75	15,82	58,04	0,14	-1,01
BBAS3	BANCO DO BRASIL	ON ED	24,31	4,15	10,71	31,58	-1,23	1,28
BBDC4	BRADESCO	PN	27,19	3,91	14,86	34,94	-0,84	0,54
BRAP4	BRADESPAR	PN	33,52	6,06	18,08	45,06	-0,62	-0,36
BRKM5	BRASKEM	PNA	13,48	4,75	4,07	23,93	0,03	-0,74
BTOW3	B2W VAREJO	ON	30,98	10,71	9,77	54,91	0,13	-0,70
BVMF3	BMF BOVESPA	ON	10,47	1,52	5,05	14,33	-0,84	1,61
CCRO3	CCR RODOVIAS	ON	9,30	2,02	4,52	12,33	-0,53	-0,75
CESP6	CESP	PNB	23,22	4,72	11,79	31,93	-0,50	-0,53
CMIG4	CEMIG	PN	18,31	2,44	13,66	23,44	0,30	-0,86
CPFE3	CPFL ENERGIA	ON	17,15	2,92	11,68	22,26	-0,03	-1,27
CPLE6	COPEL	PNB	33,62	5,84	18,48	43,90	-0,60	-0,42
CRUZ3	SOUZA CRUZ	ON	13,74	3,70	7,31	22,49	0,18	-1,04
CSAN3	COSAN	ON	21,45	4,28	9,12	28,25	-1,00	0,40
CSNA3	SIN NACIONAL	ON	22,15	4,63	11,80	32,00	-0,48	-0,72

CYRE3	CYRELA REALT	ON	17,85	4,23	6,07	26,23	-0,44	-0,54
ELET3	ELETROBRÁS	ON	18,83	2,45	14,10	26,03	-0,03	-0,74
ELET6	ELETROBRÁS	PNB	22,55	2,34	17,34	28,49	0,03	-0,85
EMBR3	EMBRAER	ON	10,27	1,81	5,37	14,01	-0,02	-0,61
GFSA3	GAFISA	ON	10,33	2,68	4,15	15,11	-0,42	-0,91
GGBR4	GERDAU	PN	20,54	4,80	10,60	30,27	-0,23	-0,91
GOAU4	GERDAU MET	PN	25,04	5,57	13,63	37,31	-0,14	-0,89
GOLL4	GOL	PN	19,03	6,12	6,32	30,13	-0,49	-0,85
ITSA4	ITAUSA	PN ED	9,32	1,48	4,62	11,92	-0,74	0,03
JBSS3	JBS	ON	6,94	1,69	3,53	10,77	0,12	-0,74
KLBN4	KLABIN S/A	PN	4,56	1,03	2,28	6,88	-0,48	-0,39
LAME4	LOJAS AMER	PN INT	10,00	1,95	4,02	14,30	-0,88	0,51
LIGT3	LIGHT S/A	ON	20,45	3,28	15,82	27,74	0,66	-1,02
LREN3	LOJAS RENNER	ON INT	41,20	13,65	12,16	62,46	-0,51	-0,98
NATU3	NATURA	ON EDJ	33,84	7,23	17,34	46,32	-0,31	-0,78
PCAR4	P.ACUCAR-CBD	PN	56,23	11,07	27,50	72,59	-1,12	0,16
PETR3	PETROBRÁS	ON	30,71	5,41	19,18	41,13	-0,12	-1,00
PETR4	PETROBRÁS	PN	26,52	4,15	17,61	35,95	0,11	-0,64
RDCD3	REDECARD	ON	22,47	2,30	16,63	29,83	0,28	0,63
RSID3	ROSSI RESID	ON	11,71	2,92	2,82	17,25	-1,21	1,27
SBSP3	SABESP	ON	34,48	7,29	19,01	48,15	0,16	-1,13
TAMM4	TAM S/A	PN	29,05	7,34	11,63	41,64	-0,50	-0,60
TMAR5	TELEMAR N L	PNA	49,39	5,37	35,54	64,72	0,58	0,16
TNLP3	TELEMAR	ON	32,10	5,09	18,35	41,55	-0,83	0,20
TNLP4	TELEMAR	PN	25,75	3,52	16,15	34,11	-0,41	0,40
TRPL4	TELEMAR	PN	40,61	4,56	31,01	48,76	-0,03	-1,27
USIM3	USIMINAS	ON	22,65	3,84	10,29	31,53	-0,89	1,54
USIM5	USIMINAS	PNA	19,35	4,87	9,99	30,44	-0,23	-0,83
VALE3	VALE R DOCE	ON	43,07	6,93	25,56	56,13	-0,59	-0,46
VALE5	VALE R DOCE	PNA	37,77	6,32	21,89	48,94	-0,70	-0,42

Fundos de investimento imobiliário

ABCP11	GRAND PLAZA SHOPPING		0,07	3,19	-18,23	30,91	1,71	22,45
BBFI11B	BB FUNDO DE INVESTIMENTO IMOBILIÁRIO PROGRESSIVO	MB	0,15	1,84	-13,06	15,41	0,55	11,94
EDFO11B	EDIFÍCIO OURINVEST	MB	0,07	1,36	-8,82	9,50	1,32	23,19
EURO11	EUROPAR		0,06	1,24	-5,74	6,55	0,00	3,96
FAMB11B	EDIFÍCIO ALMIRANTE BARROSO	MB	0,13	1,19	-6,07	10,20	0,61	11,28
FFCI11	RIO BRAVO RENDA CORPORATIVA		0,10	1,95	-17,47	15,52	-0,67	22,70
FLMA11	SQUARE FARIA LIMA		0,12	2,66	-11,62	21,67	1,01	9,56
FPAB11	PROJETO ÁGUA BRANCA		0,08	1,37	-9,83	10,17	0,48	14,95
HGBS11	CSHG BRASIL SHOPPING		0,07	0,95	-3,82	5,54	0,44	6,66
HGRE11	CSHG REAL STATE		0,09	1,03	-5,36	5,43	0,50	8,47
HTMX11B	HOTEL MAXINVEST	MB	0,15	1,51	-9,07	9,65	1,01	11,11
NSLU11B	HOSPITAL NOSSA SENHORA DE	MB	0,03	1,67	-21,05	13,77	-2,77	52,91

LOURDES								
SHPH11	SHOPPING PÁTIO HIGIENÓPOLIS		0,11	1,96	-13,61	14,63	0,39	12,38
WPLZ11B	WEST PLAZA	MB	0,02	1,05	-5,86	5,12	-0,47	8,90

FONTE: Elaboração própria.

2.2 MEDIDAS DE DESEMPENHO

A fim de comparar o desempenho das abordagens de otimização utilizadas nesse estudo, com as carteiras tradicionais de média-variância e mínima-variância, será utilizada uma metodologia *rolling window* similar a DeMiguel e Nogales (2009) e Santos et al. (2012). Primeiramente serão realizadas as estimações das médias e da matriz de covariância dos retornos de 59 ativos com uma janela de estimação de $T = 252$ observações que, em dados diários, corresponde a um ano. Segundo, usando estas estimativas amostrais, calcularemos o portfólio ótimo de média-variância e mínima-variância para um parâmetro de aversão ao risco $\gamma = 1$. Finalmente, repetiremos esse processo “rolando” a janela de estimação para frente um período, incluindo a informação mais recente e eliminando a observação mais antiga, e seguiremos com esse procedimento até atingir o conjunto final de observações. Ao final desse processo teremos gerado $L-T$ vetores de pesos para cada estratégia, onde L é o número total de observações.

Seguindo a metodologia *rolling window* descrita anteriormente, calculamos os pesos \mathbf{w}_t para cada t em cada estratégia. A manutenção do portfólio \mathbf{w}_t por um período proporciona um excesso de retorno em $t+1$: $\hat{R}_{p,t+1} = \mathbf{w}'_t \hat{R}_{t+1}$, onde \hat{R}_{t+1} é o retorno do portfólio. Depois de calculados $(L-T)$ excessos de retorno, foram utilizadas diversas medidas para análise do desempenho fora da amostra: média de excesso de retorno, desvio-padrão, Índice de Sharpe (IS), *turnover* do portfólio, dados respectivamente por

$$\hat{\mu} = \frac{1}{L-T} \sum_{t=T}^{L-1} w'_t \hat{R}_{t+1}, \quad (1)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{L-T-1} \sum_{t=T}^{L-1} (w'_t \hat{R}_{t+1} - \hat{\mu})^2}, \quad (2)$$

$$IS = \frac{\hat{\mu}}{\hat{\sigma}}, \quad (3)$$

$$Turnover = \frac{1}{L-T-1} \sum_{t=T}^{L-1} \sum_{j=1}^N (|w_{j,t+1} - w_{j,t}|), \quad (4)$$

onde $w_{j,t}$ é o peso da carteira no ativo j no tempo $t+1$, mas antes do rebalanceamento e $w_{j,t+1}$ é o peso desejado da carteira no ativo j no tempo $t+1$, o que implica que o *turnover* é igual a soma dos valores absolutos das negociações de rebalanceamento através dos N ativos disponíveis sobre as $T-L-1$ datas de negociação, normalizadas pelo total de datas de negociação. Além disso, o *turnover* do portfólio, por ser uma medida da variabilidade dos pesos da carteira, pode indiretamente indicar a magnitude dos custos de transação associados a cada estratégia.

Para mensurar o impacto dos custos de transação no desempenho dos diferentes portfólios (DeMiguel et al., 2009; Santos et al., 2012), consideramos a média dos retornos líquidos de custos de transação, $\hat{\mu}_{CT}$, dada por

$$\hat{\mu}_{CT} = \frac{1}{L-T} \sum_{t=T}^{L-1} \left[\left(1 + w'_t \hat{R}_{t+1} \right) \left(1 - c \sum_{j=1}^N (|w_{j,t+1} - w_{j,t}|) \right) - 1 \right], \quad (5)$$

onde c é a taxa a ser paga para cada transação. Ao invés de assumirmos um valor arbitrário para c , apresentamos o valor de c tal que a média do retorno líquido de custos de transação é igual a zero, conhecido como custo de transação *breakeven*. É importante notar que as estratégias que obtiverem custos *breakeven* mais altos são preferíveis, pois o custo de transação necessário para tornar essas estratégias isentas de lucro é mais alto.

Finalmente, para testar a significância estatística das diferenças entre o desvio padrão e índice de Sharpe dos retornos das estratégias quantitativas *versus* o desvio padrão e índice de Sharpe do *benchmark* de mercado (índice Ibovespa), seguiremos DeMiguel et al. (2009) e utilizaremos o *bootstrap* estacionário de Politis e Romano (1994) com $B=1.000$ reamostragens e tamanho de bloco $b = 5$. Os p -valores do teste serão obtidos usando a metodologia sugerida em Ledoit e Wolf (2008, Observação 3.2).

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 INTRODUÇÃO À INDÚSTRIA DE FUNDOS IMOBILIÁRIOS

A abertura da economia brasileira nos anos 1990 e a estabilidade monetária alcançada após o Plano Real com o controle da inflação, avanços na regulamentação do setor imobiliário e o aumento dos investimentos externos nos últimos anos, reflexo das crises econômicas em países desenvolvidos, foram as mudanças que propiciaram o crescimento da indústria de fundos de investimento, em especial dos fundos imobiliários, uma vez que houve um aumento da atratividade do Brasil, um país emergente em desenvolvimento.

Os FIIs são constituídos sob a forma de condomínio fechado, ou seja, uma vez que um investimento é feito em cotas⁵ destes fundos, o retorno sobre o capital investido se dará por meio de diversas formas: alienação das cotas em bolsa de valores ou mercado de balcão, com ganho ou perda de capital na negociação; distribuição de rendimentos; amortização das cotas; e dissolução do fundo. Considerando que quase a totalidade dos FIIs não são constituídos com prazo determinado, a análise de risco-retorno de investimentos nestas cotas passa pela expectativa quanto ao desempenho destas no mercado secundário ao longo do tempo. As variáveis que podem impactar o desempenho destas cotas, excluindo-se fatores exógenos ou particulares do mercado de capitais brasileiro, estão diretamente ligadas: aos objetivos e à política de investimento estabelecida para o fundo (por exemplo, classe de ativo, tipo de imóvel, finalidade de investimento, diversificação); a eventuais características estruturais do fundo (por exemplo, classes distintas de cotistas, garantia mínima de receita); e ao desempenho dos principais prestadores de serviços do fundo (CVM, 2012).

Os FIIs são definidos como uma forma de investimento coletivo, formados a partir da captação de recursos por meio do sistema de distribuição de valores mobiliários. Seus recursos podem ser aplicados no desenvolvimento de empreendimentos imobiliários, na construção de imóveis, na aquisição de imóveis prontos ou no investimento em projetos que

⁵ Uma cota é uma fração de um fundo. O patrimônio de um fundo de investimento é a soma de cotas que foram compradas pelos diferentes investidores. O valor da cota é resultante da divisão do patrimônio líquido do fundo pelo número de cotas existentes. Quando o investidor aplica seu dinheiro no fundo, está comprando uma determinada quantidade de cotas, cujo valor é diariamente apurado. As instituições informam o valor das cotas dos fundos nos principais jornais ou na internet (ANBIMA, 2012).

viabilizem o acesso à habitação e serviços, para futura alienação, locação ou arrendamento. Ademais, ao menos 75% dos ativos dos FIIs devem ser constituídos de empreendimentos imobiliários⁶, enquanto as cotas restantes podem ser aplicadas em fundos e títulos de renda fixa (MUGNAINI et al., 2008).

Como os investimentos em bens imóveis normalmente envolvem um alto valor de aplicação, poucos investidores possuem recursos suficientes para aplicar diretamente em empreendimentos dessa natureza. Nesse sentido, os FIIs viabilizaram o acesso de pequenos e médios investidores aos investimentos imobiliários, ao aglutinar os recursos captados e investir em um ou mais empreendimentos que compõem a sua carteira. Varga e Nyssens (2012) ressaltam ainda que os FIIs são veículos que permitem acesso ao retorno proporcionado pelo mercado imobiliário sem o ônus e a burocracia de escrituras, certidões e outros relacionados à aquisição direta de imóveis.

Como esses fundos estão atrelados ao mercado imobiliário sofrem devido a falta de liquidez desse mercado. Por um lado, são afetados pelos problemas gerados por serem um investimento de alto valor, geralmente inviabilizados pela dificuldade de se obter os recursos necessários para projetos de longo prazo. Por outro, esses fundos possuem vantagens em relação à compra de um imóvel, pois permitem a possibilidade de se desfazer de apenas parte do investimento, enquanto que, a única solução para um imóvel desvalorizado seria vendê-lo integralmente. Calado, Giotto e Securatto (2001) acrescentam que o investidor que aplica em FIIs passa a possuir uma renda mensal, lastreada em um ou mais imóveis, não possuindo envolvimento com a administração ou risco de inadimplência do imóvel, sendo que suas cotas possuem um valor unitário bastante acessível.

Os FIIs se assemelham aos *Real Estate Investment Trusts* (REITs) que existem nos EUA. No entanto, uma importante diferença entre estes investimentos consiste no fato de que os FIIs devem necessariamente ser administrados por instituições financeiras, ao passo que os REITs podem ser administrados por executivos empresariais. Essa imposição deve-se ao fato de que, na visão dos gestores de ativos brasileiros, empresários lidam com transações imobiliárias reais, ao passo que instituições financeiras lidam com investimentos de elevada liquidez e volatilidade, ao mesmo tempo em que possuem diversas ferramentas de proteção. Nesse contexto, Lima e Alencar (2008) argumentam que o mercado de investimento imobiliário brasileiro só começará a crescer e captar recursos estrangeiros quando possuir

⁶ O fundo deve aplicar no mínimo 75% de seus recursos em bens e direitos imobiliários ou ativos relacionados, tais como: certificados de recebíveis imobiliários (CRI), Letra de Crédito Imobiliário

investimentos mais diversificados e administradores com autoridade para comprar, vender e obter vantagens de oportunidades que fortaleçam as carteiras que possuem.

3.1.1 A Indústria de Fundos Imobiliários no Brasil

A indústria de fundos de investimento é uma das principais formas de captação e alocação de recursos financeiros no mundo. No Brasil, o volume de capital aplicado nesta modalidade de investimento aumentou drasticamente a partir da liberalização da economia no início dos anos 1990 e das modificações regulamentares introduzidas, acarretando a criação de diversos novos fundos e o aumento do investimento nos fundos existentes. Dentre as diversas opções de investimentos existentes no mercado financeiro brasileiro, destacam-se os FIIs. Estes fundos estão associados a bens e direitos imobiliários, sendo regulados e fiscalizados pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM).

Os FIIs foram criados no Brasil em 1993 por meio da lei nº 8.668 sendo, posteriormente, regulados pela CVM em janeiro de 1994 a partir das Instruções Normativas 205 e 206. Seis anos após sua concepção, sua regulamentação foi reformulada através da lei nº 9.779 de janeiro de 1999. A lei nº 8.668 definiu que as operações de compra e venda de ativos e a participação nos lucros de FIIs são livres de impostos para investidores privados que atendam a determinadas condições⁷ No Brasil, segundo Lima e Alencar (2008), onde a tributação elevada por desencorajar o investimento, as isenções fiscais oferecidas pelos FIIs são tão significativas que outras securitizações de carteiras baseadas em imóveis acabam sendo ignoradas, mesmo que apresentem um *design* mais avançado do que a dos FIIs.

Somente a partir do final de 2009 detectou-se concretamente uma mudança significativa no mercado de fundos imobiliários, uma vez que o período correspondente à maior parte do biênio 2008-2009 foi fortemente marcado pela crise financeira internacional. O mercado de FII já havia recebido um grande impulso na sua capacidade de captação no final de 2005, devido à isenção da incidência do imposto de renda nos rendimentos distribuídos para seus cotistas pessoas físicas, conforme a lei nº 11.196. Mas foi a partir da emissão da Instrução nº 472 pela CVM que os FII ampliaram consideravelmente, com o aumento do

(LCI) e Letra Hipotecária (LH) e mesmo FIDC ou FIP com carteiras investidas em ativos ligados ao mercado imobiliário e outros ativos semelhantes (VARGA; NYSSSENS, 2012).

⁷ A pessoa física que possui menos de 10% das cotas em um fundo com mais de 50 investidores possui rentabilidade isenta de Imposto de Renda (IR).

escopo de tipos de investimento que se enquadram na definição de empreendimentos imobiliários⁸ (UQBAR, 2012).

Segundo o relatório Uqbar (2012), o ano de 2012 representou um período de consolidação do mercado de FII como alternativa relevante para a captação de recursos direcionados ao setor e como opção de investimento tanto para pessoas físicas quanto para um grupo crescente de investidores institucionais. Concomitantemente à sua evolução regulamentar específica, o setor imobiliário se tornou prioridade da política governamental, com a contínua queda da taxa de juros, as mudanças nas regras de remuneração da caderneta de poupança, o atual cenário de pior desempenho e de maior volatilidade do mercado acionário e a manutenção de forte demanda e firmes preços no mercado, reforçaram as condições fundamentais de demanda e oferta propícias para o crescimento do mercado de FII.

Em 2012 foram emitidos R\$ 11,46 bilhões em cotas de FII, o que representa um crescimento de 26,5% em relação ao ano anterior. Em relação ao conjunto de FII negociados em bolsa, 2012 foi um ano de destaque para emissões, tendo sido registrado um crescimento de 143,1% em relação ao ano anterior. Estes fundos, cujos rendimentos são isentos de tributação para o investidor pessoa física, emitiram em conjunto R\$ 8,23 bilhões em cotas. Em termos gerais, no ano de 2012 o número de fundos aumentou 28,5% enquanto que o PL cresceu 123,4%. Em relação aos fundos listados o número cresceu 41,7% ao passo que sua capitalização de mercado subiu 98,3% (UQBAR, 2012).

3.2 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS

Nesta seção introduziremos resumidamente as técnicas de otimização de portfólios utilizadas neste estudo, bem como o portfólio ingênuo utilizado como *benchmark*. Primeiramente, apresentaremos o modelo de otimização de média-variância tradicional de Markowitz, tomado como um problema quadrático segundo o qual o investidor minimiza o risco da carteira (variância) para um dado nível de retorno esperado, ao longo da fronteira eficiente, *i.e.* do conjunto de carteiras Pareto-ótimas. Posteriormente, apresentaremos a otimização de mínima-variância, uma modificação da abordagem tradicional em que o

⁸ Neste sentido, títulos de lastro imobiliário, de renda fixa e de renda variável, se equipararam em relação a imóveis em geral do ponto de vista regulamentar, todos eles sendo inclusos na categoria de investimentos definida como empreendimentos imobiliários (UQBAR, 2012).

parâmetro de aversão ao risco é infinito e no qual a carteira ótima resultante é a de menor volatilidade. Finalmente, confrontaremos esses métodos com um *benchmark* dado pelo portfólio ingênuo, no qual a riqueza dos indivíduos é dividida igualmente entre os ativos disponíveis.

3.2.1 Portfólio de Média-Variância

A otimização média-variância (MEV) de Markowitz (1952) é, indiscutivelmente, um dos modelos mais importantes para seleção de carteiras. A ideia fundamental do seu modelo de média-variância é que os indivíduos irão decidir a alocação de seus portfólios com base no *trade-off* fundamental entre risco e retorno esperado. Santos (2010) argumenta que a escolha do prêmio de risco desejado depende da tolerância do investidor ao nível de risco. Assim, investidores mais propensos ao risco podem estar dispostos a aceitar uma maior volatilidade em suas carteiras, a fim de alcançar um maior prêmio de risco, enquanto investidores mais avessos ao risco preferem carteiras menos voláteis penalizando, portanto, seu desempenho em termos de retorno esperado.

Para incorporar o *trade-off* ótimo do investidor entre retorno esperado e risco, considere um consumidor que aloca sua riqueza em um conjunto de N ativos. A escolha do investidor é representada por um vetor $N \times 1$ de pesos, $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_N)'$, onde cada peso w_i denota o percentual do i -ésimo ativo mantido em seu portfólio. Além disso, supomos que $w_i \geq 0$, *i.e.*, o investidor não pode realizar venda a descoberto, e que sua carteira é totalmente investida $\sum_{i=1}^N w_i = 1$.

Considerando \mathbf{R}_{t+1} o vetor de retorno aleatório dos N ativos de risco, o retorno da carteira de t a $t+1$ é dado por $R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^N w_{i,t} R_{i,t+1} = \mathbf{w}'\mathbf{R}$, onde $R_{p,t+1}$ está condicionado aos pesos conhecidos em t . Suponha $\mathbf{R}_t \sim N(\boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{\Sigma}_t)$, com $\boldsymbol{\mu}_t = \{\mu_{1,t}, \dots, \mu_{N,t}\}$ e $\boldsymbol{\Sigma}_t = \{\sigma_{ij,t}\}$ respectivamente, média e covariância. O excesso de retorno do portfólio $\mathbf{R}_{p,t} = \mathbf{w}'\mathbf{R}_t$ é normal com média $\mu_{p,t} = \mathbf{w}'\boldsymbol{\mu}_t$ e variância $\sigma_{p,t}^2 = \mathbf{w}'\boldsymbol{\Sigma}_t\mathbf{w}$.

Portanto, o problema de média-variância de Markowitz (1952) pode ser formulado como

$$\min_w w' \Sigma_t w - \frac{1}{\gamma} E[R_{p,t+1}] \quad (6)$$

sujeito a $\ell'w = 1$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, N,$$

onde $w \in \mathbb{R}^N$ é o vetor de pesos do portfólio, $E[R_{p,t+1}]$ é a média amostral dos excessos de retorno do portfólio, $w' \Sigma_t w$ é a variância amostral dos retornos, γ é o parâmetro que mede o nível relativo de aversão ao risco e $w_i \geq 0$ representa a restrição de venda a descoberto. A restrição $\ell'w = 1$, onde $\ell \in \mathbb{R}^N$ é um vetor de uns, garante que a soma dos pesos do portfólio é um. Para diferentes valores do parâmetro de aversão ao risco, obtêm-se diferentes portfólios na fronteira eficiente.

3.2.2 Portfólio de Mínima-Variância

O portfólio de mínima-variância (MIV) corresponde a um caso especial do portfólio de média-variância com parâmetro de aversão ao risco infinito ($\gamma = \infty$). Na ausência de restrições de venda a descoberto, o portfólio de mínima-variância é a solução para o problema de otimização a seguir

$$\min_w w' \Sigma_t w \quad (7)$$

sujeito a $\iota'w = 1$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, N,$$

onde $w \in \mathbb{R}^N$ é o vetor de pesos do portfólio, $\Sigma_t \in \mathbb{R}^{N \times N}$ é a matriz de covariância estimada, $w' \Sigma_t w$ é a variância do retorno do portfólio, ι' é um vetor de uns, a restrição $\iota'w = 1$ assegura que os pesos da carteira somam um e, por fim, a restrição $w_i \geq 0$ garante que os pesos do portfólio sejam não negativos.

A literatura aponta que é mais difícil estimar médias (ou seja, retornos esperados) do que covariâncias dos retornos de ativos (MERTON, 1980) e também que os erros das estimativas das médias têm um impacto maior sobre o peso do portfólio do que os erros nas estimativas de covariâncias. Por este motivo, Jagannathan e Ma (2003) apontam que a pesquisa acadêmica recente tem se concentrado em portfólios de mínima-variância, que dependem exclusivamente das estimativas de covariâncias e, portanto, são menos vulneráveis ao erro de estimação de média-variância. Além disso, evidências empíricas mostram que a carteira de mínima-variância tem melhor desempenho fora da amostra do que qualquer outra carteira de média-variância, mesmo quando se utilizam medidas de desempenho que dependem tanto da média quanto da variância.

3.2.3 Portfólio Igualmente Ponderado

Definimos a regra do portfólio ingênuo $1/N$, como é amplamente conhecido, como a posse de uma carteira igualmente ponderada $w_i = 1/N$ em cada um dos N ativos disponíveis para investimento a cada data de rebalanceamento.

DeMiguel, Garlappi, and Uppal (2009) expõem duas principais razões para utilizar a regra do portfólio ingênuo como *benchmark*. Em primeiro lugar, por ser de fácil implementação e não necessitar da estimativa dos momentos dos retornos ou de qualquer otimização. E, em segundo lugar, pois apesar dos modelos sofisticados desenvolvidos nos últimos 50 anos e dos avanços nos métodos para estimar os parâmetros desses modelos, os investidores continuam a utilizar regras simples para alocar sua riqueza em ativos. Benartzi e Thaler (2001) expõem que ainda que uma série de modelos teóricos tenham sido desenvolvidos nos últimos anos, muitos investidores que procuram diversificar seus investimentos utilizam a estratégia do portfólio ingênuo para alocar sua riqueza. Além disso, diversos estudos empíricos avaliando diversos modelos de seleção de portfólios confirmaram que nenhum deles é consistentemente melhor do que a estratégia ingênua (DEMIGUEL, GARLAPPI, UPPAL, 2009).

3.3 ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS

Matrizes de volatilidade precisas e sua inversa desempenham um papel central em problemas de gestão de carteiras. Devido à presença de erros na estimação dos retornos esperados e na matriz de covariância, as soluções para estes problemas são muito sensíveis, especialmente quando o número de ativos p excede o tamanho da amostra T . Como vimos anteriormente, essas matrizes são ingredientes fundamentais ao problema de otimização de carteiras com base nos critérios de média-variância e mínima-variância descritos em (1) e (2), respectivamente. Como forma de analisar e garantir a robustez dos resultados, recentes pesquisas têm focado no desenvolvimento de diferentes métodos para estimação dessas matrizes. Nesse trabalho, adotaremos nove especificações diferentes para a matriz de covariância, a fim de analisar os portfólios ótimos de média-variância e mínima-variância, descritas a seguir.

3.3.1 Matriz de Covariância Amostral

A matriz de covariância amostral é um estimador consistente para a matriz de covariância populacional quando os retornos são descritos por uma distribuição normal multivariada. Desta forma, seja R uma matriz $N \times T$ de N retornos de ativos em $T \leq L$ observações, onde T é o tamanho da janela de observação e L é o número total de observações. A matriz de covariância amostral, $\hat{\Sigma}_t$, pode ser definida como

$$\hat{\Sigma}_t = \frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^T (R_i - \mu)(R_i - \mu)', \quad (8)$$

onde R_t é o vetor de retornos dos ativos no tempo t , e $\mu = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T R_i$ é a média amostral do retorno dos ativos.

3.3.2 RiskMetrics

A matriz de covariância RiskMetrics, desenvolvida pelo banco J. P. Morgan (1996) tornou-se extremamente popular e difundida entre os participantes do mercado. Trata-se de uma modificação da matriz de covariância amostral que utiliza o chamado método da média móvel exponencialmente ponderada, que atribui maior importância às observações mais recentes, enquanto observações mais distantes no passado possuem pesos exponenciais menores, determinados por um fator λ . Desta maneira, o estimador para a volatilidade, Σ_t , é dado por

$$\Sigma_t = (1 - \lambda)\mathbf{R}_{t-1}\mathbf{R}'_{t-1} + \lambda\Sigma_{t-1}, \quad (9)$$

onde $0 < \lambda < 1$ é o fator de decaimento, com valor recomendado $\lambda = 0,94$ para dados diários.

A ideia subjacente ao modelo RiskMetrics baseia-se no fato de as variâncias dos retornos serem heterocedásticas (não constantes) e autocorrelacionadas. Além disso, as covariâncias também são autocorrelacionadas. Assim, conforme (9), verifica-se que a variância do retorno num dado instante t é composta por dois termos. O primeiro representa a contribuição da observação mais recente para a variância estimada. O segundo, um termo autorregressivo, expressa a dependência temporal da variância dos retornos, fato estilizado encontrado em séries financeiras.

3.3.3 Método de Encolhimento (Shrinkage)

O método mais comum para estimar matrizes de covariâncias é computar a matriz de covariância amostral por meio de dados históricos dos retornos dos ativos. No entanto, a adoção da matriz de covariância amostral pode ser problemática (ver, por exemplo, Jobson e Korkie, 1980). Em primeiro lugar, a matriz amostral assume que os retornos financeiros são independentes e identicamente distribuídos segundo uma distribuição normal multivariada. É sabido, entretanto, que os as séries financeiras costumemente violam o pressuposto de normalidade. Dessa forma, a matriz de covariância amostral costuma carregar uma grande quantidade de erro de estimação em função da não conformidade de seus pressupostos com

aqueles observados nas séries financeiras. Além disso, quando o número de ativos N é maior do que o número de dados históricos de retorno desses ativos T , a matriz de covariância amostral é estimada com uma grande quantidade de erro, pois é sempre singular, mesmo se tivermos conhecimento de que a matriz de covariância verdadeira é não singular.

Uma abordagem comum para reduzir o ruído inerente aos estimadores de média e covariância é chamada de “encolhimento” ou “estimativa tendenciosa”. Stein (1956), em seu artigo seminal, descobriu que o melhor *trade-off* entre viés e erro de estimação pode ser tratado simplesmente ao tomar corretamente uma média ponderada de estimador viesado que contém pouco erro de estimação e um estimador não-viesado que, em geral, contém mais erro de estimação. Este procedimento consiste em “encolher” o estimador não-viesado em direção a um alvo fixo representado pelo estimador viesado, puxando os coeficientes mais extremos em direção aos valores centrais e, desta maneira, produzindo uma matriz de covariância positiva definida, bem condicionada, mais eficiente e precisa.

Ledoit e Wolf (2003) utilizaram esta abordagem para reduzir a sensibilidade dos portfólios ótimos de média-variância devido à incerteza das entradas e por meio de estimadores de encolhimento Bayesianos, os quais introduzem uma estrutura entre o erro amostral e o erro de especificação (viés), encolhendo a matriz de covariância amostral para um alvo com baixo nível de risco de estimação. Em particular, o método de Ledoit e Wolf (2003, 2004) é considerado um dos métodos mais eficazes para se estimar a matriz de covariância. Concretamente, a estimação é realizada como uma combinação convexa Σ_S que geralmente possui a forma

$$\Sigma_S = \alpha \mathbf{F} + (1 - \alpha) \widehat{\Sigma}, \quad (10)$$

onde $\alpha \in [0,1]$ é a intensidade ótima do encolhimento escolhida, \mathbf{F} corresponde a um estimador altamente estruturado da matriz de covariância, sendo uma matriz alvo positiva definida e $\widehat{\Sigma}$ representa a matriz de covariância amostral.

Dado que α é não observável, Ledoit e Wolf propuseram três estimadores altamente estruturados para serem usados no processo de estimação da matriz de covariância baseada no método de encolhimento. Ledoit e Wolf (2003) propuseram um estimador de encolhimento para matriz de covariância que é uma média ponderada da matriz de covariância amostral e uma matriz de covariância dada por um único índice de Sharpe (1963) (*LWI*). Nesse estimador, a matriz de covariância é determinada por um único índice dado por um modelo de

fator único, enquanto que a matriz de covariância amostral pode ser interpretada como um modelo N -fatorial (com cada ativo interpretando um fator e não possuindo resíduos). Ledoit e Wolf (2004a) formularam um estimador que é a combinação linear da matriz de covariância amostral com uma matriz de correlação constante, cujas correlações são iguais à média de todas as correlações dos ativos da amostra ($LW2$). Além disso, o desempenho desse segundo estimador é comparável ao ($LW1$), mas possui maior facilidade de implementação e, portanto, menores custos. Finalmente, Ledoit e Wolf (2004b) propuseram um estimador que é livremente distribuído e possui uma fórmula explícita simples que é fácil para calcular e interpretar. Baseia-se em uma combinação linear entre a matriz de covariância amostral com a matriz identidade ($LW3$).

3.3.4 Modelos GARCH Multivariados

A última classe de modelos para a matriz de covariâncias utilizada neste artigo pertence aos modelos GARCH multivariados, os quais consideram que o vetor de retornos y_t segue um processo do tipo $y_t = \varepsilon_t \Sigma_t^{1/2}$, onde ε_t é um vetor de retornos padronizados e Σ_t é a matriz de covariâncias condicionais. Ao contrário das matrizes de encolhimento, os modelos GARCH multivariados impõem uma dinâmica temporal autoregressiva para as matrizes de covariâncias condicionais (BAWENS et al., 2006).

As especificações GARCH multivariadas adotadas neste artigo pertencem à classe dos modelos de correlações condicionais. Estes modelos são caracterizados pela decomposição da matriz de covariâncias condicionais entre desvio padrão condicional e correlação condicional. Segundo este modelo, a matriz de covariância Σ_t é dada por

$$\Sigma_t = D_t \Psi_t D_t, \quad (11)$$

onde D_t é uma matriz diagonal $N \times N$ com elementos diagonais dados por $h_{i,t}$, onde $h_{i,t}$ é a variância condicional do i -ésimo ativo a qual segue um processo GARCH(1,1) univariado, e Ψ_t é uma matriz simétrica $N \times N$ de correlação condicional com elementos $\rho_{ij,t}$, onde $\rho_{ij,t} = 1$, $i, j = 1, \dots, N$. No modelo CCC-GARCH de Bollerslev (1990), $\Psi_t = \Psi$ em (11) e Ψ

é a matriz de correlação incondicional dos retornos. No modelo DCC-GARCH de Engle (2002), a correlação dinâmica $\rho_{ij,t}$ é dada por

$$\rho_{ij,t} = \frac{q_{ij,t}}{\sqrt{q_{ii,t}q_{jj,t}}}, \quad (12)$$

onde $q_{ij,t}$, $i, j = 1, \dots, N$ são os elementos da matriz Q_t , de dimensão $N \times N$, que segue uma dinâmica do tipo GARCH

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta)\bar{Q} + \alpha z_{t-1} z_{t-1}' + \beta Q_{t-1}, \quad (13)$$

onde $z_{i,t} = (z_{1,t}, \dots, z_{N,t})$ é o vetor dos retornos padronizados dos ativos, cujos elementos são $z_{i,t} = y_{i,t} / \sqrt{h_{i,t}}$, \bar{Q} é a matriz de covariância incondicional de z_t , α e β são parâmetros escalares não negativos que satisfazem a condição $\alpha + \beta < 1$.

Cappiello et al. (2006) ampliou o modelo DCC-GARCH para incorporar efeitos assimétricos nas correlações condicionais, produzindo o modelo DCC assimétrico (AsyDCC-GARCH). Neste modelo, a dinâmica de Q_t é descrita por

$$Q_{t+1} = (\bar{Q} - \alpha\bar{Q} - \beta\bar{Q} - \delta\bar{\Gamma}) + \alpha z_t z_t' + \beta Q_t + \delta n_t n_t', \quad (14)$$

onde $n_t = I(z_t < 0) \odot z_t$ e $\bar{\Gamma} = E[n_t n_t']$, onde \odot denota o operador Hadamard (elemento por elemento). Além disso, uma condição necessária para Q_{t+1} ser positiva definida, proposta por Cappiello et al. (2006), é que $\alpha + \beta + \lambda\delta < 1$, onde λ é o autovalor máximo de $\bar{Q}^{-1/2} \bar{\Gamma} \bar{Q}^{-1/2}$.

Alternativamente, a matriz de correlação condicional Ψ_t em (11) pode ser modelada com mais parcimônia utilizando uma especificação DECO-GARCH, assume que todas as correlações condicionais dinâmicas são iguais. Neste caso, temos que

$$\Psi_t = \Psi_t^{DECO}, \quad (15)$$

onde Ψ_t^{DECO} é a matriz de equicorrelação condicional definida como

$$\Psi_t^{DECO} = (1 - \psi_t^{equi}) I_n + \psi_t^{equi} J_n, \quad (15')$$

onde ψ_t^{equi} é a equicorrelação no tempo t , I_n é uma matriz identidade N -dimensional, e J_n é uma matriz $N \times N$ de uns.

4 RESULTADOS

As Tabelas 2 e 3 apresentam os resultados das técnicas de otimização de portfólios, respectivamente, da carteira composta por ações e da carteira mista, em termos de média de excesso de retorno, desvio-padrão, índice de Sharpe (*IS*), *turnover*, custo *breakeven* dos portfólios e retorno acumulado em excesso ao CDI. No processo de otimização, foram utilizadas matrizes de covariâncias obtidas segundo as abordagens discutidas na Seção 3.2. Para efeitos de comparação de desempenho, utilizou-se como *benchmark* o portfólio ingênuo, obtido por meio da estratégia *I/N*, e a carteira de mercado, representada pelo índice Ibovespa (IBO). Para facilitar a interpretação dos resultados, os retornos, o desvio-padrão e o índice de Sharpe de cada estratégia reportados na Tabela 2 foram anualizados envolvendo diferentes frequências de rebalanceamento (diária, semanal e mensal).

Os resultados exibidos nas Tabelas 2 e 3 mostram que, em termos de retorno médio anualizado, enquanto os portfólios *I/N* e de mercado (Ibovespa) apresentaram resultados negativos no período examinado (-2,29% e -24,29%), dentre as carteiras ótimas obtidas via técnicas de otimização, a de média-variância apresentou os maiores retornos médios, seguida pela carteira de mínima-variância. Com exceção das carteiras estimadas via RiskMetrics, os retornos médios não sofreram mudanças bruscas ao alterar-se a frequência de rebalanceamento, verificando-se uma elevação dos retornos ao se diminuir a frequência de rebalanceamento de diária para semanal. Assim, de maneira geral, a carteira ótima de média-variância e mínima-variância estimada com a matriz de covariância obtida via *LW3* é a que apresenta o maior retorno médio, para a carteira composta somente por ações. Analogamente, para a carteira mista as carteiras de média-variância e mínima-variância estimadas por meio do modelo GARCH multivariado DCC apresentam os melhores resultados em termos de retorno médio. Além disso, os retornos médios da carteira mista foram superiores aos retornos médios da carteira de ações em todas as técnicas de otimização utilizadas.

Tabela 2 Desempenho fora da amostra da carteira de ações (retorno médio, desvio-padrão dos retornos, Índice de Sharpe, *turnover* e custo *breakeven* do portfólio, retorno acumulado bruto e retorno acumulado em excesso ao CDI) para diferentes estratégias de otimização e diferentes métodos de estimação da matriz de covariâncias. MEV e MIV indicam, respectivamente, otimização média-variância e mínima-variância. O asterisco indica que o coeficiente da estratégia é estatisticamente diferente ao obtido pelo *benchmark* de mercado dado pelo Ibovespa (IBO). 1/N indica o portfólio ingênuo igualmente ponderado. Retornos, desvio-padrão e o índice de Sharpe de cada estratégia foram anualizados.

	Benchmarks		Matriz Amostral		Matriz RiskMetrics		Matriz LW1		Matriz LW2	
	1/N	IBOV	MEV	MIV	MEV	MIV	MEV	MIV	MEV	MIV
<i>Rebalanceamento diário</i>										
Retorno médio (%)	-2,29	24,29	13,66	13,83	13,38	13,36	13,31	13,43	13,78	13,83
Desvio-padrão (%)	15,88	22,80	14,58*	14,55*	14,57*	14,58*	14,60*	14,58*	14,56*	14,53*
Índice de Sharpe	-0,14	-1,07	0,94*	0,95*	0,92*	0,92*	0,91*	0,92*	0,95*	0,95*
<i>Turnover</i>	0,01		0,03	0,02	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
<i>Breakeaven (%)</i>	67,73		202,82	313,65	428,15	446,86	202,35	311,77	208,19	324,20
Retorno acumulado bruto (%)	-6,00	-24,00	24,00	24,00	23,00	23,00	23,00	23,00	24,00	24,00
Excesso de retorno acumulado (%)	20,96	36,48	3,83	4,14	3,32	3,29	3,17	3,43	4,01	4,11
<i>Rebalanceamento semanal</i>										
Retorno médio (%)	-2,29	24,29	14,01	13,71	13,26	13,28	13,66	13,31	14,11	13,68
Desvio-padrão (%)	15,88	22,80	14,63*	14,58*	14,61*	14,61*	14,66*	14,60*	14,61*	14,55*
Índice de Sharpe	-0,14	-1,07	0,96*	0,94*	0,91*	0,91*	0,93*	0,91*	0,97*	0,94*
<i>Turnover</i>	0,01		0,02	0,02	0,01	0,01	0,02	0,01	0,02	0,01
<i>Breakeaven (%)</i>	67,73		275,69	342,71	393,93	411,42	272,18	338,45	281,71	351,96
Retorno acumulado bruto (%)	-6,00	-24,00	24,39	24,00	23,00	23,00	24,00	23,00	25,00	24,00
Excesso de retorno acumulado (%)	20,96	36,48	4,42	3,89	3,10	3,16	3,79	3,20	4,59	3,87
<i>Rebalanceamento mensal</i>										
Retorno médio (%)	-2,29	24,29	13,96	13,41	13,08	13,18	13,56	13,00	14,01	13,43
Desvio-padrão (%)	15,88	22,80	14,76*	14,64*	14,64*	14,63*	14,79*	14,67*	14,74*	14,61*
Índice de Sharpe	-0,14	-1,07	0,94*	0,92*	0,89*	0,90*	0,92*	0,89*	0,95*	0,92*
<i>Turnover</i>	0,01		0,02	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,02	0,01
<i>Breakeaven (%)</i>	67,73		336,88	372,14	374,74	392,94	329,45	363,17	343,83	379,64
Retorno acumulado bruto (%)	-6,00	-24,00	24,00	23,00	22,00	23,00	23,00	22,00	24,00	23,00
Excesso de retorno acumulado (%)	20,96	36,48	4,27	3,35	2,80	2,97	3,56	2,65	4,41	3,39
<i>Rebalanceamento diário</i>										
	Matriz LW3		Matriz CCC		Matriz DCC		Matriz DECO		Matriz ASYDCC	
	MEV	MIV	MEV	MIV	MEV	MIV	MEV	MIV	MEV	MIV
Retorno médio (%)	14,36	14,41	14,24	13,71	3,83	0,28	9,45	7,26	12,02	11,24
Desvio-padrão (%)	14,54*	14,51*	14,29*	14,34*	16,92*	17,09*	14,52*	14,74*	14,61*	14,62*
Índice de Sharpe	0,99*	0,99*	1,00*	0,96*	0,23	0,02	0,65*	0,49*	0,82*	0,77*
<i>Turnover</i>	0,02	0,02	0,24	0,25	0,91	0,94	0,21	0,21	0,18	0,19
<i>Breakeaven (%)</i>	231,19	357,99	22,16	20,46	1,64	0,12	17,18	13,15	25,46	22,25
Retorno acumulado bruto (%)	25,00	25,00	25,00	24,00	4,00	-2,00	15,00	11,00	20,00	19,00
Excesso de retorno acumulado (%)	5,08	5,14	4,91	3,98	-12,58	-17,70	-3,29	-6,84	0,98	-0,34
<i>Rebalanceamento semanal</i>										

Retorno médio (%)	14,62	14,26	15,22	13,61	-2,14	-2,39	9,30	6,22	11,09	9,88
Desvio-padrão (%)	14,59*	14,53*	14,54*	14,60*	16,79*	17,04*	14,73*	14,96*	14,94*	14,93*
Índice de Sharpe	1,00*	0,98*	1,05*	0,93*	-0,13	-0,14	0,63*	0,42*	0,74*	0,66*
<i>Turnover</i>	0,02	0,01	0,12	0,12	0,28	0,29	0,10	0,11	0,09	0,09
<i>Breakeaven (%)</i>	306,05	386,30	48,01	41,73	-3,10	-3,29	34,19	22,74	47,81	41,21
Retorno acumulado bruto (%)	26,00	25,00	27,00	24,00	-6,00	-6,00	15,00	9,00	18,00	16,00
Excesso de retorno acumulado (%)	5,51	4,89	6,56	3,71	-20,94	-21,34	-3,58	-8,52	-0,67	-2,70
<i>Rebalanceamento mensal</i>										
Retorno médio (%)	14,59	14,01	13,41	11,57	1,74	-1,97	7,64	4,08	8,47	7,56
Desvio-padrão (%)	14,71*	14,58*	15,76*	15,76*	17,20*	17,12*	16,06*	16,22*	16,24*	16,09*
Índice de Sharpe	0,99*	0,96*	0,85*	0,73*	0,10	-0,12	0,47*	0,25	0,52*	0,47*
<i>Turnover</i>	0,01	0,01	0,05	0,06	0,08	0,08	0,05	0,05	0,04	0,04
<i>Breakeaven (%)</i>	372,93	412,99	94,07	79,17	8,50	-9,30	61,26	33,28	74,73	64,90
Retorno acumulado bruto (%)	26,00	24,00	23,00	19,00	0,00	-6,00	11,00	5,00	13,00	11,00
Excesso de retorno acumulado (%)	5,42	4,44	3,03	-0,11	-15,59	-20,79	-6,60	-12,06	-5,30	-6,73

FONTE: Elaboração própria.

Quando comparamos o desvio-padrão das duas carteiras, verificamos que o nível de risco é substancialmente menor na carteira mista em relação à carteira de ações. Além disso, constatamos que em ambas as carteiras o nível de risco não sofre alterações significativas quando mudamos o estimador utilizado para obter a matriz de covariâncias. O risco apresenta uma moderada elevação quando alteramos a frequência de rebalanceamento de diária para semanal e de semanal para mensal, nas quais a carteira de média-variância apresentou um risco mais elevado em comparação com a carteira de mínima-variância. Vale observar, entretanto, que todas as carteiras de média-variância e de mínima-variância apresentaram um nível de risco menor do que índice Ibovespa (22,8%) e o portfólio ingênuo (15,88%), utilizados como *benchmarks*.

Quando comparamos o desempenho ajustado ao risco, dado pelo índice de Sharpe (IS), os resultados mostram que o portfólio composto por ações e fundos de investimento imobiliário apresenta, em todos os modelos, resultados melhores do que o portfólio composto por ações. Estes resultados corroboram com os encontrados por Varga e Nyssens (2012), segundo o qual os retornos dos FIIs são pouco explicados por fatores específicos de mercado tendo, por este motivo, bom poder de diversificação. Ademais, quando utilizamos a frequência de rebalanceamento diária, as carteiras ótimas obtidas via o modelo GARCH multivariado CCC apresentam o melhor desempenho ajustado ao risco tanto na carteira mista quanto na carteira de ações. No entanto, ao se considerar as frequências de rebalanceamento mensal, os melhores resultados são apresentados pelas carteiras obtidas pelo estimador LW3.

Tabela 3 Desempenho fora da amostra da carteira mista (retorno médio, desvio-padrão dos retornos, Índice de Sharpe, *turnover* e custo *breakeven* do portfólio, retorno acumulado bruto e retorno acumulado em excesso ao CDI) para diferentes estratégias de otimização e diferentes métodos de estimação da matriz de covariâncias. MEV e MIV indicam, respectivamente, otimização média-variância e mínima-variância. O asterisco indica que o coeficiente da estratégia é estatisticamente diferente ao obtido pelo *benchmark* de mercado dado pelo Ibovespa (IBO). 1/N indica o portfólio ingênuo igualmente ponderado. Retornos, desvio-padrão e o índice de Sharpe de cada estratégia foram anualizados.

	Benchmarks		Matriz Amostral		Matriz RiskMetrics		Matriz LW1		Matriz LW2	
	1/N	IBOV	MEV	MIV	MEV	MIV	MEV	MIV	MEV	MIV
<i>Rebalanceamento diário</i>										
Retorno médio (%)	-2,29	24,29	16,93	18,07	17,67	17,67	16,98	18,04	17,06	18,19
Desvio-padrão (%)	15,88	22,80	6,40*	6,23*	6,31*	6,31*	6,33*	6,16*	6,46*	6,32*
Índice de Sharpe	-0,14	-1,07	2,64*	2,90*	2,80*	2,80*	2,68*	2,93*	2,64*	2,88*
<i>Turnover</i>	0,01	0,00	0,03	0,01	0,01	0,01	0,03	0,01	0,03	0,01
<i>Breakeaven</i> (%)	67,73	0,00	191,82	521,14	731,35	791,03	200,90	539,90	198,67	543,18
Retorno acumulado bruto (%)	-6,00	-24,00	33,00	35,00	34,00	34,00	33,00	35,00	33,00	35,00
Excesso de retorno acumulado (%)	20,96	36,48	11,31	13,45	12,68	12,69	11,41	13,44	11,54	13,73
<i>Rebalanceamento semanal</i>										
Retorno médio (%)	-2,29	24,29	18,37	17,94	17,51	17,59	18,35	17,94	18,50	18,07
Desvio-padrão (%)	15,88	22,80	6,43*	6,28*	6,36*	6,35*	6,35*	6,19*	6,49*	6,37*
Índice de Sharpe	-0,14	-1,07	2,86*	2,86*	2,76*	2,77*	2,89*	2,90*	2,85*	2,84*
<i>Turnover</i>	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
<i>Breakeaven</i> (%)	67,73	0,00	509,92	638,14	639,35	688,27	517,61	649,24	528,60	651,07
Retorno acumulado bruto (%)	-6,00	-24,00	37,00	35,00	34,00	34,00	37,00	35,00	37,00	35,00
Excesso de retorno acumulado (%)	20,96	36,48	14,75	12,99	12,17	12,22	14,71	12,99	15,10	13,22
<i>Rebalanceamento mensal</i>										
Retorno médio (%)	-2,29	24,29	18,75	17,82	17,39	17,41	18,72	17,82	18,93	17,94
Desvio-padrão (%)	15,88	22,80	6,54*	6,35*	6,42*	6,40*	6,46*	6,26*	6,60*	6,45*
Índice de Sharpe	-0,14	-1,07	2,87*	2,81*	2,71*	2,72*	2,90*	2,85*	2,87*	2,78*
<i>Turnover</i>	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
<i>Breakeaven</i> (%)	67,73	0,00	509,92	638,14	639,35	688,27	517,61	649,24	528,60	651,07
Retorno acumulado bruto (%)	-6,00	-24,00	37,00	35,00	34,00	34,00	37,00	35,00	37,00	35,00
Excesso de retorno acumulado (%)	20,96	36,48	14,75	12,99	12,17	12,22	14,71	12,99	15,10	13,22
	Matriz LW3		Matriz CCC		Matriz DCC		Matriz DECO		Matriz ASYDCC	
	MEV	MIV	MEV	MIV	MEV	MIV	MEV	MIV	MEV	MIV
<i>Rebalanceamento diário</i>										
Retorno médio anualizado (%)	17,04	18,24	19,81	20,36	23,18	25,12	19,73	19,45	17,69	19,40
Desvio-padrão anualizado (%)	6,38*	6,22*	5,73*	5,48*	8,74*	7,30*	6,68*	6,54*	5,94*	5,26*
Índice de Sharpe anualizado	2,67*	2,93*	3,46*	3,71*	2,65*	3,44*	2,95*	2,97*	2,98*	3,69*
<i>Turnover</i>	0,03	0,01	0,17	0,18	0,57	0,54	0,28	0,28	0,12	0,12
<i>Breakeaven</i> (%)	202,82	587,03	42,72	42,36	14,69	16,80	25,52	25,68	54,23	58,19
Retorno acumulado bruto (%)	33,00	36,00	39,00	41,00	47,00	52,00	39,00	38,00	34,00	38,00
Excesso de retorno acumulado (%)	11,49	13,80	16,92	18,02	23,28	27,67	16,64	16,11	12,78	16,17
<i>Rebalanceamento semanal</i>										
Retorno médio (%)	18,50	18,12	19,81	19,83	17,21	18,22	20,01	19,53	18,52	18,50
Desvio-padrão (%)	6,41*	6,27*	6,24*	6,09*	8,88*	7,54*	7,76*	7,68*	6,37*	5,73*
Índice de Sharpe	2,89*	2,89*	3,17*	3,25*	1,94*	2,42*	2,58*	2,54*	2,91*	3,23*
<i>Turnover</i>	0,01	0,01	0,03	0,03	0,06	0,06	0,05	0,05	0,03	0,03
<i>Breakeaven</i> (%)	539,53	675,59	196,85	201,70	104,88	108,73	131,94	138,20	216,80	240,09
Retorno acumulado bruto (%)	37,00	35,00	35,00	35,00	31,00	33,00	33,00	33,00	32,00	34,00
Excesso de retorno acumulado (%)	15,19	13,33	13,52	13,56	10,20	11,42	11,38	11,41	10,83	12,35
<i>Rebalanceamento mensal</i>										
Retorno médio (%)	18,98	17,99	18,12	18,14	16,53	17,11	17,14	17,16	16,71	17,46
Desvio-padrão (%)	6,51*	6,34*	6,81*	6,64*	8,74*	8,06*	8,64*	8,65*	6,91*	6,13*
Índice de Sharpe	2,91*	2,84*	2,66*	2,733*	1,89*	2,12*	1,98*	1,98*	2,42*	2,85*

<i>Turnover</i>	0,01	0,01	0,03	0,03	0,06	0,06	0,05	0,05	0,03	0,03
<i>Breakeaven (%)</i>	539,53	675,59	196,85	201,70	104,88	108,73	131,94	138,20	216,80	240,09
Retorno acumulado bruto (%)	37,00	35,00	35,00	35,00	31,00	33,00	33,00	33,00	32,00	34,00
Excesso de retorno acumulado (%)	15,19	13,33	13,52	13,56	10,20	11,42	11,38	11,41	10,83	12,35

FONTE: Elaboração própria.

A fim de estimar se o desempenho com relação ao risco dos portfólios de média-variância e mínima-variância, dado pelo índice de Sharpe, foi estatisticamente diferente do desempenho observado pelo Índice Ibovespa, aplicou-se um teste estatístico de diferenças entre os *IS* discutido na Seção 2.2, considerando-se um nível de significância de 10%. Tal procedimento também foi aplicado para o desvio-padrão dos retornos de cada ativo. Os resultados obtidos indicam que o *IS* do portfólio de média-variância e do portfólio de mínima-variância foi estatisticamente diferente (maior) que o *IS* do Ibovespa para as nove diferentes especificações utilizadas para a estimação da matriz de covariâncias, com exceção do portfólio de média-variância e mínima-variância composto somente por ações obtido via o modelo GARCH DCC utilizando todas as frequências de rebalanceamento e do portfólio de mínima-variância do modelo GARCH DECO utilizando a frequência mensal, no qual o índice de Sharpe foi estatisticamente igual ao Ibovespa. Com relação ao desvio-padrão, todas as carteiras analisadas apresentaram volatilidade dos portfólios de média-variância e mínima-variância sendo estatisticamente diferentes (menores) do que a volatilidade do Ibovespa. Tais resultados estão indicados nas Tabelas 2 e 3 por meio de um asterisco.

Como era de se esperar, em termos de *turnover* do portfólio, observa-se uma diminuição do *turnover* na medida em que a frequência de rebalanceamento se torna menor. Na carteira mista e na carteira de ações o menor valor observado entre todas as estratégias de alocação de portfólios foi obtido com o modelo RiskMetrics, o qual foi igual ao obtido com o portfólio ingênuo utilizado como benchmark. Nas duas carteiras consideradas, o melhor desempenho ao se utilizar a frequência de rebalanceamento diária foi alcançado pelo modelo RiskMetrics, seguido pelos modelos *LW1*, *LW2* e *LW3*, os quais apresentaram resultados semelhantes. Nas demais frequências de rebalanceamento utilizadas, com exceção dos estimadores CCC, DCC, DECO e AsyDCC, todos os demais portfólios apresentaram praticamente o mesmo *turnover*.

Comparando a carteira composta por ações com a carteira mista, observamos que em ambos os casos os portfólios obtidos via estimador RiskMetrics apresentam o maior custo de transação *breakeven*, que mostra o nível de custo de transação que poderia reduzir o excesso de retorno a zero, seguido pelos portfólios obtidos via *LW2*. Além disso, o custo de transação *breakeven* foi maior na carteira mista relativamente à carteira de ações. Ao confrontarem-se

carteiras ótimas alternativas tendo por base o *breakeven*, o portfólio com o maior custo de *breakeven* será melhor que os demais, pois é necessário um maior custo de transação para reduzir o excesso de retorno a zero.

Quando comparamos os retornos acumulados em excesso ao CDI da carteira de ações para cada estratégia verificamos que, para a frequência de rebalanceamento diária, o portfólio de mínima-variância estimado via *LW3* apresenta o maior retorno acumulado em relação ao ativo de risco (5,14%), seguido pelo portfólio de média-variância estimado via *LW3* (5,08%) e estimador GARCH CCC (4,91%). Com relação à carteira mista, verificamos que os maiores retornos acumulados em excesso ao CDI para a frequência de rebalanceamento diária encontram-se no portfólio de média-variância estimado via o modelo GARCH DCC (27,67%), seguido pelo portfólio de mínima-variância estimado pelo mesmo modelo (23,28%). Ao compararmos as duas carteiras, em todos os casos os retornos acumulados em excesso ao CDI da carteira mista apresentaram melhor desempenho.

As Tabelas 3, 4 e 5 no apêndice apresentam a correlação entre as diferentes classes de ativos utilizadas neste estudo, que são importantes ingredientes de qualquer estratégia de alocação de ativos. Os resultados dessa análise evidenciam uma correlação muito baixa entre os FIIs *versus* ações e igualmente entre os FIIs *versus* FIIs. Assim, isso significa que os FIIs são ativos com características muito desejáveis, uma vez que são capazes de reduzir significativamente o grau de risco de suas carteiras em períodos de grande volatilidade no mercado de ações e outros fundos.

Para ilustrar ainda mais os resultados, nas Figuras 1 e 2 apresentamos, respectivamente, o gráfico com os retornos acumulados brutos da carteira de ações e da carteira mista, com os portfólios que apresentaram maior índice de Sharpe obtido por meio do estimador GARCH CCC para a estimação das matrizes de covariâncias. Consideramos os portfólios obtidos com frequência de rebalanceamento diária para o período de março de 2010 a novembro de 2011, com restrição de venda a descoberto.

Como podemos observar, os portfólios ótimos obtidos via técnicas de otimização (média-variância e mínima-variância) apresentaram um desempenho substancialmente superior aos *benchmarks*, dados pelo portfólio ingênuo *1/N* e pelo índice Ibovespa, tanto para a carteira composta por ações quanto para a carteira mista. Em ambos os casos o portfólio de mínima-variância apresentou um desempenho ligeiramente superior ao portfólio de média-variância. No entanto, nota-se claramente que a carteira composta por ações e fundos de investimento imobiliário apresenta um retorno acumulado bruto muito superior e mais estável ao obtido pela carteira composta por ações para o período considerado.

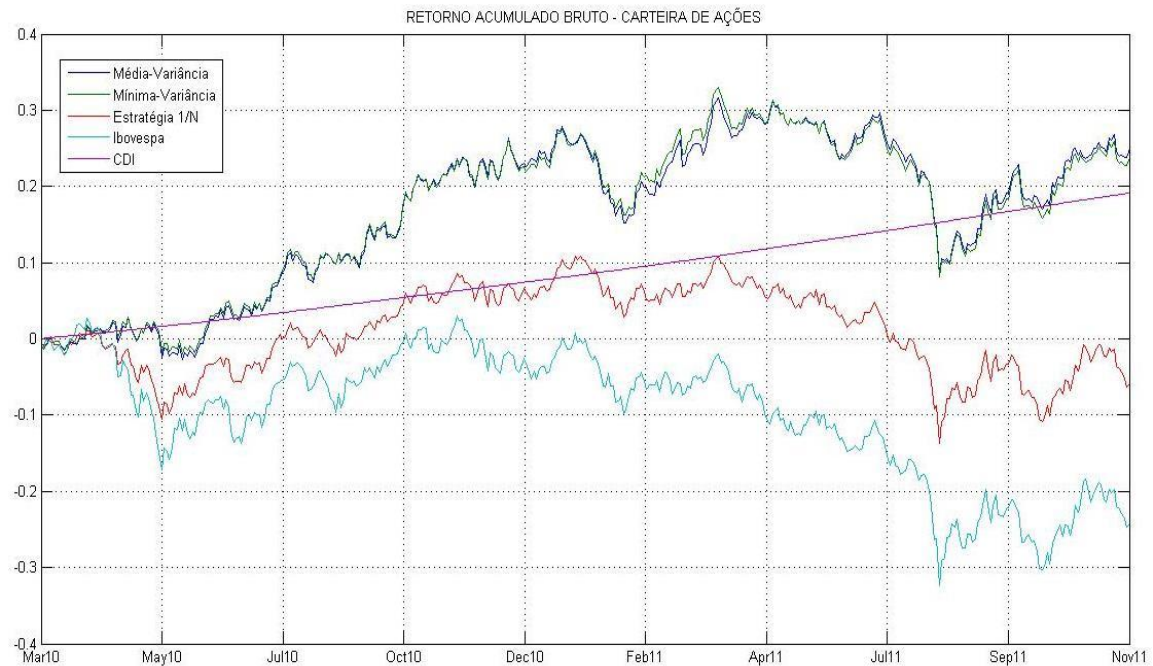


Figura 1 Retornos acumulados da carteira de ações em excesso ao CDI utilizando frequência de rebalanceamento diária para as estratégias de otimização por média-variância e mínima-variância utilizando o estimador *GARCH CCC* para a estimação da matriz de covariância, e os excessos de retorno da estratégia *1/N* e do Ibovespa para o mesmo período.

FONTE: Elaboração própria.

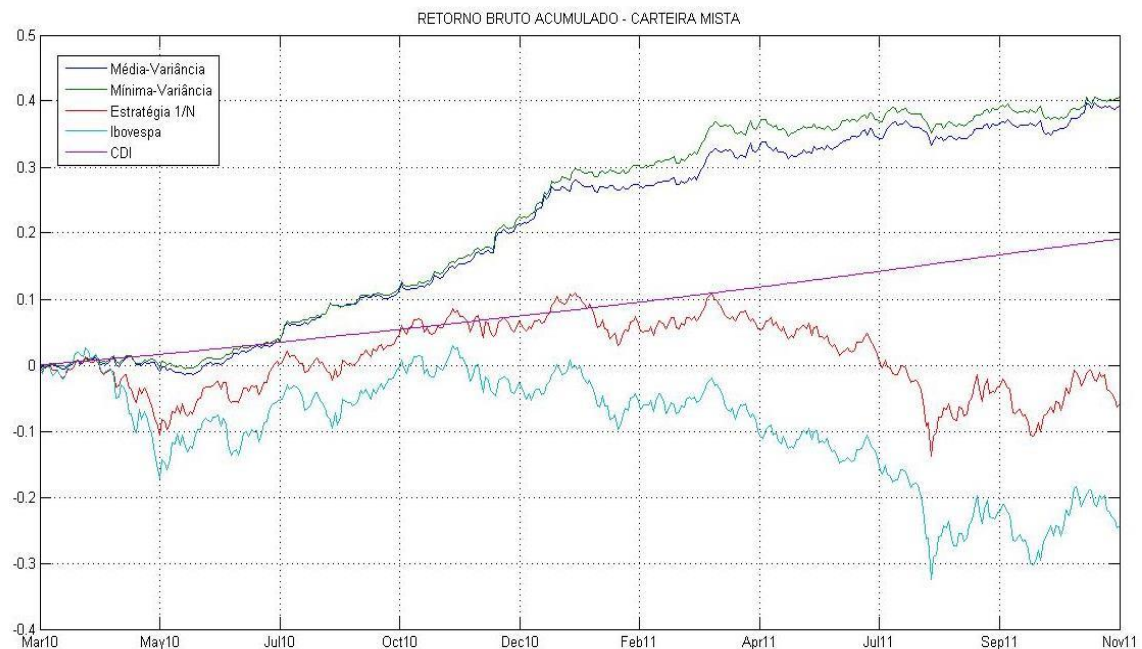


Figura 2 Retornos acumulados da carteira mista em excesso ao CDI utilizando frequência de rebalanceamento diária para as estratégias de otimização por média-variância e mínima-variância utilizando o estimador *GARCH CCC* para a estimação da matriz de covariância, e os excessos de retorno da estratégia *1/N* e do Ibovespa para o mesmo período.

FONTE: Elaboração própria.

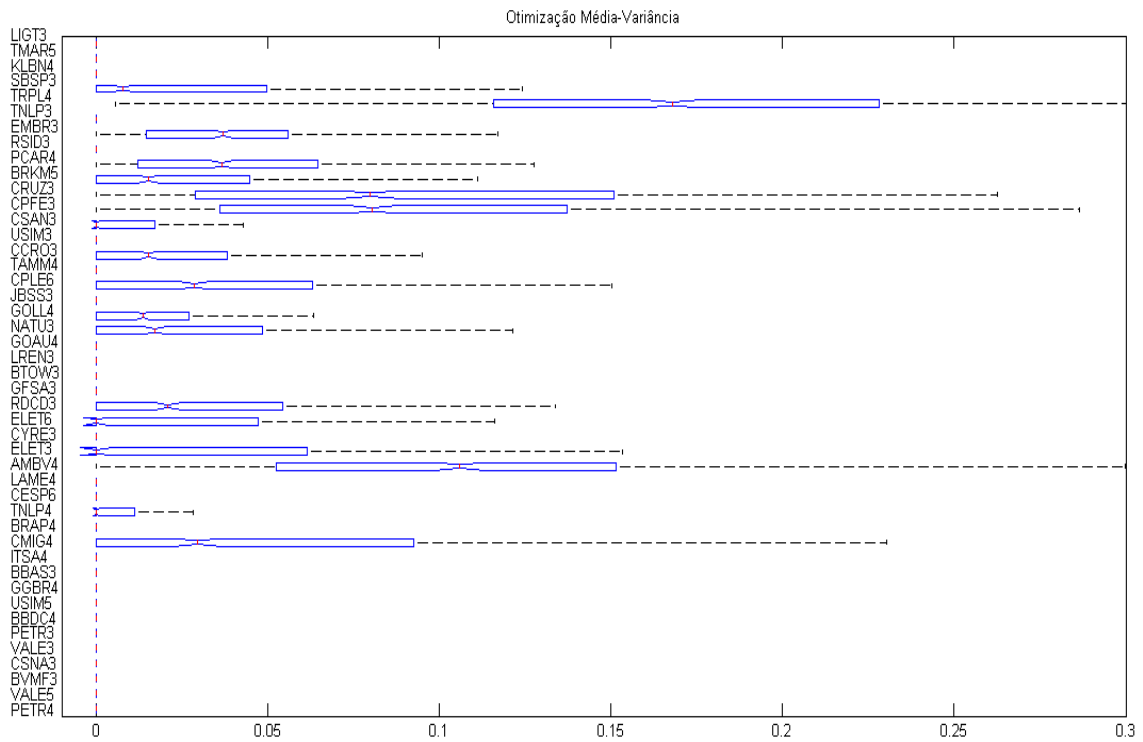


Figura 3 Box-plot dos pesos do portfólio de média-variância da carteira de ações obtido por meio da utilização do estimador *GARCH CCC* para a matriz de covariâncias considerando a frequência de rebalanceamento diária.
 FONTE: Elaboração própria.

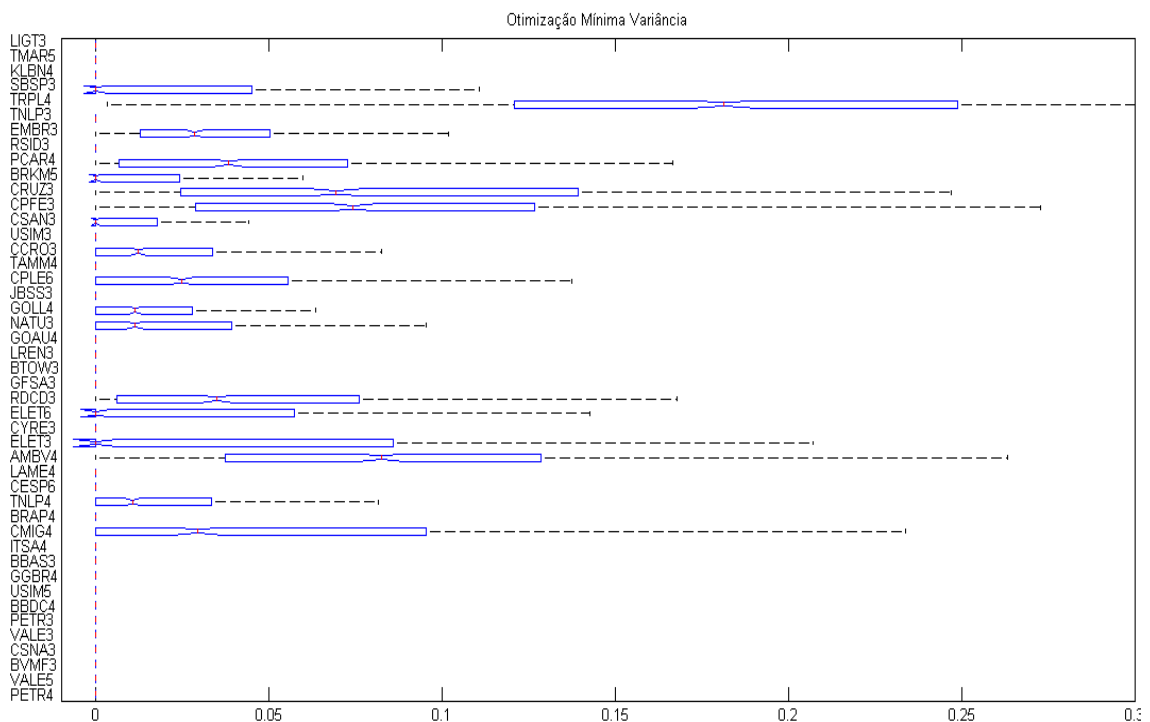


Figura 4 Box-plot dos pesos do portfólio de mínima-variância da carteira de ações obtido por meio da utilização do estimador *GARCH CCC* para a matriz de covariâncias considerando a frequência de rebalanceamento diária.
 FONTE: Elaboração própria.

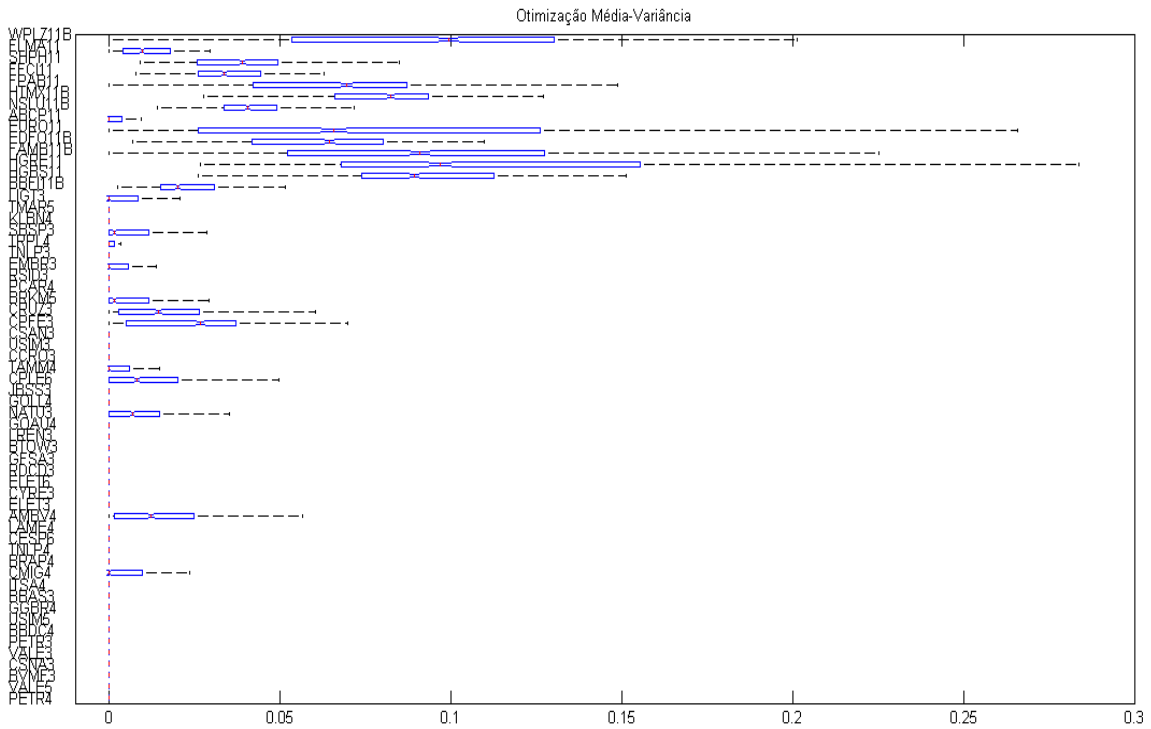


Figura 5 *Box-plot* dos pesos do portfólio de média-variância da carteira mista obtido por meio da utilização do estimador *GARCH CCC* para a matriz de covariâncias considerando a frequência de rebalanceamento diária.
 FONTE: Elaboração própria.

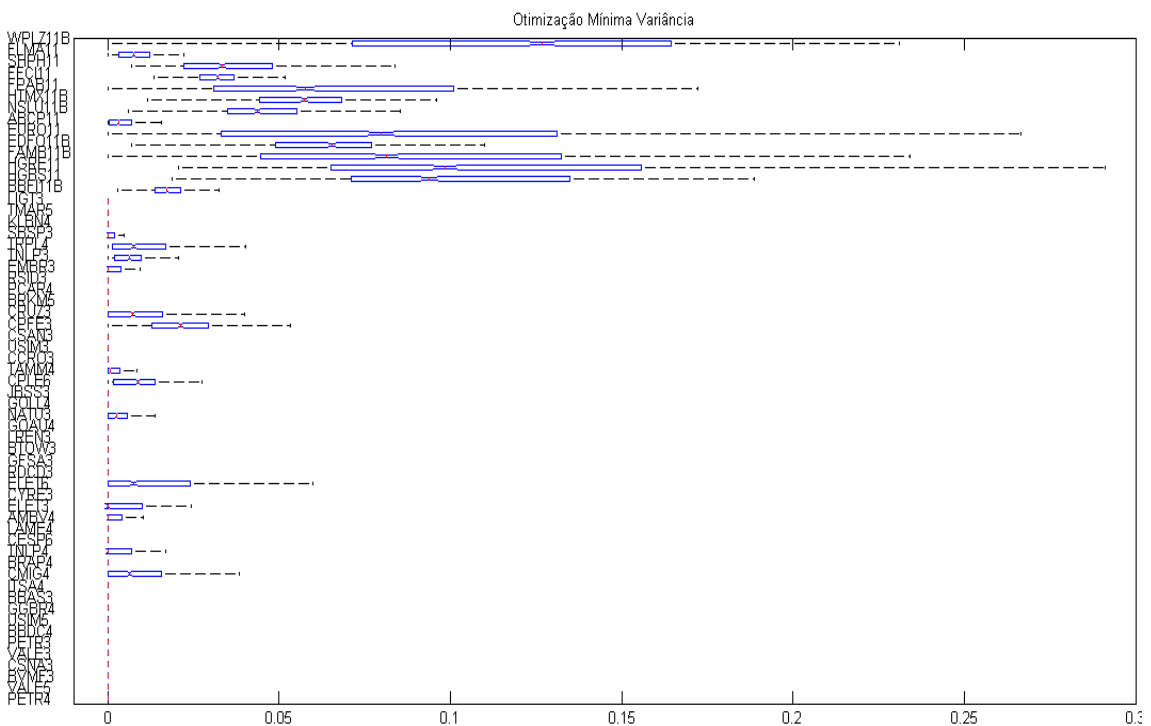


Figura 6 *Box-plot* dos pesos do portfólio de mínima-variância da carteira mista obtido por meio da utilização do estimador *GARCH CCC* para a matriz de covariâncias considerando a frequência de rebalanceamento diária.
 FONTE: Elaboração própria.

Para ilustrar ainda mais os resultados encontrados, apresentamos nas Figuras 3 e 4 os diagramas de caixas (*box-plots*) dos pesos dos portfólios de média-variância e mínima-variância da carteira de ações e nas Figuras 5 e 6 os diagramas de caixas dos pesos dos portfólios da carteira mista obtidos por meio do estimador GARCH CCC. Na figura 3, observamos que o portfólio ótimo de média-variância da carteira de ações possui maior percentual dos pesos alocados no ativo TRPL4, com mediana em torno de 17%, seguido pelos ativos AMBV4 e CPFE3, que apresentam mediana da distribuição dos pesos do portfólio em torno de 11% e 8%, respectivamente. Já na figura 6, apresentamos os *box-plots* dos pesos do portfólio de mínima-variância, que apresenta aproximadamente a mesma distribuição dos pesos do portfólio de mínima-variância, com mediana dos pesos em torno de 18% para o ativo TRPL4, 8% para AMBV4 e 7% para CPFE3. Com relação aos *box-plots* relativos a carteira mista, observamos na figura 5 que o portfólio ótimo de média-variância possui maior percentual dos pesos alocados no fundo WPLZ11B, com mediana em torno de 10%, seguido pelo fundo FAMB11B, que apresenta mediana da distribuição dos pesos do portfólio em torno de 9%. O mesmo resultado se verifica para os portfólios da carteira mista de mínima-variância.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho comparamos o desempenho de uma carteira de ações vs. uma carteira mista, composta por ações e fundos de investimento imobiliários, utilizando técnicas quantitativas de otimização de carteiras e considerando distintas frequências de rebalanceamento e nove especificações alternativas para a estimação das matrizes de covariância. Os resultados apontam que vale muito a pena investir em uma carteira mista, pois esta possui índices de Sharpe e retornos médios bem superiores quando comparado às carteiras otimizadas contendo somente ações. O resultado acerca do índice de Sharpe, por sua vez, pode ser justificado pelo fato de que os FIIs são muito pouco correlacionados com a maioria dos fatores de risco comuns de mercado, de modo que a sua inclusão acaba reduzindo significativamente a variância da carteira. Além disso, verifica-se que os retornos dos FIIs praticamente não estão correlacionados com os retornos das ações ou com os outros FIIs, o que significa que estes podem ser utilizados para diversificação e redução do risco das carteiras.

De maneira geral, os portfólios obtidos a partir do modelo GARCH CCC para as duas carteiras consideradas, apresentaram, o maior retorno médio e o melhor desempenho ajustado ao risco, dado pelo índice de Sharpe. A seguir, destacamos os portfólios obtidos via o estimador GARCH DCC para a carteira mista e via *LW3* para a carteira composta por ações, que apresentarem desempenho ligeiramente inferior aos portfólios obtidos via GARCH CCC, ao se considerar frequências de rebalanceamento alternativas. O pior desempenho dentre todos os modelos utilizados para a estimação da matriz de covariância foi obtido por meio do modelo GARCH DCC para a carteira de ações. No entanto, para a carteira mista, todos os modelos utilizados apresentaram resultados significativamente melhores e mais estáveis, não sendo possível dizer qual apresentou, de forma geral, desempenho ligeiramente pior do que o modelo GARCH CCC.

Com relação ao desempenho do *benchmark* do mercado, dado pelo índice Ibovespa, verificamos que seu desempenho é largamente superado por todas as carteiras obtidas via técnicas de otimização deste estudo, tanto em termos de retorno médio em excesso ao CDI, quanto em termos de desempenho ajustado ao risco, com exceção da carteira obtida via GARCH DCC para a carteira de ações. Tal resultado positivo é encontrado para todos os nove diferentes estimadores utilizados para as matrizes de covariâncias.

REFERÊNCIAS

ANBIMA. **Associação Brasileira das Entidades dos Mercados**. Disponível em: <<http://portal.anbima.com.br/Pages/home.aspx>>. Acesso em: 09 mai. 2013.

BAUWENS, L.; LAURENT, S.; ROMBOUTS, J. Multivariate GARCH models: a survey. **Journal of Applied Econometric**, v. 21, n. 1, p. 79-109, 2006.

BENARTZI, S.; THALER, R. H. Naive Diversification Strategies in Retirement Saving Plans. **American Economic Review**, v. 91, n. 1, p. 79-98, 2001.

BM&FBOVESPA. **Bolsa de valores, mercadorias e futuros Bovespa**. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/noticias>>. Acesso em: 05 mai. 2013.

CALADO, L. R.; GIOTTO, R. M.; SECURATTO, J. R. Um estudo atual sobre fundos de investimentos imobiliários. In: **Seminário de Economia e Administração – SEMEAD V**, p. 1-11, 2001. Universidade de São Paulo, São Paulo.

CAPPIELLO, L.; ENGLE, R.; SHEPPARD, K. Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. **Journal of Financial Econometrics**, v. 4, n. 4, p. 537–572, 2006.

CVM. **Guia CVM do Investidor: fundo de investimento imobiliário**. 1. ed. São Paulo, 2012. Relatório. Disponível em: <[http://www.cvm.gov.br/port/taxas/GUIA_FII%20\(2\).pdf](http://www.cvm.gov.br/port/taxas/GUIA_FII%20(2).pdf)>. Acesso em: 25 jun. 2013.

DEMIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? **Review of Financial Studies**, v. 22, n. 5, p. 1915-1953, 2009.

DEMIGUEL, V. et al. A generalized approach to portfolio optimization: improving performance by constraining portfolio norms. **Management Science**, v. 55, n. 5, p. 798-812, 2009.

DEMIGUEL, V.; NOGALES, F. J. Portfolio Selection with Robust Estimation. **Operations Research**, v. 57, n. 3, p. 560-577, 2009.

ESTADÃO. **Ibovespa: retorno médio por ação subiu desde 1999**. Disponível em: <<http://www.estadao.com.br>>. Acesso em: 26 mai. 2013.

_____. **ENTENDA: O que é prêmio de risco?** Disponível em: <<http://economia.estadao.com.br>>. Acesso em: 26 mai. 2013.

HARTZELL, D. D.; HEKMAN, J. S.; MILES, M. E. Real estate returns and inflation. **AREUEA Journal**, v. 15, p. 617-637, 1986.

JAGANNATHAN, R.; MA, T. Risk reduction in large portfolios: Why imposing the wrong constraints helps. **Journal of Finance**, v. 58, n. 4, p. 1651-1684, 2003.

JOBSON, J. D.; KORBIE, R. Estimation for Markowitz Efficient Portfolios. **Journal of the American Statistical Association**, v. 75, p. 544-54, 1980.

J.P. MORGAN & REUTERS. **RiskMetrics™**. Technical Document. New York, 4 ed., 1996.

LEDOIT, O.; WOLF, M. Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection. **Journal of Empirical Finance**, v. 10, p. 603-621, 2003.

_____. Honey, I shrunk the sample covariance matrix. **Journal of Portfolio Management**, v. 30, p. 110-119, 2004a.

_____. A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 88, p. 365-411, 2004b.

_____. Robust performance hypothesis testing with the Sharpe ratio. **Journal of Empirical Finance**, v. 15, n. 5, p. 850-859, 2008.

LIMA, J.; ALENCAR, C. Foreign investment and the Brazilian real estate market. **International Journal of Strategic Property Management**, v. 2, p. 109-123, 2008.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MERTON, R. C. On Estimating the Expected Return on the Market: An Exploratory Investigation, **Journal of Financial Economics**, v. 8, p. 323-361, 1980.

MUGNAINI et al. Análise da Eficiência de mercado e performance de fundos de investimentos imobiliários negociados na Bovespa. **Revista Capital Científico**, v. 6, n. 1, p. 65-86, 2008.

POLITIS, D. N.; ROMANO, J. P. The stationary bootstrap. **Journal of the American Statistical Association**, v. 89, n. 428, p. 1303-1313, 1994.

SANTOS, A. A. P. The out-of-sample performance of robust portfolio optimization. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 8, p. 141-166, 2010.

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, p. 369-393, 2012.

SEILER, M. J.; WEBB, J. R.; MYER, F. C. N. Diversification Issues in Real Estate Investment. **Journal of Real Estate Literature**, v. 7, n. 2, p. 163-182, 1999.

STEIN, C. Inadmissibility of the usual estimator for the mean of a multivariate normal distribution. In: Neyman, J., editor, **Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical and Statistical Probability**, p. 197–206, 1956. University of California, Berkeley. Volume I.

UQBAR. **Guia do Investidor**: fundo de investimento imobiliário. 3. ed. São Paulo, 2012. Relatório.

VARGA, G; NYSSSENS, G. **Avaliação de desempenho dos fundos imobiliários no Brasil**. Rio de Janeiro, p. 1-31, 2012.

APÊNDICE

Tabela 4 Matriz de correlação entre as ações vs. fundos de investimento imobiliário.

	ABCP11	BBFI11B	EDFO11B	EURO11	FAMB11B	FFCI11	FLMA11	FPAB11	HGBS11	HGRE11	HTMX11B	NSLU11B	SHPH11	WPLZ11B
BBAS3	0,06	-0,01	0,00	0,03	-0,01	0,06	-0,04	-0,02	-0,02	0,04	0,08	0,01	0,08	0,00
BBDC4	0,07	0,00	0,04	0,01	0,02	0,06	0,02	0,03	-0,04	0,02	0,04	-0,03	0,08	0,01
BRAP4	0,08	0,03	0,00	0,01	0,01	0,10	0,03	0,01	-0,02	0,01	0,07	0,00	0,08	0,00
BRKM5	0,04	0,01	0,01	-0,03	0,02	0,03	0,00	-0,02	-0,06	-0,02	0,04	-0,01	0,05	0,02
BTOW3	0,07	0,00	0,03	0,00	0,00	0,05	0,01	0,04	-0,05	0,01	0,04	-0,03	0,07	0,01
BVMF3	0,05	0,00	-0,01	0,01	-0,02	0,07	-0,04	-0,03	-0,01	0,04	0,08	-0,01	0,05	0,00
CCRO3	0,04	0,05	-0,01	-0,02	0,05	0,05	0,01	-0,04	-0,04	0,03	0,08	0,00	0,07	0,00
CESP6	0,00	0,01	0,00	-0,02	-0,02	0,05	0,00	-0,04	-0,07	0,00	0,04	0,01	0,06	0,00
CMIG4	0,05	-0,01	0,00	-0,03	-0,02	0,06	0,00	-0,01	-0,02	-0,02	0,05	-0,01	0,07	-0,01
CPFE3	-0,02	0,04	-0,01	-0,01	0,03	0,06	0,01	0,00	0,01	0,02	0,09	0,04	0,07	-0,01
CPL6	0,06	0,05	-0,05	0,01	0,02	0,04	0,01	-0,03	-0,02	0,02	0,07	-0,04	0,07	-0,05
CRUZ3	0,03	0,00	-0,10	-0,02	0,05	0,04	-0,01	0,00	0,06	0,04	-0,02	0,02	0,01	-0,01
CSAN3	0,08	0,02	0,01	-0,02	0,01	0,05	0,02	0,02	-0,02	-0,01	0,03	-0,03	0,07	0,02
CSNA3	0,05	0,00	0,01	-0,04	0,03	-0,01	0,06	-0,02	-0,01	0,04	0,00	-0,01	0,03	0,02
CYRE3	0,11	0,02	0,03	0,07	0,05	0,09	0,01	-0,05	0,01	0,05	0,05	-0,02	0,01	0,01
ELET3	0,06	-0,02	-0,06	0,03	0,00	0,02	0,02	-0,01	0,01	0,03	-0,01	0,05	0,03	-0,04
ELET6	0,01	0,03	0,01	0,01	0,04	0,04	0,05	0,03	-0,05	0,03	0,03	0,05	0,06	-0,03
EMBR3	0,03	0,02	-0,08	0,05	0,02	0,04	-0,06	-0,02	-0,03	0,05	0,03	-0,02	0,02	-0,06
GFGSA3	0,04	0,02	-0,01	-0,02	-0,03	0,08	0,02	0,00	-0,02	0,01	0,05	-0,03	0,03	-0,01
GGBR4	0,03	0,04	-0,11	0,05	0,00	0,05	-0,03	-0,02	-0,05	0,04	0,01	-0,01	0,00	-0,04
GOAU4	0,00	0,04	0,02	0,07	-0,02	0,09	0,00	0,02	-0,05	0,04	0,00	0,00	0,02	-0,03
GOLL4	0,06	0,02	-0,01	-0,02	0,00	0,08	-0,01	-0,01	-0,06	0,02	0,10	0,00	0,03	0,01
ITSA4	0,00	0,02	-0,01	-0,05	0,00	0,07	0,04	0,04	-0,03	0,05	0,02	0,03	0,05	0,00
JBSS3	0,05	0,03	0,05	0,07	0,00	0,00	0,05	-0,01	-0,04	0,04	-0,01	0,04	0,05	-0,03
KLBN4	0,07	-0,01	0,01	-0,04	-0,02	0,07	0,00	-0,03	-0,04	-0,03	0,07	0,01	0,05	0,00
LAME4	-0,02	0,04	-0,03	-0,03	-0,02	0,06	-0,04	-0,02	-0,01	-0,01	0,04	0,01	-0,01	-0,04
LIGT3	0,05	0,01	0,03	0,02	-0,03	0,02	0,04	-0,09	-0,09	0,02	0,07	0,02	0,09	0,04
LREN3	0,00	0,01	-0,04	-0,01	0,05	0,01	-0,02	-0,10	-0,02	0,02	0,06	0,00	0,08	0,00
NATU3	0,05	-0,01	-0,08	0,02	0,00	0,08	-0,04	-0,06	-0,03	0,02	-0,01	-0,01	0,03	-0,02
PCAR4	0,00	0,02	0,03	-0,02	0,01	0,00	0,07	-0,10	-0,05	0,03	0,02	0,03	0,06	0,01
PETR3	0,08	0,03	-0,01	0,05	0,03	0,02	-0,01	-0,03	0,01	0,00	0,02	0,07	0,01	0,00
PETR4	-0,01	0,00	-0,02	-0,06	0,02	0,02	0,01	-0,02	-0,03	0,04	0,02	-0,02	0,04	-0,03
RDCD3	0,04	0,06	0,08	0,03	0,00	0,07	-0,02	0,00	-0,01	-0,01	0,07	0,02	0,02	-0,03
RSID3	0,06	0,06	-0,09	0,03	-0,01	0,05	0,05	-0,03	-0,03	-0,02	-0,01	0,02	0,04	-0,03
SBSP3	0,06	0,06	-0,06	-0,02	0,04	0,06	0,04	-0,01	-0,02	0,03	0,08	0,02	-0,05	-0,09
TAMM4	0,03	-0,05	-0,02	-0,01	-0,03	0,06	0,01	0,06	0,06	-0,01	0,08	0,00	0,06	0,06
TMAR5	0,08	0,01	-0,01	0,05	-0,02	0,00	0,07	-0,08	0,03	0,06	0,02	0,04	0,05	0,00
TNLP3	0,12	-0,01	0,00	-0,01	-0,01	0,05	-0,01	-0,03	-0,03	0,01	0,05	0,03	0,02	0,04
TNLP4	0,03	-0,01	0,03	0,05	0,04	0,01	0,04	-0,08	-0,05	0,03	0,00	0,01	0,02	-0,07
TRPL4	0,03	-0,02	-0,04	-0,05	0,00	-0,04	0,07	-0,01	-0,02	0,03	0,01	0,01	0,03	-0,06

USIM3	0,02	0,08	-0,03	-0,02	-0,01	0,00	-0,05	-0,05	0,04	0,03	0,03	-0,01	-0,01	0,06
USIM5	0,02	0,02	0,03	-0,08	0,05	0,07	0,03	-0,02	-0,04	-0,01	0,05	-0,01	0,02	-0,01
VALE3	-0,02	0,03	-0,05	0,06	0,02	0,02	-0,02	0,04	0,00	0,02	0,05	-0,01	0,04	-0,01
VALE5	0,04	-0,03	-0,03	0,01	0,01	-0,04	0,08	-0,01	-0,02	0,03	0,04	-0,01	0,05	-0,01

FONTE: Elaboração própria.

Tabela 5 Matriz de correlação entre fundos de investimento imobiliário vs. fundos de investimento imobiliário.

	ABCP11	BBFI11B	EDFO11B	EURO11	FAMB11B	FFCI11	FLMA11	FPAB11	HGBS11	HGRE11	HTMX11B	NSLU11B	SHPH11
ABCP11	-0,02												
BBFI11B	0,04	-0,01											
EDFO11B	0,09	-0,05	0,04										
EURO11	0,00	0,03	0,02	-0,05									
FAMB11B	0,02	0,07	0,07	0,06	-0,03								
FFCI11	0,04	-0,10	0,07	0,05	0,00	0,02							
FLMA11	-0,03	0,03	0,01	-0,02	0,01	0,05	0,05						
FPAB11	-0,01	0,01	-0,03	0,00	0,01	-0,08	0,01	0,03					
HGBS11	0,04	0,03	0,01	0,05	-0,01	0,01	0,00	0,02	0,07				
HGRE11	0,03	-0,08	-0,04	0,02	0,03	0,01	0,02	0,04	0,00	-0,02			
HTMX11B	0,00	0,04	0,02	-0,04	0,05	-0,02	0,06	0,02	-0,06	0,02	0,03		
NSLU11B	0,05	-0,02	0,02	0,01	0,02	-0,06	-0,01	0,11	-0,01	0,01	-0,03	0,03	
SHPH11	0,01	0,06	0,03	0,01	0,07	0,05	0,01	0,08	0,09	0,01	0,04	0,00	-0,02

FONTE: Elaboração própria.

Tabela 6.1 Matriz de correlação entre ações vs. ações.

	AMBV4	BBAS3	BBDC4	BRAP4	BRKM5	BTOW3	BVMF3	CCRO3	CESP6	CMIG4	CPFE3	CPLE6	CRUZ3	CSAN3	CSNA3	CYRE3	ELET3	ELET6	EMBR3	GFS3	GGBR4	
BBAS3	0,67																					
BBDC4	0,5	0,53																				
BRAP4	0,64	0,75	0,52																			
BRKM5	0,67	0,98	0,52	0,76																		
BTOW3	0,96	0,66	0,48	0,63	0,67																	
BVMF3	0,61	0,67	0,57	0,65	0,67	0,59																
CCRO3	0,51	0,61	0,48	0,74	0,61	0,5	0,54															
CESP6	0,65	0,72	0,54	0,8	0,73	0,64	0,64	0,73														
CMIG4	0,51	0,59	0,51	0,59	0,58	0,49	0,76	0,47	0,56													
CPFE3	0,57	0,64	0,54	0,64	0,65	0,57	0,86	0,53	0,61	0,72												
CPLE6	0,3	0,33	0,31	0,37	0,34	0,3	0,36	0,3	0,35	0,29	0,37											
CRUZ3	0,66	0,9	0,53	0,75	0,91	0,66	0,66	0,62	0,71	0,59	0,64	0,36										
CSAN3	0,41	0,41	0,32	0,44	0,41	0,39	0,41	0,34	0,44	0,35	0,41	0,3	0,43									
CSNA3	0,32	0,4	0,43	0,37	0,39	0,32	0,41	0,3	0,37	0,37	0,39	0,4	0,41	0,28								
CYRE3	0,43	0,47	0,49	0,47	0,48	0,4	0,54	0,4	0,47	0,47	0,51	0,33	0,49	0,36	0,34							
ELET3	0,33	0,44	0,35	0,39	0,44	0,33	0,48	0,35	0,41	0,42	0,44	0,28	0,41	0,3	0,23	0,34						
ELET6	0,36	0,37	0,34	0,39	0,36	0,34	0,42	0,32	0,38	0,37	0,43	0,4	0,39	0,27	0,4	0,3	0,22					
EMBR3	0,45	0,5	0,53	0,52	0,51	0,46	0,55	0,44	0,53	0,54	0,55	0,26	0,53	0,36	0,36	0,56	0,34	0,31				
GFS3	0,35	0,36	0,33	0,39	0,36	0,33	0,42	0,34	0,39	0,34	0,43	0,43	0,38	0,28	0,39	0,31	0,22	0,89	0,3			
GGBR4	0,28	0,31	0,3	0,27	0,31	0,28	0,32	0,25	0,3	0,27	0,31	0,15	0,3	0,19	0,22	0,23	0,19	0,25	0,3	0,24		
GOAU4	0,49	0,51	0,48	0,53	0,51	0,49	0,57	0,44	0,52	0,54	0,55	0,27	0,53	0,32	0,35	0,54	0,33	0,32	0,81	0,32	0,24	

Tabela 6.2 Matriz de correlação entre ações vs. ações.

	AMBV4	BBAS3	BBDC4	BRAP4	BRKM5	BTOW3	BVMF3	CCRO3	CESP6	CMIG4	CPFE3	CPLE6	CRUZ3	CSAN3	CSNA3	CYRE3	ELET3	ELET6	EMBR3	GFS3	GGBR4
GOLL4	0,4	0,45	0,43	0,48	0,46	0,39	0,44	0,36	0,45	0,39	0,43	0,24	0,44	0,36	0,3	0,63	0,3	0,32	0,5	0,3	0,29
ITSA4	0,39	0,46	0,45	0,46	0,48	0,38	0,52	0,37	0,45	0,45	0,51	0,32	0,46	0,3	0,39	0,69	0,37	0,3	0,53	0,3	0,26
JBSS3	0,64	0,7	0,55	0,78	0,71	0,63	0,63	0,72	0,95	0,55	0,61	0,34	0,71	0,43	0,38	0,45	0,38	0,38	0,52	0,39	0,31
KLBN4	0,34	0,34	0,31	0,3	0,36	0,33	0,37	0,26	0,3	0,31	0,36	0,28	0,37	0,26	0,25	0,43	0,34	0,23	0,35	0,23	0,23

